Analiza osjetljivosti momenata slike s ciljem primjene na problematiku raspoznavanja uzoraka

Šariri, Kristina

Doctoral thesis / Disertacija

2010

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Science / Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:217:457438

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-28**

Repository / Repozitorij:

Repository of the Faculty of Science - University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO – MATEMATIČKI FAKULTET
FIZIČKI ODSJEK

Kristina Šariri

ANALIZA OSJETLJIVOSTI MOMENATA SLIKE S CILJEM PRIMJENE NA PROBLEMATIKU RASPOZNAVANJA UZORAKA

Doktorska disertacija
predložena Fizičkom odsjeku
Prirodoslovno – matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu
radi stjecanja akademskog stupnja
doktora prirodnih znanosti iz polja fizike

Zagreb, 2010.

Ovaj rad u potpunosti je izrađen u Laboratoriju za koherentnu optiku Instituta za fiziku u Zagrebu u okviru rada na projektima *Razvoj digitalnih postupaka u holografiji i interferometriji* te *Optičko filtriranje, interferometrija i holografija*.

TEMELJNA DOKUMENTACIJSKA KARTICA

Sveučilište u Zagrebu
Prirodoslovno – matematički fakultet
Fizički odsjek

Doktorska disertacija

ANALIZA OSJETLJIVOSTI MOMENATA SLIKE S CILJEM PRIMJENE NA PROBLEMATIKU RASPOZNAVANJA UZORAKA

KRISTINA ŠARIRI
Institut za fiziku, Zagreb

Momenti slike su numerički deskriptori koji sadrže informaciju o svojstvima invarijantnim na translaciju, rotaciju, promjenu skale i neke oblike distorzije, a njihova analiza je jedna od metoda koje se često koriste pri analizi slika i raspoznavanju uzoraka. U okviru ove radnje razvijeni su algoritmi za računanje geometrijskih, Legendreovih, Zernikeovih, Fourier – Mellinovih te tri tipa Fourier – Jacobijevih momenata, kao i iz njih definiranih invarijanti slike u programskom jeziku MatLab uz rješavanje inverznog problema rekonstrukcije početnog ulaza. Za sve tipove momenata osim najjednostavnijih geometrijskih definirani su vektori osjetljivosti na rotaciju i promjenu skale čije su komponente oni članovi skupa koji nose značajnije informacije o ulaznoj slici. Primjenom novih deskriptora na klasifikaciju rukom pisanih slova i identifikacijskih fotografija osoba pokazano je da je relevantna informacija o ulazu na taj način sačuvana, a njihov je izračun znatno brži i jednostavniji uz zadržanu sposobnost jednoznačnog raspoznavanja uzoraka. Korištenjem momenata slike i vektora osjetljivosti analizirani su znakovi s dvaju glagoljskih spomenika te utvrđeno postojanje mješavine znakova trokutastog i okruglog modela glagoljice. Metoda je primijenjena i na klasifikaciju tragova puzanja ličinki mutanata vinske mušice za potrebe proučavanja odgovora živčanog sustava na različite podražaje.

Rad sadrži: 80 stranica, 54 slike, 11 tablica, 138 bibliografskih podataka

Jezik izvornika: hrvatski

Rad je pohranjen u Središnjoj knjižnici za fiziku, PMF – Fizički odsjek, Bijenička 32, Zagreb.

Ključne riječi: analiza slike, raspoznavanje uzoraka, invarijantna svojstava, momenti slike, vektor osjetljivosti

Voditelj: dr. sc. Nazif Demoli, znanstveni savjetnik

Ocjenjivači: prof. dr. sc. Damir Veža, redoviti profesor, PMF – Fizički odsjek
akademik Goran Pichler, znanstveni savjetnik, Institut za fiziku
dr. sc. Nazif Demoli, znanstveni savjetnik, Institut za fiziku

BASIC DOCUMENTATION CARD

University of Zagreb
Faculty of Science
Department of Physics

Doctoral thesis

ANALYSIS OF THE IMAGE MOMENTS SENSITIVITY FOR THE APPLICATION IN PATTERN RECOGNITION PROBLEMS

Kristina Šariri
Institute of Physics, Zagreb

Image moments are numerical descriptors invariant to translation, rotation, change of scale and some types of image distortion and their analysis is one of the most often used methods in image processing and pattern recognition. In this work, algorithms for calculation of geometric, Legendre, Zernike, Fourier – Mellin and three types of Fourier – Jacobi moments were implemented in MatLab. Hu's, affine and blur invariants were also obtained as well as inverse problem of input image reconstruction solved. For each type of image moments exept geometric ones the set of sensitivity vectors for rotation and scale were defined. Their components are those image moments which describe more important features of the input image. These new descriptors were applied for classification of handwritten letters and identifying personal photos. It was shown that the process of such descriptor calculation is much faster and simpler while preserving all the relevant information about input image. Using this method, the signs carved in two glagolitic inscriptions were analyzed and the mixture of triangular and round glagolitic letters found. The method was also applied to classification of the mutant fruit fly larvae crawling trails which is needed in studying responses of the nervous system to different stimuli.

Thesis contents: 80 pages, 54 figures, 11 tables, 138 references

Language: Croatian

Thesis deposited in The Central Physical Library, Faculty of Science – Department of Physics, Bijenička 32, Zagreb, Croatia.

Keywords: image analysis, pattern recognition, invariant features, image moments, sensitivity vector

Supervisor: dr. sc. Nazif Demoli, Senior Scientist, Institute of Physics

Reviewers: prof. dr. sc. Damir Veža, Professor of Physics, Faculty of Science
dr. sc. Goran Pichler, Senior Scientist, Institute of Physics
dr. sc. Nazif Demoli, Senior Scientist, Institute of Physics

Sadržaj

1. Uvod 1

2. Momenti slike 4

2. 1. Invarijantna svojstva slike 4

2. 2. Definicija momenata slike 6

2. 3. Pregled važnijih tipova momenta slike 7

2. 3. 1. Geometrijski momenti 7

2. 3. 2. Kompleksni momenti 8

2. 3. 3. Legendreovi momenti 9

2. 3. 4. Zernikeovi momenti 11

2. 3. 5. Fourier – Mellinovi momenti 15

2. 3. 6. Fourier – Jacobijevi momenti 17

3. Invarijante momenata slike 22

3. 1. Huove invarijante 22

3. 2. Afine invarijante 22

3. 3. Invarijante na blur 24

4. Klasifikacija 27

5. Vektori osjetljivosti 31

5. 1. Utjecaj veličine ulazne slike 31

5. 1. 1. Ponašanje pri rotaciji 32

5. 1. 2. Ponašanje pri promjeni skale 34

5. 2. Traženje vektora osjetljivosti 35

5. 2. 1. Metodologija 35

5. 2. 2. Vektori osjetljivosti na rotaciju 37

5. 2. 3. Vektori osjetljivosti na promjenu skale 40

6. Primjene momenata slike 44

6. 1. Times New Roman slova 47

6. 2. Rukom pisana slova 43

6. 2. 1. Raspoznavanje pomoću Huovih i afinih invarijanti 47

6. 2. 2. Raspoznavanje pomoću vektora osjetljivosti 48

6. 3. Raspoznavanje lica 50

6. 4. Glagoljski natpisi 51

6. 4. Tragovi puzanja ličinke *Drosophila melanogaster* 55

7. Zaključak 57

Dodatak A. Transformacija momenata pri osnovnim transformacijama sličnosti 58

Dodatak B. Opis računalnih funkcija 60

Dodatak C. Koeficijent varijacije odabranih vektora osjetljivosti 61

Literatura 64

Popis slika 73

Popis tablica 75

Sažetak 76

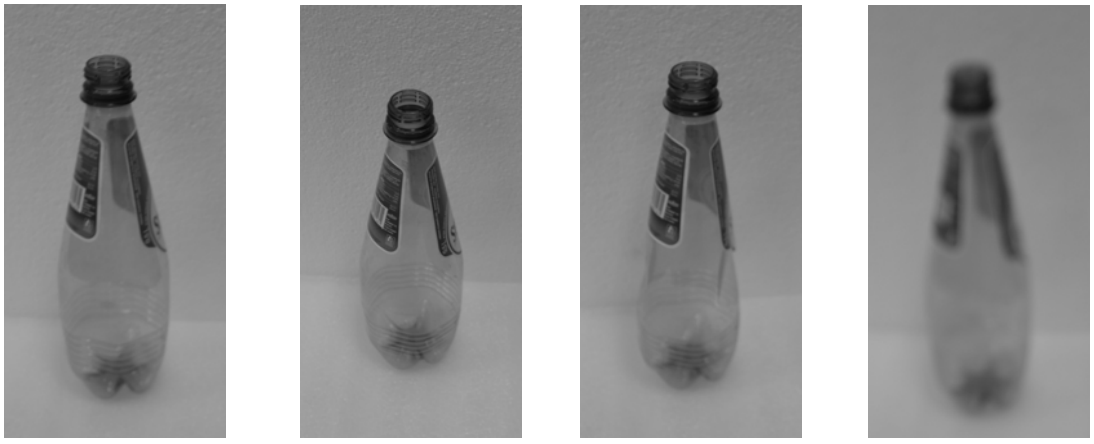
Summary 77

Životopis 78

Popis objavljenih radova 79

1. Uvod

Više od 80% podražaja na koje reagiraju ljudska osjetila vizualnog je karaktera[1], a osnovni nositelj takve vrste informacija je slika. Analiza i interpretacija slike dobivene općenitim realnim sustavom ključni je problem u mnogim područjima primjene. Budući da su i uvjeti i sam sustav snimanja nesavršeni, dobivena slika nije idealan dvodimenzionalan prikaz originalne trodimenzionalne scene. Degradacije slike uzrokovane su geometrijom snimanja, aberacijama leća, lošim fokusiranjem, pomakom scene, sistemskim i slučajnim greškama senzora, itd. Na slici 1. prikazani su primjeri nekih degradacija slike. Izvlačenje korisne informacije iz tako degradirane slike kako bi se više doznalo o inicijalnom objektu ili sceni cilj je primjene mnogobrojnih metoda raspoznavanja objekata i uzoraka.



(a) (b) (c) (d)

Sl. 1. (a) Primjer ulaznog objekta, (b) – (d) različite degradacije slike objekta (a).

Jedan od pristupa navedenoj problematici razvijen je na Institutu za fiziku, a odnosi se na optičko raspoznavanje uzoraka pomoću nekoliko tipova korelatora: (a) proširenog korelatora s množenjem Fourierovih spektara[2], (b) korelatora sa zbrajanjem Fourierovih spektara[3] i (c) optoelektroničkog proširenog korelatora[3-5]. Prednost navedenih optičkih sustava je brzina obrade informacijski zahtjevnih signala, a nedostatak velika osjetljivost na deformacije kao što su promjena skale ili rotacija uzorka koje se standardno javljaju u realnim uvjetima rada. Dakle, za uspješan nastavak rada u području raspoznavanja uzoraka nužno je bilo razviti fleksibilniji pristup pronalaženjem invarijantnih svojstava uzoraka, koji ne ovise o deformaciji a istodobno posjeduju dovoljnu moć diskriminacije potrebnu za razlikovanje objekata iz različitih klasa. Takav pristup omogućuje analiza momenata slike, pri čemu momenti predstavljaju nelinearne invarijantne funkcionale sastavljene od raznih projekcija funkcije slike na prostor polinoma.

U općem slučaju, odnos idealne slike *f* i one zabilježene *g* može se opisati s:

$$g = Df \,, \tag{1.1}$$

gdje je *D* operator degradacije. Za poznatu sliku *g* želja je analizirati nepoznatu scenu *f*. Analiza scene u praksi sastoji se od tri osnovne faze. U prvoj se slika segmentira i izdvajaju dijelovi koji sadrže interesantne objekte. Druga faza je raspoznavanje izdvojenih objekata i njihovo klasificiranje, a treća obuhvaća analizu prostornih odnosa između različitih objekata.

Ova radnja usredotočuje se na raspoznavanje i klasifikaciju deformiranih objekata i uzoraka različitog tipa. Riječ je o problemu koji je već bio ciljem brojnih istraživanja, a tri su moguća općenita pristupa njegovu rješavanju[6]:

(a) metoda "grube sile";
(b) normalizacija slike;
(c) nalaženje invarijantnih svojstava.

Kod primjene metode "grube sile" pretražuje se prostor svih mogućih degradacija slike, što podrazumijeva da skup za treniranje svake klase uz predstavnike svake od njih mora sadržavati i pripadne rotirane, skalirane, defokusirane i općenito na sve moguće načine deformirane verzije. Ovaj pristup je vremenski jako zahtjevan, osim za vrlo jednostavne slučajeve.

U slučaju normalizacije slike, objekti se transformiraju u neku standardnu poziciju prije klasifikacije. To cijeli postupak jako pojednostavljuje, ali sama normalizacija obično uključuje rješavanje složenih loše uvjetovanih inverznih problema, što uvelike onemogućava brzu i efikasnu praktičnu primjenu.

Osnovna ideja postupka nalaženja invarijantnih svojstava je opis objekata skupom karakteristika koje ne ovise o konkretnoj deformaciji, a posjeduju dovoljnu moć diskriminacije potrebnu za razlikovanje objekata iz različitih klasa.

Glavni cilj ove radnje je definiranje vektora osjetljivosti pomoću kojih bi postupak raspoznavanja uzoraka bio pojednostavljen i ubrzan i to odabirom momenata slike koji nose više bitnijih informacija o svojstvima ulaza. Pretpostavka je da će na taj način znatno reducirani skup momenata sačuvati relevantnu informaciju o ulazu i zadržati sposobnost jednoznačnog raspoznavanja uzoraka.

Rad je podijeljen na sedam poglavlja. U drugom poglavlju pobliže je opisan pristup problematici raspoznavanja uzoraka upotrebom invarijantnih svojstava slike te dana podjela metoda koje se pritom najčešće koriste. Potom su definirani momenti slike, potom dan detaljniji pregled nekoliko najčešće korištenih tipova momenata slike, načina njihova računanja, analize skupa i dosadašnjih primjena. Treće poglavlje sadrži prikaz najčešće korištenih invarijantnih skupova. U četvrtom je pobliže opisan postupak

klasifikacije objekata korištenjem skupa momenata slike kao deskriptora. U petome je opisana potraga za komponentama vektora osjetljivosti na skalu i rotaciju. Šesto poglavlje sadrži rezultate primjene momenata slike, invarijantnih skupova te vektora definiranih u prethodnom poglavlju, a sedmo je poglavlje zaključak.

2. Momenti slike

2. 1. Invarijantna svojstva slike

Problem pronalaženja invarijanih svojstava svodi se na pronalaženje funkcionala I definiranog na prostoru svih funkcija invarijantnih na operator degradacije D, tj. onog funkcionala koji zadovoljava uvjet

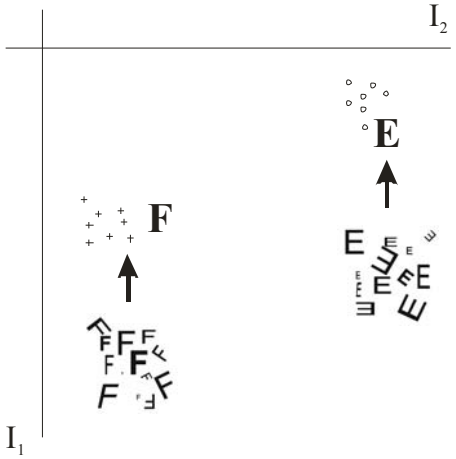
$$I(f) = I(Df), \tag{2.1}$$

za svaku funkciju slike f, a pritom omogućuje razlikovanje ulaznih objekata koji pripadaju različitim klasama, tj. vrijedi

$$I(f_1(x,y)) \neq I(f_2(x,y)) \tag{2.2}$$

ukoliko je zadovoljen uvjet $f_1(x,y) \neq f_2(x,y)$.

U većini realnih slučajeva samo jedna invarijanta nema dovoljnu moć diskriminacije objekata, tako da se u praksi analizira skup određenog broja invarijanti slike koje se definiraju kao komponente invarijantnog vektora. Na taj je način svaki objekt predočen točkom u prostoru čija je dimenzija određena dimenzijom invarijantnog vektora[7,8]. Na slici 2. prikazan je prostor značajki koji sadrži dvije klase objekata. Klase su jasno razdvojene (što ukazuje na diskriminatornu moć odabranih značajki), a svaka za sebe je relativno kompaktna (što pokazuje da odabrane značajke posjeduju invarijantna svojstva).

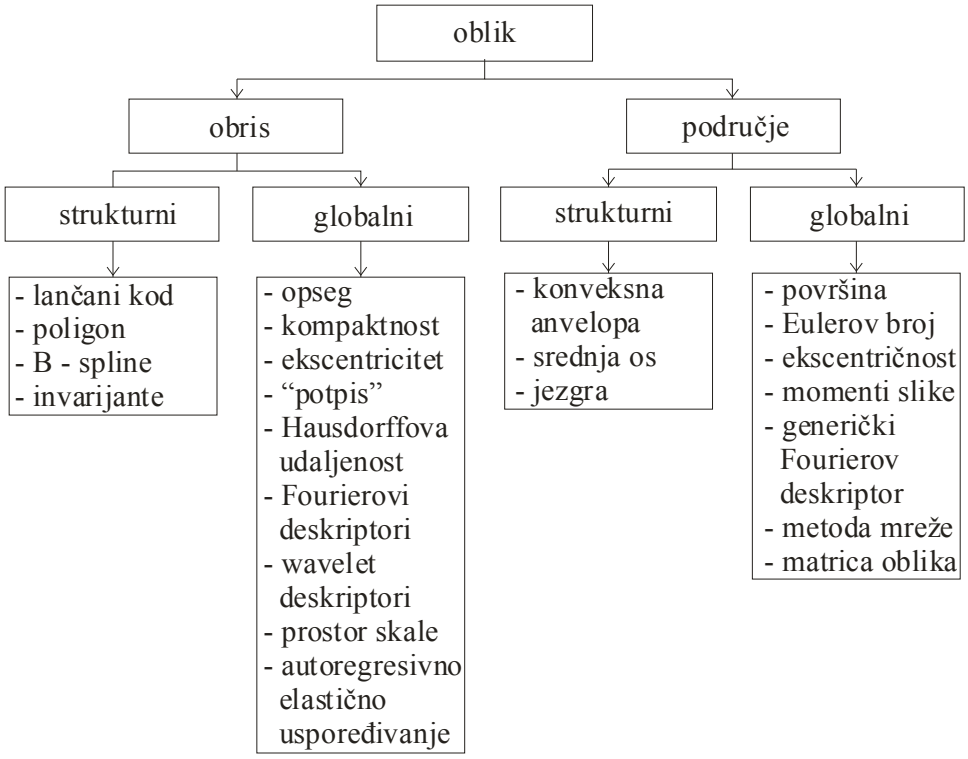


Sl. 2. Idealni primjer dvodimenzionalnog prostora značajki koji sadrži dvije klase.

Postoji nekoliko mogućih podjela invarijantnih svojstava koja se rabe za opis dvodimenzionalnih objekata:

1. prema tipu invarijantnosti: translacijske, rotacijske, afine, projektivne i elastične geometrijske invarijante te invarijante na skalu;

2. prema temeljnim matematičkim svojstvima i načinu računanja:
   - deskriptori oblika (kompaktnost, izduženost, konveksnost, povezanost, itd.),
   - koeficijenti raznih tipova transformata (Fourierovi[9] i Hadamardovi[10] deskriptori, koeficijenti Fourier – Mellinovog[11,12] i Radonovog transformata[13], itd.),
   - invarijante skupa točaka[13] (izračunate iz položaja dominantnih točaka objekta),
   - diferencijalne invarijante[14] (izračunate iz derivacije ruba objekta),
   - invarijante momenata (specijalne funkcije momenata slike);
3. prema dijelu objekta iz kojeg se invarijante računaju:
   - globalne: računaju se iz čitave slike, uglavnom integracijom, a većina uključuje nalaženje projekcija slike na funkcije određene baze,
   - lokalne: računaju se samo u okolini nekih dominantnih točaka na prethodno nađenom rubu objekta,
   - polulokalne: računaju se kao globalne invarijante karakterističnih dijelova na koje je objekt prethodno podijeljen.



Sl. 3. Podjela metoda opisa ulaznih signala u obliku slike[17].

Globalne su invarijante otpornije na šum, neodređeni rub objekta i slične smetnje, no ne raspoznaju necjelovite objekte (npr. zbog djelomičnog zaklonjenja). Invarijante momenata svrstavaju se u ovu skupinu. Iznos lokalnih invarijanti u određenoj točki ovisi jedino o obliku ruba objekta u neposrednoj blizini te točke, tako da na njih ne utječe promjena oblika objekta na određenoj udaljenosti od promatrane točke. Zbog toga su

pogodne za raspoznavanje necjelovitih objekata, no praktična je primjena otežana zbog velike osjetljivosti na šum, te neizbježnih grešaka diskretizacije i segmentacije. Uvođenjem polulokalnih invarijanti raznim se modifikacijama nastoje iskoristiti dobra svojstva prethodna dva tipa invarijanti, a izbjeći ona loša. Nezgodno je što taj pristup pretpostavlja puno specifičnosti koje je nužno prilagoditi konkretnom problemu, a potom takav postupak nije moguće generalizirati[15,16]. Jedna od mogućih klasifikacija metoda reprezentacije i opisa oblika prema tome koristi li se samo njegov obris ili je uključeno cijelo područje[17] shematski je prikazana na slici 3.

2. 2. Definicija momenata slike

Momenti funkcije slike definiraju se kao nelinearni invarijantni funkcionali čije su komponente razne projekcije funkcije na prostor polinoma. Dakle, moment $M_{pq}^{(f)}$ slike *f(x, y)* dan je s:

$$M_{pq}^{(f)} = \iint_D P_{pq}(x,y) f(x,y) dxdy \tag{2.3}$$

gdje je *f(x,y)* slika, p i q nenegativni cijeli brojevi, broj $R = p + q$ naziva se redom momenta, a P_{pq} su polinomne funkcije baze definirane na domeni D. Sama funkcija slike *f(x,y)* je dvodimenzionalna raspodjela gustoće koja pikselu u točki *(x, y)* kartezijevog koordinatnog sustava pridružuje odgovarajući intenzitet. Budući da je funkcija intenziteta *f(x,y)* za konkretnu sliku uvijek ograničena na D, moment slike definiran u (2.3) nužno je konačan.

Prije nego li je započela njihova primjena na raspoznavanje objekata i uzoraka, analogne skalarne veličine dugo su se koristile u statistici za karakterizaciju oblika funkcija raspodjele, kao i u klasičnoj mehanici za opis raspodjele mase krutog tijela. U statistici, veličine analogne momentima nultog, prvog i drugog reda koje umjesto funkcije slike sadrže funkciju gustoće vjerojatnosti odgovaraju ukupnoj vjerojatnosti (moment nultog reda), očekivanju (moment prvog reda) i varijanci (moment drugog reda).

Počeci teorije momenata slike vezani su uz kraj 19. stoljeća i rad Davida Hilberta u okviru teorije grupa i algebarskih invarijanti. Koncept invarijanti momenata u područje raspoznavanja uzoraka i obrade slike uveo je Hu 1962. godine izvođenjem skupa sedam invarijanti na rotaciju dvodimenzionalnog objekta[18]. Pritom je predložio dvije metode za izračun invarijanti. Prva od njih je „metoda glavnih osi“ koja se svodi na iskorištavanje momenata drugog reda za izračun velike i male osi elipse koja u potpunosti opisuje objekt. Druga metoda temelji se na normalizaciji izračunatih geometrijskih momenata slike.

Od tada započinje intenzivna primjena različitih tipova momenata i funkcija momenata na probleme raspoznavanja uzoraka[19,20], identifikacije brodova[21], zrakoplova[22], analizu satelitskih[6] i medicinskih[13-25] snimaka, te raspoznavanja lica[26], otisaka prstiju[27], slova[28] i pisma[29]. Postaju najvažniji i najčešće korišteni deskriptori slike te se vrlo često koriste i kao referentna metoda za procjenu učinkovitosti novodefiniranih deskriptora[9,30,31]. Unatoč tome, u teoriji momenata slike i dalje postoji nekoliko otvorenih pitanja te niz problema pri praktičnoj primjeni, naročito u slučajevima kada je potrebno njihovo računanje i analiza u približno realnom vremenu[32].

U ovisnosti o korištenoj polinomnoj funkciji baze, definirano je mnoštvo tipova momenata koji se međusobno razlikuju po mogućnostima opisa slike, količini informacija koju nose i osjetljivosti na šum, pa njihova primjenjivost u konkretnim slučajevima ovisi o svojstvima ulaznih podataka. Pritom ortogonalni skupovi momenata sadržavaju najmanji višak informacije te stoga karakteriziraju međusobno neovisna svojstva slike. Općenito, momenti nižeg reda sadrže informaciju o poziciji, orijentaciji i skali uzorka, a viši su redovi nositelji informacije o detaljima te su time i podložniji utjecaju šuma.
Za svaki skup momenata slike moguće je pronaći skup pripadnih invarijanti momenata[33]. One se definiraju kao funkcije momenata slike, gotovo u pravilu nelinearne, koje su invarijantne na određenu klasu mogućih degradacija slike (npr. rotaciju, translaciju, promjenu skale, afine transformacije, razne tipove elastičnih deformacija, pogrešnog fokusa, kao i svih njihovih kombinacija).

2. 3. Pregled važnijih tipova momenata slike

2. 3. 1. Geometrijski momenti

Definicijska jednadžba za geometrijske momente[17] dobiva se u slučaju kada se u (2.3) za polinomnu bazu iskoristi standardni red potencija:

$$m_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f(x,y)\,dxdy \tag{2.4}$$

gdje je *f(x, y)* po dijelovima neprekidna funkcija slike. Na taj je način slika *f(x, y)* jednoznačno određena skupom momenata m_{pq}. Za praktične primjene upotrebljava se diskretni oblik definicijske relacije:

$$m_{pq} = \sum_{0}^{M}\sum_{0}^{N} x^p y^q f(x,y)\,. \tag{2.5}$$

Moment nultog reda m_{00} odgovara količini informacije koju slika sadrži. Ukoliko je ulaz binaran, m_{00} je površina objekta. Normiranjem momenata prvog reda moguće je pronaći centar mase slike:

$$(x_c, y_c) = (\frac{m_{10}}{m_{00}}, \frac{m_{01}}{m_{00}}). \tag{2.6}$$

Centralni momenti su geometrijski momenti u koordinatnom sustavu s ishodištem u centru mase slike i invarijantni su na translaciju:

$$m'_{pq} = \iint_D (x - x_c)^p (y - y_c)^q f(x, y) dxdy . \tag{2.7}$$

Invarijantnost na skalu postiže se odgovarajućim normiranjem na moment nultog reda:

$$\hat{m}_{pq} = \frac{m'_{pq}}{m'^{\alpha}_{00}} \tag{2.8}$$

gdje je

$$\alpha = 1 + \frac{p+q}{2} . \tag{2.9}$$

Detaljnija diskusija veze skupa momenata slike podvrgnute transformacijama pomaka, promjene skale, rotacije i zrcaljenja s originalnom slikom dana je u Dodatku A.

Nelinernim kombinacijama skaliranih centralnih momenata dolazi se do skupa sedam Huovih invarijanti na translaciju, skalu i rotaciju[18].

U standardnim primjenama geometrijske momente obično je nužno normalizirati ili skalirati kako bi se reducirao veliki porast njihovih vrijednosti s izračunom svakog slijedećeg reda[34-36]. Iako nemaju puno dobrih svojstava, njihova je primjena prilično popularna zbog jednostavnosti strukture koja omogućuje relativno brzu i laku računalnu primjenu[24,37,38]. Osnovni je problem neortogonalnost naslijeđena preko funkcija baze koja za sobom povlači redundantnost sadržane informacije[35,36], ali i nemogućnost jednostavne rekonstrukcije ulaza. Naime, nužno je najprije naći Fourierov transformat iz izračunatog skupa momenata, a potom se slika rekonstruira inverznim Fourierovim transformatom[39]. Pritom je dolaženje do dovoljno dobre rekonstrukcije dugotrajno jer je potrebno računati relativno visoki red u razvoju, za razliku od većine ostalih tipova momenata koji konvergiraju znatno brže[40].

2. 3. 2. Kompleksni momenti

Za polinomnu bazu oblika:

$$p_{jk}(x, y) = (x + iy)^j (x - iy)^k , \tag{2.10}$$

gdje je *i* imaginarna jedinica, definirani su kompleksni momenti:

$$c_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x + iy)^p (x - iy)^q f(x, y) dxdy . \tag{2.11}$$

Geometrijski i kompleksni momenti nose istu količinu informacije o ulaznoj slici. Stoga se svaki geometrijski moment može izraziti preko kompleksnih momenata istog reda:

$$m_{pq} = \frac{1}{2^{p+q} i^q} \sum_{k=0}^{p} \sum_{j=0}^{q} \binom{p}{k} \binom{q}{j} (-1)^{q-j} c_{k+j,p+q-k-j} . \tag{2.12}$$

Vrijedi i obrat:

$$c_{pq} = \sum_{k=0}^{p} \sum_{j=0}^{q} \binom{p}{k} \binom{q}{j} (-1)^{q-j} i^{p+q-k-j} m_{k+j,p+q-k-j} . \tag{2.13}$$

Zbog te veze, kao i zbog relativno složenijeg izračuna rjeđe se koriste u praktičnim primjenama, a jedina im je prednost nad geometrijskim momentima "lijepo" ponašanje pri rotaciji slike. To je svojstvo moguće iskoristiti za pojednostavljenje postupka konstrukcije rotacijskih invarijanti[41,42].

2. 3. 3. Legendreovi momenti

Legendreovi momenti uvedeni su kako bi se zaobišli problemi redundantnosti sadržane informacije i otežane rekonstrukcije ulaznog signala koji se javljaju zbog nezadovoljenog uvjeta ortogonalnosti geometrijskih momenata[36]. Funkcija baze su Legendreovi polinomi dani s

$$P_p(x) = \frac{1}{2^p p!} \left(\frac{d}{dx} \right)^p \left[\left(x^2 - 1 \right)^p \right]. \tag{2.14}$$

Skup Legendreovih polinoma $\left\{ P_p(x) \right\}$ je kompletna ortogonalna baza definirana na intervalu $\left[-1,1 \right]$. Ponašanje prvih nekoliko polinoma baze prikazano je na slici 4.

Svojstvo ortogonalnosti definirano je s

$$\int_{-1}^{1} P_p(x) P_q(x) dx = \begin{cases} 0, p \neq q \\ \dfrac{2}{2p+1}, p = q \end{cases} . \tag{2.15}$$

Na taj način i Legendreovi momenti definirani relacijom

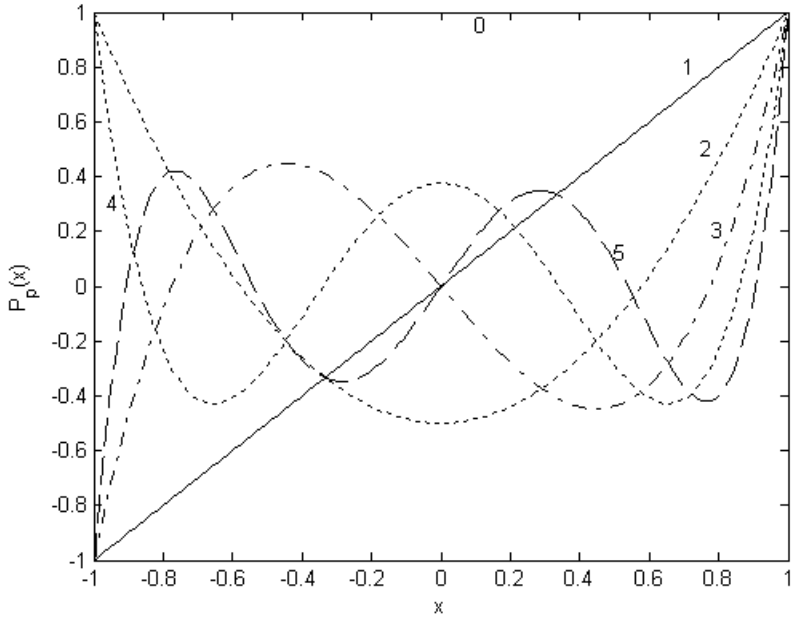
$$L_{pq} = \frac{(2p+1)(2q+1)}{4} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} P_p(x) P_q(y) f(x,y) dx dy \tag{2.16}$$

nasljeđuju isto svojstvo.

Dvostruki integral moguće je zamjeniti dvostrukom sumacijom

$$\hat{L}_{pq} = \frac{(2p+1)(2q+1)}{4} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} P_p(x_i) P_q(y_j) f(x_i, y_j) \Delta x \Delta y \tag{2.17}$$

gdje je $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ interval uzorkovanja u smjeru x, a $\Delta y = y_{i+1} - y_i$ u smjeru y (sl. 5.).



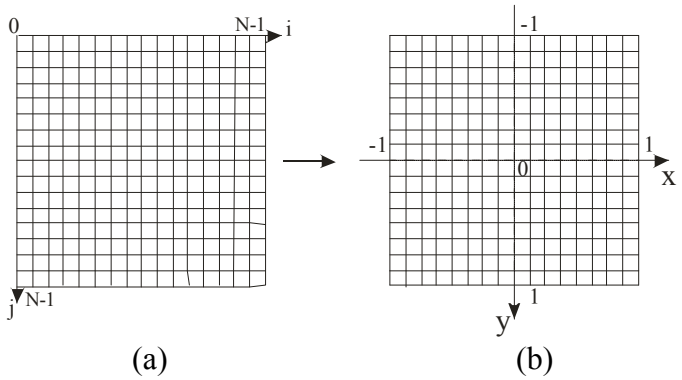
Sl. 4. Ponašanje prvih šest članova baze Legendreovih polinoma (do uključivo p=5) definiranih izrazom (2.14).

Prema Liao, Pawlak (1997)[7] ovaj način aproksimacije nije korektan pa je predložena točnija diskretna formula

$$\tilde{L}_{pq} = \frac{(2p+1)(2q+1)}{4} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} f(x_i, y_i) h_{pq}(x_i, y_i), \tag{2.18}$$

pri čemu je

$$h_{pq}(x_i, y_i) = \int_{x_i - \Delta x/2}^{x_i + \Delta x/2} \int_{y_i - \Delta y/2}^{y_i + \Delta y/2} P_p(x) P_q(y) dx dy . \tag{2.19}$$

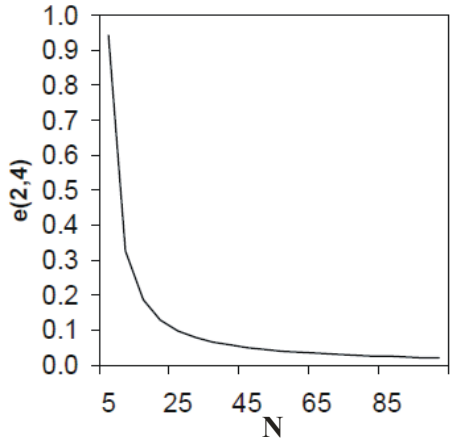


Sl. 5. Priprema ulaza za računanje Legendreovih momenata: (a) ulazna slika veličine N x N, (b) transformacija ulaza u prostor Legendreovih polinoma.

Iako bi za $m \neq n$ uvijek bi trebalo vrijediti

$$e(m,n) = \sum_{i=0}^{N-1} P_m(x_i) P_n(x_i) = 0\,, \tag{2.20}$$

diskretizacijom se kvari ortogonalnost Legendreovih polinoma, naročito kada su ulazi malih dimenzija. Na slici 6. pokazano je ponašanje funkcije *e(m,n)* u ovisnosti o dimenziji slike *N*.



Sl .6. Utjecaj diskretizacije na svojstvo ortogonalnosti Legendreovih momenata.

Translacijska invarijantnost postiže se pomakom ishodišta u centroid slike, analogno postupku opisanom za geometrijske momente. U slučajevima u kojima je nužno potrebna rotacijska invarijantnost njihova se upotreba ne preporuča, iako ju je za određene tipove ulaza moguće konstruirati[43]. Istraživanja koja uključuju Legendreove momente uglavnom su usmjerena na ubrzanje postupka računanja za neke posebne oblike ulaza[44-47]. Za praktične primjene ne rabe se često, osim za provjeru rada nekih drugih tehnika raspoznavanja, budući da je riječ o ortogonalnom skupu momenata koji je najjednostavniji za implementaciju[30,43,47].

2. 3. 4. Zernikeovi momenti

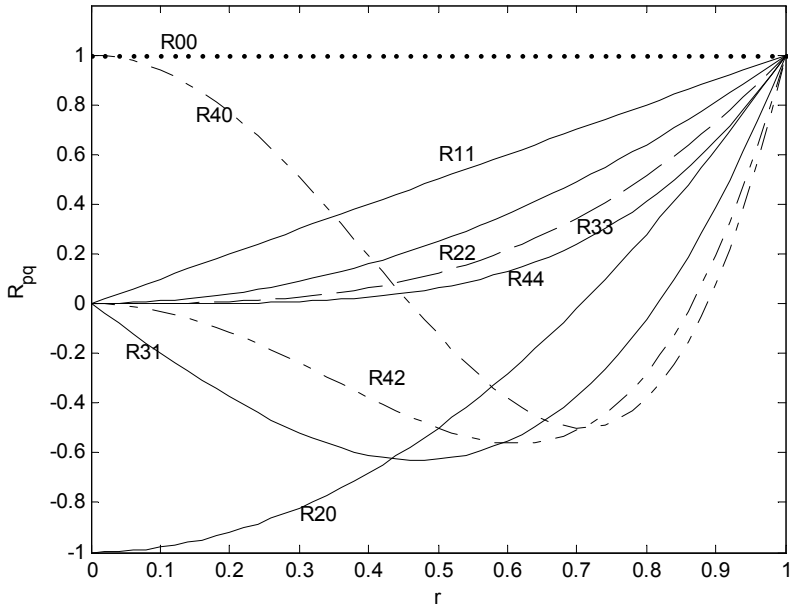
Zernikeovi polinomi čine kompletnu ortogonalnu bazu unutar jediničnog kruga $x^2 + y^2 = 1$. Zernikeova funkcija reda $p + q$ u polarnom sustavu definirana je s

$$Z_{pq}(r,\theta) = R_{pq}(r) e^{iq\theta} \tag{2.21}$$

gdje je $p \in Z_0^+$, $q \in Z$, uz zahtjev $|q| \leq p$, te $p - |q|$ paran broj. Pritom je r duljina vektora do točke na koordinati *(x, y)*, a θ kut koji vektor r zatvara s osi x u smjeru suprotnom od smjera kazaljke na satu. Radijalni polinom $R_{pq}(r)$ definiran je s

$$R_{pq}(r) = \sum_{k=0}^{(p-|q|)/2} \frac{(-1)^k (p-k)!}{k!(\frac{p+|q|}{2}-k)!(\frac{p-|q|}{2}-k)!} r^{p-2k}. \tag{2.22}$$

Ponašanje prvih devet radijalnih polinoma $R_{pq}(r)$ prikazano je na sl. 7.



Sl. 7. Prvih devet radijalnih polinoma $R_{pq}(r)$ definiranih relacijom (2.22).

Zernikeovi su polinomi ortogonalni te zadovoljavaju izraz

$$\iint_{x^2+y^2\le 1} Z_{ij}(x,y) Z_{kl}(x,y) = \frac{\pi}{i+1} \delta_{ik} \delta_{jl}, \text{ uz } \delta_{ij} = \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases}. \tag{2.23}$$

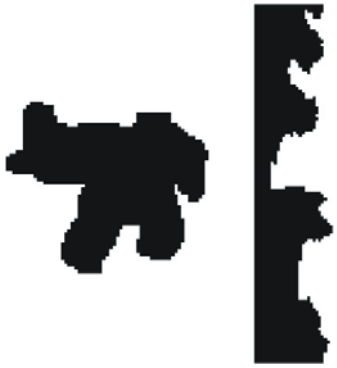
Zernikeovi momenti su projekcije funkcije slike na prostor razapet ovako definiranim ortogonalnim funkcijama baze. Moment A_{pq} za funkciju slike *f(x,y)* unutar jedinične kružnice dan je s

$$A_{pq} = \frac{p+1}{\pi} \iint_{x^2+y^2\le 1} Z_{pq}(r,\theta) f(x,y) dxdy \tag{2.24}$$

uz

$$\begin{aligned} x &= r\cos\theta \\ y &= r\sin\theta. \end{aligned} \tag{2.25}$$

Ulazne slike prvo je potrebno transformirati u polarni sustav (sl. 8.).



(a) (b)

Sl. 8. Transformacija oblika iz (a) kartezijevog u (b) polarni koordinatni sustav.

Općenito, u postupku računanja Zernikeovih momenata moguća je pojava dvije vrste pogrešaka. Prva od njih je geometrijska i javlja se kao posljedica projekcije slike na jedinični disk na kojem su definirani Zernikeovi polinomi. Pritom se ishodište koordinatnog sustava smješta u centroid slike, a koordinate svake točke preslikavaju unutar jedinične kružnice opisane ulaznoj slici ili upisane u nju (sl. 9.). Na taj se način postiže invarijantnost na skalu i translaciju. U slučaju odabira rada s upisanom kružnicom, pikseli koji mapiranjem završe izvan područja jedinične kružnice ne ulaze u dalje razmatranje, što je izvor pogrešaka u svim slučajevima osim kad je ulazna slika također kružnog oblika[49-51]. Geometrijska se pogreška općenito smanjuje s povećanjem reda računanja Zernikeovih momenata[7]. Mapiranjem unutar jedinične kružnice moguće ju je sasvim ukloniti, no takav je algoritam vremenski zahtjevniji[50].

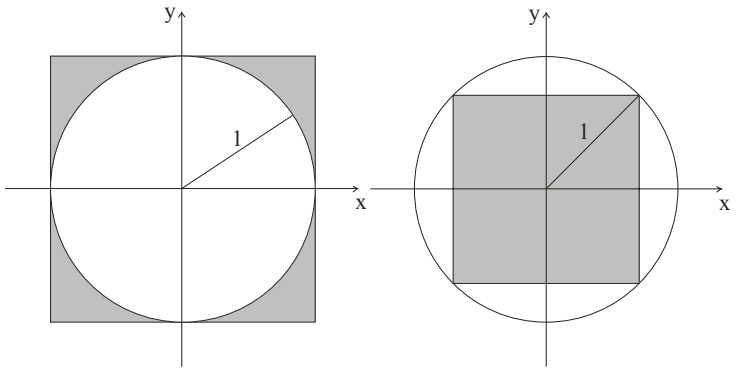
Drugi tip pogreške je numeričkog karaktera i javlja se zbog diskretizacije definicijske jednadžbe koja je nužna za primjenu na digitalnim ulazima. Aproksimacijom nultog reda relacija (2.21) prelazi u

$$A_{pq} = \frac{p+1}{\pi} \sum_x \sum_y Z_{pq}(r,\theta) f(x,y), \; x^2 + y^2 \le 1. \tag{2.26}$$

Mogući pristup je minimizacija pogreške ovog tipa korištenjem proširene Simpsonove formule[7]. Za razliku od geometrijske, doprinos numeričke pogreške raste s porastom računatog reda Zernikeovih momenata[52-55], a i uzrok je poteškoća pri raspoznavanju vrlo malih ulaznih slika[28,56].

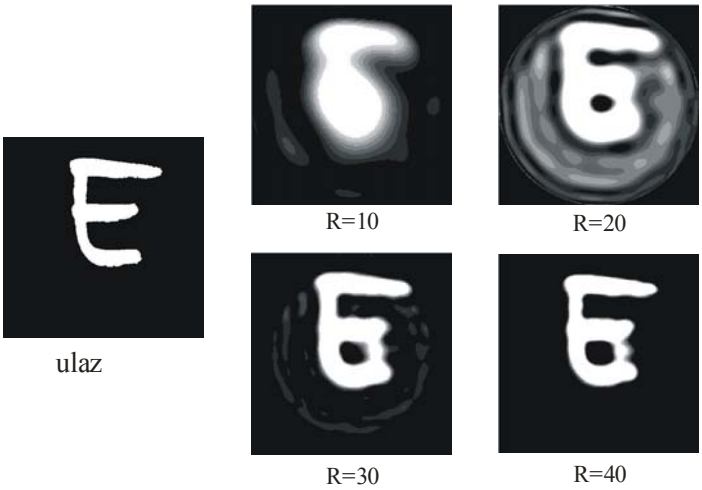
U usporedbi s Legendreovim i geometrijskim momentima, Zernikeove je teže primijeniti, no pokazali su se znatno boljima po sposobnosti rekonstrukcije slike[8,57] i niskoj osjetljivosti na šum[35]. Primjer rekonstrukcije sivog ulaza za izračun do različitih maksimalnih redova u razvoju dan je na slici 10. Kada se prirodnoj rotacijskoj invarijantnosti pridoda invarijantnost na translaciju i skalu koja se lako postiže normalizacijom ortogonalnih polinoma[50], dobiva se vrlo robusan i često korišten skup

deskriptora slike. Pritom sposobnost opisa visokofrekventnih komponenti ulaza izravno ovisi o broju nultočaka radijalnog dijela polinoma[58] danog relacijom (2.22) (sl. 11.).

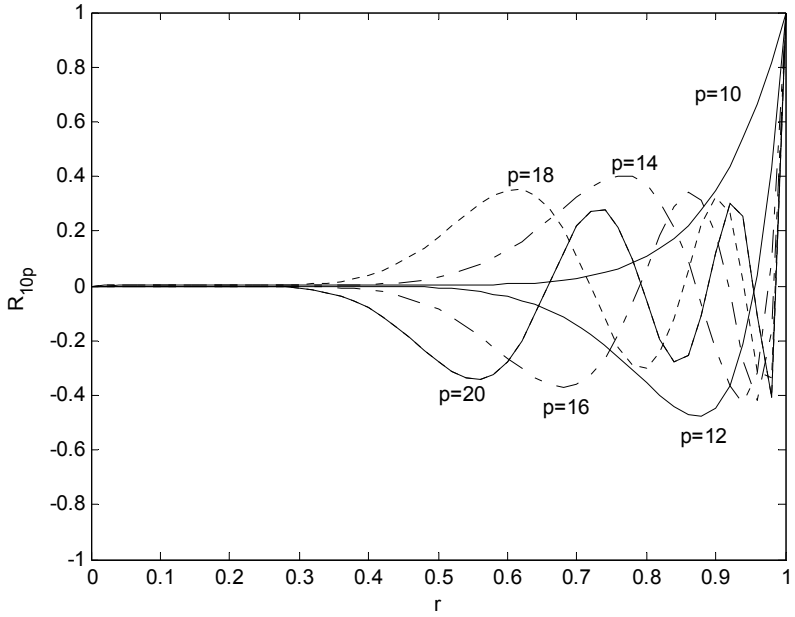


Sl. 9. Preslikavanje diskretne funkcije slike u slučaju rada s (a) upisanom, (b) opisanom kružnicom.

Uspješno su dosad primjenjeni su na vrlo širok spektar problema, npr. raspoznavanja objekata i uzoraka[20,28,59-62], rekonstrukcije slike[57,63], segmentacije objekta[64,65], raspoznavanja lica[10,26,66], slova[29,67], analize medicinskih snimaka[25,68,69], identifikacije otisaka dlana[70] i prstiju[71], te raspoznavanja i generiranja vodenih žigova (*watermarking)*[72-75].



Sl. 10. Rekonstrukcija binarnog ulaza korištenjem Zernikeovih momenata za različite redove u razvoju.



Sl. 11. Položaj nultočaka radijalnog dijela Zernikeovih polinoma
(primjer za q=10, p∈[10,20]).

2. 3. 5. Fourier – Mellinovi momenti

Cirkularni Fourierovi i radijalni Mellinovi momenti funkcije slike *f(r,θ)* u polarnom sustavu definirani su izrazom

$$F_{pq} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} r^p f(r,\theta) e^{-iq\theta} r dr d\theta \tag{2.27}$$

pri čemu je $q \in \mathrm{Z}$ cirkularni harmonijski red, a $p \in \mathrm{N}_0$ red Mellinovog radijalnog transformata. Uvodi se polinom

$$Q_p(r) = \sum_{k=0}^{p} \alpha_{pk} r^k \tag{2.28}$$

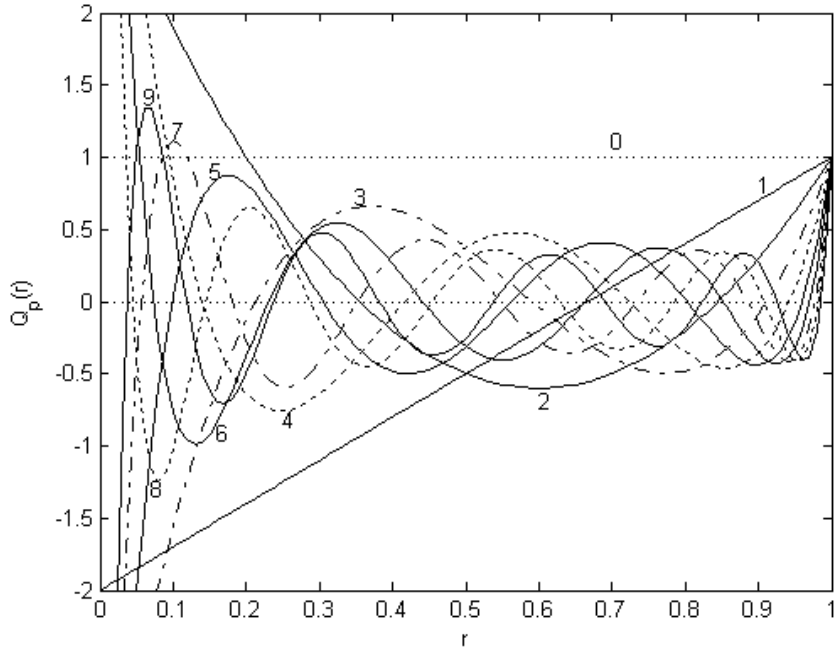
gdje je

$$\alpha_{pk} = (-1)^{p+k} \frac{(p+k+1)!}{(p-k)!\,k!\,(k+1)!}. \tag{2.29}$$

Ovaj skup polinoma udovoljava uvjetu ortogonalnosti oblika

$$\int_0^1 Q_p(r) Q_q(r) r dr = \frac{1}{2(p+1)} \delta_{pq}. \tag{2.30}$$

Ponašanje prvih deset polinoma $Q_p(r)$ prikazano je na sl. 12.



Sl. 12. Prvih deset radijalnih polinoma $Q_p(r)$.

Fourier – Mellinova funkcija p – tog reda i q – tog stupnja $U_{pq}(x,y)$ u polarnom koordinatnom sustavu (r,θ) definirana je s

$$U_{pq}(r,\theta) = Q_p(r)e^{-iq\theta}, \tag{2.31}$$

a pripadni Fourier – Mellinovi momenti izrazom

$$FM_{pq} = \frac{p+1}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^1 f(r,\theta)U_{pq}(r,\theta)rdrd\theta\,. \tag{2.32}$$

Takvom konstrukcijom Fourier – Mellinovi momenti prirodno nasljeđuju svojstvo ortogonalnosti svojih funkcija baze.

Diskretna verzija ovih momenata koja se uobičajeno rabi u praktičnim primjenama je oblika:

$$FM_{pq} = \frac{p+1}{\pi}\sum_x\sum_y f(x,y)Q_p(r)e^{-ip\theta}\Delta x\Delta y \tag{2.33}$$

uz uvjet

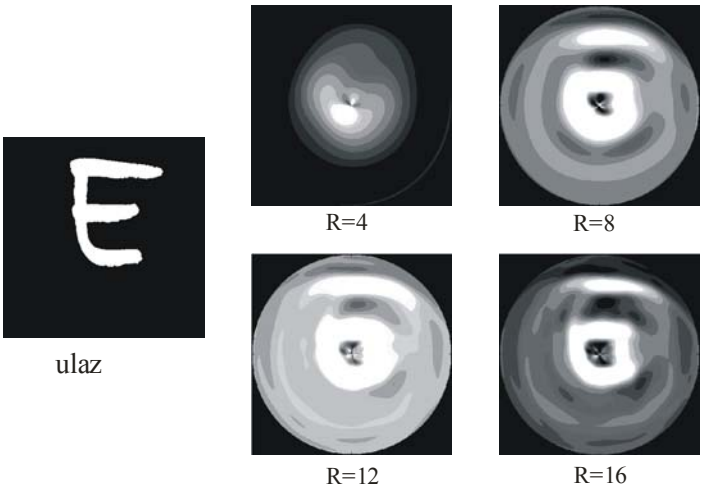
$$x^2 + y^2 \le 1 \tag{2.34}$$

$$x = \cos\theta, y = \sin\theta\,. \tag{2.35}$$

Računski postupak kojim se postiže invarijantnost na skalu i translaciju analogan je onome ranije opisanom za slučaj rada sa Zernikeovim momentima, a rekonstrukcijska relacija glasi

$$\hat{f}(r,\theta) \approx \sum_{p=0}^{N} \sum_{q=-M}^{M} FM_{pq} Q_p(r) e^{iq\theta}. \tag{2.36}$$

Pokazano je da Fourier – Mellinovi momenti omogućuju znatno bolji opis relativno malih ulaznih signala od Zernikeovih momenata[56]. Budući da su nultočke radijalnog polinoma Fourier – Mellinovih momenata ravnomjernije raspoređene (usp. sl. 11. i 12.), za jednako kvalitetnu rekonstrukcije slike potrebno računati niži red nego pri korištenju Zernikeovih momenata[28]. Primjer rekonstrukcije binarnog ulaza dan je na sl. 13. Uz povećanje reda momenata općenito se povećava i osjetljivost na šum, ali pokazano je da su ovi momenti znatno robusniji na veću varijabilnost kvalitete ulaznih slika[76,77]. To ih svojstvo čini naročito korisnima pri rješavanju problema raspoznavanja i klasifikacije lica[78,79].



Sl. 13. Rekonstrukcija binarnog ulaza korištenjem Fourier – Mellinovih momenata za različite redove u razvoju.

2. 3. 6. Fourier – Jacobijevi momenti

Jezgra Fourier – Jacobijevih momenata u polarnom koordinatnom sustavu sastoji se od dva separabilna dijela: radijalni je dio Jacobijev polinom $J_p(\alpha,\beta,r)$, a angularni Fourierov eksponent, tj. oblika je

$$P_{pq}(r,\theta) = J_p(\alpha,\beta,r) e^{iq\theta} \tag{2.37}$$

gdje je p označava radijalni, a q harmonijski red, a α i β su realni parametri koji definiraju određeni tip Jacobijevih radijalnih polinoma. Kompleksne funkcije $P_{pq}(r,\theta)$ zadovoljavaju uvjet ortogonalnosti

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1 P_{ij}(r,\theta)P_{kl}(r,\theta)rdrd\theta = \delta_{ik}\delta_{jl} \tag{2.38}$$

unutar jedinične kružnice. Radijalne funkcije $J_p(\alpha,\beta,r)$ također su ortogonalne u intervalu $0 \le r \le 1$, tj. vrijedi

$$\int_0^1 J_j(\alpha,\beta,r)J_k(\alpha,\beta,r)rdr = \delta_{jk}\ . \tag{2.39}$$

Jacobijevi polinomi $G_p(\alpha,\beta,r)$ definirani su izrazom

$$G_p(\alpha,\beta,r) = \frac{p!(\beta-1)!}{(\alpha+p-1)!}\sum_{i=0}^{n}(-1)^i\frac{(\alpha+p+i-1)!}{(p-i)!i!(\beta+i-1)!}r^i \tag{2.40}$$

i zadovoljavaju uvijet ortogonalnosti

$$\int_0^1 G_p(\alpha,\beta,r)G_q(\alpha,\beta,r)w(\alpha,\beta,r)dr = b_p(\alpha,\beta)\delta_{pq}(\alpha,\beta) \tag{2.41}$$

uz težinsku funkciju

$$w(\alpha,\beta,r) = (1-r)^{\alpha-\beta}r^{\beta-1}, \tag{2.42}$$

pri čemu vrijedi $\alpha > \beta - 1$ i $\beta > 0$, te konstantu normalizacije

$$b_p(\alpha,\beta) = \frac{p!\left[(\beta-1)!\right]^2(\alpha-\beta+p)!}{(\beta+p-1)!(\alpha+p-1)!(\alpha+2p)!}. \tag{2.43}$$

Ukoliko se usporede izrazi (2.36) i (2.38), moguće je konstruirati radijalni dio funkcije u obliku

$$J_p(\alpha,\beta,r) = \sqrt{\frac{w(\alpha,\beta,r)}{b_p(\alpha,\beta,r)}}G_p(\alpha,\beta,r). \tag{2.44}$$

Za različite vrijednosti parametara α i β generiraju se različiti tipovi Jacobijevih radijalnih polinoma:

1. $\alpha = \beta = 2$

$$J_p(2,2,r) = (-1)^p\sum_{i=0}^{p}(-1)^i\frac{(p+i+1)!}{(p-i)!i!(i+1)!}r^i \tag{2.45}$$

2. $\alpha = 3,\ \beta = 2$

$$J_p(3,2,r) = (-1)^p \sqrt{\frac{(1-r)(2p+3)}{(p+1)(p+2)}} \sum_{i=0}^{p} (-1)^i \frac{(p+i+2)!}{(p-i)!i!(i+1)!} r^i \tag{2.46}$$

3. $\alpha = \beta = 3$

$$J_p(3,3,r) = (-1)^p \sqrt{(2p+3)r} \sum_{i=0}^{p} (-1)^i \frac{(p+i+1)!}{(p-i)!i!(i+2)!} r^i \tag{2.47}$$

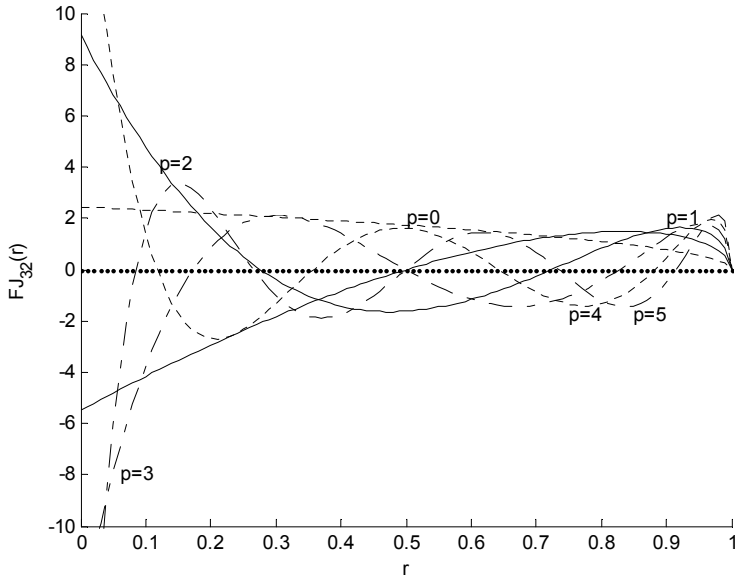
4. $\alpha = 4,\ \beta = 3$

$$J_p(4,3,r) = (-1)^p \sqrt{\frac{2r(1-r)(p+2)}{(p+1)(p+3)}} \sum_{i=0}^{p} (-1)^i \frac{(p+i+3)!}{(p-i)!i!(i+2)!} \tag{2.48}$$

Naposlijetku, Fourier – Jacobijevi momenti A_{pq} definirani su s

$$A_{pq} = \int_0^{2\pi} \int_0^1 f(r,\theta) P_{pq}^*(r,\theta) r dr d\theta \,. \tag{2.49}$$

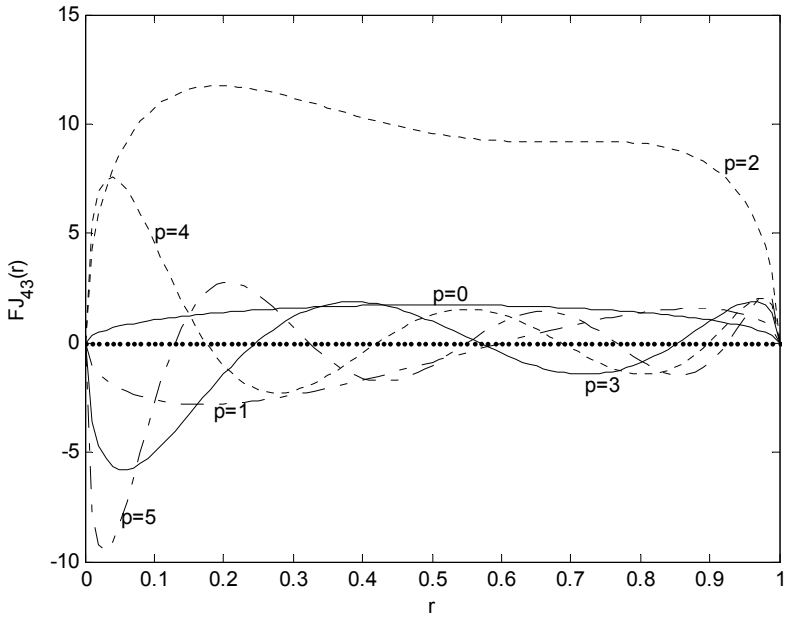
Slike 14. do 16. prikazuju ponašanje nižih redova radijalnih funkcija $J_p(\alpha, \beta, r)$ u intervalu [0,1] za neke parove vrijednosti parametara α i β. Očito je da su nultočke ravnomjerno raspoređene u tom intervalu bez obzira na tip radijalne funkcije, no jako je različito njihovo ponašanje u blizini ishodišta. Za male vrijednosti r neke od njih divergiraju što je svojstvo koje nepovoljno utječe na kvalitetu rekonstrukcije slike.



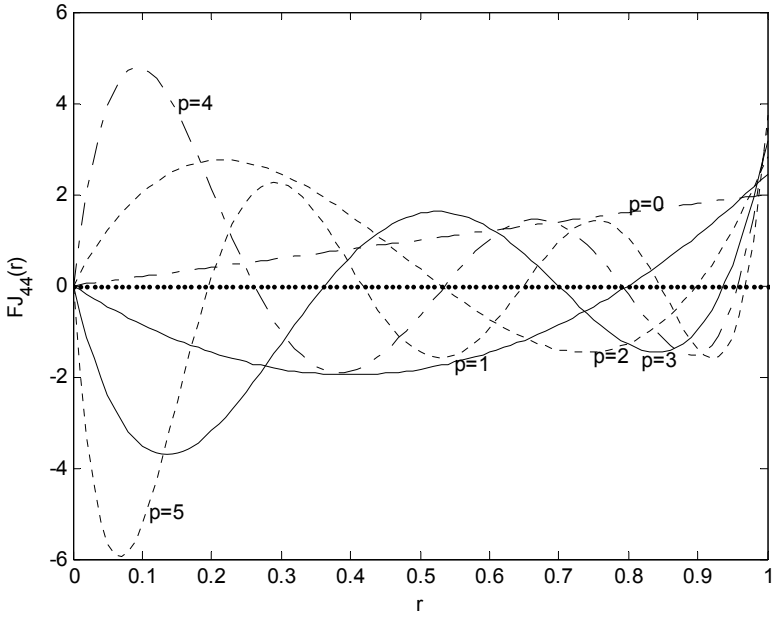
Sl. 14. Ponašanje prvih nekoliko radijalnih Fourier – Jacobijevih polinoma za α=3, β=2.

Bolju rekonstrukciju koja brzo i za niže redove konvergira ulazu daju oni Fourier – Jacobijevi momenti čija radijalna funkcija u okolini ishodišta poprima niže vrijednosti (sl. 17.).

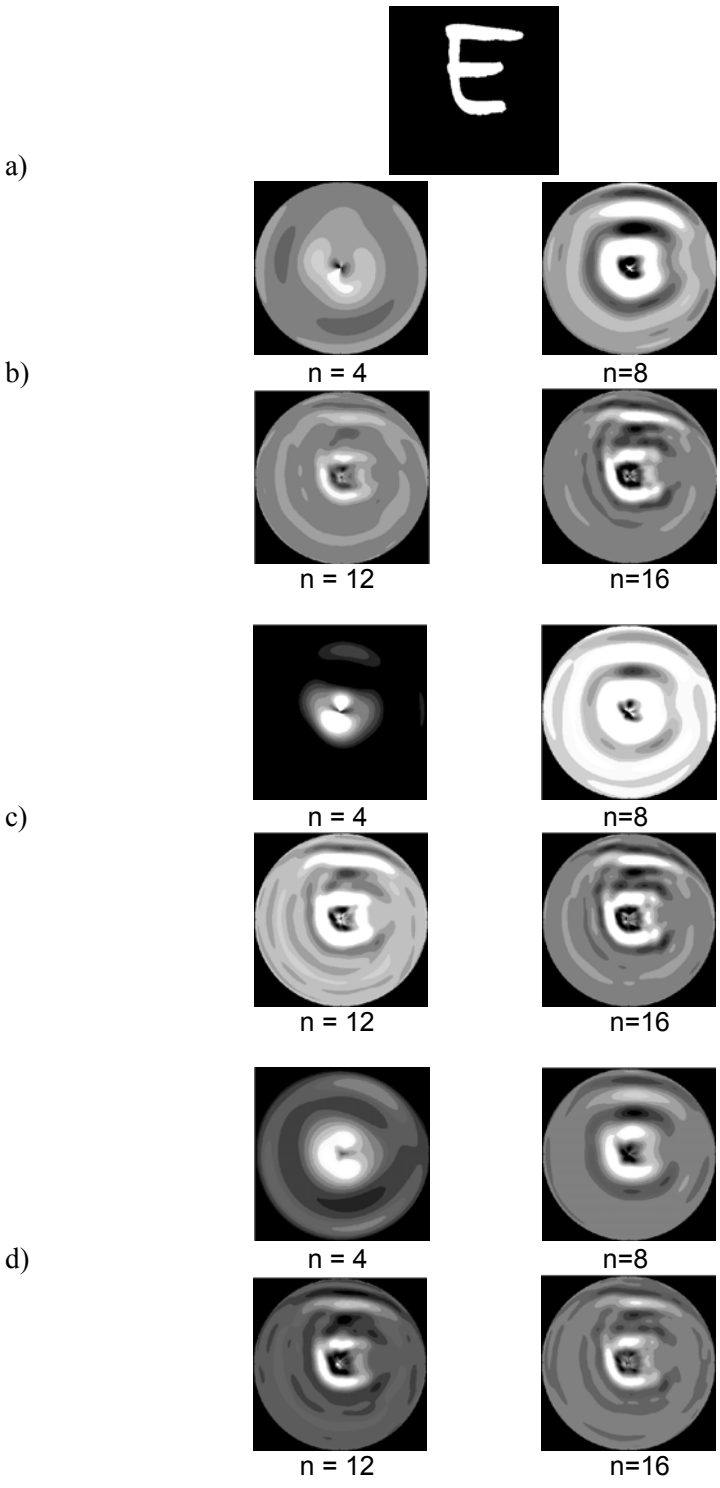
Budući da ih nije jednostavno računalno implementirati, rijetko se koriste u praksi, osim kao poredbena metoda pri klasifikaciji slova[80,81]. Pokazano je da su najotporniji na šum od svih dosad opisanih momenata slike[82].



Sl. 15. Ponašanje prvih nekoliko radijalnih Fourier – Jacobijevih polinoma za α=4, β=3 (radijalni dio pseudo – Jacobijevih momenata).



Sl. 16. Ponašanje prvih nekoliko radijalnih Fourier – Jacobijevih polinoma za α=4, β=4.



Sl. 17. Rekonstrukcija ulaza a) za različite maksimalne redove Fourier – Jacobijevih momenata uz b) α=3, β=2, c) α=4, β=3 te d) α=4, β=4.

3. Invarijante momenata slike

3. 1. Huove invarijante

Invarijante na grupu transformacija sličnosti prve su invarijante koje su preporučene u literaturi kao rješenje problema odabira bitnih svojstava kod klasifikacije objekata neovisno o njihovom položaju, prije svega zbog jednostavnosti primjene. Centralni momenti koji se računaju u koordinatnom sustavu s ishodištem u centru mase slike translacijski su invarijantni. Normalizacijom ulaza na osnovnu veličinu dobivaju se invarijante na skalu, tako da kao jedini netrivijalni problem preostaje pronalaženje rotacijskih invarijanti.

Problem je riješio M. K. Hu izvodom sedam rotacijskih invarijanti iz prva tri reda normaliziranih i skaliranih geometrijskih momenata danih s (2.8)[18]:

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \hat{m}_{20} + \hat{m}_{02} \\
I_2 &= \left(\hat{m}_{20} - \hat{m}_{02}\right)^2 + 4\hat{m}_{11}^{\,2} \\
I_3 &= \left(\hat{m}_{30} - 3\hat{m}_{12}\right)^2 + \left(3\hat{m}_{21} - \hat{m}_{03}\right)^2 \\
I_4 &= \left(\hat{m}_{30} + \hat{m}_{12}\right)^2 + \left(\hat{m}_{21} + \hat{m}_{03}\right)^2 \\
I_5 &= \left(\hat{m}_{30} - 3\hat{m}_{12}\right)\left(\hat{m}_{30} + \hat{m}_{12}\right)\left[\left(\hat{m}_{30} + \hat{m}_{12}\right)^2 - 3\left(\hat{m}_{21} + \hat{m}_{03}\right)^2\right] + \left(3\hat{m}_{21} - \hat{m}_{03}\right)\left(\hat{m}_{21} + \hat{m}_{03}\right)\left[3\left(\hat{m}_{30} + \hat{m}_{12}\right)^2 - \left(\hat{m}_{21} + \hat{m}_{03}\right)^2\right] \\
I_6 &= \left(\hat{m}_{20} - \hat{m}_{02}\right)\left[\left(\hat{m}_{30} + \hat{m}_{12}\right)^2 - \left(\hat{m}_{21} + \hat{m}_{03}\right)^2\right] + 4\hat{m}_{11}\left(\hat{m}_{30} + \hat{m}_{12}\right)\left(\hat{m}_{21} + \hat{m}_{03}\right) \\
I_7 &= \left(3\hat{m}_{21} - \hat{m}_{03}\right)\left(\hat{m}_{30} + \hat{m}_{12}\right)\left[\left(\hat{m}_{30} + \hat{m}_{12}\right)^2 - 3\left(\hat{m}_{21} + \hat{m}_{03}\right)^2\right] - \left(\hat{m}_{30} - 3\hat{m}_{12}\right)\left(\hat{m}_{21} + \hat{m}_{03}\right)\left[3\left(\hat{m}_{30} + \hat{m}_{12}\right)^2 - \left(\hat{m}_{21} + \hat{m}_{03}\right)^2\right]
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

Unatoč brojnim nedostacima, Huove invarijante nisu zahtjevne za implementaciju i stoga se često koriste kao osnovni skup karakterističnih svojstava pri rješavanju raznih problema raspoznavanja uzoraka, od primjene u medicini[93], preko raspoznavanja slova i pisma[94–96], objekata za orijentaciju robota[97], raznih tipova čestica[98-100], identifikacije osoba prema šarenici oka[101] do analize satelitskih snimaka[6]. Slabost im je nemogućnost generalizacije postupka izvođenja invarijantnog skupa, tj. nije moguće analogno izvesti invarijante iz viših redova momenata, kao ni invarijante na općenitiji skup transformacija. Također je utvrđeno da Huov skup ne ispunjava osnovni zahtjev neovisnosti i kompletnosti[102] te je predložena shema konstrukcije modificirane Huove invarijantne baze korištenjem kompleksnih momenata slike definiranih izrazom (2.11).[103] Pokazano je da se Huov skup može generalizirati i za slučaj trodimenzionalnog ulaza.[104]

3.2. Afine invarijante

U praktičnim primjenama često se pojavljuje potreba raspoznavanja i klasifikacije objekata koji nisu deformirani samo jednostavnim geometrijskim operacijama translacije,

rotacije i promjene skale, već općenitom afinom deformacijom. Afina transformacija po definiciji je opća linearna transformacija koja u parametarskom obliku glasi

$$\begin{aligned} u &= a_0 + a_1 x + a_2 y \\ v &= b_0 + b_1 x + b_2 y \end{aligned}, \tag{3.2}$$

a uključuje horizontalne i vertikalne translacije (sl. 18. (a)),

$$\begin{aligned} u &= x + \alpha \qquad u = x \\ v &= y \qquad\quad\; v = y + \beta \end{aligned} \tag{3.3}$$

promjenu skale (sl. 18. (b)),

$$\begin{aligned} u &= \omega x \\ v &= \omega y \end{aligned}, \tag{3.4}$$

rastezanje (sl. 18. (c)),

$$\begin{aligned} u &= \delta x \\ v &= \frac{1}{\delta} y \end{aligned}, \tag{3.5}$$

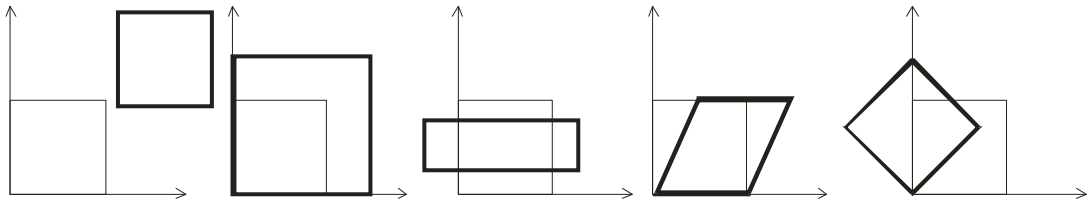
horizontalno i vertikalno naginjanje (sl. 18. (d)),

$$\begin{aligned} u &= x + ty \qquad u = x \\ v &= y \qquad\quad\; v = t'x + y \end{aligned}, \tag{3.6}$$

rotaciju (sl. 18. (e)),

$$\begin{aligned} u &= x\cos\theta - y\sin\theta \\ v &= x\sin\theta + y\cos\theta \end{aligned} \tag{3.7}$$

te sve njihove kombinacije.



Sl. 18. Osnovne komponente afine transformacije: (a) translacija, (b) promjena skale, (c) rastezanje, (d) naginjanje, (e) rotacija.

Nekoliko je mogućih načina izvoda skupa afinih invarijanti. Najjednostavnije je izvesti prvih nekoliko članova skupa primjenom teorije algebarskih invarijanti, što je prvi, s pogreškom u izvodu, pokušao Hu[18]. Flusser i Suk došli su do skupa prvih šest afinih invarijanti uz primjenu na skup slova, no bez diskusije njihove međuovisnosti[6]. Primjena teorije grafova omogućila je definiciju općenite metode za izvođenje skupa proizvoljnog

broja afinih invarijanti[33,105], te je utvrđeno da samo mali dio skupa sadrži nezavisnu informaciju[106,107], a to je veliki problem u slučaju ulaza koji sadrže veću količinu šuma. Normalizacijom afinih invarijanti moguće je relativno lako definirati kompletnu i neovisnu bazu, no zbog samog načina konstrukcije ona je neuporabljiva za objekte koji posjeduju bilo kakvu simetriju[107]. Skup prvih šest afinih invarijanti definiran je izrazima:

$$
\begin{aligned}
I_1 &= \frac{m'_{20}\, m'_{02} - m'^{\,2}_{11}}{m'^{\,4}_{00}} \\
I_2 &= \frac{m'^{\,2}_{30}\, m'^{\,2}_{03} - 6m'_{30}\, m'_{21}\, m'_{12}\, m'_{03} + 4m'_{30}\, m'^{\,3}_{12} + 4m'^{\,3}_{21}\, m'_{30} - 3m'^{\,2}_{21}\, m'^{\,2}_{12}}{m'^{\,10}_{00}} \\
I_3 &= \frac{m'_{20}\left(m'_{21}\, m'_{03} - m'^{\,2}_{12}\right) - m'_{11}\left(m'_{30}\, m'_{03} - m'_{21}\, m'_{12}\right) + m'_{02}\left(m'_{30}\, m'_{12} - m'^{\,2}_{21}\right)}{m'^{\,7}_{00}} \\
I_4 &= m'^{2}_{20}(6m'_{11}\, m'_{12}\, m'_{03} - 3m'_{02}\, m'_{12} - m'_{20}\, m'^{2}_{03}) - 6m'_{20}\, m'^{2}_{11}(m'^{2}_{12} + m'_{21}\, m'_{03}) \\
&+ 3m'_{20}\, m'_{02}\, m'_{21}(4m'_{11}\, m'_{12} - m'_{02}\, m'_{21}) + 2m'^{2}_{11}(m'_{11}\, m'_{30}\, m'_{03} + 3m'_{11}\, m'_{21}\, m'_{12} \qquad (3.8) \\
&- 3m'_{02}\, m'_{30}\, m'_{12} - 3m'_{02}\, m'^{2}_{21}) + m'_{02}\, m'_{30}(6m'_{11}\, m'_{02}\, m'_{21} - m'^{2}_{02}\, m'_{30}) / m'^{11}_{00} \\
I_5 &= (m'_{40}\, m'_{04} - 4m'_{31}\, m'_{13} + 3m'_{22}) / m'^{6}_{00} \\
I_6 &= (m'_{40}\, m'_{04}\, m'_{22} + 2m'_{31}\, m'_{22}\, m'_{13} - m'_{40}\, m'^{2}_{13} - m'_{04}\, m'^{2}_{31} - 3m'^{3}_{22}) / m'^{9}_{00}
\end{aligned}
$$

gdje su m'_{ij} centralni momenti iz izraza (2.7). Definiranjem općeg oblika funkcije izvodnice za invarijantni polinom moguće je doći do baze afinih invarijanti za bilo koji oblik ulaza, ali cijeli je postupak vremenski zahtjevan te je proveden samo za navedeni najjednostavniji invarijantni skup[108]. Unatoč znatno boljim svojstvima, zbog takvih problema s izvođenjem većeg broja nezavisnih afinih invarijanti, u primjeni nisu dostigle popularnost Huovog skupa, a uglavnom su provjerene na uspješnoj klasifikaciji deformiranih slova[33,106,109], satelitskih snimaka[6] te ključnih objekata u okolini s potencijalnom primjenom pri navigaciji robota[110].

3. 3. Invarijante na zamućenje

Jedan od problema kod raspoznavanja objekata sa slike koja predočuje realnu scenu je potreba rekonstrukcije originalne scene koja je loše zabilježena i pritom radiometrijski degradirana, npr. zbog aberacije leća, difrakcije, pogrešnog fokusa, zračnih turbulencija ili pomakom samog objekta za vrijeme trajanja snimanja. Za slučaj najčešće, simetrične degradacije slike ovog tipa koja se uglavnom javlja zbog krivo podešenog fokusa, izvedene su odgovarajuće invarijante kao funkcije centralnih geometrijskih momenata definiranih s (2.4)[111]. Zahtjev simetričnosti na degradaciju odnosi se na simetriju prema obje osi i dijagonali, kao i sačuvanje energije sustava. Ovi su uvjeti trivijalno zadovoljeni

za momente m'_{00}, m'_{11}, $m'_{20} - m'_{02}$, m'_{12}, m'_{21}, m'_{03} i m'_{30} iz izraza (2.7). Invarijante reda $n > 3$ izvode se slijedećim algoritmom:[108]

a) za m'_{pq} je bilo koji centralni moment, $p + q > 1$ i $K \equiv \left[\frac{p+q-4}{2}\right]^*$, def.

$$I_0 = m'_{pq} - m'_{qp}\text{, za } p \neq q\text{, } p \text{ i } q \text{ parni, odn.}$$

$$I_0 = m'_{pq}\text{, za } p \text{ ili } q \text{ neparni}$$

Za slučaj kada je $p = q$ paran broj, pripadna invarijanta nije definirana.

b) za $n \in [0, K]$ def.

$$I_{n+1} = I_n - \frac{1}{m'_{00}} \sum_{i=1}^{s_n} F_i(m') m'_{a_i b_i}\text{, uz } a_i + b_i = 2(K - n + 1), \forall i = 1, \ldots s_n\text{,}$$

gdje su $F_1(m'), \ldots, F_{s_n}(m')$ funkcije centralnih momenata slike s kojom se konkretni ulaz uspoređuje, a $m'_{a_i b_i}$ centralni momenti najvišeg promatranog reda za taj ulaz;

c) invarijanta $B(p,q)$ definirana je s:

$$B(p,q) = I_{K+1}\text{.}$$

Za ovako definirani invarijantni skup vrijedi rekurzijska relacija[112]:

$$B(p,q) = m'_{pq} - \alpha m'_{pq} - \frac{1}{m'_{00}} \sum_{n=0}^{K} \sum_{i=m_1}^{m_2} \binom{p}{t-2i} \binom{q}{2i} B(p - t + 2i, q - 2i) m'_{t-2i,2i} \qquad (3.9)$$

gdje su

$$t = 2(K - n + 1),$$

$$m_1 = \max\left(0, \left[(t - p + 1)/2\right]\right),$$

$$m_2 = \min\left(t/2, \left[q/2\right]\right),$$

$$\alpha = \begin{cases} 1, p \text{ i } q \text{ parni} \\ 0, p \text{ ili } q \text{ neparni} \end{cases}$$

Na taj je način moguće izraziti svaki red invarijanti u eksplicitnoj formi. Skup invarijanti četvrtog reda čine:

$$B(1,3) = m'_{13} - \frac{3m'_{02}m'_{11}}{m'_{00}}$$

$$B(3,1) = m'_{31} - \frac{3m'_{20}m'_{11}}{m'_{00}}$$

$$B(4,0) = m'_{40} - m'_{04} - \frac{6m'_{20}(m'_{20} - m'_{02})}{m'_{00}}$$

* [x] je cjelobrojni dio x

$$B(3,2) = m'_{32} - \frac{3m'_{12}m'_{20} + m'_{30}m'_{02}}{m'_{00}} \tag{3.10}$$

$$B(2,3) = m'_{23} - \frac{3m'_{21}m'_{02} + m'_{03}m'_{20}}{m'_{00}}$$

$$B(4,1) = m'_{41} - \frac{6m'_{21}m'_{20}}{m'_{00}}$$

$$B(1,4) = m'_{14} - \frac{6m'_{12}m'_{02}}{m'_{00}}$$

$$B(0,5) = m'_{05} - \frac{10m'_{03}m'_{02}}{m'_{0}}$$

$$B(5,0) = m'_{50} - \frac{10m'_{30}m'_{20}}{m'_{00}}$$

Za praktičnu primjenu invarijante treba normalizirati kako ne bi ovisile o kontrastu slike, te kako bi imale jednaku težinu pogodnu za međusobnu usporedbu, tako da se koriste u obliku:

$$B'(p,q) = \frac{B(p,q)}{m'_{00}(N/2)^{p+q}}, \tag{3.11}$$

gdje je N veličina ulazne slike.

Ukoliko osjetljivost na kontrast nije ključna u zadanom problemu, drugačijom normalizacijom moguće je dobiti invarijantni skup koji ne ovisi o skali ulaza:

$$B''(p,q) = \frac{B(p,q)}{m_{00}^{(p+q+2)/2}}. \tag{3.12}$$

Ovako generiran skup karakterističnih svojstava prilično je otporan na razne tipove šuma, no pokazano je da najbolje rezultate daje u slučajevima kada je pozadina ulaza dovoljno slična pozadini odgovarajuće slike u bazi za uspoređivanje[113].

4. Klasifikacija

Važan korak u primjenama metoda raspoznavanja uzoraka je klasifikacija ulaza, tj. raspoređivanje ulaznih objekata u odgovarajuće klase. Neovisno o klasifikacijskoj metodi koja se koristi, cilj je što veće smanjenje utjecaja varijabilnosti uzoraka unutar klase, uz istodobno maksimalno povećanje udaljenosti različitih klasa kako bi se različiti uzorci razgraničili što učinkovitije.

Metoda klasifikacije koja je primjerena ovom tipu problema temelji se na usporedbi određenih statističkih mjera, a može biti parametarska ili neparametarska. Ukoliko se *a priori* pretpostavlja da uzorci imaju određenu funkcijsku raspodjelu i ispunjavaju pretpostavku o međusobnoj neovisnosti karakterističnih svojstava, upotrebljava se parametarski klasifikator, najčešće jednostavni Bayesov[114,115]. Neparametarski klasifikator ne pretpostavlja funkcijsku raspodjelu uzoraka, a najčešći mu je oblik neka vrsta potrage za najbližim susjedom.

Jedna od mogućih metoda je normalizacija slike na standardni oblik, no u problematici raspoznavanja realnih ulaza to je često loše definirani problem i rijetko je primjenjiv u praksi[6]. Pri uporabi algoritama koji uključuju izračun skupa momenata slike u pravilu se radi usporedba odgovarajućih karakterističnih veličina referentne slike, bilo momenata ili iz njih izvedenih invarijanti, s onima za sliku nepoznatog objekta. Odabrani parametri time postaju komponente svojstvenog vektora. Svojstveni se vektor ulazne slike koju je cilj odgovarajuće klasificirati uspoređuje s referentnim vektorima koji su predstavnici mogućih klasa objekta kako bi se utvrdilo kojoj je standardnoj klasi nepoznati objekt moguće pridružiti.

Pri odabiru svojstvenog vektora trebalo bi u obzir uzeti slijedeće zahtjeve:

1. količinu sadržane informacije koja je određena brojem ili redom momenata koji su potrebni kako bi se adekvatno i jednoznačno karakterizirao ulazni objekt;
2. robusnost, tj. otpornost komponenata vektora na šum, ali i diskontinuitete u prostornoj raspodjeli signala ili raspodjeli intenziteta koje su posljedica nesavršenih uvjeta snimanja;
3. redundantnost informacije, tj. sposobnost komponenti vektora da karakterizira međusobno neovisna svojstva slike kako bi se na minimum svela višestruko spremljena informacija.

Momenti različitih redova gotovo u pravilu poprimaju vrijednosti koji se razlikuju po nekoliko redova veličine, te samim tim neki od njih svojim iznosima nužno dominiraju izravno izračunatim skupom. Stoga je potrebna normalizacija promatranog skupa kako bi se svi doprinosi inicijalno uravnotežili. Momenti viših redova osjetljiviji su na šum i

numeričke pogreške uzrokovane načinom kvantizacije domene što može dovesti do pojave nepostojećih efekata pri obradi rezultata. Ukoliko su definirani na ortogonalnoj bazi, osjetljivost na šum je znatno smanjena a pritom sadrže značajniju količinu originalne informacije već pri nižim redovima.

Upotreba svojstvenog vektora kao klasifikatora koji se temelji na traženju najmanje udaljenosti podrazumijeva računanje razlika ulaznog signala spram vrijednosti istih parametara za poznate klase. Svojstveni vektor *k*–te slike sačinjen od *n* komponenata dan je izrazom:

$$V^{(k)} = \left\{ v_1^{(k)}, v_2^{(k)}, ..., v_n^{(k)} \right\}. \tag{4.1}$$

Skup svojstvenih vektora $\{V^{(k)}\}$ koji karakteriziraju referentne slike razapinju prostor mogućih klasa jednoj od kojih treba pridijeliti svojstveni vektor nepoznatog ulaza

$$V^{'} = \left\{ v_1^{'}, v_2^{'}, ..., v_n^{'} \right\}. \tag{4.2}$$

kojoj je po svojim vrijednostima najbliži, tj.

$$d(V^{'}, \left\{ V^{(k)} \right\}) = \min_k (d(V^{'}, V^{(k)})) \tag{4.3}$$

gdje je *d* mjera udaljenosti.

Najčešće korištena mjera ovoga tipa je euklidska udaljenost:

$$d(V^{'}, V^{(k)}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \rho_i (v_i^{'} - v_i^{(k)})^2}\ , \tag{4.4}$$

gdje je ρ_i parametar kojim se uravnotežuju doprinosi različitog reda veličine uobičajenog oblika

$$\rho_i = \frac{1}{\overline{\sigma_i}}. \tag{4.5}$$

Pritom je $\overline{\sigma_i}$ standardna devijacija između klasa:

$$\overline{\sigma_i}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \left(v_{ij}^{(k)} - \overline{v_{ij}} \right)^2}{n}, \tag{4.6}$$

a $\overline{v_{ij}}$ srednja vrijednost parametra dana s

$$\overline{v_j} = \frac{\sum_{i=1}^{n} v_{ij}}{n}. \tag{4.7}$$

Iz svega proizlazi da jako varijabilno svojstvo karakterizira velika standardna devijacija te mu se posljedično pridjeljuje manja težina pri klasifikaciji i obrnuto.

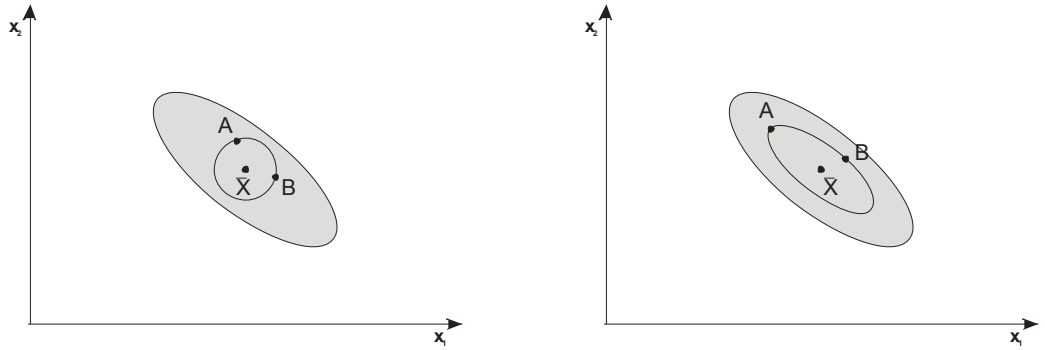
Kao mjera sličnosti pri rješavanju ovog tipa problema ponekad se rabi i tzv. Canberra udaljenost[116]:

$$d(V^{'},V^{(k)}) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left|v_i^{'} - v_i^{(k)}\right|}{\sum_{i=1}^{n}\left|v_i^{'} + v_i^{(k)}\right|}, \tag{4.8}$$

U slučaju postojanja očekivanja da je područje iz kojeg vrijednosti parametara nepoznatog objekta teže k onima koji karakteriziraju njegovu pripadnu klasu elongiranog oblika, za primjenu se preporučuje[38] Mahalanobisova udaljenost koja je definirana slijedećim izrazom[117]:

$$d(V^{'},V^{(k)}) = \sum_{i=1}^{n}\sqrt{\frac{\bar{v}_i^{'} - \bar{v}_i^{(k)}}{\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{v}_i^{'} - \bar{v}_i^{(k)}\right)}} \tag{4.9}$$

gdje su $\bar{v}_i^{'}$ i $\bar{v}_i^{k}$ dani izrazom (4.7). Ukoliko je takva pretpostavka o izgledu područja konvergencije k srednjoj vrijednosti za određenu klasu pogrešna, izraz (4.9) prelazi u definiciju euklidske udaljenosti dane s (4.4). Na slici 19. shematski je prikazan princip nalaženja euklidske i Mahalanobisove udaljenosti dviju točaka.



(a) (b)

Sl. 19. Prikaz točaka A i B koje su jednako udaljene od srednje vrijednosti određene varijable u (a) euklidskom i (b) Mahalanobisovom smislu. Sivom je bojom označeno područje domene promatrane varijable.

U nekim slučajevima najbolje rezultate klasifikacije[118] daje korištenje kritične vrijednosti dobivene izračunom normalizirane kovarijance dane izrazom:

$$R(V^{'},V^{(k)}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^{'} v_i^{(k)}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} v_j^{'2} \sum_{l=1}^{n} v_l^{(k)2}}}. \qquad (4.10)$$

U tom se slučaju nepoznati ulaz V' pridjeljuje onoj klasi svojstvenog vektora $V^{(k)}$ za koju je vrijednost izraza (4.10) najveća. Kao i u slučaju korištenja mjere euklidske udaljenosti, efikasnost klasifikatora povećava se uvođenjem težinske funkcije:

$$R(V^{'},V^{(k)}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \rho_i v_i^{'} v_i^{(k)}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} \rho_j v_j^{'2} \sum_{l=1}^{n} \rho_l v_l^{(k)2}}} \qquad (4.11),$$

pri čemu je ρ_i isti kao u (4.5). Na taj se način veća težina daje doprinosima pouzdanijih karakterističnih svojstava ulaza.

U slučaju potrebe raspoznavanja i klasifikacije znakova i slova jednim od boljih klasifikatora pokazala se funkcija cijene diskriminacije (*discrimination cost*) definirana slijedećim izrazom[119]:

$$d(V^{'},V^{(k)}) = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\max(v_i^{'}, v_i^{(k)})}{\min(v_i^{'}, v_i^{(k)})} - 1 \right)^2, \qquad (4.12)$$

U ovom se slučaju nepoznati vektor V' pridjeljuje onoj klasi onog vektora $V^{(k)}$ za koju je gornja vrijednost najmanja. Budući da u izračunu pojavljuju samo omjeri komponenata svojstvenih vektora, zaobilazi se potreba korištenja težinskih funkcija.

U praktičnim primjenama, pri rješavanju većine problema raspoznavanja uzoraka generira se puno više kandidata za komponente svojstvenog vektora nego što je to stvarno nužno. Pokazano je da uključivanje nebitnih ili nekoreliranih karakterističnih svojstava ponekad može znatno smanjiti uspješnost klasifikatora[120]. Kako bi se taj potencijalni problem uklonio, koriste se tehnike odabira karakterističnih svojstava od kojih su najpopularnije analiza diskriminanti i analiza glavnih komponenti (engl. *principal component analysis* – PCA). Pomoću njih identificiraju se odgovarajuća karakteristična svojstva a uklanjaju ona manje bitna ili nebitna za promatrani problem čime je omogućena temeljitija analiza i klasifikacija ulaza[121-124]. S druge strane, postupak je nužno vezan uz promatrani skup nepoznatih ulaznih objekata i pripadnih klasa te se za svaku promjenu tih skupova mora nanovo provesti.

5. Vektori osjetljivosti

5. 1. Utjecaj veličine ulazne slike

Izračun skupa momenata slike vremenski je zahtjevan, a samo trajanje računa ovisi o tipu momenata, o redu do kojeg ih je potrebno računati, ali i o veličini ulazne slike. Pri definiranju vektora osjetljivosti prvo se u obzir uzimaju momenti nižih redova. U slučaju da se tim skupom ne može zadovoljavajuće riješiti problem, po potrebi se uključuju i viši redovi u razvoju. Preostaje riješiti problem nalaženja optimalne veličine ulaza koja bi osigurala očuvanje svih relevantnih detalja, ne bi utjecala na ponašanje pripadnog skupa momenata, ali da pritom sam proces računanja ne traje predugo. Kako bi se provjerila ovisnost o skaliranju i rotaciji, korištene su ulazne slike veličine 90x90, 150x150, 400x400 i 600x600 piksela*. Objekt je bio standard odabran iz MPEG 7[125] baze sivih slika veličine 600x600 piksela i prikazan je na slici 20. Potpun skup ulaza čine slike objekta skaliranog na 10 – 90% veličine originalnoga u koracima od 10%, te rotiranim za 5 do 355 stupnjeva u koracima od 5°. Skup momenata određenog tipa izračunan je do zaključno $p = 6$. Budući da iznos momenata naglo raste ne samo s porastom računatog reda u razvoju, već jako varira i za momente istog reda, za svaki red i veličinu ulaza provedeno je odgovarajuće skaliranje kako bi ih se moglo prikazati na istom grafu. Odgovarajući momenti istog reda i vrste jednako su skalirani i međusobno usporedivi za istu veličinu ulaza.



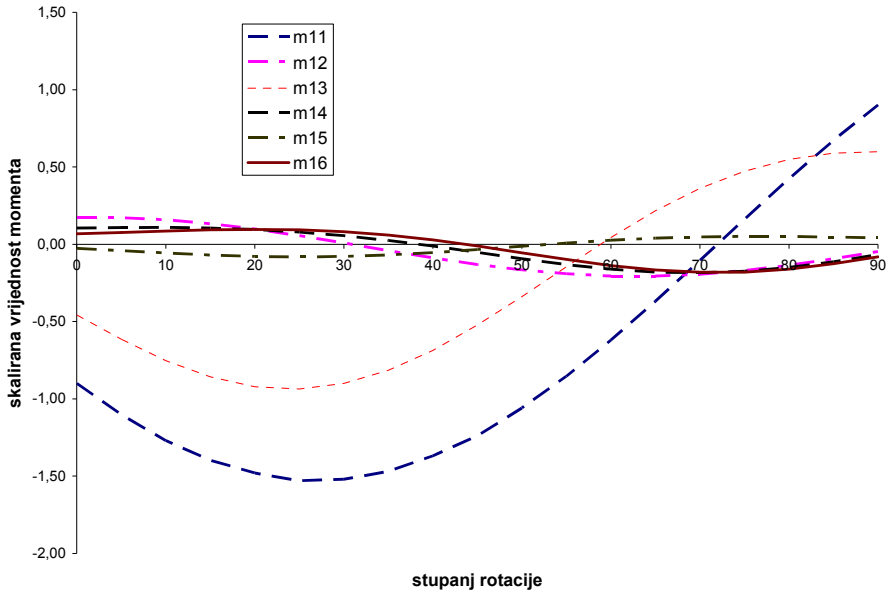
Sl. 20. Ulazna slika iz MPEG 7 baze koja je korištena kao osnova za provjeru ovisnosti o rotaciji i skaliranju.

Na slikama od 21. do 26. pokazano je ponašanja skupa momenata pri rotaciji i promjeni veličine objekta sa slike 20. Dan je primjer geometrijskih momenata čije je ponašanje pri rotaciji drastično drugačije za različite veličine ulaza, te primjer Zernikeovih momenata s ponašanjem neovisnom o veličini slike. Preostali tipovi momenata definirani u polarnom koordinatnom sustavu, kao i Legendreovi momenti, pri rotaciji ponašaju se analogno Zernikeovima, odnosno za sve veličnine ulaza omjeri iznosa momenata konačnog skupa su isti. U slučaju promjene skale svi tipovi momenata pokazuju jednako ponašanje koje ne ovisi o veličini ulaza, a za ilustraciju dan je primjer Fourier – Mellinovih momenata.

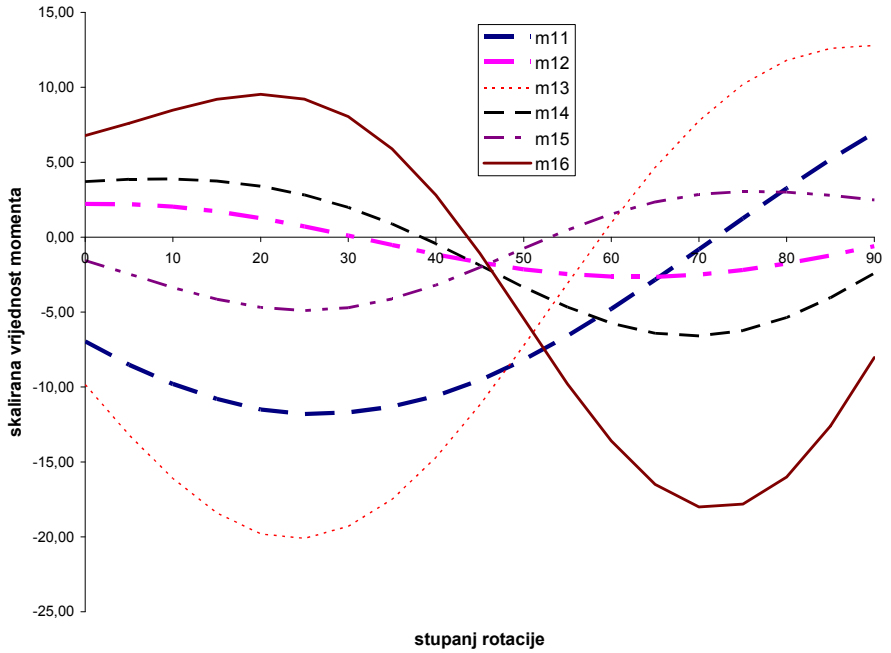
5. 1. 1. Ponašanje pri rotaciji

* Piksel (*engl.* pixel = picture element) je najmanji dio digitalne slike koji je moguće adresirati. Adresa piksela odgovara njegovoj koordinati.

Primjer 1: geometrijski momenti

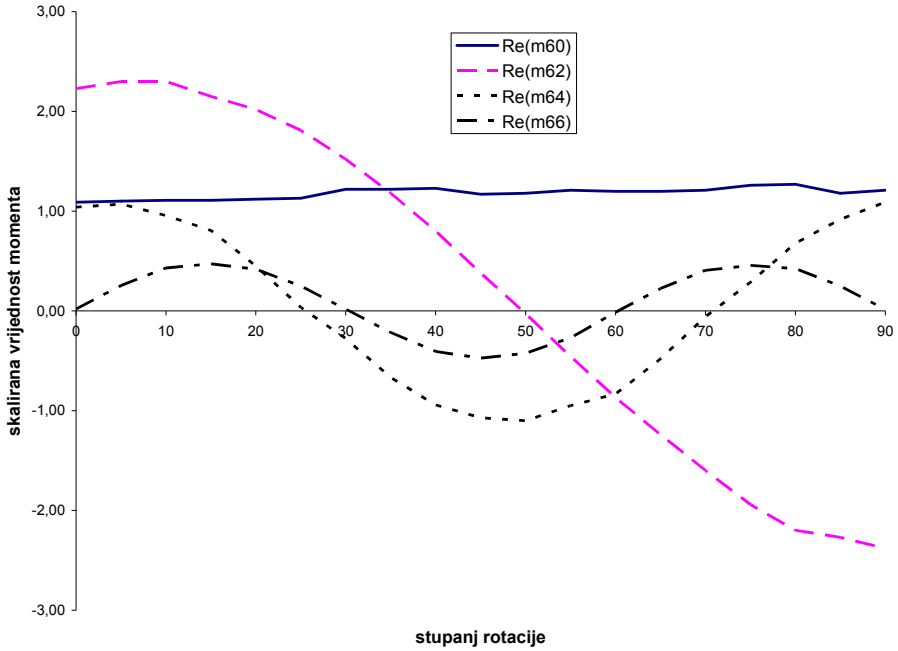


Sl. 21. Ponašanje skupa skaliranih geometrijskih momenata za kutove rotacije od 0 do 90° (p = 1, veličina ulazne slike 90x90 piksela, m_{10} = 0 nije prikazan).

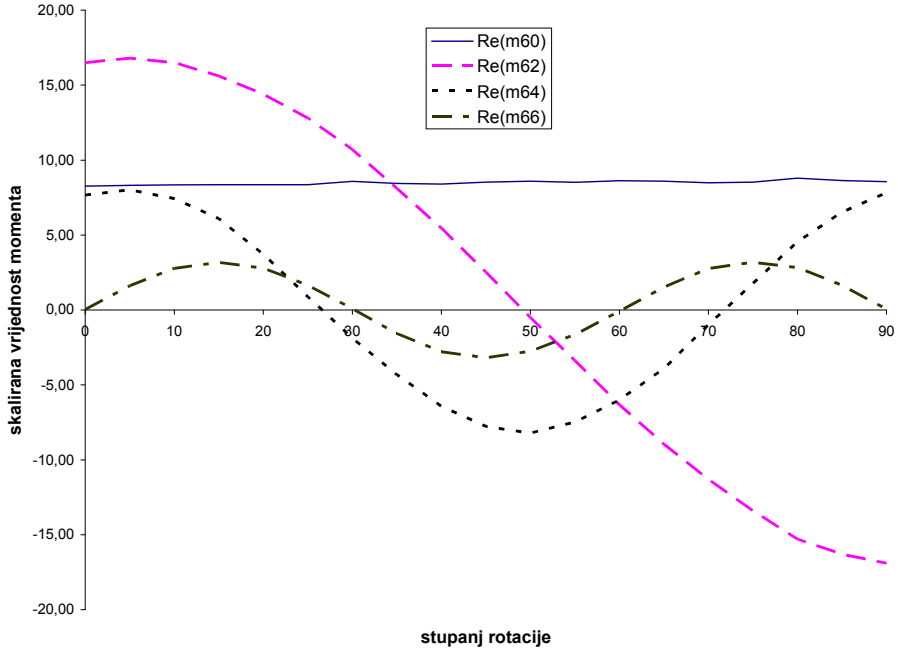


Sl. 22. Ponašanje skupa skaliranih geometrijskih momenata za kutove rotacije od 0 do 90° (p = 1, veličina ulazne slike 150x150 piksela, m_{10} = 0 nije prikazan).

Primjer 2: Zernikeovi momenti



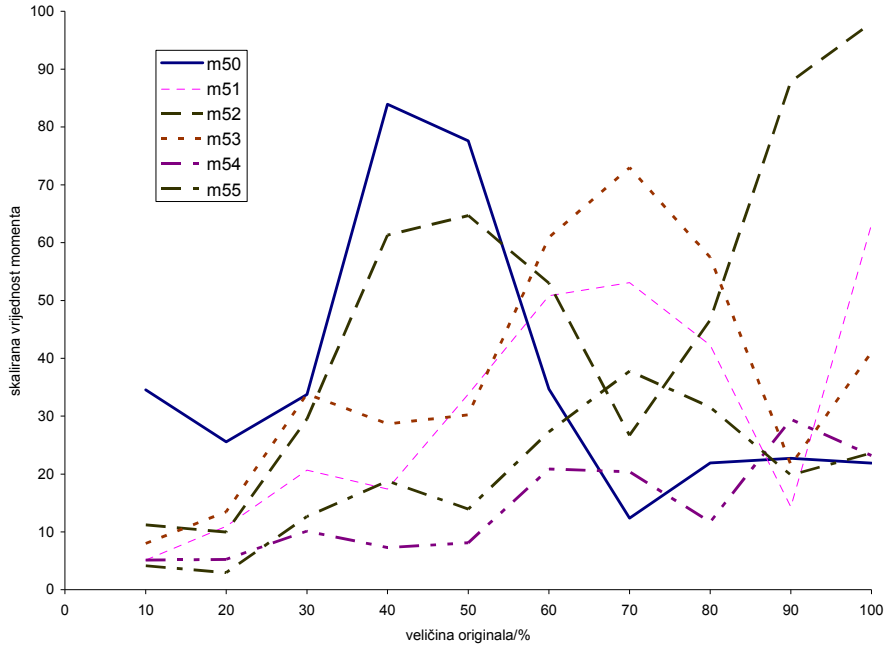
Sl. 23. Ponašanje skupa skaliranih Zernikeovih momenata za kutove rotacije od 0 do 90° (realni dio, $p = 6$, veličina ulazne slike 150x150 piksela).



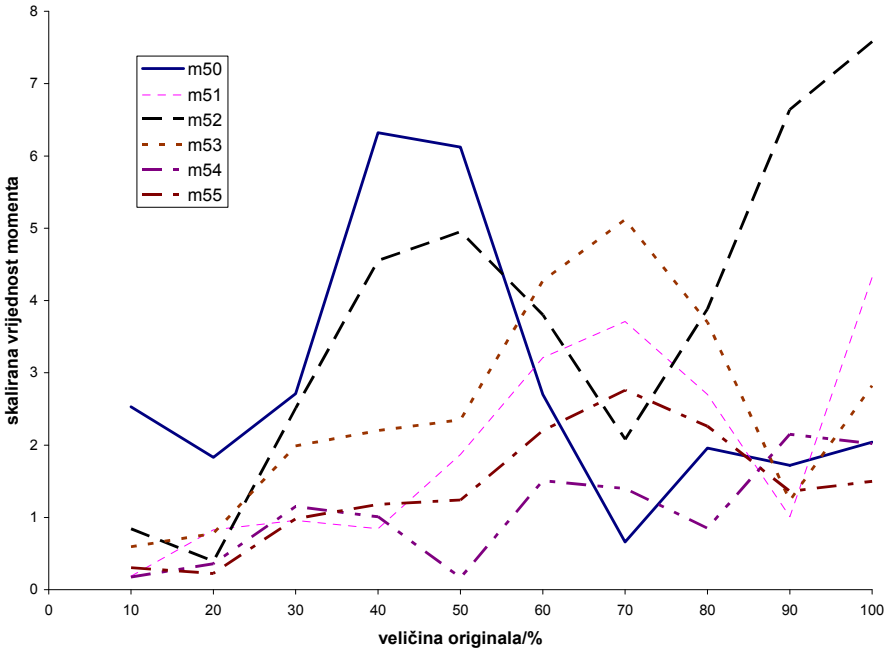
Sl. 24. Ponašanje skupa skaliranih Zernikeovih momenata za kutove rotacije od 0 do 90° (realni dio, $p = 6$, veličina ulazne slike 400x400 piksela).

5. 1. 2. Ponašanje pri promjeni skale

Primjer: Fourier – Mellinovi momenti



Sl. 25. Ponašanje skupa skaliranih Fourier – Mellinovih momenata za kutove rotacije od 0 do 90°
(modul, $p = 5$, veličina ulazne slike 150x150 piksela).



Sl. 26. Ponašanje skupa skaliranih Fourier – Mellinovih momenata za kutove rotacije od 0 do 90°
(modul, $p = 5$, veličina ulazne slike 400x400 piksela).

Praćenjem ponašanja globalnih momenata slike (geometrijskih, Legendreovih, Zernikeovih, Fourier – Mellinovih, Fourier – Jacobijevih za α=3, β=2 i α=4, β=4 te pseudo – Jacobijevih) pri promjeni skale originalne slike i rotaciji moguće je zaključiti da ponašanje skupa momenata uglavnom ne ovisi o veličini ulazne slike u pikselima. Jedina je razlika u većoj pravilnosti krivulja za veće ulazne slike kao posljedica povoljnijeg omjera signala i šuma. Izuzetak su geometrijski momenti koji za različite veličine ulaza pokazuju bitno drugačije ponašanje iako su objekti rotirani za isti kut. Budući da je ionako riječ o najjednostavnijim momentima bez puno dobrih svojstava[35,36], izuzeti su iz daljeg razmatranja pri traženju vektora osjetljivosti. U daljoj analizi upotrebljavaju se ulazne slike veličine 400x400 piksela, što je kompromis između trajanja računanja s jedne, te pravilnosti krivulje ponašanja skupa momenata s druge strane.

5. 2. Traženje vektora osjetljivosti

5. 2. 1. Metodologija

Upotrebom algoritama za računanje Legendreovih, Zernikeovih, Fourier – Mellinovih te Fourier – Jacobijevih momenata za α=3, β=2, pseudo – Jacobijeve (α=4, β=3) te α=4, β=4 u programskom jeziku MatLab praćeno je ponašanje izračunatih momenata za slične ulazne slike. Pobliži opis programskog koda dan je u Dodatku B.

Ulazi su slike veličine 400x400 piksela, a za osnovne objekte odabrana su slova A, V, C, O, E i F fonta Times New Roman veličine 150 (sl. 27.). Ideja je bila odabrati nekoliko sličnih objekata kako bi se provjerila moć razlučivanja metode, te pratilo ponašanje izračunatog skupa momenata pri rotaciji i promjeni skale objekta. Parove na kojima se prati sposobnost razlučivanja sličnih signala čine slova A i V, C i O te E i F.



Sl. 27. Osnovni ulazi za provjeru ponašanja momenata pri rotaciji i promjeni skale.

Kao i u prethodno opisanom postupku, za provjeru ponašanja skupa momenata pri rotaciji svaki ulazni objekt rotiran je od 5 do 355 stupnjeva u koracima od 5°. Kako bi se provjerilo ponašanje skupa momenata pri promjeni skale, objekti su skalirani od 10 do 90% u koracima po 10%. Skup geometrijskih momenata nije bio predmet razmatranja, zbog prethodno utvrđenog lošeg ponašanja pri rotaciji. Za sve ostale tipove momenata (Legendreove, Zernikeove, Fourier – Mellinove, Fourier – Jacobijeve s α=3, β=2 i α=4, β=4, te pseudo – Jacobijeve) izračunati su momenti do zaključno p=q=6. Kao karakteristično svojstvo momenata definiranih u kompleksnoj ravnini (Zernikeovi,

Fourier – Mellinovih, oba tipa Fourier – Jacobijevih te pseudo – Jacobijevi) korišten je modul kompleksne vrijednosti određenog momenta. Zahtjev koji moment određenog tipa treba ispuniti kako bi bio proglašen komponentom vektora osjetljivosti jest da pri rotaciji, odnosno promjeni skale objekta, praktički zadržava istu vrijednost. Veličina koja omogućava provjeru toga svojstva definirana je s

$$\left(c_{\text{var}}\right)_{ij} = \frac{\sigma_{m_{ij}}}{\left|\overline{m}_{ij}\right|} \tag{5.1}$$

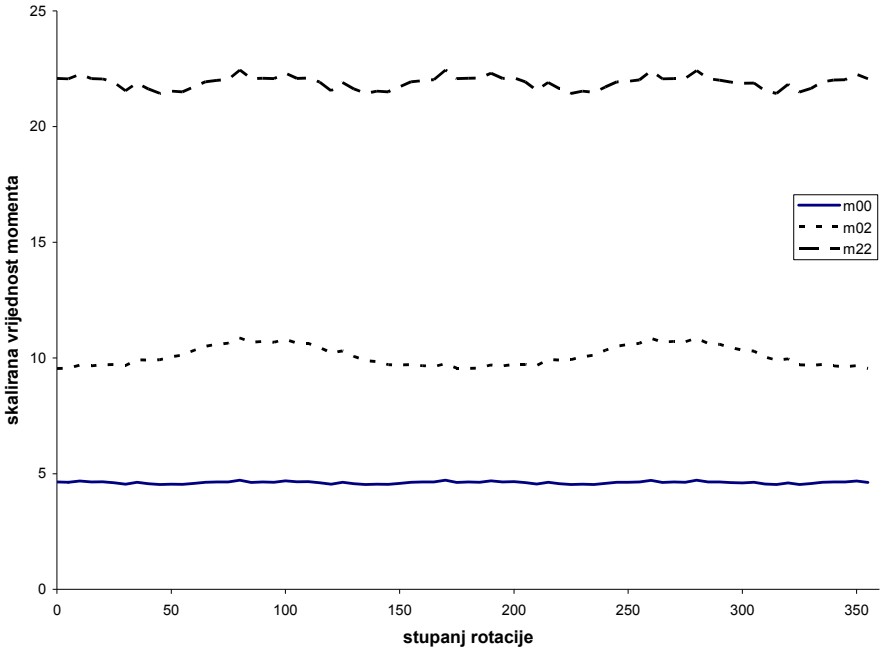
i zove se koeficijent varijacije[126]. Pritom je $\sigma_{m_{ij}}$ standardna devijacija momenta m_{ij} dana s (4.6), a $\left|\overline{m}_{ij}\right|$ apsolutna vrijednost njegove srednje vrijednosti. Ukoliko je $\left(c_{\text{var}}\right)_{ij}$ ispod granice za određeni tip momenta i pritom se prosječna vrijednost odabranog momenta razlikuje za različite ulaze, tada moment m_{ij} zadovoljava uvjete na komponente vektora osjetljivosti. Ti se zahtjevi mogu izraziti u obliku:

$$\begin{aligned} m_{ij}(K_k) &\approx konst. \\ m_{ij}(K_k) &\neq m_{ij}(K_l)\,. \end{aligned} \tag{5.2}$$

Dimenzija vektora za određeni tip momenata nije *a priori* određena. Prva komponenta vektora u slučaju promatranja osjetljivosti na rotaciju je uvijek moment m_{00}, budući da je njegova vrijednost proporcionalna veličini ulaznog objekta. Pri usporedbi momenata različito skaliranih objekata, sve su vrijednosti prvo normirane na pripadni moment m_{00}. Na taj je način uklonjen utjecaj dimenzije objekta na red veličine izračunatog momenta i omogućena usporedba unutar skupa. Kada su traženi vektori osjetljivosti, kao i sami momenti, definirani u kompleksnoj ravnini, težište je stavljeno na modul kompleksne vrijednosti momenta. U rijetkom slučaju kada je veliki broj pojedinih momenata određenog tipa zadovoljio postavljene uvjete za komponente vektora osjetljivosti, u obzir je također uzimana pravilnost ponašanja realnog i imaginarnog dijela momenta kao i faze. Tada su komponentama vektora osjetljivosti postali oni momenti s najpredvidljivijim ponašanjem pri skaliranju ili rotaciji. U tablicama T – 1. i T – 2. Dodatka C. izlistane su srednje vrijednosti, standardne devijacije i koeficijent varijacije za momente svakog tipa koji su izabrani za komponente vektora osjetljivosti na rotaciju, a u tablicama T – 3. i T – 4. izlistane su iste veličine za promjenu skale (normirane na moment nultog reda, m_{00}). Slike 28. do 33. prikazuju ponašanje definiranih komponenata vektora osjetljivosti pri rotaciji. Na slikama 34. do 39. prikazano je ponašanje komponenata vektora osjetljivosti pri promjeni skale.

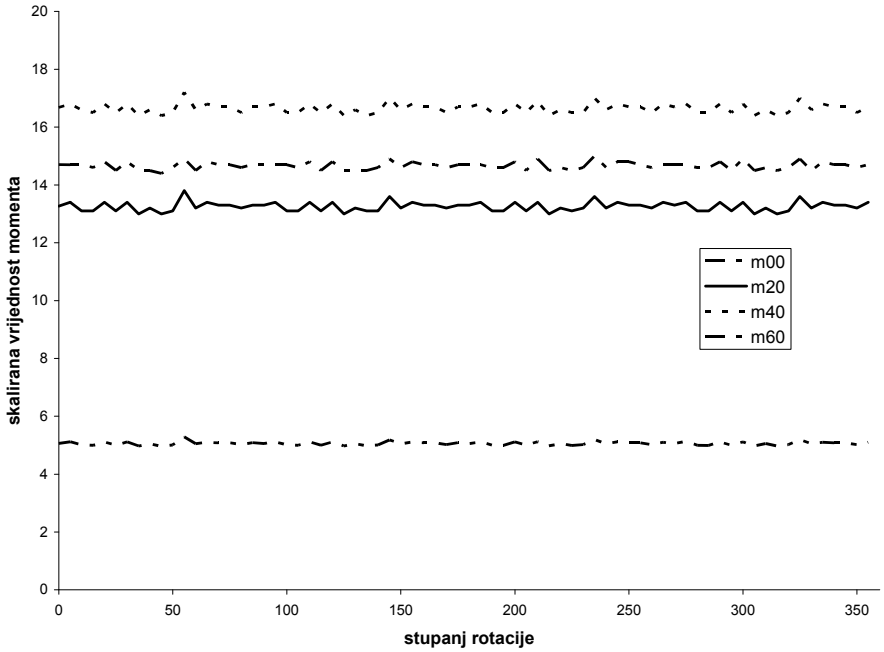
5. 2. 2. Vektori osjetljivosti na rotaciju

Legendreovi momenti



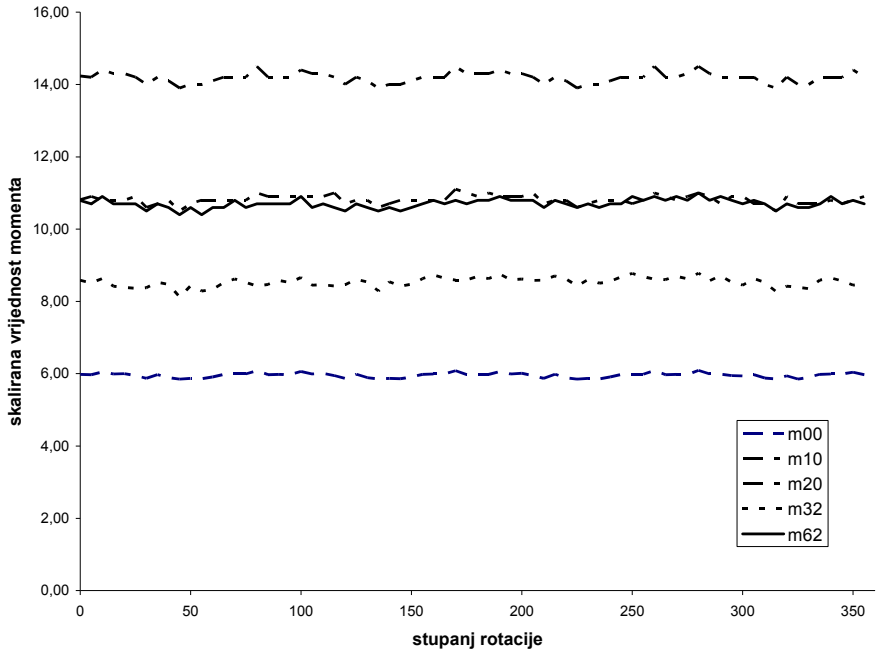
Sl. 28. Ponašanje skaliranih Legendreovih momenata odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri rotaciji za kutove od 5 do 355° (objekt: slovo E sa sl. 27.).

Zernikeovi momenti



Sl. 29. Ponašanje modula skaliranih Zernikeovih momenata odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri rotaciji za kutove od 5 do 355° (objekt: slovo A sa sl. 27.).

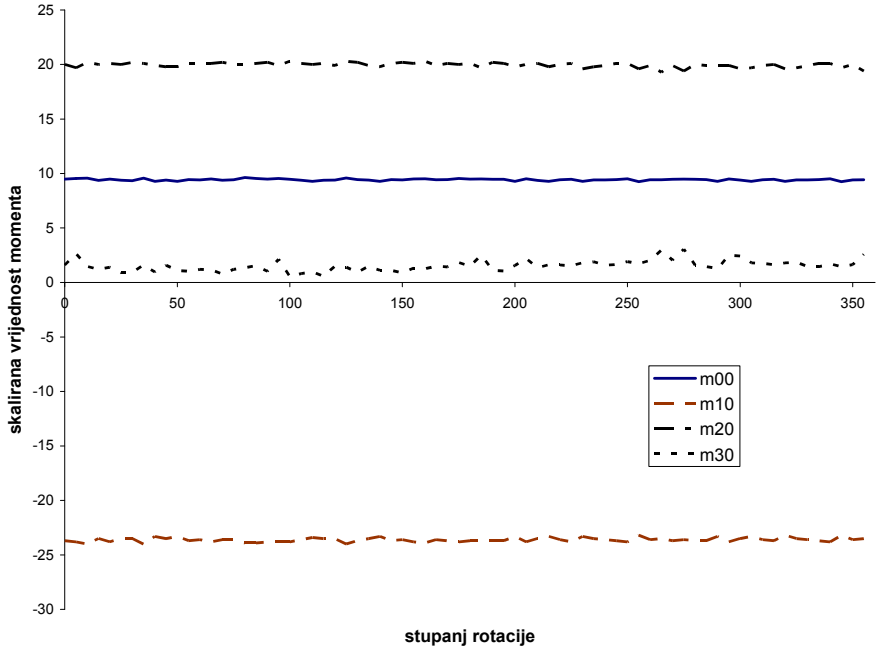
Fourier – Mellinovi momenti



Sl. 30. Ponašanje modula skaliranih Fourier – Mellinovih momenata odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri rotaciji za kutove od 5 do 355° (objekt: slovo E sa sl. 27.).

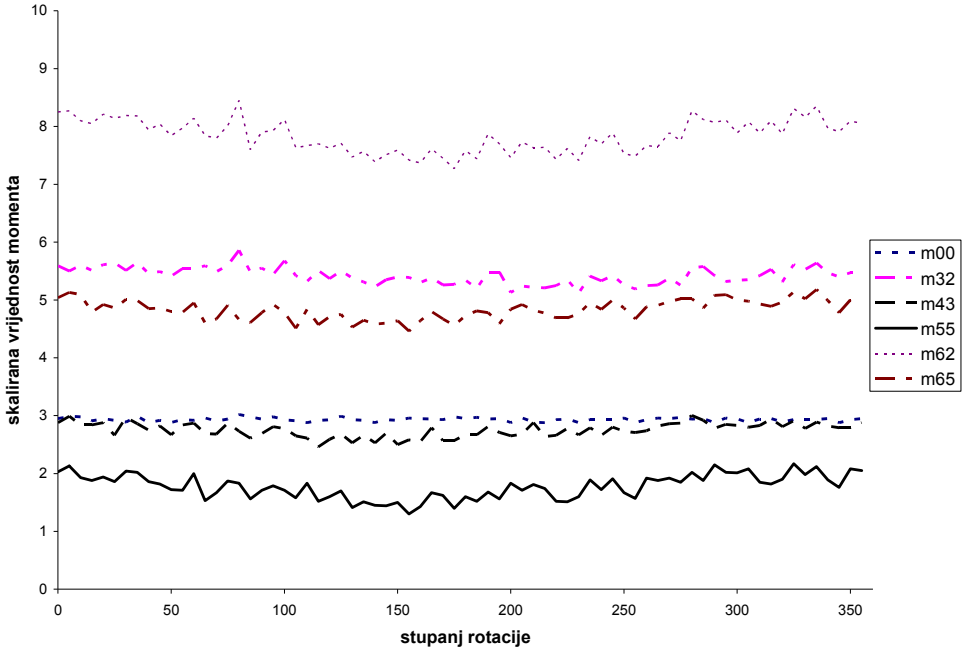
Fourier – Jacobijevi momenti

a) $\alpha=3, \beta=2$



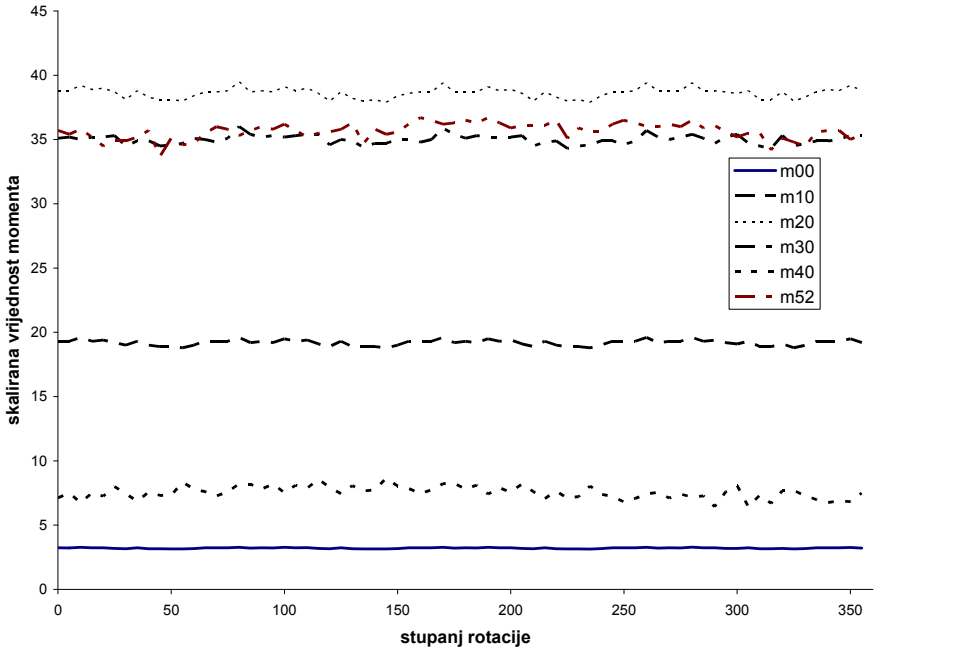
Sl. 31. Ponašanje modula skaliranih Fourier – Jacobijevih momenata ($\alpha=3, \beta=2$) odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri rotaciji za kutove od 5 do 355° (objekt: slovo F sa sl. 27.).

b) α=4, β=3, pseudo – Jacobijevi momenti



Sl. 32. Ponašanje modula skaliranih pseudo – Jacobijevih momenata (*α=4, β=3*) odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri rotaciji za kutove od 5 do 355°(objekt: slovo F sa sl. 27.).

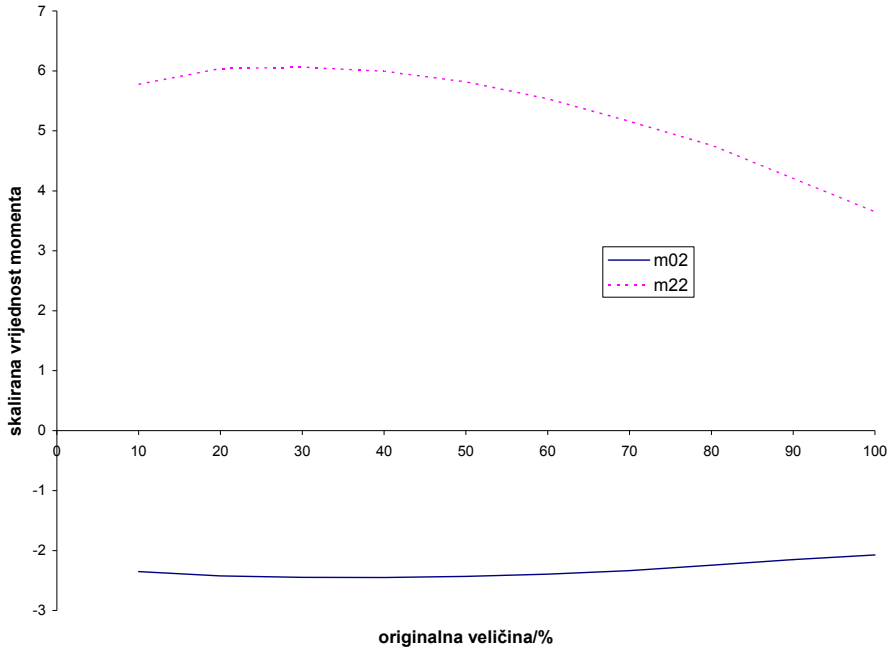
c) α=4, β=4



Sl. 33. Ponašanje modula skaliranih Fourier – Jacobijevih momenata (*α=4, β=4*) odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri rotaciji za kutove od 5 do 355° (objekt: slovo E sa sl. 27.).

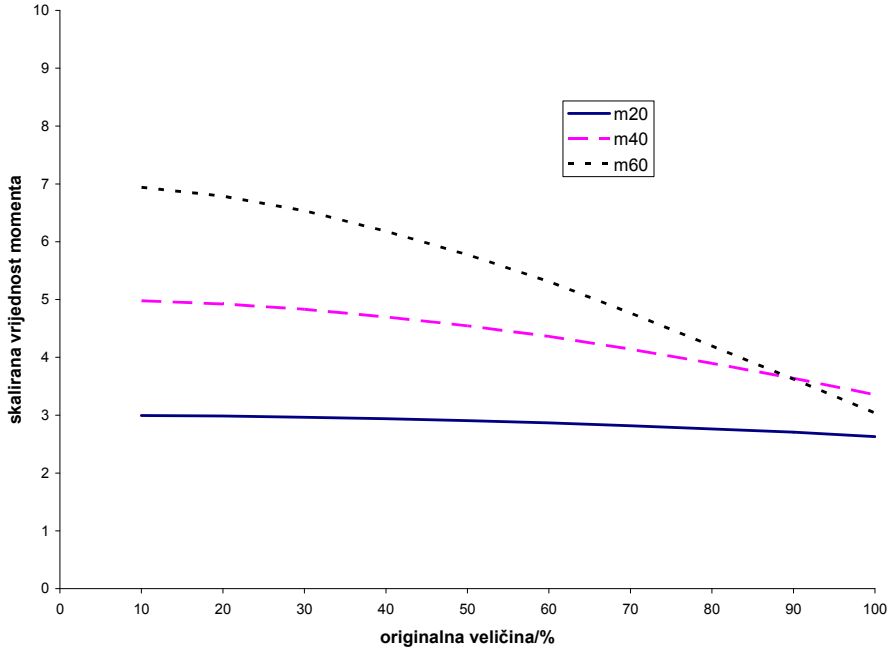
5. 2. 2. Vektori osjetljivosti na promjenu skale

Legendreovi momenti



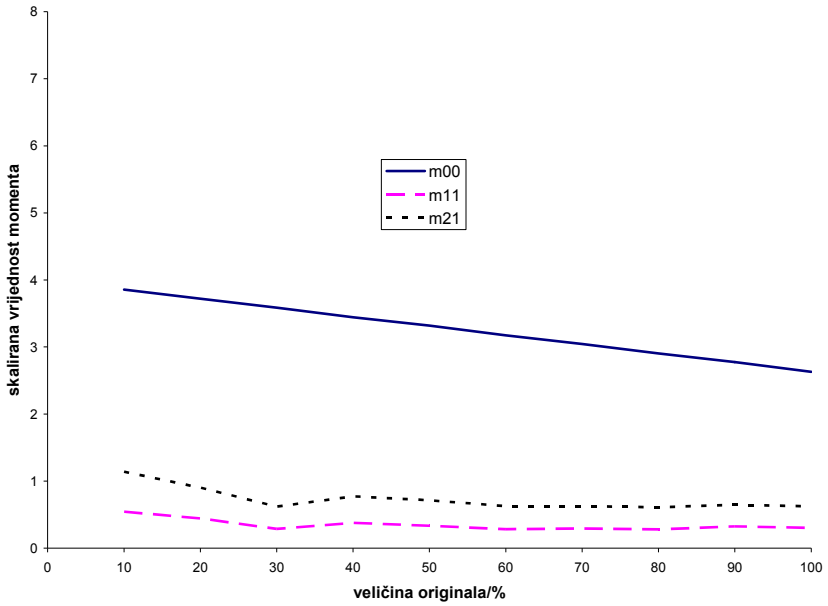
Sl. 34. Ponašanje skaliranih Legendreovih momenata odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri skaliranju za različite veličine originala (skalirano na m_{00}, objekt: 'A' sa sl. 27.).

Zernikeovi momenti



Sl. 35. Ponašanje modula skaliranih Zernikeovih momenata odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri skaliranju za različite veličine originala (skalirano na m_{00}, objekt: 'F' sa sl. 27.).

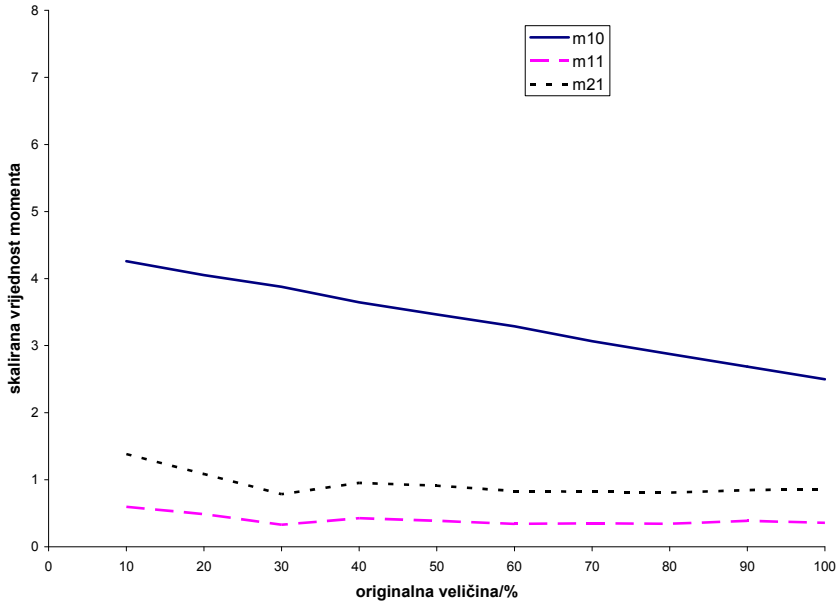
Fourier – Mellinovi momenti



Sl. 36. Ponašanje modula skaliranih Fourier – Mellinovih momenata odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri skaliranju za različite veličine originala (vrijednosti skalirane na m_{00}, objekt: slovo F sa sl. 27.).

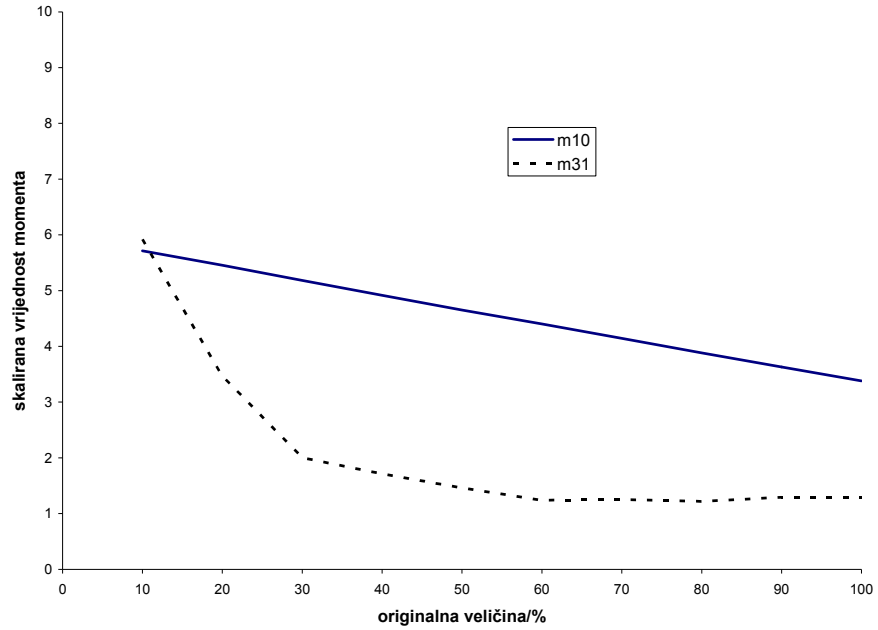
Fourier – Jacobijevi momenti

a) $\alpha=3, \beta=2$



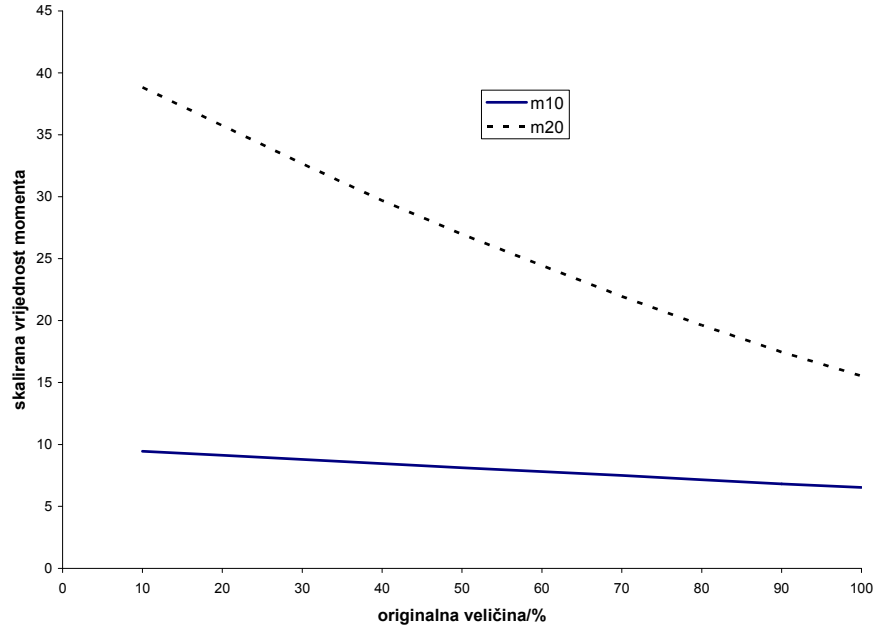
Sl. 37. Ponašanje modula skaliranih Fourier – Jacobijevih momenata ($\alpha=3, \beta=2$) odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri skaliranju za različite veličine originala (vrijednosti skalirane na m_{00}, objekt: slovo F sa sl. 27.).

b) α=4, β=3, pseudo – Jacobijevi momenti



Sl. 38. Ponašanje modula skaliranih pseudo – Jacobijevih momenata (*α=4, β=3*) odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri skaliranju za različite veličine originala (vrijednosti skalirane na m_{00}, objekt: slovo F sa sl. 27.).

c) α=4, β=4



Sl. 39. Ponašanje modula skaliranih Fourier – Jacobijevih momenata (*α=4, β=4*) odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri skaliranju za različite veličine originala (vrijednosti skalirane na m_{00}, objekt: slovo F sa sl. 27.).

Pronađeno je po nekoliko momenata slike koji posjeduju svojstva tražena za potencijalne komponente vektora osjetljivosti na rotaciju i promjenu skale za sve razmatrane tipove momenata. U slučaju vektora osjetljivosti na promjenu skale, traženo ponašanje iz (5.2) pokazao je samo mali broj momenata nižeg reda. To se može objasniti većom osjetljivošću na šum viših redova momenata. Rezultat je značajno bolji ukoliko se iz razmatranja izuzmu momenti jako smanjenih objekata na ulaznim slikama (10 i 20% originalne veličine), koji imaju izrazito nepovoljan odnos signala i šuma što znatno utječe na konačan rezultat. U Tablici 1. izlistane su odabrane komponente vektora osjetljivosti za sve tipove momenata. Ukoliko se isti moment ponavlja u ulozi komponente vektora osjetljivosti i na rotaciju, ali i na promjenu skale, u vektoru osjetljivosti na rotaciju i skalu njegov se doprinos računa dvaput.

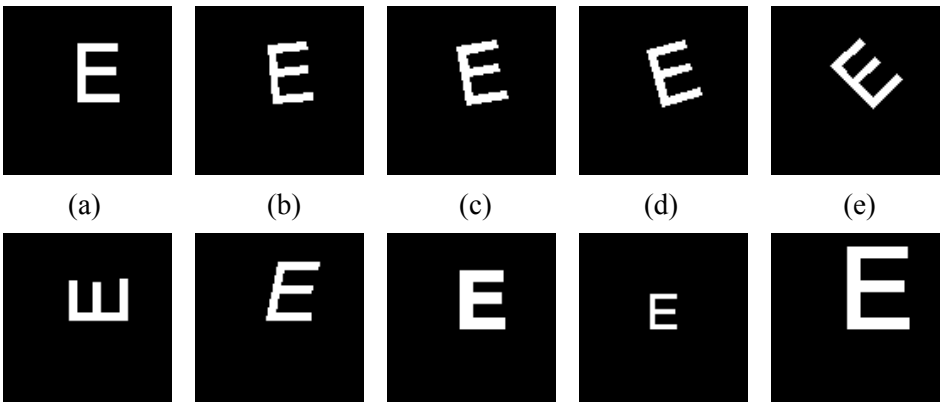
Tablica 1. Pregled svih momenata koji zadovoljavaju uvjet (5.2) za komponente vektora osjetljivosti za rotaciju (R) i promjenu skale (S). (L – Legendreovi, Z – Zernikeovi, FM – Fourier-Mellinovi, PJ – pseudo Jacobijevi, FJ – Fourier-Jacobijevi momenti).

L			**Z**			**FM**			**FJ_{32}**			**PJ**		**FJ_{44}**	
	p	q		p	q		p	q		p	q	p	q	p	q
R	0	0	**R**	0	0	**R**	0	0	**R**	0	0	0	0	0	0
	0	2		2	0		1	0		1	0	3	2	1	0
	2	2		4	0		2	0		2	0	4	3	2	0
S	0	2		6	0		3	2		3	0	5	5	3	0
	2	2	**S**	2	0		6	2		5	2	6	2	4	0
				4	0	**S**	1	0		6	2	6	5	5	2
				6	0		1	1	**S**	1	0	1	0	1	0
							2	1		1	1	3	1	2	0
										2	1				

6. Primjene momenata, invarijantnih skupova i vektora osjetljivosti

6. 1. Times New Roman slova

Generiran je skup velikih štampanih slova oblika Times New Roman u obliku binarne slike (tj. tako da sam signal ima vrijednost sivog nivoa 255, a pozadina 0) u tri veličine: osnovna, te dvostruko manje i dvostruko veće slovo. Skup uključuje i znakove deformirane rotacijom za 5, 10, 15, 45 i 90 stupnjeva, te njihovu italik i bold verziju. Ulazne slike bile su u dvije veličine, 50 x 50 i 100 x 100 piksela za svaku od ovih kombinacija. Jedan potpuni skup prikazan je na sl. 40.



Sl. 40. Primjer ulaznog skupa slova: (a) osnovna veličina, (b) – (f) slova osnovne veličine rotirana za, redom, 5, 10, 15, 45 i 90 stupnjeva, (g) italik oblik, (h) bold oblik, te slovo dvostruko (i) manje, (j) veće od osnovne veličine.

Za svako slovo u svakoj klasi računaju se geometrijski momenti prema (2.5), a iz njih Huove (3.1) i afine invarijante (3.8).

Za svako slovo abecede i njemu pridružene invarijante nađene su i pripadne standardne devijacije. Time su definirane klase prototipova kojima je trebalo pridjeliti nepoznate ulaze za koje je također izračunat pripadni skup invarijanti. Za klasifikaciju korištena je Euklidska udaljenost definirana s (4.4) u obliku

$$d_i = \sqrt{\sum_{k=1}^{7} \frac{\left[I_k - \left(I_k \right)_j \right]^2}{\sigma_k}} \tag{6.1}$$

gdje I_k predstavlja k – ti deskriptor određenog slova s kojim se ostali ulazi uspoređuju, a $(I_k)_j$ je odgovarajuća invarijanta konkretnog slova. Težinska faktor σ_k je prosječna standardna devijacija iz (4.6) dobivena za sva slova u skupu prototipova dana s

$$\sigma_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m} F_{ij}^2 - < F_{ij} >^2}{m-1}}, \qquad (6.2)$$

gdje n označava broj klasa, a m broj slova u određenoj klasi. F_{ij} je deskriptor j – tog prototipa u i – toj klasi, a $<Fij>$ njegova srednja vrijednost.

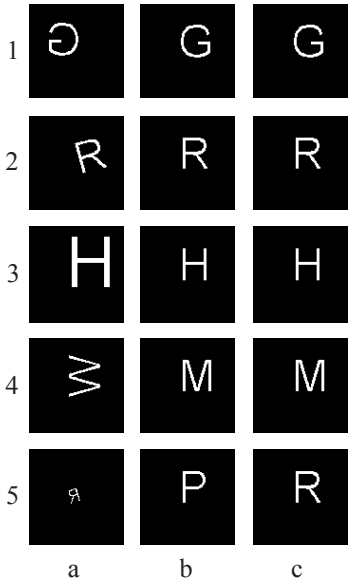
Iznos Huovih i afinih invarijanti naglo raste s povećanjem reda, što rezultira dominantnim doprinosom invarijanti višeg reda. Time se kvari uspjeh klasifikacije ulaza korištenjem „sirovih" vrijednosti. To je bio razlog uvođenja skalirajućih faktora koji osiguravaju ravnopravno sudjelovanje svih invarijanti u konačnom klasifikatoru.

Tablica 2. Huove invarijante za ulaze iz stupca (a) slike 40. U posljednjem je stupcu navedeno je li klasifikacija uspješno provedena.

vrsta deformacije		Huove invarijante							min eukl. ud.	klas. uspj.
		I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7		
1	rotacija za 185°	0.46	$3.86\cdot10^{-2}$	$1.69\cdot10^{-2}$	$5.67\cdot10^{-4}$	$-8.37\cdot10^{-7}$	$4.59\cdot10^{-6}$	$-2.74\cdot10^{-6}$	0.84	da
2	rotacija za 15°	0.57	$-6.77\cdot10^{-3}$	$1.24\cdot10^{-3}$	$-1.49\cdot10^{-3}$	$-1.64\cdot10^{-7}$	$-3.53\cdot10^{-5}$	$-2.50\cdot10^{-7}$	0.41	da
3	povećanje 25%, bold	0.39	$6.82\cdot10^{-2}$	$3.66\cdot10^{-4}$	$2.51\cdot10^{-4}$	$-7.62\cdot10^{-8}$	$6.56\cdot10^{-5}$	0	1.63	da
4	rotacija za 90°	0.22	$8.92\cdot10^{-2}$	$3.01\cdot10^{-2}$	$2.02\cdot10^{-3}$	$-2.04\cdot10^{-6}$	$-4.83\cdot10^{-4}$	$-1.66\cdot10^{-5}$	10.7	ne
5	rotacija za 195°, smanjenje 60%	0.35	$8.99\cdot10^{-3}$	$8.52\cdot10^{-3}$	$9.03\cdot10^{-3}$	$-5.37\cdot10^{-5}$	$-7.53\cdot10^{-4}$	$2.50\cdot10^{-5}$	8.06	ne

U ulozi parametara diskriminacije isprobano je nekoliko kombinacija Huovih i afinih invarijanti, a najbolji rezultati klasifikacije dobiveni su kada se u obzir uzme kompletan skup Huovih i afinih invarijanti, kao i njihove aritmetičke sredine. Primjer rezultata klasifikacije upotrebom Huovih invarijanti za odabrane ulaze prikazane na slici 41. dan je u Tablici 2.

Upotrebom ovakve kombinacije diskriminanti uspješno je klasificirano 89% ulaznih slika. Najveći je problem bio uspješno klasificirati ulazne slike jako malenih slova i tu je postignut najlošiji rezultat.



Sl. 41. Primjeri ulaza s klasama kojima su pridijeljeni provedbom postupka. U stupcu (a) su ulazne slike, u (b) klase kojima su pridijeljene prema izračunatim Huovim invarijantama, a u (c) klase kad se i afine invarijante uzmu u obzir. Brojevima su označeni redovi Tablica 2. i 3.

Tablica 3. Afine invarijante za ulaze iz stupca (b) slike 41. U posljednjem stupcu je navedeno je li klasifikacija uspješno provedena.

vrsta deformacije		afine invarijante			min eukl. udalj.	klas. uspj.
		I_1	I_2	I_3		
1	rotacija za 185°	0.14	$3.32 \cdot 10^{-7}$	$-3.10 \cdot 10^{-4}$	0.33	da
2	rotacija za 15°	$7.22 \cdot 10^{-2}$	$3.56 \cdot 10^{-7}$	$-1.60 \cdot 10^{-5}$	0.36	da
3	povećanje 25%, bold	$7.92 \cdot 10^{-2}$	$3.98 \cdot 10^{-10}$	$4.21 \cdot 10^{-6}$	0.63	da
4	rotacija za 90°	0.11	$-3.14 \cdot 10^{-6}$	$-7.65 \cdot 10^{-4}$	0.40	ne
5	rotacija za 195°, smanjenje 60%	$6.86 \cdot 10^{-2}$	$1.17 \cdot 10^{-6}$	$5.24 \cdot 10^{-5}$	0.89	da

6. 2. Rukom pisana slova

6. 2. 1. Raspoznavanje pomoću Huovih i afinih invarijanti

Drugi promatrani skup sastojao se od rukom pisanih velikih štampanih slova od kojih su neka pritom namjerno deformirana (sl. 42.). Potom su ista skenirana, binarizirana, te je proveden postupak analogan onomu opisanom u prethodnom odjeljku.



Sl. 42. Nekoliko primjera rukom pisanih slova iz skupa slova 'E'.

Iz svakog skupa uzoraka određenog slova izabran je primjerak čije su vrijednosti Huovih i afinih invarijanti bile najbliže svim ostalim članovima tog skupa, te je on proglašen predstavnikom klase. Njegove invarijante uspoređene su s invarijantama svih ostalih rukom pisanih slova, kao i onih kompjutorski generiranih. Prvo su uspoređene srednje vrijednosti svih invarijanti, a potom svaka ponaosob. Predstavnici klase zajedno s pripadajućim Huovim i afinim invarijantama prikazani su u Tablici 4.

Tablica 4. Predstavnici klasa rukom pisanih slova, te njihove Huove i afine invarijante.

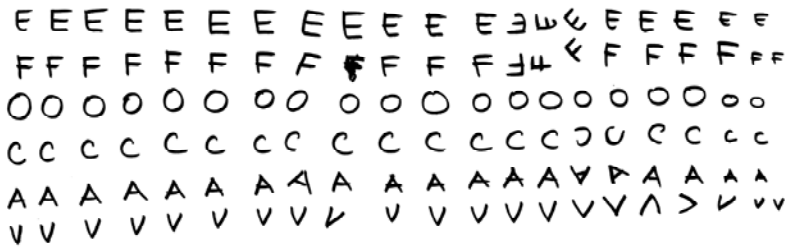
	I1	I2	I3	I4	I5	I6	I7	I1	I2	I3
F	1.95	$1.18 \cdot 10^{-2}$	0.90	0.13	0.69	$-2.80 \cdot 10^{-3}$	$2.04 \cdot 10^{-3}$	1.72	$-7.65 \cdot 10^{-4}$	-1.34
O	9.66	3.53	60.20	14.74	223.43	7.47	39.48	8.25	44.84	-69.33
R	-1.94	2.19	9.55	9.73	-3.17	$6.69 \cdot 10^{-2}$	6.14	6.80	12.09	18.40
B	-0.89	2.24	23.85	6.44	-46.44	1.35	4.41	6.50	$-9.79 \cdot 10^{-3}$	-76.93
C	9.34	0.81	2.68	1.38	-62.76	0.35	-0.19	11.06	0.33	-19.72
E	6.57	1.87	0.39	0.84	25.77	0.22	$4.73 \cdot 10^{-3}$	2.78	$5.63 \cdot 10^{-2}$	-4.68

Iz svega navedenog proizlazi kako je najprikladnije rješenje problema klasifikacije upotrebom invarijanti geometrijskih momenata kombinacija Huovih i afinih invarijanti. Na taj se način u obzir uzima veći broj mogućih neovisnih svojstava deformiranih ulaza što u konačnici rezultira boljom diskriminacijom različitih klasa. Ukoliko se kao diskriminacijski parametri kombiniraju Huove i afine invarijante istodobno sa svojim

srednjim vrijednostima, broj uspješno klasificiranih znakova poboljšava se u prosjeku za 30%[127].

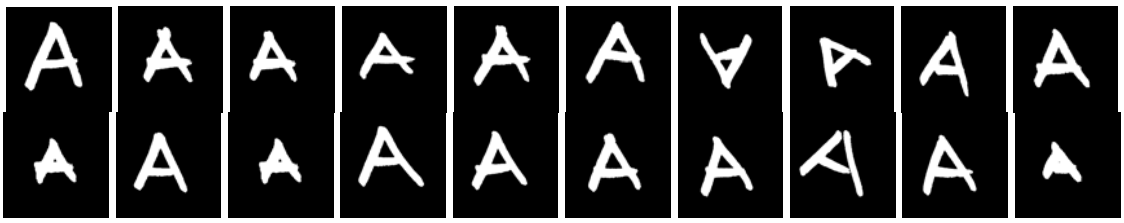
6. 2. 2. Raspoznavanje pomoću vektora osjetljivosti

Isti skup velikih štampanih slova kao u prethodnom odjeljku (A, C, E, F, O, V) ispisan je u 20 primjeraka pri čemu su neka od njih namjerno deformirana (sl. 43.).

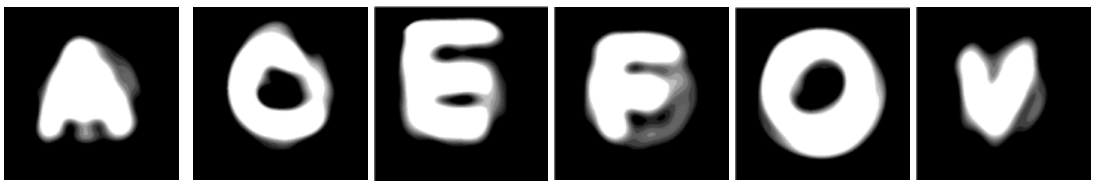


Sl. 43. Skup velikih štampanih slova za koja su izračunani momenti slike i vektori osjetljivosti.

Za svako slovo iz skupa izračunati su Legendreovi, Zernikeovi, Fourier – Mellinovi, Fourier – Jacobijevi za α=3, β=2 i α=4, β=4, te pseudo – Jacobijevi momenti do zaključno p = 6. Iz vrijednosti momenata prvih deset članova skupa svakog pojedinog slova (sl. 44.) nađen je prosječni primjerak toga slova, te je za njega nađen skup momenata slike određenog tipa, ponovno do p=6. Tako dobiveni usrednjeni primjerci svakog skupa slova proglašeni su predstavnicima klase toga slova. Primjer rekonstrukcije svih predstavnika klase Zernikeovim momentima 20. reda prikazan je na sl. 45.



Sl. 44. Potpun skup rukom pisanih slova koja čine klasu slova 'A'.



Sl. 45. Rekonstrukcija srednjeg slova iz deset primjera sa sl. 42.
Zernikeovim momentima 20. reda.

Potom su uspoređene odgovarajuće skalirane vrijednosti modula momenata preostalih deset slova iz svakog skupa s jednako skaliranim vrijednostima modula momenata za predstavnika svake klase, kao i vrijednosti pripadnih vektora osjetljivosti na rotaciju i

promjenu skale. Kao klasifikator ponovno je korištena suma euklidskih udaljenosti svih momenata, odn. komponenata vekora osjetljivosti, promatranog slova i istih veličina za predstavnika klase dana izrazom (4.4). Za primjere slova dane na sl. 46. u Tablici 4. izlistane su vrijednosti klasifikatora pri korištenju inicijalnog skupa momenata slike, te pripadnih vektora osjetljivosti na rotaciju i promjenu skale te njihove kombinacije za slučaj korištenja Fourier – Jacobijevih momenata za α=3, β=2.



Sl. 46. Primjeri klasificiranih slova čije su euklidske udaljenosti momenata za od predstavnika klasa na sl 45. izlistane u Tablici 5. (Fourier – Jacobijevi momenti, α=3, β=2).

Tablica 5. Euklidske udaljenosti odabranih slova sa sl. 46. od predstavnika klase na sl. 45. (FJ32 – svi Fourier – Jacobijevi momenti, α=3, β=2 do p=6 uključivo, VOr – vektor osjetljivosti na rotaciju, VOs – vektor osjetljivosti na promjenu skale, VOrs – oba vektora osjetljivosti).

		"A"	"C"	"E"	"F"	"O"	"V"		"A"	"C"	"E"	"F"	"O"	"V"
FJ32	**A1**	15,9	25,6	42,3	19,0	41,9	21,8	**F1**	24,3	27,4	42,3	17,5	51,0	18,8
VOr		3,8	7,9	5,8	4,7	9,3	5,6		2,9	6,2	4,3	2,6	11,6	3,5
VOs		1,6	3,6	2,7	2,7	4,8	2,5		2,2	5,3	3,0	1,8	7,0	2,5
VOrs		4,9	8,2	6,7	6,3	9,9	6,7		5,1	8,7	6,0	3,7	14,9	5,0
FJ32	**A2**	17,2	25,9	37,9	21,5	43,6	21,6	**F2**	18,8	25,3	38,6	11,9	50,8	14,9
VOr		2,3	8,1	5,9	4,9	10,0	4,1		1,3	6,2	5,7	2,2	11,9	1,6
VOs		0,8	3,4	1,8	1,8	4,8	1,7		1,8	4,3	2,0	0,8	6,0	1,5
VOrs		3,1	8,7	6,4	6,0	11,0	4,8		2,8	8,0	6,7	2,5	14,4	2,4
FJ32	**C1**	29,1	19,6	32,9	28,5	42,9	30,8	**O1**	47,8	41,6	54,8	49,7	16,1	48,4
VOr		8,5	2,6	6,2	7,9	4,9	7,2		10,7	6,0	8,0	10,2	2,2	10,6
VOs		4,6	0,5	2,5	4,0	1,5	3,2		4,5	1,5	3,8	5,0	0,5	4,3
VOrs		10,0	2,8	6,9	9,4	5,8	8,3		11,9	6,9	9,7	12,5	2,3	12,5
FJ32	**C2**	28,7	16,4	38,8	27,8	48,2	28,1	**O2**	50,7	48,3	53,5	52,6	17,3	50,5
VOr		7,9	2,2	6,5	5,3	7,6	5,3		13,2	8,6	10,3	12,8	1,1	13,2
VOs		4,1	0,4	2,0	3,5	2,0	2,7		5,0	1,9	4,2	5,5	0,3	4,8
VOrs		9,5	2,4	7,3	6,9	8,5	6,4		14,3	9,4	11,9	15,0	1,2	15,0
FJ32	**E1**	31,0	33,8	22,5	28,0	55,1	29,6	**V1**	18,9	23,2	36,0	14,8	44,3	13,8
VOr		4,3	5,6	2,0	3,9	9,2	4,3		4,4	3,3	5,0	2,6	10,5	1,9
VOs		2,3	2,2	0,3	1,7	3,9	0,9		2,5	2,2	0,7	1,9	3,9	1,1
VOrs		5,3	6,3	2,3	5,0	10,6	4,9		5,2	4,5	5,4	3,5	12,4	2,3
FJ32	**E2**	36,2	39,2	26,9	30,0	49,0	35,6	**V2**	18,3	24,1	39,6	16,9	44,4	8,6
VOr		6,6	5,5	1,4	6,2	8,0	6,6		3,2	3,9	5,5	3,6	11,4	1,4
VOs		2,6	3,3	1,0	0,8	4,9	1,0		2,3	2,5	0,6	1,4	4,1	0,7
VOrs		8,0	7,3	2,3	6,4	10,5	7,3		4,1	5,1	5,9	4,2	13,3	1,5

Nakon provedene analize svih računatih momenata pokazalo se da se u slučaju korištenja sume komponenata vektora osjetljivosti na rotaciju kao klasifikatora, rezultati u potpunosti odgovaraju rezultatima klasifikacije slova za slučaj klasifikacije pomoću sume euklidskih udaljenosti samih momenata. U slučajevu korištenja sume komponenata vektora osjetljivosti na promjenu skale, neka su slova pogrešno klasificirana. To je objašnjivo prethodno uočenim većim odstupanjima od srednje vrijednosti onih momenata koji čine komponente toga vektora u odnosu na one koji određuju vektor osjetljivosti na rotaciju (v. sl. 34. – 39. i tablice u Dodatku C.). Međutim, ako se u obzir uzmu sve komponente vektora osjetljivosti (i one na rotaciju, i na promjenu skale), te suma njihovih euklidskih udaljenosti kao jedinstven klasifikator, rezultati se poklapaju s onima dobivenima za inicijalni skup momenata. Za sve računate tipove momenata ovi zaključci su analogni.

6. 3. Raspoznavanje lica

Jedna od najpopularnijih primjena metoda raspoznavanja i klasifikacije uzoraka u zadnjih dvadesetak godina je problematika raspoznavanja lica. Međutim, raspoznavanje u realnim uvjetima, sa samo nekoliko upotrebljivih snimaka, npr. nadzorne kamere, nekvalitetnih i deformiranih, koje se uspoređuju sa slikama baze slikanih u posve drugačijim uvjetima, još je uvijek teško rješiv problem[10,79]. Metode koje se pritom koriste mogu se ugrubo podijeliti u dvije grupe[128]. Prvoj pripadaju algoritmi temeljeni na geometrijskim svojstvima lica kojima se analizira geometrijski odnos istaknutih točaka lica – nosa, očiju i usta[66]. Druga grupa algoritama naglasak stavlja na tipičan izraz lica osobe te teže k formuliranju nekog srednjeg karakterističnog izraza lica (tzv. „eigenface“)[129]. Oba pristupa daju zadovoljavajuće rezultate, no tek nakon provođenja postupka treniranja na većem ulaznom skupu.

Učinak klasifikacije pomoću definiranih vektora osjetljivosti provjeren je na ulaznom skupu koji čine fotografije iz ATTmalestaff baze lica[130,131]. Proveden je postupak analogan onome opisanom u odjeljku 6. 2. za rukom pisana slova. Za klasifikaciju korišteni su Zernikeovi i Fourier – Mellinovi momenti do uključivo $p = 6$, te pripadni vektori osjetljivosti na rotaciju i promjenu skale. Prvo je za lica 20 osoba predstavljenih s 20 fotografija u bazi izračunato „eigenface“ na temelju prvih deset primjeraka. Potom su s tako nađenim predstavnicima klase uspoređene sve preostale fotografije osoba. Slika 47. prikazuje je kompletan skup „Tony“, a na slici 48. prikazana je prva fotografija svih osoba iz baze.



Sl. 47. Primjer kompletnog skupa iz ATTmalestaff baze („Tony“).

Upotrebom Zernikeovih momenata svi su ulazi ispravno klasificirani, a isti je rezultat dobiven i kada su kao klasifikator korišteni iz njih izvedeni vektori osjetljivosti na rotaciju i promjenu skale. Isti je rezultat dobiven i korištenjem Fourier – Mellinovih momenata, kao i pripadnog vektora osjetljivosti na rotaciju. Vektorom osjetljivosti na promjenu skale za ovaj tip momenata ispravno je klasificirano 93% ulaza. U slučaju poboljšanja njegove izvedbe dodavanjem komponenata vektora osjetljivosti na rotaciju, ponovno su svi ulazi ispravno klasificirani.



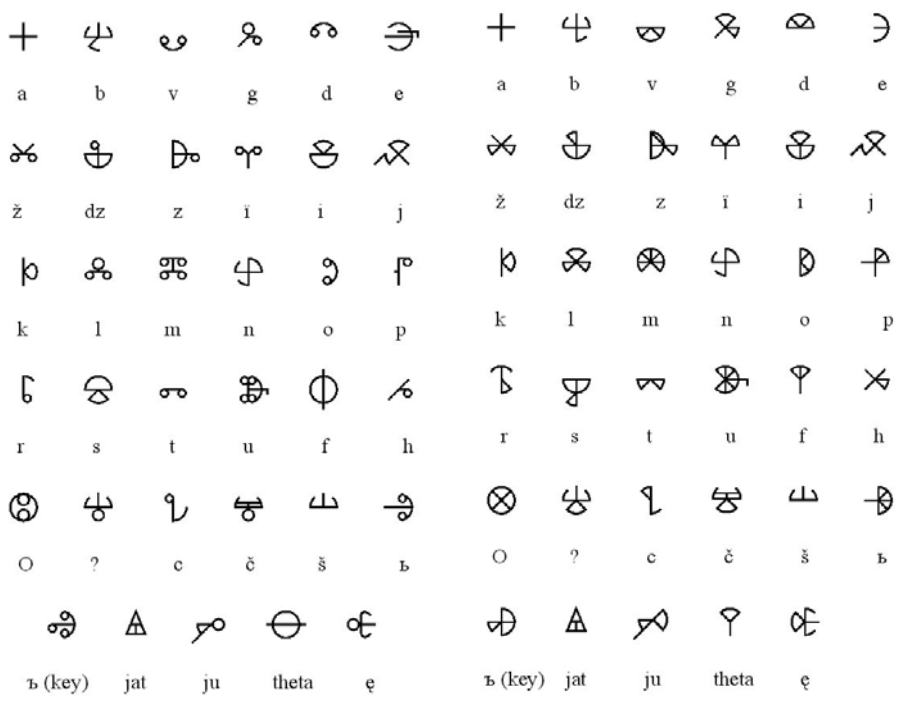
Sl. 48. Prva fotografija svih osoba iz baze ATTmalestaff koje su korištene za provjeru diskriminacijske moći definiranih vektora osjetljivosti.

Iz ovog rezultata moguće je zaključiti da je metoda primjenjiva na slučaj klasifikacije identifikacijskih fotografija snimljenih u kontroliranim uvjetima koji uključuje i postojanje skupa za treniranje dovoljne veličine. Takva situacija daleko je od realnog tipa problema u kojem postoji samo jedna identifikacijska slika u bazi lica s kojom se uspoređuje slika snimljena u neidealnim uvjetima. Iako se može pretpostaviti da su na taj način slike snimljene u približno jednakim uvjetima pa time i jednako degradirane, preostaje provjeriti je li nepostojanje odgovarajućeg skupa za treniranje problem primjene i ove metode.

6. 4. Glagoljski natpisi

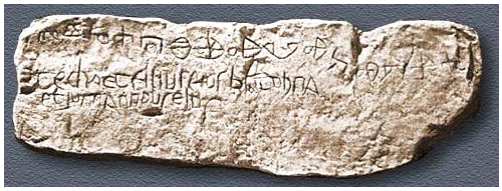
Donedavno je općeprihvaćena teorija o glagoljskom pismu pretpostavljala da postoje dva osnovna tipa pisma: stariji okrugli model glagoljice bio je u upotrebi do početka 13. stoljeća, da bi nakon toga razdoblja primat preuzeo uglati tip koji se zadržao sve do 19. stoljeća. Međutim, ukoliko se koriste samo ova dva oblika pisma, relativno velik broj najstarijih glagoljskih natpisa nemoguće je točno datirati, ali i paleografski interpretirati[132]. Stoga je postavljena hipoteza o trokutastom obliku glagoljice kao izvornom tipu[133]. Slika 49. prikazuje znakove idealnog oblog i trokutastog modela glagoljice.

Za provjeru hipoteze korišteni su znakovi uklesani u kamen dvaju glagoljskih spomenika, Valunsku ploču (sl. 50.) iz prve polovine 11. stoljeća i Krčki natpis (sl. 51.) datiran u šezdesete ili sedamdesete godine 11. st. Sva čitljiva slova sa spomenika, njih 26 s Krčkog natpisa te 14 s Valunske ploče, precrtana su i spremljena u datoteke veličine 256 x 256 piksela[134]. Potom su pripremljeni ulazi binarizirani te je tako obrađena slika slova postala ulazni signal za analizu momenata slike. Primjer ulaznog objekta "ključ" sa spomenika, kao i njegov okrugli i trokutasti model prikazan je na slici. 52. Znakovi za slova *a*, *n* i *jat* isti su u oba modela pa nisu bili uključeni u analizu.



(a) (b)

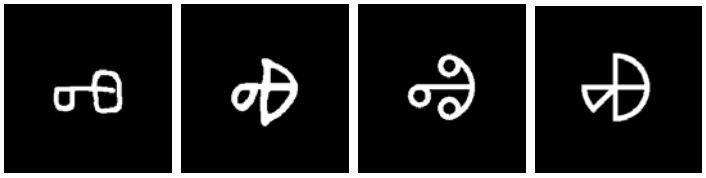
Sl. 49. Modeli glagoljice: (a) okrugli, (b) trokutasti.



Sl. 50. Valunska ploča



Sl. 51. Krčki natpis



(a) (b) (c) (d)

Sl. 52. Oblik ulaznog znaka "ključ" (a) na Krčkom natpisu, (b) na Valunskoj ploči, (c) idealni okrugli oblik, (d) idealni trokutasti oblik.

Za preostala slova sa spomenika (21 s Krčkog natpisa, 11 s Valunske ploče) izračunate su Huove i prvih šest afinih invarijanti, te vektori osjetljivosti pseudo – Jacobijevih momenata. Potom je izračunata euklidska udaljenost tih vrijednosti od odgovarajućih vrijednosti za idealni oblik slova u okruglom i trokutastom modelu. Rezultati dobiveni upotrebom ove tri metode donekle se razlikuju. Analiza Huovih invarijanti trokutastom modelu pridružuje deset znakova s Krčkog natpisa i osam znakova s Valunske ploče (Tablica 6.). Iz usporedbe afinih invarijanti slijedi da devet krčkih te osam valunskih znakova pripada trokutastom modelu, dok istom modelu analiza vektora osjetljivosti pseudo – Jacobijevih momenata pridružuje 11 krčkih i šest valunskih znakova.

U Tablici 7. uspoređeni su rezultati klasifikacije svih triju metoda. Vidljivo je da su rezultati svih pristupa jednoznačni u relativnom malenom broju slučajeva. Osnovni je problem u tome što je broj čitljivih primjeraka nekog slova na pojedinom spomeniku malen (uglavnom po jedan, najviše tri), te dobiveni rezultat nije moguće potkrijepiti prikladnom statističkom analizom. Stoga nije moguće niti potvrditi, niti opovrgnuti početnu pretpostavku o mogućoj većoj starosti trokutastog modela glagoljice. Jedini je mogući zaključak o postojanju određenog broja znakova trokutastog modela glagoljice na oba spomenika koji su pomiješani sa znakovima okruglog modela[135].

Tablica 6. Euklidske udaljenosti skaliranih Huovih invarijanti znakova s Krčkog natpisa (K) i Valunske ploče (V) u usporedbi s vrijednostima za slova idealnog okruglog i trokutastog modela glagoljice.

Krčki natpis						Valunska ploča		
znak	okr.	trok.	znak	okr.	trok.	znak	okr.	trok.
K-e2	1,9	10,7	K-o19	38,6	3,2	V-t1	3,6	2,3
K-z3	7,0	3,9	K-n20	2,2	2,2	V-jat2	24800,0	24800,0
K-iže4	2,2	2,3	K-jat21	29200,0	29200,0	V-h3	1117,6	18,3
K-d5	1,1	2,2	K-r22	1,5	2,1	V-a4	2,4	2,4
K-a6	2,4	2,4	K-u23	355,2	2,3	V-s5	9,4	107,5
K-m7	46,3	58,4	K-g24	10,5	2,7	V-iže6	11,3	92,7
K-a8	2,4	2,4	K-o25	4,1	2,1	V-n7	17,7	17,7
K-o11	11,7	2,1	K-t26	2,1	4,1	V-klj8	42,4	9,2
K-p12	3330,3	2,8	K-b30	144,5	5,2	V-v9	3,5	2,3
K-a13	2,4	2,4	K-r31	1,7	2,1	V-klj10	11500,0	2109,9
K-t14	0,9	1,8	K-o32	3,7	2,2	V-k11	7,6	8,9
K-klj15	2,2	2,3	K-l34	2,1	2,3	V-klj12	124,6	24,1
K-r16	1,4	2,1	K-v36	12,0	3,5	V-ju13	4,0	3,1
						V-p14	1228,5	9,2

Tablica 7. Klase u koje su znakovi sa spomenika svrstani analizom invarijanti te vektora osjetljivosti pseudo – Jacobijevih momenata (O – okrugli tip, T – trokutasti tip, I – isti znak u oba modela) .

Krčki natpis								Valunska ploča			
znak	Hu	afine	PJ(v)	znak	Hu	afine	PJ(v)	znak	Hu	afine	PJ(v)
K-e2	O	O	T	K-o19	T	T	O	V-t1	T	T	T
K-z3	T	T	O	K-n20	I	I	I	V-jat2	I	I	I
K-iže4	O	O	O	K-jat21	I	I	I	V-h3	T	T	O
K-d5	O	O	O	K-r22	O	O	T	V-a4	I	I	I
K-a6	I	I	I	K-u23	T	T	T	V-s5	O	O	T
K-m7	O	O	O	K-g24	T	T	T	V-iže6	O	T	O
K-a8	I	I	I	K-o25	T	T	O	V-n7	I	I	I
K-o11	T	T	T	K-t26	O	O	O	V-klj8	T	O	O
K-p12	T	T	T	K-b30	T	T	T	V-v9	T	T	T
K-a13	I	I	I	K-r31	O	O	T	V-klj10	T	T	O
K-t14	O	O	O	K-o32	T	T	O	V-k11	O	O	T
K-klj15	O	O	O	K-l34	O	O	T	V-klj12	T	T	O
K-r16	O	O	T	K-v36	T	O	T	V-ju13	T	T	T
								V-p14	T	T	T

6. 5. Tragovi puzanja ličinke *Drosophila melanogaster*

Praćeno je ponašanje ličinki divljeg tipa i nekoliko tipova mutanata vinske mušice kojima se stimuliraju mehanosenzorne (reagiraju na tlačenje, podloge različitog reljefa i strukture), nociceptivne (osjetljive na bol) i proprioceptivne živčane stanice (reagiraju na neuobičajen položaj tijela). Selektivno se pobuđuju ili isključuju pojedine grupe živčanih stanica kako bi se proučio način na koji živčani sustav ličinke raspoznaje određene vrste osjetilnih podražaja (izlaganje toplinskom i svjetlosnom zračenju, postupno povećanje tlaka, izlaganje buci određene frekvencije, izgladnjivanje, tretiranje različitim kemijskim spojevima i sl.) te koju reakciju u svakoj od tih situacija odabire[133,137]. Krajnji cilj istraživanja je identifikacija grupa živčanih stanica koje sudjeluju u reakciji na određenu vrstu podražaja. Također se pokušava utvrditi postoji li pritom specifični uzorak u odgovorima na svaki od osnovnih tipova podražaja te kako je takva reakcija genetski zapisana.

Osnovni je izvor informacije slika traga puzanja ličinke po podlozi. Primjer „sirovog“ ulaza prikazan je na slici 53. (a). Sve su slike očišćene od viška signala (rub zdjelice, nepravilnosti na premazu podloge, svjetle mrlje, oznake i sl.). Nakon obrade preostao je bijeli trag puzanja na crnoj podlozi koji postaje ulazni objekt za analizu momenata slike (sl. 53. (b)). Konačan skup sastojao se od 28 na taj način pripremljenih ulaza veličine 600x600 piksela.



(a) (b)

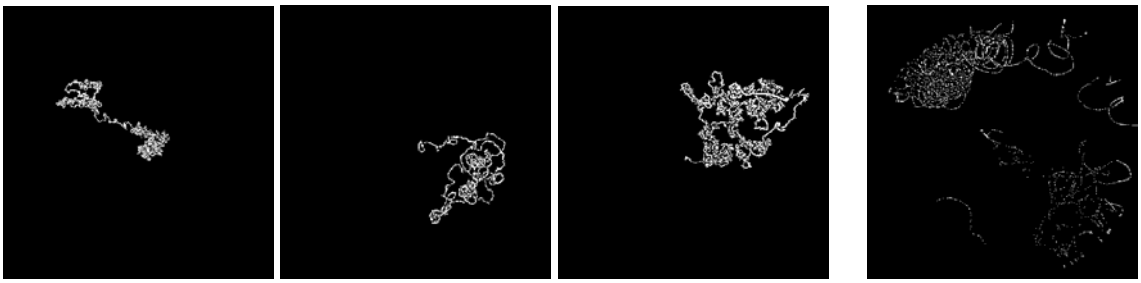
Sl. 53. (a) Originalna slika traga puzanja vinske mušice,
(b) ista slika nakon uklanjanja viška signala.

Za analizu korištene su Huove i prvih šest afinih invarijanti te Zernikeovi momenti uz upotrebu algoritma s upisanom kružnicom do uključivo $p = 6$. Budući da su neke ličinke u eksperimentu ostavile znatno dulji trag od drugih, kako bi se uklonio utjecaj većeg udjela signala spram pozadine na konačni rezultat, vrijednosti invarijanti i momenata

određene slike traga normirane su na pripadni geometrijski moment nultog reda (m_{00}) čiji je iznos proporcionalan sadržaju informacije na ulazu. Kao mjera sličnosti dvaju objekata korištena je suma euklidskih udaljenosti definirana u (4.4). Najsličnijima su proglašeni oni ulazi međusobno udaljeni za $d_{ij} < 1$, manje sličnim oni s $1 \leq d_{ij} < 5$ i dalje u koracima od 5 (zadnja mjera: $d_{ij} \geq 100$). Broj klasa nije bio unaprijed poznat, već je izvršeno grupiranje najsličnijih objekata nakon međusobnog uspoređivanja svih ulaza.

Pokazalo se da je većinu slika iz probnog uzorka postupnim popuštanjem kriterija do zaključno $d_{ij} < 20$ moguće grupirati u ukupno četiri klase označene slovima od A do D. U klasu A svrstano je deset ulaza, B četiri, C tri, te D devet. Dvije slike traga nije bilo moguće pridružiti niti jednoj klasi, a istodobno očito ne čine zajedničku klasu (tj. za njih je $d_{ij} > 1000$, za bilo koji objekt j promatranog skupa). Nisu uočene razlike između rezultata dobivenih upotrebom različitog tipa klasifikatora (momenti ili invarijante) do na brzinu konvergiranja nekoj klasi koja je određena vrijednošću d_{ij}. Na slici 54. prikazani su najsličniji članovi jedne od raspoznatih klasa, tj. oni ulazi između kojih je udaljenost $d_{ij} < 1$, za bilo koju kombinaciju vrijednosti i i j, te jedan objekt koji ne pripada u tu klasu ($d_{ij} > 100$, za svaki objekt j iz promatrane klase).

Preostaje povezati definirane klase s mutiranim tipom ličinke, aktiviranom, odn. isključenom grupom živčanih stanica, kao i podražajima kojima su izložene.



(a) (b)

Sl. 54. (a) Tragovi puzanja svrstani u istu klasu A usporedbom afinih invarijanti uz kriterij $d_{ij} < 1$, (b) pripadnik druge klase ($d_{ij} > 100, \forall j$ iz klase A).

7. Zaključak

U okviru radnje najprije su razvijeni algoritmi za računanje geometrijskih, Legendreovih, Zernikeovih, Fourier – Mellinovih te tri tipa Fourier – Jacobijevih momenata (α=3 i β=2, α=4 i β=3, te α=4 i β=4), kao i iz njih izvedenih invarijanti slike u programskom jeziku MatLab. Riješen je i inverzni problem, tj. izvedeni su pripadni algoritmi za rekonstrukciju početnog ulaza. Testirani su i odgovarajući programi koji omogućuju provjeru adekvatnosti odabranog konačnog reda u razvoju polinoma za koji je pripadni skup momenata daje zadovoljavajuće dobar opis ulaza, kao i procedure za statističku obradu rezultata.

Varijacijom detalja ulaznih slika rotiranjem i promjenom skale objekta postupno su mijenjana svojstva svakog tipa ulaza što je omogućilo praćenje odražavanja takvih promjena na pojedine momente u izračunatom skupu. Potom su iz skupa izdvojeni momenti s najnižim omjerom standardne devijacije i srednje vrijednosti te su proglašeni komponentama vektora osjetljivosti. Na primjeru skupa pisanih slova i raspoznavanja identifikacijskih fotografija lica izvršena je provjera nose li relevantnu informaciju o ulazu uz zadržanu sposobnost klasifikacije početnog skupa. Utvrđeno je da vektori osjetljivosti mogu poslužiti kao novi skup numeričkih deskriptora slike koji dosadašnji postupak računanja i analize momenata znatno ubrzavaju i pojednostavljuju.

Postupak je primjenjen na usporednu analizu znakova s dvaju glagoljskih spomenika, Krčkog natpisa i Valunske ploče, radi provjere hipoteze o postojanju trokutastog modela pisma kao najstarijeg oblika glagoljice. Pokazano je da se na oba spomenika nalazi mješavina znakova trokutastog i okruglog modela. Metoda je primijenjena i na klasifikaciju tragova puzanja ličinki mutiranih sorti vinske mušice izloženih različitim podražajima koja omogućuje zaključivanje o načinu funkcioniranja tog jednostavnog tipa živčanog sustava.

Nastavak istraživanja usmjerit će se na pokušaj primjene metode na ulaze sastavljene od više različitih objekata kako bi se omogućila identifikacija pojedinih objekata na kompleksnim slikama.

Postupak definiranja komponenata vektora osjetljivosti bit će proširen i na više redove promatranih momenata kako bi se u razmatranje uveo i vektor osjetljivosti na šum, a u planu je i provjera svojstava novog tipa momenata slike temeljenih na Neumannovim polinomima.

Preostaje i povezivanje svih MatLab aplikacija za računanje najčešće upotrebljavanih momenata slike u jedinstvenu "user – friendly" aplikaciju koja bi omogućila jednostavno raspoznavanje i klasifikaciju raznih tipova ulaznih objekata.

Dodatak A.

Transformacija momenata kod osnovnih tipova degradacija slike

1. Translacija

Definicijski izraz (1.4) za momente slike $f(x,y)$ pri pomaku ulaza za *a* po apscisi i *b* po ordinati prelazi u:

$$m^t{}_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} (x+a)^p (y+b)^q f(x,y)dxdy\,, \qquad (A-1)$$

odn. u diskretnom obliku:

$$m^t{}_{pq} = \sum_x \sum_y (x+a)^p (y+b)^q f(x,y)\,. \qquad (A-2)$$

Razvojem reda dobiva se

$$m^t{}_{pq} = \sum_{r=0}^{p} \sum_{s=0}^{q} \binom{p}{r} \binom{q}{s} a^{p-r} b^{q-s} M_{rs}\,. \qquad (A-3)$$

Gornjim izrazom dana je translacijska normalizacija koja se u praksi u pravilu rješava pomakom ulaznog objekta u centroid slike. Dakle, uvrštavaju se koordinate centroida (x_c, y_c) danih izrazom (2.3), odn. uvodi se supstitucija $a = -x_c$ i $b = -y_c$ te se dobiva

$$m^t{}_{pq} = \sum_{r=0}^{p} \sum_{s=0}^{q} \binom{p}{r} \binom{q}{s} (-x_c)^{p-r} (-y_c)^{q-s} M_{rs} \qquad (A-4)$$

tj.

$$m^t{}_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} (x-x_c)^p (y-y_c)^q f(x,y)dxdy\,, \qquad (A-5)$$

što je izraz za centralne momente slike (2.4).

2. Promjena skale

Pri promjeni skale za faktor α, novi skup momenata slike $f(x,y)$ ima oblik:

$$m^s{}_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f\left(\frac{x}{\alpha}, \frac{y}{\alpha}\right)dxdy\,. \qquad (A-6)$$

Supstitucijom

$$x' = \frac{x}{\alpha}$$

$$y' = \frac{y}{\alpha}$$

izraz (A – 6) prelazi u:

$$m^{s}{}_{pq} = \alpha^{p+q+2} \int_{-\infty}^{\infty} x'^{p}\, y'^{q} f(x', y') dx' dy' , \qquad (A-7)$$

tj.

$$m^{s}{}_{pq} = \alpha^{p+q+2} M_{pq} . \qquad (A-8)$$

Za ulaznu sliku, bilo binarnu (vrijednosti piksela 0 ili 1), bilo sivu (vrijednosti piksela u rasponu od 0 do 255), srednje vrijednosti sivog nivoa normirane na 1, invarijantnost na promjenu skale postiže se odgovarajućim skaliranjem segmenta slike, tj. faktor α je oblika[138].

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{M_{00}}} ; \qquad (A-9)$$

tj. vrijedi izraz (2.6).

3. Rotacija

Momenti slike $f(x, y)$ nakon rotacije za kut θ oko ishodišta prelaze dani su izrazom:

$$m^{rot}{}_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} (x\cos\theta + y\sin\theta)^{p} (y\cos\theta - x\sin\theta)^{q} f(x, y) dxdy , \qquad (A-10)$$

odn. u diskretnom obliku

$$m^{rot}{}_{pq} = \sum_{x}\sum_{y} (x\cos\theta + y\sin\theta)^{p} (y\cos\theta - x\sin\theta)^{q} f(x, y) . \qquad (A-11)$$

Relaciju (A – 11) moguće je izraziti preko momenta nerotiranog ulaza u obliku:

$$m^{rot}{}_{pq} = \sum_{r=0}^{p}\sum_{s=0}^{q} \binom{p}{r}\binom{q}{s} (-1)^{q-s} \cos^{p-r+s}\theta \sin^{q+r-s}\theta M_{p+q-r,r+s} . \qquad (A-12)$$

Iz (A – 12) očito je da su momenti rotirane slike kombinacije momenata originalne slike istog ili nižeg reda.

4. Zrcaljenje

Zrcaljenje oko jedne od koordinatnih osi mijenja predznak svih momenata čija je definicija vezana uz tu os. Tako u slučaju refleksije spram osi *y* vrijedi:

$$m^{ref}{}_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} x^{p} y^{q} f(x, -y) dxdy , \qquad (A-13)$$

tj.

$$m^{ref}{}_{pq} = (-1)^{q+1} M_{pq} . \qquad (A-14)$$

Dodatak B.

Opis računalnih funkcija

Programi za izračun momenata i invarijanti momenata slike, rekonstrukciju ulaza, pronalaženje vektora osjetljivosti na rotaciju i promjenu skale, kao i popratne funkcije za statističku usporedbu izračunatih značajki te klasifikaciju ulaza načinjeni su u programskom paketu MatLab.

Funkcije za računanje skupa momenata određenog tipa temelje se na definicijskoj jednadžbi. Konkretno, necentralni geometrijski momenti računaju se prema izrazu (2.5), centralni prema diskretnom obliku izraza (2.7), a kompleksni iz njih prema (2.13). Legendreovi momenti dobiveni su iz izraza (2.18) nakon transformacije slike u interval [-1,1]. Za izračun momenata definiranih u polarnom sustavu, bitan je podatak koristi li se algoritam koji uključuje slici opisanu ili upisanu kružnicu. U prvome slučaju nema mogućih gubitaka signala u uglovima slike, no drugi omogućuje znatno brži izračun skupa momenata. Za sve tipove momenata u polarnom sustavu načinjene su funkcije koje omogućuju izbor bilo kojeg od ova dva slučaja. Pritom je za Zernikeove momente korišten izraz (2.24), Fourier – Mellinove (2.33), a različite tipove Fourier – Jacobijevih momenata izraz (2.49) uz razne Jacobijeve radijalne polinome (2.45) do (2.48). Sve ove funkcije kao ulaz koriste sliku u .bmp ili .jpg formatu (matrica), red do kojeg se skup momenata računa (skalar) te odabir između algoritma koji koristi upisanu ili opisanu kružnicu (za slučaj momenata definiranih u polarnom sustavu).

Inverzni problem je riješen tako da se učitava originalna slika i najviši potreban red momenata, a izlaz je slika ulaza rekonsturiranog tim redom u .fig MatLab formatu koja se po potrebi može spremiti u bilo kojem uobičajenom formatu slike.

Huov skup sedam invarijanti računa se upotrebom normiranih i skaliranih geometrijskih momenata prema (3.1), a prvih šest afinih invarijanti prema (3.8). Funkcija za izračun invarijanti na zamućenje slijedi algoritam naveden u poglavlju 3. 3. Jedini potreban ulaz u proceduru je slika za koju se invarijante računaju.

Kod klasifikacije moguće je odabrati korištenje euklidske udaljenosti (izraz (4.4)), Canberra udaljenosti (4.8), Mahalanobisove udaljenosti (4.9), normalizirane kovarijance (4.10), te funkcije cijene diskriminacije (4.12). Ulaz su izračunati skupovi momenata.

Za izračun i analizu definiranih vektora osjetljivosti navedenih u Tablici 1. za svaki tip momenata također su složene odgovarajuće MatLab funkcije. Ulaz je slika i odabrani tip klasifikatora.

Dodatak C.

Koeficijent varijacije odabranih vektora osjetljivosti

U tablicama T – 1. i T – 2. navedene su srednje vrijednosti, standardne devijacije i koeficijent varijacije izražen u postocima za odabrane komponente vektora osjetljivosti na rotaciju izračunate za objekte sa sl. 27. Tablice T – 3. i T – 4. prikazuju iste vrijednosti za komponente vektora osjetljivosti na promjenu skale.

T – 1. Srednje vrijednosti, standardne devijacije i postotni iznos koeficijenta varijacije za Legendreove, Zernikeove i Fourier – Jacobijeve momente (α=3, β=2) odabrane za komponente vektora osjetljivosti na rotaciju.

L						Z						FJ				α=3	β=2
	p	q	x_{sr}	σ	c_{var}/%		p	q	x_{sr}	σ	c_{var}/%		p	q	x_{sr}	σ	c_{var}/%
A	0	0	3,92	0,06	1,44	**A**	0	0	5,06	0,07	1,45	**A**	0	0	10,84	0,16	1,45
	0	2	-8,88	0,18	2,01		2	0	13,26	0,19	1,41		1	0	26,51	0,30	1,13
	2	2	20,05	0,27	1,34		4	0	16,66	0,19	1,12		2	0	20,51	0,19	0,95
C	0	0	3,98	0,01	0,26		6	0	14,65	0,13	0,89		3	0	5,81	0,46	7,86
	0	2	-8,53	0,26	3,04	**C**	0	0	5,14	0,01	0,27	**C**	0	0	10,47	0,05	0,43
	2	2	17,96	0,06	0,36		2	0	12,43	0,05	0,38		1	0	18,11	0,06	0,33
E	0	0	0,61	0,05	1,09		4	0	12,31	0,03	0,26		2	0	6,13	0,11	1,85
	0	2	10,10	0,45	4,43		6	0	4,26	0,04	0,89		3	0	39,20	0,20	0,51
	2	2	21,91	0,28	1,27	**E**	0	0	5,96	0,06	1,07	**E**	0	0	12,44	0,13	1,08
F	0	0	1,54	0,02	1,42		2	0	14,86	0,16	1,08		1	0	26,44	0,27	1,01
	0	2	-3,67	-0,09	2,33		4	0	16,51	0,17	1,01		2	0	12,78	0,22	1,73
	2	2	8,87	0,12	1,42		6	0	10,83	0,12	1,15		3	0	11,65	0,34	2,95
O	0	0	4,67	0,01	0,19	**F**	0	0	4,39	0,05	1,08	**F**	0	0	4,49	0,06	1,41
	0	2	-9,91	0,14	1,42		2	0	11,58	0,11	0,94		1	0	14,12	0,20	1,44
	2	2	20,72	0,30	1,44		4	0	14,75	0,13	0,94		2	0	19,64	0,28	1,44
V	0	0	3,48	0,04	1,08		6	0	13,38	0,10	0,76		3	0	14,13	0,32	2,27
	0	2	-7,78	0,13	1,71	**O**	0	0	6,03	0,01	0,20	**O**	0	0	12,22	0,04	0,31
	2	2	17,35	0,20	1,15		2	0	14,46	0,05	0,34		1	0	20,23	0,05	0,24
							4	0	13,87	0,05	0,33		2	0	10,17	0,05	0,44
							6	0	3,61	0,02	0,62		3	0	48,70	0,09	0,19
						V	0	0	4,49	0,05	1,09	**V**	0	0	9,51	0,10	1,07
							2	0	11,57	0,13	1,12		1	0	21,73	0,22	1,02
							4	0	13,94	0,15	1,08		2	0	12,33	0,19	1,50
							6	0	11,14	0,11	0,96		3	0	14,62	0,39	2,63

T – 2. Srednje vrijednosti, standardne devijacije i postotni iznos koeficijenta varijacije za Fourier – Mellinove, pseudo – Jacobijeve (α=4, β=3) te Fourier – Jacobijeve momente (α=4, β=4) odabrane za komponente vektora osjetljivosti na rotaciju.

FM						**PJ** α=4 β=3						**FJ** α=4 β=4					
	p	q	x_{sr}	σ	c_{var}/%		p	q	x_{sr}	σ	c_{var}/%		p	q	x_{sr}	σ	c_{var}/%
A	0	0	5,06	0,07	1,45	**A**	0	0	3,47	0,06	1,71	**A**	0	0	2,36	0,04	1,79
	1	0	13,17	0,17	1,31		3	2	4,70	0,14	3,07		1	0	15,23	0,25	1,66
	2	0	12,77	0,13	1,01		4	3	9,19	0,15	1,62		2	0	35,69	0,51	1,42
	3	2	2,35	0,08	3,36		5	5	6,73	0,15	2,27		3	0	45,12	0,45	0,99
	6	2	6,29	0,14	2,26		6	2	10,20	0,22	2,11		4	0	32,69	0,36	1,10
C	0	0	5,14	0,01	0,27		6	5	10,63	0,07	0,63		5	2	12,16	0,39	3,19
	1	0	11,07	0,05	0,43	**C**	0	0	4,54	0,01	0,30	**C**	0	0	3,17	0,01	0,30
	2	0	4,22	0,03	0,81		3	2	5,21	0,04	0,81		1	0	18,82	0,07	0,37
	3	2	2,99	0,03	1,04		4	3	1,79	0,09	4,80		2	0	35,95	0,10	0,28
	6	2	4,80	0,08	1,67		5	5	0,47	0,01	2,19		3	0	22,99	0,11	0,50
E	0	0	5,96	0,06	1,08		6	2	11,44	0,11	0,98		4	0	23,58	0,36	1,51
	1	0	14,18	0,14	1,02		6	5	3,07	0,11	3,60		5	2	11,06	0,25	2,82
	2	0	10,80	0,11	1,05	**E**	0	0	4,61	0,05	1,18	**E**	0	0	0,96	0,02	1,57
	3	2	8,45	0,13	1,49		3	2	12,12	0,15	1,24		1	0	6,99	0,11	1,54
	6	2	10,65	0,13	1,18		4	3	4,58	0,08	1,75		2	0	19,36	0,29	1,52
F	0	0	4,39	0,05	1,08		5	5	5,45	0,13	2,46		3	0	30,81	0,44	1,43
	1	0	11,61	0,13	1,08		6	2	19,07	0,25	1,30		4	0	30,40	0,46	1,51
	2	0	11,76	0,08	0,71		6	5	3,93	0,16	3,99		5	2	19,38	0,40	2,07
	3	2	3,91	0,06	1,66	**F**	0	0	2,94	0,04	1,34	**F**	0	0	1,99	0,03	1,38
	6	2	5,69	0,13	2,27		3	2	5,56	0,10	1,74		1	0	12,95	0,16	1,27
O	0	0	6,03	0,01	0,2		4	3	2,80	0,11	3,91		2	0	30,73	0,32	1,05
	1	0	12,71	0,02	0,18		5	5	1,85	0,02	0,89		3	0	39,89	0,36	0,90
	2	0	3,95	0,01	0,37		6	2	8,05	0,20	2,49		4	0	30,78	0,25	0,81
	3	2	0,57	0,02	3,71		6	5	4,86	0,16	3,21		5	2	18,31	0,22	1,22
	6	2	0,57	0,03	4,94	**O**	0	0	5,44	0,01	0,19	**O**	0	0	3,81	0,01	0,16
V	0	0	4,49	0,05	1,09		3	2	1,73	0,03	1,81		1	0	22,45	0,06	0,27
	1	0	11,23	0,12	1,07		4	3	0,13	0,01	5,72		2	0	41,92	0,08	0,19
	2	0	9,51	0,1	1,01		5	5	0,13	0,01	4,18		3	0	23,27	0,07	0,32
	3	2	3,33	0,03	0,95		6	2	3,30	0,06	1,76		4	0	36,07	0,09	0,24
	6	2	5,47	0,06	1,05		6	5	0,11	0,01	5,55		5	2	1,97	0,10	4,83
						V	0	0	3,29	0,04	1,17	**V**	0	0	2,25	0,03	1,17
							3	2	4,89	0,06	1,16		1	0	14,24	0,17	1,18
							4	3	10,26	0,09	0,87		2	0	32,17	0,35	1,10
							5	5	5,87	0,13	2,22		3	0	37,57	0,36	0,95
							6	2	7,78	0,16	2,04		4	0	21,12	0,39	1,86
							6	5	10,72	0,08	0,73		5	2	16,49	0,15	0,90

T – 3. Srednje vrijednosti, standardne devijacije te iznos koeficijenta varijacije za Legendreove, pseudo – Jacobijeve (α=4, β=3) i Fourier – Jacobijeve momente (α=4, β=4) odabrane za komponente vektora osjetljivosti na promjenu skale.

	L						PJ	α=4	β=3				FJ	α=4	β=4			
	p	q	x_{sr}	σ	c_{var}		p	q	x_{sr}	σ	c_{var}		p	q	x_{sr}	σ	c_{var}
A	0	2	-2,36	0,10	0,04	**A**	1	0	4,51	0,73	0,16	**A**	1	0	7,58	1,42	0,19
	2	2	5,27	0,65	0,13		3	1	1,73	0,55	0,32		2	0	25,13	7,30	0,29
C	0	2	-2,29	0,14	0,06	**C**	1	0	4,43	0,78	0,18	**C**	1	0	7,67	1,07	0,14
	2	2	5,27	0,70	0,13		3	1	1,94	0,40	0,20		2	0	23,86	8,12	0,34
E	0	2	-2,29	0,19	0,08	**E**	1	0	4,44	0,75	0,17	**E**	1	0	7,81	0,88	0,11
	2	2	5,42	0,81	0,15		3	1	1,72	0,55	0,32		2	0	24,87	6,85	0,28
F	0	2	-2,28	0,23	0,10	**F**	1	0	4,66	0,64	0,14	**F**	1	0	7,98	0,89	0,11
	2	2	5,42	0,72	0,13		3	1	2,17	0,76	0,35		2	0	26,29	6,94	0,26
O	0	2	-2,17	0,28	0,13	**O**	1	0	4,40	0,78	0,18	**O**	1	0	7,65	1,07	0,14
	2	2	4,90	1,14	0,23		3	1	0,56	0,47	0,85		2	0	23,57	8,15	0,35
V	0	2	-2,22	0,20	0,09	**V**	1	0	4,37	0,61	0,14	**V**	1	0	7,15	2,02	0,28
	2	2	5,16	0,90	0,17		3	1	2,21	0,47	0,21		2	0	22,13	8,88	0,40

T – 4. Srednje vrijednosti, standardne devijacije i postotni iznos koeficijenta varijacije za Zernikeove, Fourier – Mellinove i Fourier – Jacobijeve momente (α=3, β=2) odabrane za komponente vektora osjetljivosti na promjenu skale.

	Z						FM						FJ	α=3	β=2			
	p	q	x_{sr}	σ	c_{var}		p	q	x_{sr}	σ	c_{var}		p	q	x_{sr}	σ	c_{var}
A	2	0	2,82	0,16	0,06	**A**	1	0	3,20	0,38	0,12	**A**	1	0	3,32	0,534	0,16
	4	0	4,30	0,57	0,13		1	1	0,15	0,15	0,96		1	1	0,15	0,146	0,95
	6	0	5,19	1,33	0,26		2	1	0,25	0,17	0,70		2	1	0,29	0,118	0,40
C	2	0	2,78	0,20	0,07	**C**	1	0	2,98	0,513	0,17	**C**	1	0	2,96	0,76	0,26
	4	0	3,95	0,88	0,22		1	1	0,33	0,027	0,08		1	1	0,38	0,02	0,06
	6	0	4,37	2,09	0,48		2	1	0,62	0,108	0,17		2	1	0,72	0,17	0,24
E	2	0	2,80	0,17	0,06	**E**	1	0	3,10	0,437	0,14	**E**	1	0	3,16	0,64	0,20
	4	0	4,10	0,74	0,18		1	1	0,33	0,054	0,16		1	1	0,38	0,05	0,14
	6	0	4,75	1,73	0,36		2	1	0,64	0,139	0,22		2	1	0,76	0,19	0,25
F	2	0	2,86	0,12	0,04	**F**	1	0	3,25	0,372	0,11	**F**	1	0	3,44	0,46	0,13
	4	0	4,34	0,55	0,13		1	1	0,35	0,054	0,16		1	1	0,40	0,05	0,13
	6	0	5,32	1,32	0,25		2	1	0,73	0,098	0,14		2	1	0,93	0,09	0,10
O	2	0	2,77	0,20	0,07	**O**	1	0	2,96	0,52	0,18	**O**	1	0	2,92	0,773	0,27
	4	0	3,91	0,91	0,23		1	1	0,04	0,036	0,93		1	1	0,04	0,033	0,81
	6	0	4,26	2,15	0,51		2	1	0,07	0,04	0,58		2	1	0,08	0,031	0,37
V	2	0	2,78	0,16	0,06	**V**	1	0	2,97	0,545	0,18	**V**	1	0	3,24	0,591	0,18
	4	0	4,01	0,71	0,18		1	1	0,34	0,03	0,09		1	1	5,03	0,097	0,50
	6	0	4,55	1,61	0,34		2	1	0,67	0,064	0,10		2	1	0,93	0,334	0,36

Literatura

1. Joseph A. Mannino, Human Biology, William C. Brown, New York, 1994.
2. N. Demoli, Coherent pattern recognition using a two-stage spatial prefiltering procedure, Optik **72**, 102-108 (1986).
3. N. Demoli, U. Dahms, H. Gruber, G. Wernicke, Influence of flatness distortions on the output of a liquid crystal television based joint transform correlator system, Applied Optics **36**, 8417-8426 (1997).
4. N. Demoli, H. Gruber, U. Dahms, G. Wernicke, Characterization of the cuneiform signs by using a multifunctional optoelectronic device, Applied Optics **35**, 5811-5820 (1996).
5. N. Demoli, J. Kamps, S. Krüger, H. Gruber, G. Wernicke, Recognition of cuneiform inscription signs by use of a hybrid-optoelectronic correlator device, Applied Optics **41** (23), 4762-4774 (2002).
6. J. Flusser, T. Suk, Pattern recognition by affine moment invariants, Pattern Recognition **26**, 1, 167 – 174 (1993).
7. S. X. Liao, M. Pawlak, On Image Analysis by Moments, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence **18**, 3, 254 – 266 (1996).
8. S. X. Liao, M. Pawlak, Moment Invariants for Image Analysis with Applications to Image Reconstruction, IEEE Trans. on Communication, Power and Computing **17**, 157 – 162 (1997).
9. R. B. Yadav, N. K. Nishchal, A. K. Gupta, V. K. Rastogi, Retrieval and classification of shape – based objects using Fourier, generic Fourier, and wavelet – Fourier descriptors technique, Optics and Lasers in Engineering **45**, 695 – 708 (2007).
10. H. Rashidy Kanan, K. Faez, Y. Gao, Face recognition using adaptively weighted patch PZM array from a single exemplar image per person, Pattern Recognition **41,** 3799 – 3812 (2008).
11. R. Cassinis, D. Duina, S. Inelli, A. Rizzi, Unsupervised matching of visual landmarks for robotic homing using Fourier – Mellin transform, Robotics and Autonomous Systems **40**, 131 – 138 (2002).
12. X. Wang, B. Xiao, J. – F. Ma, X. – L. Bi, Scaling and rotation invariant analysis approach to object recognition based on Radon and Fourier – Mellin transform, Pattern Recognition **40**, 3503 – 3508 (2007).
13. R. Lenz and P. Meer, Point configuration invariants under simultaneous projective and permutation transformations, Pattern Recognition **27**, 1523–1532, (1994).
14. T. H. Reiss, Object recognition using algebraic and differential invariants, Signal Processing **32**, 367 – 395 (1993).

15. Z. Yang and F. Cohen, Image registration and object recognition using affine invariants and convex hulls, IEEE Trans. Image Processing **8**, 7, 934–946 (1999).
16. O. Horáček, J. Kamenický, J. Flusser, Recognition of partially occluded and deformed binary objects, Pattern Recognition Letters **29**, 360–369 (2008).
17. D. Zhang, G. Lu, Review of shape representation and description techniques, Pattern Recognition **37**, 1 – 19 (2004).
18. M. K. Hu, Visual pattern recognition by moment invariants, IRE Trans. Information Theory **8**, 179 – 187 (1962).
19. S. O. Belkasim, M. Shridhar, M. Ahmadi, Pattern recognition with moment invariants: a comparative study and new results, Pattern Recognition **24**, 1117 – 1138 (1991).
20. M. Zhenjiang, Zernike moment – based image shape analysis and its application, Pattern Recognition Letters **21**, 169 – 177 (2001).
21. F. W. Smith, M. H. Wright, Automatic ship photo interpretation by the method of moments, IEEE Trans. Comput. 20(9), 1089 – 1095 (1971).
22. S. A. Dudani, K. J. Breeding, R. B. McGhee, Aircraft identification by moment invariants, IEEE Trans. Computers **26**, 39 – 45 (1977).
23. V. Subbiah Bharathi, L. Ganesan, Orthogonal moments based texture analysis of CT liver images, Pattern Recognition Letters **29**, 1868 – 1872 (2008).
24. G. Schaefer, M. Závišek, T. Nakashima, Thermography based breast cancer analysis using statistical features and fuzzy classification, Pattern Recognition **47**, 1133 – 1137 (2009).
25. Z. Iscan, Z. Dokur, T. Ölmez, Tumor detection using Zernike moments on segmented resonance brain images, Expert Systems with Applications **37**, 2540 – 2549 (2010).
26. H. Rashidy Kanan, K. Faez, GA – based optimal selection of PZMI features for face recognition, Applied Mathematics and Computation **205**, 706 – 715 (2008).
27. T. Beng Jin, D. N. Chek Ling, O. Thian Song, An efficient fingerprint verification system using integrated wavelet and Fourier – Mellin invariant transform, Image and Vision Computing **22**, 503 – 513 (2004).
28. C. Kan, M. D. Srinath, Invariant character recognition with Zernike and orthogonal Fouier – Mellin moments, Pattern Recognition **35**, 143 – 154 (2002).
29. A. Broumandnia, J. Shanbehzadeh, Fast Zernike wavelet moments for Farsi character recognition, Image and Vision Computing **25**, 717 – 726 (2007).
30. R. B. Yadav, N. K. Nishchal, A. K. Gupta, V. K. Rastogi, Retrieval and classification of objects using generic Fourier, Legendre moment, and wavelet Zernike moment descriptors and recognition using joint transform correlator, Optics & Laser Technology **40**, 517 – 527 (2008).

31. H. Z. Shu, J. Zhou, G. N. Han, L. M. Luo, J. L. Coatrieux, Image reconstruction from limited range projections using orthogonal moments, Pattern Reconition **40**, 670 – 680 (2007).
32. L. Kotoulas, I. Andreadis, Efficient hardware architectures for computation of image moments, Real – Time Imaging **10**, 371 – 378 (2004).
33. J. Flusser, Moment invariants in image analysis, Trans. on Engineering, Computing and Technology **11**, 196 – 201 (2006).
34. A. L. Ibrahim, A. Dalhoum, A comparative survey on the fast computation of geometric moments, European Journal of the Scientific Research **24**, 1, 104 – 111 (2008).
35. H. Teh, R. T. Chin, On image analysis via the general theory of moments, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. **10**, 496 – 513 (1988).
36. M. R. Teague, Image analysis via the general theory of moments, Journal of the Optical Society of America, **70** (8), 920 – 930 (1980).
37. D. J. White, C. Svellingen, N. J. C. Strahan, Automated measurement of species and length of fish by computer vision, Fisheries Research **80**, 203 – 210 (2006).
38. M. Rizon, H. Yazid, P. Saad, A. Y. M. Shakaff, A. R. Saad, M. R. Mamat, S-Yaacob, H. Desa, M. Karthigayan, Object detection using geometric invariant moment, American Journal of Appl. Sciences **2** (6), 1876 – 1878 (2006).
39. F. Ghorbel, S. Derrode, R. Mezhoud, T. Bannour, S. Dhahbi, Image reconstruction from a complete set of similarity invariants extracted from image moments, Pattern Recogniton Letters **27**, 1361 – 1369 (2006).
40. F. Ghorbel, S. Derrode, S. Dhahbi, R. Mezhoud, Reconstructing with geometrical moments, Proc. Conf. on Machine Intelligence, ACIDCA – ICMI (2005).
41. J. Liu, T. Zhang, Recognition of the blurred image by complex moment invariants, Pattern Recognition Letters **26**, 1128-1138 (2005).
42. S. – C. Pei, C. – M. Cheng, A fast two-class classifier for 2D data using complex-moment-preserving principle, Pattern Recognition **29**, 519-531 (1996).
43. C. – W. Chong, P. Raveendran, R. Mukundan, Translation and scale invariants of Legendre moments, Pattern Recognition **37**, 119 – 129 (2004).
44. J. D. Zhou, H. Z. Shu, L. M. Luo, W. X. Yu, Two new algorithms for efficient computation of Legendre moments, Pattern Recognition **35**, 1143 – 1152 (2002).
45. G. Y. Yang, H. Z. Shu, C. Toumoulin, G. N. Han, L. M. Luo, Efficient Legendre moment computation for grey level images, Pattern Recognition **39**, 74 – 80 (2006).
46. K. M. Hosny, Exact Legendre moment computation for gray level images, Pattern Recognition **40**, 3597 – 3605 (2007).

47. G. A. Papakostas, E. G. Karakasis, D. E. Koulouriotis, Accurate and speedy computation of image Legendre moments for computer vision applications, Image and Vision Computing **28**, 414-423 (2010).
48. J. Barreiro, M. Castéjon, E. Alegre, L. K. Hernández, Use of descriptors based on moments from digital images for tool wear monitoring, International Journal of Machine Tools & Manufacture **48**, 1005 – 1013 (2008).
49. A. Padilla – Vivanco, A. Martínez – Ramírez, F. Granados – Agustín, Digital image reconstruction by using Zernike moments, Proc. SPIE, Vol. 5237 – 36, 1 – 9 (2003).
50. Ch. – Y. Wee, R. Paramesran, On the computational aspects of Zernike moments, Image and Vision Computing **25**, 967 – 980 (2007).
51. S. X. Liao, M. Pawlak, On the accuracy of Zernike moments for image analysis, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. **20** (12), 1359 – 1364 (1998).
52. C. – W. Chong, P. Raveendran, R. Mukundan, A comparative analysis of algorithms for fast computation of Zernike moments, Pattern Recognition **36**, 731 – 742 (2003).
53. G. A. Papakostas, Y. S. Boutalis, C. N. Papaodysseus, D. K. Fragoulis, Numerical error analysis in Zernike moments computation, Image and Vision Computing **24**, 960 – 969, (2006).
54. G. A. Papakostas, Y. S. Boutalis, C. N. Papaodysseus, D. K. Fragoulis, Numerical stability of fast computation algorithms of Zernike moments, Applied Mathematics and Computation **195**, 326 – 345 (2008).
55. G. Amayeh, A. Erol, G. Bebis, M. Nicolescu, Accurate and efficient calculation of high order Zernike moments, Proc. Int. Symp. Visual Computing (ISVC'05) 3804, 462 – 469 (2005).
56. Y. Sheng, L. Shen, Orthogonal Fourier – Mellin moments for invariant pattern recognition, J. Opt. Soc. Am. A **11** (6), 1748 – 1757 (1994).
57. M. Pawlak, On the reconstruction aspect of moment descriptors, IEEE Trans. Inf. Theory **38** (6), 1698 – 1708 (1992).
58. C. Singh, E. Walia, Fast and numerically stable methods for the computation of Zernike moments, Pattern Recognition **43**, 2497 – 2506 (2010).
59. P. P. Banada, S. Guo, B. Bayraktar, E. Bae, B. Rajwa, J. P. Robinson, E. D. Hirleman, A. K. Bhunia, Optical forward – scattering for detection of Listeria monocytogenes and other Listeria species, Biosensors and Bioelectronics **22**, 1664 – 1671 (2007).
60. L. Wang, G. Healey, Using Zernike moments for the illumination and geometry invariant classification of multispectral texture, IEEE Trans. Image Process. **7** (2), 196 – 203 (1998).

61. G. A. Papakostas, Y. S. Boutalis, D. A. Karras, B. G. Mertzios, Pattern classification by using improved wavelet compressed Zernike moments, Applied Mathematics and Computation **212**, 162 – 176 (2009).
62. X. – F. Wang, D. – S. Huang, J. – X. Du, H. Hu, L. Heutte, Classification of plant leaf images with complicated background, Applied Mathematics and Computation **205**, 916 – 926 (2008).
63. W. Liyun, L. Hefei, Z. Fuhao, L. Zhengding, W. Zhendi, Spermatogonium image reconstruction using Zernike moments, Computer Methods and Programs in Biomedicine **95**, 10 – 12 (2009).
64. S. Ghosal, R. Mehrotra, Segmentation of range images: an orthogonal moment-based integrated approach, IEEE Trans. on Robot and Automation **9** (4), 385 – 399 (1993).
65. K. M. Hosny, A systematic method for efficient computation of full and subsets Zernike moments, Information Sciences **180**, 2299 – 2313 (2010).
66. S. M. Lajevardi, Z. M. Hussain, Higher order moments for invariant facial expression recognition, Digital Signal Processing **20**, 1771 – 1779 (2010).
67. A. Broumandnia, J. Shanbehzadeh, M. Rezakhah Varnoosfaderani, Persian/arabic handwritten word recognition using M – band packet wavelet transform, Image and Vision Computing **26**, 829 – 842 (2008).
68. V. Subbiah Bharahti, L. Ganesan, Orthogonal moments based texture analysis of CT liver images, Pattern Recognition Letters **29**, 1868 – 1872 (2008).
69. P. Soda, L. Onofri, G. Iannello, A decision support system for Crithidia Luciliae image classification, Artificial Intelligence in Medicine (2010). (doi:10.1016/j.artmed.2010.05.005)
70. G. Amayeh, G. Bebis, A. Erol, M. Nicolescu, Hand – based verification and identification using palm – finger segmentation and fusion, Computer Vision and Image Understanding **113**, 477 – 501, (2009).
71. Y. – H. Pang, A. B. – J. Teoh, D. C. – L. Ngo, F. – S. Hiew, Palmprint verification with moments, Journal of WSCG **12**, 1 – 3 (2003).
72. Y. Xin, S. Liao, M. Pawlak, Circulary orthogonal moments for geometrically robust image watermarking, Pattern Recognition **40**, 3740 – 3752 (2007).
73. X. – Y. Wang, Z. – H. Xu, H. – Y. Yang, A robust image watermarking algorithm using SVR detection, Expert Systems with Applications **36**, 9056 – 9064 (2009).
74. N. Singhal, Y. – Y. Lee, Ch. – S. Kim, S. – U. Lee, Robust image watermarking using local Zernike moments, J. Vis. Commun. Image Representation **20** (6), 408 – 419 (2009).
75. H. Qi, K. Li, Y. Shen, W. Qu, An effective solution for trademark image retreival by combining shape description and feature matching, Pattern Recognition **43**, 2017 – 2027 (2010).

76. H. Zhang, H. Z. Shu, P. Haigron, B. S. Li, L. M. Luo, Construction of the complete set of orthogonal Fourier – Mellin moment invariants for pattern recognition applications, Image and Vision Computing **28**, 38 – 44 (2009).
77. T. J. Bin, A. Lei, C. Jiwen, K. Wenjing, L. Dandan, Subpixel edge location based on orthogonal Fourier – Mellin moments, Image and Vision Computing **26**, 563 – 569 (2008).
78. H. Yu, M. Bennamoun, Complete invariants for robust face recognition, Pattern Recognition **40**, 1579 – 1591 (2007).
79. Y. Ming Chen, J. – H. Ciang, Face recognition using combined multiple feature extraction based on Fourier – Mellin approach for single example image per person, Pattern Recognition Letters **31**, 1833 – 1841 (2010).
80. A. Padilla – Vivanco, C. Toxqui – Quitl, C. Santiago – Tepantlan, Gray level image reconstruction using Jacobi – Fourier moments, Proc. SPIE, Vol. 7000, 700060 – 700060-11 (2008).
81. G. Amu, S. Hasi, X. Yang, Z. Ping, Image analysis by pseudo – Jacobi (p=4, q=3) – Fourier moments, Appl. Opt. **43** (10), 2093 – 2101 (2004).
82. Z. Ping, H. Ren, J. Zou, Y. Sheng, W. Bo, Generic orthogonal moments: Jacobi – Fourier moments for invariant image description, Pattern Recognition **40**, 1245 – 1254 (2007).
83. R. Mukundan, S. H. Ong, P. A. Lee, Discrete vs. continuous orthogonal moments for image analysis, Proc. CISST01 Intl. Conf., 23 – 29 (2001).
84. R. Mukundan, S. H. Ong, P. A. Lee, Image analysis by Tchebishef moments, IEEE Trans. Image Process. **10**, 1357 – 1364 (2001).
85. R. Mukundan, Some computational aspects of discrete orthonormal moments, IEEE Trans. Image Process. **13**, 1055 – 1059 (2004).
86. B. Bayraktar, T. Bernas, J. P. Robinson, B. Rajwa, A numerical recipe for accurate image reconstruction from discrete orthogonal moments, Pattern Recognition **40**, 659 – 669 (2007).
87. H. Zhu, H. Shu, J. Zhou, L. Luo, J. L. Coatrieux, Translation and scale invariants of Tchebichef moments, Pattern Recognition **40**, 2530 – 2542 (2007).
88. X. Yang, W. Birkfellner, P. Niederer, A similarity measure based on Tchebichef moments for 2D/3D medical image registration, International Congress Series **1268**, 153 – 158, (2004).
89. X. B. Dai, H. Z. Shu, L. M. Luo, G. N. Han, J. L. Coatrieux, Reconstruction of tomographic images from limited range projections using discrete Radon transform and Tchebichef moments, Pattern Recognition **43**, 1152 – 1164 (2010).
90. Ch. Deng, X. Gao, X. Li, D. Tao, A local Tchebichef moments – based robust image watermarking, Signal Processing **89**, 1531 – 1539 (2009).

91. G. A. Papakostas, D. E. Koulouriotis, E. G. Karakasis, A unified methodology for the efficient computation of discrete orthogonal image moments, Information Sciences **179**, 3619 – 3633 (2009).
92. K. W. See, K. S. Loke, P. A. Lee, K. F. Loe, Image reconstruction using various discrete orthogonal polynomials in comparison with DCT, Applied Mathematics and Computation **193**, 346 – 359 (2007).
93. E. Dogantekin, M. Yilmaz, A. Dogantekin, E. Avci, A. Sengur, A robust technique based on invariant moments – ANFIS for recognition of human parasite eggs in microscopic images, Expert Systems with Applications **35**, 3, 728 – 738 (2008).
94. A. I. Al – Shoshan, Arabic OCR based on image invariants, IEEE Proc. of the Geometric Modeling and Imaging – New Trends, 150 – 154 (2006).
95. H. Lin, H. – Z. Li, Chinese signature verification with moment invariants, IEEE Proc. of Int. Conf. on Systems, Man., and Cybernetics, 2963 – 2968 (1996).
96. Q. Chen, E. M. Petriu, Optical character recognition for model – based object recognition applications, IEEE Proc. on Haptic, Audio and Visual Environments and Their Applications, 77 – 82 (2003).
97. M. Mercimek, K. Gulez, T. Veli Mumcu, Real object recognition using moment invariants, Sadhana **30**, 6, 765 – 775 (2005).
98. J. P. MacSleyne, J. P. Simmons, M. De Graef, On the use of 2 – D moment invariants for the automated classification of particle shapes, Acta Materialia **56**, 3, 427 – 437 (2007).
99. A. Realpe, C. Velázquez, Pattern recognition for characterization od pharmaceutical powders, Powder Technology **169**, 108 – 113 (2006).
100. M. S. Al – Batah, N. A. M. Isa, K. Z. Zamli, Z. M. Sani, K. A. Azizli, A novel aggregate classification technique using moment invariants and cascaded multilayered perceptron network, Int. J. Miner. Processing **92**, 92 – 102 (2009).
101. M. Nabti, A. Bouridane, An effective and fast iris recognition system based on a combined multiscale feature extraction technique, Pattern Recognition **41**, 868 – 879 (2008).
102. J. Flusser, On the independance of rotation moment invariants, Pattern Recognition **33**, 1405 – 1410 (2000).
103. J. Flusser, On the inverse problem of rotation moment invariants, Pattern Recognition **35** , 3015 – 3017 (2002).
104. D. Xu, H. Li, Geometric moment invariants, Pattern Recognition **41**, 240 – 249 (2008).
105. T. Suk, J. Flusser, Graph method for generating affine moment invariants, Proc. on 17th International Conference on Pattern Recognition, IEEE Computer Society 192 – 195 (2004).

106. T. Suk, J. Flusser, Affine moment invariants generated by automated solution of the equations, Proc. of 19th Int. Conf. on Pattern Rec., ICPR08, 91 – 94 (2008).
107. T. Suk, J. Flusser, The independence of the affine moment invariants, Information Optics **5**, 387 – 396 (2006).
108. J. Liu, D. Li, W. Tao, L. Yan, An automatic method for generating affine moment invariants, Pattern Recognition Letters **28**, 2295 – 2304 (2007).
109. H. Sossa, J. Flusser, Refined method for the fast and exact computation of moment invariants, Proc. of CIARP04, LNCS 3287, 487 – 494 (2004).
110. B. Zitová, J. Flusser, Landmark recognition using invariant features, Pattern Recognition Letters **20**, 541 – 547 (1999).
111. J. Flusser, T. Suk, S. Saic, Recognition of blurred images by the method of moments, IEEE Trans. on Image Processing **5**, 3, 533 – 538, (1996).
112. J. Flusser, T. Suk, S. Saic, Image features invariant with respect to blur, Pattern Recognition **28**, 1723 – 1732 (1995).
113. B. Mahdian, S. Saic, Detection of copy – move forgery using a method based on blur moment invariants, Forensic Science International **171**, 180 – 189 (2007).
114. I. Rish, An empirical study of the naive Bayes classifier, Proc. of IJCAI Workshop on Empirical Methods in Artificial Intelligence, 1 – 6 (2001).
115. D. J. Hand, K. Yu, Idiot's Bayes – not so stupid after all?, Int. Stat. Rev. **69**, 385 – 399 (2001).
116. G. N. Lance, W. T. Williams, Computer programs for hierarhical polythetic classification ("similarity analyses"), Computer Journal **9**, 60 – 64 (1966).
117. P. C. Mahalanobis, On the generalized distance in statistics, Proc. of the National Institute of India **2**, 49 – 55 (1936).
118. Y. C. Chim, A. A. Kassim, Y. Ibrahim, Character recognition using statistical moments, Image and Vision Computing **17**, 299 – 307 (1999).
119. K. Tsirikolias, B. G. Mertzios, Statistical pattern recognition using efficient two – dimensional moments with applications to character recognition, Pattern Recognition **26**, 877 – 882 (1993).
120. J. C. B. Melo, G. D. C. Cavalcanti, K. S. Guimaraes, PCA feature selection for protein structure prediction, Proc. of the Int. Joint Conf. on Neural Networks **4**, 2952 – 2957 (2003).
121. P. P. Banada, K. Huff, E. Bae, B. Rajwa, A. Aroonnual, B. Bayraktar, A. Adil, J. P. Robinson, E. D. Hirleman, A. K. Bhunia, Label – free detection of multiple bacterial pathogens using light – scattering sensor, Biosensors and Bioelectronics **22**, 1664 – 1671 (2008).
122. V. N. Manjunath Aradhya, G. Hemantha Kumar, S. Noushath, Multilingual OCR system for South Indian scripts and English documents: an approach based

on Fourier transform and principal component analysis, Eng. Appl. of Artificial Intelligence **21**, 658 – 668 (2008).
123. X. Xie, K. – M. Lam, Facial expression recognition based on shape and texture, Pattern Recognition 42, 1003 – 1011 (2009).
124. M. Saiful Islam, A. Sluzek, Relative scale method to locate an object in cluttered environment, Image and Vision Computing **26**, 259 – 274 (2008).
125. http://mpeg.chiariglione.org/standards/mpeg-7/mpeg-7.htm
126. M. K. Pelosi, T. M. Sandifer, Elementary Statistics, John Wiley & Sons, Inc., 2003.
127. K. Šariri, N. Demoli, Invariant approach to the character classification, Proc. SPIE, Vol. 7000, pp. 70001J-70001J-7 (2008).
128. X. Tan, S. Chen, Zh. – H. Zhou, F. Zhang, Face recognition from a single image per person: A survey, Pattern Recognition **39**, 1725 – 1745 (2006).
129. X. Zhang, Y. Gao, Face recognition across pose: A review, Pattern Recognition **42**, 2876 – 2896 (2009).
130. http://www.cl.cam.ac.uk/research/dtg/attarchive/facedatabase.html
131. F. Samaria, A. Harter, Parametrisation of a stochastic model for human face identification, Proc. of 2nd IEEE Workshop on Applications of Computer Vision, 138 – 142 (1994).
132. R. Koković, Eksperimentalno ispitivanje čitljivosti okrugle i trokutaste glagoljice, diplomski rad, Zagreb (2003).
133. M. Čunčić, The oldest Croatian type of Glagolitic Script, Journal of Croatian Studies **36/37**, 19 – 45 (1995 – 1996).
134. I. Mrčela, Optičko – numerička analiza najstarijeg hrvatskog tipa glagoljskog pisma, diplomski rad, Zagreb (2001).
135. N. Demoli, I. Mrčela, K. Šariri, Application of correlation and image moment techniques to analysing inscription carved in stone tablets (poslano u tisak).
136. M. Zlatić, M. Landgraf, M. Bate, Genetic specification of axonal arbors: *atonal* regulates *robo3* to position terminal branches in the *Drosophila* nervous system, Neuron **37**, 41 – 51 (2003).
137. M. Zlatić, F. Li, M. Strigini, W. Grueber, M. Bate, Positional cues in the *Drosophila* nerve cord: Semaphorins pattern the dorso – ventral axis, PLoS Biology **7**(6): e1000135 (2009), doi:10.1371/journal.pbio.1000135.
138. A. P. Reeves, R. J. Prokop, S. E. Andrews, F. P. Kuhl, Three dimensional shape analysis using moments and Fourier descriptors, IEEE Trans. on pattern analysis and machine intelligence **10**, 937 – 943 (1988).

Popis slika

1. Primjer ulaznog objekta i njegovih degradacija 1
2. Dvodimenzionalni prostora značajki koji sadrži dvije klase 4
3. Podjela metoda opisa ulaznih signala u obliku slike 5
4. Ponašanje prvih šest članova baze Legendreovih polinoma 10
5. Priprema ulaza za računanje Legendreovih momenata 10
6. Utjecaj diskretizacije na svojstvo ortogonalnosti Legendreovih momenata 11
7. Prvih devet Zernikeovih radijalnih polinoma $R_{pq}(r)$ 12
8. Transformacija oblika iz kartezijevog u polarni koordinatni sustav 13
9. Preslikavanje diskretne funkcije slike na kružnicu 14
10. Rekonstrukcija binarnog ulaza korištenjem Zernikeovih momenata 14
11. Položaj nultočaka radijalnog dijela Zernikeovih polinoma 15
12. Prvih deset Fourier – Mellinovih radijalnih polinoma $Q_p(r)$ 16
13. Rekonstrukcija binarnog ulaza Fourier – Mellinovim momentima 17
14. Ponašanje prvih radijalnih Fourier – Jacobijevih polinoma (α=3, β=2) 19
15. Ponašanje prvih radijalnih Fourier – Jacobijevih polinoma (α=4, β=3) 20
16. Ponašanje prvih radijalnih Fourier – Jacobijevih polinoma (α=4, β=4) 20
17. Rekonstrukcija ulaza za različite tipove Fourier – Jacobijevih momenata 21
18. Osnovne komponente afine transformacije 23
19. Prikaz jednako udaljenih točaka 29
20. Ulazna slika iz MPEG 7 baze 31
21. Ponašanje skupa skaliranih geometrijskih momenata za kutove rotacije od 0 do 90° (p = 1, veličina ulazne slike 90x90 piksela) 32
22. Ponašanje skupa skaliranih geometrijskih momenata za kutove rotacije od 0 do 90° (p = 1, veličina ulazne slike 150x150 piksela) 32
23. Ponašanje skupa skaliranih Zernikeovih momenata za kutove rotacije od 0 do 90° (realni dio, p = 6, veličina ulazne slike 150x150 piksela) 33
24. Ponašanje skupa skaliranih Zernikeovih momenata za kutove rotacije od 0 do 90° (realni dio, p = 6, veličina ulazne slike 400x400 piksela) 33
25. Ponašanje skupa skaliranih Fourier – Mellinovih momenata za kutove rotacije od 0 do 90° (modul, p = 5, veličina ulazne slike 150x150 piksela) 34
26. Ponašanje skupa skaliranih Fourier – Mellinovih momenata za kutove rotacije od 0 do 90° (modul, p = 5, veličina ulazne slike 400x400 piksela) 34
27. Osnovni ulazi za provjeru ponašanja momenata pri rotaciji i promjeni skale 35
28. Ponašanje skaliranih Legendreovih momenata odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri rotaciji 37
29. Ponašanje modula skaliranih Zernikeovih momenata odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri rotaciji 37

30. Ponašanje modula skaliranih Fourier – Mellinovih momenata odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri rotaciji 38
31. Ponašanje modula skaliranih Fourier – Jacobijevih momenata ($\alpha=3, \beta=2$) odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri rotaciji 38
32. Ponašanje modula skaliranih pseudo – Jacobijevih momenata ($\alpha=4, \beta=3$) odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri rotaciji 39
33. Ponašanje modula skaliranih Fourier – Jacobijevih momenata ($\alpha=4, \beta=4$) odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri rotaciji 39
34. Ponašanje skaliranih Legendreovih momenata odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri skaliranju 40
35. Ponašanje modula skaliranih Zernikeovih momenata odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri skaliranju 40
36. Ponašanje modula skaliranih Fourier – Mellinovih momenata odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri skaliranju 41
37. Ponašanje modula skaliranih Fourier – Jacobijevih momenata ($\alpha=3, \beta=2$) odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri skaliranju 41
38. Ponašanje modula skaliranih pseudo – Jacobijevih momenata ($\alpha=4, \beta=3$) odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri skaliranju 42
39. Ponašanje modula skaliranih Fourier – Jacobijevih momenata ($\alpha=4, \beta=4$) odabranih za komponente vektora osjetljivosti pri skaliranju 42
40. Primjer ulaznog skupa slova 44
41. Primjeri ulaza s klasama kojima su pridijeljeni provedbom postupka 46
42. Nekoliko primjera rukom pisanih slova iz skupa slova ‘E’ 47
43. Skup velikih štampanih slova za koja su izračunani momenti slike i vektori osjetljivosti 48
44. Potpun skup rukom pisanih slova koja čine klasu slova 'A' 48
45. Rekonstrukcija srednjeg slova Zernikeovim momentima 20. reda 48
46. Primjeri klasificiranih slova (Fourier – Jacobijevi momenti, α=3, β=2) 49
47. Primjer kompletnog skupa iz ATTmalestaff baze („Tony“) 51
48. Prva fotografija svih osoba iz baze ATTmalestaff 51
49. Modeli glagoljice 52
50. Valunska ploča 52
51. Krčki natpis 53
52. Oblik ulaznog znaka "ključ" 53
53. Slika traga puzanja vinske mušice 55
54. Tragovi puzanja svrstani u istu klasu usporedbom afinih invarijanti uz kriterij $d_{ij} < 1$ 56

Popis tablica

1. Pregled momenata koji zadovoljavaju uvjet za komponente vektora osjetljivosti 43
2. Huove invarijante za ulaze 45
3. Afine invarijante za ulaze 46
4. Predstavnici klasa rukom pisanih slova, te njihove Huove i afine invarijante 47
5. Euklidske udaljenosti odabranih slova od predstavnika klase 49
6. Euklidske udaljenosti skaliranih Huovih invarijanti glagoljskih znakova 54
7. Klase u koje su znakovi sa spomenika svrstani 54

T–1. Srednje vrijednosti, standardne devijacije i koeficijent varijacije za komponente vektora osjetljivosti na rotaciju (Legendre, Zernike, Fourier – Jacobi α=3 β=2) 61

T–2. Srednje vrijednosti, standardne devijacije i koeficijent varijacije za komponente vektora osjetljivosti na rotaciju (Fourier – Mellin, pseudo – Jacobi, Fourier – Jacobi α=4, β=4) 62

T–3. Srednje vrijednosti, standardne devijacije i koeficijent varijacije za komponente vektora osjetljivosti na promjenu skale (Legendre, pseudo – Jacobi, Fourier – Jacobi momente α=4, β=4) 63

T–4. Srednje vrijednosti, standardne devijacije i koeficijent varijacije za Zernikeove, Fourier – Mellinove i Fourier – Jacobijeve momente α=3, β=2 63

Sažetak

Momenti slike su numerički deskriptori koji sadrže informaciju o svojstvima invarijantnim na translaciju, rotaciju, promjenu skale i neke oblike distorzije, a njihova analiza je jedna od metoda koje se često koriste u postupcima procesiranja slika i raspoznavanja uzoraka. U praksi se često pojavljuje potreba za primjenom ove metode u približno realnom vremenu, no budući da većina postojećih algoritama uključuje izvođenje velikog broja aritmetičkih operacija, to nije uvijek moguće.

U okviru ove radnje razvijeni su algoritmi za računanje geometrijskih, Legendreovih, Zernikeovih, Fourier – Mellinovih te tri tipa Fourier – Jacobijevih momenata, kao i iz njih definiranih invarijanti slike u programskom jeziku MatLab uz rješavanje inverznog problema rekonstrukcije početnog ulaza. Za sve tipove momenata osim najjednostavnijih geometrijskih definirani su vektori osjetljivosti na rotaciju i promjenu skale čije su komponente oni članovi skupa koji nose značajnije informacije o ulaznoj slici.

Primjenom novih deskriptora na klasifikaciju rukom pisanih slova i identifikacijskih fotografija osoba pokazano je da je relevantna informacija o ulazu na taj način sačuvana, a njihov je izračun znatno brži i jednostavniji uz zadržanu sposobnost jednoznačnog raspoznavanja uzoraka. Korištenjem momenata slike i vektora osjetljivosti analizirani su znakovi s dvaju glagoljskih spomenika te utvrđeno postojanje mješavine znakova trokutastog i okruglog modela glagoljice. Metoda je primijenjena i na klasifikaciju tragova puzanja ličinki mutanata vinske mušice za potrebe proučavanja odgovora živčanog sustava na različite podražaje.

Summary

Image moments are numerical descriptors invariant to translation, rotation, change of scale and some types of image distortion and their analysis is one of the most often used methods in image processing and pattern recognition. The method would be very useful in the real – time applications, but the existing algorithms for the calculation and analysis of the moments still require a huge amount od arithmetical operations.

In this work, algorithms for calculation of geometric, Legendre, Zernike, Fourier – Mellin and three types of Fourier – Jacobi moments were implemented in MatLab. Hu's, affine and blur invariants were also obtained as well as inverse problem of input image reconstruction solved. For each type of image moments exept geometric ones the set of sensitivity vectors for rotation and scale were defined. Their components are those image moments which describe more important features of the input image.

These new descriptors were applied for classification of handwritten letters and identifying personal photos. It was shown that the process of such descriptor calculation is much faster and simpler while preserving all the relevant information about input image. Using this method, the signs carved in two glagolitic inscriptions were analyzed and the found the mixture of triangular and round glagolitic letters. The method was also applied to classification of the mutant fruit fly crawling trails which is needed in studying responses of the nervous system to different stimuli.

Životopis

Ime i prezime: Kristina Šariri

Datum rođenja: 25. veljače 1977.

Mjesto rođenja: Osijek

OBRAZOVANJE:

Poslijediplomski studij

2002. – Prirodoslovno – matematički fakultet, Zagreb
Doktorski studij iz područja prirodnih znanosti, znanstveno polje Fizika, smjer Atomska i molekularna fizika i astrofizika

Dodiplomski studij

1995. – 2002., Prirodoslovno – matematički fakultet, Geofizički odsjek, Zagreb

Srednja škola

1991. – 1995., Prirodoslovno – matematička gimnazija, Srednja škola Valpovo

Osnovna škola

1983. – 1991. Osnovna škola "Đuro Salaj", Valpovo

RADNO ISKUSTVO:

2002. – Laboratorij za koherentnu optiku, Institut za fiziku, Zagreb
(znanstveni novak – asistent)

rad na projektima:

2007. – Razvoj digitalnih postupaka u holografiji i interferometriji
(glavni istraživač: dr. sc. Nazif Demoli)

2002. – 2006. Optičko filtriranje, interferometrija i holografija
(glavni istraživač: dr. sc. Nazif Demoli)

Popis objavljenih radova

Znanstveni radovi u CC časopisima:

1. Knežević, A., Šariri, Kristina, Sović, I., Demoli, N., Tarle, Z., Shrinkage evaluation of composite polymerized with LED units using laser interferometry, Quintessence International **41**, 5, 41 – 49 (2010).
2. Demoli, N., Halaq, H., Šariri, Kristina, Torzynski, M., Vukičević, D., Undersampled digital holography, Optics Express **17**, 18, 15842 – 15852 (2009).
3. Pandurić, V., Demoli, N., Tarle, Z., Šariri, Kristina, Negovetić Mandić, V., Knežević, A., Visualisation of marginal integrity of resin – enamel interface by holographic interferometry, Operative Dentistry **32**, 3, 266 – 272 (2007).
4. Demoli, N., Šariri, Kristina, Stanić, Z., Maštruko, V., Milat, O., Toolmarks identification using SEM images in an optoelectronic correlator device, Optik **115**, 11, 487 – 492 (2004).

Poslano u časopis:

5. Demoli, N., Mrčela, I., Šariri Kristina, Application of correlation and image moment techniques to analysing inscription carved in stone tablets (2010., poslano u tisak)

Radovi u zbornicima skupova s međunarodnom recenzijom:

6. Šariri, Kristina, Demoli, N., Invariant approach to the character classification, Proc. SPIE, Vol. 7000, pp. 70001J-70001J-7 (2008).
7. Demoli, N., Šariri, Kristina, Sović, I., Torzynski, M., Halaq, H., Vukičević, D., Sensitivity increase in digital holographic interferometry, Proc. SPIE, Vol. 6995, pp. 699502-699502-11 (2008).
8. Halaq, H., Demoli, N., Sović, I., Šariri, Kristina, Torzynski, M., Vukičević, D., Undersampled digital holographic interferometry, Proc. SPIE, Vol. 6995, pp. 699504-699504-5 (2008).
9. Demoli, N., Šariri, Kristina, Vukičević, D., Torzynski, M., Applications of time-averaged digital holographic interferometry, Fringe 2005, Berlin, Springer-Verlag, 464 – 471 (2005).

Znanstveni radovi u drugim časopisima:

10. Kuk, V., Prelogović, E., Sović, I., Kuk, K., Šariri, Kristina, Seizmološke i seizmotektonske značajke šireg zagrebačkog područja, Građevinar **52**, 11, 647 – 653 (2000).

Sažeci u zbornicima skupova:

1. Šariri, Kristina, Demoli, N., Applications of image moments analysis in character recognition, Marie Curie Workshop 2006 – Abstract Book, Beograd, Academic mind, 47 (2006).
2. Šariri, Kristina, Stanić, Z., Demoli, N., Milat, O., Maštruko, V., Toolmarks identification using SEM images in optical correlator, Proceedings of the 6th Multinational Congress on Microscopy with European Extension, Pula, Croatian Society for Electron Microscopy, 402-403 (2003).
3. Šariri, Kristina, Demoli, N., Sović, I., Dinamička digitalna holografija, Knjiga sažetaka 4. znanstvenog sastanka HFD-a,, Zagreb, HFD, 70 (2003).
4. Sović, I., Demoli, N., Šariri, Kristina, Mjerenje pomaka digitalnim interferometrom, Knjiga sažetaka 4. znanstvenog sastanka HFD-a, Zagreb, HFD, 69 (2003).
5. Sović, I., Šariri, Kristina, The Mystery of Dragon's Eye, Proc. of ESC Workshop on Historical Seismology, Beč, ZAMG, 2-2 (2001).