Simulacije krajnjih graničnih stanja pod djelovanjem vjetra metodom konačno-diskretnih elemenata

Divić, Vladimir

Doctoral thesis / Disertacija

2014

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:
University of Split, Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy / Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije

https://doi.org/10.31534/DocT.031.DivV

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:123:997921

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-25**

Repository / Repozitorij:

FCEAG Repository - Repository of the Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy, University of Split

UNIVERSITY OF SPLIT

dabar
DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

Sveučilište u Splitu

FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE

Vladimir Divić, dipl.ing.građ.

SIMULACIJE KRAJNJIH GRANIČNIH STANJA POD DJELOVANJEM VJETRA METODOM KONAČNO-DISKRETNIH ELEMENATA

D i s e r t a c i j a

Split, 2014

Sveučilište u Splitu

FAKULTET GRAĐEVINARSTVA, ARHITEKTURE I GEODEZIJE

Vladimir Divić, dipl.ing.građ.

SIMULACIJE KRAJNJIH GRANIČNIH STANJA POD DJELOVANJEM VJETRA METODOM KONAČNO-DISKRETNIH ELEMENATA

D i s e r t a c i j a

Split, 2014

Vladimir Divić

Redni broj 31

Ova disertacija predana je na ocjenu

Fakultetu Građevinarstva, Arhitekture i Geodezije

Sveučilišta u Splitu

u svrhu stjecanja akademskog stupnja

doktora tehničkih znanosti u znanstvenom

polju građevinarstvo

Mentor: prof.dr.sc. Bernardin Peroš

Komentor: prof.dr.sc. Ante Munjiza

Povjerenstvo za ocjenu

prof.dr.sc. Ivica Boko

prof.dr.sc. Bernardin Peroš

prof.dr.sc. Darko Dujmović

Povjerenstvo za obranu

prof.dr.sc. Ivica Boko

prof.dr.sc. Bernardin Peroš

prof.dr.sc. Darko Dujmović

Rad je obranjen 26. veljače, 2014.

MP

Tajnica:

Saša Delić, dipl.iur.

Rad sadrži:

201 stranica teksta

125 slike

28 tablice

185 citiranih referenci

Posvećeno mom ocu Iliji

Zahvaljujem se mentorima prof.dr.sc. Bernardinu Perošu i prof.dr.sc. Anti Munjizi na strpljivom vodstvu i vjeri u moj rad.

Izrazita zahvala prof.dr.sc. Ivici Boki na korisnim sugestijama tijekom izrade disertacije.

Zahvaljujem se prof.dr.sc. Darku Dujmoviću na korisnim pitanjima.

Zahvaljujem se dr.sc. Hrvoju Smoljanoviću, dr.sc. Nikolini Živaljić, dr. sc. Alici Bajić, dr. sc. Predragu Đukiću i Koči Vrančiću za pomoć prilikom izrade eksperimentalnih mjerenja i izrade disertacije.

Zahvaljujem se članovima katedre za Metalne i drvene konstrukcije Đuri Nižetiću, dr.sc. Neni Toriću, Ivani Uzelac i Maji Ban što su preuzeli dio mojih nastavnih obaveza kako bi se mogao posvetiti izradi ovog rada.

Zahvaljujem se Moreni Galešić na vjeri u mene i potpori u kriznim situacijama.

Prvenstveno hvala mojoj obitelji, bez čije potpore ništa ne bi bilo moguće.

S a d r ž a j

1. OPSEG I PODRUČJE RADA 1
   1.1 Uvod 1
   1.2 Motivacija i ciljevi rada 2
   1.3 Sadržaj rada 3
2. FENOMEN BURE 6
   2.1 Uvod 6
   2.2 Dosadašnja istraživanja 6
   2.3 Hidraulička teorija 9
   2.4 Izmjerene i očekivane maksimalne brzine vjetra na meteorološkim postajama u Hrvatskoj 16
3. INTERAKCIJSKO DJELOVANJE VJETAR – KONSTRUKCIJA 23
   3.1 Uvod 23
   3.2 Osnove aerodinamike 23
   3.3 Interakcije u atmosferskom graničnom sloju 28
   3.4 Aerodinamika konstrukcija 39
   3.5 Aeroelastični fenomeni 47
   3.6 Djelovanje vjetra na konstrukcije prema Eurocode normi 52
4. OSNOVE KOMBINIRANE METODE KONAČNO-DISKRETNIH ELEMENATA 69
   4.1 Uvod 69
   4.2 Deformabilnost konačnih elemenata 70
   4.3 Prijelaz iz kontinuuma u diskontinuum 80
   4.4 Vremenska diskretizacija 86
   4.5 Detekcija i interakcija kontakata 89
5. TERENSKI EKSPERIMENT 94
   5.1 Uvod 94
   5.2 Dosadašnja istraživanja 95
   5.3 Opis terenskog eksperimenta 96
      5.3.1 Odabir lokacije i tipa konstrukcije 96
      5.3.2 Konstrukcija antenskog stupa 97
      5.3.3 Mjerni podsustav za opis pobude vjetrom 100
      5.3.4 Mjerni podsustav za mjerenje odgovora konstrukcije 101
   5.4 Analize zapisa vjetra 102
   5.5 Utjecaj atmosferskih parametara 117

5.6 Reprezentativnost podataka o strujanju vjetra 118
5.7 Procjena očekivanih ekstremnih brzina 123
5.8 Usporedba s Eurocode normom 125
5.9 Model opterećenja vjetrom 127
5.10 Odgovor konstrukcije 128
6. NUMERIČKI MODEL REŠETKASTIH KONSTRUKCIJA I LANČANICA 132
6.1 Uvod 132
6.2 Dvočvorni linijski konačni element 133
6.3 Djelovanje vjetra na elemente i aeroelastično prigušenje 135
6.4 Dvočvorni kontaktni element 140
6.5 Lokalno izvijanje elemenata 140
7. NUMERIČKI MODEL MEMBRANE 143
7.1 Uvod 143
7.2 Trokutasti tročvorni membranski element 144
7.3 Prednaprezanje membrana 147
7.4 Naboravanje membrana 148
7.5 Kontaktni membranski elementi 149
7.6 Elementi za kontaktnu interakciju 149
7.7 Djelovanje vjetra na membrane 151
8. VALIDACIJA MODELA I NUMERIČKI PRIMJERI 154
8.1 Uvod 154
8.2 Validacija modela rešetkaste konstrukcije baziranog na metodi konačno-diskretnih elemenata 155
8.2.1 Verifikacijski primjeri 155
8.2.2 Usporedba rezultata numeričkog modela s terenskim eksperimentom „Bobani“ 157
8.3 Validacija modela lančanice 163
8.3.1 Verifikacijski primjer 163
8.3.2 Numerički primjer ponašanja rešetkaste konstrukcije s zategama 165
8.4 Validacija modela membrane 171
8.4.1 Verifikacijski primjeri 171
9. ZAKLJUČCI I SMJERNICE BUDUĆIH ISTRAŽIVANJA 185
9.1 Zaključci rada 185
9.2 Smjernice budućih istraživanja 187

10. LITERATURA 189

UDK 624.042.41:624.07]:519.6](043.3)

Vladimir Divić, dipl.ing.građ.

Simulacije krajnjih graničnih stanja pod djelovanjem vjetra metodom konačno-diskretnih elemenata

Sažetak:

U hrvatskom priobalju dominantni lokalni vjetrovi, Bura i Jugo, imaju izrazito različit karakter. Različitost njihovih karaktera manifestira se na njihovo djelovanje na konstrukcije. Analizom vremenskih serija zapisa vjetra na stupu „Bobani“ utvrđeni su parametri koji potvrđuju različitost ovih lokalnih vjetrova kao što su: koeficijent promjene srednje brzine po visini, faktor mahovitosti vjetra, intenziteta turbulencije, spektara turbulencije, gustoće zraka, parametara korelacije, odgovor konstrukcije u vidu akceleracija kritičnih točak te su uspoređeni sa odgovarajućim parametrima u Eurocode normama. Numerički model ponašanja rešetki, lančanica i membrana razvijen je na temelju numeričkog modela Y baziranog na kombiniranoj konačno-diskretnoj metodi. Za navedenu metodu razvijen je vlastiti set konačno-diskretnih elemenata kojima je moguće simulirati ponašanje konstrukcija do graničnih stanja. Za nove konačno-diskretne elemente, razvijene su metode za simulaciju opterećenje vjetrom koji su bazirani na parametrima dobivenim iz analize zapisa profila vjetra. Model uključuje sljedeće karakteristike: velike pomake, rotacije i deformacije elemenata, tranzijentna analiza uz eksplicitnu integraciju kojom se postiže zadovoljavajuća preciznost u svakom vremenskom trenutku, geometrijska i materijalna nelinearnost, aeroelastično prigušenje, opterećenje vjetrom bazirano na neosrednjenim zapisima vjetra. Valjanost numeričkog modela testirana je analitičkim verifikacijskim primjerima te usporedbom zapisa odgovora konstrukcije prikupljenog u tijeku terenskog eksperimenta Bobani. Usporedbom rezultata numeričkog modela i rezultata analitičkih rješenja i eksperimenata pokazano je da je model prihvatljiv za uporabu, te da sa zadovoljavajućom točnosti prati stvarno ponašanje konstrukcija.

Ključne riječi: vjetar, konstrukcije, rešetke, lančanice, membrane, krajnje granično stanje, metoda konačno-diskretnih elemenata

UDC 624.042.41:624.07]:519.6](043.3)

Vladimir Divić, dipl.ing.građ.

Simulations of ultimate limit states under wind loading by combined finite discrete element method

Abstract:

In Croatian coastal area dominant local winds Bora and Sirocco (Jugo) have significantly different regimes. Difference in their regimes is manifested onto their loading on constructions. Using analysis of time series of wind speeds collected at full scale field experiment “Bobani” the parameters that differs were deduced. Those parameters include wind shear factor, wind gust factor, turbulence intensity, and spectra of turbulence, air density, correlation parameters and construction response factor. Also, these parameters are compared to those given in Eurocode. Next, numerical model for simulation of truss structures, cables and membranes are developed from Y code software based on combined finite – discrete element method. For stated method, new element types are developed which

can simulate stated constructions until ultimate limit state. For new element types, wind loading method is developed based on parameters deduced form wind time series analysis. The numerical model includes large displacements, strains and rotations of elements, transient analysis with explicit integration scheme, geometric and material nonlinearity, aeroelastic damping. Numerical model is verified with comparison to analytical solutions and experimental studies including full-scale field experiment “Bobani”. The verification shows extends of usage of model and confirm model accuracy.

Keywords: wind, construction, truss, catenary, membrane, ultimate limit state, combined finite-discrete element method

1. OPSEG I PODRUČJE TEME

1.1 UVOD

Krajnja granična stanja definirana su kao stanja povezana s urušavanjem ili nekim drugim sličnim oblicima otkazivanja konstrukcije. Općenito se provjeravaju sljedeća krajnja granična stanja:

a) Gubitak statičke ravnoteže konstrukcije ili nekog njezinog dijela, pri čemu se konstrukcija smatra krutim tijelom, gdje:

- su manje promjene, promjene u vrijednostima djelovanja ili prostornim raspodjelama djelovanja iz jednog izvora značajne,
- općenito čvrstoće materijala od kojeg su izvedene konstrukcije ili tlo nisu mjerodavne.

b) Unutarnje otkazivanje ili prekomjerna deformacija konstrukcije ili konstrukcijskih elemenata, uključujući temeljne stope, pilote, zidove podruma itd. gdje je čvrstoća materijala konstrukcije mjerodavna.

c) Otkazivanje ili prekomjerna deformacija tla gdje je čvrstoća zemlje ili stijene značajna za otpornost.

d) Otkazivanje konstrukcija ili konstrukcijskih elemenata uslijed umora.

Postupak proračuna krajnjeg graničnog stanja uključuje otpornost konstrukcije kroz model konstrukcije te djelovanje na konstrukciju kroz model opterećenja. Otpornost konstrukcije i djelovanje faktorirani su odgovarajućim parcijalnim koeficijentima sigurnosti.

Modeli opterećenja na konstrukcije opisuju vanjska djelovanja, posebno djelovanja prirodnih pojava: temperature, snijega, vjetra, potresa i sličnih. Kod visokih i vitkih konstrukcija vjetar je često dominantno opterećenje i opisuje se s više faktora koji nepovoljno

utječu na konstrukciju s aspekta nosivosti i uporabljivosti. Potpuno sagledavanje opterećenja vjetrom podrazumijeva interdisciplinarnu analizu koja obuhvaća znanstvena područja kao što su mikrometeorologija, hidrodinamika, statistička teorija turbulencije, dinamika konstrukcija i metode probabilistike. U Hrvatskoj na Jadranskom priobalju djeluje poznati vjetar bura koji je katabatični, lokalni i izrazito mahoviti vjetar naglašeno različitog karaktera od ostalih lokalnih vjetrova. Prepoznatljivost fenomena bure je vidljiva u tome što se svi lokalni vjetrovi slične geneze i karakteristika u svijetu zovu po buri.

Konstrukcije koje uslijed ekstremnih vanjskih djelovanja imaju velike pomake, ne mogu se analizirati tradicionalnim linearnim metodama. To se posebno odnosi na konstrukcije čiji oblik direktno ovisi o konfiguraciji opterećenja poput lančanica, mreža lančanica i membrana. Rešetkaste konstrukcije najčešće nadopunjuju navedene nosive sustave jer mogu prenositi i tlačna opterećenja. Uslijed ekstremnih djelovanja, dodatna oštećenja na konstrukcije mogu izazvati i sudari elemenata konstrukcije uslijed velikih pomaka. Iz navedenog je vidljiva potreba za razvijanje alata za analizu konstrukcije po pojedinim graničnim stanjima.

Numerički modeli za analize konstrukcija se kontinuirano razvijaju. Generalna formulacija za problem velikih pomaka se u zadnjih petnaestak godina odmakla od ko-rotacijske formulacije prema analitički korektnijoj multiplikativnoj dekompoziciji. Multiplikativna se dekompozicija koristi u analizi plastičnog ponašanja materijala, termoplastičnosti, mehanici tla i nizu drugih područja.

U okviru analize krajnjeg graničnog stanja konstrukcije, potrebno je analizirati kontakt i pucanje pojedinih elementa. Metoda kombiniranih konačno-diskretnih elemenata je prikladna za navedene analize i općenito za analize graničnih stanja. Metoda koristi mreže jednostavnih konačnih elemenata kako bi modelirala naprezanja i deformacije unutar jednog diskretnog elementa. Diskretni elementi mogu imati interakciju jedni s drugima i otpuštati veze između pojedinih svojih elemenata koji ih sačinjavaju, što rezultira pukotinama, pucanjem ili fragmentiranjem istih.

1.2 MOTIVACIJA I CILJEVI RADA

Slijedom uvodno iznesenih teza, motivacija rada je provjeriti ponašanje nekih konstrukcija dominantno opterećenih vjetrom, koristeći eksperimentalna istraživanja na terenu, provjeriti režim strujanja vjetra, provjeriti ponašanje rešetkaste konstrukcije stupa na pobudu vjetra te usporediti dobivene rezultate korištenjem drugih metoda i preporuka *Eurocode normi*.

Ciljevi rada su:

- Uspostaviti terenski eksperiment unutar kojeg bi se prikupljali podaci o strujanju vjetra na lokaciji i odgovoru konstrukcije na djelovanje vjetra
- Istražiti raspodjelu srednjih brzina vjetra po visini za dominantne lokalne vjetrove te dati usporedbu između istih i usporedbu s preporukama po *Eurocode normi*.
- Istražiti mahovitost lokalnih vjetrova te dati usporedbu parametara koji opisuju mahovitost, intenzitet turbulencije i faktor mahovitosti za dominantne lokalne vjetrove, te dati usporedbu s preporukom *Eurocode norme.*
- Istražiti promjenjivost gustoće zraka pri različitim režimima strujanja vjetra te usporediti je s preporučenom vrijednosti prema *Eurocode normi.*
- Razviti numerički model za simulaciju ponašanja rešetkastih konstrukcija.
- Potvrditi numerički model rešetkaste konstrukcije koristeći zapise odgovora konstrukcije dobivene u terenskom eksperimentu.
- Razviti numerički model za simulaciju ponašanja lančanica i potvrditi ga verifikacijskim primjerima.
- Razviti numerički model za simulaciju ponašanja membrana i potvrditi ga verifikacijskim primjerima.

Ciljevi rada prikazani su u poglavljima pet, šest, sedam i osam.

1.3 SADRŽAJ RADA

Doktorska se teza sastoji od devet poglavlja. Prva četiri poglavlja predstavljaju osnove rada i relevantne činjenice na kojima se temelji istraživanje. U poglavljima od pet do osam prikazuju se izvorni rezultati istraživanja koji čine doprinos znanosti. Deveto poglavlje donosi zaključke te budući rad na tezi. Na kraju rada je bibliografija.

U prvom se poglavlju opisuje motivacija rada, definiraju se ciljevi i teza rada te se opisuje sadržaj rada kroz poglavlja.

U drugom se poglavlju opisuje vjetroklima Republike Hrvatske te se definira priobalni pojas obale kao područje interesa istraživanja. Kroz pregled literature opisana su dosadašnja istraživanja. Definirani su najučestaliji lokalni vjetrovi bura i jugo. Opisan je teoretski model nastanka bure koji zbog velike brzine i mahovitosti ima najveći utjecaj na konstrukcije. Nadalje, kvantitativno su opisana mjerenja na glavnim meteorološkim postajama u priobalju

te su statističkom analizom procijenjene maksimalne brzine vjetra prema kojima je definirana karta osnovne brzine vjetra, također prikazana na kraju poglavlja.

U trećem se poglavlju opisuje međudjelovanje između krutina i gibajućih fluida. Poglavlje započinje uvodom u osnove aerodinamike gdje se definiraju osnovni pojmovi i zakonitosti. Iduće se potpoglavlje bavi interakcijom atmosfere i zemljine površine. Definira se pojam graničnog atmosferskog sloja te procesi koji se odvijaju unutar njega, a imaju utjecaj na strujanje vjetra. Opisuju se zakoni interakcije između konstrukcija i vjetra. Posebni naglasak dan je na aeroelastične fenomene. Saznanja iz ovog poglavlja predstavljaju osnove matematičkog modela za modeliranje vjetra i njegovog djelovanja na predmetne konstrukcije.

U četvrtom je poglavlju opisana kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata kroz nekoliko ključnih točaka koje ovu metodu razlikuju od drugih metoda konačnih elemenata i daju uvid u pogodnost ove metode za analizu predmetnih konstrukcija. Unutar potpoglavlja „Deformabilnost konačnih elemenata“ opisani su tročvorni konačni elementi koji se koriste u metodi te osnove teorije velikih pomaka i deformacija (*Finite strain elasticity*). Opisana je multiplikativna dekompozicija gradijenta deformacija (*Multiplicative decomposition*). Definirana je vremenska diskretizacija i shema integracije u numeričkom modelu. Nadalje, opisani su efekti pucanja konstrukcije te interakcije između diskretnih elemenata.

U petom se poglavlju opisuje terenski eksperiment „Bobani“ i analiziraju dobiveni rezultati . U sklopu eksperimenta provođena su terenska mjerenja vertikalnog profila vjetra te odgovora konstrukcije. Dani su parametri lokacije eksperimenta, trajanje eksperimenta te opisi same konstrukcije i mjernih sustava. U analizi strujanja vjetra prikazani su prvi doprinosi rada u kojima su dani izmjereni parametri koji razlikuju karakter lokalnih vjetrova bure i juga prema djelovanju na konstrukcije. Izmjereni podaci na lokaciji su potvrđeni usporedbom s obližnjom meteorološkom stanicom Marjan u Splitu. Na osnovu višegodišnjih podataka meteorološke stanice Marjan procijenjena je osnovna brzina vjetra. Imajući sve definirane parametre opterećenja vjetrom, isto je uspoređeno s aktualnom *Eurocode normom*. Pri kraju je dan kratki osvrt na podatke odgovora konstrukcije koji se detaljnije obrađuju u 8. poglavlju kao verifikacija modela.

U šestom je poglavlju opisan numerički model baziran na FEM-DEM metodi za analizu ponašanja štapnih, aksijalno opterećenih konstrukcija – prostornih rešetki i lančanica. Dana su unaprjeđenja modela u odnosu na osnovnu metodu konačno-diskretnih elemenata opisanih u četvrtom poglavlju. Opisani su elementi za linearno elastično ponašanje te za elastoplastično

ponašanje. Dan je algoritam za opterećenje vjetrom na štapne konstrukcije i aeroelastično prigušenje. Opisani su kontaktni elementi za modeliranje pucanja konstrukcija. Novi numerički model predstavlja doprinos zbog primjene postojeće metode u novom kontekstu te zbog već navedenih unaprjeđenja.

U sedmom je poglavlju opisan numerički model membrane. Slično kao i za numerički model za štapne konstrukcije, opisana su unaprjeđenja osnovne metode. Opisana je deformabilnost konačnih elemenata preko tročvornih trokutnih prostornih elemenata. Prikazani su načini za davanje prednapetosti u membranama. Opisano je svojstvo modela da prati ponašanje membrana uslijed pojave tlačnih naprezanja (naboravanja membrana). Dan je algoritam za opterećenje membrana vjetrom uz dopunska mjerenja. Opisani su kontaktni elementi kojima se uvodi nelinearnost materijala membrane i mogućnost pucanje membrana. Navedeni numerički model predstavlja znanstveni doprinos zbog primjene postojeće metode na novo područje, uz navedena unaprjeđenja.

U osmom su poglavlju prikazani verifikacijski primjeri za sve navedene numeričke modele. Modeli su uspoređeni s analitičkim i eksperimentalnim rješenjima. Provedena je verifikacija štapnog numeričkog modela usporedbom s odgovorima konstrukcije snimljenim na terenu. Nadalje, uspoređeno je ponašanje konstrukcije do loma prema *Eurocode normi* i prema novom numeričkom modelu konstrukcije i opterećenja vjetrom. Nadalje, prikazane su mogućnosti numeričkih modela kroz niz primjera.

U devetom su poglavlju izloženi zaključci i pravci daljnjih istraživanja.

U desetom je poglavlju predstavljena korištena literatura.

2. FENOMEN BURE

2.1. UVOD

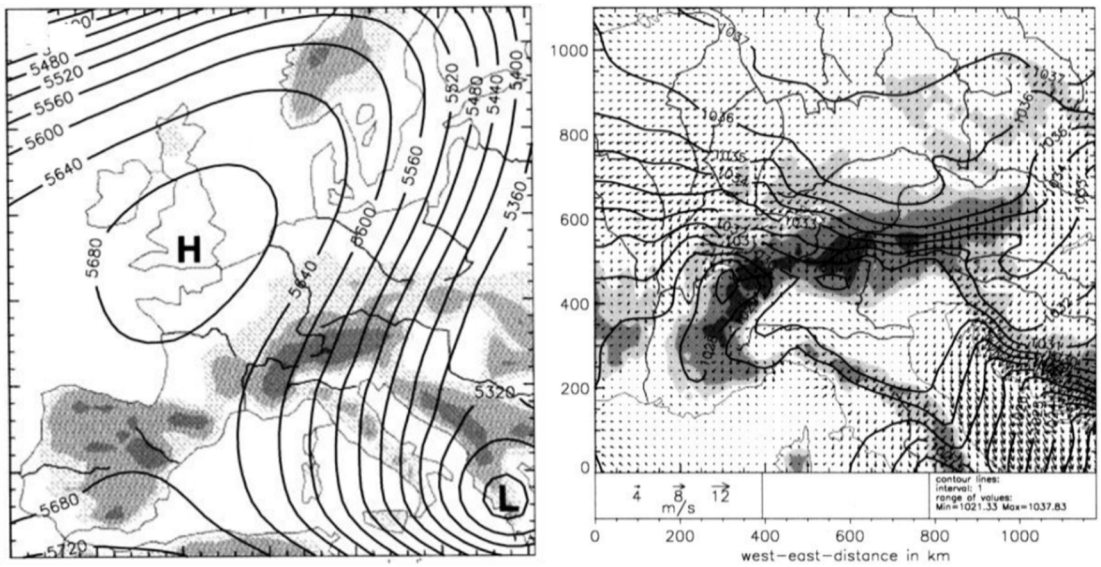
Bura je tipičan primjer olujnog vjetra koji djeluje lokalno na području Jadranskog mora, Hrvatske, Bosne i Hercegovine, Crne Gore, Slovenije, Italije, Grčke, Poljske i Turske. Njen smjer djelovanja definiran je rasponom od sjevera (N) prema sjeveroistoku (NE), dok se na spomenutim područjima sjeveroistočnjak poistovjećuje sa samom burom. Ono što buru čini fenomenom je njezino puhanje na mahove ili refule (tal.*raffica*, tal. dial. *refolo*) koje je rezultat turbulencija u njenom pretežito vertikalnom toku. Preduvjeti za nastanak fenomena bure su dva prirodna gradijenta. Prvi je reljefna konfiguracija koja stvara masivnu planinsku prepreku nadolazećem hladnom zraku s kopna, uzdiže se i spušta na drugu stranu pri čemu nastaje hidraulički skok koji se manifestira naglim promjenama brzine puhanja s obje strane prepreke. Drugi preduvjet je funkcionalno povezan s prvim jer upravo razlika prostranog hladnog kopnenog zaleđa i toplog mora, koji su razdvojeni spomenutom reljefnom preprekom, rezultira velikim temperaturnim i baričkim gradijentom koji onda omogućuje pokretanje uzdužne mase zraka od zaleđa prema moru.

2.2. DOSADAŠNJA ISTRAŽIVANJA

Prvi koraci u istraživanju djelovanja bure započinju sredinom prošlog stoljeća. Pored pojedinačnih istraživanja, izrazito su plodne bile studije japanskih znanstvenika provedene od 1968 do 1973.g., a potom objavljene u knjizi „Lokalni vjetar bura“, autora Yoshina iz 1976.g.[181], „Alpski eksperiment“ (ALPEX-SOP),1982.g. te projekt „Bura na Jadranu“, od 1987 do 1989.g. Tematika navedenih istraživanja su sinoptička gledišta o

makrometeorološkoj situaciji Jadrana. Istraživanja su dala dobre teoretske postavke o nastanku i mehanizmu bure, ali nisu davala konkretne odgovore na problem djelovanja vjetra na konstrukcije. Razumijevanju djelovanja bure značajno je doprinio navedeni eksperiment ALPEX-SOP koji je ukazao da je bura rijedak fenomen u prirodi te da donekle zadovoljava aproksimaciju hidrauličke teorije ([157], [158] i [159]).

Bura, karakteristična za područje Jadranskog mora i priobalja, uz jugo, je kompleksan fenomen zbog svojih velikih brzina i mahovitosti, pa su brojna mjerenja i istraživanja fokusirana upravo na buru i njen snažan utjecaj na konstrukciju. Tako su najveće brzine olujnog vjetra zabilježene upravo kao udari bure na Jadranu ([8],[12]) Iako postoje brojne neslužbeno izmjerene i po iznosu veće brzine kao što je to bilo 24. prosinca 2003. godine na autocesti A1, između tunela Sv. Rok i Maslenice, u iznosu od 85 m/s (307 km/h), službeni rekord predstavlja brzina od 69 m/s (248 km/h), zabilježen na Masleničkom mostu 21. prosinca 1998. godine. Pojava bure najučestalija je na sjevernom Jadranu pa je u skladu s time tamo uvelike istraživana ([5], [6], [23], [58], [77], [78], [82], [83], [95], [99], [142], [169], [170], [174]). Sinoptičke analize olujne bure na sjevernom Jadrana dokazuju ranije spomenut razlog nastajanja bure opisom prodora hladnog zraka u dubokoj visinskoj dolini koju karakterizira velika amplituda i mala valna duljina kao što je prikazano na slici 2.1. Ovakvo kretanje zračnih masa je najčešće nestabilno i popraćeno je procesom odcjepljenja ciklone u Sredozemlju, te se zbog polja visokog tlaka nad sjeverozapadnom Europom pojačava bura na Jadranu kao rezultat većeg gradijenta zraka preko Dinarida.



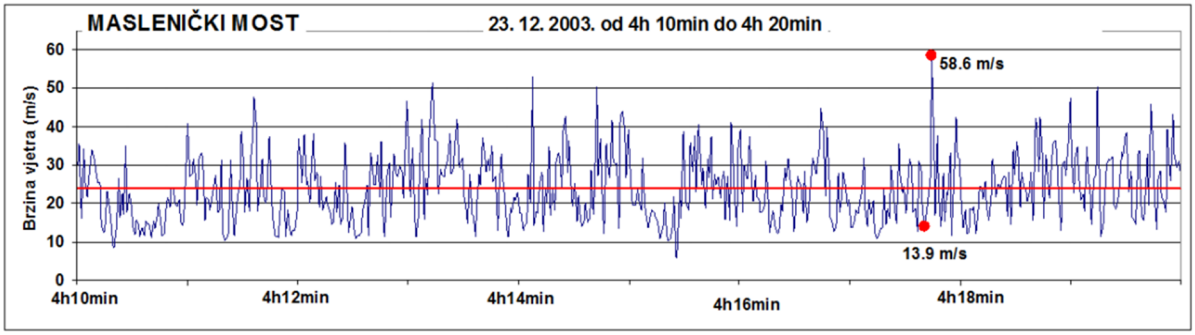
Slika 2.1 Srednja geopotencijalna visina (m) izobarne plohe 500 hPa (lijevo) i srednji tlak zraka na razini mora (hPa) te vektori prizemnog vjetra (desno) u situaciji tipičnoj za djelovanje bure , 7 - 10. 12. 1991. [64].

Lom valova navedenih zračnih masa predstavlja primarni mehanizam nastanka olujne bure na sjevernom Jadranu što su pokazala ranije provedena istraživanja ([59],[86]). Sinoptički kritični nivo i/ili inverzija u navjetrini ([5], [57], [77]) pospješuju lom valova ili valno inducirani kritični nivo u zavjetrini. Osnovne karakteristike bure na navedenom području dobro su opisane nelinearnom hidrauličkom teorijom ([46], [86]) jer je proces dominantno hidrostatičan.

Topografska prepreka ili Dinaridi u ovom slučaju sa svojom izmjenom prijevoja i vrhova osiguravaju jednu zamijećenu prostornu promjenjivost brzine duž obale. Zbog različite distribucije visine terena, a time i jačine hidrauličkog skoka uslijed jake Bernoullijeve disipacije([128]), nastaju područja zavjetrinskih turbulencija (*wakes*). Promjene brzina vjetra na izmjeni prijevoja i vrhova planina generiraju pojavu traka (*banners*) naizmjenične pozitivne i negativne potencijalne vrtložnosti.

Uz olujnu dimenziju bure, brojni su se autori ([181], [141], [159]) bavili detaljnim proučavanjem i analizom mahovitosti bure kao druge njene prepoznatljive karakteristike. Maksimalni udari mogu biti 1.5 do 2 puta veći od prosječne brzine u intervalu osrednjavanja od 10 minuta što je prikazano na slici 2.2. Belušić i suradnici ([19], [20], [21]) se upravo bave problematikom pulsacija bure kao kvaziperiodičkog doprinosa samoj mahovitosti.

Olujna bura i njeno djelovanje na južnom Jadranu je manje istraženo ([175]). Sinoptička situaciju na tom teritoriju je karakterizirana razvojem ciklone nad južnim Jadranom ili nad jugom Balkanskog poluotoka. Tu su Horvath i suradnici ([72]) pokazali da je bura ovisna o postojanju znatno dubljeg navjetrinskog sloja koji može prevladati blokirajući učinak južnih Dinarida.



Slika 2.2 Hod sekundnih (plava linija) brzina vjetra, 23. prosinca 2003. godine, u 10-min intervalu od 04:10 h do 04:20 h na lokaciji platoa kod Masleničkog mosta. Crvena linija označava 10-minutnu srednju brzinu vjetra, a crvene točke ilustriraju naglu promjenu brzine vjetra u svega nekoliko sekundi. (preuzeto iz *Bajić*, 2009).

Poseban osvrt na karakteristično djelovanje vjetra bure dao je Holmes [70] gdje je buru svrstao u kategoriju *downslope* vjetrova citirajući neka istraživanja u Hrvatskoj [11].

Značajan doprinos istraživanju vjetrova na Jadranu ostvaren je u okviru znanstvenih projekata na Fakultetu građevinarstva, arhitekture i geodezije, Split: „Dinamičko opterećenje konstrukcija vjetrom“ i „Pouzdanost konstrukcija i procjena rizika uslijed ekstremnih djelovanja“ pod vodstvom prof.dr.sc. Bernardina Peroša u razdoblju od 1997. do 2013. godine. U ovim su istraživanjima provedena jedna od prvih profilnih mjerenja vjetra u Hrvatskoj na lokacijama Dugog Rata, Splita (stadion Poljud)te na Dubrovačkom mostu,a zadnjih 8 godina na antenskom stupu Bobani kod Klisa.

2.3. HIDRAULIČKA TEORIJA

Uvodno navedena istraživanja provedena tijekom osamdesetih godina prošlog stoljeća nad sjevernim Jadranom ukazuju na bitne karakteristike hidrauličkoga strujanja preko Dinarida za vrijeme bure.

Početni dio ubrzanja gibanja zračne mase počinje u navjetrini bure, na lokaciji početka podizanja terena. Uslijed toga ubrzanja inverzija se spušta nešto prije planinskog vrha što uvjetuje povećanje gradijenta tlaka preko planine. Inverzija prekriva hladni sloj bure s varirajućom visinom i debljinom ovisno od slučaja do slučaja i unutar jednog ciklusa bure. Zbog skretanja vjetra kroz izrazito stratificirani sloj, dio inverzije se razdvaja i spušta. Između razdvojenih strujnica u zavjetrini dolazi do jakih turbulencija. Vjetar suprotnog smjera na visini uzrokuje odvajanje visinskoga režima donje troposfere te ne postoji sila gradijenta tlaka gornjeg sloja okomito na smjer bure koja bi djelovala na donji hidraulički sloj. Izraziti lom vala formira sloj turbulencije i sprječava vertikalno propagiranje valne energije u više slojeve. Uslijed toga dolazi do odvajanja toka zbog čega se donji fluid ponaša kao hidraulički tok.

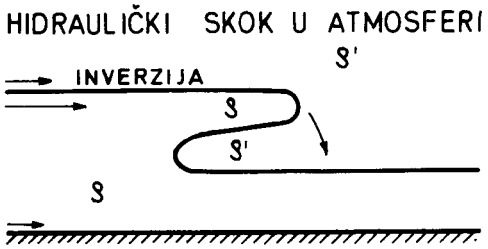
Dugotrajne inverzije temperature koje su povezane s blokirajućim tipom cirkulacije u makro razmjerima rezultiraju dugim trajanjem bure na sjevernom Jadranu. Ovakva kvazi-stacionarna stanja omogućavaju pritjecanje hladnog zraka u srednju Europu uz formiranje plitke i prostrane anticiklone. Prilikom takvih situacija maksimum brzine nalazi se u sloju bure te vjetar dostiže olujnu razinu uzduž sjevernog Jadrana, posebice Senja.

Najveće razlike uslijed primjene hidrauličke teorije javljaju se u situacijama s jakom inverzijom, slabim navjetrinskim strujanjem te jakim visinskim vjetrom suprotnog smjera. To je kratkotrajna bura frontalnog tipa praćena s prodorom hladnog zraka povezana s

brzopokretnim *cut-off* procesima. Takva bura ima olujnu jačinu samo u Senju, strujanjem preko Vratnika.

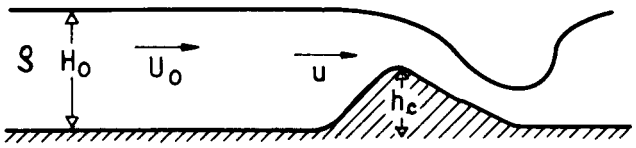
Hidraulička teorija u principu dobro opisuje ponašanje bure, ali neki efekti izmiču dosegu ovog modela kao što je oblik prepreke, vertikalna promjena stabilnosti i smicanje vjetra u navjetrini. Osvrt na provedena istraživanja pojedinih autora u ovom području dao je i Peroš u disertaciji [133].

Analogija koja se koristi za opisivanje pojave bure je teorija valova u plitkoj vodi. Uslijed skraćenja vala prilikom približavanja obali s blagim nagibom dolazi do prevrtanja i loma vala. Za uvjete kada je lom stacionaran nazivamo ga hidrauličkim skokom. U atmosferi se navedena pojava očituje kada se pojave dva sloja različite gustoće ρ i ρ' gdje je ρ>ρ'.



Slika 2.3 Inverzija – crtež preuzet iz [133]

Long [95] je prvi teorijski i eksperimentalno razmatrao primjenu hidrauličke teorije na uniformno strujanje zraka preko planine s diskontinuitetom u gustoći. Promatrao je 2D stacionarno strujanje s dva homogena fluida različite gustoće. Donji neutralni sloj prekriven je tankom inverzijom pa se može svesti na jednoslojni model kao što je prikazano na slici 2.4.



Slika 2.4 Jednoslojno strujanje– crtež preuzet iz [133]

Radi diskontinuiteta nema utjecaja od gornjeg sloja, te preko prepreke prelazi samo donji sloj koji se opisuje jednadžbama gibanja i kontinuiteta za plitku vodu. Upravo pretpostavka diskontinuiteta onemogućava apsolutnu primjenu u atmosferi pa je limitirana upotreba za vjetar buru koja svojim vertikalnim profilom potvrđuje neovisnost donjeg sloja u odnosu na gornji.

Uz navedenu se pretpostavku uvode pretpostavke zanemarenja sile trenja i Coriolisove sile te hidrostatska aproksimacija

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho_a \tag{2.1}$$

Za 2D jednadžba kontinuiteta glasi

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{2.2}$$

te jednadžba gibanja glasi

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_a}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{2.3}$$

Integriranjem jednadžbe (2.2) i relacije za hidrostatsku aproksimaciju (2.1) te supstitucijom u (2.3) dobiva se:

$$\frac{d}{dx}(uH) = 0 \tag{2.4}$$

$$u\frac{du}{dx} + g\frac{Q-Q'}{Q}\frac{dH}{dx} + g\frac{Q-Q'}{Q}\frac{dh}{dx} = 0 \tag{2.5}$$

gdje je u brzina gibanja donjeg fluida debljine H, h je visina orografije, $g' = g(Q-Q')/Q$ je reducirana sila teža pri čemu je Q potencijalna temperatura u bazi, a Q' na vrhu inverzije. Eliminiranjem dH/dx pomoću jednadžbi (2.4) i (2.5) dobiva se relacija:

$$\left[1-F\right]\frac{1}{u}\frac{du}{dx} = -\frac{1}{H}\frac{dh}{dx} \tag{2.6}$$

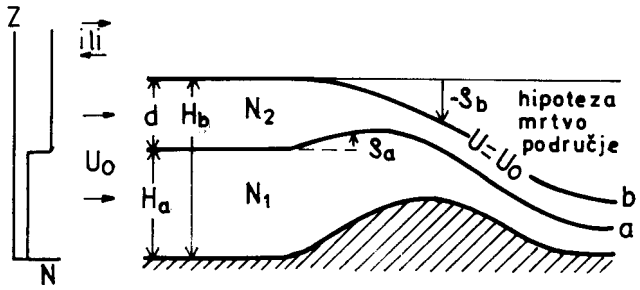
gdje je

$$F = \frac{u}{\sqrt{g'H}} \tag{2.7}$$

što predstavlja omjer brzine strujanja i brzine širenja dugih težinskih valova.

Poboljšanje analitičkog hidrauličkog modela napravljano je preko generalizirane hidrauličke teorije. Smith i Sun [159] poboljšavaju model kontinuiranom stratifikacijom. Nelinearno stacionarno rješenje nalazi se između Longovog rješenja za jednoslojni model i Smithovog rješenja za kontinuiranu stratifikaciju. Pretpostavka Smitha i Suna je da se nestlačiv

stratificirani fluid približava prepreci uniformnom brzinom U_0. Profil stabilnosti sastoji se od dva sloja konstantne stabilnosti N_1 i N_2 (slika 2.5).



Slika 2.5 Dvoslojni model – crtež preuzet iz [132]

U gornjem sloju fluid odabire kritičnu strujnicu koja predstavlja vrh poremećenog strujanja iznad kojeg može nastati strujanje suprotnog smjera. Ako strujnica leži u donjem sloju, analiza se reducira na model kontinuirane stratifikacije.

Longova jednadžba za dvoslojni model glasi:

$$\frac{\partial^2 \delta_i}{\partial z^2} + l^2 \delta_i = 0 \tag{2.8}$$

za strujnice visine δ_i u točki (x,z). Horizontalna brzina može se dobiti u zavjetrini iz relacije:

$$u = U_0 \left(1 - \frac{\partial \delta_i}{\partial z} \right), i = 1, 2 \tag{2.9}$$

Ovdje se pretpostavlja da za svaku granicu sloja vrijede nelinearni granični uvjeti:

$$\begin{aligned} z &= h & \delta_1 &= h & & \\ z &= H_a + H_b & \delta_1 &= \delta_a & \frac{\partial \delta_1}{\partial z} &= \frac{\partial \delta_2}{\partial z} \\ z &= H_a + \delta_b & \delta_2 &= \delta_b & \frac{\partial \delta_2}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \tag{2.10}$$

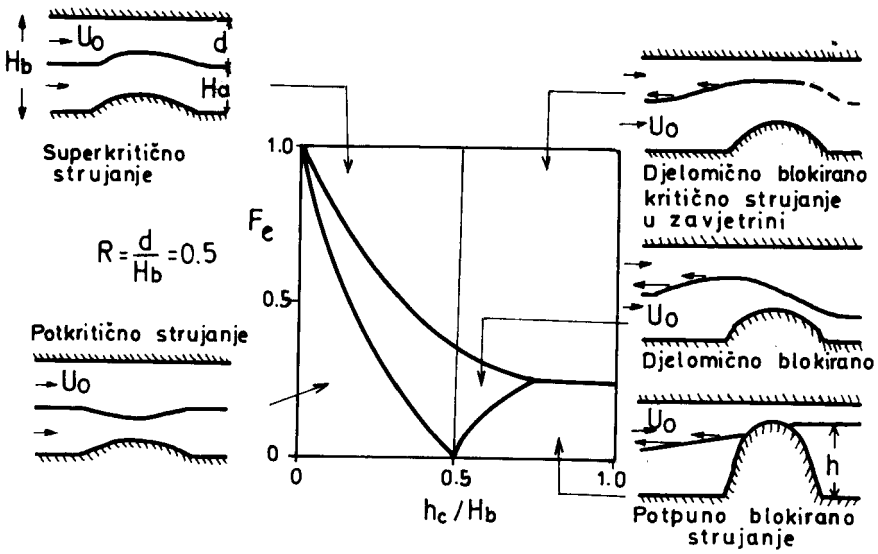
Zbog jednostavnosti uzima se da je donji sloj neutralan N_1=0 i l_1=0. Opće rješenje Longove jednadžbe glasi:

$$\delta_1 = Az + B \tag{2.11}$$

Za gornji stabilan sloj vrijedi N2≠0 i l2≠0 pa opće rješenje glasi:

$$\delta_2 = C\cos(\mathrm{lz}) + \mathrm{D}\sin(\mathrm{Lz}) \tag{2.12}$$

Ako je H_a debljina donjeg sloja, d gornjeg sloja i Hb ukupna debljina oba sloja u navjetrini, definiraju se omjeri (slika 2.6):



Slika 2.6 Strujanje zraka preko planine za dvoslojni model $R=b/H_b=0.5$ – crtež preuzet iz [133]

Kod definiranja Froudovog broja F_0, kao kod jednoslojnog modela prekrivenog s vrlo tankim slojem inverzije, Smith i Sun (1987.) su pretpostavili da se debeli stabilni sloj može aproksimirati tankim slojem jednakog intenziteta smještenog u sredini. Zbog toga uvode pojam efektivna visina $H_{ef} = H_a + 0.5\ d$, te Froudov broj glasi:

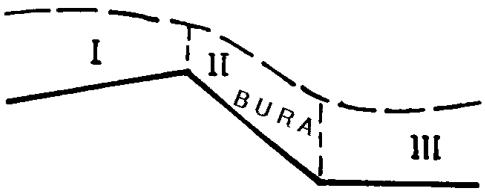
$$F_0 = \frac{U_0}{\sqrt{g' H_{ef}}} \tag{2.13}$$

gdje se reducirana sila teže može prikazati s $g'=N_2 d$. Režim strujanja za dvoslojni model $R=0.5$ (slika 2.6) ima analogna područja potkritičnog, superkritičnog i djelomično blokiranog strujanja kao i kod jednoslojnog modela.

Na kraju se može konstatirati da primjenom hidrauličke teorije navedene postavke međusobno povezuju navjetrinsko strujanje, stratifikaciju atmosfere, visinu kritične strujnice kao i visinu planinske prepreke što govori o veoma složenom hidrauličkom modelu. Dosadašnja su istraživanja dala zadovoljavajuće slaganje teorijskih i opažajnih vrijednosti, pa se može zaključiti da se jaka bura na sjevernom Jadranu može definirati primjenom hidrauličke teorije.

Finalno, na osnovi teoretski postavki te specijalnih mjerenja, Peroš [133] uvodi pojednostavljeni 2D model bure.

Prema slici 2.7. definiraju se domene gibanja zračnih masa



Slika 2.7 Shematski prikaz domena

Ako ponovo razmotrimo shemu internih valova, u domeni *I* interni gravitacijski valovi stvaraju se na gornjem sloju hladnog zraka koji dolazi u navjetrini. Općenito oni imaju različite karakteristike i obično su kombinirani ili dolaze jedan poviše drugog. Ovdje će se pojednostavniti njihova pojava i površinski će nastajat paralelno s hrbatom. Pretpostavlja se da je najveća frekvencija *N* interne gravitacije valova *Brunt-Väisälä*, ali naravno može biti i niža

$$N = \left(\frac{g}{Q} \frac{\partial Q}{\partial z} \right)^{1/2} \tag{2.14}$$

gdje je *g* ubrzanje gravitacije, *Q* potencijalna temperatura, *z* visina vala.

Karakteristična vrijednost *N* u uvjetima koji se protežu u domeni *I* su oko 10^{-2} po sekundi ili period iznad jedne minute. Prema ovdje iznesenim saznanjima koristit će se period od 4 minute.

Ispred i iznad hrpta, tamo gdje se visina hladnog zraka polagano smanjuje, hidraulički efekti su vrlo važni, a Froudeov broj *F* koji je dat izrazom:

$$F = \frac{U}{hN} \tag{2.15}$$

gdje je *U* brzina strujanja i *h* visina hrpta

može biti relevantan pošto ima niske kopnene vrijednosti ($F=0.3$) i povećava se prema hrptu (Smith, 1982). Ako promatramo udare vjetra, teško može govoriti o karakterističnom hidrauličkom protoku duž hrpta, već se može uspostavljati analogija s njim. Kako je ranije kazano, u tipičnom slučaju relativno tankog sloja hladnog zraka koji postaje još plići prema hrptu (sjeverni Jadran), može se koristiti navedeni primjer valova na plaži jer se ispred vrha hrpta stvaraju rastuće amplitude i rastuća neočekivana strmina vala. Poput velikog vratolomnog obalnog vala hladni zrak se ruši na topliju morsku stranu hrpta (slika 2.7). Znači znatna masa hladnog zraka koja dospije do hrpta s rastućom gravitacijom vala ima umjerenu horizontalnu brzinu (U_0) kojom prodire te je omogućeno masi hladnog zraka da "padne"

(stanje mnogo toplijeg zraka) na suprotnu stranu hrpta. Ovo vertikalno ubrzanje zraka uslijed pada pojednostavljeno se može prikazati prema [6], [83], [142] i [170] u obliku:

$$\frac{dw}{dt} = g(T - T')/T' \tag{2.16}$$

gdje je: w komponenta brzine vjetra ($w = v \sin\beta$), T temperatura zraka, T' temperatura toplijeg zraka. Zbog trenja površine može se kazati da zrak ne samo da klizi, već se također i kotrlja niz padinu. Ovakvim kotrljanjem (putem vrlo malog trenja površine - gola zaglađena stjenovita masa), a u povećanom općem strujanju te uz neznatnu frontalnu zapreku, brzina zraka se rapidno povećava (Senjska vrata, Kliška vrata).

Zanemarivanjem Coriolisovih sila i utjecaja trenja, uz uzimanje u obzir temperaturnih razlika, približan prosjek brzine kotrljanja hladnog zraka na podnožju zavjetrinske padine (II) može se prikazati izrazom:

$$U = U_0 + (2ah - bh^2)^{1/2} / \sin\beta \tag{2.17}$$

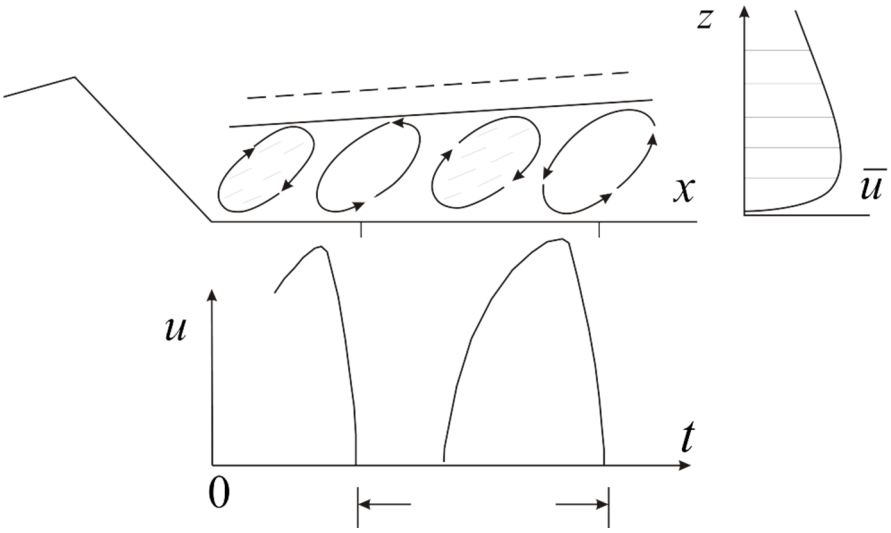
gdje je

$$a = g\frac{T_0 - T_0'}{\overline{T'}}; \mathrm{b} = g\frac{\alpha d - \alpha'}{\overline{T'}} \tag{2.18}$$

U_0 početna brzina, α klizni dio u toplijem zraku, β nagib kosine, h visina padine, $\overline{T}$ prosječna temperatura toplijeg zraka.

Izračunate brzine na primjeru pokazuju da brzina "smotuljka" hladnog zraka samo malo prelazi izmjerenu prosječnu brzinu bure nekoliko stotina metara iznad površine zbog zanemarivog trenja i zapreka. Pretpostavlja se da kotrljajuće jedinice („smotuljci“) hladnog zraka imaju cilindričan oblik te da u svojoj gornjoj granici imaju udvostručenu brzinu svoje osovine odnosno malu brzinu na površini padine. Treba pokazati da nema čistog kotrljanja kod bure niz padinu zbog unutarnjeg stresa (topliji zrak), turbulencije i "posrtanja" opisanog cilindra.

Za ovako definirano kotrljanje hladnog zraka niz padinu karakteristično je da brzina u gornjem dijelu cilindra može biti 3 do 4 puta veća od prosječne brzine blizu površine padine. Uslijed stresa na toplijem zraku, pretpostavka je da će se između dva hladna cilindra stvoriti cilindar toplog zraka, ali obrnutog smjera rotacije (slika 2.8).



Slika 2.8 Udari bure – crtež preuzet iz [132]

Uz pretpostavku da su cilindri kružni (njihov oblik ovisi o odnosu između amplitude i duljine vala kod valova originalne gravitacije), cjelokupno "kretanje" bure je stoga kombinacija ovakvih cilindara u općem toku. Ovakav uzorak cilindra doseže maksimalnu brzinu na dnu kosine i odmiče se od nje, uz jako izraženu turbulenciju pri tlu (za pojednostavljeni uzorak ima oblik prikazan na desnoj strani, slika 2.8).

Kada je turbulentno djelovanje dulje od tipičnog za odgovarajući *advection* (horizontalno kretanje mase zraka koje uzrokuje promjene temperature ili drugih fizikalnih svojstava) vrijedi Taylorova hipoteza smrznute turbulencije.

2.4 IZMJERENE I OČEKIVANE MAKSIMALNE BRZINE VJETRA NA METEOROLOŠKIM POSTAJAMA U HRVATSKOJ

Kao što je već opisano, bura je jedan od dominantnih lokalnih vjetrova u Hrvatskoj zajedno s jugom. Razlike karakteristika tih dvaju lokalnih vjetrova odražavaju se na razlikama njihovih djelovanja na konstrukcije. Raspodjela strujanja tih vjetrova na području Hrvatske dobivena je meteorološkim mjerenjima. Podaci o smjeru i brzini vjetra uglavnom se provode u okviru rada mreže postaja Državnog hidrometeorološkog zavoda (DHMZ). Anemometri su postavljeni u suglasnosti s preporukama Svjetske meteorološke organizacije (WMO) iz 2008. godine, na visini minimalno 10 m od tla te na područjima čistine gdje udaljenost mjernog instrumenta od prepreka iznosi minimalno desetorostruko više od visine prepreka. Prema preporuci *norme Eurocode 1*, osnovna brzina vjetra je definirana kao najviša desetminutna osrednjena brzina vjetra na visini 10m iznad ravnog tla prekrivenog travom ili niskim

raslinjem s povratnim periodom 50 godina. Kako bi se izradila karta osnovne brzine vjetra, korišteni su mjereni podaci i numerički modeli za prostornu interpolaciju podataka.

U izradi karte osnovne brzine vjetra u Hrvatskoj sudjelovalo je više autora ([10], [11], [12], [131], [132], [133], [134], [135], [136], [138] i [144]), a poseban doprinos u definiranju podloga za ocjenu opterećenja vjetrom dala je u disertaciji A. Bajić [9].

Očekivana maksimalna brzina vjetra računa se prema teoriji ekstrema. Opća teorija ekstrema (*Generalized Extreme Value*) je primjenjiva za duge nizove podataka, dok se za kraće nizove, koji su češći u praksi, koristi metoda premašaja granične vrijednosti (*Peak Over Threshold*) u kojoj ponašanje pojavljivanja ekstrema opisuje opća Pareto razdioba. Za opću Pareto razdiobu koriste se tri osnovne metode procjene parametara: metoda otežanih momenata (*Probability Weighted Moments*), metoda maksimalne vjerojatnosti (*Maximum Likelihood*) i metoda uvjetnog srednjeg premašaja (*Conditional Mean Exceedance*). Ekstremi koji se uzimaju u obzir moraju biti međusobno nezavisni te raspodijeljeni po Poissonovoj distribuciji. Praksa je da se uzima jedna od godišnjih ekstremnih vrijednosti. Ukoliko tijekom neke godine ima više premašaja ekstrema, koristi se metoda nezavisnih oluja u kojoj je obavezan razmak između dva ekstrema neko predefinirano vrijeme tzv. „mrtvo vrijeme“ koje u slučaju europskih zemalja iznosi 48h. Granična se vrijednost brzine vjetra ξ, koja definira prag za odabir ekstrema, definira koristeći metodu uvjetovanoga srednjeg premašaja.

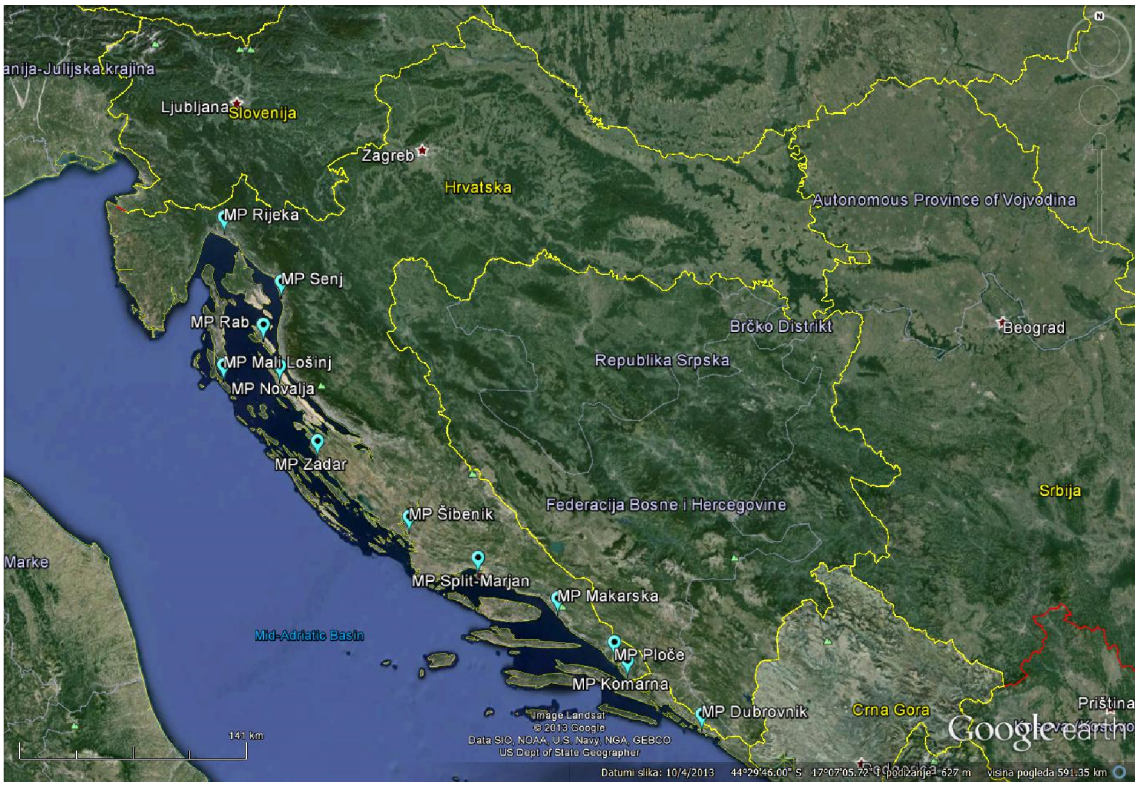
U disertaciji *Bajić* obrađuje se 25 lokacija raspoređenih po teritoriju Hrvatske, od kojih je 11 u kontinentalnom području te 14 u priobalju i otocima. Ekstremni vjetrovi koji se pojavljuju u Hrvatskoj su mahom povezani uz priobalna područja te će u ovom radu naglasak biti na njima. Vremensko razdoblje koje se promatra je od 2005. do 2009. godine.

U tablici 2.1. dane su praćene mjerne postaje s njihovom geografskom širinom i duljina, nadmorskom visinom postaje te visinom anemometra iznad tla. Grafički na slici 2.9 prikazane su lokacije postaja.

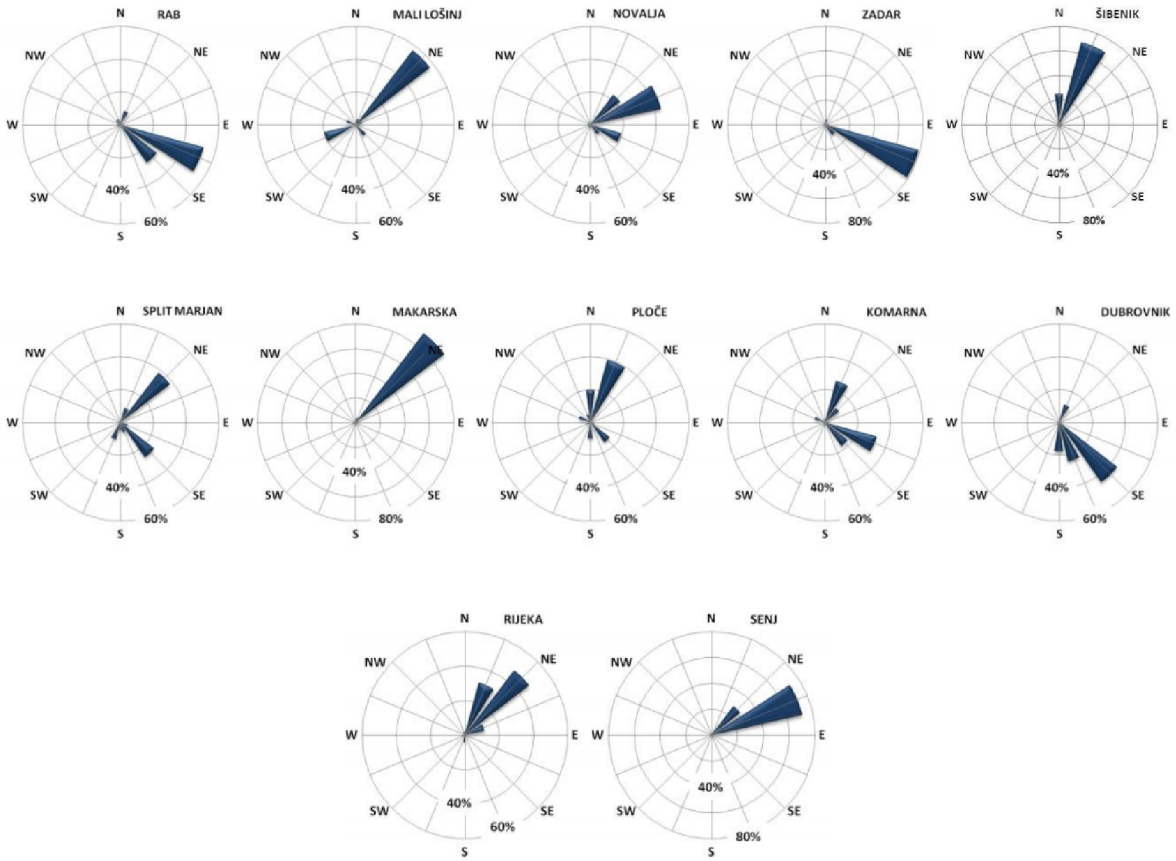
Tablica 2.1 Opis lokacije mjernih postaja i osnovni podaci za analizu

Br.	Postaja	ϕ	λ	h_{NM} (m)	z_a (m)	V_{sr}	V_{10x}	V_{xx}	ξ	N
1	Rijeka	45°20'13"	14°26'34"	120	10	1.67	13.6	27.7	8.2	50
2	Senj	44°59'37"	14°54'11"	26	10	3.48	20.1	37.3	14.5	53
3	Rab	44°45'23"	14°46'18"	24	12	1.87	15.0	30.2	11.2	57
4	Mali Lošinj	44°31'57"	14°28'19"	53	10	2.83	16.2	29.1	12.5	51
5	Novalja	44°32'06"	14°54'22"	20	12	3.14	17.7	38.3	11.5	57
6	Zadar	44°07'48"	15°12'21"	5	10	2.61	19.6	26.7	10.4	48
7	Šibenik	43°43'41"	15°54'23"	77	10	2.94	17.6	31.3	10.3	52
8	Split-Marjan	43°30'30"	16°25'33"	122	12	4.10	23.0	37.5	12.9	64
9	Makarska	43°17'16"	17°01'11"	52	15	2.32	28.4	44.4	14.4	44
10	Ploče	43°02'52"	17°26'25"	2	10	2.23	15.0	26.0	9.0	41
11	Komarna	42°56'41"	17°32'13"	99	10	4.03	22.4	33.2	14.8	46
12	Dubrovnik	42°38'41"	18°05'06"	52	10	3.68	23.7	34.4	12.1	45

gdje je φ i λ geografska širina i duljina, h_{NM} nadmorska visina postaje, z_a visina anemometra nad tlom, V_{sr} srednja brzine vjetra u *m/s*, V_{10x} maksimalne izmjerene desetminutne brzine, V_{xx} maksimalne izmjerene sekundne brzine u *m/s*, ξ granična brzina za definiranje ekstrema u *m/s* i N broj ekstrema odabranih za proračuna maksimalne očekivane brzine vjetra.



Slika 2.9 Lokacije postaja – Izvor crteža: Google Earth



Slika 2.10 Relativna učestalost po smjerovima vjetra za ekstremne brzine u razdoblju od 2005. do 2009. ilustracija preuzeta iz [8]

Ruže vjetrova prikazane na slici 2.10. upućuju da su na većini lokacija dominantni vjetrovi bura i jugo. Neke lokacije, zbog utjecaja terena oko mjerene postaje, imaju izraženiji jedan smjer vjetra u odnosu na drugi.

Iz zapisa brzine vjetra, koristeći metodu uvjetnog srednjeg premašaja, uz 48h „mrtvo vrijeme“, između ekstrema definirana je granična vrijednost za svaku lokaciju. Rezultati proračuna prikazani su u tablici 2.2

Tablica 2. 2 Očekivane brzine vjetra

Postaja	ξ	*N*	*α*	*SE (α)*	*k*	*SE (k)*	*V50 (m/s)*	*SE (V50) (m/s)*	*CE*	*ARPE (%)*	*GEV V50 (m/s)*
Rijeka	8.2	50	3.105	0.343	0.156	0.126	20.5	3.81	0.919	-1.16	18.2
Senj	14.5	53	2.946	0.470	0.198	0.119	25.1	2.95	0.811	-1.17	23.0
Rab	11.2	57	3.146	0.491	0.185	0.115	22.9	3.27	0.894	-1.10	21.5
Mali Lošinj	12.5	51	2.920	0.480	0.188	0.121	23.2	3.07	0.738	-1.34	21.5
Novalja	11.5	57	3.616	0.644	0.174	0.129	26.4	3.07	0.864	-1.17	26.7
Zadar	10.4	48	3.614	0.752	0.187	0.152	23.6	4.61	0.878	-1.60	24.0
Šibenik	10.3	52	3.758	0.747	0.193	0.146	23.8	4.56	0.850	-1.35	
Split-Marjan	12.9	64	3.056	0.415	0.190	0.100	24.1	5.87	0.851	-1.19	
Makarska	14.4	44	4.158	1.063	0.190	0.186	29.4	6.14	0.841	-1.24	30.8
Ploče	9.0	41	2.056	0.318	0.175	0.116	16.6	2.06	0.804	-1.40	
Komarna	14.8	46	3.054	0.579	0.204	0.141	26.7	3.37	0.453	-1.41	
Dubrovnik	12.1	45	3.183	0.635	0.188	0.147	25.7	3.85	0.768	-1.53	24.4

gdje su *a* i *k* parametri opće Pareto razdiobe, *SE* standardne pogreške procjene, V_{50} očekivana maksimalna brzina po općoj Pareto razdiobi, *ARPE* srednja relativna pogreška, *GEV* V_{50} maksimalna očekivana brzina određena primjenom opće razdiobe ekstrema na lokacijama gdje su postojala mjerenja 10 i više godina, *CE* je koeficijent efikasnosti.

Zbog različitosti okolnog terena lokacija mjerenja, provedena je procjena faktora izloženosti te izvršena korekcija brzina.

U svrhu lakše primjene i prikaza osnovne brzine, definirane su zone brzina prema [69]. Zone su prikazane u tablici 2.3.

Tablica 2.3 Kriteriji zone u odnosu na osnovnu brzinu vjetra

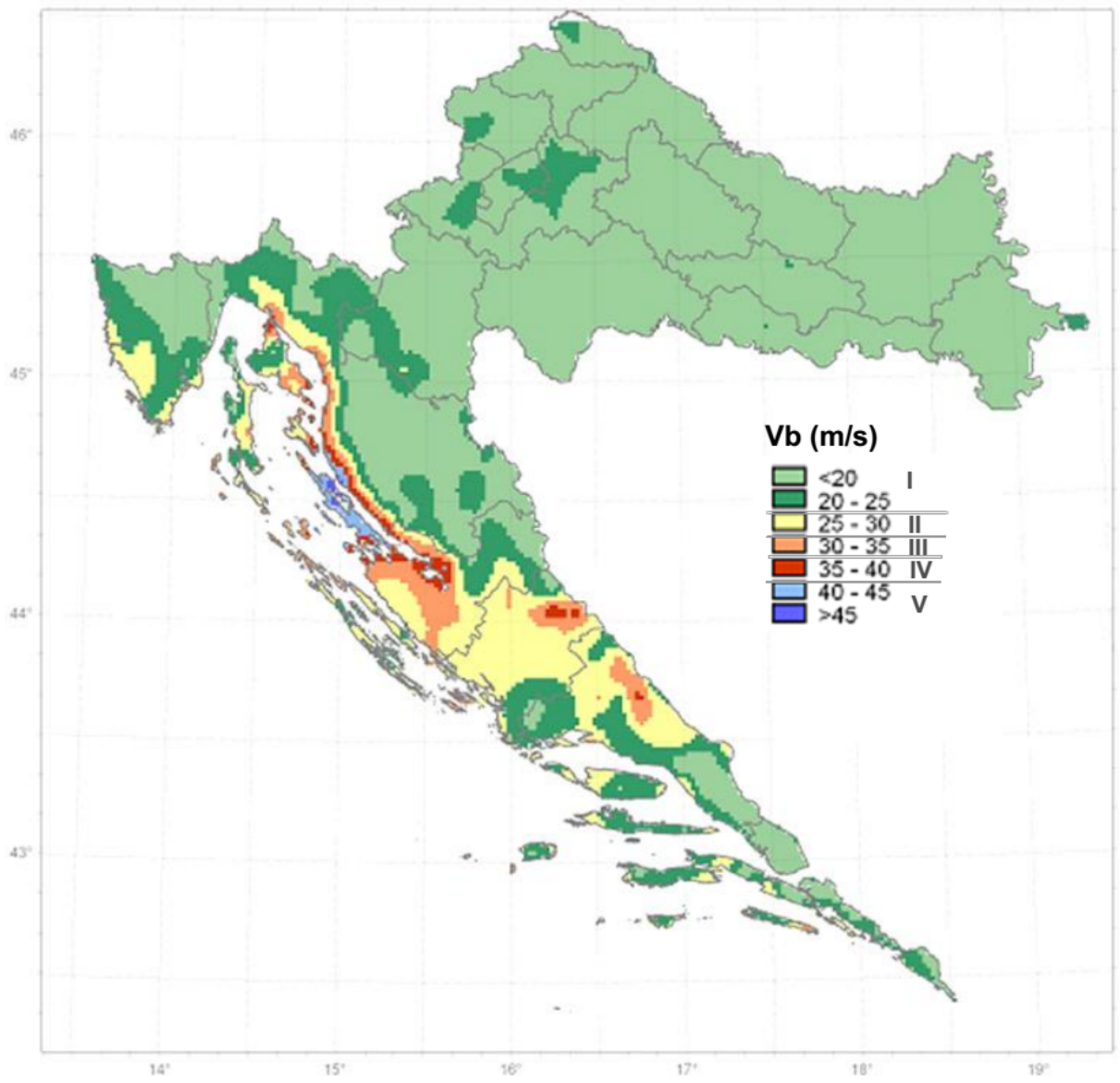
Zona	V_b (m/s)
I	<25
II	25-30
III	30-35
IV	35-40
V	>40

Primjenom kriterija zoniranja za osnovne brzine vjetrom dobivaju se zone za mjerene postaje

Tablica 2.4 Osnovne brzine vjetra

Postaja	**V_b (m/s)**	**Zona opterećenja**
Rijeka	25.8	II
Senj	30.4	III
Rab	25.6	II
Mali Lošinj	26.1	II
Novalja	29.5	II
Zadar	22.9	I
Šibenik	26.3	II
Split-Marjan	25.4	II
Makarska	32.3	III
Ploče	17.9	I
Komarna	26.3	II
Dubrovnik	25.2	II

Interpolacija podataka je provedena numeričkim mezoskalnim modelom atmosfere ALADIN, rezolucije 2x2 km koristeći opću razdiobu ekstrema i maksimalne godišnje vrijednosti brzine vjetra kao ulazne podatke. Rezultat mjerenja i interpolacije je karta prikazana na slici 2.11.



Slika 2.11 Prostorna raspodjela brzine vjetra na području Republike Hrvatske (preuzeto iz [9])

Rezultati prikazani na slici 2.11. predstavljaju osnovu za modeliranje djelovanja vjetra na konstrukcije. Za definiranje statičkoga djelovanja potrebno je još definirati koeficijente oblika, karakteristike lokalne orografije objekta te za više objekte visinski profil brzine vjetra.

Za konstrukcije osjetljive na djelovanje vjetra potrebno je opisati dinamičke karakteristike vjetra. Uslijed dinamičkih efekata, na takvim se konstrukcijama mogu pojaviti višestruko veći pomaci i sile od pomaka i sila uslijed statičkoga djelovanja.

Posljednjih su godina u Hrvatskoj upravo u ovom području objavljena višestruka istraživanja, uključujući i ovu disertaciju, koja su objavljena u radovima [43], [134], [135], [136], [137], [138], [139] i [140]. Na temelju tih istraživanja izrađen je i nacionalni dodatak za djelovanje vjetra u *normi HRN EN 1991-1-4* (Bajić, Peroš).

3. INTERAKCIJSKO DJELOVANJE VJETAR - KONSTRUKCIJA

3.1. UVOD

U ovom poglavlju dati će se kratki uvid u složenu problematiku interakcije fluida i krutog ili deformabilnog tijela. Globalno gledajući, vjetar je meteorološka pojava koja je i sama rezultat interakcije gibanja atmosfere naspram zemljine površine. Područje atmosfere, gdje je značajan utjecaj zemljine površine na strujanje vjetra, zove se atmosferski granični sloj. Budući da se većina konstrukcija nalazi u tom sloju, njegovo izučavanje je bitno za razumijevanje djelovanja vjetra na konstrukciju. Zakonitosti navedene interakcije vezane uz atmosferski granični sloj opisane su u trećem potpoglavlju. Lokalno, interakcijsko djelovanje opisuje odnos između vjetra i deformabilne konstrukcije. Opstrujavanjem konstrukcije, uslijed lokalnog smanjenja brzine dolazi do povećanja tlaka na konstrukciju. Uslijed tlaka, konstrukcija se deformira i mijenja tok fluida. Ovaj zatvoreni ciklus čini srž interakcijskog djelovanja. U četvrtom potpoglavlju su opisane zakonitosti takvog interakcijskog djelovanja. Kod izrazite deformacije elemenata javljaju se aeroelastični fenomeni opisani u petom potpoglavlju. Finalno, u zadnjem potpoglavlju sažete su preporuke *Eurocode norme* koje se bave djelovanjem vjetra na konstrukciju na inženjerskoj razini.

3.2. OSNOVE AERODINAMIKE

Osnovna razlika između mehaničkih krutih tvari i fluida je u njihovom odgovoru na silu koja djeluje na njih. Konstrukcija će se deformirati pod opterećenjem u tlaku, vlaku ili posmiku sve do granice čvrstoće materijala. Fluid će imati elastične deformacije samo za

normalna naprezanja, a za posmična naprezanja kontinuirano će se deformirati uz mali otpor – teći će.

Po definiciji su Newtonovi fluidi nestišljivi, odnosno nemaju promjene volumena uslijed normalnog naprezanja, a posmična naprezanja opisuje Newtonov zakon viskoznosti

$$\tau = \frac{\mu d\mathbf{U}}{dy} \tag{3.1}$$

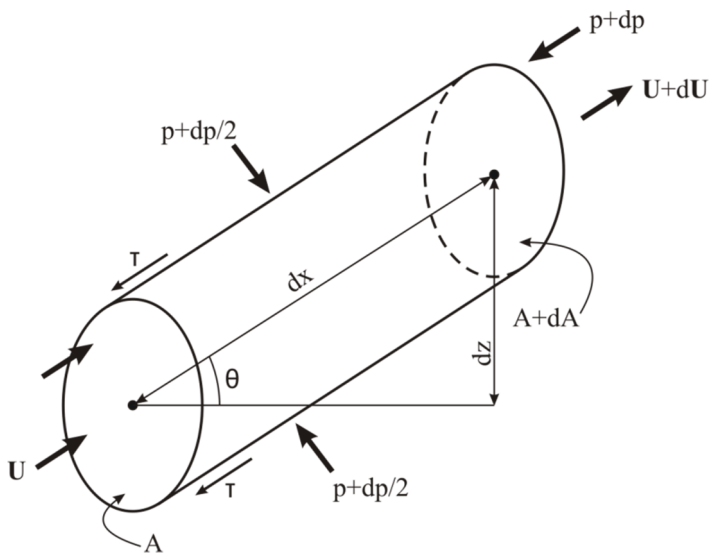
gdje je τ posmično naprezanje, $d\boldsymbol{U}/dy$ je gradijent brzine i μ je koeficijent dinamičke viskoznosti. Svojstvo stišljivosti opisuje se Machovim brojem koji je bezdimenzionalni parametar, a opisuje omjer tlačnih naspram inercijskih sila te omjer brzine pronosa zvuka kroz fluid i brzine strujanja fluida. Za vjetar, odnosno zrak do brzine strujanja od 50 m/s, Machov broj iznosi 0.15 što znači da stišljivost ima utjecaja na tlakove prouzročene vjetrom manje od 0.5% čime se opravdava pretpostavka zraka u pojavi vjetra kao Newtonovog fluida.

Oblik strujanja fluida ovisi o viskoznosti i brzini tečenja fluida. U slučaju niskih brzina smjer brzine fluida ne odstupa od trajektorija i tečenje ima oblik kao da je sastavljeno od više slojeva u kojima se tečenje odvija istom brzinom. Takvo tečenje naziva se laminarnim tečenjem. Slojevi iste brzine formiraju strujnice unutar kojih vrijedi zakon očuvanja mase

$$A_1\mathbf{U}_1\rho_1 = A_2\mathbf{U}_2\rho_2 \tag{3.2}$$

Posmična naprezanja između dva sloja ovise o dinamičkoj viskoznosti i razlici brzina slojeva. Za zrak dinamički koeficijent viskoznosti je malen (1.79×10^5 *Pa s*) tako da su i posmična naprezanja mala osim ako gradijent brzina nije dovoljno veliki. Kada su slojevi u gibanju, posmična su naprezanja zanemariva, fluid se giba uslijed normalnih naprezanja i gibanje je neviskozno. Izvod na diferencijalnoj strujnoj cijevi glasi

$$dp / \rho_a + \mathbf{U}d\mathbf{U} + gdz = 0 \tag{3.3}$$



Slika 3.1 Sile na diferencijalnu strujnu cijev

integracija diferencijalnog zapisa je moguća uz još tri pretpostavke: gustoća fluida je konstantna (nestišljivost), strujnica nema veliku zakrivljenost (irotaciono gibanje) i gibanje je ustaljeno (nema akceleracije, nema turbulencija). Integracijom se dobiva Bernoullijeva jednadžba, koja je osnova računa hidrodinamike.

Kada brzina fluida dovoljno poraste, više ne vrijede pretpostavke o nestišljivosti i neviskoznosti fluida, odnosno pojavljuju se turbulencije. Takvo se tečenje zove turbulentno.

Brzina fluida u turbulentnom režimu može se opisati tzv. Reynoldsovom dekompozicijom

$$\begin{aligned} dx/dt &= \mathbf{U} + \mathbf{u} \\ dy/dt &= \mathbf{V} + \mathbf{v} \\ dz/dt &= \mathbf{W} + \mathbf{w} \end{aligned} \tag{3.4}$$

gdje su komponente ***U,V*** i ***W*** srednje brzine toka koje definiraju tečenje fluida, a ***u***, ***v*** i ***w*** predstavljaju turbulentnu komponentu koja se u vremenu znatno brže mijenja od srednje komponente. Turbulentne komponente tečenja su prividno kaotične i ponašaju se kao slučajne varijable sa srednjom vrijednošću nula. Vrijednost koja definira snagu turbulencije je varijanca turbulencije odnosno kvadrat standardne devijacije. Prije navedeni opis strujanja kroz strujnice nije primjeren za turbulentno strujanje. Za srednje vrijednosti *U*, *V* i *W* model vrijedi ako se promatraju strujnice u njihovom smjeru. Prijenosa mase preko turbulentnih komponenti nema jer srednja vrijednost turbulencija iznosi nula. Turbulentni momenti po osima su $\overline{\mathbf{u}^2}$, $\overline{\mathbf{v}^2}$ i $\overline{\mathbf{w}^2}$ i predstavljaju normalan tlak te se kombiniraju sa srednjim brzinama toka u jednadžbu srednjeg dinamičkog turbulentnog tlaka.

$$\overline{q} = \frac{1}{2}\rho_a(\mathbf{U}^2 + \mathbf{V}^2 + \mathbf{W}^2 + \overline{\mathbf{u}^2} + \overline{\mathbf{v}^2} + \overline{\mathbf{w}^2}) \tag{3.5}$$

Izrazi $\overline{\mathbf{uv}}$, $\overline{\mathbf{uw}}$ i $\overline{\mathbf{vw}}$ sadržavaju srednju kovarijancu. Ovi izrazi mogu biti bilo koje vrijednosti i predstavljaju turbulentna posmična naprezanja, redovito izrazito veća od viskoznih naprezanja, te se nazivaju *Reynoldsova naprezanja*.

Zbog slučajnih i kaotičnih karakteristika turbulencije, ista ne može biti definirana determinističkim parametrima, osim osnovnih prosječnih osrednjenih vrijednosti varijance i kovarijance. Da bi se opisala turbulencija, potrebno je koristiti kompleksnije determinističke funkcije poput spektralne analize, kros-spektralne analize, autokorelacije i kroskorelacije koje opisuju vremenski osrednjene karakteristike turbulencija u prostornoj i frekventnoj domeni. Tečenje se može opisati kroz tri bezdimenzionalna parametra: *Reynoldsov broj Re*, *koeficijent tlaka* C_p i *Strouhalov broj St*.

Već spomenuti *Reynoldsov broj* predstavlja omjer inercijalnih i viskoznih sila te opisuje njihov utjecaj na tok. Za vrlo visoke vrijednosti *Re*, u toku dominiraju inercijalne sile, a za vrlo mali *Re,* dominiraju viskozne sile. Računa se prema formuli

$$\mathrm{Re} = \rho_a VD / \mu \tag{3.6}$$

gdje su ρ_a gustoća fluida, μ dinamička viskoznost, V brzina toka i D karakteristična vrijednost dužine. Parametri ρ_a i μ ne ovise o položaju promatrane točke u toku, a parametri V i D ovise.

Koeficijent tlaka je omjer stvarnog tlaka i idealnog tlaka prema

$$C_p = \frac{p}{\frac{1}{2}\rho_a V^2} \tag{3.7}$$

gdje je p stvarni tlak, ρ_a gustoća fluida i V brzina toka. Ovisi o obliku i hrapavosti prepreke. Ovaj se koeficijent često koristi kao osnova izračuna djelovanja fluida na prepreku.

Strouhalov broj ili reducirana frekvencija je omjer tranzitnog perioda mase fluida naspram oscilacije na frekvenciji n. Opisan je izrazom

$$St = \frac{nD}{V} \tag{3.8}$$

gdje je n frekvencija osciliranja, D karakteristična duljina i V brzina toka.

Posebno područje interesa za analizu toka su granični slojevi. Granični slojevi su područja uz površine gdje se odvija optjecanje, a pod utjecajem su posmičnih naprezanja. Najlakši primjer

za opis graničnog sloja je tanka ploča postavljena tangencijalno na tok. Kako je ploča tanka, nema normalnog naprezanja uslijed toka te je jedino aktivno naprezanje posmično. Uz površinu ploče brzina fluida je nula uslijed trenja, a na velikoj udaljenosti tok je neometen. S navedenim rubnim uvjetima, tok se može opisati kroz *Reynoldsov broj Re*. Za svaku se točku, nizvodno od počeka ploče, mogu definirati dvije vrijednosti *Re*, jedna koja opisuje tok uz plohu lokalno te druga koja integrira efekte uzvodno od promatrane točke. Prvu vrijednost *Re* promatrane točke nije lako opisati, ali je jednostavno definirati tok u njenoj blizini. Uz površinu ploče vanjski tok nije relevantan jer je razdvojen za debljinu graničnog sloja od predmetne točke. Brzina relevantna za tok je brzina povezana s posmičnim naprezanjem τ koje usporava tok. Brzina trenja u_* definirana je

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho_a}} \tag{3.9}$$

Ovaj izraz ne opisuje fizikalnu brzinu, već samo način iskazivanja posmičnog naprezanja u dimenziji brzine. Karakteristična duljina u definiciji *Re* je udaljenost od izvora posmičnog naprezanja odnosno visina *z* iznad površine plohe. *Reynoldsov broj* na ovaj način je definiran

$$\mathrm{Re}_z = \rho_a u_* z / \mu \tag{3.10}$$

gdje je *z* visina promatrane točke od površine.

U blizini površine, gdje *z* teži nuli, *Re* je mali i tokom dominiraju viskozne sile. Taj dio toka naziva se viskozni podsloj i on postoji bez obzira na to što se događa u vanjskom sloju. Za uglađenije površine ili za niže brzine vanjskog toka, u_* je manji što dozvoljava da za veći *z,* Re_z ostaje u domeni laminarnog toka. To znači da se oformio deblji laminarni podsloj.
Drugi *Re* prati razvoj toka uzduž ploče. Definira se kao

$$\mathrm{Re}_x = \rho_a \mathbf{U} x / \mu \tag{3.11}$$

gdje je ***U*** brzina vanjskog toka, *x* udaljenost promatrane točke od uzvodnog ruba ploče.
Pomicanjem niz ploču, utjecaj viskoznosti se smanjuje. Kada dosegne kritičnu vrijednost ($\mathrm{Re}_x \approx 10^5$), tok postaje nestabilan što rezultira postepenim prelaskom u turbulentni tok. Povećanjem brzine vanjskog toka, točka tranzicije toka iz laminarnog u turbulentni pomiče se uzvodno.

Aerodinamički gledano, površina se smatra glatkom ukoliko nepravilnosti površine ne izlaze izvan viskoznog podsloja. U suprotnom slučaju, kada nepravilnosti površine izlaze van viskoznog podsloja, turbulentni tok djeluje direktno na nepravilnosti te normalna naprezanja zamjenjuju posmična naprezanja. Hrapavost je opisana s vlastitim *Re, Reynoldsovim brojem* uslijed hrapavosti

$$\mathrm{Re}_k = \rho_a u_* k_s / \mu \tag{3.12}$$

Karakteristična duljina za ovaj *Re* je efektivna hrapavost(k_s), vrijednost dobivena iz promjera zrnaca pijeska korištenih u laboratorijskim eksperimentima za simulaciju nepravilnosti površina. Za $Re_k < 120$, hrapavost je ispod visine viskoznog podsloja te nema utjecaja na granični sloj. Za $Re_k > 600$, hrapavost ima puni utjecaj na tok te je granični sloj uvijek turbulentan. Za vrijednosti između navedenih granica, utjecaj na tok raste s porastom Re_k.
U kontekstu aerodinamičke hrapavosti, Zemljina površina je u potpunosti hrapava zbog velikih objekata poput zgrada, vegetacije itd.. Kada su prepreke koje tvore hrapavost Zemljine plohe gusto raspoređene, poput blokova zgrada, formira se turbulentni međusloj (*interface layer*) u visini prosječne visine prepreke. Unutar međusloja ima gibanja zračnih masa, ali to gibanje je pod jakim lokalnim utjecajem optjecanja prepreka te se ne može generalizirati. Ekvivalentna hrapavost u ovom pogledu nije prihvatljiv model hrapavosti te se uvodi novi parametar „aerodinamička hrapavost“ z_0 koji ovisi o međusloju.

3.3 INTERAKCIJE U ATMOSFERSKOM GRANIČNOM SLOJU

Atmosferski granični sloj (AGS) je područje atmosfere u kojem na strujanje zraka ima utjecaj Zemljina površina. Širina atmosferskog sloja ovisi o brzini vjetra, hrapavosti terena i geografskoj širini i kreće se od nekoliko stotina metara do nekoliko kilometara. Unutar graničnog sloja brzina vjetra raste s visinom. Dijeli se na već opisani međusloj i turbulentni Ekmanov sloj. Prvi dokumentirane opservacije ponašanja zračnih masa u Ekmanovom sloju provedene su 1958. g. [73] dok su nešto novije opservacije provedene 2009. g. [92] i 2012. g. [150].

S donje je strane AGS ograničen srednjom plohom hrapavosti Zemljine površine. S gornje su strane rubni uvjeti strujanje zračnih masa bez efekta trenja. Gibanje zračnih masa nastaje uslijed horizontalnog gradijenta tlaka dp/dn . Tlak u atmosferi je skalarno polje koje se mijenja uslijed termodinamičkih pojava. U polju tlaka, linije koje omeđuju područja jednakog tlaka zovu se izobare. Pored horizontalnog gradijenta, na smjer i brzinu gibanja zračnih masa

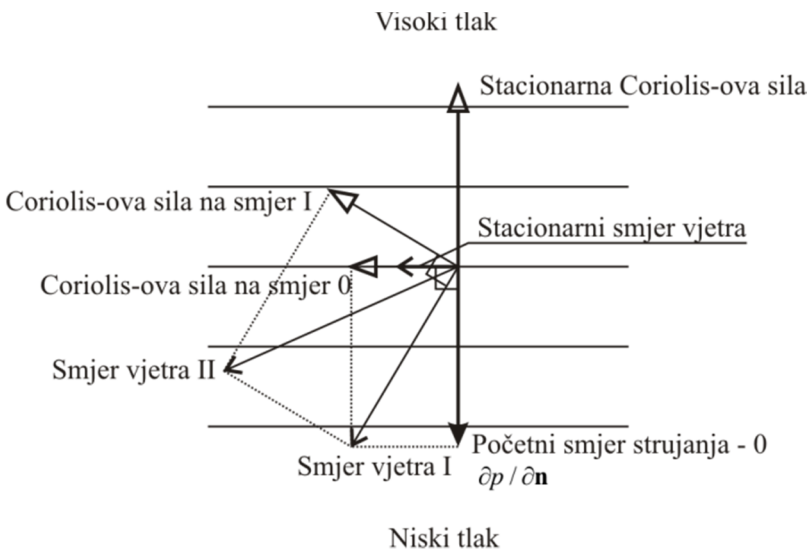
utječe Coriolisova sila koja je posljedica rotacije zemlje. Iznos Coriolisove sile ovisi o zemljopisnoj širini, te je najveća na polovima dok na ekvatoru iščezava. Zbog Coriolisove sile na sjevernoj polutci Zemlje smjer gibanja vjetra se zakreće u desno u odnosu na gradijent tlaka, a na južnoj polutci u lijevo. Strujanje vjetra u kojem se izbalansiraju dvije navedene komponente zove se geostrofično strujanje, a brzina strujanja G iznosi

$$G = \frac{dp/dn}{\rho_a f} \tag{3.13}$$

gdje je f Coriolisov parametar dobiven prema

$$f = 2\omega_e \sin(\phi) \tag{3.14}$$

gdje je ω_e kutna brzina Zemljine rotacije i ϕ zemljopisna širina. Postupak balansiranja prikazan je na slici 3.2.



Slika 3.2 Postupak balansiranja gradijenta tlaka i Coriolisove sile

Navedeno strujanje postoji u atmosferi ukoliko izobare nemaju zakrivljenost, odnosno izobare su trebaju biti ravne linije. U slučaju da izobare imaju konačnu zakrivljenost, na putanju zračne mase utječe i centrifugalna sila. Brzina vjetra koja nastaje uslijed balansa sve tri komponente zove se gradijentna brzina vjetra. Ukoliko se radi o zračnoj masi koja se nalazi na sjevernoj polutci za ciklonu (cirkulaciju oko točke niskog tlaka), brzina vjetra iznosi

$$V_{gr} = -\frac{rf}{2} + \left[\frac{r}{\rho_a}\frac{dp}{dn} + \left(\frac{rf}{2}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \tag{3.15}$$

i za anticiklonu (cirkulaciju oko točke visokog tlaka) iznosi

$$V_{gr} = +\frac{rf}{2} - \left[-\frac{r}{\rho_a}\frac{dp}{dn} + \left(\frac{rf}{2}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \tag{3.16}$$

gdje je r zakrivljenost trajektorije zračne mase.

Gibanja se u atmosferi mogu opisati jednadžbama kontinuiteta i očuvanja količine gibanja. Kako nema dovoljno nezavisnih jednadžbi u odnosu na broj varijabli, potrebno je uvesti fenomenološke relacije koje nadopunjuju broj jednadžbi. Ukoliko se jednadžbe kontinuiteta i očuvanja količine gibanja osrednje i izbace zanemarive vrijednosti, dobivaju se jednadžbe za srednje vrijednosti gibanja prema [104]

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} + W\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{1}{\rho_a}\frac{\partial p}{\partial x} - fV - \frac{1}{\rho_a}\frac{\partial \tau_x}{\partial z} = 0 \tag{3.17}$$

$$U\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial y} + W\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{\rho_a}\frac{\partial p}{\partial y} + fU - \frac{1}{\rho_a}\frac{\partial \tau_y}{\partial z} = 0 \tag{3.18}$$

$$\frac{1}{\rho_a}\frac{\partial p}{\partial z} + g = 0 \tag{3.19}$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \tag{3.20}$$

gdje je p srednja vrijednost tlaka, f Coriolisov parametar i g akceleracija gravitacije, τ_x posmično naprezanje u x smjeru i τ_y posmično naprezanje u y smjeru. Položaj x osi je u smjeru posmičnog naprezanja na površini označenog s τ_0. Kao što je prikazano u (3.19) varijacija tlaka ovisi isključivo o visini i smatra se da je horizontalni gradijent tlaka isti kao u slobodnoj atmosferi odnosno na gornjoj granici AGS-a

$$\frac{1}{\rho_a}\frac{\partial p}{\partial x} = fV_g \tag{3.21}$$

$$\frac{1}{\rho_a}\frac{\partial p}{\partial y} = -fU_g \tag{3.22}$$

gdje su U_g i V_g komponente geostrofičke brzine G u smjeru x i y osi.

Kako bi se riješile jednadžbe srednjeg gibanja, uvodimo pretpostavku prema [97] o vezi s turbulentnom viskoznosti K i duljinom na kojoj se odvija izmjena količine gibanja L.

$$\tau_x = \rho_a K(x,y,z)\frac{\partial U}{\partial z} \tag{3.23}$$

$$\tau_y = \rho_a K(x,y,z)\frac{\partial V}{\partial z} \tag{3.24}$$

$$K(x,y,z) = L^2(x,y,z)\left[\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2\right]^{1/2} \tag{3.25}$$

Za rješenje turbulentnog polja brzina izvedena je sljedeća jednakost prema [97]

$$\begin{aligned}&\left[U\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\overline{q^2}}{2}\right)+V\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\overline{q^2}}{2}\right)+W\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\overline{q^2}}{2}\right)\right]-\left[\frac{\tau_x}{\rho_a}\frac{\partial U}{\partial z}+\frac{\tau_y}{\rho_a}\frac{\partial V}{\partial z}\right]\\&+\frac{\partial}{\partial z}\left[\overline{w\left(\frac{p'}{\rho_a}+\frac{q^2}{2}\right)}\right]+\varepsilon=0\end{aligned} \tag{3.26}$$

gdje su *u,v* i *w* turbulentne fluktuacije brzine u smjeru *x,y* i *z,*

$$q = \left(u^2 + v^2 + w^2\right)^{1/2} \tag{3.27}$$

je rezultanta komponenta fluktuacija, p' je fluktuirajući tlak, ε je stopa potrošnje energije po jediničnoj masi. Jednadžba (3.26) se naziva i jednadžba turbulentne kinetičke energije i predstavlja ravnotežu između advekcije (prvi član), izvora (drugi član), difuzije i disipacije. Rješenje po srednjoj turbulenciji iskazano jednadžbom (3.26) posebno je pogodno za izučavanje tokova u 3D tokovima, u AGS-u. Nadalje, u radovima [29], [125] i [167] se uvode sljedeće relacije koje s jednadžbom (3.26) zatvaraju problem turbulentnog toka.

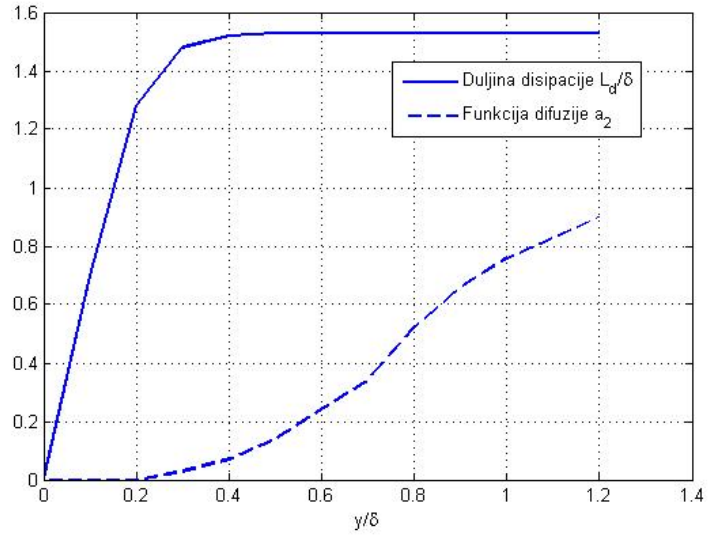
$$\left\{\tau_x{}^2 + \tau_y{}^2\right\}^{1/2} = \rho_a a_1 \overline{q^2} \tag{3.28}$$

$$\overline{w\left(\frac{p'}{\rho_a}+\frac{q^2}{2}\right)} = \frac{1}{V_{gr}}\left(\overline{q^2}\right)_{\max}\left(\overline{q^2}\right)a_2\left(\frac{y}{\delta}\right) \tag{3.29}$$

$$\varepsilon = \frac{\left(\overline{q^2}\right)^{3/2}}{L_d\left(\frac{y}{\delta}\right)} \tag{3.30}$$

$$\frac{\tau_x}{\partial U/\partial z} = \frac{\tau_y}{\partial V/\partial z} \tag{3.31}$$

gdje je $a_1 \approx 0.16$, δ je visina AGS. Funkcije difuzije i duljine disipacije dane su empirijski prema radu [125] i prikazane su na dijagramu prikazanom u slici 3.3.



Slika 3.3 Empirijske funkcije preuzete iz [125]

Ukoliko se pretpostavi jednolika hrapavost terena pod područjem značajnog gibanja zračnih masa tj. horizontalna homogenost toka, tada vrijede sljedeće relacije iz 3.17 i 3.18

$$V_g - V = \frac{1}{\rho_a f}\frac{\partial \tau_x}{\partial z} \tag{3.32}$$

$$U_g - U = -\frac{1}{\rho_a f}\frac{\partial \tau_y}{\partial z} \tag{3.33}$$

Rješenje sustava diferencijalnih jednadžbi (3.32) i (3.33) uz pretpostavku konstantne turbulentne viskoznosti po visini daju rješenje

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} G\left[1 - e^{-az}\left(\cos az - \sin az\right)\right] \tag{3.34}$$

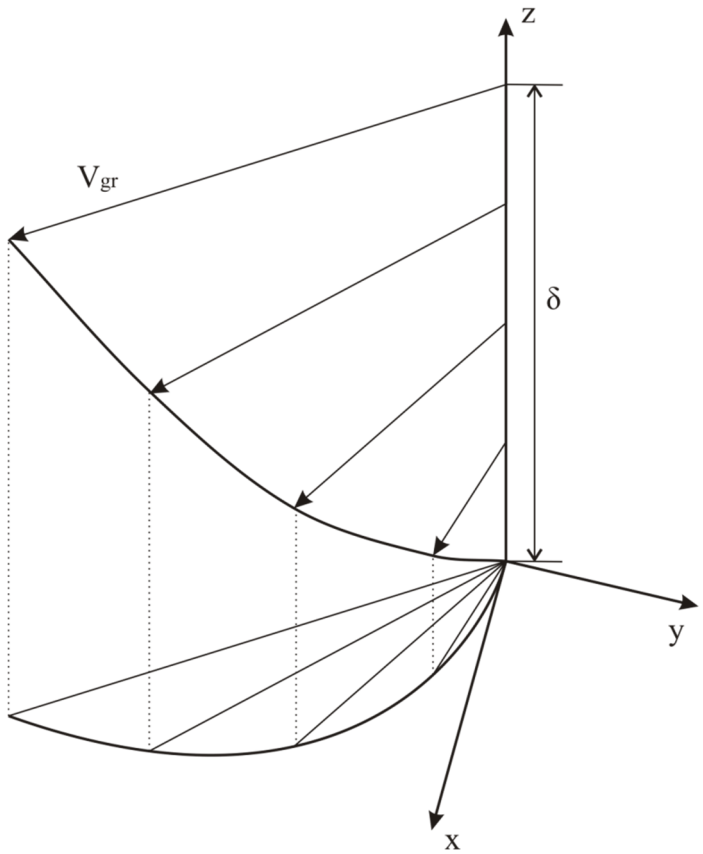
$$V = \frac{1}{\sqrt{2}} G\left[1 - e^{-az}\left(\cos az + \sin az\right)\right] \tag{3.35}$$

gdje je

$$a = (f / 2K)^{1/2} \tag{3.36}$$

Oblik rješenja zove se Ekmanova spirala i prikazano je na slici 3.4. Ovo rješenje prikazuje koncept raspodjele srednjih brzina po visini za AGS. Zamjerke ovom rješenju uočene su pri opservaciji ovog fenomena u prirodi. Otklon kuta brzine za početni kut u odnosu na kut na vrhu AGS-a u jednadžbama (3.34) i (3.36) iznosi 45° dok u stvarnosti iznosi od 6°do 30°,

ovisno o hrapavosti terena. Razlog odstupanja je matematički pogodna, ali ne realna pretpostavka konstantnoj turbulentnoj viskoznosti.



Slika 3.4 Ekman-ova spirala

Za zatvaranje sustava jednadžbi u kojima turbulentna viskoznost varira po visini koristi se analogija s dvodimenzionalnim tečenjem u graničnom sloju. Atmosferski granični sloj podijeljen je na dvije zone, površinski i vanjski sloj. Za pretpostaviti je da posmično naprezanje ovisi o brzini toka na maloj udaljenosti z od površine, hrapavosti terena z_0 i gustoće zraka ρ_a. Bezdimenzionalno prikazano

$$\frac{U\mathbf{i}+V\mathbf{j}}{u_*}=f_1\left(\frac{z}{z_0}\right) \tag{3.37}$$

gdje je u_* posmična brzina i f_1 funkcija omjera z/z_0. Izraz (3.37) predstavlja zakonitost toka u površinskom sloju.

U vanjskom se sloju slično može pretpostaviti da smanjenje brzine s gornje granice AGS-a do neke visine z također ne ovisi o posmičnom naprezanju, visini AGS-a δ i gustoći zraka ρ_a.

$$\frac{U\mathbf{i}+V\mathbf{j}}{u_*}=\frac{U_g\mathbf{i}+V_g\mathbf{j}}{u_*}+f_2\left(\frac{z}{\delta}\right) \tag{3.38}$$

gdje je f_2 funkcija koja ovisi o omjeru z/δ. Bezdimenzionalni izraz (3.38) opisuje tok u vanjskom sloju tzv. „Zakon smanjenja brzine“. Kako postoji postepena promjena iz jednog sloja u drugi, postoji dio AGS-a gdje vrijede oba izraza

$$\frac{U\mathbf{i}+V\mathbf{j}}{u_*}=f_1\left[\left(\frac{z}{\delta}\right)\left(\frac{\delta}{z_0}\right)\right] \tag{3.39}$$

U slučaju analognog 2D problema, nepoznate funkcije su logaritmi.

$$f_1(\xi)=\left(\ln\xi^{1/k}\right)\mathbf{i} \tag{3.40}$$

$$f_1(\xi)=\left(\ln\xi^{1/k}\right)\mathbf{i}+\frac{B}{k}\mathbf{j} \tag{3.41}$$

gdje su B i k konstante. Uvrštavanjem izraza (3.40) i (3.41) u izraz (3.39) dobivaju se izrazi

$$\frac{U\mathbf{i}+V\mathbf{j}}{u_*}=\frac{1}{k}\left(\ln\frac{z}{\delta}+\ln\frac{\delta}{z_0}\right)\mathbf{i} \tag{3.42}$$

$$\frac{U\mathbf{i}+V\mathbf{j}}{u_*}=\frac{U_g\mathbf{i}+V_g\mathbf{j}}{u_*}+\frac{1}{k}\left(\ln\frac{z}{\delta}\right)\mathbf{i}+\frac{B}{k}\mathbf{j} \tag{3.43}$$

Preklapanjem domena izraza dobiva se

$$\frac{U_g}{u_*}=\frac{1}{k}\ln\frac{\delta}{z_0} \tag{3.44}$$

$$\frac{V_g}{u_*}=-\frac{B}{k} \tag{3.45}$$

iz čega slijedi

$$G=\left(B^2+\ln^2\frac{\delta}{z_0}\right)^{1/2}\frac{u_*}{k} \tag{3.46}$$

Nadalje, debljina AGS-a može se iskazati kao

$$\delta=c\frac{u_*}{f} \tag{3.47}$$

gdje je c konstanta.

$$G = \left[B^2 + \left(\ln \frac{u_*}{fz_0} - A \right)^2 \right]^{1/2} \frac{u_*}{k} \tag{3.48}$$

Kombinacijom izraza (3.46) i (3.47) dobiva se izraz u kojima su konstante A i B univerzalne. Konstanta k naziva se Von Karmanova konstanta i iznosi 0.4. Iz izraza (3.48) je izveden „Logaritamski zakon“

$$U(z) = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z}{z_0} \tag{3.49}$$

Logaritamski zakon daje opis brzine po visini. Druga mjera hrapavosti terena koja se još koristi je koeficijent otpora površine

$$\kappa = \frac{u_*^{\,2}}{\overline{U_{10}}^{\,2}} \tag{3.50}$$

gdje je U_{10} srednja brzina vjetra na visini 10 m od tla. Veza između mjera hrapavosti dobiva se iz omjera brzina iskazanih s hrapavosti terena

$$\kappa = \left(\frac{k}{\ln\left(\frac{10}{z_0}\right)} \right)^2 \tag{3.51}$$

Za vrlo hrapave površine terena, primjerice urbane terene i šume gdje se formira međusloj opisan u prethodnom podpoglavlju, oduzima se od visine z visina međusloja z_h i dobiva efektivna visina. Za visinu međusloja uzimaju se ¾ prosječne visine prepreke. Uzimajući efektivnu visinu u obzir, logaritamski zakon glasi

$$U(z) = \frac{u_*}{k} \ln \left(\frac{z - z_h}{z_0} \right) \tag{3.52}$$

Logaritamski zakon ima valjane teoretske pretpostavke, ali nije učestalo korišten u praksi. Razlozi su matematičke prirode izraza; zbog logaritma za visine niže od z_h nema rješenja, za visine niže od $z_0 - z_h$ brzina vjetra je negativna i integracija je nespretna. Da bi se izbjegli navedeni problemi u praksi, češće je korišten „zakon potencije“ opisan izrazom

$$U(z) = \overline{U_{10}} \left(\frac{z}{10} \right)^{\alpha} \tag{3.53}$$

gdje je koeficijent α korišten za opisivanje hrapavosti tla. Veza između z_0 i α dana je jednadžbom

$$\alpha = \frac{1}{\ln(z_{ref} / z_0)} \tag{3.54}$$

gdje je z_{ref} visina na kojoj oba zakona imaju istu vrijednost.

Kao što je već navedeno, za mjeru turbulencije uzima se standardna devijacija ili varijanca. Uobičajeni način iskazivanja turbulencije u vjetroinženjeringu je kroz parametar nazvan intenzitet turbulencije koji predstavlja standardnu devijaciju podijeljenu sa srednjom brzinom.

S obzirom na promatrani smjer turbulencija imamo

$$I_u = \frac{\sigma_u}{\overline{U}} \tag{3.55}$$

$$I_v = \frac{\sigma_v}{\overline{U}} \tag{3.56}$$

$$I_w = \frac{\sigma_w}{\overline{U}} \tag{3.57}$$

gdje su smjerovi: u – uzdužni, v – bočni, w – vertikalni.

Aproksimacija standardne devijacije za područja s velikom ravnomjernom površinom djelovanja vjetra prema [70] iznosi $2.5u_*$ što uvršteno u (3.55) daje

$$I_u = \frac{2.5u_*}{(u_* / 0.4)\ln(z / z_0)} = \frac{1}{\ln(z / z_0)} \tag{3.58}$$

Iz izraza (3.58) je vidljiva veza intenziteta turbulencije i hrapavosti terena. Bočna i vertikalna turbulencija su uglavnom manje od uzdužne. Iz prosječnih se vrijednosti dobiva odnos 1:0.88:0.55 za uzdužni, bočni i vertikalni intenzitet turbulencija. Navedene aproksimacije daju približne odnose, ali za različite tipove vjetra, te lokacije vrijednosti mogu odstupati i do 50%.

Veza između uzdužne turbulencije i brzine trenja prikazana je izrazom

$$\sigma^2 = \beta u_*^{\,2} \tag{3.59}$$

gdje je β parametar koji ovisi o visini hrapavosti z_0 prema istraživanjima [26]. Za β se smatra da ne ovisi o visini.

Udari vjetra su izrazito bitni za definiranje djelovanja na konstrukciju. Uvažavajući činjenicu da je vjetar slučajna pojava, maksimalna brzina vjetra koja se javlja u nekom periodu promatranja također je slučajna vrijednost. Uz pretpostavku da se slučajna razdioba brzine vjetra ravna po normalnoj distribuciji, ekstremni vjetar se definira približno kao

$$\widehat{U} = \overline{U} + g_u \sigma_u \tag{3.60}$$

gdje $\widehat{U}$ označava maksimalnu brzinu vjetra i faktor g_u iznosi otprilike 3.5.

Po visini se mijenjaju vrijednosti maksimalne brzine, ali ne ostvaruju se u istom trenutku što znači da se varijacijom po visini dobiva envelopa maksimalne brzine po visini. Pored utjecaja na konstrukcije, bitan je utjecaj na mjerne instrumente za mjerenja brzine vjetra. Mjerni instrumenti nemaju trenutačan odgovor na pobudu zbog inertnosti te najčešće izmjerena vrijednost je srednja na intervalu osrednjavanja uređaja. Za kapaste anemometre manjih dimenzija vrijeme osrednjavanja iznosi 1 – 3 sekunde. Faktor udara G_u definiran je kao omjer maksimalne brzine udara i srednje brzine vjetra

$$G_u = \frac{\widehat{U}}{\overline{U}} \tag{3.61}$$

Uzimajući u obzir vrijeme, poznavajući faktor udara i srednju brzinu vjetra u vremenskom periodu t_{avr} prema metodologiji iz radova [42] i [47], može se izračunati vršna brzina za vrijeme osrednjavanja uređaja

$$G_u = a + b\log(\mathrm{t}_{avr} / \mathrm{t}_g) \tag{3.62}$$

gdje je t_{avr} vrijeme osrednjavanja, t_g trajanje udara vjetra, a i b su konstante ovisne o strujanju vjetra.

Kako je brzina vjetra slučajna varijabla, karakterizira se funkcijom gustoće vjerojatnosti. Funkcija gustoće vjerojatnosti opisuje koliki vremenski udio ima određena brzina vjetra. Iz mjerenja je zaključeno kako se brzina vjetra u AGS-u ravna po normalnoj distribuciji opisanoj izrazom

$$f_u(u) = \frac{1}{\sigma_u \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\overline{U}}{\sigma_u}\right)^2} \tag{3.63}$$

Funkcija gustoće vjerojatnosti opisuje raspodjelu brzine vjetra u nekom vremenu, ali ne daje informacije kako se brzina brzo mijenja. Funkcija koja opisuje brzinu promjene brzine vjetra

je spektralna gustoća ili jednostavnije spektar. Mjerilo turbulencije je varijanca, a funkcija spektralne gustoće opisuje raspodjelu varijance po frekvencijama. Postoji više matematičkih izričaja ove funkcije, ali najuobičajeniji je format Karman-Harris (prema laboratorijskim eksperimentima Von Karmana i adaptiranim od Harrisa). U bezdimenzionalnoj formi glasi

$$\frac{n \cdot S_u(n)}{\sigma_u^{\,2}} = \frac{4\left(\dfrac{nL_u^{\,x}}{\overline{U}}\right)}{\left[1 + 70.8\left(\dfrac{nL_u^{\,x}}{\overline{U}}\right)^2\right]^{5/6}} \tag{3.64}$$

gdje je l_n integralna skala turbulencije.

Integralna skala turbulencije je mjera prosječne veličine turbulentnog vrtloga toka. Postoji ukupno devet integralnih duljina koje odgovaraju za tri prostorna smjera i tri komponente turbulentne brzine. Označavaju se s oznakom L_i^j $i=u,v,w$ i $j=x,y,z$ gdje je oznaka i mjera srednje brzine vjetra, a j oznaka turbulentne komponente. Matematički opis skale turbulencije

$$L_u^{\,x} = \frac{1}{u^2}\int_0^\infty R_{u_1u_2}(x)\,\mathrm{d}\,x \tag{3.65}$$

gdje je R_{u1u2} kros kovarijanca funkcije uzdužne brzine $u_1=u(x_1,y_1,z_1,t_1)$ i $u_1=u(x_1+x,y_1,z_1,t_1)$. Iz ovakvog je opisa vidljivo da ukoliko kros kovarijance funkcije brzo opadaju, da je integralna skala mala. Veličina integralne skale daje uvid o tome na kolikoj se površini očekuje utjecaj turbulencije toka. Nadalje, uvažavajući misaoni model o nošenim vrtlozima u polju srednjih brzina, tada se fluktuacija $u(x_1, \tau + t)$ može zamijeniti s $u(x_1\text{-}x/U,\tau)$ prema Taylorovoj hipotezi. Tada izraz (3.65) postaje

$$L_u^{\,x} = \frac{\overline{U}}{\overline{u^2}}\int_0^\infty R_u(\tau)\,\mathrm{d}\,\tau \tag{3.66}$$

gdje je $R_u(\tau)$ funkcija autokovarijance funkcije fluktuacije $u(x_1,t)$. Duljina zapisa korištenih za izračun R_u bi trebala biti ista kao za izračun srednje brzine i standardne devijacije. Različite aproksimacije su u upotrebi te najčešće korišteni model je

$$L_u^{\,x} = Cz^m \tag{3.67}$$

gdje su C i m konstante ovisne o z_0.

Duljina integralnih skala L_u^y i L_u^z su približno 1/3 i 1/2 integralne skale L_u^z.

3.4 AERODINAMIKA KONSTRUKCIJA

U opstrujavanju konstrukcija javljaju se tlačne sile i sile uslijed trenja s površinom. Iznos i distribucija sila ovise o toku i položaju konstrukcije. Kako bi se olakšalo modeliranje djelovanja fluida na objekte u polju toka, uvode se idealizirani modeli konstrukcija. Prvi model je rešetkasti model. U tom je modelu objekt niz elemenata postavljenih okomito na tok fluida u obliku rešetke. Kako je neto površina presjeka mala u odnosu na ukupnu površinu konstrukcije, smatra se da nema velike promjene u toku fluida te se sile otpora računaju po elementu i ukupno se djelovanje dobiva zbrajanjem. Idući model je trakasti model. Promatrana konstrukcija ima jednu dimenziju zanemarivu u ravnini okomitoj na smjer toka. Smatra se da fluid nema značajne promjene toka. Utjecaj fluida se računa po jediničnoj duljini, a ukupni utjecaj se dobiva integracijom duž elementa. Za razliku od rešetkastog modela, uključuju se efekti poput vibracija uslijed odvajanja vrtloga te aerodinamičkog uzgona. Finalni model je najkompleksniji i bavi se konstrukcijama kojima nijedna dimenzija nije zanemariva. Volumenski model obuhvaća značajne promjene u toku fluida i distribuciju naprezanja u novom formiranom toku oko objekta. Za prva dva modela konstrukcija moguć je razumno precizan analitički izračun dok za treći najčešće nema analitičkih modela te se računa prema rezultatima iz eksperimentalnih modela ili uz podršku modela računalne dinamike fluida (CFD – *Computational Fluid Dynamics*).

Za prvi i drugi model konstrukcija uslijed srednjih brzina fluida javlja se tlak na površini elementa te sila kao rezultanta tlaka u smjeru toka fluida. Tlakovi i sile računaju se po svakoj površini uvažavajući položaj površine u odnosu na ravninu okomitu na tok fluida. Sile otpora izražavaju se

$$F_D = \frac{1}{2}\rho_a U^2(\mathrm{y,z})\,\mathrm{C}_D\,A \tag{3.68}$$

gdje je $U(y,z)$ srednja brzina vjetra na položaju y,z i C_D koeficijent otpora ovisan o obliku poprečnog presjeka elementa, brzine toka i više drugih parametara. Pored sile otpora, za drugi model konstrukcija javlja se i sila aerodinamičkog uzgona prema

$$F_L = \frac{1}{2}\rho_a U^2(\mathrm{y,z})\,\mathrm{C}_L\,A \tag{3.69}$$

gdje je C_L koeficijent aerodinamičkoga uzgona.

Uslijed turbulencija u atmosferi, sile koje se induciraju na elementima su funkcija pored svega navedenoga i karakteristika vrtloga, posebice brzine i veličine vrtloga. Kod većih vrtloga gdje

se zahvaća veća površina konstrukcije, utjecaj je ravnomjerniji, dok je za manje vrtloge utjecaj lokaliziran. Otpor se definira kao konvolucijski integral

$$F_D(t_1) = \int_0^{t_1} \chi(t) U^2(t) \frac{1}{2} \rho_a C_D A dt \tag{3.70}$$

gdje je χ funkcija impulsnog odgovora. Smisao izraza je da uzima u obzir sve prijašnje utjecaje turbulencije na lokaciji. Spektar sile odgovora dobiva se prema

$$\widehat{F_D}(f) = \mathrm{X}^2(n)\mathrm{F}_u(n)(\rho_a U C_D A)^2 \tag{3.71}$$

gdje je X funkcija aerodinamičkoga odgovora, F_u spektar turbulencije.

Situacija s volumenskim modelom je kompleksnija te traži integralnu analizu toka, tlakova i odgovora konstrukcije. Ono što je zajedničko za sve tipove konstrukcija neaerodinamičkoga tipa jest da strujanje oko njih mora zadovoljavati jednadžbe kontinuiteta, Navier-Stokesove jednadžbe koje opisuju naprezanja te jednadžbe dinamičkoga tlaka. U analitičkome obliku ove su jednadžbe nerješive te se poseže za numeričkim modelima ili laboratorijskim eksperimentima.

Prilikom opisivanja rješenja najčešće se koriste bezdimenzionalne forme u svrhu generalizacije rješenja. Za opis toka u pogledu srednje brzine koristi se već opisani *Reynoldsov broj*, ali uzimajući za karakterističnu duljinu neku od dimenziju tijela koje optječe. Brzina koja se uzima pri izračunu *Reynoldsovog broja* je srednja brzina slobodnog toka.

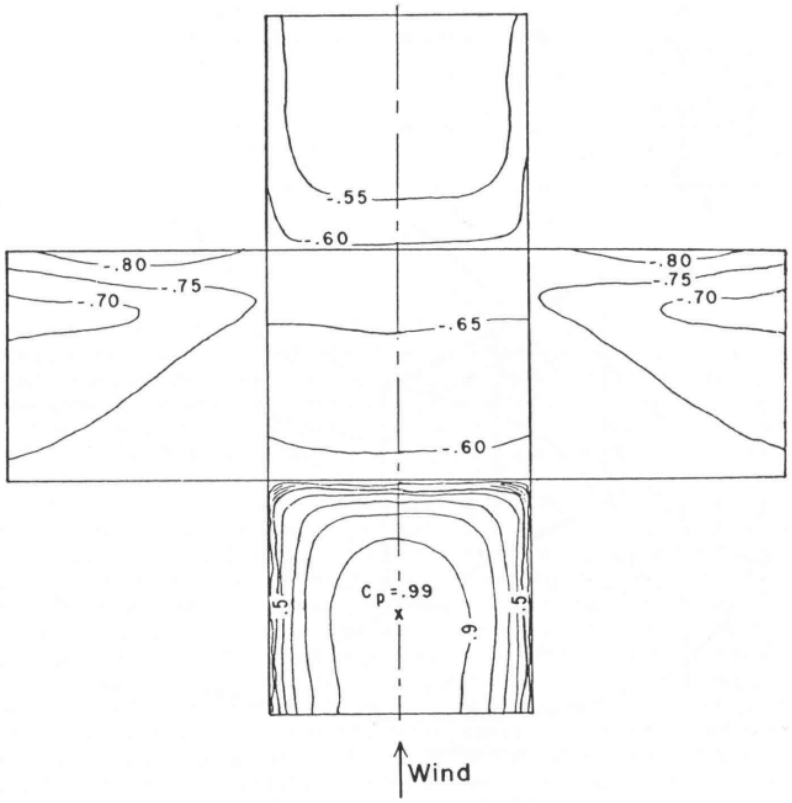
Slično kao za rešetkasti i trakasti model, tijelo opisano volumenskim modelom, uronjeno u tok fluida, po svojoj površini razvija tlakove. Tlakovi ovise prvenstveno o brzini fluida i obliku tijela. Raspored tlakova po plohi tijela prikazan je izrazom

$$C_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2}\rho U^2} \tag{3.72}$$

gdje je p-p_0 razlika tlakova uzvodno i u pojedinoj točki tijela. Koeficijent C_p je bezdimenzionalan te se najčešće zadaje za familiju tijela u ovisnosti o *Re*. Integracijom tlakova u smjeru strujanja fluida te okomito na smjer strujanja dobiva se izraz za silu otpora gibanja i dinamičkoga uzgona te pripadajući koeficijenti spomenuti prilikom definiranja sila na rešetkaste i trakaste modele.

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U^2 B} \tag{3.73}$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U^2 B} \tag{3.74}$$

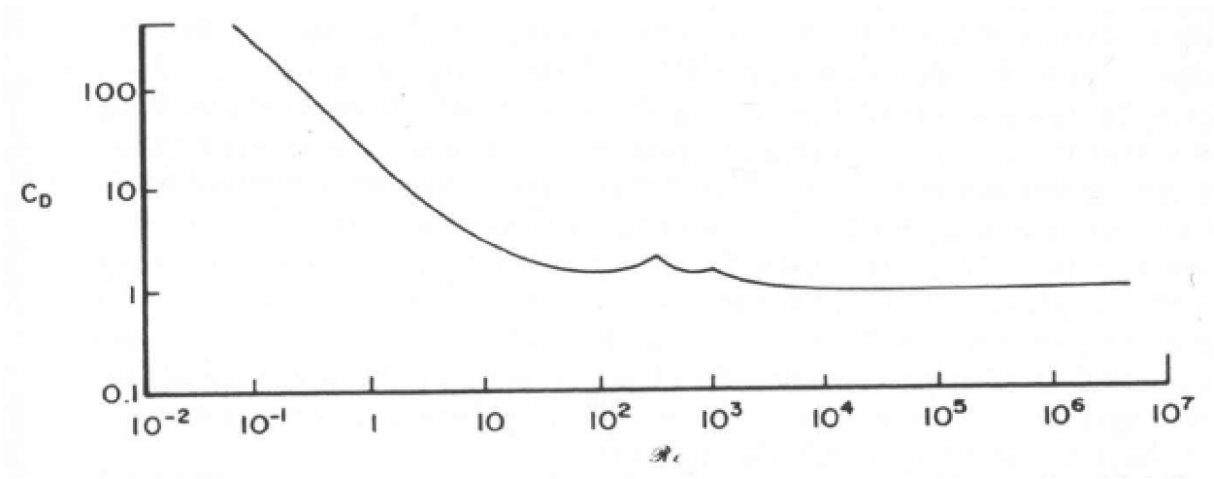


Slika 3.5 Raspodjela tlaka po površini kocke uronjene u tok jednolike brzine vjetra – preuzeto iz [70]

Kada u toku fluida postoje fluktuacije uslijed turbulencije toka, odvajanja vrtloga ili vibracije tijela, navedene vrijednosti postaju ovisne o vremenu te zahtijevaju poznavanje srednje vrijednosti koeficijenata te pripadajuće funkcije spektralne gustoće.

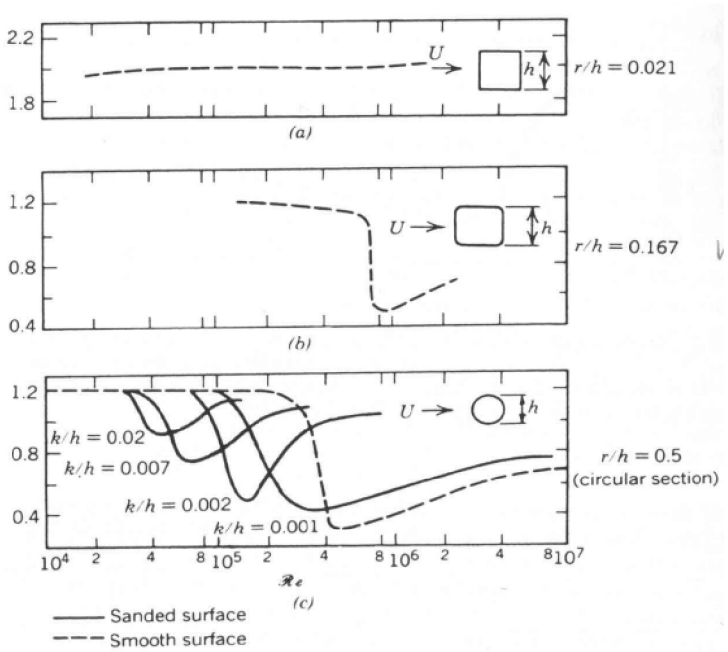
Prizmatična tijela, konstantnog presjeka, postavljena okomito na smjer strujanja mogu se analizirati u 2D. Iz analize odnosa *Reynoldsovog broja* i koeficijenta otpora mogu se izvući sljedeći zaključci.

- Za male vrijednosti *Re*, sile otpora koje dominiraju su viskoznoga karaktera te je koeficijent otpora višestruko veći. Navedenu tvrdnju ilustrira dijagram prikazan na slici 3.6. gdje je za veliki raspon *Re* prikazan koeficijent otpora za kružne i kvadratne poprečne presjeke



Slika 3.6 Koeficijent otpora u odnosu na *Re*, preuzeto iz [70]

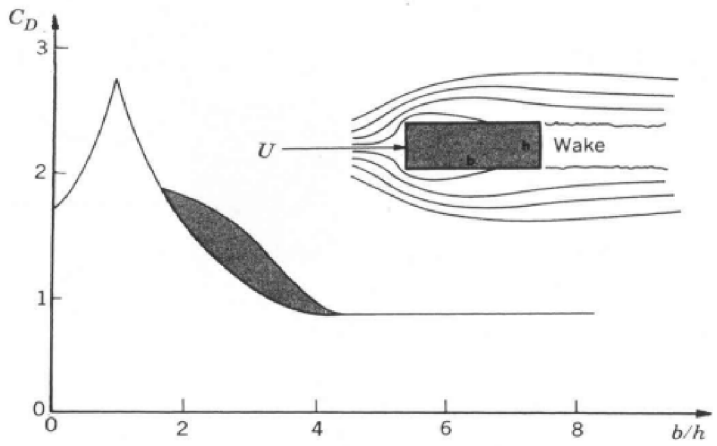
- Prilikom optjecanja tijela dolazi do odvajanja graničnoga sloja. Točka odvajanja za glatke presjeke nije fiksirana te ovisi o *Re*. Za *Re,* gdje granični sloj prelazi iz laminarnog u turbulentni tok, naziva se kritični i dolazi do naglog pada koeficijenta otpora. Za tijela koja imaju oštre bridove, točka odvajanja je povezana uz rub gdje strujnice ne mogu pratiti konturu tijela. Kako nema pomicanja točke odvajanja, otpor asociran uz dužinu graničnog sloja ne ovisi o *Re* tako da općenito koeficijent otpora nije vezan uz *Re*. Navedenu tvrdnju ilustrira slika 3.7 gdje je prikazan koeficijent otpora za oštrobrdni kvadratni presjek, kružni poprečni presjek te prelazni oblik.



Slika 3.7 Koeficijent otpora u vezi sa zaobljenošću ruba

- Nakon odvajanja graničnog sloja, postoji šansa spajanja graničnog sloja uz konturu poprečnog presjeka ukoliko postoji dovoljno duljine lika u smjeru strujanja. Efekt koji

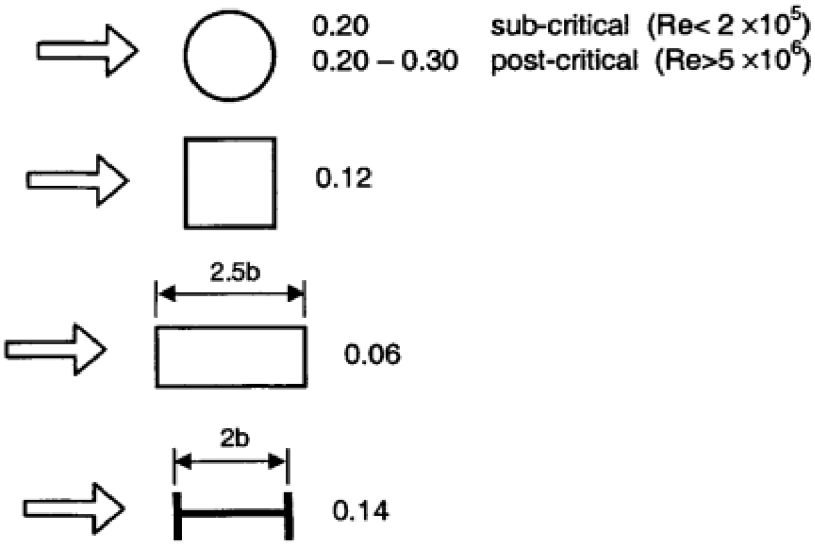
gibajući fluid sljubljuje uz nepomičnu konturu zove se Coanda efekt. Navedeni efekt prikazuje slika 3.8. gdje je iskazan koeficijent otpora u ovisnosti o omjeru kraće i dulje stranice.



Slika 3.8 Koeficijent otpora za pravokutne poprečne presjeke u ovisnosti o omjeru stranica

- Na koeficijent otpora imaju utjecaj omjeri stranica poprečnog presjeka, kut poprečnog presjeka u odnosu na smjer toka (vrijedi za tijela koja nemaju pol simetrije tj. za sve poprečne presjeke osim kružnog).

Pored sile otpora, na tijelo se javljaju sile dinamičkoga uzgona. Smjer sile dinamičkog uzgona okomit je na smjer strujanja i os prizmatičnoga elementa. Uslijed gibanja točke odvajanja, dolazi do pravilne fluktuacije sile dinamičkoga uzgona. Frekvencija osciliranja ovisi o *Strouhalovom broju* te za različite presjeke vrijednost je prikazana na slici 3.9.

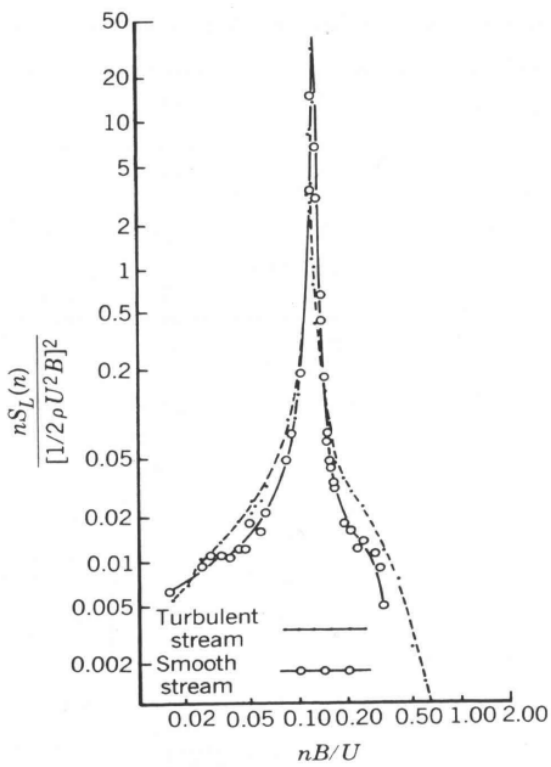


Slika 3.9 *Strouhalov broj* u ovisnosti o obliku presjeka, preuzeto iz [70]

Frekvencija oscilacije sile dinamičkoga uzgona poklapa se s frekvencijom odbacivanja vrtloga. Aproksimacija sila dinamičkog uzgona se ravna po izrazu

$$F_L = \frac{1}{2}\rho_a U^2 B\overline{C_L}\sin\omega t \tag{3.75}$$

gdje je C_L srednji koeficijent uzgona za odabrani poprečni presjek, $\omega=2\pi n$ gdje se n ravna po *Strouhalovom broju*. Prema slici 3.10. vidljivo je da sila uzgona nije monokromatska kao što je dana u izrazu (3.72), ali većina energije prenosi se upravo na frekvenciji n što opravdava aproksimaciju. Nadalje, turbulentnost toka fluida ne utječe na frekvenciju oscilacija, ali utječe na magnitudu sile.



Slika 3.10 Spektar odgovora za kvadratni poprečni presjek u jednolikom i turbulentnom polju fluida

Posebno opasan za konstrukcije je slučaj sinkroniziranja frekvencije oscilacije sile dinamičkog uzgona s vlastitom frekvencijom konstrukcije. Tada dolazi do fenomena zvanog *lock-in* uslijed kojeg dolazi do velikih pomaka.

Konstrukcije u AGS-u su izložene srednjem toku vjetra definiran brzinom U superponiranom turbulencijama u,v i w smjeru. Sila otpora u ovisnosti o vremenu dana je u izrazu

$$F_D(t) = \overline{F_D} + \rho_a \overline{U} u(t) B^2 C_D + \frac{1}{2}\rho_a u^2(t) B^2 C_D \tag{3.76}$$

gdje se treći član može izbaciti jer *u(t)/U* rijetko prijelazi 0.2. Nadalje, sila otpora se može definirati kao srednja vrijednost

$$\overline{F_D} = \frac{1}{2}\rho_a B^2 C_D(\overline{U}^2 + \overline{u^2(t)}) \tag{3.77}$$

i fluktuirajuća vrijednost

$$F'_D = \rho_a \overline{U} u(t) B^2 C_D \tag{3.78}$$

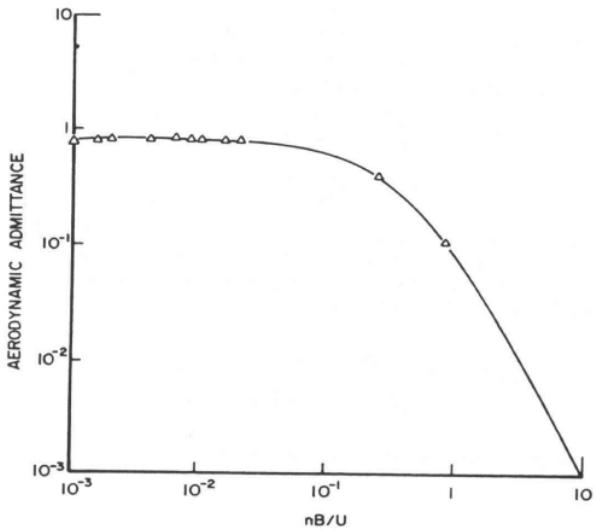
gdje vrijednost F_D varira s $u(t)$ i C_D. Spektralna gustoća sile otpora definirana je preko funkcije autokorelacije

$$S_{F_D}(n) = 2\int_{-\infty}^{\infty} \rho_a{}^2 \overline{U}^2 B^4 C_D{}^2 \overline{u(t)u(t+\tau)} \cos(2\pi n\tau)\, d\tau \tag{3.79}$$

podjelom izraza (3.76) s $\left(1/2\rho_a \overline{U}^2 B^2\right)^2$ dobiva se spektralna gustoća fluktuirajućeg koeficijenta otpora i umnoškom s funkcijom aerodinamičkoga prijenosa

$$S_{C_D} = 4C_D{}^2 \frac{S_u(n)}{\overline{U}^2} \chi^2(n) \tag{3.80}$$

gdje je S_u spektar fluktuirajuće komponente i χ funkcija aerodinamičkoga prijenosa. Funkcija χ ovisi o geometriji optjecanog tijela. Primjer funkcije prijenosa prikazan je na slici 3.11.



Slika 3. 11 Funkcija aerodinamičkoga prijenosa za kvadratnu ploču, preuzeto iz [153]

Na sličan način, koristeći Reynoldsovu dekompoziciju, mogu se opisati tlakovi na vitku konstrukciju. Tlak koji se javlja u točki (*x,y,z*) na uzvodnoj strani objekta funkcija je srednje vrijednosti i fluktuirajuće brzine vjetra.

$$p(x,y,z,t) = \overline{p}(x,y,z) + p'(x,y,z,t) \tag{3.81}$$

gdje je

$$\overline{p}(x,y,z) = \frac{1}{2}\rho_a C_p(x,y,z)\overline{U}^2(z)\left[1 + \frac{\overline{u^2(z)}}{\overline{U^2(z)}}\right] \tag{3.82}$$

$$p'(x,y,z,t) = \frac{1}{2}\rho_a C_p(x,y,z)\overline{U}^2(z)\left[2\frac{u(z,t)}{\overline{U}(z)} + \frac{u^2(z,t) - \overline{u^2(z)}}{\overline{U}^2(z)}\right] \tag{3.83}$$

U jednadžbama (3.79) i (3.80) se mogu zanemariti članovi s kvadratom te se mogu pisati kao

$$\overline{p}(x,y,z) = \frac{1}{2}\rho_a C_p(x,y,z)\overline{U}^2(z) \tag{3.84}$$

$$p'(x,y,z,t) = \rho_a C_p(x,y,z)\overline{U}(z)u(z,t) \tag{3.85}$$

Koeficijenti oblika sada se mogu razdvojiti na dio na strani izloženoj vjetru te na skrivenoj strani

$$\begin{aligned} C_w(\mathrm{x} = \mathrm{x}_w, y, z) &= \frac{\overline{p}(x,y,z)}{\frac{1}{2}\rho_a \overline{U}^2(z)} \\ C_l(\mathrm{x} = \mathrm{x}_l, y, z) &= \frac{\overline{p}(x,y,z)}{\frac{1}{2}\rho_a \overline{U}^2(z)} \end{aligned} \tag{3.86}$$

gdje je C_w koeficijent otpora s izložene strane objekta, a C_l koeficijent sa zaklonjene strane. Usklađenost djelovanja tlakova po objektu opisuje se kospektralnom funkcijom

$$S^C{}_{p_1 p_2}(T_1, T_2, n) = C_p(x_1, y_1, z_1)C_p(x_2, y_2, z_2)\rho^2\overline{U}(z_1)\overline{U}(z_2)S^C{}_{u_1 u_2}(\mathrm{r}, n)\,\mathrm{N(n)} \tag{3.87}$$

gdje je S_{u1u2} kospektar brzina koji ovisi o udaljenosti r projekcije točaka T_1 i T_2 na ravninu okomitu na srednji tok vjetra te funkcija N daje koeficijent kros-korelacije uzduž vjetra.

3.5 AEROELASTIČNI FENOMENI

U prethodnom poglavlju izloženo je djelovanje gibajućih fluida na konstrukcije. Uslijed tlakova, na konstrukcijama se javljaju deformacije. Disciplina koja proučava značajne interakcije između gibanja konstrukcije i fluida zove se aeroelastičnost. U realnim konstrukcijama izloženim vjetrom možemo opisati nekoliko tipova značajnih dinamičkih interakcija vjetra i konstrukcije. Aeroelastični fenomeni, opisani u ovom poglavlju, nemaju egzaktna rješenja te su predmet istraživanja raznih studija u tijeku.

Dinamika konstrukcije opisuje se osnovnom dinamičkom jednadžbom koja glasi

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} \tag{3.88}$$

gdje je **M** matrica masa, **C** matrica prigušenja, **K** matrica krutosti, **f** vektor vanjskih sila te $\ddot{\mathbf{x}}$, $\dot{\mathbf{x}}$ i $\mathbf{x}$ su vektori akceleracije, brzine i pomaka. Ukoliko se radi o tijelu s jednim stupnjem slobode matrice, vektori se spuštaju na rang skalara.

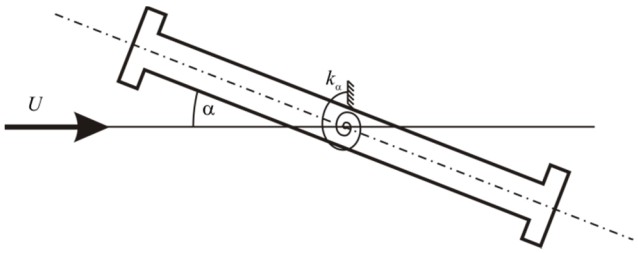
Sile otpora koje nastaju uslijed gibanja fluida oko tijela opisane su izrazom (3.68). Ukoliko se i samo tijelo giba te ima brzinu $\dot{\mathbf{x}}$, izraz (3.68) se može proširiti izrazom

$$F_D = \frac{1}{2}\rho_a \left(U - \dot{x}\right)^2 \mathrm{C}_D\, A \tag{3.89}$$

Kako omjer $\left(\dot{x}/U\right)^2$ možemo zanemariti, izraz (3.86) se može napisati kao

$$F_D = \frac{1}{2}\rho_a \mathrm{C}_D\, AU^2(1-\frac{2\dot{x}}{U}) = \frac{1}{2}\rho_a \mathrm{C}_D\, AU^2 - \frac{1}{2}\rho_a \mathrm{C}_D\, AU\dot{x} \tag{3.90}$$

Ukoliko se izraz za silu piše s lijeve strane dinamičke jednadžbe, stoji uz član brzine i opisuje prigušenje. Takvo prigušenje se zove aeroelastično, te opisuje smanjenje energije sustava na otpor gibanja objekta kroz fluid.



Slika 3.12 Notacija kod torzionalne divergencije

Torzijska divergencija je pojava koja se javlja kod konzolnih konstrukcija s elastičnim torzijskim osloncem. Uslijed djelovanja sila otpora i uzgona, element se zakreće oko uzdužne osi, čemu se opire elastičnost oslonca. Moment uslijed aerodinamičke sile glasi

$$M_\alpha = \frac{1}{2}\rho_a U^2 B^2 C_M(\alpha) \tag{3.91}$$

Za napadni kut $\alpha = 0$, koeficijent momenta iznosi $C_M(0) = C_{M0}$. Za malu promjenu kuta α, M_α se može aproksimirati

$$M_\alpha = \frac{1}{2}\rho_a U^2 B^2 \left[C_{M0} + \left.\frac{dC_M}{d\alpha}\right|_{\alpha=0} \alpha \right] \tag{3.92}$$

Ako se izjednači moment uslijed aerodinamičkih sila i moment uslijed zakretanja elastičnog oslonca, izraz (3.89) glasi

$$\frac{1}{2}\rho_a U^2 B^2 \left[C_{M0} + C'_{M0}\alpha \right] = k_\alpha \alpha \tag{3.93}$$

gdje je

$$C'_{M0} = \left.\frac{dC_M}{d\alpha}\right|_{\alpha=0} \tag{3.94}$$

i k_α elastična konstanta oslonca. Izraz (3.90) predstavlja matematički model problema torzionalne divergencije. Ukoliko se provede supstitucija

$$\lambda = \frac{1}{2}\rho_a U^2 B^2 \tag{3.95}$$

izraz (3.90) tada glasi

$$\alpha = \frac{\lambda C_{M0}}{k_\alpha - \lambda C'_{M0}} \tag{3.96}$$

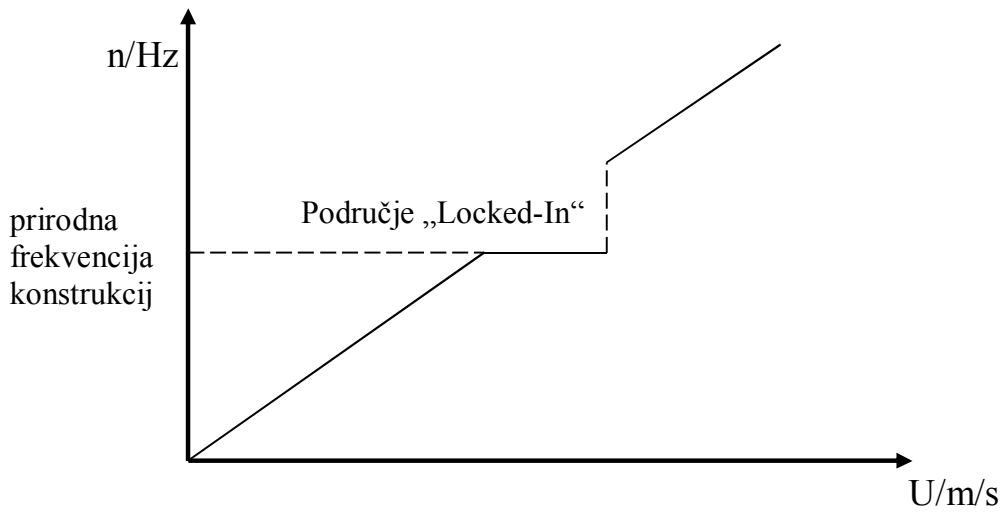
Kritična vrijednost λ za koju kut divergira, iznosi

$$\lambda = \frac{k_a}{C'_{M0}} \tag{3.97}$$

Izraz (3.94) definira kritičnu brzinu strujanja

$$U_c = \sqrt{\frac{2k_a}{\rho_a B^2 C'_{M0}}} \tag{3.98}$$

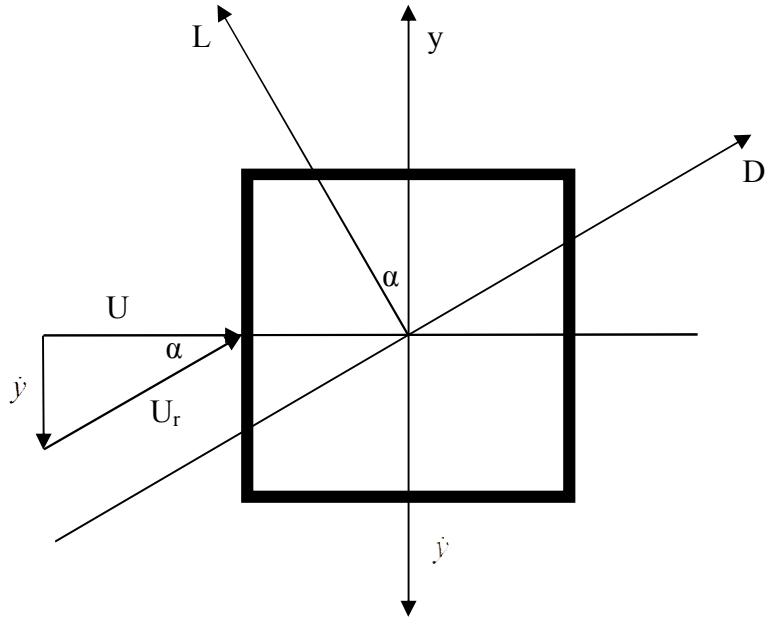
Uslijed djelovanja toka na objekt s pomičnim točkama odvajanja graničnog sloja, za određeni raspon *Reynoldsovog broja,* dolazi do harmonijskih oscilacija u smjeru aerodinamičkoga uzgona. Frekvencija osciliranja ovisi o brzini toka i obliku tijela prema *Strouhalovom broju*. Ako se frekvencija sile približi strukturalnoj vlastitoj frekvenciji objekta, tada dolazi do povezivanja tzv. *locked-in* fenomena gdje se međusobno potiče odbacivanje vrtloga i slobodne oscilacije tijela.



Slika 3.13 Frekvencija odbacivanja vrtloga i srednja brzina toka

Kao što je prikazano na slici 3.13, frekvencija odbacivanja vrtloga se zadržava na prirodnoj frekvenciji konstrukcije unutar *locked-in* domene. Kako sile uslijed odbacivanja vrtloga imaju istu frekvenciju kao i sama pojava vrtloga, javlja se opasna rezonanca uslijed koje se javljaju velike sile i pomaci konstrukcije.

Druga vrsta dinamičke nestabilnosti je galopiranje presjeka (*Galloping*). Galopiranje se javlja u prizmatičnim i vitkim elementima u svim poprečnim presjecima osim kružnih. Manifestira se translatornim oscilacijama poprečno na smjer vjetra. Da bi se opisao fenomen galopiranja, koristi se sljedeći model. Kvadratni poprečni presjek giba se oscilatorno okomito u odnosu na smjer vjetra i svoju os brzinom $\dot{y}$ kao što je prikazano na slici 3.14.



Slika 3.14 Model galopiranja

Relativna brzina vjetra u odnosu na poprečni presjek iznosi

$$U_r = \sqrt{U^2 + \dot{y}^2} \tag{3.99}$$

Kut između brzine vjetra i relativne brzine iznosi

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\dot{y}}{U}\right) \tag{3.100}$$

Sila otpora javlja se u smjeru D i iznosi

$$F_D(\alpha) = \frac{1}{2}\rho_a U_r^{\,2} B C_D(\alpha) \tag{3.101}$$

Sila uzgona okomita je na smjer otpora te iznosi

$$F_L(\alpha) = \frac{1}{2}\rho_a U_r^{\,2} B C_L(\alpha) \tag{3.102}$$

Sila u smjeru materijalne osi y dana je kao vektorski zbroj sile otpora i uzgona

$$F_y(\alpha) = -F_D(\alpha)\sin(a) - F_L(\alpha)\cos(\alpha) = \frac{1}{2}\rho_a U^2 B^2 C_{Fy}(\alpha) \tag{3.103}$$

Koeficijent sile u smjeru y se može napisati kao

$$C_{Fy}(\alpha) = -\left[C_L(\alpha) + C_D(\alpha)\tan\alpha\right]\sec\alpha \tag{3.104}$$

Dinamička jednadžba sustava s jednim stupnjem slobode iznosi

$$m\left[\ddot{y} + 2\zeta\omega_1\dot{y} + \omega_1^2 y\right] = F_y \tag{3.105}$$

Za male pomake vrijedi

$$\left.\frac{dC_{Fy}}{d\alpha}\right|_{\alpha=0} = \left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D\right)_0 \tag{3.106}$$

Ukupna dinamička jednadžba može se napisati kao

$$m\left[\ddot{y} + 2\zeta\omega_1\dot{y} + \omega_1^2 y\right] = -\frac{1}{2}\rho_a U^2 B\left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D\right)\frac{\dot{y}}{U} \tag{3.107}$$

Članovi uz vektor brzine mogu se sažeti u jedan član koji predstavlja prigušenje sustava

$$2m\zeta\omega_1 + \frac{1}{2}\rho_a UB\left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D\right) = d \tag{3.108}$$

gdje prvi član predstavlja mehaničko prigušenje, a drugi član predstavlja aeroelastično prigušenje. Da bi sustav bio stabilan, *d* mora biti veći od 0. U slučaju kada je manji, sustav je nestabilan. Kako je mahom mehaničko prigušenje veće od nula, nužni uvjet nestabilnosti sustava je da drugi član bude manji od nula, tzv. *Glaubert-Dan Hartoy uvjet*

$$\left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D\right) < 0 \tag{3.109}$$

Dovoljan uvjet za nestabilnost je daje *d* manje od nula.

Lepršanje (*Flutter*) je jedan od prvih primijećenih aeroelastičnih fenomena. Tijekom vremena opisano je više različitih podtipova lepršanja, posebno u aeroinženjerstvu. U domeni djelovanja vjetra na konstrukcije najčešće se radi o vitkim dugim konstrukcijama poput ovješenih mostova gdje dolazi do oscilacije s dva stupnja slobode, translacija uslijed poprečnog savijanja i torzije, koji su međusobno povezani. Jednadžbe gibanja prema [102] su

$$\begin{aligned} \ddot{z} + 2\eta_z\omega_z\dot{z} + \omega_z^2 z &= \frac{F_z(t)}{m} + H_1\dot{z} + H_2\dot{\theta} + H_3\theta \\ \ddot{\theta} + 2\eta_\theta\omega_\theta\dot{\theta} + \omega_\theta^2\theta &= \frac{M(t)}{I} + A_1\dot{z} + A_2\dot{\theta} + A_3\theta \end{aligned} \tag{3.110}$$

gdje su A_i i H_i linearni aeroelastični koeficijenti koji se dobivaju najčešće iz laboratorijskih eksperimenata za pojedinačne poprečne presjeke i funkcije su bezdimenzionalne frekvencije. F_z i M su funkcije vanjskog djelovanja na konstrukciju u vremenu (poput udara vjetra ili odbacivanja vrtloga), ω_z i ω_θ su kutne brzine neprigušenih slobodnih oscilacija tijela u translacijskom i torzijskom prvom modu te η_z i η_θ su faktori prigušenja povezani uz translaciju i rotaciju. Ovim izrazom pokriveno je više aerodinamičkih fenomena od kojih lepršanje po klasičnoj definiciji ima koeficijente H_2 i A_1 veće od nula.

3.6. DJELOVANJE VJETRA NA KONSTRUKCIJE PREMA EUROCODE NORMI

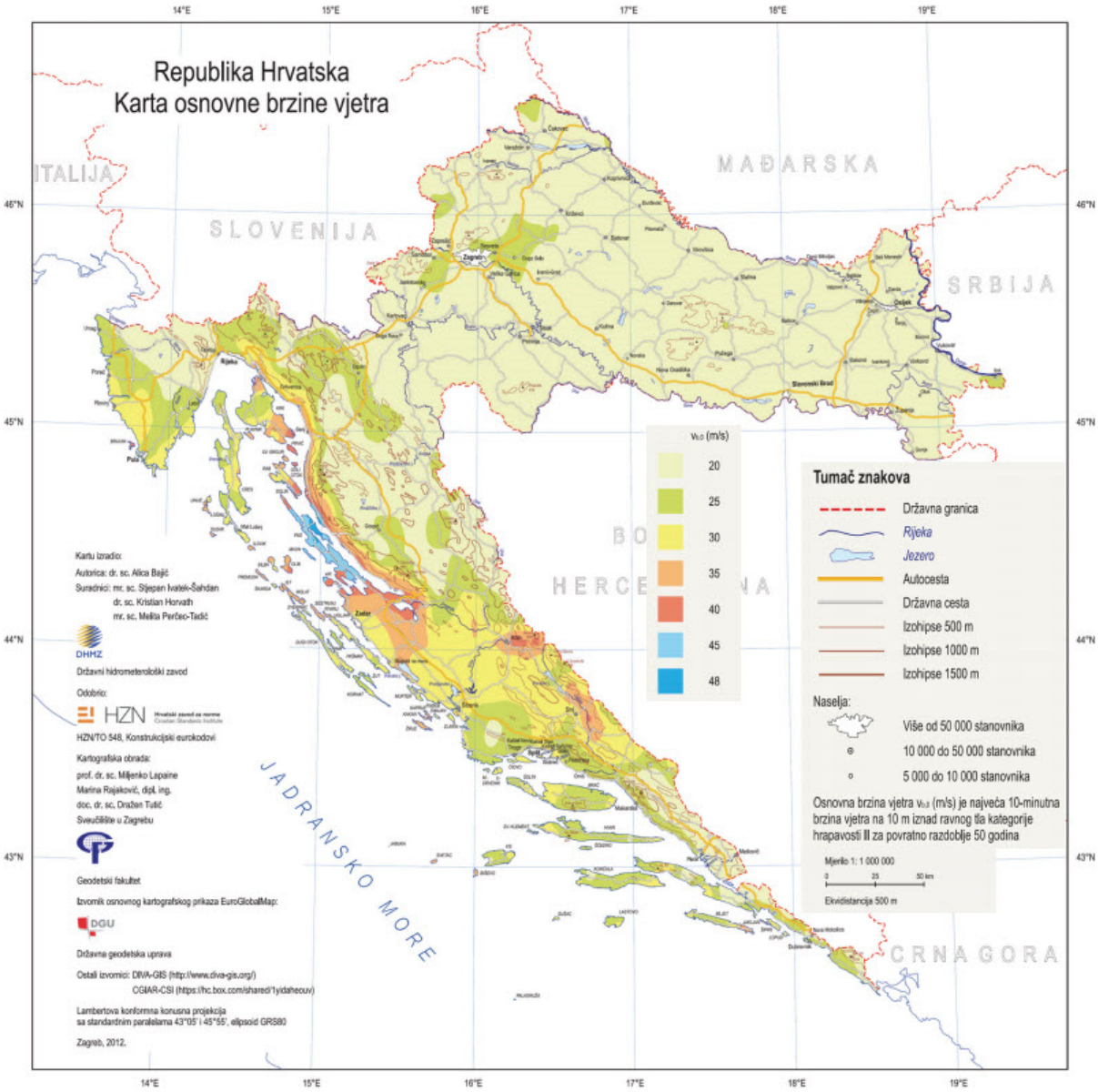
Novija saznanja u aeroinženjerstvu kodificirana su Europskim normama koje daju smjernice za određivanje djelovanja vjetra na konstrukcije kod projektiranja i izvođenja građevina. To uključuje čitave konstrukcije ili dijelove konstrukcija ili elemente dodane konstrukcijama (oprema). Kao što je ranije navedeno, posljedice koje će djelovanje vjetra proizvesti na konstrukciju, odnosno na odgovor konstrukcije, ovisi o veličini, obliku i dinamičkim svojstvima konstrukcije. Navedene smjernice su bitne za inženjersku praksu, a ovdje ih navodimo u cilju boljeg razumijevanja provedenih, terenskih, eksperimentalnih istraživanja o djelovanju vjetra na konstrukcije.

Eurocode norma 1991-1-4, zajedno s *Nacionalnim dodatkom za primjenu* (NAD), je mjerodavna za definiranje opterećenja vjetrom na konstrukcije. Bazirana je na analitičkim i empirijskim zakonitostima prezentiranim u prethodnom potpoglavlju i meteorološkim mjerenjima prezentiranim u drugom poglavlju.

Osnovna brzina vjetra, definirana u drugom poglavlju disertacije, opisana je u normi izrazom

$$v_b = c_{dir} \cdot c_{season} \cdot v_{b,0} \tag{3.111}$$

gdje je v_b osnovna brzina vjetra, određena kao funkcija smjera vjetra i doba godine, 10 m iznad tla koje pripada kategoriji terena II, $v_{b,0}$ temeljna vrijednost osnovne brzine vjetra, c_{dir} faktor smjera i c_{season} faktor godišnjeg doba. Službena karta osnovne brzine vjetra prema NAD-u prikazan je na slici 3.15. Faktori smjera i godišnjeg doba iznose 1 po preporuci NAD-a.



Slika 3.15 Osnovna brzina vjetra

Srednja brzina vjetra v_m povezuje osnovnu brzinu vjetra s orografijom i hrapavosti terena formirajući profil srednje brzine vjetra po visini

$$v_m(z) = c_r(z) \cdot c_0(z) \cdot v_b \tag{3.112}$$

gdje su $c_r(z)$ faktor hrapavosti i $c_o(z)$ faktor vertikalne razvedenosti terena.

Faktor hrapavosti terena baziran je na logaritamskom zakonu opisanom u potpoglavlju 3.2.

$$\begin{aligned} c_r(z) &= k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \qquad za \qquad z_{\min} \le z \le z_{\max} \\ c_r(z) &= c_r(z_{\min}) \qquad za \qquad z \le z_{\min} \end{aligned} \tag{3.113}$$

gdje su z_0 duljina hrapavosti i k_r faktor terena ovisan o duljini hrapavosti z_0 koja je proračunata izrazom

$$k_r = 0.19 \cdot \left(\frac{z_0}{z_{0,II}} \right)^{0.07} \tag{3.114}$$

gdje su referentna visina za II kategoriju $z_{0,II} = 0.05$, $z_{\min}$ najmanja visina i $z_{\max} = 200\,m$, maksimalna visina.

Koristi se pet kategorija terena koje su opisane u tablici 3.1. Pored opisa u tablici, nalaze se i mjerodavni parametri za navedene kategorije

Tablica 3.1 Kategorije terena i parametri terena

	Kategorija terena	z_0 m	$z_{\min}$ m
0	More ili priobalna područja izložena otvorenom moru	0.003	1
I	Jezera ili ravna i horizontalno položena područja sa zanemarivom vegetacijom i bez prepreka	0.01	1
II	Područja s niskom vegetacijom, npr. travom i izoliranim preprekama (drveće, zgrade) s razmakom najmanje 20 visina prepreke	0.05	2
III	Područja sa stalnim pokrovom od vegetacije ili zgrade ili područja s izoliranim preprekama s razmakom najviše 20 visina prepreke (npr. sela, predgrađa, stalna šuma)	0.3	5
IV	Područja s najmanje 15% površine pokrivene zgradama čija prosječna visina premašuje 15 m	1.0	10

Koeficijent c_o predstavlja utjecaj vertikalne razvedenosti terena u blizini interesnog područja. Uzima se 1 osim ukoliko vertikalna razvedenost povećava brzinu vjetra više od 5%.

Turbulentnost vjetra se opisuje intenzitetom turbulencije. Funkcija intenziteta turbulentnosti opisuje promjenu intenziteta turbulencije po visini. Za intenzitet turbulencije potrebno je definirati standardnu devijaciju fluktuirajuće komponente brzine. Prema normi, standardna devijacija dana je izrazom

$$\sigma_v = k_r \cdot v_b \cdot k_I \tag{3.115}$$

gdje je k_I faktor turbulencije. Preporučena vrijednost k_I je 1.0 prema NAD. S tako definiranom standardnom devijacijom, intenzitet turbulencije definiran je izrazom

$$I_v(z) = \frac{\sigma_v}{v_m(z)} = \frac{k_I}{c_0(z) \cdot \ln(z / z_0)} \qquad za \qquad z_{\min} \le z \le z_{\max}$$
$$I_v(z) = I_v(z_{\min}) \qquad za \qquad z \le z_{\min} \tag{3.116}$$

Poznavajući distribuciju brzine vjetra po visini, vršni tlak od vjetra definiran je izrazom

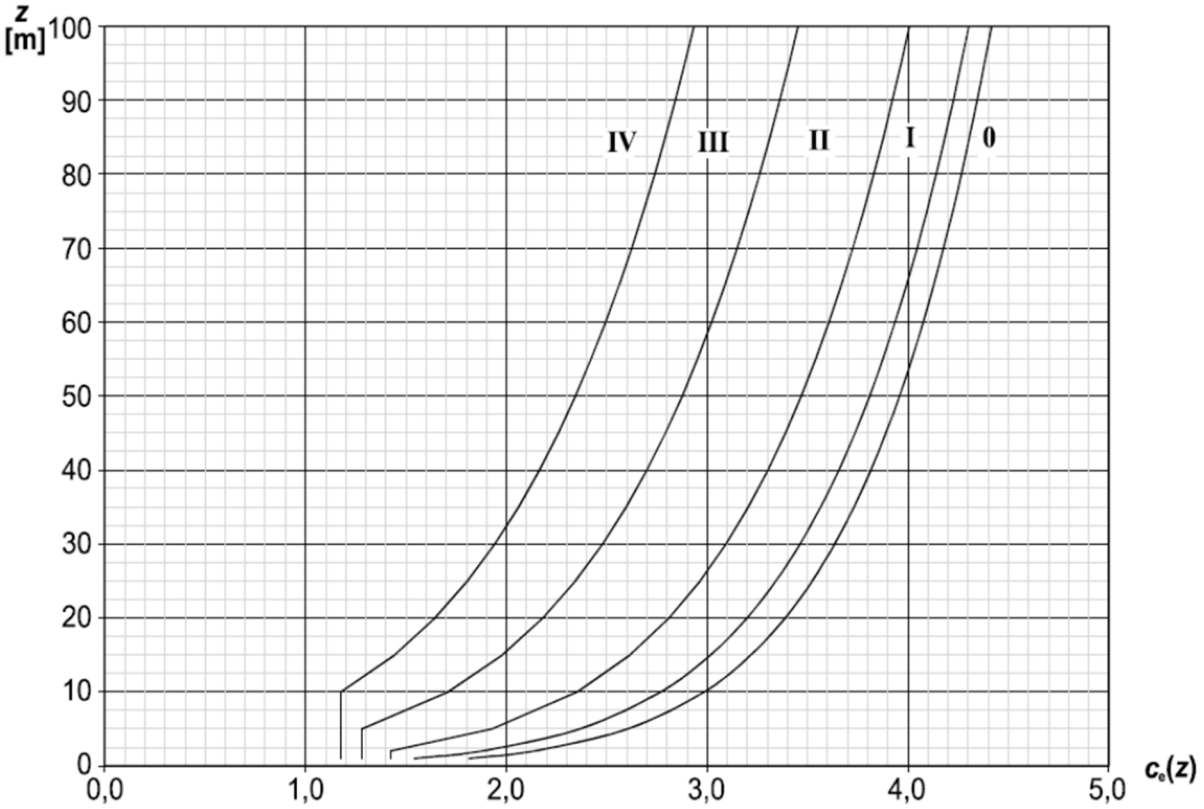
$$q_p(z) = \left[1 + 7 \cdot I_v(z)\right] \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_m^2(z) = c_e(z) \cdot q_b \tag{3.117}$$

gdje je ρ gustoća zraka koja ovisi o nadmorskoj visini, temperaturi i atmosferskom tlaku koji se očekuju u području tijekom oluja, a $c_e(z)$ je faktor izloženosti prikazan izrazom (3.118)

$$c_e(z) = \frac{q_p(z)}{q_b} \tag{3.118}$$

pri čemu je q_b tlak pri osnovnoj brzini prikazan izrazom (3.119)

$$q_b = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_b^2 \tag{3.119}$$



Slika 3.16 Grafički prikaz faktora izloženosti $c_e(z)$ za $c_o = 1.0,\ k_l = 1.0$

Tlak vjetra koji djeluje na vanjske površine, w_e uzima se iz izraza (3.120)

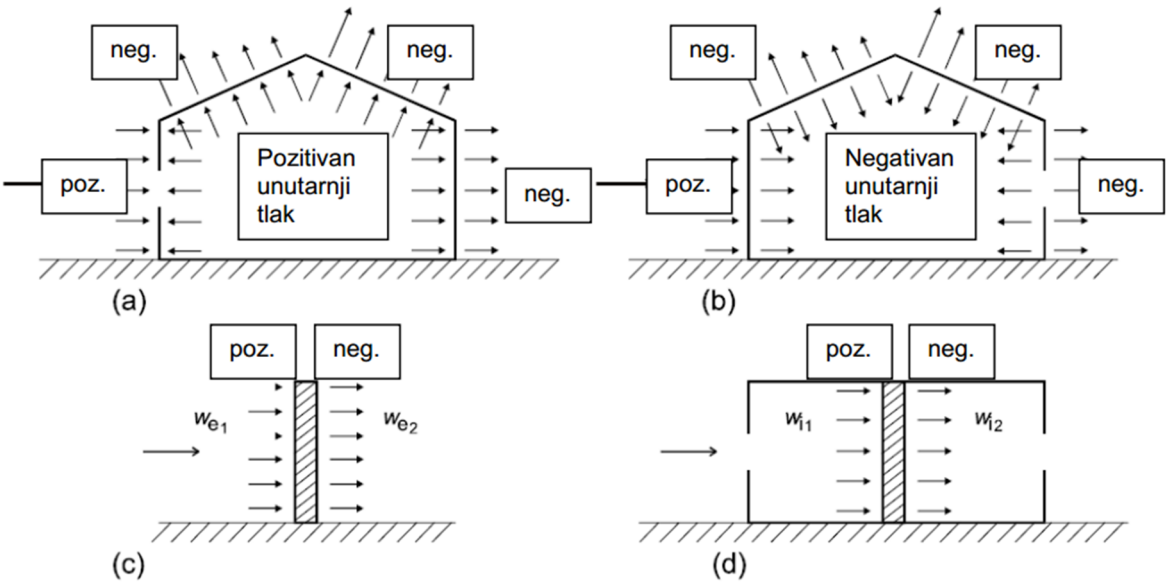
$$w_e = q_b\left(z_e\right)\cdot c_{pe} \tag{3.120}$$

gdje su $q_p\left(z_e\right)$ tlak pri vršnoj brzini, z_e referentna visina za vanjski tlak, c_{pe} koeficijent tlaka za vanjski tlak.

Analogno, tlak vjetra koji djeluje na unutarnje površine, w_i uzima se iz izraza (3.121)

$$w_i = q_b\left(z_i\right)\cdot c_{pi} \tag{3.121}$$

gdje je c_{pi} - koeficijent tlaka za unutarnji tlak



Slika 3.17 Tlak na površine

Sila vjetra F_w koja djeluje na konstrukciju ili konstrukcijsku komponentu smije se izravno odrediti upotrebljavajući izraz (3.122)

$$F_w = c_s c_d \cdot c_f \cdot q_p\left(z_e\right)\cdot A_{ref} \tag{3.122}$$

ili vektorskim zbrajanjem po pojedinim konstrukcijskim elementima upotrebljavajući izraz (3.123)

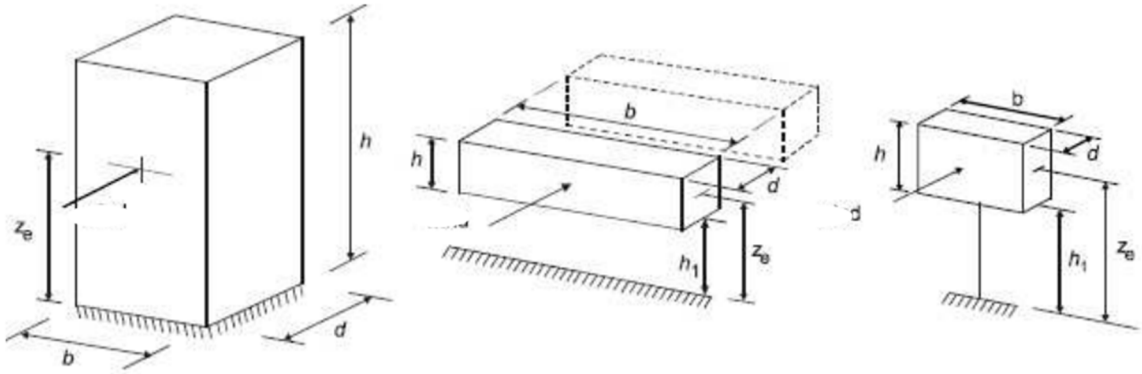
$$F_w = c_s c_d \cdot \sum_{elementi} c_f \cdot q_p\left(z_e\right)\cdot A_{ref} \tag{3.123}$$

gdje su $c_s c_d$ konstrukcijski faktor, c_f koeficijent sile za konstrukciju ili konstrukcijski element i A_{ref} referentna ploština konstrukcije ili konstrukcijskog elementa.

Detaljni postupak određivanja konstrukcijskog faktora $c_s c_d$ prikazan je izrazom (3.124)

$$c_s c_d = \frac{1 + 2 \cdot k_p \cdot I_v(z_s) \cdot \sqrt{B^2 + R^2}}{1 + 7 \cdot I_v(z_s)} \tag{3.124}$$

gdje su z_s referentna visina za određivanje konstrukcijskog faktora $c_s c_d$, k_p vršni faktor određen kao omjer najveće vrijednosti kolebajućeg dijela odziva i njegove standardne devijacije, I_v intenzitet turbulencije, B^2 faktor podloge koji obuhvaća pomanjkanje pune korelacije tlaka na površini konstrukcije, R^2 faktor rezonantnog odziva koji obuhvaća pojavu turbulencije u rezonanciji s oblikom vibriranja. Referentna visina za opće oblike konstrukcija prikazana je na slici 3.18.



$z_s = 0.6 \cdot h \geq z_{\min}$ $\qquad$ $z_s = h_1 + \frac{h}{2} \geq z_{\min}$ $\qquad$ $z_s = h_1 + \frac{h}{2} \geq z_{\min}$

Slika 3.18 Opći oblici konstrukcija obuhvaćeni ovim postupkom. Također su prikazane dimenzije konstrukcija i referentne visine koje se upotrebljavaju

Kako bi se definirali parametri koji ulaze u proračun konstrukcijskog odgovora, potrebno je odrediti neke veličine o kojima parametri ovise.

Mjera turbulentne duljine $L(z)$ predstavlja prosječnu veličinu zapuha za prirodne vjetrove. Za visine z ispod 200 m, mjera turbulentne duljine može se proračunati iz izraza (3.125)

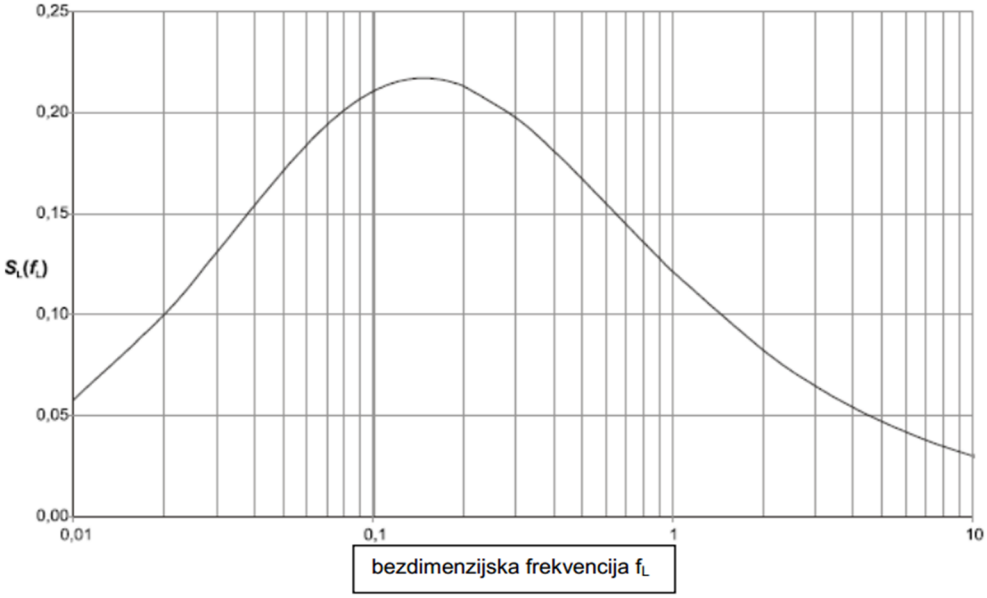
$$\begin{aligned} L(z) &= L_t \cdot \left(\frac{z}{z_t}\right)^{\alpha} && za\ z \geq z_{\min} \\ L(z) &= L(z_{\min}) && za\ z < z_{\min} \end{aligned} \tag{3.125}$$

s referentnom visinom $z_t = 200\,m$, visina horizontalnog turbulentnog sloja $L_t = 300\,m$ i s $\alpha = 0.67 + 0.05\ln(z_0)$, gdje je duljina hrapavosti z_0 u [m].

Raspodjela vjetra po frekvencijama izražena je bezdimenzijskom funkcijom spektralne gustoće snage $S_L(z,n)$, koju treba odrediti koristeći izraz (3.126)

$$S_L(z,n) = \frac{n \cdot S_v(z,n)}{\sigma_v^2} = \frac{6.8 \cdot f_L(z,n)}{\left(1 + 10.2 \cdot f_L(z,n)\right)^{5/3}} \tag{3.126}$$

gdje su $S_v(z,n)$ jednostrana varijanca spektra i $f_L(z,n) = \dfrac{n \cdot L(z)}{v_m(z)}$ bezdimenzijska frekvencija određena frekvencijom $n = n_{1,x}$, prvom vlastitom frekvencijom konstrukcije u (Hz), srednjom brzinom $v_m(z)$ i mjerom turbulentne duljine $L(z)$ određene izrazom (3.125). Bezdimenzijska funkcija spektralne gustoće snage prikazana je na slici 3.19.

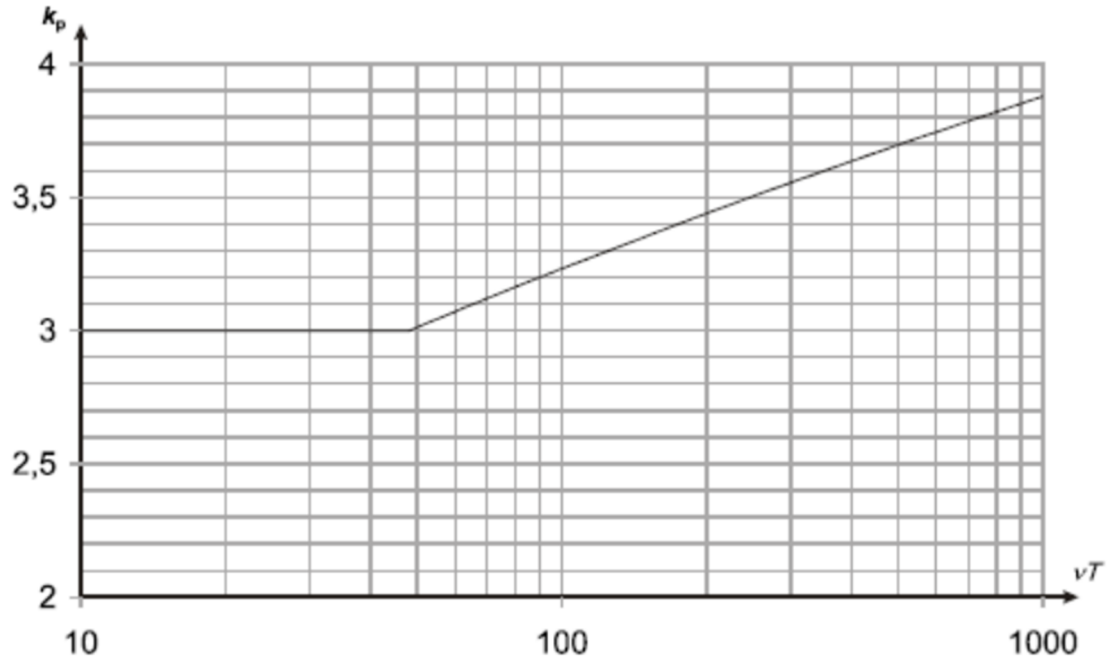


Slika 3. 19 Funkcija spektralne gustoće snage, $S_L(f_L)$

Faktor podloge B^2, koji obuhvaća pomanjkanje pune korelacije tlaka na površini konstrukcije, smije se proračunati upotrebljavajući izraz (3.127)

$$B^2 = \frac{1}{1 + 0.9 \cdot \left(\dfrac{b+h}{L(z^s)}\right)^{0.63}} \tag{3.127}$$

gdje su b, h širina i visina konstrukcije, a $L(z_s)$ mjera turbulentne duljine.



Slika 3.20 Vršni faktor

Vršni faktor k_p, određen kao omjer maksimalne vrijednosti promjenjivog dijela odziva i standardne devijacije, treba odrediti iz izraza (3.128), a prikazan je grafički u ovisnosti s νT na slici 3.20.

$$k_p = \sqrt{2 \cdot \ln(\nu \cdot T)} + \frac{0.6}{\sqrt{2 \cdot \ln(\nu \cdot T)}} \qquad ili \quad k_p = 3, \text{ uzima se veća vrijednost} \tag{3.128}$$

gdje su ν frekvencija premašaja i T srednja brzina vjetra određena za vrijeme od $T = 600\,s$

Nadalje, frekvencija premašaja ν se određuje prema izrazu

$$\nu = n_{1,x}\sqrt{\frac{R^2}{B^2 + R^2}}; \; \nu \geq 0.08 \text{ Hz} \tag{3.129}$$

gdje je $n_{1,x}$ vlastita frekvencija konstrukcije.

Faktor rezonantnog odziva R^2, koji obuhvaća turbulenciju u rezonanciji s promatranim oblikom vibriranja, treba odrediti upotrebom izraza (3.130)

$$R^2 = \frac{\pi^2}{2 \cdot \delta} \cdot S_L\left(z_s, n_{1,x}\right) \cdot R_h\left(\eta_h\right) \cdot R_b\left(\eta_b\right) \tag{3.130}$$

gdje su δ ukupni logaritamski dekrement prigušenja, S_L bezdimenzijska funkcija spektralne gustoće snage, R_h, R_b funkcije aerodinamičnog pristupa.

Logaritamski dekrement se može dobiti iz numeričkog ili fizikalnog modela konstrukcije ili približno iz izraza

$$\delta = \delta_s + \delta_a + \delta_d \tag{3.131}$$

gdje su δ_s logaritamski dekrement konstrukcijskog prigušenja, δ_a logaritamski dekrement aerodinamičkog prigušenja te δ_d logaritamski dekrement koji potječe od posebnih naprava u konstrukciji koji služe za prigušenje. Logaritamski dekrement konstrukcijskog prigušenja se može očitati iz tablice 3.2.

Tablica 3.2 Logaritamski dekrementi za razne tipove konstrukcija

Vrsta konstrukcije		**Konstrukcijsko prigušenje**
armiranobetonske zgrade		0.1
čelične zgrade		0.05
mješovite zgrade		0.08
armiranobetonski tornjevi i dimnjaci		0.03
neobloženi zavareni čelični dimnjaci bez vanjske toplinske izolacije		0.012
neobloženi zavareni čelični dimnjaci s vanjskom toplinskom izolacijom		0.02
čelični dimnjak s jednom oblogom i vanjskom toplinskom izolacijom	h / b < 18	0.02
	20 <= h/b <= 24	0.04
	h/b >= 26	0.014
čelični dimnjak s dvije ili više obloga i vanjskom toplinskom izolacijom	h / b < 18	0.02
	20 <= h/b <= 24	0.04
	h/b >= 26	0.025
čelični dimnjak s unutarnjom oblogom od opeke		0.07
čelični dimnjak s unutarnjom oblogom od torkretiranog betona		0.03
povezani dimnjaci bez obloge		0.015
čelični dimnjak učvršćen užadima bez obloge		0.04
čelični mostovi i rešetkasti čelični tornjevi	zavareni	0.02
	s visokovrijednim vijcima	0.03
	s običnim vijcima	0.05
spregnuti mostovi		0.04
betonski mostovi	prednapeti, bez pukotina	0.04
	s pukotinama	0.01
drveni mostovi		0.06-0.12
mostovi od aluminijskih legura		0.02
mostovi, staklo ili plastika armirana vlaknima		0.04-0.08
užad	paralelno izrađena užad	0.006
	spiralno izrađena užad	0.02

Logaritamski dekrement aeroelastičnog prigušenja za osnovni mod osciliranja konstrukcije u smjeru vjetra se može aproksimirati izrazom

$$\delta_a = \frac{c_f \rho v_m(z_s)}{2 n_1 \mu_e} \tag{3.132}$$

gdje je μ_e ekvivalentna masa po jedinici površine, približno jednaka masi po jedinici površine na mjestu najvećih amplituda modalnog oblika.

Spomenute funkcije aerodinamičnog pristupa R_h i R_b za osnovni oblik vibriranja smiju se približno proračunati upotrebljavajući izraze (3.133) i (3.134)

$$R_h = \frac{1}{\eta_h} - \frac{1}{2 \cdot \eta_h^2}\left(1 - e^{-2 \cdot \eta_h}\right); \quad R_h = 1 \quad za \quad \eta_h = 0 \tag{3.133}$$

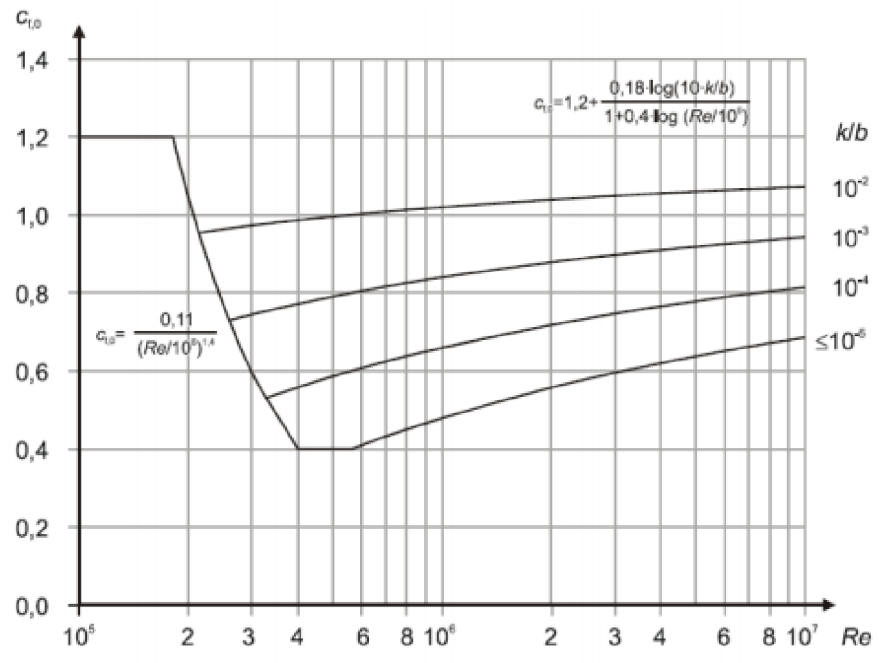
$$R_b = \frac{1}{\eta_b} - \frac{1}{2 \cdot \eta_b^2}\left(1 - e^{-2 \cdot \eta_b}\right); \quad R_b = 1 \quad za \quad \eta_b = 0 \tag{3.134}$$

uz: $\eta_h = \frac{4.6 \cdot h}{L(z_s)} \cdot f_L\left(z_s, n_{1,x}\right)$ i $\eta_b = \frac{4.6 \cdot b}{L(z_s)} \cdot f_L\left(z_s, n_{1,x}\right)$.

Koeficijent oblika c_f spomenut u izrazima (3.122) i (3.123), kao što je opisano u prethodnim poglavljima, ovisi o obliku dijela konstrukcije ili o cijeloj konstrukciji. Za kružne valjke koeficijent oblika je definiran izrazom

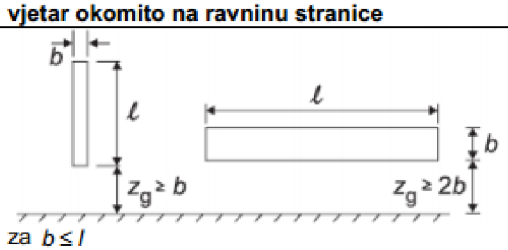
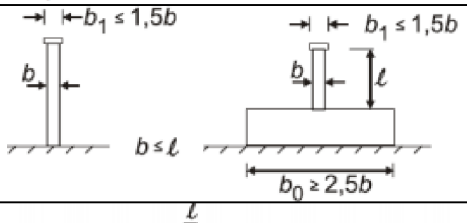
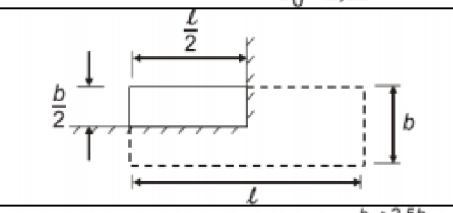
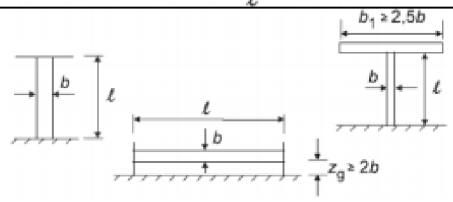
$$c_f = c_{f,0} \psi_\lambda \tag{3.135}$$

gdje su $c_{f,0}$ koeficijent sile za valjke bez toka preko slobodnog kraja i ψ_λ faktor učinka kraja. Koeficijent $c_{f,0}$ ovisi o *Reynoldsovom broju* i ekvivalentnoj hrapavosti površine te je prikazan na slici 3.21. Faktor učinka kraja se računa preko efektivne vitkosti dane u tablici 3.3 i preko koeficijenta punoće – φ prikazanog na slici 3.22. Dijagram za izračun faktor učinka kraja prikazan je na slici 3.23.



Slika 3.21 Osnovni koeficijent oblika za kružne valjke

Tablica 3.3 Efektivna vitkost

Br.	Položaj konstrukcije, vjetar okomito na ravninu stranice	Efektivna vitkost λ
1		Za poligonalne, pravokutne i profile oštrih rubova te za rešetkaste konstrukcije: za $l \geq 50$ m, $\lambda = 1,4$, l/b ili $\lambda = 70$, odabire se manja vrijednost za $l < 15$ m, $\lambda = 2$, l/b ili $\lambda = 70$, odabire se manja vrijednost. Za kružne valjke: za $l \geq 50$ m, $\lambda = 0,7$, l/b ili $\lambda = 70$, odabire se manja vrijednost za $l < 15$ m, $\lambda = l$/b ili $\lambda = 70$, odabire se manja vrijednost. Za međuvrijednosti l smije se upotrebljavati linearna interpolacija.
2		
3		
4		za $l \geq 50$ m, $\lambda = 0,7$, l/b ili $\lambda = 70$, odabire se veća vrijednost za $l < 15$ m, $\lambda = l$/b ili $\lambda = 70$, odabire se veća vrijednost Za međuvrijednosti l smije se upotrebljavati linearna interpolacija.

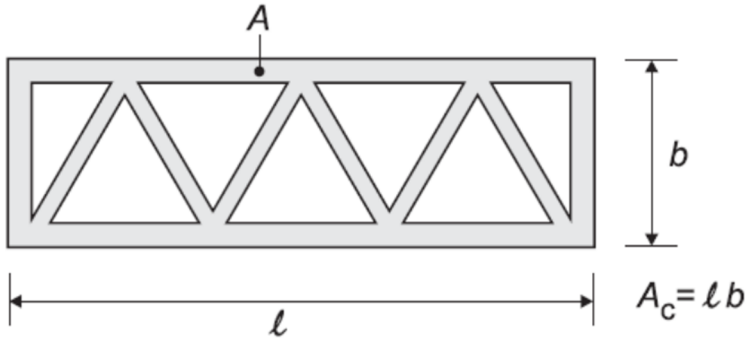
Omjer punoće φ (slika 3.22) prikazan je izrazom (3.136)

$$\varphi = \frac{A}{A_c} \tag{3.136}$$

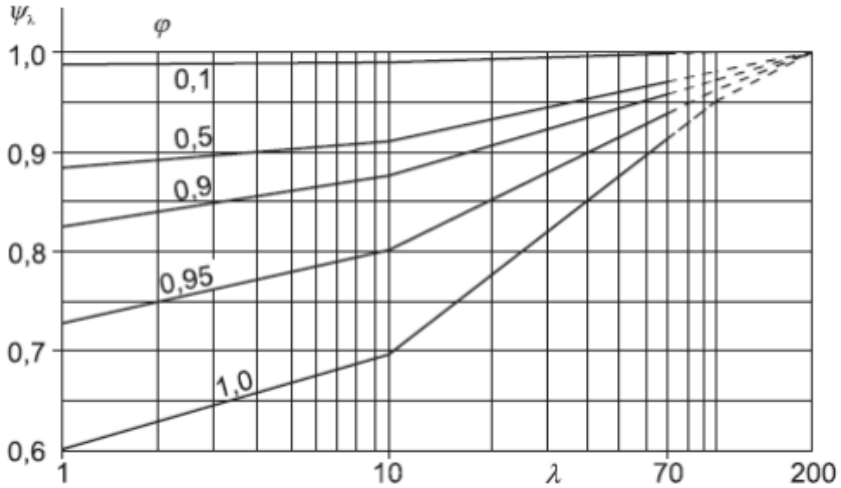
gdje je:

A – zbroj projiciranih ploština elemenata

$A_c = l \cdot b$ – ukupna omeđena ploština

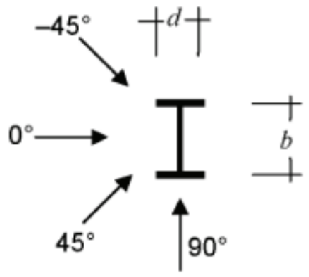


Slika 3.22 Definicija omjera punoće - φ



Slika 3.23 Faktor učinka kraja iskazan preko efektivne vitkosti i omjera punoće

Za elemente s oštrim rubovima može se uzeti vrijednost koeficijenta bez utjecaja rubova 2.0 koja je na strani sigurnosti ili prema tablici 3.4, uvažavajući dimenzije prikazane na slici 3.24.

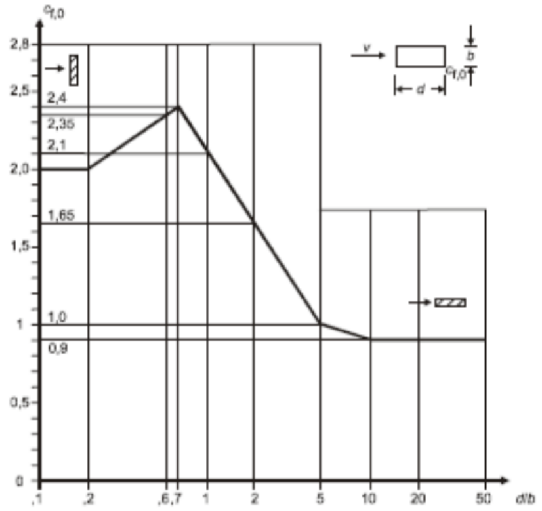


Slika 3.24 Oznake smjerova vjetra i dimenzija oštrobridnih elemenata

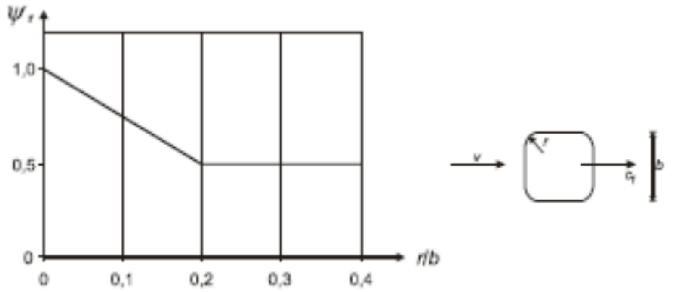
Koeficijent oblika za pravokutne elemente definiran je izrazom

$$c_f = c_{f,0}\psi_r\psi_\lambda \tag{3.137}$$

gdje je ψ_r faktor smanjenja za kvadratne profile sa zaobljenim kutovima prema slici 3.26. Osnovni koeficijent oblika za pravokutne elemente prikazan je na slici 3.25.



Slika 3.25 Koeficijent oblika za pravokutne elemente



Slika 3.26 Faktor smanjenja koeficijenta otpora uslijed zaobljenja kutova pravokutnog elementa

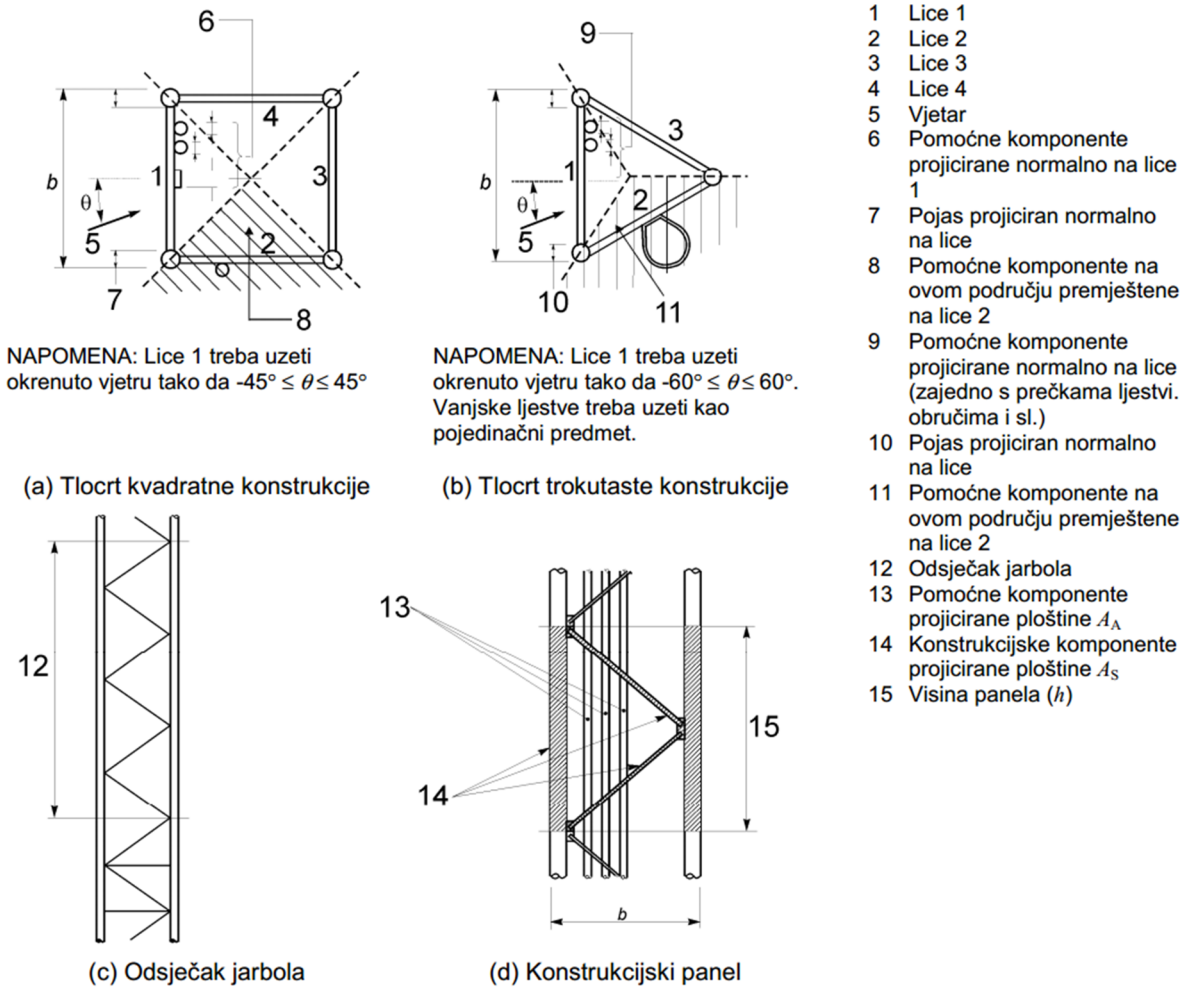
Tablica 3.4 Koeficijenti sile za oštrobridne elemente

Redni broj	1 Oblik	2 Omjer stranica	3 Smjer vjetra	4 $c_{fx,0}$	5 $c_{fy,0}$
1		d/b < 0,1	0°	2,00	0
2		d/b = 1,0	0° 45° 90°	1,65 2,20 1,30	0 1,00 2,10
3		d/b = 1,0	0° 45° 90°	2,00 1,15 – 1,30	0 0,80 2,10
4		d/b = 0,5	0° + 45° – 45° 90°	2,00 1,80 1,30 1,75	2,00 1,60 – 0,40 2,50
5		d/b = 0,5	0° + 45° – 45° 90°	2,00 1,55 1,55 – 0,25	– 0,20 1,40 – 1,60 1,60
6		d/b = 1,0	0° 45° 90°	1,80 1,80 2,00	2,00 1,80 1,80
7		d/b = 1,0	0° + 45° – 45° 90°	1,90 1,40 0,70 – 0,20	– 0,20 1,40 – 1,80 1,90
8		d/b = 1,0	0° 45° 90°	2,00 0,85 0	0 0,85 2,00
9		d/b = 0,5	0° 45° 90°	2,00 1,80 0	0 1,20 1,60
		d/b = 0,66	0° 45° 90°	1,85 1,70 0	0 1,50 1,80
		d/b = 1,0	0° 45° 90°	1,70 1,50 0	0 1,50 1,70
10		d/b = 0,5	0° 45° 90°	2,10 1,80 0	0 1,20 1,40
11		d/b = 0,5	0° 45° 90°	1,80 1,80 0	0 1,0 2,4

Za rešetkaste konstrukcije koeficijent ukupne sile vjetra, $\sum c_f$ u smjeru vjetra koji djeluje na odsječak konstrukcije, treba se uzeti kao:

$$\sum c_f = c_{f,S} + c_{f,A} \tag{3.138}$$

gdje su $c_{f,S}$ koeficijent sile vjetra golog odsječka konstrukcije i $c_{f,A}$ koeficijent sile vjetra pomoćne opreme.



Slika 3. 27 Projicirana ploština panela koja se upotrebljava za proračun omjera ispunjenosti φ

Za rešetkaste konstrukcije kvadratnog ili jednakostraničnog trokutastog oblika tlocrta koje imaju jednake ploštine na svakom licu, koeficijent ukupne sile vjetra $c_{f,S}$ odsječka u smjeru vjetra je:

$$c_{f,S} = K_\theta \cdot c_{f,S,0} \cdot \frac{A_S}{\sum A} \tag{3.139}$$

gdje su $c_{f,S,0}$ - koeficijent ukupnog normalnog otpora vjetra (tlak) odsječka j bez rubnih učinaka, K_θ faktor za smjer vjetra (izraz 3.140 vrijedi za trokrake rešetke), A_S ukupna

ploština projicirana normalno na lice konstrukcijskih komponenti, uključujući one pomoćne dijelove koji se smatraju konstrukcijskim elementima razmatranog lica, unutar visine jednog odsječka na razmatranoj razini (slika 3.27) i uključujući zaleđivanje gdje je prikladno, $\sum A$ uzima se kao A_{ref} i može se uzeti kao svaka zamišljena vrijednost sve dok se za A_{ref} uzima ista vrijednost

$$K_\theta = \frac{A_c + A_{c,\sup}}{A_s} + \frac{A_f}{A_s}\left(1 - 0.1\sin^2 1{,}5\theta\right) \tag{3.140}$$

Vrijednosti koeficijenata ukupne normalne sile $c_{f,S,0}$ koji su primjenjivi na konstrukciju kvadratnog ili trokutastog isječka *j* koji se sastoji od profila s ravnim stranama ili od kružnih profila, treba uzeti iz izraza:

$$c_{f,S,0,j} = c_{f,0,f}\frac{A_f}{A_S} + c_{f,0,c}\frac{A_c}{A_S} + c_{f,0,c,\sup}\frac{A_{c,\sup}}{A_S} \tag{3.141}$$

gdje su $c_{f,0,f}, c_{f,0,c}$ i $c_{f,0,c,\sup}$ koeficijenti sile za odsječke koji se sastoje od profila s ravnim stranama, podkritičnih kružnih i prekokritičnih kružnih profila, a prikazani su sljedećim izrazima:

$$c_{f,0,f} = 1.76C_1\left[1 - C_2\varphi + \varphi^2\right] \tag{3.142}$$

$$c_{f,0,c} = C_1\left(1 - C_2\varphi\right) + \left(C_1 + 0.875\right)\varphi^2 \tag{3.143}$$

$$c_{f,0,c,\sup} = 1.9 - \sqrt{\left\{\left(1-\varphi\right)\left(2.8 - 1.14C_1 + \varphi\right)\right\}} \tag{3.144}$$

Uz napomenu da za trokutaste konstrukcije koeficijent C_1 iznosi 1.9, a koeficijent C_2 iznosi 1.4.

Koeficijent sile vjetra $c_{f,A}$ u smjeru vjetra svakog linijskog pomoćnog dijela (uključujući valovode, napojnike i sl.) unutar visine panela treba uzeti iz izraza:

$$c_{f,A} = K_A \cdot c_{f,A,0} \cdot \sin^2\psi \cdot \frac{A_A}{\sum A} \tag{3.145}$$

gdje su $c_{f,A,0}$ - koeficijent ukupnog normalnog otpora koji odgovara pomoćnom predmetu i njegovom proračunskom Reynoldsovom broju, K_A faktor smanjenja koji uzima u

obzir zaklonjenost elementa samom konstrukcijom i smije se uzeti u obzir samo kada barem jedno lice konstrukcije učinkovito zaklanja komponentu, A_A ploština vidljivog dijela kada se gleda iz smjera vjetra, uključujući zaleđivanje gdje je prikladno, ψ - kut smjera vjetra u odnosu na uzdužnu os svakog linearnog elementa.

Tablica 3.5 Tipični koeficijenti sile $c_{f,A,0}$ i $c_{f,G,0}$ za pojedinačne komponente

Tip elementa	Proračunski Reynoldsov broj Re (vidjeti normu EN 1991-1-4) (vidjeti NAPOMENU 1)	Koeficijent otpora (tlak) $c_{f,A,0}$ ili $c_{f,G,0}$	
		Bez leda	S ledom
(a) profili s ravnim stranama i ploče	sve vrijednosti	2,0	2,0
(b) kružni profili i glatka žica	$\leq 2 \times 10^5$	1,2	1,2
	4×10^5	0,6	1,0
	$> 10 \times 10^5$	0,7	1,0
(c) tanki kabel od snopa žica, npr. vodič od okrugle aluminijske jezgre, zatvorena užad za namot, spiralni čelični snop s više od sedam žica	bez leda:		
	$\leq 6 \times 10^4$	1,2	
	$\geq 10^5$	0,9	
	s ledom:		
	$\leq 1 \times 10^5$		1,25
	$\geq 2 \times 10^5$		1,0
(d) debeli kabel od snopa žica, tj. tanke žičane užadi, okrugle upletene užadi, spiralnog snopa žica sa samo sedam žica (1 x 7)	bez leda:		
	$\leq 4 \times 10^4$	1,3	
	$> 4 \times 10^4$	1,1	
	s ledom:		
	$\leq 1 \times 10^5$		1,25
	$\geq 2 \times 10^5$		1,0
(e) Valjci sa spiralnim plaštom dubine do 0,12D (vidjeti NAPOMENU 2)	sve vrijednosti	1,2	1,2

NAPOMENA 1: Za međuvrijednosti broja Re, $c_{f,A,0}$ treba odrediti linearnom interpolacijom.
NAPOMENA 2: Ove vrijednosti utemeljene su na ukupnoj širini, uključujući dvostruku dubinu plašta.
NAPOMENA 3: Vrijednosti za zaleđene komponente odgovaraju glatkom ledu; treba obratiti pažnju ako se upotrebljavaju za led pokriven injem (vidjeti normu ISO 12494).
NOTE 4: U nacionalnom dodatku se ove vrijednosti smiju promijeniti.

Srednje opterećenje tornja vjetrom u smjeru vjetra $F_{m,w}(z)$ treba uzeti iz izraza:

$$F_{m,w}(z) = \frac{q_p}{1+7I_v(z_e)} \sum c_f A_{ref} \tag{3.146}$$

Istovrijedno opterećenje tornja udarom vjetra u smjeru vjetra treba odrediti iz izraza:

$$F_{T,W}(z) = F_{m,W}(z)\left[1+\left(1+0.2(z_m/h)^2\right)\frac{\left[1+7I_v(z_e)\right]c_s c_d - 1}{c_o(z_m)}\right] \tag{3.147}$$

gdje je h visina tornja. Finalni izraz (3.147) definira sile prema kojima se računa krajnje granično stanje i granično stanje uporabljivosti.

4. OSNOVE KOMBINIRANE METODE KONAČNO-DISKRETNIH ELEMENATA

U ovom poglavlju prikazana je teoretska podloga kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata koja je u ovom radu korištena kao polazište za analizu rešetkastih i membranskih konstrukcija.

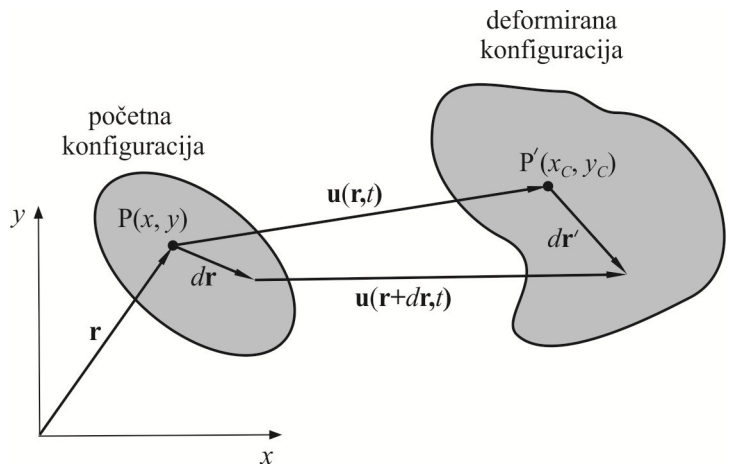
Kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata koju je razvio Munjiza [115, 118], zasniva se na simulaciji ponašanja velikog broja diskretnih elemenata koji se mogu naći u međusobnoj interakciji. Svaki diskretni element je diskretiziran s vlastitom mrežom konačnih elemenata čime je omogućena njegova deformabilnost. Materijalna i geometrijska nelinearnost, uključujući pojavu i razvoj pukotina te naposljetku fragmentaciju diskretnih elemenata, omogućena je modelom kontaktnih elemenata koji su implementirani između konačnih elemenata. Da bi se svi ovi efekti obuhvatili, u okviru ove metode razvijeni su algoritmi koji u svakom vremenskom koraku uključuju detekciju i interakciju kontakta, praćenje stanja naprezanja i deformacija u konačnom i kontaktnom elementu, pojavu i razvoj pukotina, integraciju jednadžbe gibanja u vremenu koja uključuje velike pomake i rotacije te vizualizaciju spomenutih efekata.

2.1 DEFORMABILNOST KONAČNIH ELEMENATA

Deformabilno tijelo promatrano kao jedan kontinuum sastoji se od skupa točaka omeđenih vanjskom konturom. Točke deformabilnog tijela mogu mijenjati svoj položaj u prostoru tijekom vremena što rezultira pomacima deformabilnog tijela. Pomaci deformabilnog

tijela mogu se razložiti na dvije komponente, a to su pomaci deformabilnog tijela kao krutog tijela koji uključuju translaciju i rotaciju te pomaci koji uzrokuju deformiranje što podrazumijeva promjenu volumena i oblika.

Pomaci deformabilnog tijela u svakom vremenskom trenutku ispunjavaju uvjete kontinuiteta, a to znači da će skup materijalnih točaka koje su u početnoj konfiguraciji formirale zatvorenu glatku krivulju, formirati zatvorenu glatku krivulju u bilo kojem vremenskom trenutku u deformiranoj konfiguraciji. Isto tako, skup materijalnih točaka koje su u početnoj konfiguraciji formirale glatku zatvorenu plohu, formirat će glatku zatvorenu plohu i u deformiranoj konfiguraciji, a sve točke koje su se u početnoj konfiguraciji nalazile unutar te plohe, nalazit će se unutar te plohe i kasnije.



Slika 4.1 Deformabilno tijelo u početnoj i deformiranoj konfiguraciji

Na slici 4.1 prikazano je tijelo u početnoj i deformiranoj konfiguraciji. U točki P u početnoj konfiguraciji izabran je diferencijalni vektor $d\mathbf{r}$ koji u deformiranoj konfiguraciji prelazi u vektor $d\mathbf{r}'$. Prema slici 4.1 može se pisati

$$d\mathbf{r}' = d\mathbf{r} + \mathbf{u}(\mathbf{r} + d\mathbf{r}, t) - \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) \tag{4.1}$$

gdje je $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ vektorsko polje pomaka. Ako se drugi član u prethodnom izrazu razvije u Taylorov red te se zadrže samo linearni članovi, dobit će se

$$\mathbf{u}(\mathbf{r} + d\mathbf{r}, t) = \mathbf{u}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{r}} d\mathbf{r} \tag{4.2}$$

Uvrštavajući izraz (4.2) u (4.1) dobije se

$$d\mathbf{r}' = d\mathbf{r} + \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{r}} d\mathbf{r} \tag{4.3}$$

odnosno

$$d\mathbf{r}' = \left(1 + \frac{\partial \mathbf{u}(\mathbf{r},t)}{\partial \mathbf{r}}\right) d\mathbf{r} \tag{4.4}$$

što raspisano po komponentama ima oblik

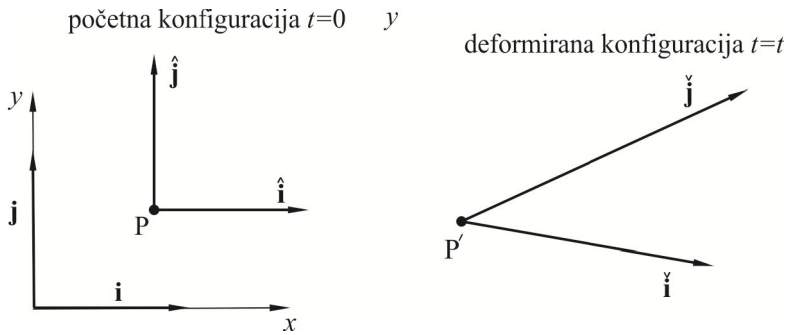
$$d\mathbf{r}' = \begin{Bmatrix} dx' \\ dy' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+\dfrac{\partial u}{\partial x} & \dfrac{\partial u}{\partial y} \\ \dfrac{\partial v}{\partial x} & 1+\dfrac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix} = \mathbf{F}\, d\mathbf{r} \tag{4.5}$$

Uzimajući u obzir da je

$$\begin{aligned} u(x,y,t) &= x_c(x,y,t) - x \\ v(x,y,t) &= y_c(x,y,t) - y \end{aligned} \tag{4.6}$$

izraz (4.5) prelazi u

$$< d\mathbf{r}' = \begin{Bmatrix} dx' \\ dy' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_c}{\partial x} & \dfrac{\partial x_c}{\partial y} \\ \dfrac{\partial y_c}{\partial x} & \dfrac{\partial y_c}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix} = \mathbf{F}\, d\mathbf{r} \tag{4.7}$$



Slika 4. 2 Fizikalna interpretacija tenzora gradijenta deformiranja

Tenzor **F** u izrazima (4.5) i (4.7) naziva se gradijent deformiranja. Ako se odaberu dva jedinična vektora ($\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$) koja su u početnoj konfiguraciji paralelna s osima (x,y), tada će stupci u tenzoru gradijenta deformiranja predstavljati komponente tih vektora u deformiranoj konfiguraciji (slika 4.2), tako da se može pisati

$$\mathbf{F} = \left[\breve{\mathbf{i}}, \breve{\mathbf{j}}\right] \tag{4.8}$$

Vektor $d\mathbf{r}'$ koji je nastao preslikavanjem vektora $d\mathbf{r}$ u sebi sadrži pomake koji su se dogodili zbog rotacije deformabilnog tijela kao krutog tijela te pomake koji su nastali kao posljedica deformiranja. Da bi se mogle odvojeno promatrati te dvije vrste pomaka, potrebno je, koristeći teorem o polarnoj dekompoziciji, tenzor $\mathbf{F}$ napisati kao produkt dvaju tenzora od kojih je jedan ortogonalan, a drugi pozitivno definitan, simetričan

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\,\mathbf{U} = \mathbf{V}\,\mathbf{R} \tag{4.9}$$

Tenzor $\mathbf{R}$ prezentira rotaciju i za njega vrijedi da je $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$ i $\det \mathbf{R} = +1$. Tenzori $\mathbf{U}$ i $\mathbf{V}$ prezentiraju rastezanje i za njih vrijedi da su pozitivno definitni, tj. $\mathbf{e}\,\mathbf{U}\,\mathbf{e} \geq 0$, $\mathbf{e}\,\mathbf{V}\,\mathbf{e} \geq 0$ te da su simetrični, tj. $\mathbf{U} = \mathbf{U}^T$, $\mathbf{V} = \mathbf{V}^T$. Tenzor $\mathbf{U}$ se naziva desni tenzor rastezanja, dok se $\mathbf{V}$ naziva lijevi tenzor rastezanja. Pojam lijevi i desni odnosi se na stranu s koje se ti tenzori nalaze u odnosu na tenzor $\mathbf{R}$.

U praksi postoji više tenzora kojima se prezentira deformiranje deformabilnih tijela. Osim prethodno spomenutih tenzora $\mathbf{U}$ i $\mathbf{V}$, u literaturi ih se spominje još, a među najpoznatijima su lijevi i desni Cauchy-Greenov tenzor deformiranja. Budući da rotacija popraćena s inverznom rotacijom ne uzrokuje nikakve pomake u tijelu ($\mathbf{R}\,\mathbf{R}^T = \mathbf{R}^T\,\mathbf{R} = \mathbf{1}$), ideja se sastoji u tome da se iz tenzora $\mathbf{F}$ eliminira rotacija na način da se pomnoži s $\mathbf{F}^T$. Lijevi Cauchy-Greenov tenzor deformiranja definiran je kao

$$\mathbf{B} = \mathbf{F}\,\mathbf{F}^T = (\mathbf{V}\,\mathbf{R})\,(\mathbf{V}\,\mathbf{R})^T = \mathbf{V}\,\mathbf{R}\,\mathbf{R}^T\,\mathbf{V}^T = \mathbf{V}\,\mathbf{V}^T = \mathbf{V}^2 \tag{4.10}$$

Da bi se moglo dovesti u vezu naprezanja i deformacije, potrebno je definirati neku relativnu mjeru deformiranja što je postignuto tenzorom deformacije. Iz lijevog Cauchy-Greenovog tenzora deformiranja moguće je izračunati lijevi Green-St.Venantov tenzor deformacija koji je po definiciji jednak

$$\breve{\mathbf{E}} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{B} - \mathbf{I}\right) = \frac{1}{2}\left(\mathbf{F}\,\mathbf{F}^T - \mathbf{I}\right) \tag{4.11}$$

Da bi se lijevi Green-St.Venantov tenzor deformacija mogao razlučiti na dio koji obuhvaća promjenu volumena i na dio koji obuhvaća promjenu oblika, potrebno je gradijent deformiranja **F** napisati kao umnožak tri tenzora od kojih će jedan predstavljati čistu rotaciju **R**, drugi promjenu oblika bez promjene volumena $\mathbf{V_d}$, a treći promjenu volumena bez promjene oblika $\mathbf{V_s}$

$$\mathbf{F} = \mathbf{V_s}\mathbf{V_d}\mathbf{R} \tag{4.12}$$

Važno je napomenuti da je $\det \mathbf{F} = \det \mathbf{V_s}$ i $\det \mathbf{V_d} = 1$. Lijevi Green-St.Venantov tenzor deformacija može se napisati kao

$$\begin{aligned}\breve{\mathbf{E}} &= \frac{1}{2}\left(\mathbf{F}\mathbf{F}^{\mathbf{T}} - \mathbf{I}\right) = \frac{1}{2}\left[\left(\mathbf{V_s}\mathbf{V_d}\mathbf{R}\right)\left(\mathbf{V_s}\mathbf{V_d}\mathbf{R}\right)^{\mathbf{T}} - \mathbf{I}\right] \\ &= \frac{1}{2}\left[\mathbf{V_s}\mathbf{V_d}\mathbf{R}\mathbf{R}^{\mathbf{T}}\mathbf{V_d}^{\mathbf{T}}\mathbf{V_s}^{\mathbf{T}} - \mathbf{I}\right] \\ &= \frac{1}{2}\left[\mathbf{V_s}\mathbf{V_d}\mathbf{V_d}^{\mathbf{T}}\mathbf{V_s}^{\mathbf{T}} - \mathbf{I}\right]\end{aligned} \tag{4.13}$$

Budući da tenzor $\mathbf{V_s}$ ne uzrokuje nikakvu promjenu oblika nego samo promjenu volumena koji se uveća za ($\det \mathbf{F}$) puta, može se zaključiti da se tenzor $\mathbf{V_s}$ može napisati u obliku

$$\mathbf{V_s} = \mathbf{I}\sqrt{\det \mathbf{F}} \tag{4.14}$$

jer se svaka stranica diferencijalnog elementa produlji za $\sqrt{\det \mathbf{F}}$ puta. Uvrštavajući izraz (4.14) u (4.13) dobije se

$$\breve{\mathbf{E}} = \frac{1}{2}\left[\mathbf{V_d}\mathbf{V_d}^{\mathbf{T}}\left(\left|\det \mathbf{F}\right|\right) - \mathbf{I}\right] \tag{4.15}$$

Dio lijevog Green-St.Venantovog tenzora deformacija koji se odnosi na promjenu oblika izgleda kao

$$\breve{\mathbf{E}}_{\mathbf{d}} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{V_d}\mathbf{V_d}^{\mathbf{T}} - \mathbf{I}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{F}\mathbf{F}^{\mathbf{T}}}{\left|\det \mathbf{F}\right|} - \mathbf{I}\right) \tag{4.16}$$

dok dio koji se odnosi na promjenu volumena ima oblik

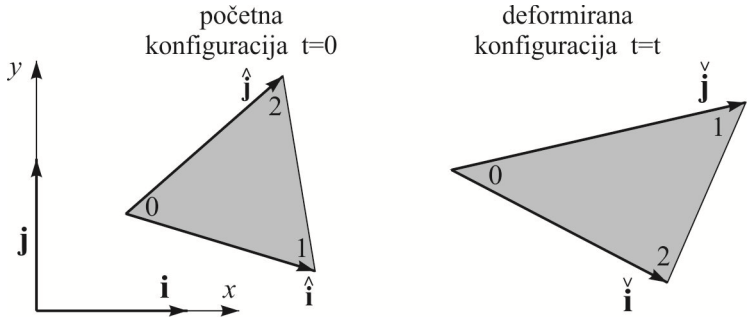
$$\breve{\mathbf{E}}_{\mathbf{s}} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{V_s}\mathbf{V_s}^{\mathbf{T}} - \mathbf{I}\right) = \frac{1}{2}\left(\mathbf{I}\left|\det \mathbf{F}\right| - \mathbf{I}\right) = \mathbf{I}\left(\frac{\left|\det \mathbf{F}\right| - 1}{2}\right) \tag{4.17}$$

Poznavajući tenzor deformacija, Cauchyjev tenzor naprezanja može se dobiti koristeći Hookov zakon sukladno izrazu

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{E}{1+\upsilon}\breve{\mathbf{E}}_{\mathbf{d}} + \frac{E}{1-2\upsilon}\breve{\mathbf{E}}_{\mathbf{s}} \tag{4.18}$$

gdje je E modul elastičnosti dok je ν Poissonov koeficijent.

U sklopu kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata, deformabilnost diskretnih elemenata omogućena je njihovom diskretizacijom pomoću mreže konačnih elemenata. Budući da se i proračun kontaktnih sila temelji na istoj diskretizaciji, zbog potrebe za što jednostavnijim i bržim algoritmom, odabran je geometrijski najjednostavniji konačni element. U ravninskim problemima to je trokutni tročvorni konačni element. Da bi se opisalo deformiranje trokutnog konačnog elementa te uspostavila veza između naprezanja i deformacija, usvojena su tri koordinatna sustava



Slika 4.3 Trokutni konačni element u početnoj i deformiranoj konfiguraciji

Korištenje trokutnog tročvornog konačnog elementa ima za posljedicu da je gradijent deformiranja konstantan u svim točkama trokuta zbog toga što su trenutne koordinate nad konačnim elementom opisane linearnim funkcijama oblika

$$\begin{aligned} x_c &= \alpha_x x + \beta_x y + \gamma_x \\ y_c &= \alpha_y x + \beta_y y + \gamma_y \end{aligned} \tag{4.19}$$

što rezultira da su parcijalne derivacije tih funkcija po x i y konstante.

Najjednostavnije je izračunati gradijent deformiranja $\mathbf{F}$ na deformiranoj konfiguraciji $\left(\check{\mathbf{i}}, \check{\mathbf{j}}\right)$ koji ima oblik

$$\hat{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial x_c}{\partial \hat{x}_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial \hat{y}_i} \\ \dfrac{\partial y_c}{\partial \hat{x}_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial \hat{y}_i} \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

gdje su x_c i y_c trenutne koordinate u globalnom koordinatnom sustavu (**i, j**), a $\hat{x}_i$ i $\hat{y}_i$ su koordinate definirane u deformiranom lokalnom koordinatnom sustavu. Ako se npr. uzme član $\partial x_c / \partial \hat{x}_i$, tada bi se on po matematičkoj formulaciji, uzimajući u obzir da je

$$x_c = x_c(\hat{x}_i, \hat{y}_i)$$
$$y_c = y_c(\hat{x}_i, \hat{y}_i) \tag{4.21}$$

izračunao na način

$$\frac{\partial x_c}{\partial \hat{x}_i} = \lim_{\Delta \hat{x}_i \to 0} \frac{x_c(\hat{x}_i + \Delta \hat{x}_i, \hat{y}_i) - x_c(\hat{x}_i, \hat{y}_i)}{\Delta \hat{x}_i} \tag{4.22}$$

Budući da je gradijent deformiranja $\mathbf{F}$ konstantan na tročvornom trokutnom konačnom elementu, u prethodnom izrazu nije potrebno da $\Delta \hat{x}_i$ teži prema nuli već se može uzeti neka konačna duljina, pa se može pisati

$$\frac{\partial x_c}{\partial \hat{x}_i} = \frac{x_{1c} - x_{0c}}{\left|\hat{\mathbf{i}}\right|} \tag{4.23}$$

gdje su x_{1c} i x_{0c} x koordinate čvora 1 i 0 u trenutnoj konfiguraciji. Slično se može pokazati i za ostale članove tenzora $\hat{\mathbf{F}}$ iz čega slijedi

$$\hat{\mathbf{F}} = \begin{bmatrix} \dfrac{x_{1c} - x_{0c}}{\left|\hat{\mathbf{i}}\right|} & \dfrac{x_{2c} - x_{0c}}{\left|\hat{\mathbf{j}}\right|} \\ \dfrac{y_{1c} - y_{0c}}{\left|\hat{\mathbf{i}}\right|} & \dfrac{y_{2c} - y_{0c}}{\left|\hat{\mathbf{j}}\right|} \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

Da bi se izračunao član tenzora $\mathbf{F}$ npr. $\partial x_c / \partial x_i$, potrebno je napraviti usmjereno deriviranje i to na sljedeći način

$$\frac{\partial x_c}{\partial x_i} = \frac{\partial x_c}{\partial \hat{x}_i}\frac{\partial \hat{x}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial x_c}{\partial \hat{y}_i}\frac{\partial \hat{y}_i}{\partial x_i} \tag{4.25}$$

Slično se može napraviti i s ostalim članovima tenzora $\mathbf{F}$

$$\frac{\partial x_c}{\partial y_i} = \frac{\partial x_c}{\partial \hat{x}_i}\frac{\partial \hat{x}_i}{\partial y_i} + \frac{\partial x_c}{\partial \hat{y}_i}\frac{\partial \hat{y}_i}{\partial y_i}$$
$$\frac{\partial y_c}{\partial x_i} = \frac{\partial y_c}{\partial \hat{x}_i}\frac{\partial \hat{x}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial y_c}{\partial \hat{y}_i}\frac{\partial \hat{y}_i}{\partial x_i} \tag{4.26}$$
$$\frac{\partial y_c}{\partial y_i} = \frac{\partial y_c}{\partial \hat{x}_i}\frac{\partial \hat{x}_i}{\partial y_i} + \frac{\partial y_c}{\partial \hat{y}_i}\frac{\partial \hat{y}_i}{\partial y_i}$$

koji se sada može prikazati u obliku

$$\mathbf{F}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial x_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial y_i}\\ \dfrac{\partial y_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial y_i}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial x_c}{\partial \widehat{x}_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial \widehat{y}_i}\\ \dfrac{\partial y_c}{\partial \widehat{x}_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial \widehat{y}_i}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial \widehat{x}_i}{\partial x_i} & \dfrac{\partial \widehat{x}_i}{\partial y_i}\\ \dfrac{\partial \widehat{y}_i}{\partial x_i} & \dfrac{\partial \widehat{y}_i}{\partial y_i}\end{bmatrix} \tag{4.27}$$

Koristeći izraz (4.24), prethodni izraz može biti zapisan u obliku

$$\mathbf{F}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial x_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial y_i}\\ \dfrac{\partial y_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial y_i}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_{1c}-x_{0c} & x_{2c}-x_{0c}\\ y_{1c}-y_{0c} & y_{2c}-y_{0c}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{1}{\left|\widehat{\mathbf{i}}\right|}\dfrac{\partial \widehat{x}_i}{\partial x_i} & \dfrac{1}{\left|\widehat{\mathbf{i}}\right|}\dfrac{\partial \widehat{x}_i}{\partial y_i}\\ \dfrac{1}{\left|\widehat{\mathbf{j}}\right|}\dfrac{\partial \widehat{y}_i}{\partial x_i} & \dfrac{1}{\left|\widehat{\mathbf{j}}\right|}\dfrac{\partial \widehat{y}_i}{\partial y_i}\end{bmatrix} \tag{4.28}$$

Stupci drugog tenzora s desne strane predstavljaju komponente baznih normiranih vektora $(\mathbf{i},\mathbf{j})$ zapisanih preko baznih vektora $\left(\widehat{\mathbf{i}},\widehat{\mathbf{j}}\right)$ što omogućuje da se izraz (4.28) prikaže u obliku

$$\mathbf{F}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial x_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial y_i}\\ \dfrac{\partial y_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial y_i}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial x_c}{\partial \widehat{x}_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial \widehat{y}_i}\\ \dfrac{\partial y_c}{\partial \widehat{x}_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial \widehat{y}_i}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{\widehat{x}} & j_{\widehat{x}}\\ i_{\widehat{y}} & j_{\widehat{y}}\end{bmatrix} \tag{4.29}$$

Budući da je veza između deformirane $\left(\widehat{\mathbf{i}},\widehat{\mathbf{j}}\right)$ i početne konfiguracije $(\mathbf{i},\mathbf{j})$ definirana kao

$$\begin{bmatrix}i_{\widehat{x}} & j_{\widehat{x}}\\ i_{\widehat{y}} & j_{\widehat{y}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\widehat{i}_x & \widehat{j}_x\\ \widehat{i}_y & \widehat{j}_y\end{bmatrix}^{-1} \tag{4.30}$$

te uzimajući u obzir da je

$$\begin{bmatrix}\widehat{i}_x & \widehat{j}_x\\ \widehat{i}_y & \widehat{j}_y\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}x_{1i}-x_{0i} & x_{2i}-x_{0i}\\ y_{1i}-y_{0i} & y_{2i}-y_{0i}\end{bmatrix}^{-1} \tag{4.31}$$

izraz (4.29) se može pisati u obliku

$$\mathbf{F}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial x_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial y_i}\\ \dfrac{\partial y_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial y_i}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_{1c}-x_{0c} & x_{2c}-x_{0c}\\ y_{1c}-y_{0c} & y_{2c}-y_{0c}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{1i}-x_{0i} & x_{2i}-x_{0i}\\ y_{1i}-y_{0i} & y_{2i}-y_{0i}\end{bmatrix}^{-1} \tag{4.32}$$

gdje je x_{ii} (i=1,2) odnosno y_{ii} (i=1,2), x odnosno y koordinata i-tog čvora u početnoj konfiguraciji.

Na isti je način moguće izračunati i gradijent brzine koji će, primjenjujući analogiju s tenzorom $\mathbf{F}$, imati oblik

$$\mathbf{L}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial v_{xc}}{\partial x_i} & \dfrac{\partial v_{xc}}{\partial y_i}\\ \dfrac{\partial v_{yc}}{\partial x_i} & \dfrac{\partial v_{yc}}{\partial y_i}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}v_{x1c}-v_{x0c} & v_{x2c}-v_{x0c}\\ v_{y1c}-v_{y0c} & y_{y2c}-v_{y0c}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_{1c}-x_{0c} & x_{2c}-x_{0c}\\ y_{1c}-y_{0c} & y_{2i}-y_{0c}\end{bmatrix}^{-1} \tag{4.33}$$

Poznavajući gradijent deformiranja $\mathbf{F}$, moguće je izračunati lijevi Cauchy-Greenov tenzor deformiranja $\mathbf{B}$

$$\mathbf{B}=\mathbf{F}\mathbf{F}^T=\mathbf{V}\mathbf{V}^T=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial x_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial y_i}\\ \dfrac{\partial y_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial y_i}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial x_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial x_i}\\ \dfrac{\partial x_c}{\partial y_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial y_i}\end{bmatrix} \tag{4.34}$$

Na sličan se način može dobiti tenzor brzine deformiranja $\mathbf{D}$ dobiven iz gradijenta brzine. Budući da gradijent brzine $\mathbf{L}$ u sebi sadrži komponente brzine koje su posljedica brzine deformiranja te brzine rotacije, potrebno je uzeti u obzir samo simetrični dio gradijenta brzine koji sadrži komponente vezane uz brzinu deformiranja u obliku

$$\mathbf{D}=\frac{1}{2}\left(\mathbf{L}+\mathbf{L}^T\right)=\frac{1}{2}\left(\begin{bmatrix}\dfrac{\partial v_{xc}}{\partial x_i} & \dfrac{\partial v_{xc}}{\partial y_i}\\ \dfrac{\partial v_{yc}}{\partial x_i} & \dfrac{\partial v_{yc}}{\partial y_i}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dfrac{\partial v_{xc}}{\partial x_i} & \dfrac{\partial v_{yc}}{\partial x_i}\\ \dfrac{\partial v_{xc}}{\partial y_i} & \dfrac{\partial v_{yc}}{\partial y_i}\end{bmatrix}\right) \tag{4.35}$$

Iz lijevog Cauchy-Greenovog tenzora deformiranja, za male deformacije slijedi Green-St.Venantov tenzor deformacija

$$\breve{\mathbf{E}}=\frac{1}{2}(\mathbf{V}^2-\mathbf{I})=\frac{1}{2}(\mathbf{B}-\mathbf{I})=\frac{1}{2}\left(\begin{bmatrix}\dfrac{\partial x_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial x_c}{\partial y_i}\\ \dfrac{\partial y_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial y_i}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial x_c}{\partial x_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial x_i}\\ \dfrac{\partial x_c}{\partial y_i} & \dfrac{\partial y_c}{\partial y_i}\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\right) \tag{4.36}$$

koji se može prikazati dijelom koji u sebi sadrži doprinos od promjene oblika

$$\breve{\mathbf{E}}_d = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{V}^2}{|\det \mathbf{F}|} - \mathbf{I}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{B}}{|\det \mathbf{F}|} - \mathbf{I}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{|\det \mathbf{F}|}\begin{bmatrix} \frac{\partial x_c}{\partial x_i} & \frac{\partial x_c}{\partial y_i} \\ \frac{\partial y_c}{\partial x_i} & \frac{\partial y_c}{\partial y_i} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{\partial x_c}{\partial x_i} & \frac{\partial y_c}{\partial x_i} \\ \frac{\partial x_c}{\partial y_i} & \frac{\partial y_c}{\partial y_i} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right) \tag{4.37}$$

i dijelom koji doprinosi promjeni volumena

$$\breve{\mathbf{E}}_s = \frac{1}{2}(\mathbf{V_s}\mathbf{V_s}^{\mathbf{T}} - \mathbf{I}) = \mathbf{I}\left(\frac{|\det \mathbf{F}| - 1}{2}\right) = \left(\frac{|\det \mathbf{F}| - 1}{2}\right)\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.38}$$

Poznavajući tenzor deformacija, Cauchyjev tenzor naprezanja može se dobiti koristeći Hookov zakon sukladno izrazu (4.18) koji se još može zapisati u obliku

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\,\mu\,\breve{\mathbf{E}} + \lambda\,\varepsilon_v\,\mathbf{I} + \bar{\mu}\mathbf{D} \tag{4.39}$$

gdje su μ i λ Laméove konstante, ε_v je volumenska deformacija koja je jednaka

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} \tag{4.40}$$

dok zadnji član s desne strane izraza (4.39) predstavlja doprinos brzine deformiranja u kojem je $\bar{\mu}$ koeficijent prigušenja.

Za potrebe proučavanja odgovora konstrukcije uslijed temperaturnog djelovanja, u sklopu ovog rada, unutar kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata, implementirano je temperaturno opterećenje u funkciji vremena.

Kod slobodnog elastičnog izotropnog tijela, promjena temperature izaziva deformacije koje se mogu prikazati u obliku [Š1]

$$\breve{\mathbf{E}} = \alpha_t\,\Delta T\,\mathbf{I} \tag{4.41}$$

gdje je α_t koeficijent toplinskog širenja dok je ΔT promjena temperature. Tenzor naprezanja, uzimajući u obzir i deformacije koje su posljedica promjene temperature, može se prikazati u obliku

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\,\mu\,\breve{\mathbf{E}} + \lambda\,\varepsilon_v\,\mathbf{I} + \bar{\mu}\mathbf{D} - (3\lambda + 2\mu)\,\alpha_t\,\Delta T\,\mathbf{I} \tag{4.42}$$

U slučaju ravninskog stanja naprezanja vrijedi

$$\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = \sigma_{zy} = \sigma_{zz} = 0 \tag{4.43}$$

Uvrštavajući $\sigma_{zz} = 0$ u (4.42) slijedi

$$\lambda\left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}\right) + 2\,\mu\,\varepsilon_{zz} - \left(3\lambda + 2\mu\right)\alpha_t\,\Delta T = 0 \tag{4.44}$$

odnosno

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\left(3\lambda + 2\mu\right)\alpha_t \Delta T - \lambda\left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}\right)}{\lambda + 2\mu} \tag{4.45}$$

Uvrštavajući (4.45) u (4.40) slijedi

$$\varepsilon_v = \left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}\right)\left(1 - \frac{\lambda}{2\mu + \lambda}\right) + \frac{\left(3\lambda + 2\mu\right)\alpha_t \Delta T}{2\mu + \lambda} \tag{4.46}$$

što, uzimajući u obzir da

$$\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} = \frac{A_c - A_i}{A_i} \tag{4.47}$$

gdje je A_c površina trokutnog konačnog elementa u konačnoj konfiguraciji, a A_i površina u početnoj konfiguraciji, prelazi u

$$\varepsilon_v = \left(\frac{A_c - A_i}{A_i}\right)\left(1 - \frac{\lambda}{2\mu + \lambda}\right) + \frac{\left(3\lambda + 2\mu\right)\alpha_t \Delta T}{2\mu + \lambda} \tag{4.48}$$

Za slučaj ravninskog stanja deformacija vrijedi

$$\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zz} = 0 \tag{4.49}$$

iz čega slijedi

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} \tag{4.50}$$

što, uzimajući u obzir izraz (4.47), prelazi u

$$\varepsilon_v = \frac{A_c - A_i}{A_i} \tag{4.51}$$

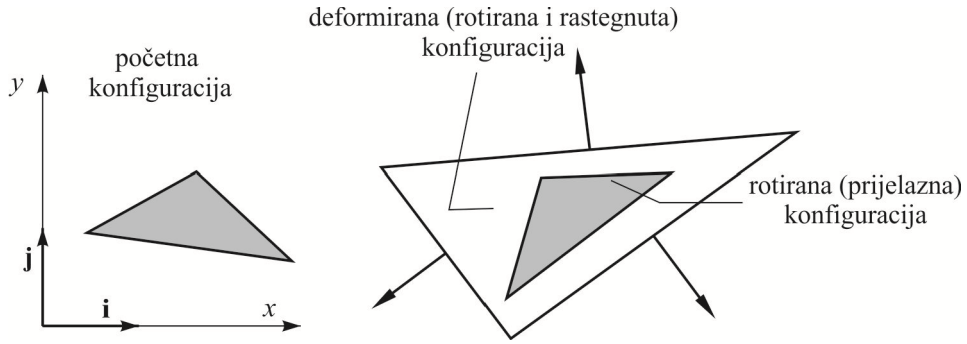
Dakle, veza između naprezanja i deformacija definirana je izrazom (4.42) samo što se za slučaj ravninskog stanja naprezanja za ε_v koristi izraz (4.48), dok se u slučaju ravninskog stanja deformacija koristi izraz (4.51).

Sila po jedinci duljine stranice trokutnog elementa u deformiranoj konfiguraciji se može izračunati pomoću komponenti jedinične normale položene na stranicu trokuta u deformiranoj konfiguraciji prikazanoj na slici 4.4.

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{n} = \begin{Bmatrix} s_x \\ s_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \end{Bmatrix} \tag{4.52}$$

Sila po jedinici duljine stranice trokutnog elementa koja pripada pojedinom čvoru definirana je izrazom

$$\mathbf{f} = \frac{1}{2}\mathbf{s} = \frac{1}{2}\begin{Bmatrix} s_x \\ s_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \end{Bmatrix} \tag{4.53}$$



Slika 4.4 Vektori normale na trokut

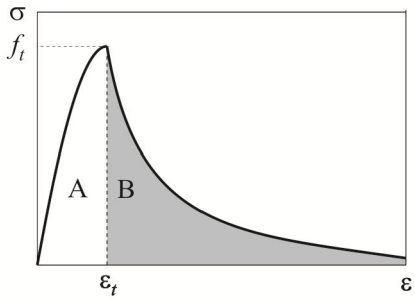
2.2 PRIJELAZ IZ KONTINUUMA U DISKONTINUUM

Prijelaz iz kontinuuma u diskontinuum u kombiniranoj metodi konačno-diskretnih elemenata nastaje pojavom procesa loma i fragmentacije. Tipična kombinirana metoda konačno-diskretnih elemenata bazira se na simulaciji loma masivnog sustava koji može započeti s nekoliko, a završiti s vrlo velikim brojem diskretnih elemenata. Pukotina se obično pojavljuje kroz oštećenje, popuštanje ili slom mikrostrukturalnih elemenata materijala. Da bi se objasnio ovaj kompleksni model koji ovisi o svojstvima materijala, potrebno je uzeti u obzir promjene polja opterećenja i naprezanja uslijed mikrostrukturalnih oštećenja i nastale koncentracije opterećenja. Pojava i razvoj pukotina u kombiniranoj metodi konačno-diskretnih elemenata ostvarena je modelom diskretnih pukotina koji je implementiran u kontaktnim elementima koji se nalaze između mreže konačnih elemenata.

Model pukotina koji je implementiran u kontaktnim elementima namijenjen je za simuliranje inicijalizacije i razvoja pukotina u materijalu opterećenom u vlaku (mod I) i

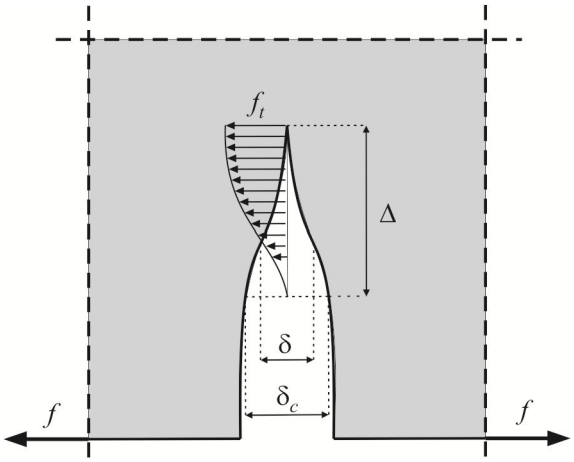
posmiku (mod II). Model se bazira na aproksimaciji eksperimentalnih krivulja naprezanja – deformacije materijala u direktnom vlaku [52].

Površina ispod krivulje naprezanje-deformacija u vlaku podijeljena je na dva dijela kao što je prikazano na slici 4.5. U ovom modelu dio 'A' je implementiran u ponašanje konačnih elemenata na standardan način preko konstitutivnog zakona ponašanja materijala. Dio 'B' prezentira vlačno omekšanje nakon dostizanja vlačne čvrstoće gdje naprezanje opada s povećanjem deformacije. Širok spektar materijala u kojima se javlja omekšavanje može se opisati s heurističkom funkcijom (2.58) dobivenom prema eksperimentalnim rezultatima specijalnih mjerenja.



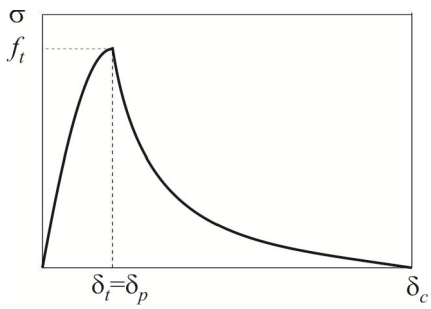
Slika 4.5 Vlačno omekšanje prikazano u relaciji naprezanje – deformacija

Razdvajanje rubova dvaju susjednih konačnih elemenata inducira naprezanje koje se uzima kao funkcija veličine razdvajanja δ, prikazana na slici 4.6.



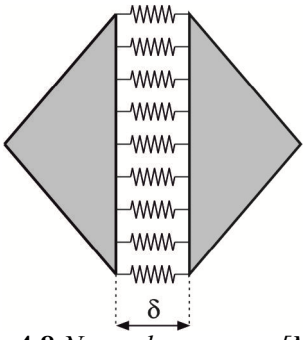
Slika 4.6 Diskretni *model pukotine*

Površina ispod krivulje naprezanje-pomak od trenutka pojave pukotine (δ_t) do trenutka kada naprezanje padne na nulu (δ_c) predstavlja energiju loma G_f. To je rad koji je potrebno utrošiti za nastanak pukotine jedinične površine.



Slika 4.7 Vlačno omekšanje prikazano u relaciji naprezanje – pomak

Teoretski bi razdvajanje rubova dvaju susjednih konačnih elemenata trebalo biti jednako nuli sve do postizanja vlačne čvrstoće materijala, što bi značilo da je $\delta_t = 0$. U prikazanom modelu odvajanje susjednih rubova dvaju konačnih elemenata osigurano je topologijom konačnih elemenata na način da niti jedan čvor ne pripada dvama konačnim elementima. Kontinuitet među konačnim elementima do postizanja vlačne čvrstoće osiguran je pomoću *penalty* metode. Na rubu konačnog elementa u smjeru normale modelirana je opruga velike krutosti, kao što je prikazano na slici 4.7 , tako da vrijedi $\delta_t = \delta_p$. U ukupnome deformiranju sustava konačni element – kontaktni element, velika krutost kontaktnog elementa osigurava značajno manje deformacije kontaktnog elementa što rezultira da veći dio deformacije se javlja na konačnom elementu. Na takav način osigurava se konzistentnost materijalnog modela definiranog u sklopu konačnog elementa.



Slika 4.8 *Normalne opruge [M11]*

Za razdvajanje $\delta < \delta_p$ vrijedi odnos

$$\sigma = \left[\frac{2\delta}{\delta_p} - \left(\frac{\delta}{\delta_p} \right)^2 \right] f_t \tag{4.54}$$

gdje je

$$\delta_p = 2hf_t / p_0 \tag{4.55}$$

odvajanje u trenutku kada naprezanje odgovara vlačnoj čvrstoći materijala f_t, h je veličina konačnog elementa, a p_0 je *penalty* koeficijent.

U graničnom slučaju kada je

$$\lim_{p_0 \to \infty} \delta_p = 0 \tag{4.56}$$

odvajanje rubova dvaju susjednih konačnih elemenata jednako je nuli što odgovara trenutku kada je postignuta vlačna čvrstoća materijala f_t.

S povećanjem odvajanja $\delta > \delta_p$, naprezanje među rubovima konačnih elemenata opada i u trenutku $\delta = \delta_c$ naprezanje postaje $\sigma = 0$. Za područje $\delta_c > \delta > \delta_p$ usvojena je veza između naprezanja i pomaka u obliku

$$\sigma = z f_t \tag{4.57}$$

gdje je z funkcija eksperimentalne krivulje

$$z = \left[1 - \frac{a+b-1}{a+b} \exp\left(D \frac{a+cb}{(a+b)(1-a-b)}\right)\right]\left[a(1-D) + b(1-D)^c\right] \tag{4.58}$$

Parametar D u izrazu (4.58) iznosi

$$D = \begin{cases} 0, \text{ za } \delta < \delta_p & \Rightarrow z = 1; \\ 1, \text{ za } \delta > \delta_c & \Rightarrow z = 0; \\ (\delta - \delta_p)/(\delta_c - \delta_p) & \Rightarrow 0 < z < 1 \end{cases} \tag{4.59}$$

Kompletna veza $\sigma - \delta$ u vlaku za monotono opterećenje može se prikazati u obliku

$$\sigma = \begin{cases} 2\dfrac{\delta}{\delta_p} f_t & \text{za } \delta < 0; \\ \left[2\dfrac{\delta}{\delta_p} - \left(\dfrac{\delta}{\delta_p}\right)^2\right] f_t z & \text{za } 0 < \delta < \delta_p; \\ f_t z & \text{za } \delta > \delta_p \end{cases} \tag{4.60}$$

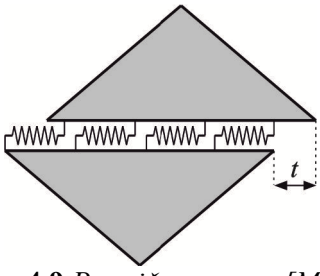
Za pukotine opterećene u posmiku pretpostavljeno je da se ponašaju na sličan način kao što je to prikazano za vlak. Do trenutka dok se ne dosegne posmična čvrstoća materijala, rubovi dvaju susjednih konačnih elemenata pridržani su pomoću posmičnih naprezanja koja se računaju pomoću *penalty* metode. Rubovi su pridržani posmičnim oprugama kao što je prikazano na slici 4.8 sukladno izrazu

$$\tau = \left[\frac{2t}{t_p} - \left(\frac{t}{t_p} \right)^2 \right] f_s \tag{4.61}$$

gdje je

$$t_p = 2hf_s / p_0 \tag{4.62}$$

odvajanje u trenutku kada naprezanje odgovara posmičnoj čvrstoći materijala f_s, h je veličina konačnog elementa, a p_0 je *penalty* koeficijent.



Slika 4.9 *Posmične opruge [M11]*

U graničnom slučaju kada je

$$\lim_{p_0 \to \infty} t_p = 0 \tag{4.63}$$

klizanje rubova dvaju susjednih konačnih elemenata jednako je nuli što odgovara trenutku kada je postignuta posmična čvrstoća materijala f_s.

S povećanjem klizanja $t > t_p$, naprezanje među rubovima konačnih elemenata opada i u trenutku $t = t_c$ naprezanje postaje $\tau = 0$. Za područje $t_c > t > t_p$ pretpostavljena je veza između naprezanja i klizanja u obliku

$$\tau = z f_s \tag{4.64}$$

gdje je D definiran izrazom (4.60) uz zamjenu normalnog naprezanja posmičnim i normalnog pomaka d s |t|.

Kompletna relacija koja opisuje vezu $\tau - t$ u posmiku može se prikazati u obliku

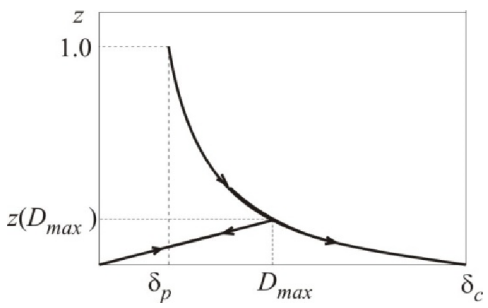
$$\tau = \begin{cases} \left[2\dfrac{|t|}{t_p} - \left(\dfrac{|t|}{t_p} \right)^2 \right] f_s z \quad za \ |t| < t_p; \\ f_s z \quad za \ |t| > t_p \end{cases} \tag{4.65}$$

U slučaju da je pukotina opterećena u vlaku i posmiku, tada se za proračun normalnih odnosno posmičnih naprezanja i dalje koriste isti izrazi kao što je to prethodno objašnjeno, s tim da se usvaja faktor oštećenja D koji je proširen u odnosu na (4.59) kao

$$D = \begin{cases} 0, \ za \ \delta \le \delta_p \ i \ |t| \le t_p; \quad \Rightarrow z = 1; \\ 1, \ za \ \delta \ge \delta_c \ ili \ |t| \ge t_c; \quad \Rightarrow z = 0; \\ (\delta - \delta_p)/(\delta_c - \delta_p), \ za \ \delta > \delta_p \ i \ |t| \le t_p; \\ (|t| - t_p)/(t_c - t_p), \ za \ \delta \le \delta_p \ i \ |t| > t_p; \\ \sqrt{\left(\dfrac{\delta - \delta_p}{\delta_c - \delta_p} \right)^2 + \left(\dfrac{|t| - t_p}{t_c - t_p} \right)^2} \ za \ \delta_p < \delta < \delta_c \ i \ t_p < |t| < t_c \end{cases} \tag{4.66}$$

Kriterij loma određen je uvjetom

$$D \ge 1 \tag{4.67}$$



Slika 4.10 *Cikličko ponašanje materijala u kontaktnom elementu*

Cikličko ponašanje materijala u kontaktnom elementu [185] nakon pojave pukotine uzima se u obzir na način da se pamti maksimalno oštećenje materijala D_{max} u kontaktnom elementu koje je definirano izrazom (4.67). Ako je oštećenje D manje od maksimalnog oštećenja D_{max} koje se pojavilo u kontaktnom elementu, tada je funkcija ponašanja materijala z u vlaku, prikazana na slici 4.9, definirana izrazom

$$z = z(D_{max}) \frac{D(\delta_c - \delta_p) + \delta_p}{D_{max}(\delta_c - \delta_p) + \delta_p} \tag{4.68}$$

odnosno u posmiku

$$z = z(D_{max}) \frac{D(t_c - t_p) + t_p}{D_{max}(t_c - t_p) + t_p} \tag{4.69}$$

2.4 VREMENSKA DISKRETIZACIJA

U kombiniranoj metodi konačno-diskretnih elemenata, svaki diskretni element diskretiziran je s trokutnim tročvornim konačnim elementima. Oblik i položaj svakog diskretnog elementa u ravnini opisan je s trenutnim koordinatama čvorova konačnih elemenata koje se mogu prikazati u obliku

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdots \\ x_i \\ \cdots \\ x_n \end{bmatrix} \tag{4.70}$$

gdje je n ukupan broj stupnjeva slobode sustava. Na sličan je način polje brzina nad diskretnim elementom opisano pomoću brzina čvorova konačnih elemenata

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \cdots \\ \dot{x}_i \\ \cdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} \tag{4.71}$$

dok je polje ubrzanja nad diskretnim elementom prikazano kao

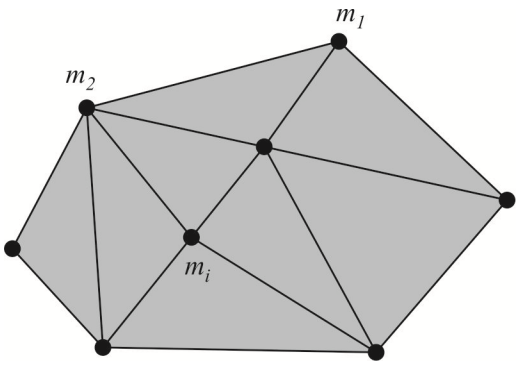
$$\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \cdots \\ \ddot{x}_i \\ \cdots \\ \ddot{x}_n \end{bmatrix} \tag{4.72}$$

Da bi se mogli uzeti u obzir inercijalni efekti, u proračun je potrebno uvesti masu koja je u kombiniranoj metodi konačno-diskretnih elemenata koncentrirana u čvorove konačnih elemenata (slika 4.11). Ovakav način tretiranja mase vodi prema modelu koncentriranih masa koje se može prikazati u obliku

$$\mathbf{m} = \mathbf{I} \begin{bmatrix} m_1 \\ m_1 \\ m_2 \\ \cdots \\ m_i \\ \cdots \\ m_n \end{bmatrix} \tag{4.73}$$

Na ovaj način svaki stupanj slobode sustava ima svoju pripadajuću masu.

Ukupne sile koje se javljaju u čvorovima konačnih elemenata posljedica su interakcije između dva ili više diskretnih elemenata u kontaktu, deformiranja konačnog elementa, vanjskih sila koje djeluju na sustav te sila prigušenja.



Slika 4.11 Model koncentriranih masa

Sve te zbrojene sile mogu se prikazati u obliku vektora čvornih sila koji ima oblik

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdots \\ f_i \\ \cdots \\ f_n \end{bmatrix} \tag{4.74}$$

tako da se dinamička jednadžba ravnoteže sustava može pisati kao

$$\begin{bmatrix} m_1 & & & & & & \\ & m_1 & & & & & \\ & & m_2 & & & & \\ & & & \cdots & & & \\ & & & & m_i & & \\ & & & & & \cdots & \\ & & & & & & m_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \cdots \\ \ddot{x}_i \\ \cdots \\ \ddot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ \cdots \\ f_i \\ \cdots \\ f_n \end{bmatrix} \tag{4.75}$$

Vremenska integracija jednadžbe gibanja (4.75) u vremenu provedena je eksplicitnim putem koristeći metodu konačnih razlika [118] koja je uvjetno stabilna i čija stabilnost i točnost ovisi o izboru vremenskog koraka. Osnovna shema metode konačnih razlika može se prikazati u obliku

$$\mathbf{v}_{t+\Delta t/2} = \mathbf{v}_{t-\Delta t/2} + \Delta t\, \mathbf{m}^{-1}\, \mathbf{f}_t \tag{4.76}$$

$$\mathbf{x}_{t+\Delta t} = \mathbf{x}_t + \Delta t\, \mathbf{v}_{t+\Delta t/2} \tag{4.77}$$

gdje je $\mathbf{v}_{t+\Delta t/2}$ vektor čvornih brzina u trenutku ($t+\Delta t/2$), $\mathbf{v}_{t-\Delta t/2}$ vektor brzina u trenutku ($t-\Delta t/2$), $\mathbf{f}_t$ vektor čvornih sila u položaju $\mathbf{x}_t$, $\mathbf{m}$ matrica masa, $\mathbf{x}_{t+\Delta t}$ vektor koordinata čvorova u trenutku $t+\Delta t$, $\mathbf{x}_t$ vektor koordinata čvorova u trenutku t, Δt vremenski korak.

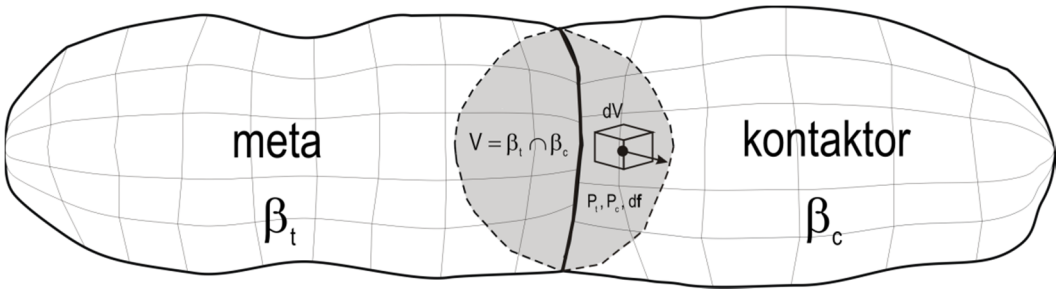
Iz izraza (4.75) se može uočiti da u kombiniranoj metodi konačno-diskretnih elemenata nema rješavanja sustava jednadžbi, već se vremenska integracija jednadžbi gibanja u vremenu, uz primjenu modela koncentriranih masa i eksplicitne integracijske metode, svodi na rješavanje n linearnih jednadžbi u svakom vremenskom koraku.

2.3. DETEKCIJA I INTERAKCIJA KONTAKTA

Pri simulaciji međudjelovanja diskretnih elemenata bitno je razdvojiti parove elemenata koji imaju mogućnost kontakta u odnosu na one koji nisu u toj mogućnosti. Strategija generaliziranja međudjelovanja (svi-elementi-na-sve strategija) za manji broj elemenata je održiva, ali s porastom broja elemenata, premašuje mogućnosti današnjih računala. Isključivanjem parova elemenata, računalno se vrijeme, potrebno za interakciju elemenata, smanjuje.

U sklopu kombinirane metode konačno-diskretnih elemenata, za 3D probleme implementiran je generalizirani Munjiza-NBS algoritam na multi-dimenzionalni prostor. Vrijeme potrebno za prepoznavanje kontakata među elementima je linearno proporcionalno broju elemenata, bez obzira na to u koliko prostornih dimenzija je definiran problem.

Nakon prepoznavanja elemenata koji se nađu u kontaktu, potrebno je proračunati kontaktne sile za što je zaslužan algoritam za interakciju kontakta. Kontaktne sile javljaju se između dva diskretna elementa od kojih se jedan proglašava kontaktorom, a drugi metom [114]. Kada su u kontaktu, kontaktor i meta se preklapaju preko volumena V koja je omeđena vanjskim rubom $S_{\beta_t \cap \beta_c}$, kao što je prikazano na slici 4.12.



Slika 4.12 *Kontaktna diferencijalna sila u okolini točaka P_t i P_c [M17]*

Za potrebe proračuna kontaktnih sila nad kontaktorom i nad metom uspostavljena su potencijalna polja φ_c i φ_t čiji potencijal opada od središta tih elemenata prema rubovima. Ako promatramo točku P_c koja se nalazi na kontaktoru, tada je diferencijalna sila kojom meta svojim potencijalom, zbog prodora kontaktora u metu, djeluje na diferencijalno mali volumen dV_c u okolini točke P_c prema teoriji potencijala jednaka

$$-grad\varphi_t\left(\mathrm{P}_c\right)dV_c \tag{4.78}$$

S druge strane, sila kojom kontaktor svojim potencijalom, zbog prodora mete u kontaktor, djeluje na diferencijalno mali volumen dV_t u okolini točke P_t koja se nalazi na meti, jednaka je

$$-grad\varphi_c\left(\mathrm{P_t}\right)dV_t \tag{4.79}$$

Po zakonu akcije i reakcije sila kojom točka P_t djeluje na točku P_c kao posljedica potencijala kontaktora jednaka je

$$grad\varphi_c\left(\mathrm{P_t}\right)dV_t \tag{4.80}$$

Ukupna kontaktna diferencijalna sila na točku P_c koja se nalazi na kontaktoru, uzimajući u obzir da je

$$dV_c = dV_t = dV \tag{4.81}$$

može se napisati u obliku,

$$d\mathbf{f}_c = \left[grad\varphi_c\left(\mathrm{P}_t\right) - grad\varphi_t\left(\mathrm{P}_c\right)\right]dV \tag{4.82}$$

Da bi se dobila ukupna kontaktna sila na kontaktor, potrebno je provesti integraciju prethodnog izraza preko cijelog preklapajućeg volumena S iz čega slijedi izraz

$$\mathbf{f}_k = \int_{V=\beta_t\cap\beta_c}\left[grad\phi_c - grad\phi_t\right]dV \tag{4.83}$$

koji se još može zapisati u obliku

$$\mathbf{f}_k = \int_{S_{\beta_c\cap\beta_t}}\mathbf{n}(\phi_c - \phi_t)dS \tag{4.84}$$

gdje je $\mathbf{n}$ jedinična vanjska normala na površinu S preklapajućeg volumena V. Ako bi se htjela dobiti ukupna kontaktna sila na metu, tada bi se proveo isti postupak s tim da bi kontaktor i meta zamijenili uloge.

Iz prethodnog se izlaganja vidi da je polje kontaktnih sila, u smislu prodora kontaktora u metu i mete u kontaktor, konzervativno polje budući da su sile dobivene kao gradijent potencijalne funkcije. Ako uzmemo točku P_k koja se nalazi na kontaktoru, tada rad potencijalnih sila mete nad točkom P_k, prilikom prodora točke P_k u metu, po nekoj putanji čije su početne i krajnje točke A i B, ovisi samo o vrijednostima potencijala φ_m u točkama A i B. Prema zakonu o održanju energije, u slučaju da nema nikakvih gubitaka energije pri kontaktu,

ukupna energija u sustavu prije i poslije kontakta mora biti jednaka što znači da ako se točke A i B odaberu na rubu mete odnosno, ako je u točki A započelo prodiranje, a u točki B završilo, tada bi ukupni rad potencijalnih sila mete nad točkom P_k morao biti jednak nuli što se može zapisati kao

$$\varphi_t(\mathrm{A}) - \varphi_t(\mathrm{B}) = 0 \tag{4.85}$$

odnosno

$$\varphi_t(\mathrm{A}) = \varphi_t(\mathrm{B}) \tag{4.86}$$

Slična se analiza može napraviti i za kontaktor iz čega se dobije da za bilo koje dvije točke A i B koje se nalaze na rubu kontaktora mora vrijediti

$$\varphi_c(\mathrm{A}) - \varphi_c(\mathrm{B}) = 0 \tag{4.87}$$

odnosno

$$\varphi_c(\mathrm{A}) = \varphi_c(\mathrm{B}) \tag{4.88}$$

To znači da vrijednost potencijala na rubnim točkama kontaktora i mete mora biti konstantna.

Najjednostavniji način implementacije potencijalne kontaktne sile u 3D je diskretizacija diskretnog elementa proizvoljnog oblika u konačne elemente te se potencijal računa po elementu. Kako bi se smanjila kompleksnost problema, koristi se najjednostavnija geometrija konačnog elementa, a to je četveročvorni tetraedar. Da bi proračun kontaktne sile na ovaj način bio moguć, uvodi se pretpostavka potpune diskretizacije domene diskretnog elementa konačnim elementima, te pretpostavka da je maksimalni mogući proboj elementa funkcija veličine konačnog elementa.

Glavna motivacija ovakvoga pristupa je razvoj algoritma koji čuva energiju i količinu gibanja prilikom konačnih penetracija.

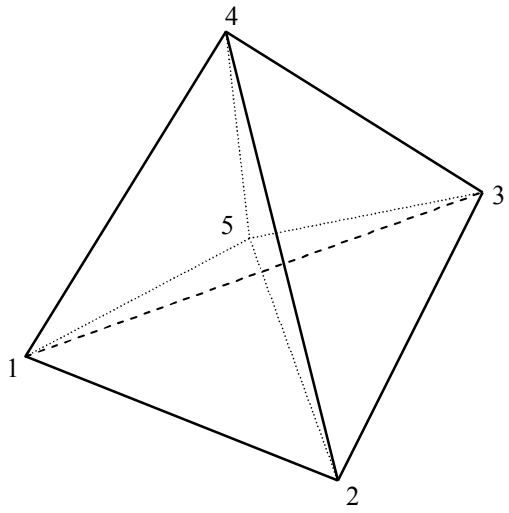
Prvi korak algoritma je određivanje težišta tetraedra prema

$$\mathbf{x}_5 = \begin{bmatrix} x_5 \\ y_5 \\ z_5 \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\left(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \mathbf{x}_3 + \mathbf{x}_4\right) \tag{4.89}$$

gdje su

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{bmatrix} \tag{4.90}$$

koordinate čvorova tetraedra.



Slika 4.13 Konfiguracija pod-tetraedara

Koordinate čvorova, u kombinaciji s težištem, definiraju četiri pod-tetraedra; 1-2-3-5, 2-4-3-5, 3-4-1-5, 4-2-1-5. (slika 4.13)

Za svaku točku *p* koja se nalazi u pod-tetraedru i-j-k-l potencijal φ je definiran

$$\varphi(\mathbf{p}) = k\left(\frac{V_{i-j-k-p}}{4V_{i-j-k-l}}\right) \tag{4.91}$$

gdje je *k penalt*y parametar, $V_{i\text{-}j\text{-}k\text{-}l}$ volumen ukupnog pod-tetraedra te $V_{i\text{-}j\text{-}k\text{-}p}$ je volumen pod-tetraedra definiran između tri čvora tetraedra i točke **p**.

Prodorom bilo kojeg elementarnog volumena d**V** kontraktora u metu rezultira infitezimalnom kontaktnom silom prema

$$d\mathbf{f} = -grad\phi_t\left(P_t\right)dV \tag{4.92}$$

gdje je d**f** infitezimalna sila uslijed preklapanja volumena d**V** opisanog točkama kontraktora P_c i točkama mete P_t.

S obzirom na to da su pojmovi kontraktor i meta međusobno zamjenjivi, vrijedi

$$d\mathbf{f} = grad\phi_c\left(P_c\right)dV \tag{4.93}$$

Ukupna infitezimalna kontaktna sila iznosi

$$d\mathbf{f} = \left[grad\phi_c\left(P_c\right) - grad\phi_t\left(P_t\right)\right] dV \tag{4.94}$$

Integracijom izraza (4.95). ukupna kontaktna sila iznosi

$$\mathbf{f} = \int_{V=\beta_t \cap \beta_c} \left[grad\varphi_c - grad\varphi_t \right] dV \tag{4.95}$$

koja se također može opisati preko površina preklopnog volumena

$$\mathbf{f} = \int_{S\beta_t \cap \beta_c} \mathbf{n}\left(\varphi_c - \varphi_t\right) dS \tag{4.96}$$

gdje je **n** normala na površinu preklapajućeg volumena.

Kako je svaki pojedinačni diskretni element diskretiziran konačnim elementima, tada ukupni potencijal svakog diskretnog elementa je suma potencijala konačnih elemenata. Vodeći se tom idejom, integracija preko preklapajućih volumena može biti zamijenjena sumacijom po konačnim elementima

$$\mathbf{f} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \int_{\beta_{c_i} \cap \beta_{t_j}} \left[grad\varphi_{c_i} - grad\varphi_{t_j} \right] dV \tag{4.97}$$

odnosno provođenjem integracije po plohama dobiva se finalni izraz za kontaktnu silu

$$\mathbf{f}_c = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \int_{S\beta_{t_i} \cap \beta_{c_j}} \mathbf{n}\left(\varphi_{c_i} - \varphi_{t_j}\right) dS \tag{4.98}$$

5. TERENSKI EKSPERIMENT

5.1. UVOD

Spoznaje o različitostima lokalnih vjetrova prikazane u drugom poglavlju ove disertacije upućuju na kompleksnost vjetroklime u priobalju Hrvatske. Kako bi se rasvijetlile različitosti između djelovanja na konstrukcije dvaju dominantnih lokalnih vjetrova, osmišljen je terenski eksperiment na lokaciji Bobani u zaleđu Splita. Iskustvo potrebno za provedbu ovog tipa eksperimenta proizašlo je iz niza terenskih mjerenja koji su se provodili u okviru znanstvenih projekata na Fakultetu građevinarstva, arhitekture i geodezije, Split: „Dinamičko opterećenje konstrukcija vjetrom“ i „Pouzdanost konstrukcija i procjena rizika uslijed ekstremnih djelovanja“, već spomenutih u drugom poglavlju. U sklopu eksperimenta provodi se višegodišnje snimanje i analiza vertikalnih profila strujanja vjetra. Iz analize zapisa dat će se detaljan opis strujanja vjetra koji će se potvrditi podacima s obližnje generalne meteorološke postaje Marjan u Splitu. Prilikom analize podataka kao teoretska podloga koristit će se saznanja iz trećeg poglavlja. Pored podataka o strujanju vjetra, prikupljaju se i podaci odgovora konstrukcije antenskog stupa, izloženog analiziranom vjetru. Podaci o ponašanju visoke rešetkaste konstrukcije daju bazu za izučavanje ponašanja takvog tipa konstrukcija izloženog vjetru te pouzdane podatke za verifikaciju numeričkog modela prezentiranog u šestom poglavlju.

Terenski se eksperiment provodi od 2007. godine do danas, s prekidima zbog održavanja. U ovom će se radu koristiti podaci iz razdoblja 2007.-2008. godine.

Ciljevi terenskog eksperimenta se mogu sažeti u nekoliko ključnih točaka:

- Izrada baze podataka o strujanju vjetra i odgovora konstrukcije

- Prikaz razlike između lokanih vjetrova bure i juga te usporedba s aktualnom normom koja definira djelovanje vjetra na konstrukcije
- Izrada modela opterećenja prema zapisima vjetrovnih profila
- Izučavanje odgovora konstrukcije na djelovanje vjetra
- Priprema setova iz baze podataka za verifikaciju numeričkog modela rešetke

5.2. DOSADAŠNJA ISTRAŽIVANJA

U Hrvatskoj je relativno malo istraživano djelovanje vjetra na konstrukcije. Peroš i suradnici u svojim radovima upućuju na nedostatnosti procjene djelovanja vjetra uslijed desetminutnog srednjaka vjetra te na potrebu uzimanja u obzir dinamičkih karakteristika bure ([131], [132], [133], [134], [135], [136], [140]). Ovu tezu potvrđuje i činjenica da je posljednjih godina na obalnom području Republike Hrvatske srušeno više antenskih i dalekovodnih stupova (slika 5.1) Istraživanja su provedena na više lokacija u priobalju Hrvatske od kojih su najznačajniji Maslenički most, lokacija na kojoj su zabilježeni najveći udari bure, te Dubrovački most. Na opisivanju ponašanja predmetnog antenskog stupa uslijed djelovanja vjetra objavljeno je više radova [14], [15], [16] i [48]. U radu [140] Peroš i suradnici daju analizu pomaka vrha stupa pomoću spektralne integracije kao mjeru funkcionalnosti uslijed djelovanja lokalnog vjetra bure i juga. U radovima [14], [15] i [16] se opisuje zamor konstrukcije uslijed djelovanja vjetra. U disertaciji [48] su predstavljene reducirane metode mjerenja konstrukcije uslijed djelovanja vjetra.

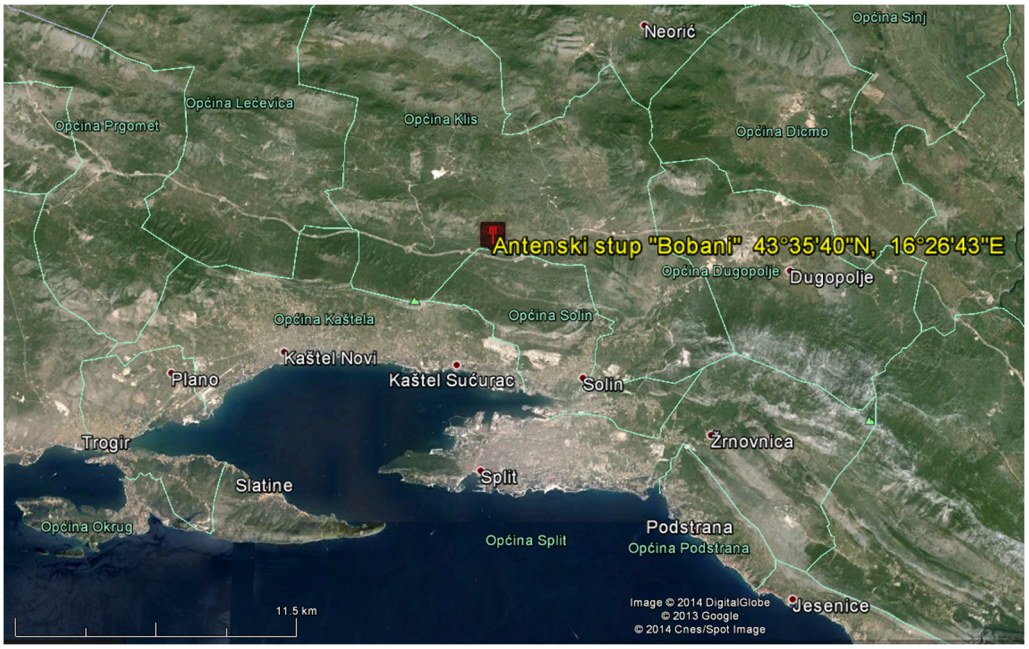
Slika 5.1 Srušeni antenski stup, Marune (južna padina Velebita, 2013)

U svijetu je vršena nekolicina istraživanja o djelovanju vjetra na vitke čelične konstrukcije. Glanville i Kwok [56] opisuju djelovanje vjetra na 67 m visok okvirni stup i 233 m visok rešetkasti stup. Provode terenski eksperiment koristeći optička mjerenja i mjerenja pomoću akcelerometara te uspoređuju izmjerene vrijednosti s empirijskim izrazima. U radu [15] daju usporedbu analitičkog izraza za odgovor na udar vjetra s terenskim eksperimentom. U članku [16] opisuju djelovanje vjetra na tadašnju najdulju prostornu rešetkastu konstrukciju koristeći se numeričkim modelom i fizikalnim modelom u zračnom tunelu.

5.3. OPIS TERENSKOG EKSPERIMENTA

5.3.1. Odabir lokacije i tipa konstrukcije

Terenski eksperiment provodi se na lokaciji „Bobani“ u općini Klis, u blizini Splita. Na iznajmljenom antenskome stupu postavljena je mjerna oprema te je uspostavljen terenski laboratorij u objektu uz stup. Stup je na geografskoj poziciji 43°35'40" S, 16°26'43" I te s bazom na visini 520 m.n.m (Slika 5.2). Predmetna lokacija je bila pogodna jer su u tijeku mjerenja bili zadovoljeni uvjeti koji garantiraju mikrometeorološku homogenost podataka. Uvjeti obuhvaćaju da je pozicija meteoroloških senzora konstantna, da u tijeku mjerenja nije došlo do drastičnije promjene okruženja senzora te da su podaci jednako osrednjavani i bilježeni.



Slika 5.2 Pozicija terenskog eksperimenta – Izvor crteža: Google Earth

Za smjer bure i juga, okoliš u blizini antenskog stupa sadrži nisko raspršeno raslinje i područje ima blagi nagib što po Davenportovoj klasifikaciji [19] odgovara hrapavosti terena od 0.1 m. Iz profilnih mjerenja brzine vjetra, prema logaritamskom zakonu promjene brzine po visini, dobivena je hrapavost koja iznosi 0.051 te je po Davenportu u suglasnosti sa subjektivnom procjenom.

Po klasfikaciji prema *Eurocode normi*, teren je brežuljkast, bez jedne izražene vertikalne prepreke u referentnom području pa koeficijent orografije iznosi 1. Po hrapavosti, teren se svrstava u kategoriju II.

Predmetni antenski stup je odabran iz više razloga od kojih su dva dominantna. Konstrukcije tipa predmetnog antenskog stupa su izrazito osjetljive na dinamičko djelovanje vjetra. U svijetu je dokumentirano više havarija prostornih rešetkastih stupova te nekolicina u Hrvatskoj. Također, uvjeti funkcionalnosti su izrazito strogi uslijed antenske ili druge opreme montirane na konstrukciju. Drugi uvjet je lokacija stupa. Premda smješten na lokaciji koja po globalnom zoniranju po osnovnoj brzini vjetra pripada zoni II (slika 2.11), stup se nalazi na izrazito izloženoj poziciji (slika 5.2) te su se iz iskustva očekivale velike brzine vjetra. Navedena pretpostavka je potvrđena analizom zapisa strujanja vjetra.

Kako bi se ispitalo ponašanje konstrukcija tipa predmetnoga stupa uslijed djelovanja vjetra, montiran je sustav za monitoring konstrukcije i sustav za profilna mjerenja strujanja vjetra. Zapisi snimljeni na terenu daju bazu za istraživanje ponašanja prostornih rešetkastih konstrukcija te će se koristiti za validaciju numeričkog modela.

5.3.2. Konstrukcija antenskoga stupa

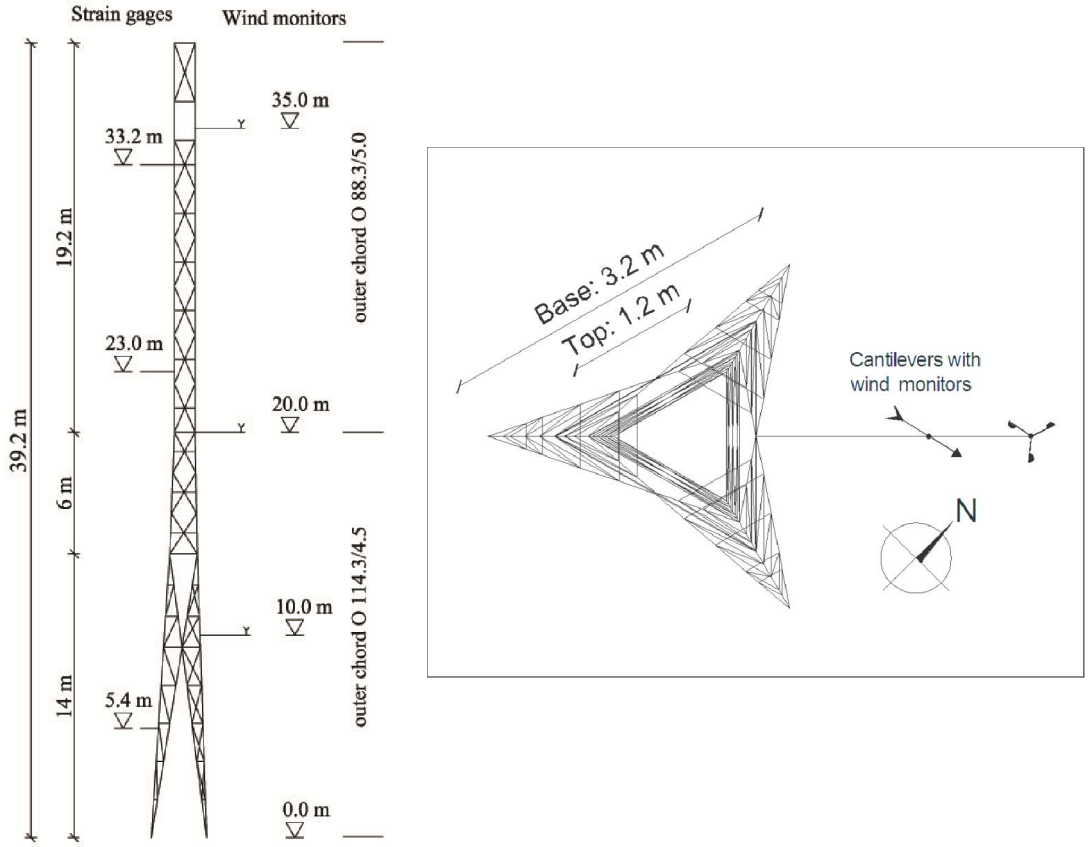
Antenski je stup izveden kao prostorna rešetkasta konstrukcija od čeličnih šupljih okruglih cijevi. Riječ je o tipskom stupu ACS44B koje koristi T-Mobile. Ukupni poprečni presjek je trokutasti s promjenjivom širinom. U bazi je razmak između pojasnica 3.2 m, a pri vrhu je širine 1.2 m. Ukupne visine je 39.2 m. Poprečni presjeci vanjskih pojasnica su 114.3/4.5 mm, te 88.3/5 unutrašnjih pojasnica uz tlo, a na višoj je razini poprečni presjek 88.3/5.0 mm. Ispune su dimenzija 48.3/3.2. Konstrukcija je izvedena u segmentima, s četiri karakteristična segmenta. Prvi su segment trokutaste rešetke promjenjivog ukupnog presjeka s vanjskom pojasnicom 114.3/4.5 mm i dvije unutarnje od 88.3/5 mm. Segmenti su visine 9.3m. Drugi se segment nastavlja na prvi, istih dimenzija pojasnica. Visina drugog segmenta iznosi 4.7 m. Treći je segment visine 6 m. Nakon trećeg segmenta, ide niz od 8 segmenata

visine 2.4 m. Unutar segmenata spojevi su zavareni, a spojevi između segmenata ostvareni su vijčanim vezama vijcima klase 10.9. Spoj stupa i temelja ostvaren je preko vijaka klase 5.6. Osnovni materijal konstrukcije je S355.

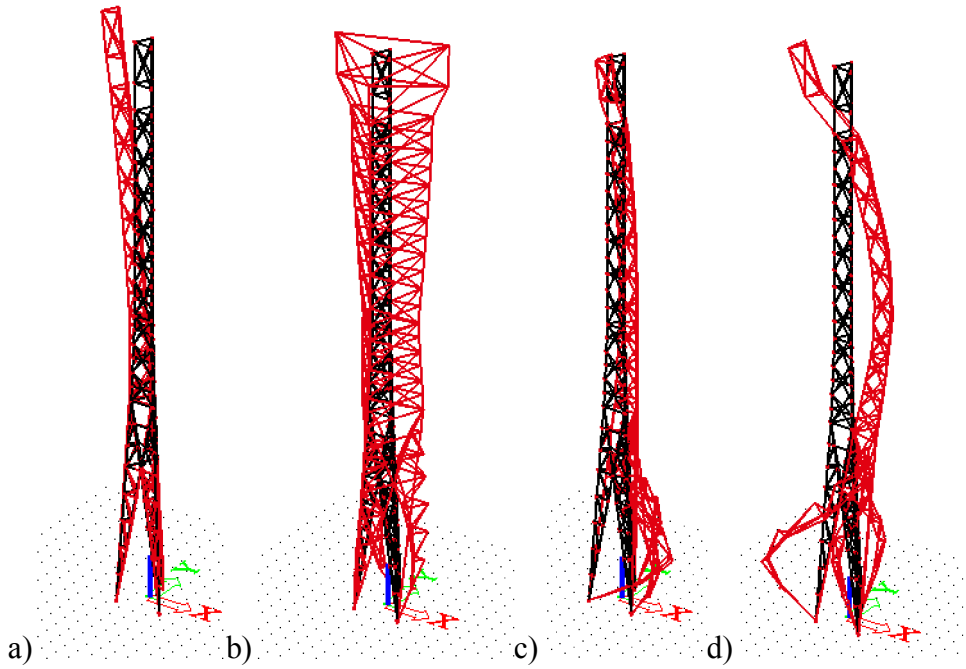
Slika 5.3 Fotografija antenskog stupa

Stup je orijentiran s jednom stopom prema sjeveru. Konzole s meteorološkom mjernom opremom su postavljene na sjeveroistočnu stranu.

Prema EC3 normi je obrađeno opterećenje vjetrom. Za potrebe proračuna opterećenja vjetrom, stup je podijeljen na četiri sekcije. Prvu sekciju čine prva dva izvedena segmenta, druga se sekcija poklapa s trećim segmentom, treća se sekcija sastoji od 6 segmenata četvrtog tipa te četvrta sekcija obuhvaća zadnja 2 segmenta četvrtog tipa s antenskim sklopom. Pored konstrukcije, u proračun su uključene površine telekomunikacijskih kabela 3 Ø 80 mm koji se protežu uzduž čitave visine stupa i antenskog panela na vrhu u 3 smjera, po 2 panela dimenzija 2.60 x 0.26 m. Odgovor konstrukcije je dobiven za statičko opterećenje i dinamičko opterećenje. Prema normi, dovoljan je bio statički proračun jer zadovoljava kriterij za primjenu takvog proračuna.



Slika 5.4 Skica antenskog stupa



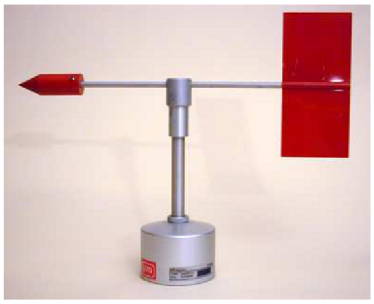
Slika 5.5 Vlastite frekvencije i modalni oblici a) 1. i 2. mod frekvencije 0.85 Hz, b) 3. mod frekvencije 2.96 Hz, c) 4. i 5. mod frekvencije 3.33 Hz te d) 6. i 7. mod frekvencije 3.44 Hz

Preliminarni dinamički proračun proveden je u softverskom paketu FEAT 2000 sa svrhom determiniranja vlastitih oblika i frekvencija. Iz oblika modova definirani su položaji senzora za mjerenje deformacija i akceleracija. Vlastite frekvencije i modovi konstrukcije prikazani su na slici 5.5.

5.3.3. Mjerni podsustav za opis pobude vjetrom

Mjerni sustav za mjerenje pobude vjetrom sastoji se od senzora za mjerenje brzine i smjera vjetra, atmosferskog tlaka, vlažnosti i temperature zraka. Vertikalni profil brzine i smjera vjetra mjeri se s tri osjetnika, raspoređena na visine 10, 20 i 35 m nad tlom. Osjetnici su anemometri s rotirajućim poluloptama za brzinu vjetra te 6-bitne digitalne vjetrulje za smjer vjetra. Podaci se prikupljaju sa sekundnom rezolucijom te snimaju na računalu *in-situ*. Karakteristike uređaja prikazane su u tablici 5.1.

Brzina vjetra



Smjer vjetra

Vlažnost i temperatura

Atmosferski tlak

Slika 5.6 Meteorološki mjerni uređaji

Tablica 5.1 Karakteristike uređaja

	Brzina vjetra	**Smjer vjetra**	**Temperatura**	**Vlažnost zraka**	**Atmosferski tlak**
Vrsta	umSP 2.2	umDR 2.2	HIGROCLIP S,C,S3,C3	HIGROCLIP S,C,S3,C3	Vaisala PTB 220
Osjetnik	Polulopte	Vjetrulja	PT100	ROTRONIC HYGROMER - C94	BAROCAP kapacitivni senzor
Točnost	0.2 m/s	5°	0.1°C	1%	0.1 hPa
Opseg mjerenja	0.2 … 75 m/s	0°…360°	-40°C…+85°C	0…100%	500…1100hPa
Uzorkovanje	1 s	2.3 s	0.7s	0.7s	1s
Radna temperatura	-40°C … +85°C	-40°C … +85°C	-40°C…+85°C	-40°C…+85°C	-40°C…+60°C

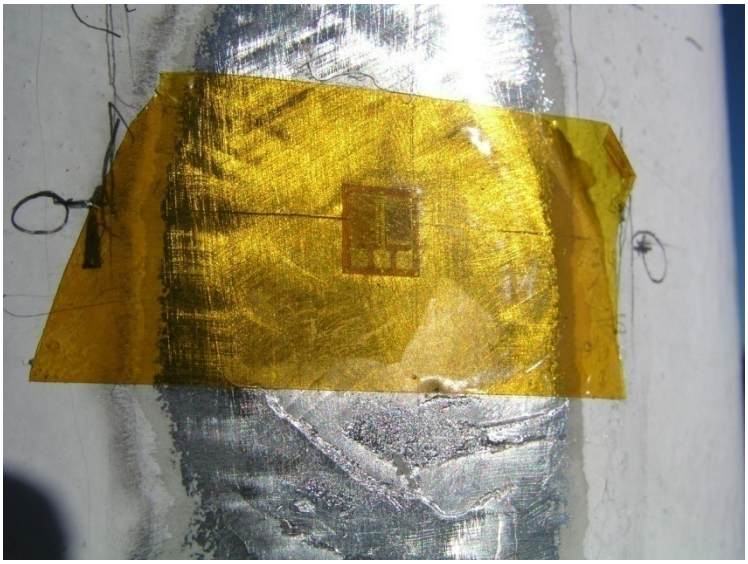
Terenski je laboratorij umrežen preko bežične GSM mreže. Putem mreže omogućeno je pregledavanje podataka i praćenje statusa sustava za snimanje.

Slika 5.7 Terenski laboratorij

5.3.4. Mjerni podsustav za mjerenje odgovora konstrukcije

Odgovor konstrukcije na pobudu vjetrom se registriraju kao akceleracije karakterističnih točaka i deformacije pojasnica. Mjerni je sustav sastavljen u suradnji s istraživačima s Fakulteta elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje u Splitu (prof.dr.sc. Barle) i Odjela za stručne studije (dr. Đukić). Korištene su mjerne trakice proizvođača *Vishay* Micro-*Measurement*, tipa N2A-06-S150R nominalnog otpora 1kΩ u obliku T rozete. Mjerene trakice spojene su u puni most. Senzori su konfigurirani da bilježe samo uzdužne deformacije elemenata. Frekvencija uzorkovanja je bila 33Hz. Položaj senzora definiran je pozicijom

maksimalnih pomaka za prva tri moda konstrukcije. Lokalno, senzori su odmaknuti od zavara 250 mm kako bi se promatrao utjecaj samo uzdužne sile. Na slici 5.4. su prikazane pozicije mjernih trakica.

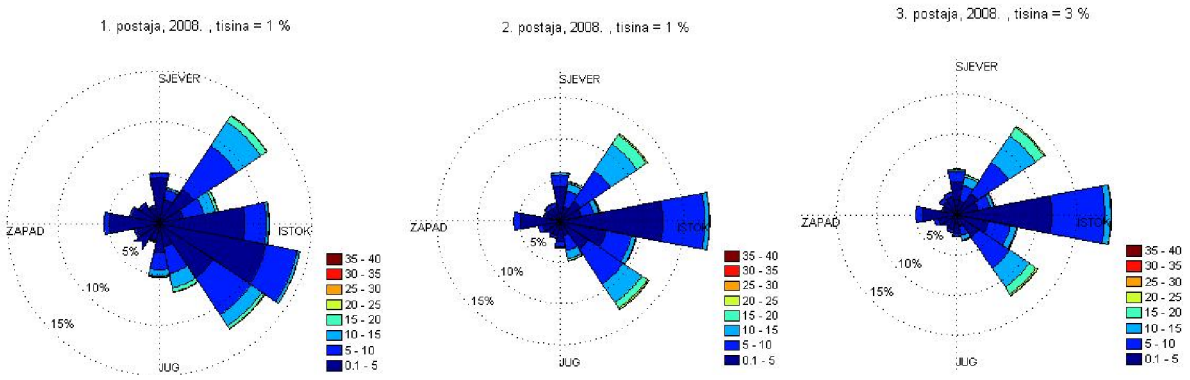


Slika 5.8 Mjerna trakica

Korišteni akcelerometri mjere akceleraciju u dva horizontalna smjera. Mjerni raspon akcelerometra je ±1.7 g. Akcelerometri su postavljeni na tri razine – na 10 m visine, 25 m i na vrh konstrukcije. Podaci s akcelerometara su uzorkovani s frekvencijom 33 Hz. Signali s mjernih trakica i akcelerometara su analogni. Digitalizacija signala provedena je pomoću NI USB DAQ PC kartice tipa 6255. Rezolucija digitalizacije je 16 bita.

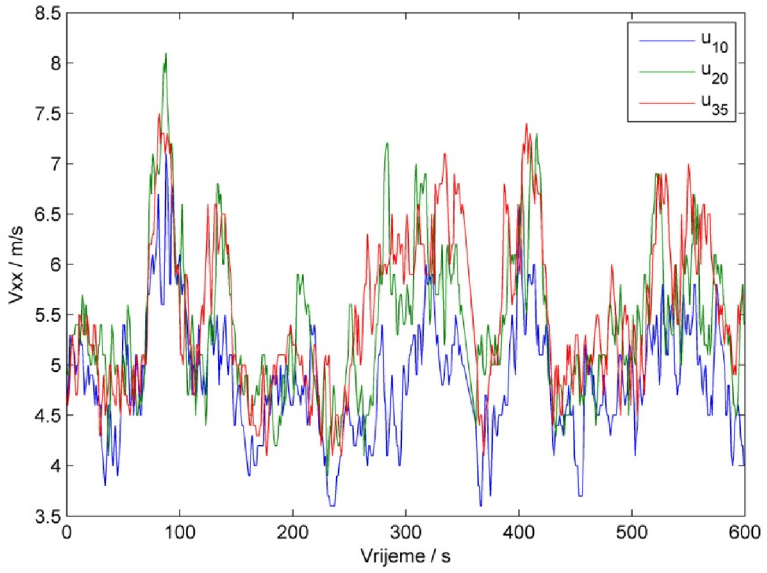
5.4. ANALIZA ZAPISA VJETRA

Globalni pregled strujanja vjetra na lokaciji „Bobani“ vidljiv je iz ruže vjetrova po postajama (slika 5.9). Može se primijetiti da su dominantni smjerovi strujanja vjetra sjeveroistočni, što odgovara lokalnom vjetru buri, te jugoistočni, što odgovara lokalnom vjetru jugu. Nadalje, vidljivo je da je jugo nešto učestaliji vjetar od bure, ali bura ima nešto veći intenzitet.



Slika 5.9 Ruže vjetrova po mjernim stanicama

Analiza strujanja vjetra provodila se na nizu sekundnih zapisa, od kojih svaki traje deset minuta. U svakom je nizu profilni zapis (Slika 5.10.). Kriterij za izdvajanje niza iz skupa svih sekundnih zapisa je konstantni smjer u trajanju niza, izmjeren na visini 10 m, te međusobno nepreklapanje uzastopnih nizova. Nizovi su se grupirali prema smjeru na grupu jugo i grupu bura. Grupa bura ima 1248 nizova, a grupa jugo ima 1053 niza. Za svaki niz izračunata je srednja vrijednost, fluktuirajuća komponenta vjetra, standardna devijacija, intenzitet turbulencije, faktor mahovitosti te spektar snage vjetra. Grupe su dalje podijeljene po srednjoj brzini izmjerenoj na razini 10 m. Granice podgrupa su 2,4,6,8,10,12,14,16,18 i 20 m/s.



Slika 5.10 Primjer jednog niza podataka

Srednja brzina vjetra je osrednjeni 10-minutni zapis sekundnih vrijednosti. Vertikalni profil srednje brzine vjetra dobiva se iz odnosa brzina zapisa po visini. Inženjerski praktičan pristup je preko logaritamskog zakona koji glasi

$$U_h = U_{10}\left(\frac{h}{10}\right)^{\alpha} \tag{5.1}$$

gdje je v_h srednja brzina vjetra na visini h, a α je koeficijent promjene brzine po visini. Iz zapisa srednjih brzina, koristeći metodu minimuma kvadratne razlike, moguće je definirati α prema sljedećem izrazu

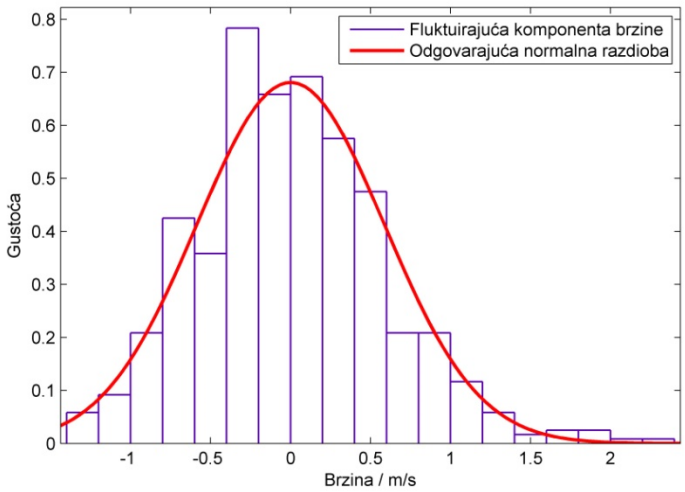
$$\alpha = \frac{\sum_i \left[\log\left(\frac{U_i}{U_{10}}\right)\cdot\log\left(\frac{h_i}{h_{10}}\right)\right]}{\sum_i \left[\log\left(\frac{h_i}{h_{10}}\right)\right]^2} \tag{5.2}$$

Grupirajući i osrednjavajući podatke po smjerovima vjetra, dobivaju se koeficijenti α za svaki smjer. Koeficijenti prikazani u tablici 5.2. daju prvi uvid u **različitost ponašanja lokalnih vjetrova bure i juga.**

Tablica 5.2 Koeficijent α s obzirom na smjer vjetra

smjer	α
N	0.102
NNE	0.071
NE	0.062
ENE	0.083
E	0.054
ESE	0.105
SE	0.143
SSE	0.218
S	0.264
SSW	0.243
SW	0.185
WSW	0.117
W	0.095
WNW	0.109
NW	0.075
NNW	0.084
SVI	0.107

Fluktuirajuća komponenta brzine vjetra dobivena je Reynoldsovom dekompozicjiom, oduzimanjem srednje vrijednosti od sekundnih zapisa brzine vjetra. Fluktuirajuće se komponente dobro opisuju normalnom razdiobom (slika 5.11) što je provjereno standardnim statističkim testovima te je u suglasnosti s teoretskim postavkama opisanim u trećem poglavlju.

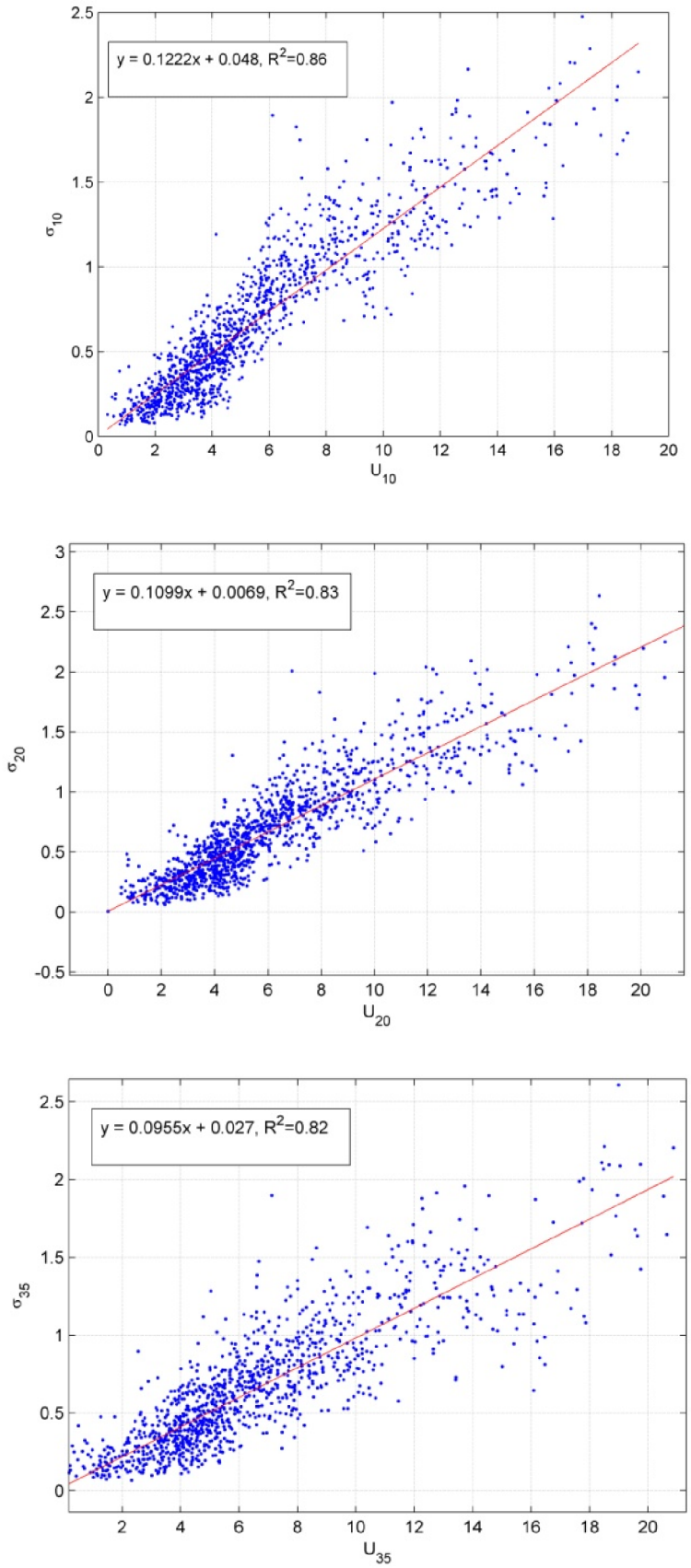


Slika 5.11 Histogram fluktuirajuće komponente i pripadajuća normalna razdioba

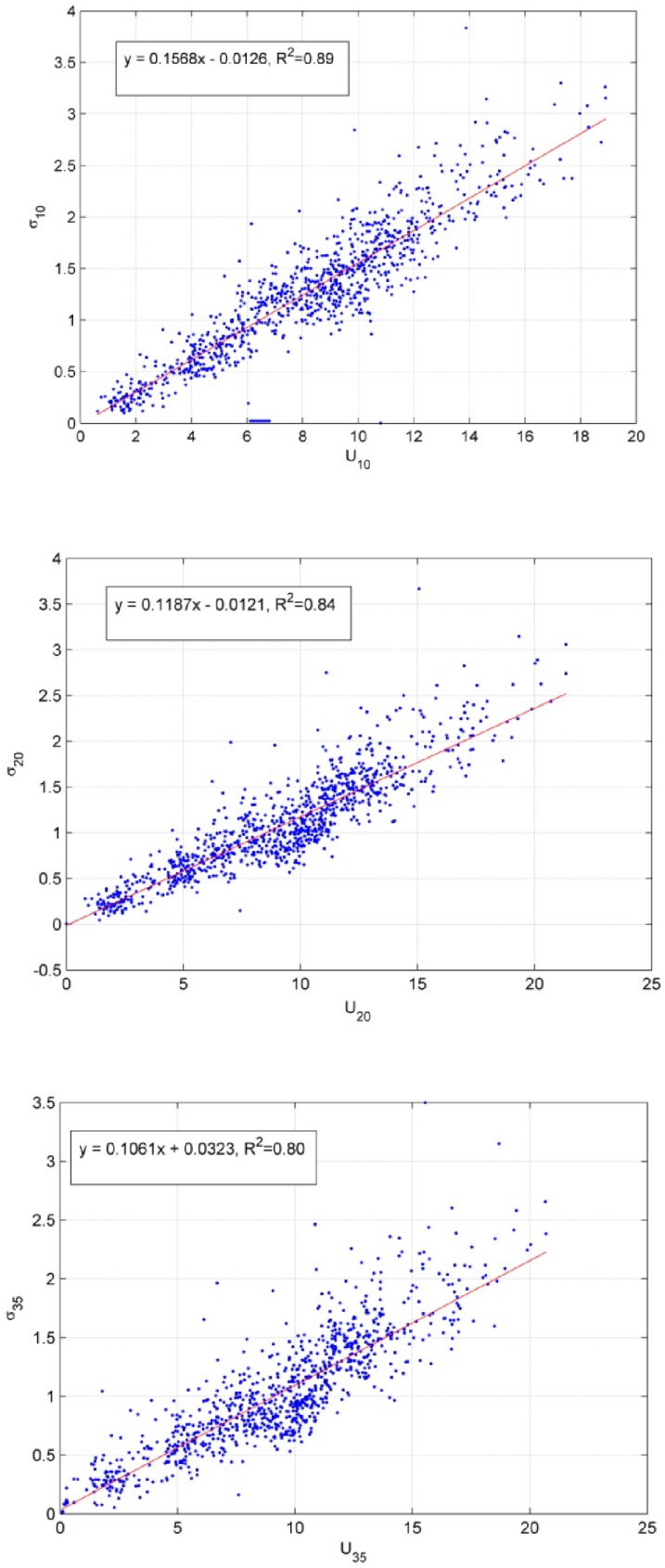
Srednja vrijednost fluktuirajuće komponente je nula te jedini parametar koji je potreban za opisivanje razdiobe je standardna devijacija. Veza između srednje brzine i standardne devijacije je intenzitet turbulencije. Intenzitet turbulencije je standardna mjera mahovitosti vjetra i definira se kao

$$Iv = \frac{\sigma}{V_{10}} \tag{5.3}$$

gdje je σ standardna devijacija brzine vjetra, a V_{10} je srednja brzina vjetra, osrednjena na 10-minutni interval. Za podatke o srednjoj brzini i standardnoj devijaciji izračunat je regresijski pravac na osnovu kojeg je dobiven intenzitet turbulencije.



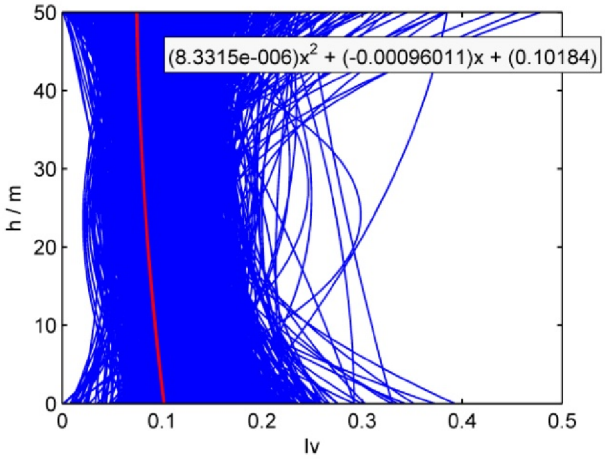
Slika 5.12 a) Korelacija srednje brzine i standardne devijacije za jugo



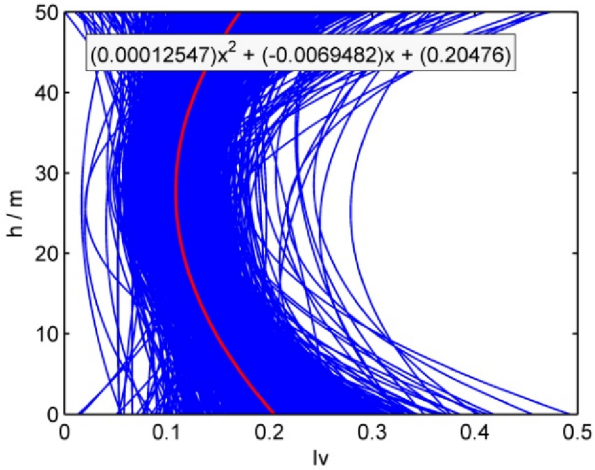
Slika 5.12 b) Korelacija srednje brzine i standardne devijacije za buru

Nagib regresijskog pravca je jednak intenzitetu turbulencije. Usporedbom intenziteta turbulencije za buru i jugo vidljivo je da bura ima veći intenzitet za sve navedene visine. To se slaže s dosadašnjim istraživanjima u kojima se ističe veća mahovitost bure u odnosu na jugo. Po visini intenzitet turbulencije može se opisati funkcionalno polinomom drugog reda. Koeficijenti polinoma dobiveni su prilagođavanjem polinoma podacima (*curve fitting*).

a)



b)

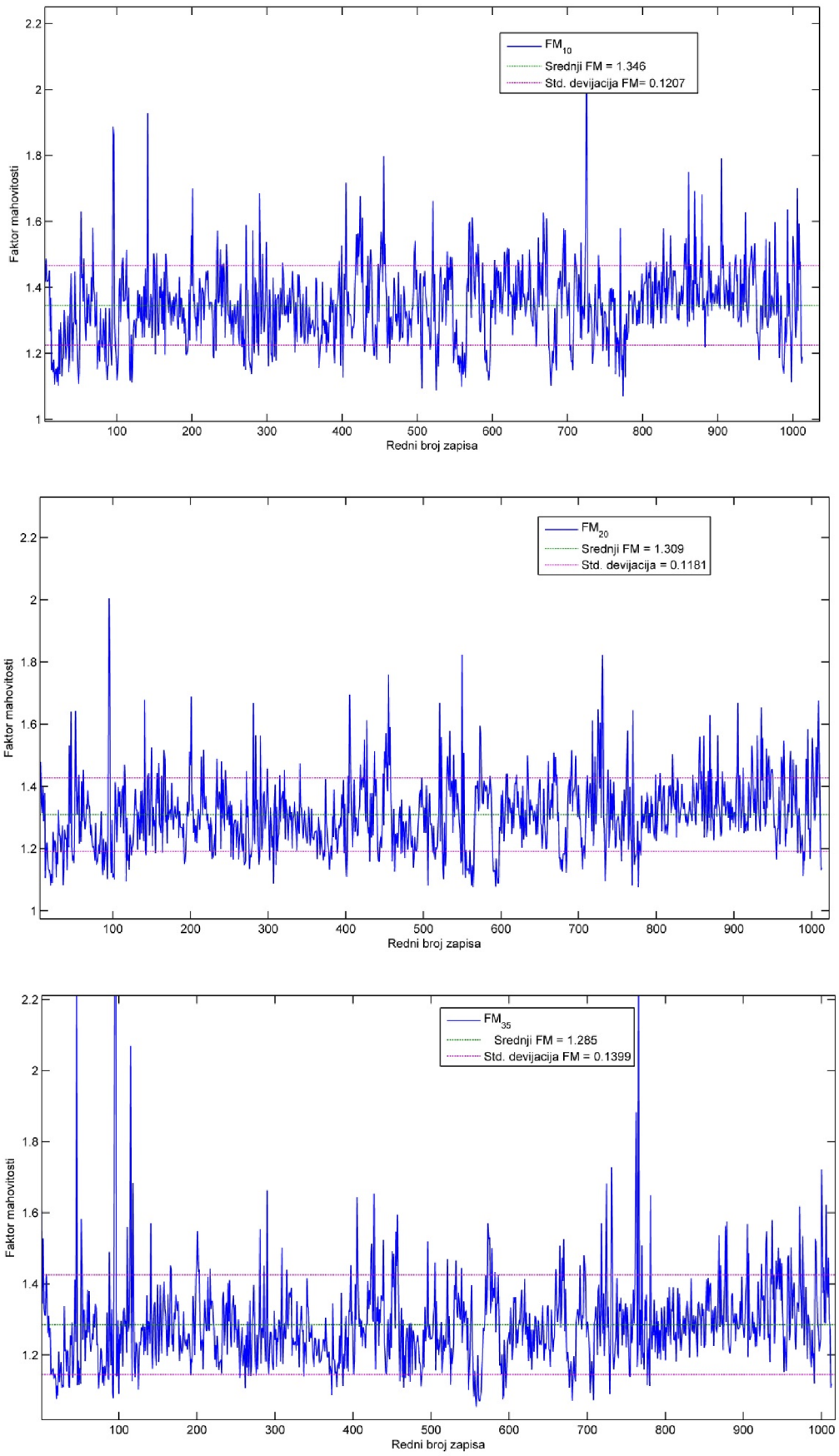


Slika 5.13 Promjena intenziteta turbulencije po visini a) za jugo, b) za buru

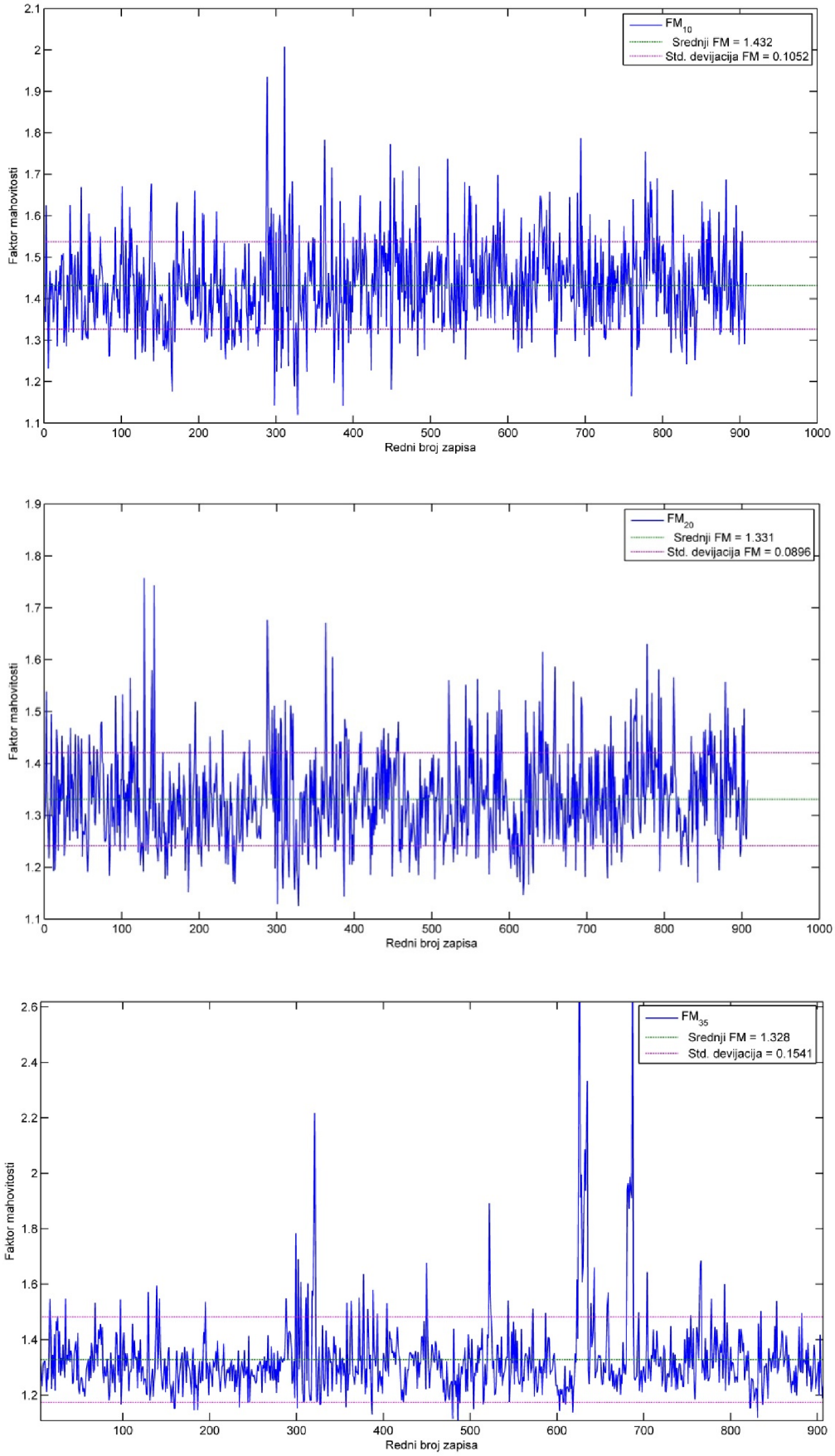
Na slici 5.13. prikazani su rezultati prilagodbe polinoma podacima. Osrednjene vrijednosti prikazane su kao crvene linije te su pripadajući analitički izrazi dopisani uz njih.

Pored intenziteta turbulencija, još jedna mjera mahovitosti vjetra je faktor udara vjetra koji je opisan kao omjer najveće sekundne brzine vjetra i srednje 10-minutne brzine vjetra.

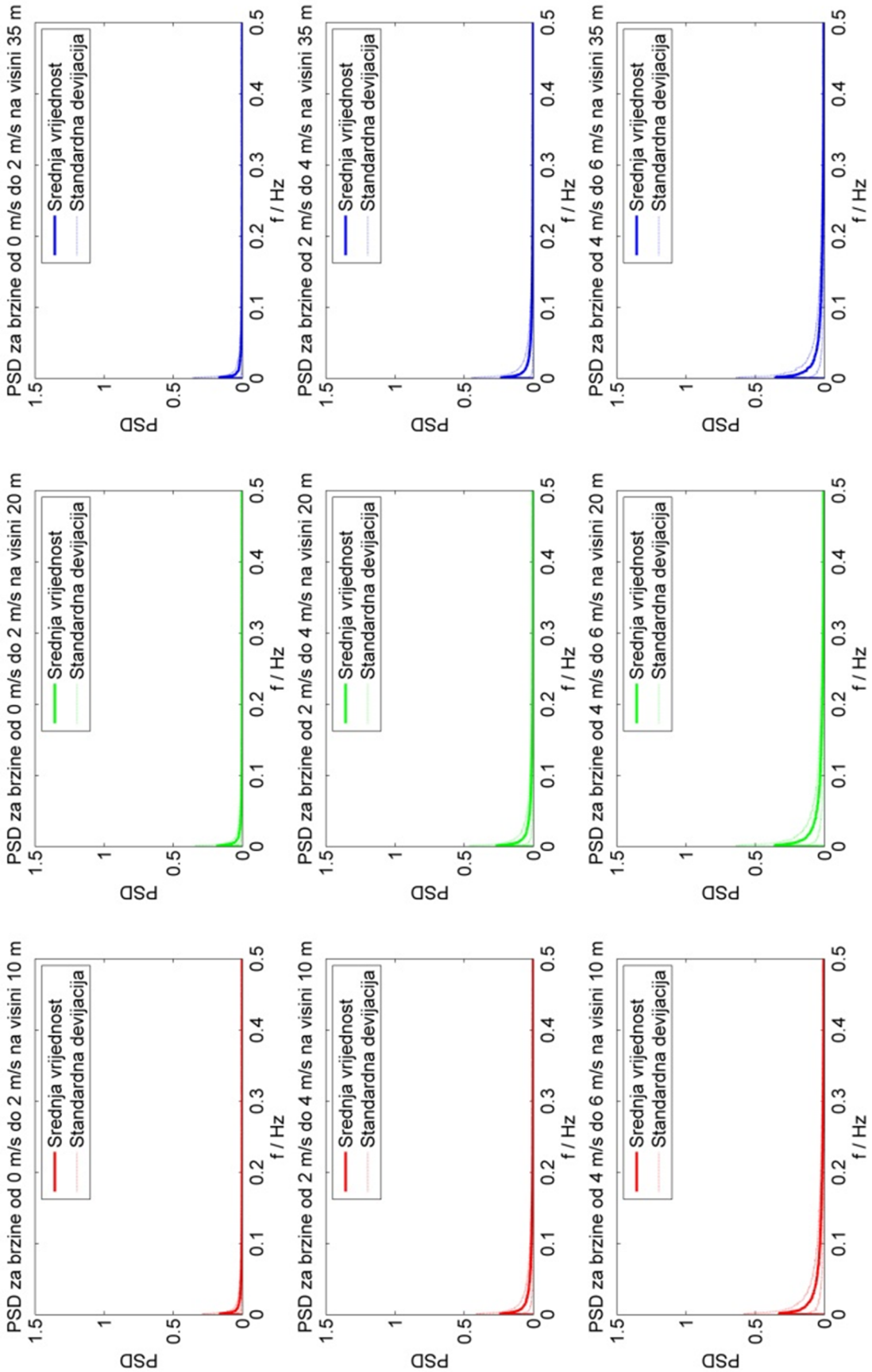
$$FM = \frac{V_{xx}}{V_{10}} \tag{5.4}$$



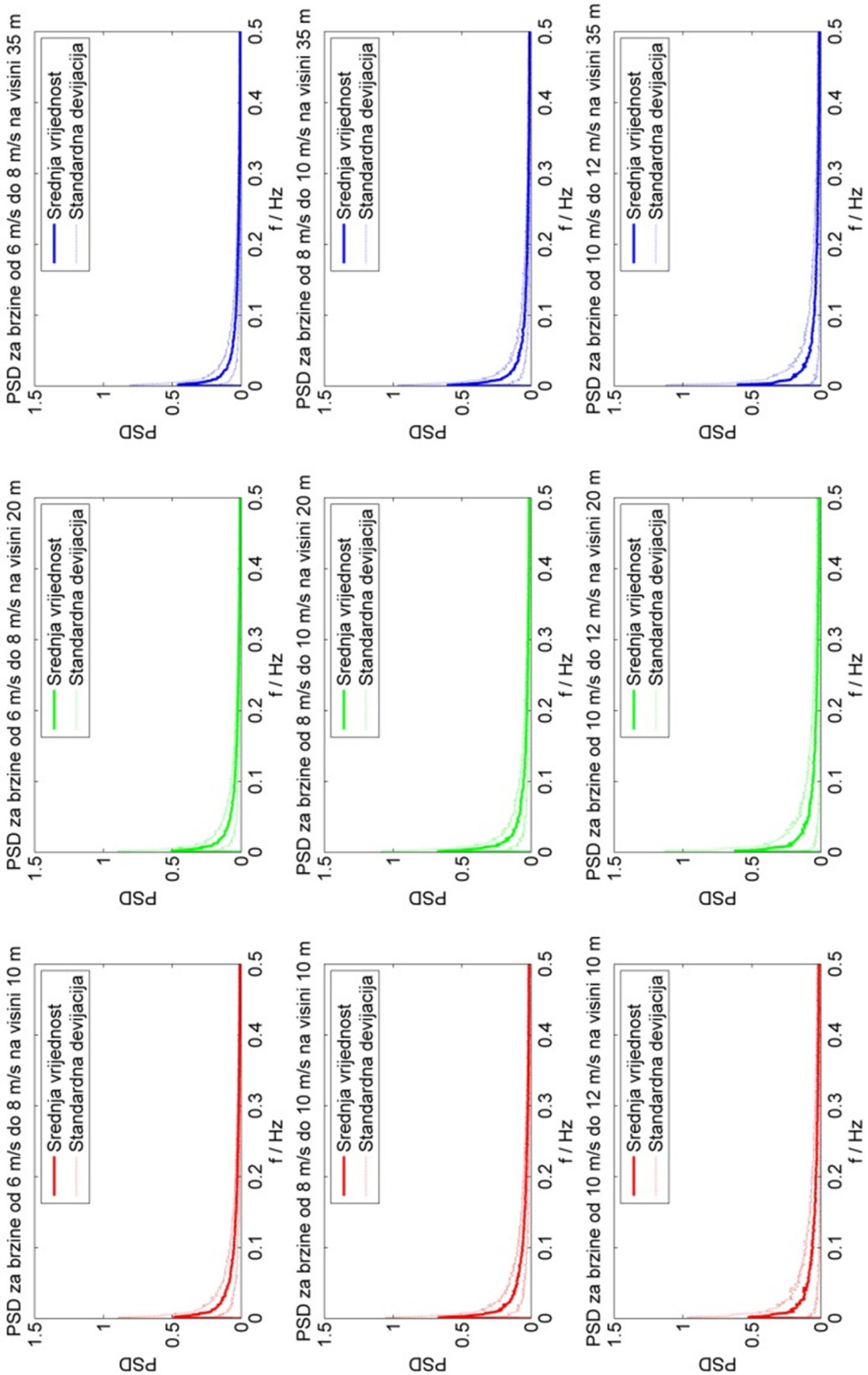
Slika 5.14 a) Faktor mahovitosti za jugo



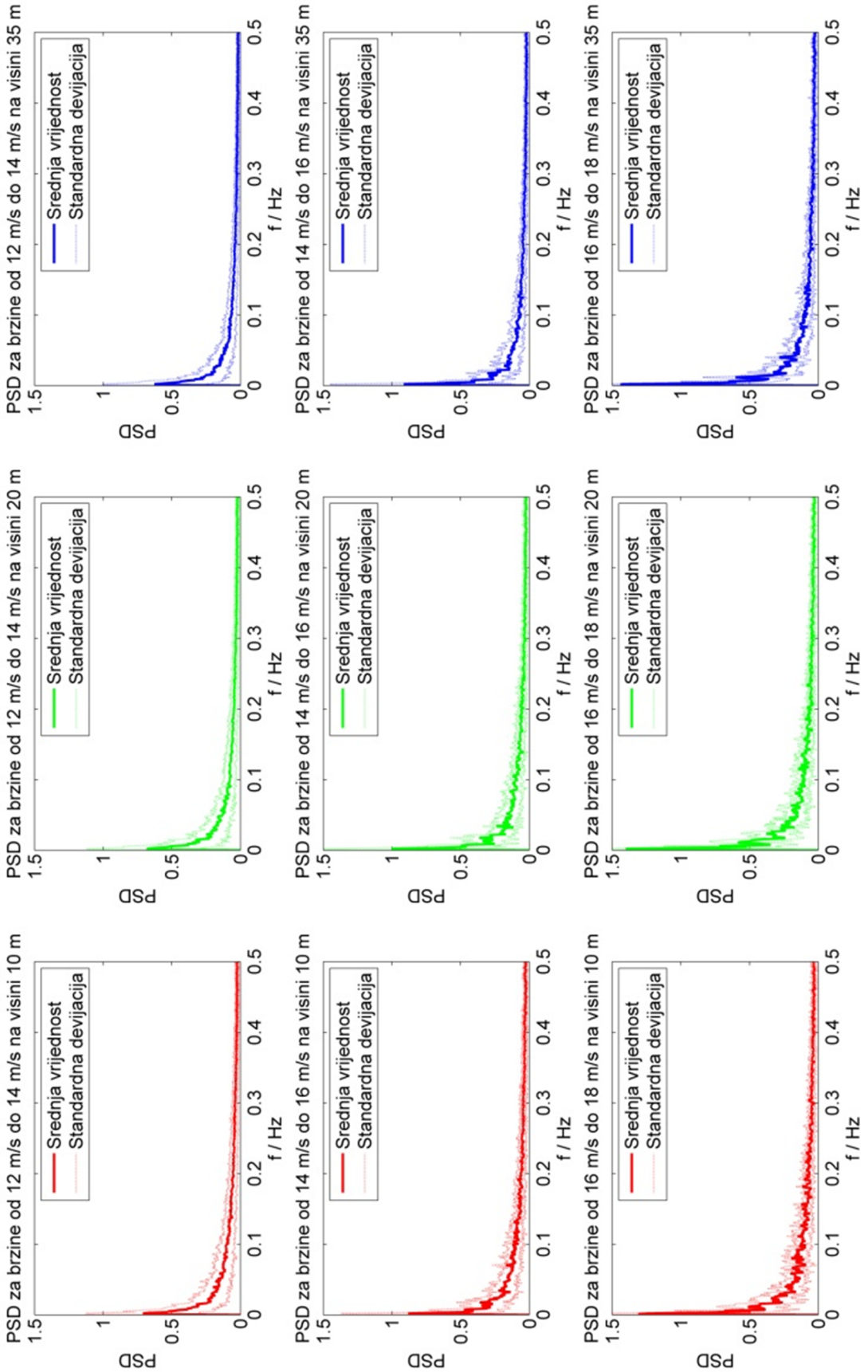
Slika 5.14 b) Faktor mahovitosti za buru



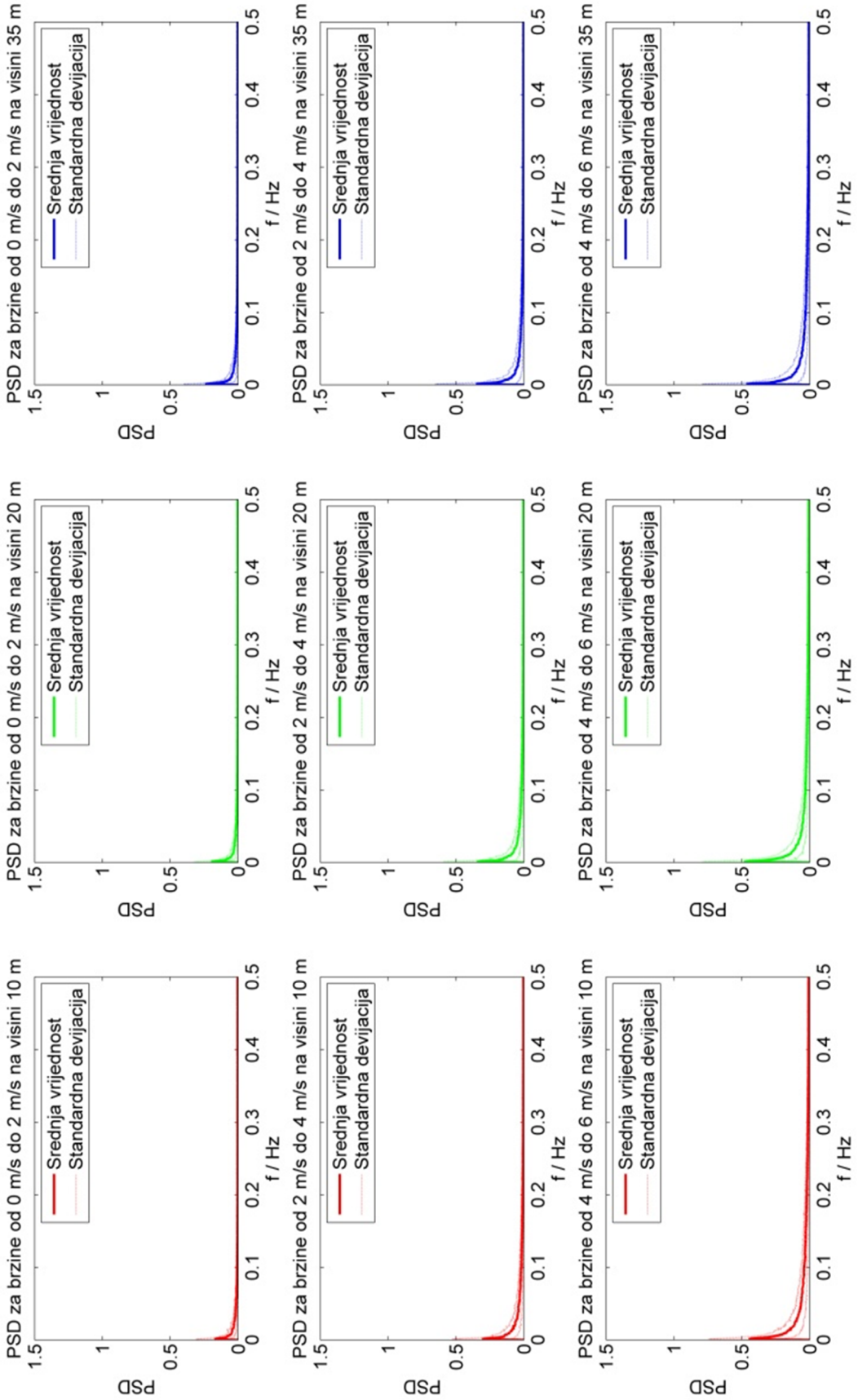
Slika 5.15 Spektri brzina juga za srednje brzine od 0 do 6 m/s



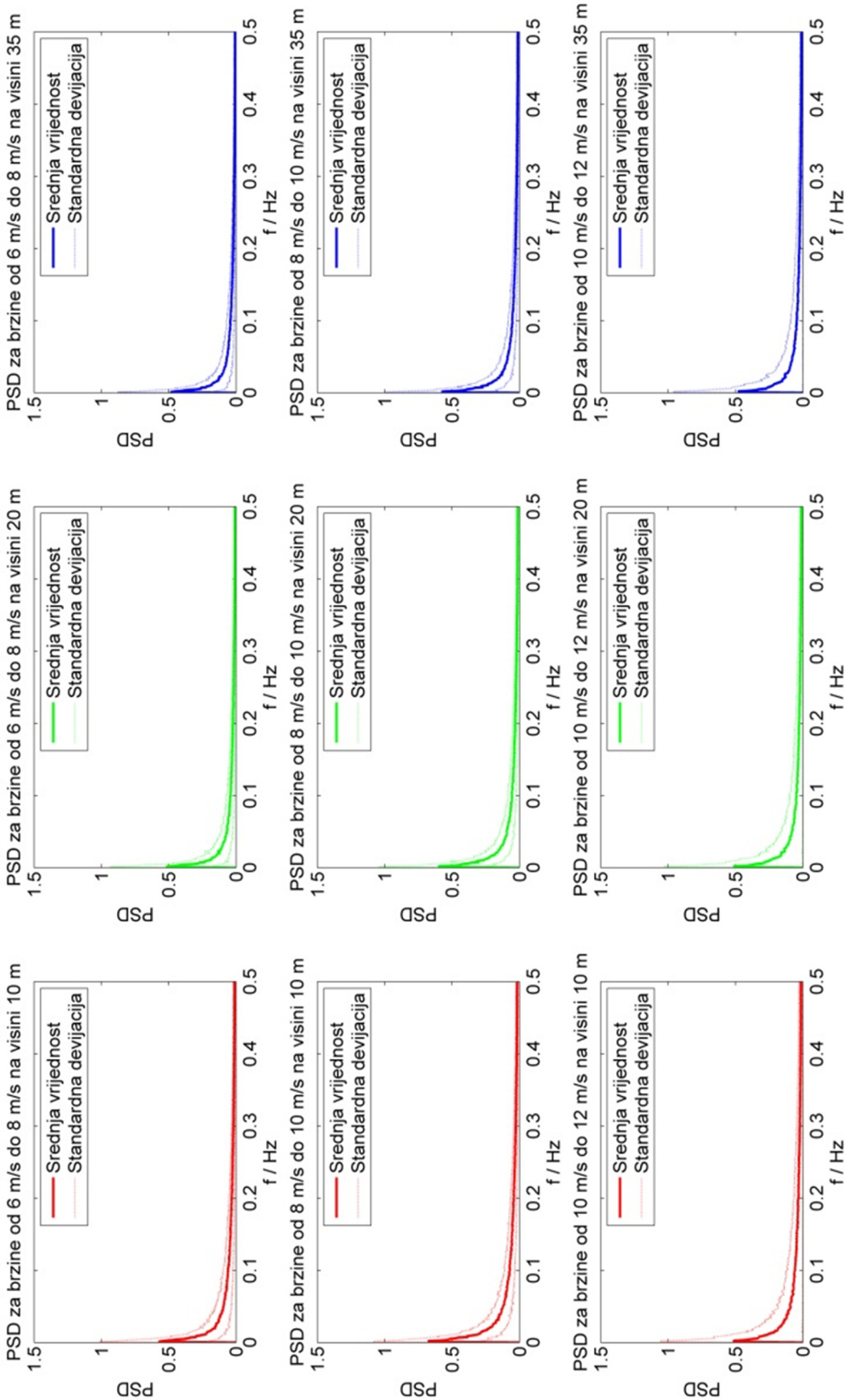
Slika 5.16 Spektri brzina juga za srednje brzine od 6 do 12 m/s



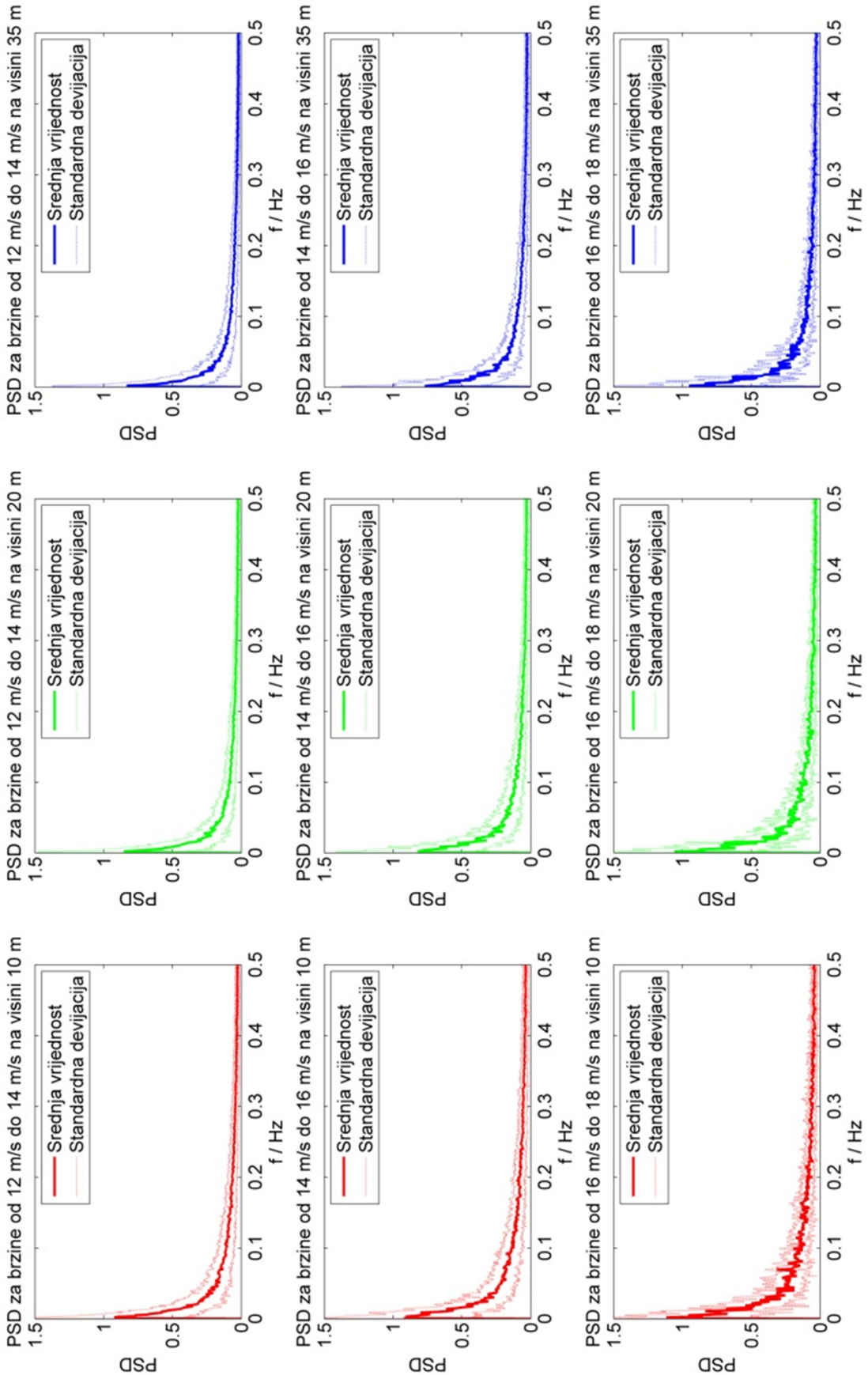
Slika 5.17 Spektri brzina juga za srednje brzine od 12 do 18 m/s



Slika 5.18 Spektri brzina bure za srednje brzine od 0 do 6 m/s



Slika 5.19 Spektri brzina bure za srednje brzine od 6 do 12 m/s



Slika 5.20 Spektri brzina bure za srednje brzine od 12 do18 m/s

Spektri prikazani na slikama 5.15 do 5.20 daju uvid u **raspodjelu energije po frekvencijama fluktuirajuće komponente za lokalne vjetrove buru i jugo, grupirano po brzinama čime se upotpunjuje slika o dinamičkom djelovanju vjetra na konstrukciju.**

5.5. UTJECAJ ATMOSFERSKIH PARAMETARA

Pored brzine vjetra, koji je najutjecajniji faktor za određivanje utjecaja na konstrukciju, drugi atmosferski parametar je gustoća zraka. Gustoća zraka je funkcija atmosferskog tlaka, temperature i vlažnosti zraka. Koristeći jednadžbu idealnog plina, gustoća suhog zraka se može iskazati kao

$$\rho_d = \frac{p}{R_d T} \tag{5.5}$$

gdje je ρ_d gustoća zraka, p apsolutni tlak, R_d konstanta plina za suhi zrak koja iznosi 287.058 $Jkg^{-1}K^{-1}$. Za vlažni zrak gustoća se računa kao gustoća mješavine dvaju plinova: suhog zraka i vodene pare. Gustoća vlažnog zraka se tada iskazuje kao

$$\rho_a = \frac{p_d}{R_d T} + \frac{p_v}{R_v T} \tag{5.6}$$

gdje je p_d parcijalni tlak suhog zraka, p_v parcijalni tlak vodene pare, R_v konstanta plina za vodenu paru 461.495 $Jkg^{-1}K^{-1}$. Parcijalni tlak vodene pare se računa iz tlaka zasićenja vodene pare i relativne vlažnosti zraka.

$$p_v = \phi p_{sat} \tag{5.7}$$

gdje je ϕ relativna vlažnost, p_{sat} je tlak zasićenja vodene pare dan u ovisnosti o temperaturi

$$p_{sat} = 610.78 \cdot 10^{\frac{7.5T - 2048.625}{T - 35.85}} \tag{5.8}$$

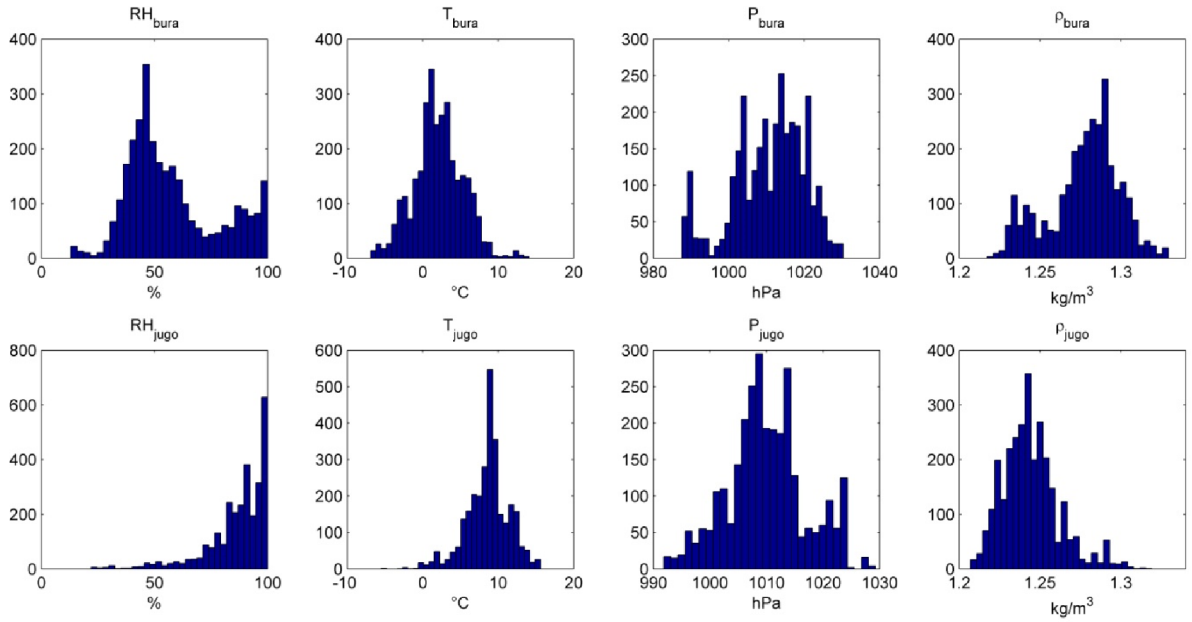
Parcijalni tlak suhog zraka je razlika atmosferskog tlaka i parcijalnog tlaka vodene pare

$$p_d = p - p_v \tag{5.9}$$

U situacijama bez mjerenja atmosferskih parametara za gustoću zraka uzima se 1.25 kgm^{-3}.

U okviru terenskog eksperimenta provedeno je i kontinuirano mjerenje atmosferskog tlaka, vlažnosti zraka i relativne vlažnosti kako bi se usporedila gustoća zraka u režimu bure i juga. Bilo je očekivano da za vrijeme juga, koje je povezano s niskim atmosferskim tlakom i povećanom vlažnosti zraka, gustoća zraka bude niža. Na slici 5.21. prikazani su histogrami

atmosferskih parametara za buru i jugo. Prikazani se podaci odnose na zimski period kada su razlike najveće.



Slika 5.21 Razdioba atmosferskih parametara za buru i jugo

Prosječna vrijednost gustoće zraka za buru iznosi 1.28 kg/m^3 dok za jugo iznosi 1.24 kg/m^3. Iako je razlika između navedenih vrijednosti svega 3%, bitna je za spomenuti jer se njen utjecaj provlači kroz ukupan proračun opterećenja na konstrukcije od vjetra. **Nadalje, prosječna vrijednost gustoće zraka za vrijeme bure premašuje prosječnu vrijednost od 1.25 kg/m^3 u 85% izmjerenih vrijednosti, a jugo premašuje tu vrijednost 32%.**

5.6. REPREZENTATIVNOST PODATAKA O STRUJANJU VJETRA

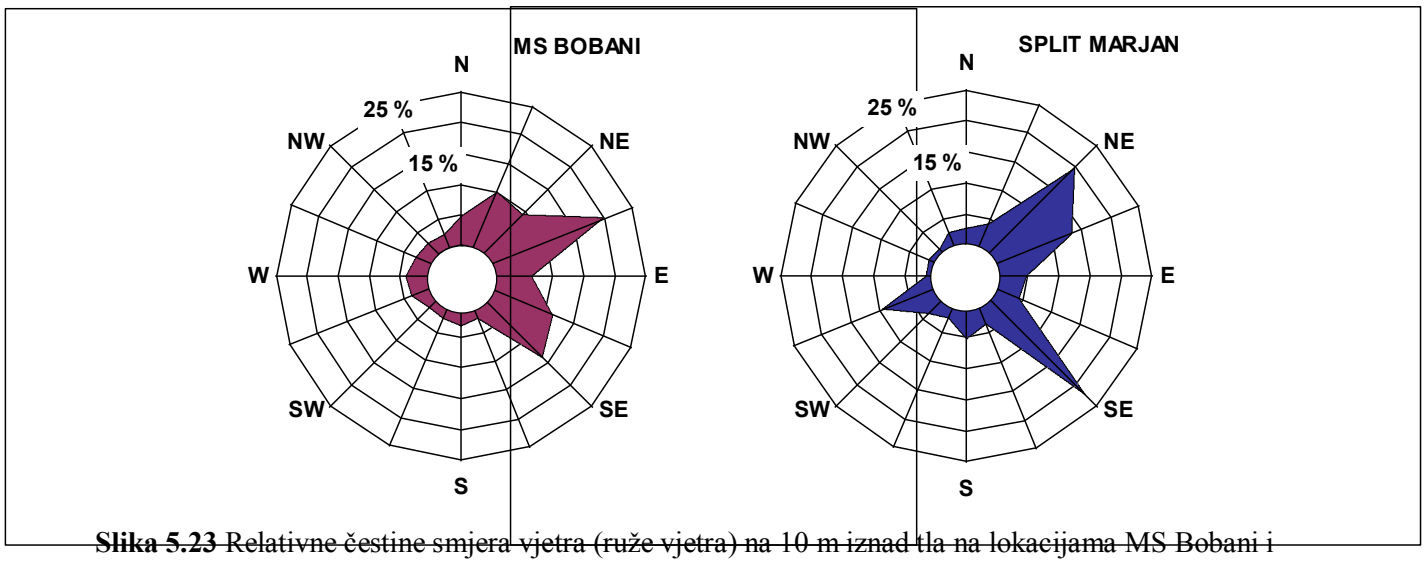
Kako bi se opisali klimatski trendovi na predmetnoj lokaciji, a i time maksimalne očekivane brzine strujanja, potrebno je analizirati višegodišnje zapise strujanja vjetra. Svjetska meteorološka organizacija preporučuje analizu zapisa u posljednjih 30 godina. Na predmetnoj lokaciji zapisi su značajno kraći te je potrebno osloniti se na podatke s obližnje meteorološke postaje.

Generalna meteorološka postaja „Marjan“ u Splitu je najbliža meteorološka postaja predmetnoj lokaciji koja ima višegodišnje zapise (slika 5.22). Blizina postaje nije dovoljan uvjet klimatske koreliranosti te je potrebno provesti analizu korelacije brzina. Nadalje, usporedbom zapisa potvrđuje se i njihova kvaliteta na lokaciji.

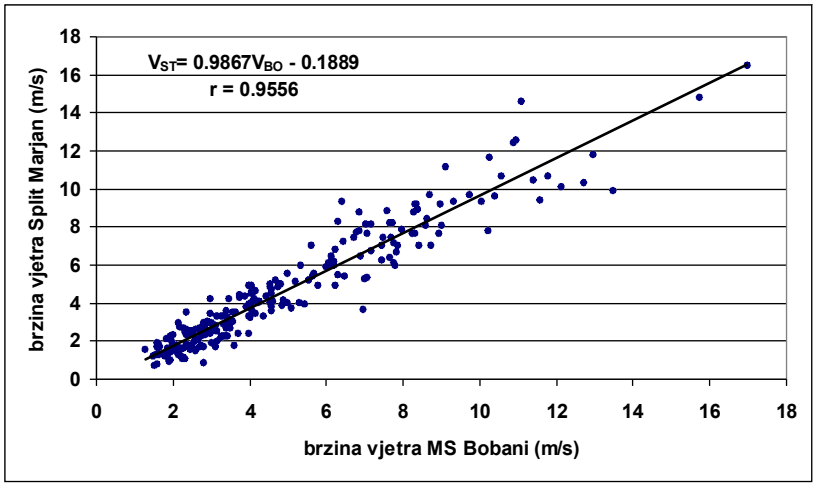
Ruža vjetrova na obje lokacije, za razdoblje s podacima mjerenja na lokaciji MS Bobani (slika 5.23), pokazuje da se radi o istom klimatskom području na kojem prevladavaju bura (NNE-ENE) i jugo (ESE-SE).

Paralelnost hodova srednjih dnevnih brzina vjetra također potvrđuje da se radi o istom klimatskom području, a koeficijent korelacije od 0.9556 ukazuje na to da su brzine vjetra na te dvije lokacije statistički signifikantno korelirane (slika 5.24). To nam dopušta da podatke mjerenja smjera i brzine vjetra na GMP Split, Marjan, s kojima raspolažemo u višegodišnjem razdoblju, koristimo za ekstrapolaciju kratkog niza mjerenja na MS Bobani za višegodišnje razdoblje. Na taj ćemo način dobiti klimatski reprezentativnu sliku strujanja na lokaciji MS Bobani .

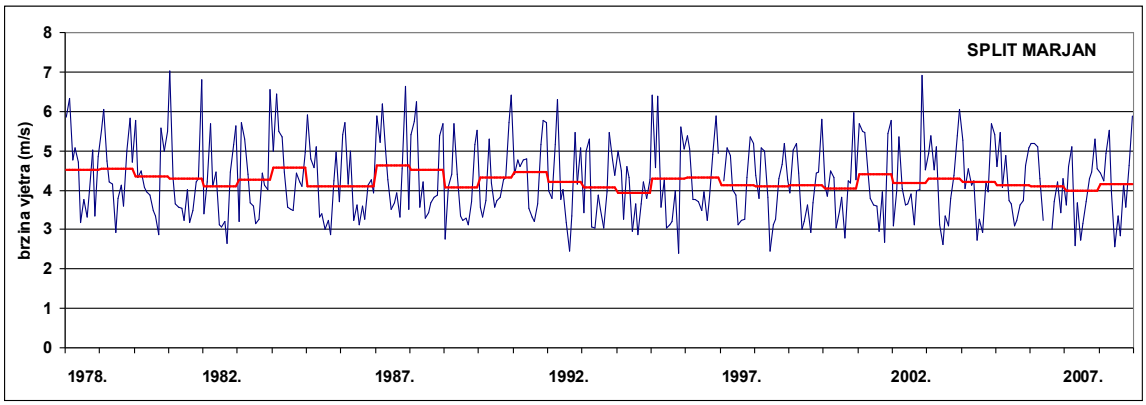
Slika 5.22 Položaj meteorološke postaje Split Marjan i mjernog stupa Bobani.



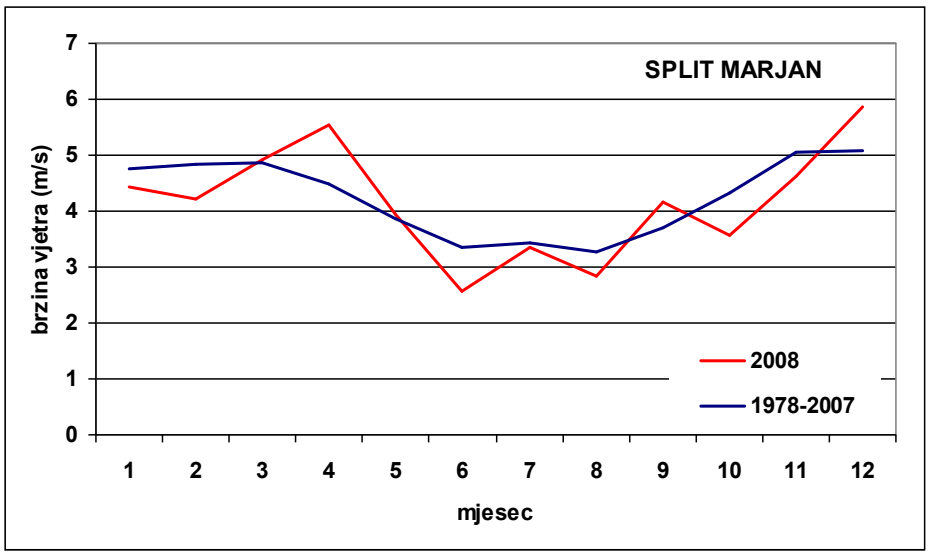
Slika 5.23 Relativne čestine smjera vjetra (ruže vjetra) na 10 m iznad tla na lokacijama MS Bobani i GMP Split Marjan u razdoblju s podacima mjerenja na MS Bobani (20. 12. 2007. – 18. 12. 2008.)



Slika 5.24 Odnos brzine vjetra na 10 m iznad tla na MS Bobani (VBO) i GMP Split Marjan (VST) u razdoblju 20.12.2007. – 18.12. 2008.



Slika 5.25 Srednje mjesečne (plava linija) i godišnje (crvena linija) brzine vjetra na GMP Split Marjan u razdoblju 1978. - 2008. godine.



Slika 5.26 Godišnji hod srednjih mjesečnih brzina vjetra na GMP Split Marjan za 2008. godinu i za razdoblje 1978. - 2007. godine.

Tridesetgodišnji (1978. – 2007.) niz srednjih mjesečnih i godišnjih brzina vjetra na GMP Split Marjan, prikazan na slici 5.25., pokazuje da brzina vjetra ima najveće vrijednosti u zimskim mjesecima što je posljedica česte, vrlo jake bure.

U navedenom se razdoblju srednje godišnje vrijednosti brzine vjetra kreću od 3.91 m/s 1994. godine do 4.63 m/s 1988. godine. Srednja brzina vjetra na GMP Split Marjan u 2008. godini iznosila je 4.17 m/s što je nešto manje od 30-godišnjeg prosjeka (4.25 m/s).

Gledajući po mjesecima (slika 5.26), travanj i prosinac 2008. godine su bili značajno vjetrovitiji od višegodišnjeg prosjeka (razlika u srednjoj brzini > 0.7 m/s), dok su veljača, lipanj i listopad bili znatno manje vjetroviti (tablica 5.3).

Budući da je brzina vjetra na GMP Split Marjan signifikantno korelirana s brzinom vjetra na MS Bobani, odnos mjesečnih srednjaka brzine vjetra, dobiven za Split Marjan iz višegodišnjeg prosjeka iz 2008. godine, može se smatrati važećim i za lokaciju MS Bobani.

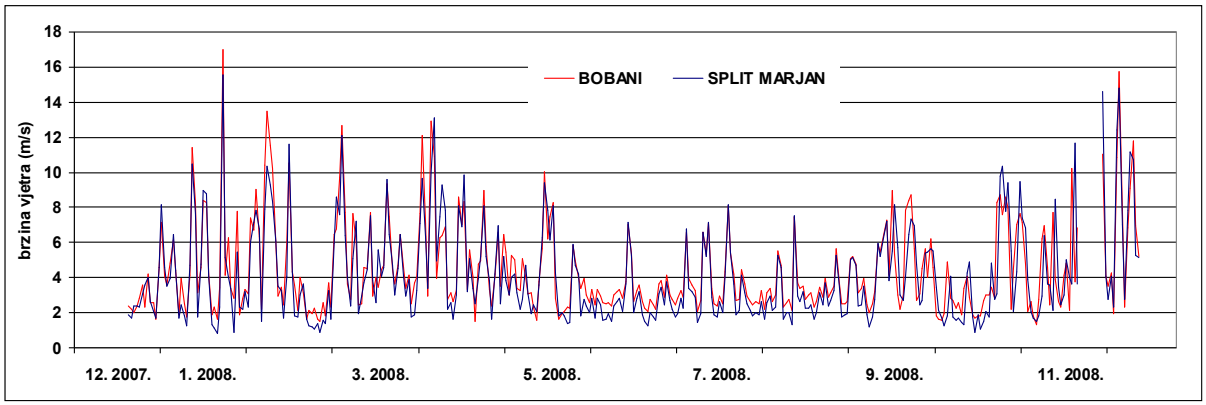
Tablica 5.3 Srednje mjesečne brzine vjetra (m/s) na GMP Split Marjan za 2008. godinu i za razdoblje 1978. - 2007. godine i njihova razlika, te faktor ekstrapolacije (FE).

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**god**
2008	4.44	4.22	4.93	5.53	3.94	2.57	3.34	2.83	4.16	3.57	4.63	5.87	4.17
1978-2007	4.76	4.83	4.86	4.48	3.86	3.35	3.44	3.26	3.72	4.33	5.05	5.08	4.25
razlika	**-0.32**	**-0.61**	**0.07**	**1.05**	**0.08**	**-0.78**	**-0.10**	**-0.42**	**0.44**	**-0.76**	**-0.42**	**0.80**	**-0.08**
FE	1.073	1.144	0.987	0.811	0.980	1.303	1.029	1.149	0.894	1.214	1.091	0.865	1.020

Kako u raspoloživom nizu podataka mjerenja na MS Bobani ima određen broj nedostajućih podataka, prvi korak koji se mora učiniti je interpolacija. U tu svrhu najprije su se odredile jednadžbe korelacije 10-minutnih brzina vjetra na 10 m iznad tla na GMP Split Marjan i MS Bobani za svaki od 16 smjerova vjetra posebno (tablica 5.4). Naime, vjetar pojedinog smjera karakterizira vremensku situaciju u kojoj se strujanje prostorno i vremenski mijenja na specifičan način.

Raspolažući jednadžbama regresije, interpolirana brzina vjetra na 10 m iznad tla na MS Bobani svedena je na višegodišnji niz koristeći odnose brzina dugog i kratkog niza, odnosno faktore ekstrapolacije(FE) prikazane u tablici 5.3. Tako dobiveni klimatološki reprezentativan godišnji hod brzine vjetra na MS Bobani na 10 m iznad tla prikazan je na slici 5.27. i u tablici 5.4.

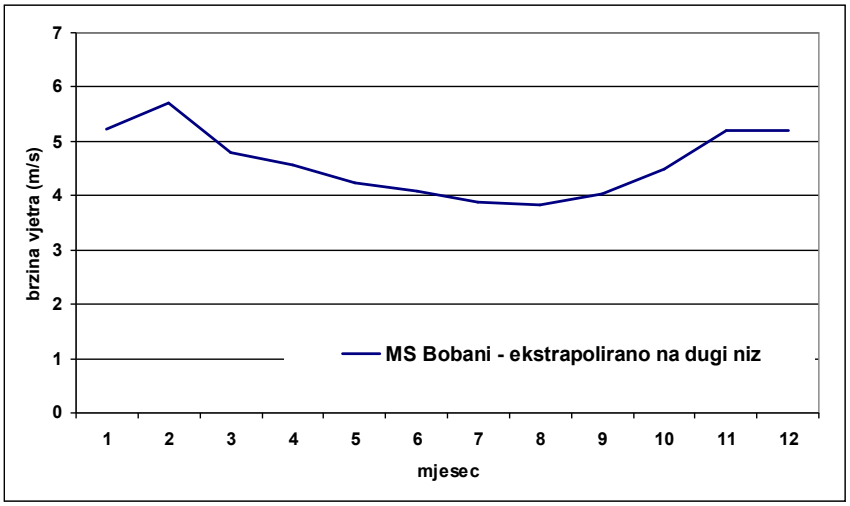
Koristeći dobivene koeficijente u jednadžbama regresije, interpolirani su nedostajući podaci brzine vjetra na lokaciji MS Bobani i dobiven je hod srednjih dnevnih brzina vjetra na obje lokacije (slika 5.27), te mjesečne vrijednosti brzine vjetra za 2008. godinu (tablica 5.6)



Slika 5. 27 Hodovi srednjih dnevnih vrijednosti brzine vjetra na lokacijama MS Bobani i Split Marjan u razdoblju 20.12.2007. – 18.12. 2008.

Tablica 5.4 Koeficijenti u jednadžbama korelacije 10-minutnih brzina vjetra na 10 m iznad tla na MS Bobani i GMP Split Marjan (*VBO* = *aVST* + *b*) i koeficijent korelacije *r* za svaki smjer vjetra za razdoblje 20. 12. 2007. - 18. 12. 2008. N - broj podataka.

smjer	N	a	b	r
N	926	0.7811	1.3893	0.520
NNE	1357	0.7988	1.1366	0.843
NE	6446	0.8960	0.6575	0.843
ENE	4292	1.0136	0.4042	0.788
E	1537	1.1877	0.5923	0.764
ESE	1375	0.7717	1.3518	0.735
SE	7287	0.8515	0.6565	0.821
SSE	1159	0.9919	0.8849	0.889
S	1690	0.8271	1.2728	0.866
SSW	712	0.6260	1.4783	0.864
SW	1100	0.5346	1.5532	0.786
WSW	3152	0.4792	1.6836	0.442
W	515	0.7091	1.4098	0.491
WNW	464	0.9259	1.6947	0.528
NW	319	0.8272	1.3867	0.526
NNW	813	0.6048	1.7728	0.443
SVI	33144	0.8559	0.8728	0.842



Slika 5. 28 Godišnji hod brzine vjetra na 10 m iznad tla na lokaciji MS Bobani ekstrapoliran na dugi niz.

Tablica 5.5 Srednje mjesečne brzine vjetra na MS Bobani na 10 m iznad tla za razdoblje 20.12.2007. – 18.12. 2008. i ekstrapolirane na 30-godišnje razdoblje.

V (m/s)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	god
2008	4.88	4.99	5.20	5.64	4.32	3.15	3.79	3.31	4.50	3.70	4.64	5.18	4.33
dugi niz	5.24	5.70	4.80	4.57	4.24	4.09	3.87	3.83	4.04	4.50	5.20	5.21	4.61

Tablica 5.6 Srednje mjesečne brzine vjetra na MS Bobani na 10 m iznad tla ekstrapolirane na 30-godišnje razdoblje.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	god
V (m/s)	5.24	5.70	4.80	4.57	4.24	4.09	3.87	3.83	4.04	4.50	5.20	5.21	4.61

5.7. PROCJENA OČEKIVANIH EKSTREMNIH BRZINA VJETRA

Prema preporukama europskih normativnih dokumenata, osnovni vjetrovni parametar koji se koristi pri proračunu djelovanja vjetra na konstrukcije je referentna brzina vjetra V_{ref}, definirana kao maksimalna 10-minutna srednja brzina na visini od 10 m iznad ravnog tla, kategorije hrapavosti II, koja se može očekivati jednom u 50 godina (vijek trajanja

konstrukcije). Dakle, što točnija i reprezentativnija procjena V_{ref} od izuzetne je važnosti za procjenu opterećenja vjetrom, a time i za sigurnost i trajnost izgrađene konstrukcije. Za sigurnost konstrukcija značajni su i kratkotrajni udari vjetra (1-3 sekunde).

Tablica 5. 7 Maksimalne izmjerene 10-minutne (*V10 u m/s*) i sekundne (*Vx u m/s*) brzine vjetra na visinama 10 m, 20 m i 35 m iznad tla, na lokaciji MS Bobani u 2008. godini.

	10 m		20 m		35 m	
smjer	V10	Vx	V10	Vx	V10	Vx
N	16.4	28.0	18.6	29.1	19.0	28.5
NNE	20.7	29.2	22.8	30.9	23.3	31.0
NE	24.0	29.7	25.7	32.2	25.5	32.2
ENE	20.5	29.5	22.3	36.2	22.9	36.0
E	16.0	21.8	17.8	23.9	18.5	24.3
ESE	18.0	28.2	19.5	29.0	20.0	27.9
SE	19.3	30.5	21.7	32.1	21.1	30.1
SSE	18.5	29.4	20.8	32.3	20.4	28.5
S	13.7	30.4	16.5	27.4	15.5	28.0
SSW	11.3	22.1	15.3	23.7	11.3	21.6
SW	13.2	23.0	15.4	26.4	15.4	26.1
WSW	12.8	20.9	14.3	24.8	14.1	22.9
W	8.0	11.6	9.4	12.5	9.8	12.4
WNW	8.0	11.3	9.4	12.7	9.4	11.7
NW	7.9	10.2	8.7	11.6	8.7	11.0
NNW	17.0	27.6	19.4	30.0	19.4	29.0
SVI	24.0	30.5	25.7	36.2	25.5	36.0

U procjeni maksimalne brzine koristi se maksimalna 10-minutna brzina vjetra na 10 m iznad tla, na lokaciji GMP Split Marjan, za koju se može očekivati da neće biti premašena više od jednom u 50 godina i iznosi 34.9 m/s [11]. Ta vrijednost dobila se korištenjem opće razdiobe ekstrema nad višegodišnjim zapisima. Koristeći jednadžbu korelacije brzine vjetra na 10 m iznad tla, na lokacijama MS Bobani i GMP Split Marjan (tablica 5.4), dobije se vrijednost **maksimalne očekivane 10-minutne brzine vjetra na 10 m iznad tla za povratni period od 50 godina na lokaciji MS Bobani od 35.2 m/s.** Maksimalna očekivana sekundna vrijednost, mjerodavna za udare vjetra, iznosi 48.6 m/s.

5.8. USPOREDBA S EUROCODE NORMOM

Kako je globalizirano u točki 3.5 *Eurocode norma* (EC) zajedno s *Nacionalnim dokumentom za primjenu* (NAD) daje preporuku o opterećenju vjetrom. Osnovna brzina je maksimalna očekivana 10-minutna brzina s povratnim periodom od 50 godina na ravnom terenu II kategorije na visini od 10 m. Računa se prema izrazu

$$v_b = v_{b,0} c_{dir} c_{season} \tag{5.10}$$

gdje je $v_{b,o}$ temeljna vrijednost osnovne brzine vjetra, c_{dir} je koeficijent ovisnosti brzine vjetra o smjeru, c_{season} koeficijent ovisan o godišnjem dobu. Temeljna brzina $v_{b,0}$ na lokaciji stupa iznosi 30 m/s prema normi (slika 3.15). Koeficijenti c_{dir} i c_{season} iznose 1 te osnovna brzina iznosi

$$v_b = 30 m/s \tag{5.11}$$

što je nešto niže od procijenjene brzine prema zapisima vjetra koja iznosi 35.2 m/s. Koeficijent smjera c_{dir} se uzima 1 dok se jasno vidi razlika između srednje brzine bure i juga. Prosječna 10-minutna brzina bure zabilježena na terenu iznosi 8.4 m/s, a juga 5.6 m/s. Njihov omjer daje koeficijent od 1.5 : 1 za buru u odnosu na jugo.

Prosječna brzina definirana je izrazom

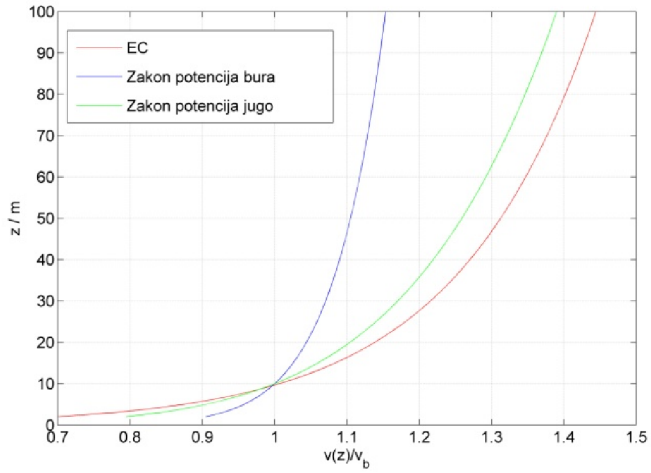
$$v_m(\mathrm{z}) = \mathrm{c}_r(z) c_o(z) v_b \tag{5.12}$$

Gdje je c_r koeficijent hrapavosti tla, c_o je koeficijent orografije.

Koeficijent orografije za predmetnu lokaciju iznosi 1. Koeficijent hrapavosti se računa prema prikazanom izrazu (3.113). Za kategoriju terena II, k_r iznosi 0.19 i z_0 iznosi 0.05 m (tablica 3.1). Koeficijent hrapavosti u ovom slučaju opisuje raspodjelu brzine po visini te je analogan zakonu potencija koji je korišten za procjenu srednje brzine na visini z.

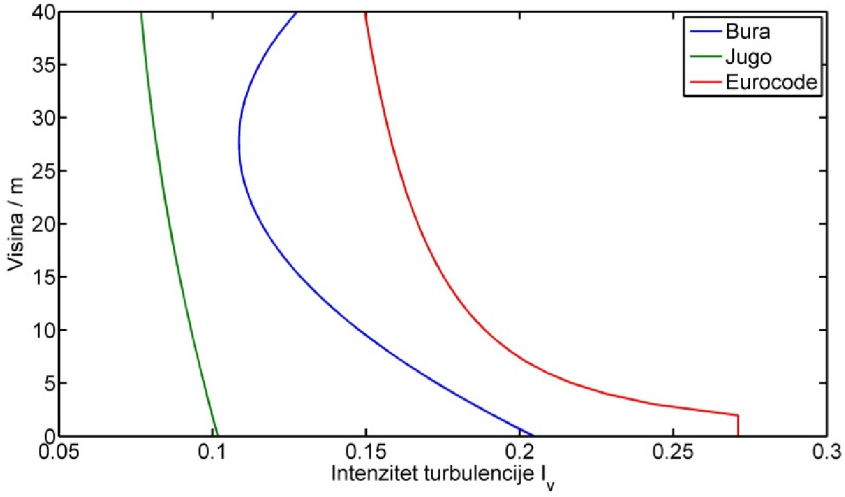
Na slici 5.29. vidljiva je različitost profila prema EC i profila brzina prema mjerenjima. Izmjerene vrijednosti za vjetar jugo puno se bolje slažu s normom, nego podaci dobiveni u režimu bure.

Mjera mahovitosti, intenzitet turbulencije, je izračunat po visini na osnovu mjerenja i prikazan na slici 5.13. Izraz za izračun intenziteta turbulencije prema preporuci *Eurocode norme* dan je izrazom (3.116).



Slika 5.29 Usporedba promjene brzine po visini

Usporedba izmjerenih i izračunatih vrijednosti prema normi prikazana je na slici 5.29.



Slika 5.30 Usporedba intenziteta turbulencije

Kao što je vidljivo na slici 5.29 *Eurocode* preporuka daje izrazito veću vrijednost intenziteta turbulencije u odnosu na izmjerene vrijednosti.

Koeficijent izloženosti vjetru uzima u obzir učinke hrapavosti zemljišta, topografiju i visinu iznad zemljišta kod srednje brzine vjetra i intenzitet turbulencije. Definira se kao

$$c_e(z) = \mathrm{c}_r^{\,2}(z)c_t^{\,2}(z)\left[1+2gI_v(z)\right] \tag{5.13}$$

gdje je g vršni koeficijent koji se računa prema

$$g = \frac{FM-1}{I_v} \tag{5.14}$$

a FM je faktor mahovitosti.

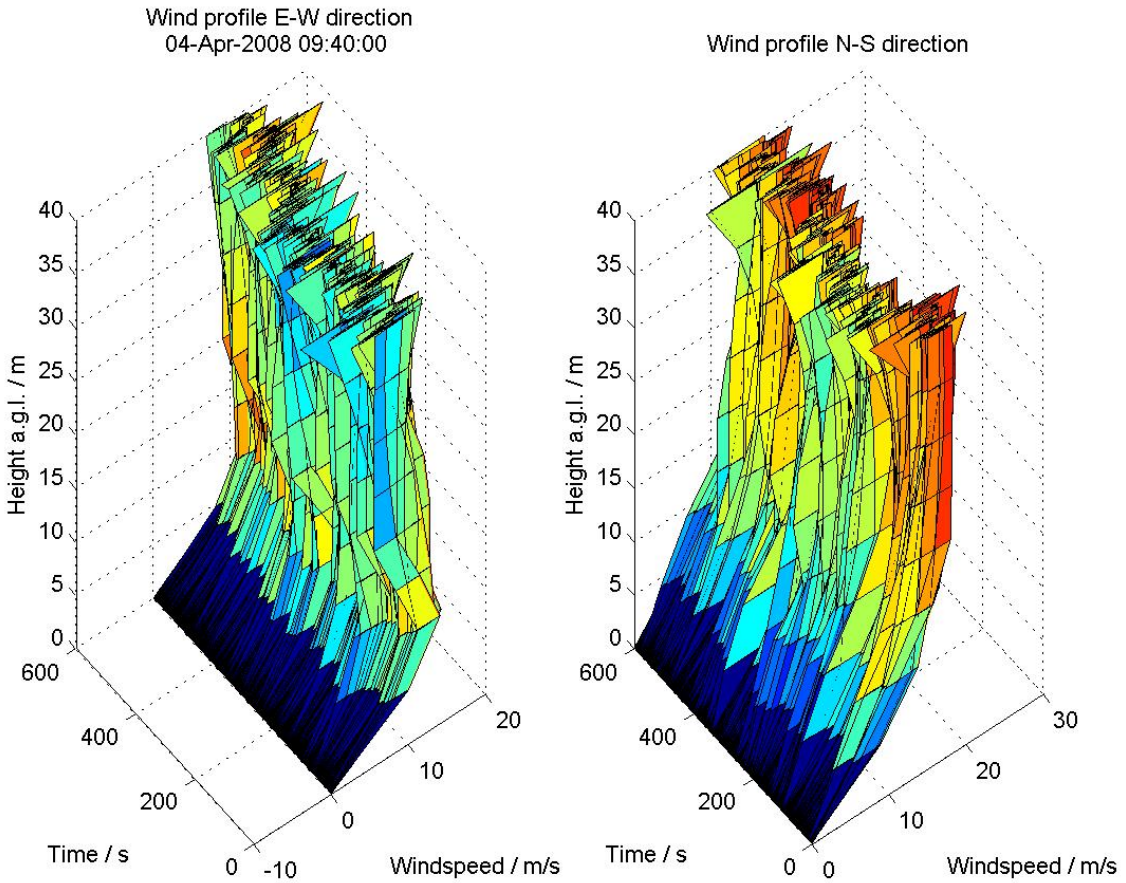
Iz snimljenih podataka faktor izloženosti na visini od 10 m od tla se može napisati kao

$$c_e(10) = 2FM(10) - 1 \tag{5.15}$$

Uvrštavajući prosječnu vrijednost faktora mahovitosti iz zapisa brzine vjetra (slika 5.14) na razini 10 m od tla, koja iznosi 1.35, dobiva se koeficijent izloženosti **1.70** što je niže od vrijednosti 3.20 koju predlaže norma.

5.9. MODEL OPTEREĆENJA VJETROM

Uvažavajući sve definirane parametre vjetra izmjerene na terenu, mogu se odrediti modeli za opterećenje vjetrom. Direktnim adaptiranjem snimljenih sekundnih zapisa dobivaju se modeli prikazani na slici 5.30. Zapisi moraju imati odgovarajuću vremensku rezoluciju kako se osrednjavanjem ne bi gubili dinamički efekti na konstrukciju. Modeli su vertikalno interpolirani koristeći izraz (5.2), pri čemu se α računa za svaki zapis prema (5.3). Ukoliko je potrebna vremenska interpolacija, provodi se vektorska interpolacija po smjeru i intenzitetu.



Slika 5.31 Model opterećenja prema zapisima brzine vjetra

Ukoliko se ne radi sa stvarnim zapisima vjetra, modeli opterećenja mogu biti sintetizirani koristeći navedene vrijednosti i pretpostavke:

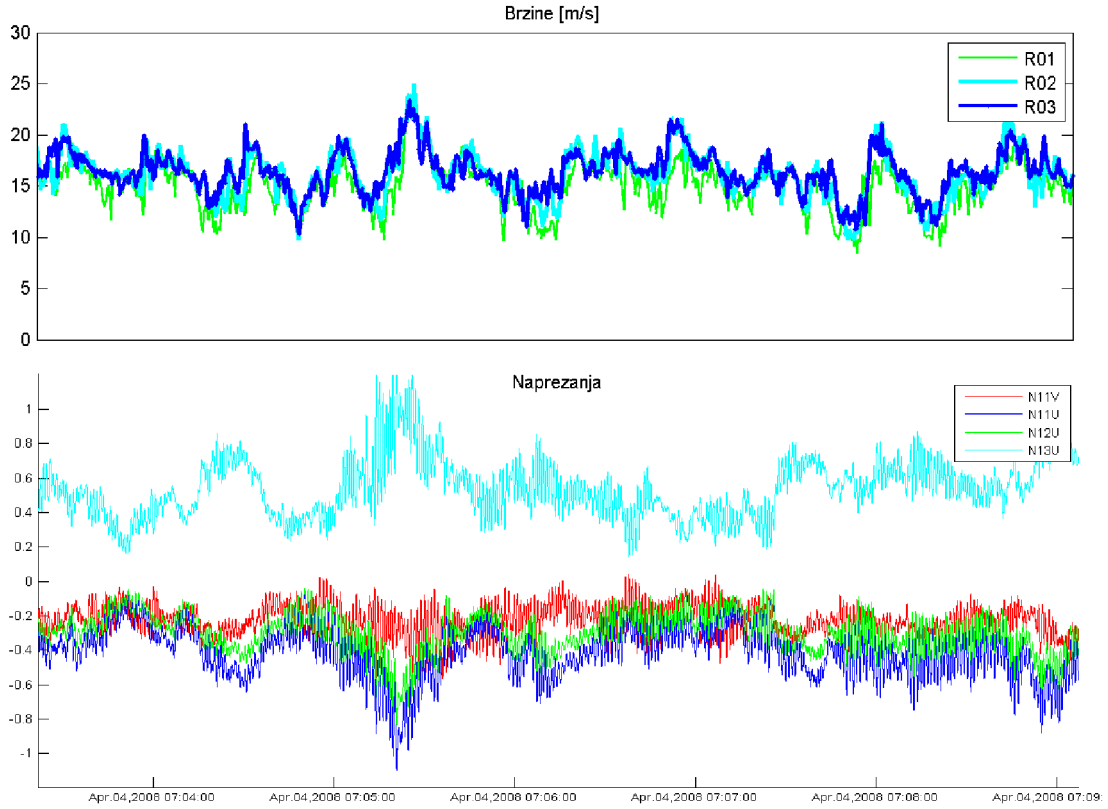
- Polje brzina vjetra sintetizira se koreliranim slučajnim poljem normalne razdiobe s korelacionom duljinom prikazanom u izrazu (3.65)
- Maksimalna srednja brzina na visini 10 m dobiva se iz očekivane maksimalne brzine prema statistici višegodišnjeg niza na predmetnoj lokaciji ili na lokaciji istih klimatskih karakteristika
- Po visini, srednja vrijednost se mijenja po formuli 5.2 uvažavajući koeficijente α za definirani smjer
- Fluktuirajuće komponente ravnaju se po normalnoj distribuciji srednje vrijednosti 0, standardne devijacije u ovisnosti o srednjoj brzini prema slici 5.12. Razdioba fluktuirajuće komponente po visini se odvija kako je prikazano na slici 5.13
- Fluktuirajuće karakteristike moraju se ravnati po spektrima prikazanima na slikama 5.15. – 5.20 ovisno o tipu vjetra, visini nad tlom i srednjoj brzini.

Ovako sintetizirani podaci brzine vjetra imaju jednako djelovanje na konstrukciju kao podaci zabilježeni na terenu uvažavajući teoretske postavke iznesene u trećem poglavlju. Sintetizirani podaci imaju valjanost samo na području odakle je osnovni set podataka definiran. Sintetizirane brzine vjetra se primjenjuju u stohastičkim analizama, a mogu se koristiti i kao aproksimacija stvarnog zapisa djelovanja vjetra.

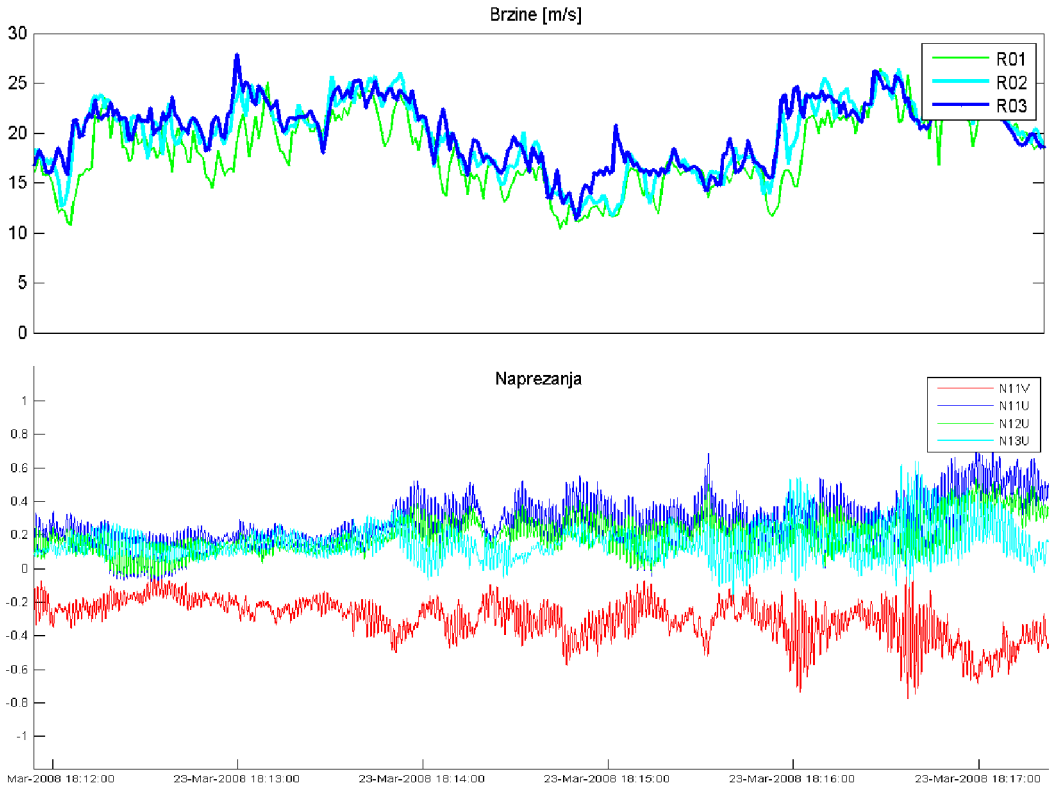
5.10. ODGOVOR KONSTRUKCIJE

Odgovor konstrukcije je prikazan u vidu akcelerometarskih zapisa i zapisa deformacija iz mjernih trakica. Oprema koja je korištena za prikupljanje podataka odgovora konstrukcije opisana je u potpoglavlju 5.3.4. U ovom radu zapisi odgovora konstrukcije su primarno korišteni kao sredstvo validacije modela.

Zapisi naprezanja u pojasnicama daju sliku o lokalnom ponašanju konstrukcije u blizini senzora. Mjerne trakice mjere deformacije elemenata iz kojih se rekonstruira naprezanje u elementu. Na slikama 5.31 i 5.32 prikazani su zapisi jedne situacije s burom i jedne situacije s jugom, a snimljeni su na pojasnicama uz temelj konstrukcije.



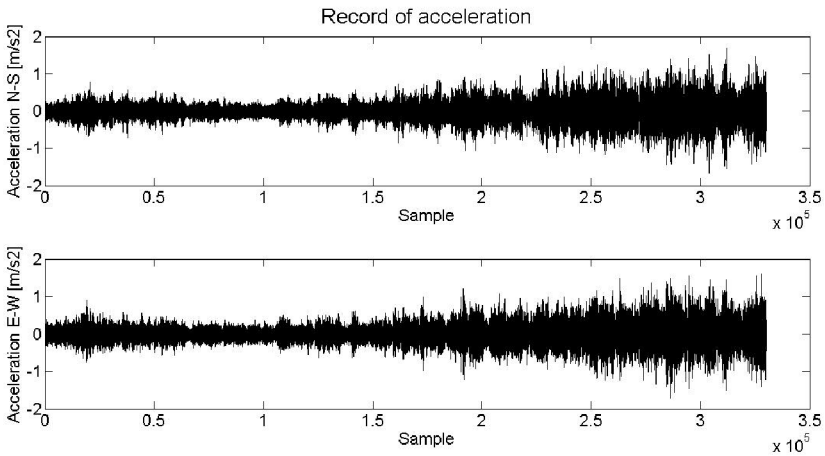
Slika 5.32 Primjer situacije s burom



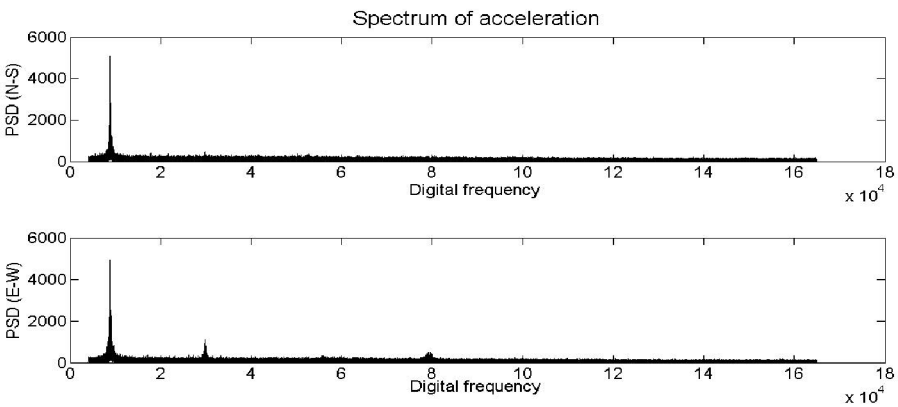
Slika 5.33 Primjer situacije s jugom

Zapisi akcelerometara daju uvid u dinamičko integralno ponašanje konstrukcije, te se iz njih dvostrukom integracijom rekonstruiraju pomaci konstrukcije. Zbog diskretnog zapisa akceleracije, zaokruživanja vrijednosti, kao posljedice digitalizacije, i sličnih efekata dolazi do odstupanja od stvarnih akceleracija uslijed kojih integracija ima greške i višestruku grešku u pomacima konstrukcije. Kako bi se umanjila pogreška, integracija se provodi u spektralnoj domeni. Fourierovom analizom akcelerometarski zapisi se rastavljaju na red sinusa kojima su amplitude povezane s frekvencijom.

$$a(t) \xrightarrow{FT} A(w)$$
$$a(t) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \sin(w_i \cdot t + \phi_i) \tag{5.16}$$



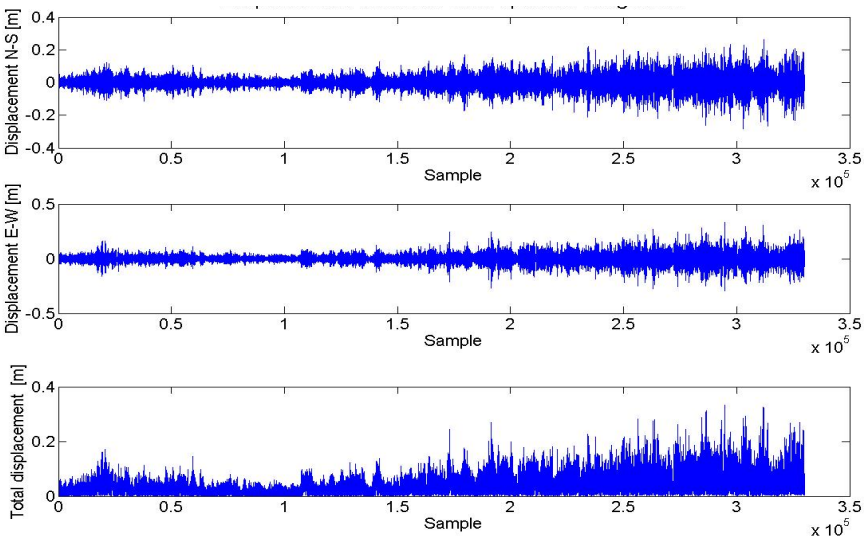
Slika 5.34 Zapis akceleracija



Slika 5.35 Fourierova transformacija zapisa akceleracije

Dvostruka integracija akceleracije daje pomak uz uvjet da nema srednjeg pomaka što vrijedi ukoliko nema plastične deformacije konstrukcije. U frekvencijskoj domeni, zbog svojstva funkcije sinus, vrijedi dvostruka integracija

$$\begin{aligned} \int a(t)dt &= \int \sum_{i=0}^{\infty} A_i \sin(w_i \cdot t + \phi_i) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A_i}{w_i} \cos(w_i \cdot t + \phi_i) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A_i}{w_i} \sin(w_i \cdot t + \phi_i - 90°) \\ \iint a(t)dt &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A_i}{w^2_i} \sin(w_i \cdot t + \phi_i - 180°) \end{aligned} \tag{5.17}$$



Slika 5.36 Pomaci konstrukcije prema spektralnoj integraciji

Iz spektra pomaka mogu se odrediti pomaci u vremenskoj domeni koristeći inverznu Fourierovu transformaciju. Kako su vrijednosti akceleracije diskretne, njihov transformat je ograničen Nquistovom frekvencijom koja iznosi polovicu frekvencije uzorkovanja. Uslijed ograničenja spektra akceleracije, spektar pomaka je ograničen. Frekvencija uzorkovanja akceleracije iznosi 33 Hz, što ograničava sve pojave koje se mogu analizirati na 16.5 Hz.

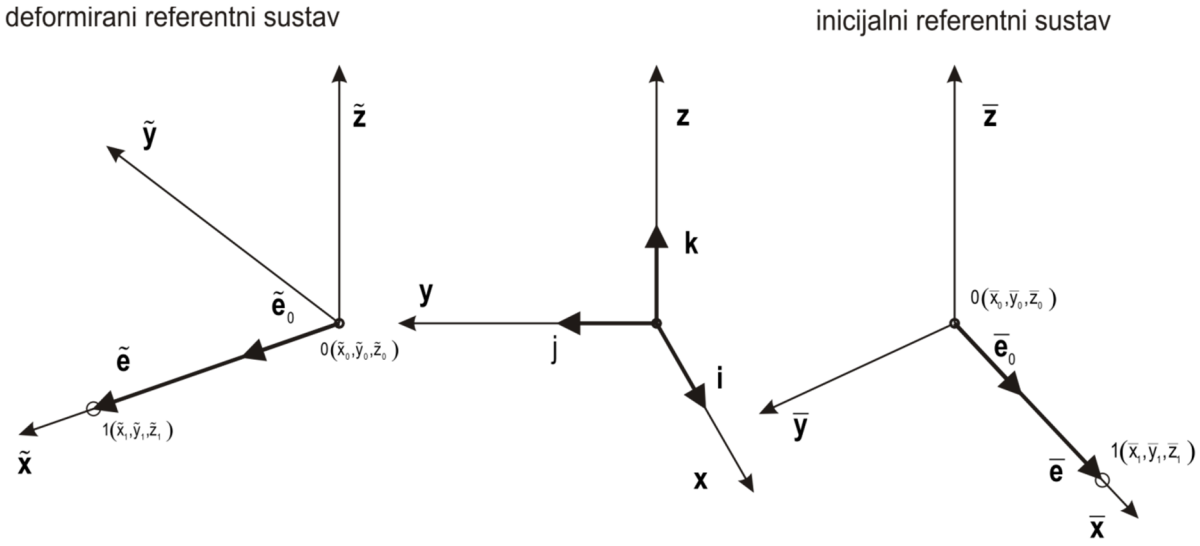
6. NUMERIČKI MODEL REŠETKASTIH KONSTRUKCIJA I LANČANICA

6.1. UVOD

Prostorne rešetkaste konstrukcije su jedne od najstarijih numerički modeliranih konstrukcija. Matematički, veze između čvorova konstrukcije lako se iskazuju budući da su jedina naprezanja, koja se javljaju u elementima između, uzdužna tlačna ili vlačna. S druge strane, lančanice, nisu numerički bile lako modelirane jer je oblik lančanica, pa tako i veze između elemenata, direktno povezan s opterećenjem na njih. Elementi rešetkastih konstrukcija i lančanica se mogu opisivati istim konačnim elementima budući da i jedni i drugi isključivo prenose uzdužne sile. To svojstvo je iskorišteno prilikom razvoja numeričkoga modela. Model je baziran na metodi FEM/DEM te je razvijen računalni kod u okviru softverskog paketa Y3D. Prednost FEM/DEM metode je da se ne konstruira matrica krutosti već se jednadžbe gibanja rješavaju čvor po čvor. Ovakav princip omogućava složene sustave s velikim brojem elemenata. Model omogućuje i velike pomake i rotacije koje su potrebne za modeliranje ponašanja lančanica. Orijentiran je na rješavanje tranzijentnih pojava što ga čini posebno pogodnim za modeliranje djelovanja vjetra. Također je primjenjiv za statička opterećenja uz primjenu dinamičke relaksacije te za dinamičku analizu koristeći spektre odgovora.

6.2. DVOČVORNI LINIJSKI KONAČNI ELEMENT

Dvočvorni linijski element je najjednostavniji oblik konačnog elementa. Geometrija konačnog elementa definirana je položajem pripadajućih čvorova. Razlikujemo dva referentna sustava, inicijalni i deformirani sustav. Geometrija je prikazana na slici 6.1



Slika 6.1 Referentni koordinatni sustavi

Koordinate čvorova 0 i 1 u globalnom se koordinatnom sustavu mogu iskazati kao x_0, y_0, z_0 i x_1, y_1, z_1. U inicijalnom referentom sustavu, definiranom s vektorima $\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{y}}, \bar{\mathbf{z}}$, element se preslikava u vektor $\bar{\mathbf{e}}$. Za deformirani referentni sustav, opisan s $\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{y}}, \tilde{\mathbf{z}}$, element je definiran vektorom $\tilde{\mathbf{e}}$.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{e}} &= (\bar{x}_1 - \bar{x}_0)\mathbf{i} + (\bar{y}_1 - \bar{y}_0)\mathbf{j} + (\bar{z}_1 - \bar{z}_0)\mathbf{k} \\ \tilde{\mathbf{e}} &= (\tilde{x}_1 - \tilde{x}_0)\mathbf{i} + (\tilde{y}_1 - \tilde{y}_0)\mathbf{j} + (\tilde{z}_1 - \tilde{z}_0)\mathbf{k} \end{aligned} \tag{6.1}$$

Deformacija ε elementa opisana je

$$\varepsilon = \frac{|\tilde{\mathbf{e}}| - |\bar{\mathbf{e}}|}{|\bar{\mathbf{e}}|} \tag{6.2}$$

Brzina promjene deformacije prikazana je izrazom

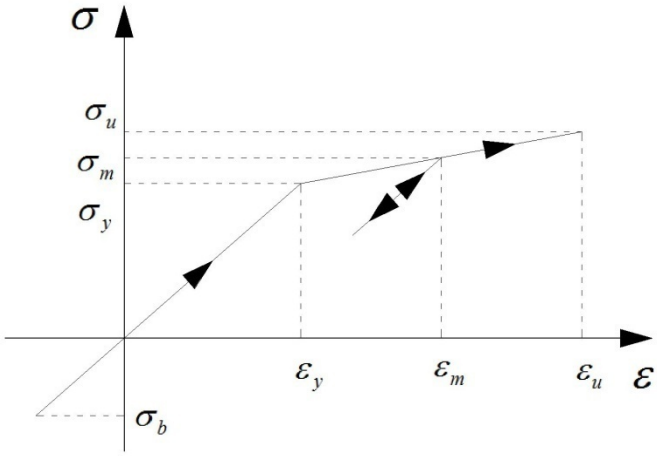
$$\dot{\varepsilon} = \frac{|\varepsilon_{t+1} - \varepsilon_t|}{dt} = |(\tilde{\mathbf{v}}_0 - \tilde{\mathbf{v}}_1) \cdot \tilde{\mathbf{e}}| \tag{6.3}$$

Uvrštavanjem konstitutivnog zakona koji povezuje deformaciju i naprezanja dobivaju se naprezanja. U numeričkom modelu implementirani su linearno-elastični model i bilinearni model. Za Hookov linearno-elastični materijal, naprezanja glase

$$\sigma = E\varepsilon + \zeta\dot{\varepsilon} \tag{6.4}$$

gdje je E Youngov modul elastičnosti, ζ je koeficijent prigušenja materijala.

Bilinearni model materijala je proširenje linearno-elastičnog modela koji je ostvaren koristeći niz uvjeta. Općenito bilinearni dijagram ponašanja materijala prikazan je na slici 6.2.



Slika 6. 2 Bilinearni model materijala

Razlikujemo dva modula elastičnosti

$$E_1 = \frac{\sigma_y}{\varepsilon_y}; E_2 = \frac{\sigma_u - \sigma_y}{\varepsilon_u - \varepsilon_y} \tag{6.5}$$

Dok je element u prvoj fazi, odnosno dok deformacija ε nije prešla vrijednost ε_y, materijal se ponaša kao linearno-elastični. Nakon što deformacija prijeđe vrijednost ε_y, bilježi se maksimalna vrijednost deformacije ε_m i odgovarajućeg naprezanja σ_m. Povećanje deformacije dovodi do naprezanja

$$\sigma = \sigma_y + (\varepsilon - \varepsilon_0)E_2 \tag{6.6}$$

gdje je

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_m - \varepsilon_y \tag{6.7}$$

trajna deformacija.

U slučaju rasterećenja, naprezanje ide po početnom modulu elastičnosti uvažavajući trajnu deformaciju

$$\sigma = (\varepsilon - \varepsilon_0)E_1 \tag{6.8}$$

Čvorne se sile dobivaju integracijom naprezanja po poprečnom presjeku. Za uzdužno opterećenje, naprezanje je jednoliko pa čvorna sila glasi

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{f}}_0 &= \sigma A \tilde{\mathbf{e}}_o \\ \tilde{\mathbf{f}}_1 &= -\sigma A \tilde{\mathbf{e}}_o \end{aligned} \tag{6.9}$$

Prednaprezanje se uvodi kroz inicijalnu konfiguraciju na način ako je $|\bar{\mathbf{e}}|<|\tilde{\mathbf{e}}|$, tada se u elementu javlja vlačna sila. Na sličan se način duljina lančanice zadaje kao

$$L = \sum_i |\bar{\mathbf{e}}_i| \tag{6.10}$$

gdje su $|\bar{\mathbf{e}}_i|$ duljine elemenata lančanice u inicijalnoj konfiguraciji.

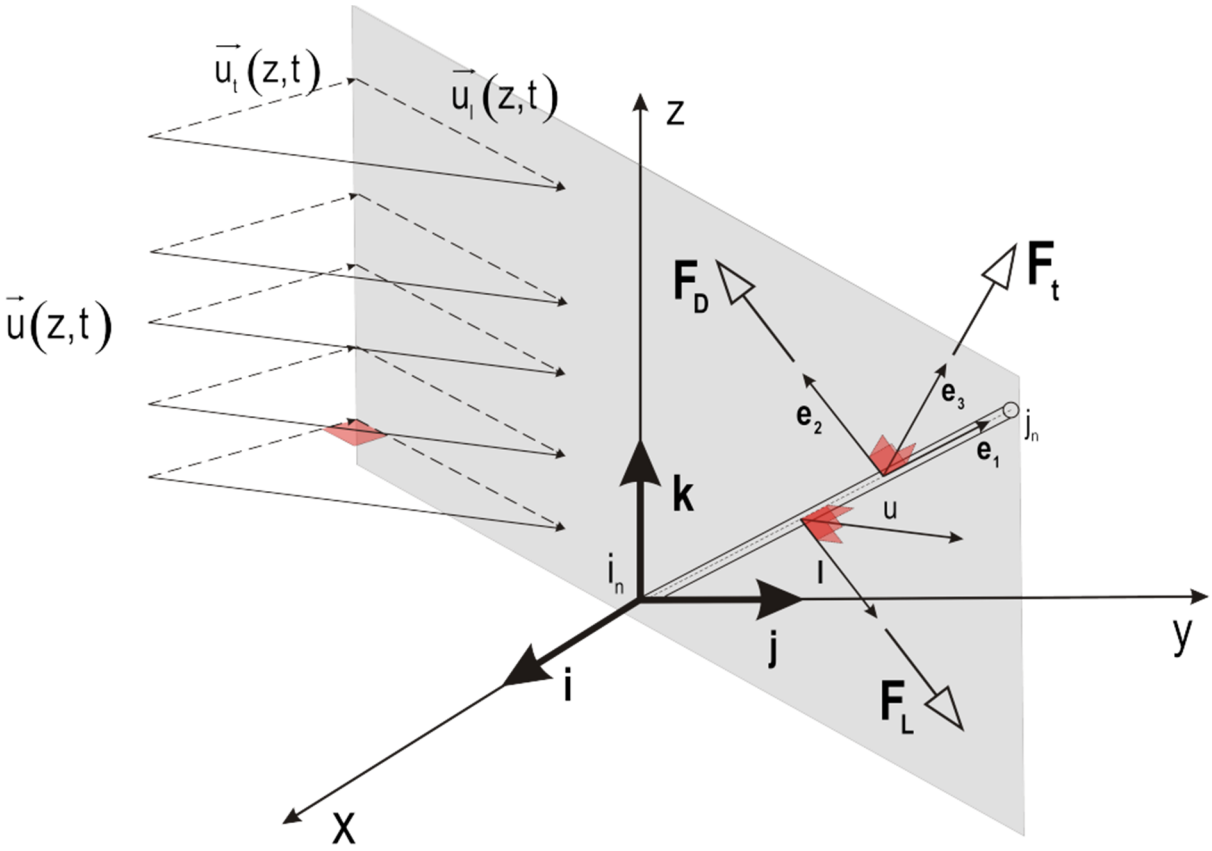
Svaki element za sebe ima tlačnu i vlačnu krutost. Lančanice nemaju tlačnu nosivost te se moraju modelirati s minimalno dva elementa. Zbog zglobne veze između dva elementa, lančanica gubi stabilnost na kontaktu elemenata čime otpor na tlak nestaje. Čak i u slučaju savršeno poravnata dva elementa, uslijed numeričke nestabilnosti, javljaju se minimalne sile okomito na os pa elementi gube stabilnost.

6.3. DJELOVANJE VJETRA NA ELEMENTE I AEROELASTIČNO PRIGUŠENJE

Optjecajem vjetra oko štapnih elemenata inducira se tlak po plohi elementa. Integriranjem tlakova po plohi dobiva se rezultantna sila. Sila u smjeru djelovanja vjetra je sila otpora, a okomito na smjer vjetra, sila dinamičkoga uzgona. Za štapne se konstrukcije smatra da ne utječu na strujanje te se sile računaju po segmentima kao što je opisano u poglavlju 3. Osnovno djelovanje vjetra prikazano je izrazom (6.11) koji je ekvivalentan izrazu (3.77)

$$F_D = \rho \frac{u^2}{2} A C_D \left(Re, \frac{k}{d} \right) \tag{6.11}$$

gdje je F_D sila na element uslijed djelovanja vjetra u brzina vjetra, A površina presjeka projicirana na plohu okomito na strujanje vjetra, ρ gustoća zraka i C_D koeficijent oblika.



Slika 6.3 Definicije vektora

Koeficijent oblika C_D ovisi o *Reynoldsovom broju*, površinskoj hrapavosti presjeka, obliku poprečnog presjeka i smjeru vjetra u odnosu na poprečni presjek. Za prizmatične poprečne presjeke tlak se računa po jediničnoj duljini što površinu A svodi na karakteristični presjek okomito na smjer djelovanja vjetra**.** Za kružne poprečne presjeke koeficijent otpora ne ovisi o smjeru djelovanja vjetra.

Sila uzgona koja se računa na neko tijelo, računa se preko formule 6.8

$$F_L = \rho \frac{u^2}{2} A C_L \left(Re, \frac{k}{d} \right) \tag{6.12}$$

gdje oznake imaju isto značenje kao u 6.7. s tom razlikom da je C_L koeficijent uzgona. Za tijela gdje postoji mogućnost odvajanja vrtloga, sila uzgona nije konstantna, već se mijenja po izrazu

$$F_L = \frac{1}{2} \rho_a U^2 B \overline{C_L} \sin \omega t \tag{6.13}$$

gdje je ω kutna brzina, povezana s frekvencijom odvajanja vrtloga, opisana Strouhalovim brojem. Ovaj aeroelastični fenomen temeljitije je opisan u trećem poglavlju (3.75).

Za prizmatične elemente kojima os nije u ravnini okomitoj na smjer djelovanja vjetra, vektor brzine vjetra razlaže se na dva smjera: vjetar u vertikalnoj ravnini $\mathbf{u_1}$ elementa i vjetar okomit na ravninu $\mathbf{u_2}$ kao što je opisano slikom 6.3. Sile koje se javljaju od komponente vjetra koji djeluje u vertikalnoj ravnini, su sile otpora $\mathbf{F_{d1}}$ koja se rastavlja na horizontalnu $\mathbf{F_{d1x}}$ i vertikalnu $\mathbf{F_{d1y}}$ komponentu. Sile $\mathbf{F_{d2}}$ nastaju od djelovanja vjetra van navedene ravnine. Prema eksperimentu [146] za silu $\mathbf{F_{d2}}$ van ravnine uzima se koeficijent oblika C_D kao za vertikalni element izložen djelovanju vjetra. Sile uzgona djeluju okomito na os elementa i smjer strujanja vjetra. Ukupna sila vjetra dobivena je zbrajanjem svih parcijalnih sila.

Za komponentu vjetra koja djeluje u smjeru vertikalne ravnine koja sadrži štapni element, koeficijent sile se računa odvojeno za horizontalnu i vertikalnu komponentu sile otpora. Prvo se reducira *Reynoldsov broj* prema izrazu 6.14.

$$Re_{prim} = Re\sin(\varphi) \tag{6.14}$$

Koeficijenti oblika za silu otpora po komponentama definirani su sljedećim izrazom:

$$C_{Dx} = C_D\left(Re_{prim}, \frac{k}{b}\right) sin^3(\varphi) \tag{6.15}$$

$$C_{Dy} = C_D\left(Re_{prim}, \frac{k}{b}\right) sin^2(\varphi)\cos(\varphi) \tag{6.16}$$

Uz pomoć vektora $\mathbf{e}_3$ definira se ravnina između osi elementa *i* osi *z*.

$$\boldsymbol{e}_3 = \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{e}_1 \tag{6.17}$$

Vektor $\mathbf{e}_2$ je projekcija vektora $\mathbf{e}_1$ na ravninu *xy*.

$$\boldsymbol{e}_2 = \boldsymbol{e}_3 \times \boldsymbol{k} \tag{6.18}$$

Za provođenje Gaussove integracije potrebno je preslikati domenu elementa na domenu [-1,1] preko sljedećeg izraza

$$k \in [-1,1] \rightarrow \boldsymbol{x} \in [\boldsymbol{x}_{in}, \boldsymbol{x}_{jn}]; \boldsymbol{x}(k) = \boldsymbol{x}_{in} + \frac{L}{2}(1+k)\boldsymbol{e}_1 \tag{6.19}$$

Vektor brzine vjetra razdvaja se na dvije komponente – uzdužnu i poprečnu na os elementa

$$\boldsymbol{u}_l(k) = \left(\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x}(k)) \cdot \boldsymbol{e}_2\right)\boldsymbol{e}_2 \tag{6.20}$$

$$\boldsymbol{u}_t(k) = \left(\boldsymbol{u}\left(\boldsymbol{x}(k)\right)\cdot \boldsymbol{e}_3\right)\boldsymbol{e}_3 \tag{6.21}$$

Brzina točke elementa kao funkcija koordinate k definirana je izrazom

$$\dot{\boldsymbol{x}}(k) = \dot{\boldsymbol{x}}_{in} + \frac{\left(\dot{\boldsymbol{x}}_{jn} - \dot{\boldsymbol{x}}_{in}\right)(1+k)}{2} \tag{6.22}$$

Zaustavni tlak ovisi o gustoći medija, brzini fluida, koeficijentu fluidnog prigušenja, brzini točke elementa, promjeru elementa i koeficijentu obliku.

$$q_l(k) = \frac{\rho}{2}\left(\boldsymbol{u}_l(k)\cdot \boldsymbol{e}_2 - \mu\dot{\boldsymbol{x}}(k)\cdot \boldsymbol{e}_2\right)^2 bC_D\left(Re\left(\boldsymbol{u}_l(k)\cdot \boldsymbol{e}_2 - \mu\dot{\boldsymbol{x}}(k)\cdot \boldsymbol{e}_2\right), \frac{k}{b}\right)\left(\boldsymbol{k}\cdot \boldsymbol{e}_1\right)^2 \tag{6.23}$$

Ukupna sila koja djeluje na element dobiva se Gaussovom integracijom u n točaka.

$$F = \frac{L}{2}\sum_{i=1}^{n} w_i q\left(k_i\right) \tag{6.24}$$

Hvatište sile definirano je koordinatom a

$$a_l = \frac{L}{2F_l}\sum_{i=1}^{n} w_i q_l\left(k_i\right)k_i \tag{6.25}$$

Iz hvatišta i iznosa sile definiraju se čvorne sile koje se razdvajaju na komponentu u horizontalnom i vertikalnom smjeru

$$F_{D,in} = F_l\frac{\left(1+a_l\right)}{2} \tag{6.26}$$

$$F_{D,jn} = F_l\frac{\left(1-a_l\right)}{2} \tag{6.27}$$

Vektor sile od vjetra

$$\boldsymbol{F}_{Dx,in} = F_{\mathrm{D},in}\left(\boldsymbol{k}\cdot \boldsymbol{e}_1\right)\boldsymbol{e}_2 \tag{6.28}$$

$$\boldsymbol{F}_{Dx,jn} = F_{\mathrm{D},jn}\left(\boldsymbol{k}\cdot \boldsymbol{e}_1\right)\boldsymbol{e}_2 \tag{6.29}$$

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{Dy},in} = F_{\mathrm{D},in}\left(\boldsymbol{e}_2\cdot \boldsymbol{e}_1\right)\boldsymbol{k} \tag{6.30}$$

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{Dy},\mathrm{j}n} = F_{\mathrm{D},\mathrm{j}n}\left(\boldsymbol{e}_2\cdot \boldsymbol{e}_1\right)\boldsymbol{k} \tag{6.31}$$

U poprečnom smjeru postupak je analogan s tom razlikom što nema utjecaja nagiba elementa i što se čvorne sile ne razdvajaju na dvije komponente.

Sila uzgona se ravna po izrazu (6.13) sa smjerom definiranim

$$\mathbf{l} = \mathbf{e}_1 \times \mathbf{u} \tag{6.32}$$

Aeroelastično prigušenje je pojava koja se javlja kada se gibanju tijela značajno opire medij u koji je uronjen. Sila nastala od aeroelastičnog prigušenja se definira na sličan način kao sila od gibanja fluida oko statičnog objekta. Naime, u opterećenju od vjetra, gibanje fluida oko relativno statičnog objekta inducira tlak po površini elementa koji se integriranjem svodi u čvorne sile. U slučaju aeroelastičnog prigušenja, gibanje objekta kroz medij inducira sile koje se protive gibanju. Aeroelastično se prigušenje u mirnom mediju može izraziti formulom

$$D = \rho \frac{\mu \dot{\boldsymbol{x}}^2}{2} A C_D \left(Re\left(\dot{\boldsymbol{x}}\right), \frac{k}{b} \right) \tag{6.33}$$

Aeroelastično prigušenje u gibajućem fluidu u izraz uključuje brzinu fluida, prema izrazu (3.89)

$$D = \rho \frac{(u - \mu \dot{x})^2}{2} A C_D \left(Re\left(u - \mu \dot{x}\right), \frac{k}{b} \right) \tag{6.34}$$

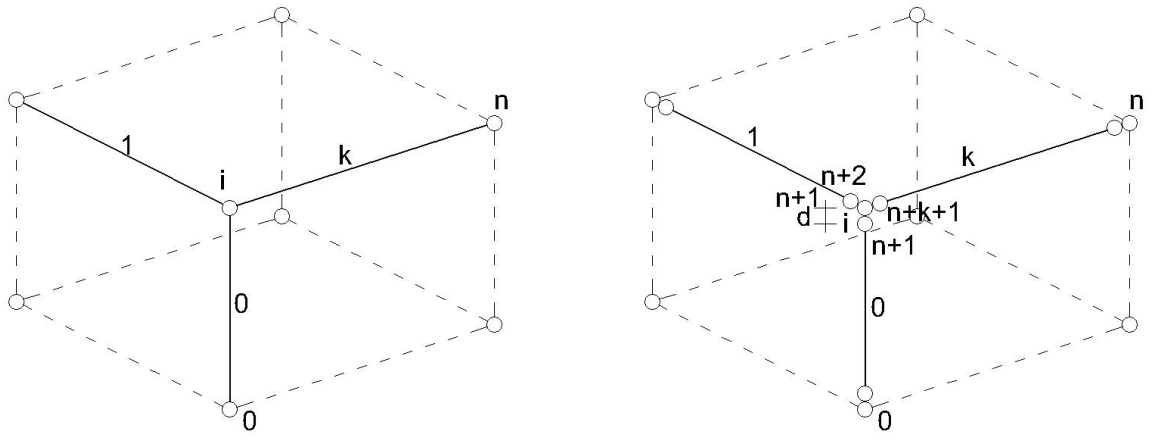
Za male brzine elemenata u odnosu na brzinu fluida, izraz 6.30 može se pojednostavniti na izraz 6.31 čiji se desni član uz vektor brzine može pridružiti strukturalnom prigušenju i tako zajedno tvoriti aeroelastično prigušenje (Holmes, 2007)

$$\frac{\dot{x}}{u} \ll 1 \rightarrow D = \rho \frac{u^2}{2} A C_D - \rho \dot{x} A C_D \tag{6.35}$$

Aeroelastični se efekti, opisani u trećem poglavlju, nigdje ne definiraju eksplicitno u numeričkom modelu. Oni su posljedica tranzijentnog proračuna u kojem ih interakcija između elastičnih sila tijela, inercijskih sila, vanjskog opterećenja u vidu sila nastalih od djelovanja vjetra te sila od konstrukcijskog i aeroelastičnog prigušenja dovoljno precizno obuhvaća uz uvjet dovoljno kratkog vremenskog koraka, diskretizacije i precizno zadanih parametara koji opisuju utjecaj vjetra na konstrukciju.

6.5. DVOČVORNI KONTAKTNI ELEMENT

Kontaktni element u štapnim konstrukcijama koristi se za simulaciju pucanja veza između štapnih elemenata. Generiraju se u prvom koraku numeričke simulacije na način da se za svaki element generira dodatni čvor na rubu (slika 6.4). Između dodatnog čvora i početnog čvora generira se kontaktni element nulte duljine *d*.



Slika 6.4 Geometrija prije generiranja kontaktnih elemenata (lijevo) i nakon generiranja kontaktnih elemenata (desno)

Kontaktni su elementi neaktivni sve dok se u pripadajućem konačnom elementu ne pojavi vlačna sila. Neaktivnost elementa manifestira se na način da se čvorne sile, generirane u elementu, prenose na originalni čvor. Masa elementa je koncentrirana u originalni čvor te novi čvor prati geometriju originalnog. Pojavom vlačne sile u elementu, kontaktni se element aktivira.

Sile koje se javljaju u kontaktnom elementu računaju se prema izrazima (4.54) – (4.60) danim u četvrtom poglavlju, uzimajući u obzir da *h* predstavlja duljinu štapnog elementa. Utjecaj *penalty* koeficijenta p_0 opisan je u radu [161].

6.6. LOKALNO IZVIJANJE ELEMENTA

Lokalno se izvijanje javlja u vitkim elementima izloženim tlačnom naprezanju. Pretpostavka modela je da se izvijanje elemenata ponaša prema ECCS krivuljama – tzv. europskim krivuljama izvijanja. Tako modelirano izvijanje uključuje:

- geometrijske imprefekcije
- materijalne imperfekcije
- nepravilnosti u unosu sile

Kritično naprezanje pri kojem dolazi do izvijanja elementa iznosi

$$\sigma_b = \chi f_y \tag{6.36}$$

gdje je koeficijent redukcije χ

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \tag{6.37}$$

$$\phi = 0.5\left(1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2\right) \tag{6.38}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{i\lambda_1} \tag{6.39}$$

$$\lambda_1 = \pi\sqrt{\frac{235}{f_y\left[MPa\right]}} \tag{6.40}$$

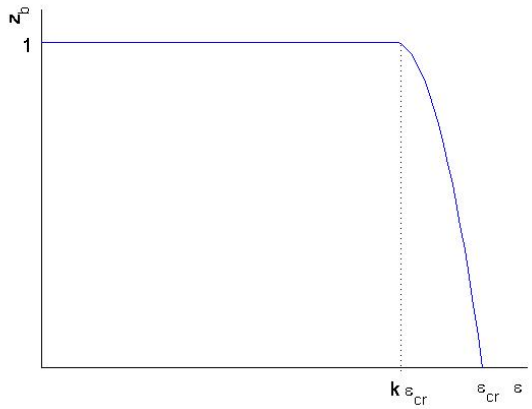
gdje je L_{cr} duljina izvijanja, i radijus tromosti i α faktor imperfekcije.

Ovisno o dimenzijama, ravnini izvijanja i obliku poprečnog presjeka odabire se faktor imperfekcije α.

U elementima koji dosegnu kritično naprezanje, sila se postepeno reducira ka nuli prema dijagramu na slici 6.5. Naprezanje iznosi

$$\sigma_b = z_b \varepsilon E \tag{6.41}$$

gdje je σ_b naprezanje kada se uzima utjecaj izvijanja, z_b redukcija uslijed naprezanja.



Slika 6.5 Smanjenje naprezanja u elementu uslijed izvijanja

$$\varepsilon_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{E} \tag{6.42}$$

Deformacije do razine $k\varepsilon_{cr}$ uzimaju se u punoj vrijednosti (z_b = 1). Nakon prekoračenja razine $k\varepsilon_{cr}$, naprezanje opada po krivulji

$$z_b = \frac{-\varepsilon^2}{\left(k\varepsilon_{cr}\right)^2 - 2k\varepsilon_{cr}{}^2 + \varepsilon_{cr}{}^2} + \frac{2k\varepsilon}{k^2\varepsilon_{cr} - 2k\varepsilon_{cr} + \varepsilon_{cr}} - \frac{2k-1}{k^2 - 2k + 1} \tag{6.43}$$

Kada deformacija prijeđe vrijednost ε_{cr}, element se izvija te sila otpora pada na nulu. Faktor *k* definira brzinu opadanja, te se za praktične primjene može uzeti 0.95.

7. NUMERIČKI MODEL MEMBRANE

7.1 UVOD

Moderne membranske konstrukcije omogućuju realizaciju jedinstvenih konstrukcija velikoga raspona. Problemi u modeliranju konstrukcija su slični kao kod već opisnih lančanica u prošlom poglavlju – opterećenje diktira oblik membrane te je potrebna pomna analiza kako bi finalni opterećeni oblik konstrukcije bio onaj koji je prvotno zamišljen. Posebno je bitno simuliranje ponašanja membrana uslijed dinamičkih opterećenja. Kako bi im se osigurao oblik, membrane se najčešće prednaprežu. Membrane, poput lančanica, ne mogu preuzimati tlačne sile. Uvođenjem prenaprezanja minimaliziraju se područja koja bi uslijed tlačnih naprezanja izgubila nosivost. Gubitak stabilnosti uslijed tlačnih naprezanja manifestira se naboravanjem membrana – područjima gdje je „višak“ materijala izbačen van nosive plohe konstrukcije.

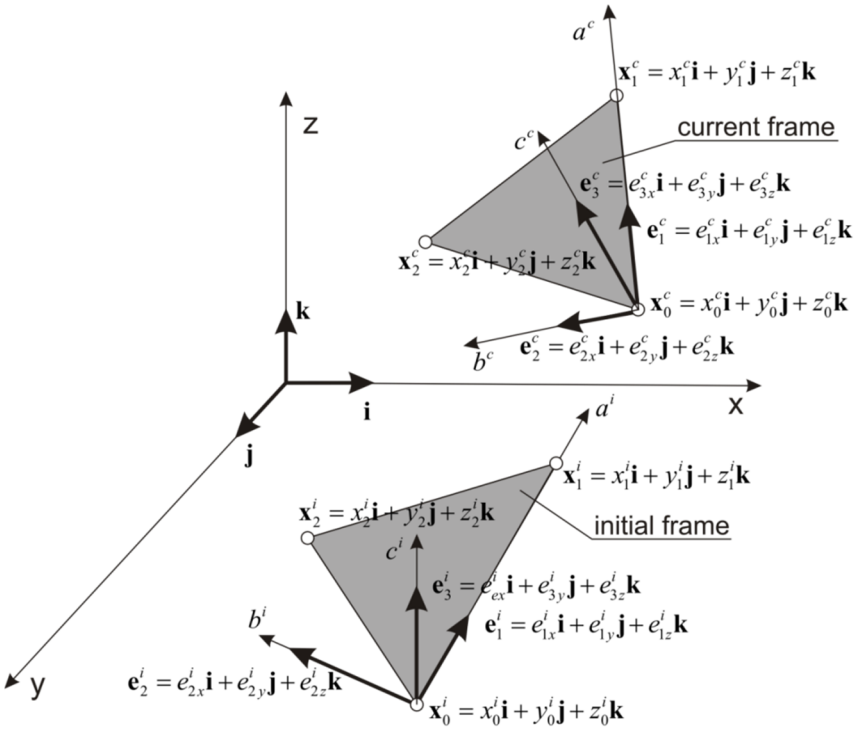
Jedan od ciljeva ovoga istraživanja je razviti numerički model membrane koji bi bio sposoban nositi se sa svim navedenim zahtjevima. Takav numerički model membrane baziran je na FEM/DEM metodi i razvijen unutar softverskog paketa Y. U svrhu simulacija membranskih konstrukcija, razvijeni su novi konačni elementi. Osnovni element modela membrane je prostorni tročvorni trokutni element s konstantnom deformacijom. Za uvođenje materijalno nelinearnog ponašanja i simuliranja pucanja, razvijen je četveročvorni kontaktni element. Za procesiranje kontaktnog međudjelovanja, razvijen je prostorni šestočvorni konačni element.

Numerički modeli membrana temelje se na metodi konačnih elemenata. Osnovni tipovi elemenata su trokutasti i četverostranični elementi s različitima poboljšanjima. Jednostavnost

generiranja mreže kao i jednostavnost same formulacije daju prednost korištenju trokutastih elemenata. Kod primjene četverostraničnih elemenata teže je automatizirati generiranje mreže, osjetljiviji su na krivljenja mreže i zahtijevaju dodatne ispravke prilikom krivljenja, ali imaju veću točnost u usporedbi s trokutastim elementima. U članku [120] četverostranični elementi su korišteni za numeričko traženje oblika te je izvršena usporedba s eksperimentalnim rješenjem. Istraživanje u [22] je prikazalo korištenje trokutastih elemenata s različitim poboljšanim funkcijama deformacija. Rješenje za traženje oblika membrane, koristeći dinamičku relaksaciju i viskozne elemente koji nose samo uzdužnu silu, prikazano je u [178]. U članku [55] su analizirani osnosimetrični problemi membranskih konstrukcija koristeći dvodimenzionalne elemente. Članak [51] istražuje korištenje prostornih koordinata u svrhu smanjena osjetljivosti mreže četverostraničnih elemenata. Analiza uvrtanja membrane primjenom metode konačnih elemenata je izvršena u članku [116]. U [115] prikazan je postupak direktne formulacije osnovne kongruencije *(engl. Direct Core Congruential Formulation)* za modeliranje ponašanja membrane. Rezultati eksperimentalnog istraživanja u [127] dodatno su uspoređeni s rezultatima numeričkog modela. Kako bi se uzeli u obzir veliki pomaci (rotacija i translacija), često se u metodu konačnih elemenata uključuje tzv. ko-rotacijska formulacija [177]. Posljednjih godina se u dvodimenzionalnu i trodimenzionalnu shemu uključuje formulacija potpune multiplikativne dekompozicije kako za krutine, tako i za ljuske [54], [155], [156].

7.2 TROKUTASTI TROČVORNI MEMBRANSKI ELEMENTI

Osnovni konačni element korišten u simulacijama membranskih konstrukcija je trokutni tročvorni konačni element s konstantnom deformacijom. Membranske konstrukcije prenose vlačna naprezanja isključivo u tangencijalnim ravninama. Diskretizacijom membrane na konačne elemente, tangencijalne ravnine membrane svode se na ravnine konačnih elemenata. Kako bi se opisalo deformiranje takvog elementa u početnoj i deformiranoj konfiguraciji, uveden je novi lokalni koordinatni sustav koji prati ravninu elementa. Svaki element ima vlastit koordinatni sustav, a povezuju se preko globalnog koordinatnog sustava koji je zajednički. Na slici 7.1 prikazani su koordinatni sustavi.



Slika 7.1 Definicija koordinatnih sustava membranskih elemenata

Baza lokalnog koordinatnog sustava definirana je položajem konačnog elementa. Prvi vektor baze konačnog elementa usmjeren je od nultog prema prvom čvoru konačnog elementa, treći vektor okomit je na ravninu konačnog elementa i drugi vektor dobiven je kao vektroski umnožak prvog i trećeg. Matrica lokalne baze za deformiranu konfiguraciju iskazana u globalnim koordinatama je:

$$\mathbf{A_c} = \begin{bmatrix} e_{1x} & e_{2x} & e_{3x} \\ e_{1y} & e_{2y} & e_{3y} \\ e_{1z} & e_{2z} & e_{3z} \end{bmatrix} \tag{7.1}$$

Inverzna matrica lokalne baze definirana je kao

$$\mathbf{A_c}^{-1} = \frac{1}{d} \cdot \begin{bmatrix} e_{2y}e_{3z} - e_{2z}e_{3y} & -e_{2x}e_{3z} + e_{3x}e_{2z} & e_{2x}e_{3y} - e_{2y}e_{3x} \\ -e_{1y}e_{3z} + e_{1z}e_{3y} & e_{1x}e_{3z} - e_{1z}e_{3x} & -e_{1x}e_{3y} + e_{1y}e_{3x} \\ e_{1y}e_{2z} - e_{1z}e_{2y} & -e_{1x}e_{2z} + e_{2x}e_{1z} & e_{1x}e_{2y} - e_{1y}e_{2x} \end{bmatrix} \tag{7.2}$$

$$d = e_{1x}e_{2y}e_{3z} - e_{1x}e_{2z}e_{3y} - e_{1y}e_{2x}e_{3z} + e_{1y}e_{3x}e_{2z} + e_{2x}e_{1z}e_{3y} - e_{1z}e_{2y}e_{3x}$$

Lokalne koordinate čvorova dobivene su iz inverzne matrice **A** i globalnih koordinata čvorova:

$$\begin{bmatrix} a_o & a_1 & a_2 \\ b_o & b_1 & b_2 \\ c_o & c_1 & c_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} x_0 - x_0 & x_1 - x_0 & x_2 - x_0 \\ y_0 - y_0 & y_1 - y_0 & y_2 - y_0 \\ z_0 - z_0 & z_1 - z_0 & z_2 - z_0 \end{bmatrix} \tag{7.3}$$

Transformacija iz globalnoga u lokalni koordinatni sustav provodi se za trenutačnu i početnu konfiguraciju. Lokalne koordinate u proračunima označeni su u superskriptu s *c* za trenutačnu te *i* za početnu konfiguraciju. Koristeći lokalne koordinatne sustave, tenzor gradijenta deformacija definira se kao:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} a_1^c - a_0^c & a_2^c - a_0^c \\ b_1^c - b_0^c & b_2^c - b_0^c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1^i - a_0^i & a_2^i - a_0^i \\ b_1^i - b_0^i & b_2^i - b_0^i \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} a_1^c & a_2^c \\ b_1^c & b_2^c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1^i & a_2^i \\ b_1^i & b_2^i \end{bmatrix}^{-1} \tag{7.4}$$

Koristeći lijevi tenzor rastezanja, Cauchy-Greenov tenzor deformacija se definira kao:

$$\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T \ . \tag{7.5}$$

Green-St.-Venantov tenzor deformacija za male deformacije dobiven je iz Cauchy-Greenovog tenzora deformacija. Cauch-Greenov tenzor deformacija nije prikladan za velike deformacije. Za velike deformacije, veće od 20%, moguće je korištenje logaritamskog tenzora deformacija. Upotrebom logaritamskoga tenzora naprezanja, promatraju se glavne deformacije i lokalni koordinatni sustav se orijentira prema njima. Vrijedno je napomenuti da se mogu realizirati veliki pomaci i rotacije membranskih konstrukcija iako su deformacije elementa ograničene na 20 %.

$$\breve{\mathbf{E}} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{B} - \mathbf{I}\right) \tag{7.6}$$

Cauchy-Greenov se tenzor deformacija može rastaviti na komponentu koja mijenja oblik i na komponentu koja mijenja volumen

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_d &= \frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{B}}{\left|\det \mathbf{F}\right|} - \mathbf{I}\right) \\ \mathbf{E}_s &= \frac{1}{2}\left(\left|\det \mathbf{F}\right| - \mathbf{I}\right) \end{aligned} \tag{7.7}$$

Hookov se elastični model materijala za ravninsko naprezanje može napisati kao:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1+\upsilon}\left[\varepsilon_1 - \frac{1}{2}\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)\right] + \frac{E}{1-\upsilon}\left[\frac{1}{2}\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)\right]$$
$$\sigma_2 = \frac{E}{1+\upsilon}\left[\varepsilon_2 - \frac{1}{2}\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)\right] + \frac{E}{1-\upsilon}\left[\frac{1}{2}\left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right)\right] \tag{7.8}$$

Cauchyev tenzor naprezanja iskazan je preko izraza

$$\mathbf{T} = \frac{E}{1+\upsilon}\breve{\mathbf{E}}_{\mathbf{d}} + \frac{E}{1-2\upsilon}\breve{\mathbf{E}}_{\mathbf{s}} + \bar{\mu}\mathbf{D} \tag{7.9}$$

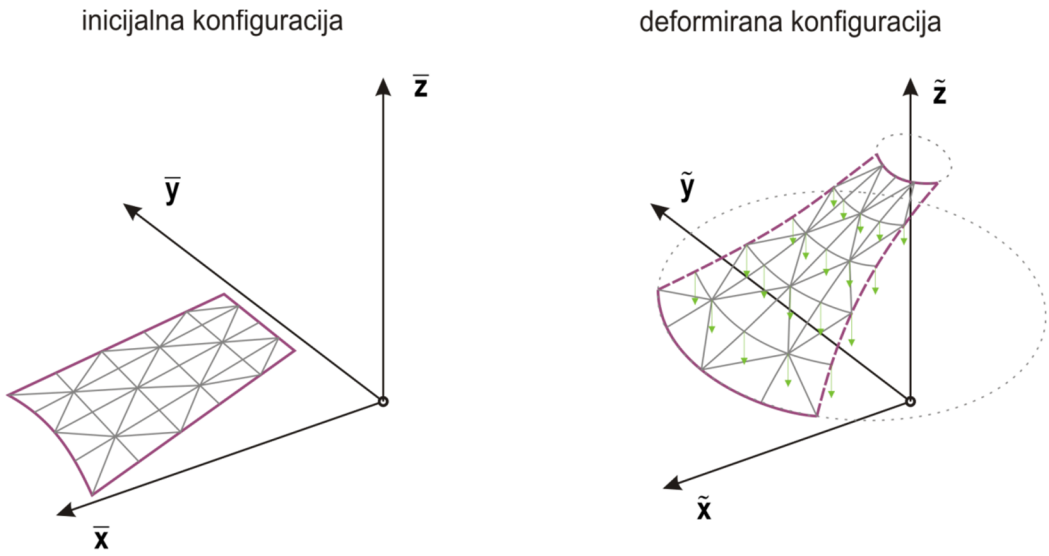
Sile na rub elementa prikazane su izrazom

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \end{bmatrix} = \mathbf{T} \cdot \begin{bmatrix} m_a \\ m_b \end{bmatrix} \tag{7.10}$$

gdje su m_a i m_b komponente vektora normale na stranicu.

7.3. PRENAPREZANJE MEMBRANE

Membrane, poput lančanica, imaju oblik koji je funkcija opterećenja. Veliki pomaci najčešće poništavaju funkcionalnost konstrukcija te se poduzimaju mjere kako bi se smanjile. U realnom svijetu prednaprezanje membrana se provodi zatezanjem plohe na pridržanjima do predviđene forme ili oblika. Numerički model dozvoljava dva načina uvođenja prednaprezanja. Prvi način iskorištava svojstvo inicijalnog i deformiranog referentnog okvira u numeričkome modelu. Inicijalni oblik opisuje plohu bez opterećenja i sa slobodnim rubnim uvjetima što odgovara krojenoj formi membrane. Nametanjem rubnih uvjeta i opterećenja na krojenu formu i deformiranu konfiguraciju, membrana dobiva oblik i naprezanja koji odgovaraju izvedenom stanju (crtež 7.2.).

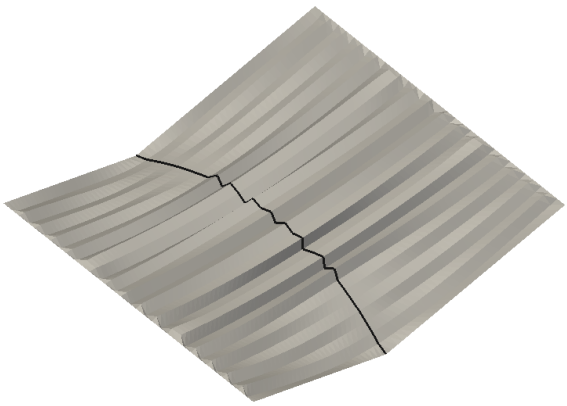


Slika 7. 2 Prednaprezanje membrane

Drugi način uvođenja prednaprezanja je dodavanje konstantnog iznosa naprezanja u tenzor naprezanja elementa.

7.4. NABORAVANJE MEMBRANE

Membranske konstrukcije, poput lančanica, ne nose tlačna naprezanja. Membrane na djelovanje tlaka reagiraju naboravanjem plohe membrane. U numeričkome modelu dolazi do nestabilnosti uslijed koje se čvorovi membrane izmiču naizmjence u odnosu na srednju plohu.

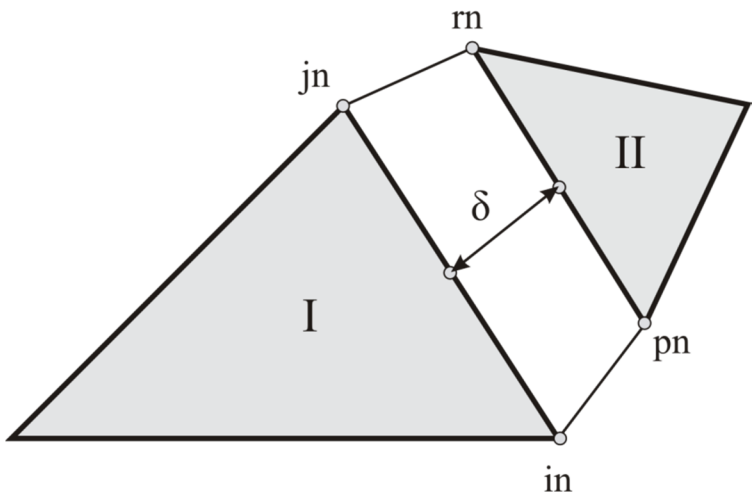


Slika 7. 3 Naboravanje membrane

U simulacijama gdje se pojavljuju nabori na membranama, polja sila su točno modelirana, ali frekvencije nabora mogu odstupati. Razlog tome je što membrane modelirane ovim modelom nemaju savojnu krutost. Stvarne membrane imaju izrazito malu savojnu krutost koja praktično nema utjecaja na ponašanje membrana osim u obliku naboravanja membrane.

7.5. KONTAKTNI ELEMENTI

Kontaktni elementi su četveročvorni elementi koji se nalaze između elemenata membrane. Njihova je funkcija uvođenje nelinearnosti materijala i omogućavanje pucanja veza između konačnih elemenata. Membrane pucaju uslijed prekoračenja uzdužnog naprezanja što u mehanici loma odgovara prvom tipu pucanja.



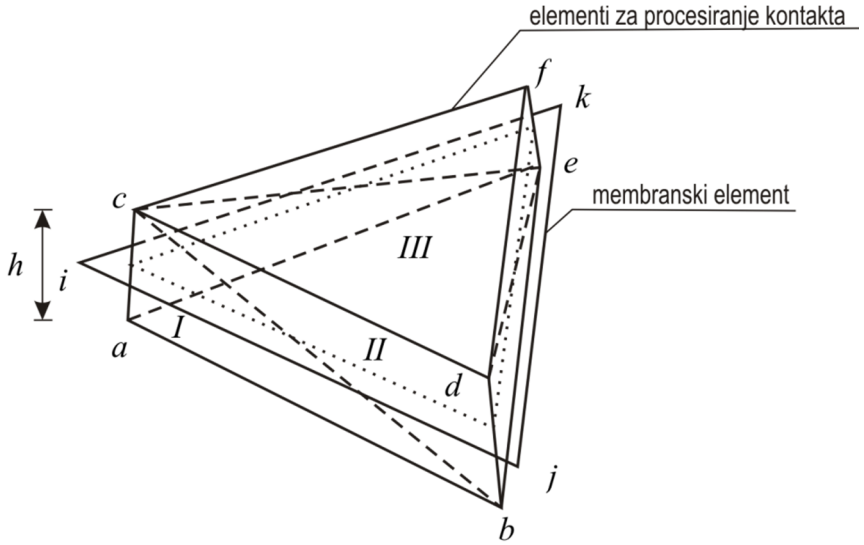
Slika 7. 4 Kontaktni element

Formulacija korištena za dobivanje sila u kontaktnim elementima u potpunosti odgovara formulaciji danoj u četvrtom poglavlju u izrazima (4.54)-(4.60), uvažavajući prostorne koordinate umjesto ravninskih. Mjerodavni pomak δ se uzima kao razmak između polovišta stranica in-jn i pn-rn.

7.6. ELEMENTI ZA KONTAKTNU INTERAKCIJU

Procesiranje kontakta je bitan element za potpuno definiranje mehaničkih simulacija membranskih konstrukcija. U tijeku simulacije membrana može doći u kontakt s ostalim objektima, ali uslijed savijanja može doći i do kontakta membrane same sa sobom. . Za procesiranje interakcije koriste se prostorni tetraedarski elementi prikazani na slici 7.4 i opisani u četvrtom poglavlju. Prvi korak ovog postupka je detekcija kontakta koja se provodi koristeći algoritam za detekciju kontakta *Munjiza NBS* (*Munjiza, Andrews, White; NBS contact detection algorithm for bodies of similar size, 1998*).

Kontaktne se sile, uključujući sile trenja, računaju koristeći raspodijeljenu kontaktnu potencijalnu silu *(Munjiza, The Combined Finite-Discrete Element Method, 2004)*. U FEM/DEM –u za izračun normalne kontaktne sile korištena je metoda *penalty* funkcije. Ovaj se pristup zasniva na pretpostavci da kontaktni elementi prilikom penetracije generiraju kontaktnim silama. Za izračun čvornih sila uzimaju se u obzir veličina, oblik i položaj preklopljenog područja u odnosu na pripadajuće čvorove. Veličina kontaktnog elementa diktira maksimalnu penetraciju koja je opet uvjetovana veličinom vremenskog koraka. Kontaktna se sila računa integracijom preklopljenih područja po svim granicama elementa.



Slika 7.5 Membranski element i elementi za procesiranje kontakta

Za elemente membrane uređuju se tri tetraedarska kontaktna elementa u strukturi prizme čija je trokutasta baza neznatno manja od membranskog elementa, a sam membranski element postavljen je po sredini visine prizme. Tetraedri su razapeti između čvorova

I: a-b-c-e

II: b-c-d-e

III: c-d-e-f.

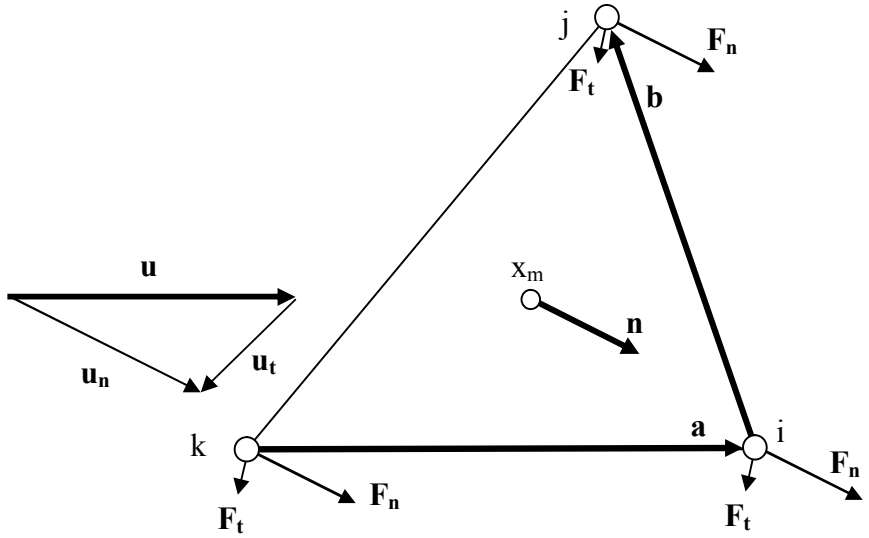
Dok algoritam za detekciju kontakata ne detektira sudar dvaju elemenata za procesiranje kontakata, oni su fiktivni, nemaju masu, ne sudjeluju u vezi deformacija – naprezanje te prate geometriju pridijeljenog konačnog elementa. Prilikom deformacija i pomaka čvorovi *a* i *c* prate čvor *i*, čvorovi *b* i *d* prate čvor *j* te čvorovi *e* i *f* prate čvor *k*.

Da bi se postigla slobodna rotacija membranskog elementa, potrebna je manja baza prizme, no, ako je ista premala s obzirom na element membrane, može se ugroziti detekcija kontakta i obrada interakcije. Baza kontaktnog elementa je odmaknuta od membranskog elementa za visinu kontaktnih elemenata što osigurava slobodnu rotaciju do približno 150° od polukruga. U svakom vremenskom koraku kontaktni elementi imaju fiksni položaj u odnosu na odgovarajući membranski element. Tijekom interakcije između dvije kontaktne prizme, kontaktna se sila generira u čvorovima kontaktnog elementa prema odgovarajućem kontaktnom modelu. Čvorne sile kontaktnih elemenata se prikupljaju u čvorovima membrane po istom pravilu kako je opisana geometrija u fiktivnoj fazi elementa.

Sile po pojedinom podtetraedru se računaju po izrazima danim u četvrtom poglavlju (4.90) – (4.99).

7.7. DJELOVANJE VJETRA NA MEMBRANE

Za razliku od štapnih konstrukcija, koje ne predstavljaju značajnu zapreku strujanju vjetra, membranske konstrukcije traže složenije metode proračuna djelovanja vjetra na konstrukciju. Membranske konstrukcije predstavljaju zapreku toku fluida te se brzine i tlakovi koje djeluju na membranu ne mogu modelirati bez povezanog modela za računalnu mehaniku fluida. Da bi se procijenile sile na membransku konstrukciju pomoću ovog modela, potrebno je uvesti aproksimaciju koeficijenta oblika. U građevinskim konstrukcijama se ne očekuju veliki pomaci te se koeficijenti otpora i uzgona za stacionarni tok mogu primijeniti za proračun. Iz ispitivanja u aerodinamičkim tunelima dobiva se distribucija koeficijenta oblika po elementima u ovisnosti o brzini toka.



Slika 7. 6 Definicije vektora u opisu djelovanja vjetra na membranu

Težište trokutastog membranskog elementa može se definirati iz koordinata čvorova

$$\mathbf{x}_m = \frac{1}{3}\left(\mathbf{x}_{in} + \mathbf{x}_{jn} + \mathbf{x}_{kn}\right) \tag{7.11}$$

Normirani vektor normale dobiva se iz vektorskog umnoška **a** i **b**

$$\boldsymbol{n} = \frac{\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}}{\left|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}\right|} \tag{7.12}$$

Brzina težišta $\mathbf{x}_m$ dobiva se iz srednje vrijednosti vektora brzine čvorova

$$\dot{\boldsymbol{x}}_m = \frac{1}{3}\left(\dot{\boldsymbol{x}}_{in} + \dot{\boldsymbol{x}}_{jn} + \dot{\boldsymbol{x}}_{kn}\right) \tag{7.13}$$

Vektor brzine vjetra dijeli se na vektor brzine vjetra u smjeru normale i okomite na normalu

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}_n\left(\boldsymbol{x}_m\right) &= \left(\boldsymbol{u}\left(\boldsymbol{x}_m\right)\cdot\boldsymbol{n}\right)\boldsymbol{n} \\ \boldsymbol{u}_t\left(\boldsymbol{x}_m\right) &= \boldsymbol{u}\left(\boldsymbol{x}_m\right) - \left(\boldsymbol{u}\left(\boldsymbol{x}_m\right)\cdot\boldsymbol{n}\right)\boldsymbol{n} \end{aligned} \tag{7.14}$$

Iz komponenti brzine vjetra u točki $\mathbf{x}_m$ i brzine točke definiraju se vektori ukupne normalne $\mathbf{F}_n$ i tangencijalne sile $\mathbf{F}_t$ prema izrazu 3.76, koje se jednoliko dijele po čvorovima elemenata

$$\boldsymbol{F}_n = \frac{\rho}{2}\left|\boldsymbol{u}_n\left(\boldsymbol{x}_m\right) - \mu\dot{\boldsymbol{x}}_m\cdot\boldsymbol{n}\right|^2 AC_N\left(\boldsymbol{u}\right)\boldsymbol{n} \tag{7.15}$$

$$\boldsymbol{F}_t = \frac{\rho}{2}\boldsymbol{u}_t\left(\boldsymbol{x}_m\right)^2 AC_T\left(\boldsymbol{u}\right)\boldsymbol{t} \tag{7.16}$$

$$\boldsymbol{F}_i = \frac{1}{3}\left(\boldsymbol{F}_n + \boldsymbol{F}_t\right),\ i = in, jn, kn \tag{7.17}$$

Član $\mu \cdot \dot{\boldsymbol{x}}_m \cdot \boldsymbol{n}$ u izrazu za normalnu silu predstavlja aerodinamičko prigušenje, opisan u izrazima (3.89) i (3.90).

Koeficijenti oblika C_N i C_T se zadaju kao ulazni parametar na početnom referentnom sustavu. Koeficijenti oblika ovise o vektoru brzine i položaju promatrane točke uz interpolaciju među zadanim vrijednostima.

Kao što je opisano u prethodnom poglavlju, aeroelastični fenomeni opisani u trećem poglavlju su inherentni u modelu te se ne definiraju eksplicitno.

8. VERIFIKACIJA MODELA I NUMERIČKI PRIMJERI

8.1. UVOD

Numerički modeli ponašanja rešetkastih konstrukcija, lančanica i membrana predstavljeni su u šestom i sedmom poglavlju. Usporedbom rezultata numeričkog modela te odabranih analitičkih rješenja i eksperimentalnih studija, u ovom je poglavlju prikazana provedena validacija. Potpoglavlja su podijeljena prema tipovima konstrukcija. U svakom potpoglavlju na početku su dani jednostavni verifikacijski primjeri koji opisuju pojedino svojstvo modela te predstavljaju korak ka složenijim primjerima.

U sklopu drugog potpoglavlja dana je usporedba ponašanja realne čelične konstrukcije – antenskog stupa „Bobani“ opisanog u petom poglavlju s rezultatima novog numeričkog modela. Uspoređen je snimani, eksperimentalni odgovor konstrukcije koji je nastao kao posljedica djelovanja vjetra i simulirani odgovor novog numeričkog modela opterećen zapisom istog vjetra. Odgovor konstrukcije antenskog stupa opisan je pomacima vrha te deformacijom pojasnica uz temelje. Nadalje, uspoređena su opterećenja vjetrom prema pri kojem konstrukcija antenskog stupa otkazuje nosivost prema krajnjem graničnom stanju.

U idućem potpoglavlju prikazan je verifikacijski primjer statičkog ponašanja lančanice. Numeričkim primjerom opisano je ponašanja lančanica u sklopu konstrukcije privremenog antenskog stupa. Konstrukcija je opterećena vjetrom prema starijim HRN normama. Zatege, modelirane štapnim elementima prikazanim u šestom poglavlju, ključan su dio ponašanja konstrukcije privremenog antenskog stupa. Rezultat novog numeričkog modela je uspoređen s rezultatima komercijalnog modela „Robot“.

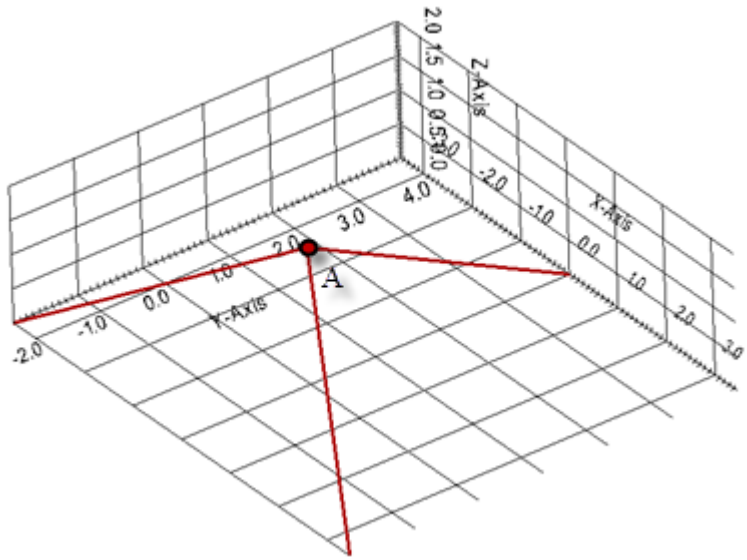
Numerički model membrane verificiran je analitičkim primjerima s jednostavnom geometrijom i opterećenjem. Provjerena je konvergencija numeričkog rješenja progušćenjem mreže konačnih elemenata. Ispitana su svojstva modela pod dinamičkim utjecajem. Nakon što je verifikacijskim primjerima opisana točnost osnovnih svojstava modela, kroz eksperimentalne studije opisuju se složenija svojstva modela poput , naboravanja,pucanja i djelovanja vjetra na membrane.

8.2. VALIDACIJA MODELA REŠETKASTE KONSTRUKCIJE BAZIRANOG NA METODI KONAČNO-DISKRETNIH ELEMENATA

8.2.1. Verifikacijski primjeri

- **Minimalna prostorna rešetka**

Najjednostavniji prostorni statički sustav čine tri štapna elementa postavljena radijalno u odnosu na točku unosa opterećenja, kao što je prikazano na crtežu 8.1. Dimenzije prikazane na slici 8.1 iskazane su u metrima. Sustav je opterećen koncentriranom silom u točki *A*, koja ima koordinate (0,0,2) m. Elementi su zglobno pridržani u ravnini x-y.



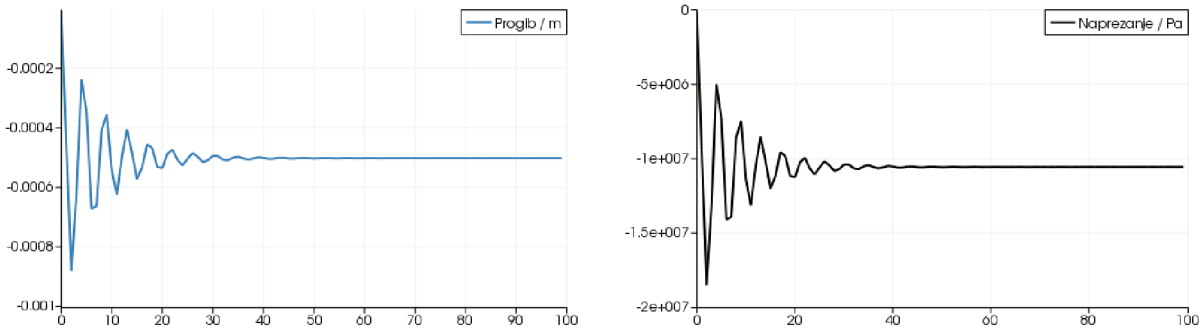
Slika 8.1 Geometrija primjera

Geometrijske i materijalne karakteristike poprečnih presjeka prikazani su u tablici 8.1

Tablica 8. 1 Svojstva poprečnog presjeka, materijala i opterećenja

Površina poprečnog presjeka, A	7.068 cm^2
Modul elastičnosti, E	210 GPa
Prigušenje materijala, ζ	0.003
Opterećenje, F	10 kN

S obzirom na to da je opisani sustav lako rješiv analitičkim metodama, pogodan je za usporedbu. Analitičkim metodama dobivene su tlačne sile u štapovima u iznosu od 7.454 kN i vertikalni pomak točke $5.021 \cdot 10^{-4}$ m.



Slika 8.2 Pomak prema numeričkom modelu

Za statički odgovor sustava, konstantna sila u iznosu od 10 kN je primijenjena na sustav od početka do vremena smirenja sustava. Kriteriji po kojemu se definiralo mirno stanje sustava je promjena pomaka manja od 10^{-6} m. Odgovor sustava, u vidu progiba točke T i naprezanja u štapovima, prikazan je u grafikonu 8.1. U mirnom stanju, progib u numeričkom modelu iznosi $5.022 \cdot 10^{-4}$ m te sila u štapu 7.455 kN ($1.05477 \cdot 10^{7}$ Pa $\cdot$ $7.068 \cdot 10^{-4}$ m).

Usporedbom progiba i naprezanja dobivamo to da je numerički model premašio analitičko rješenje za 0.02%.

- **Dinamika minimalne prostorne rešetke**

U ovom primjeru korištena je ista geometrija kao u prvom primjeru prikazan na slici 8.1. Umjesto sile, na centralnu točku zadana je početna brzina u vertikalnom smjeru iznosa 10 m/s. Sustav je lišen prigušenja. Prema geometriji konstrukcije i svojstvima poprečnog presjeka određena je krutost konstrukcije *k:*

$$k = 3\frac{EA}{L}\sin\theta \tag{7.1}$$

gdje je θ kut između elementa i horizontalne ravnine.

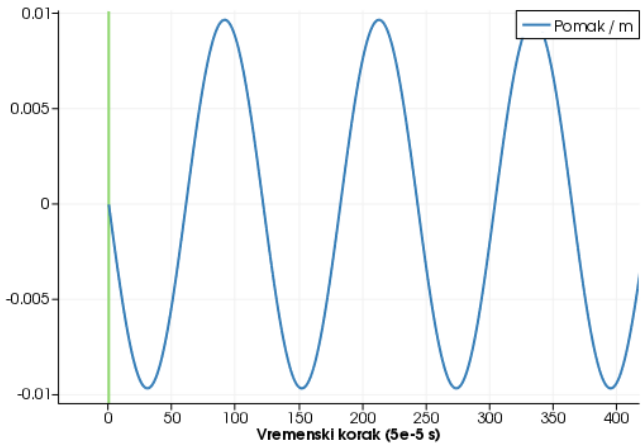
Ekvivalentna masa je dobivena prema

$$m = 3\frac{1}{2}\rho AL \tag{7.2}$$

Analitički period titranja sustava iznosi

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = 5.744\cdot 10^{-3}\,s \tag{7.3}$$

Pomak centralne točke A prema numeričkom modelu prikazan je na slici 8.3.



Slika 8.3 Izlaz iz numeričkog modela za primjer 8.1.2.

Koristeći FFT transformaciju pomaka dobivenog iz modela, dobiva se period titranja koji iznosi $6.05\cdot 10^{-3}$ s. Model ima grešku 5.3% u odnosu na analitičko rješenje.

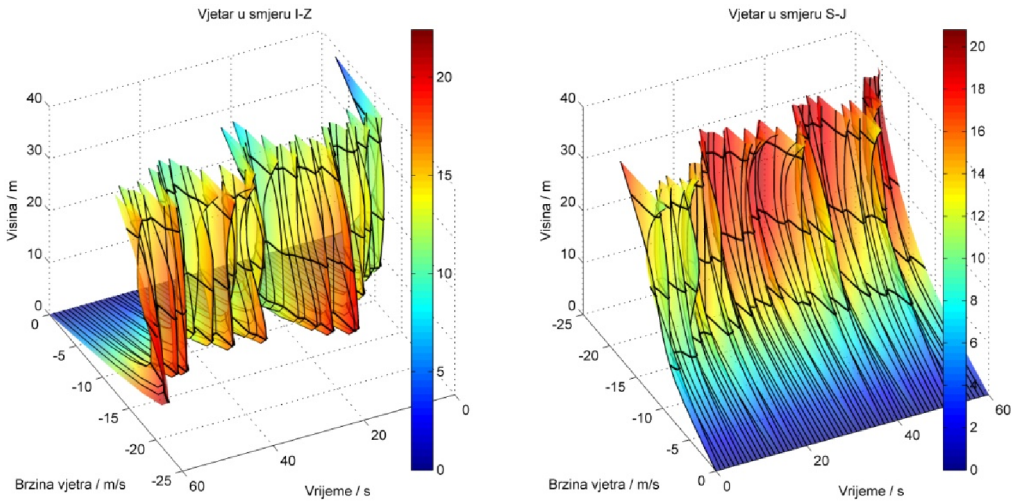
8.2.2. Usporedba rezultata numeričkog modela s terenski eksperimentom „Bobani“

- **Usporedba zapisa odgovora konstrukcije i odgovora**

Za integralnu verifikaciju ponašanja numeričkog modela za rešetkaste konstrukcije korisit će se podaci prikupljeni u sklopu terenskog eksperimenta „Bobani“ koji je predstavljen u petom poglavlju. Na temelju jednog seta podataka izvršena je usporedba izmjerenih i simuliranih pomaka i naprezanja pod istim djelovanjem vjetra.

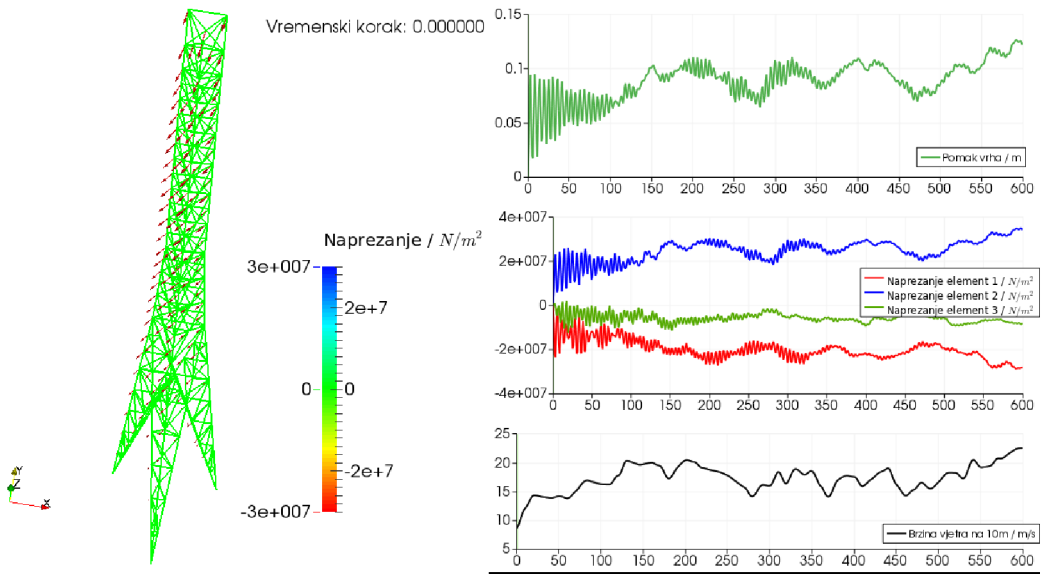
Odabrana situacija s burom srednje brzine 18.95 m/s snimljena je 11.12.2008. u 9 h i 25min. Na slici 8.4 prikazan je zapis brzine vjetra. Snimljeni zapis je interpoliran po visini po

zakonu potencije, te vremenski kubičnim interpolantom kako bi se dobio profil brzine vjetra za svaki korak numeričkog proračuna i za svaku visinu.



Slika 8. 4 Brzine vjetra za slučaj bure

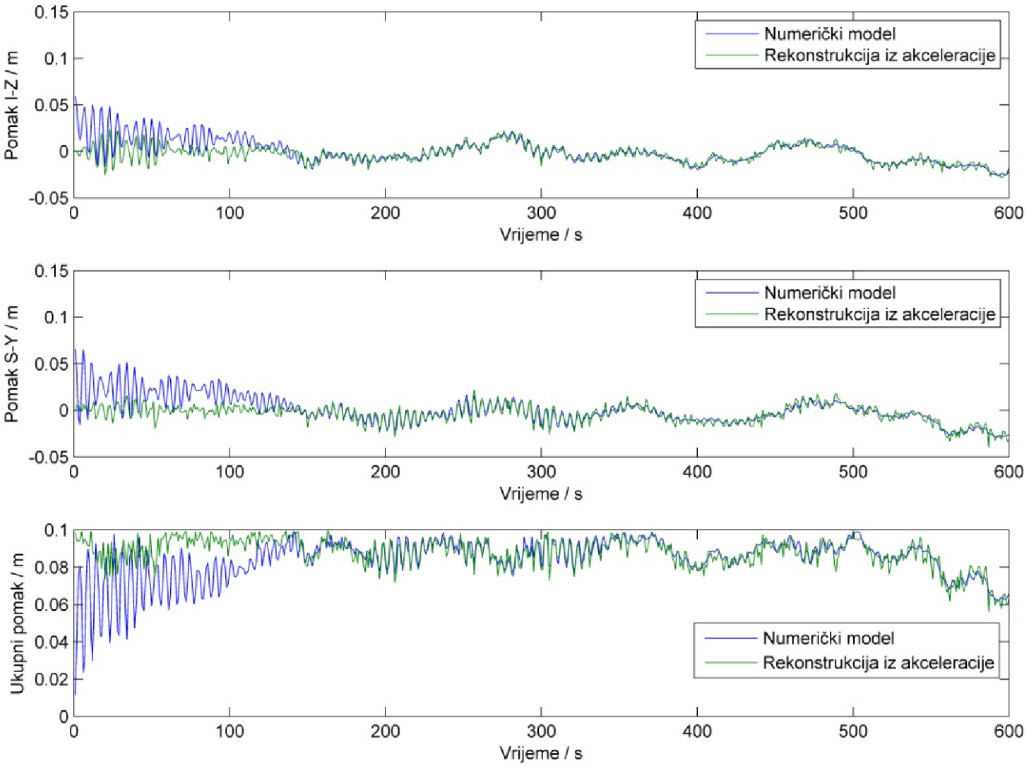
U numeričkom modelu je izvršena tranzijentna analiza ponašanja konstrukcije antenskog stupa izloženog snimljenom vjetru. Dodatne površine u konstrukciji (kabeli, antene) simulirane su dodatnim elementima koji ne sudjeluju u nosivosti konstrukcije.



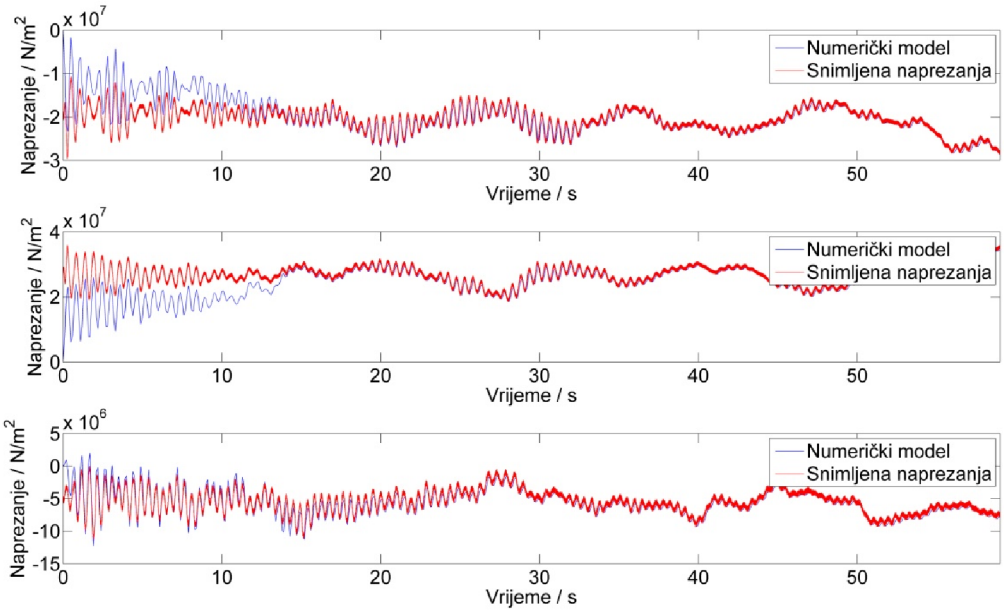
Slika 8.5 Numerički odgovor konstrukcije za slučaj bure za t=0 s

Na slici 8.5 prikazani su pomaci vrha stupa, naprezanja u stopama antenskog stupa te brzina vjetra na 10m od tla. Numerički model je prethodno kalibriran drugim zapisom vjetra.

Koristeći podatke o odgovoru konstrukcije prikupljene na terenu izvršena je usporedba prikazana na slikama 8.6 i 8.7.



Slika 8. 6 Snimljeni odgovor konstrukcije



Slika 8. 7 Snimljeni odogovor konstrukcije

Iz slika 8.6 i 8.7 vidljivo je preklapanje snimljenog i simuliranog signala U početku simulacije postoji značajnije odstupanje jer numerički model kreće s opterećenjem od nule i stvara fiktivni udar na konstrukciju. Nakon što se u modelu izgubi energija udara numerička

simulacija prati snimljeno ponašanje konstrukcije. Maksimalna razlika u naprezanjima dobivenim numeričkim modelom i naprezanjima snimljenim u terenskom eksperimentu iznosi 8.2%, a u pomacima 11.2%. Odstupanja koja se javljaju su posljedica diskretizacije mase u čvorove u numeričkom modelu naspram kontinuirane mase, momenti koji se javljaju u elementima stvarne konstrukcije uslijed zavara te pretpostavke o neutjecanju konstrukcije na tok vjetra oko nje.

- **Usporedba graničnih stanja prema *Eurocode normi* i numeričkog modela**

Koristeći metodu proračuna krajnjeg graničnog stanja prema *Eurocode normi*,predstavljenu u trećem poglavlju, i opterećenje vjetrom definirano za predmetnu lokaciju u poglavlju pet, u sljedećem proračunu definirat će se brzina pri kojoj stup otkazuje nosivost odnosno uporabljivost. Za potrebe proračuna konstrukcija se dijeli na četiri sekcije: prva od temelja do visine 14 m, druga od visine 14 m do 20 m, zatim na niz od 8 jednakih sekcija po 2,4 m te finalno sekcija s antenskim panelima na vrhu stupa. Površine i koeficijenti oblika se računaju po (3.138) – (3.145).

Tablica 8. 2 Površine i koeficijenti oblika za samu konstrukciju

	A_{bruto}/m^2	A_{neto}/m^2	φ	A_f/m^2	A_c/m^2	$A_{c.sup}/m^2$	$K\phi$	$c_{f.s}$
Sekcija 1	35.14	16.37	0.466	0	16.37	0	1	1.263
Sekcija 2	9.06	4.15	0.459	0	4.15	0	1	1.264
Sekcija 3	3.14	1.38	0.44	0	1.38	0	1	1.267

Tablica 8. 3 Površine dodatne opreme

	Aa	K_A	$c_{f.a.0}$	$c_{f.a}$
Sekcija 1	3.6	0.8	1.2	0.96
Sekcija 2	1.44	0.8	1.2	0.96
Sekcija 3	0.576	0.8	1.2	0.96
Sekcija 4	1.8	0.8	2	1.6

Konstrukcijski faktor se računa po izrazu (3.124) te iznosi

$$c_s c_d = 0.943 \tag{7.4}$$

Sile po sekcijama se računaju po izrazu (3.147)

Sekcija 1: F_{TW} = 33.0 kN

Sekcija 2: F_{TW} = 10.2 kN

Sekcija 3: F_{TW} = 33.6 kN

Sekcija 4: F_{TW} 5.4 kN

Rezultantna sila se raspodjeljuje po pojasnicama kao kontinuirano opterećenje i kao koncetrirano opterećenje na mjestu montaže antena.

Sekcija 1: f_{TW} = 0.262 kN/m'

Sekcija 2: f_{TW} = 0.563 kN/m'

Sekcija 3: f_{TW} = 0.583kN/m'

Sekcija 4: F_{TW} = 1.8 kN

Otpornost konstrukcije prema *Eurocode normi* se računa za elemente u vlaku

$$\frac{N_{Sd}}{N_{Rd}} < 1.0 \tag{7.5}$$

gdje je N_{Sd} računska sila dobivena prema

$$N_{Sd} = \gamma_G N_G + \gamma_P N_P \tag{7.6}$$

N_G uzdužna sila u elementu uslijed stalnog opterećenja, N_P uzdužna sila uslijed pokretnog opterećenja, γ_G parcijalni faktor sigurnosti za stalno opterećenje i γ_P parcijalni faktor uslijed pokretnog opterećenja.

Računska otpornost presjeka u vlaku i tlaku prikazana je izrazom

$$N_{Rd} = \frac{f_y A}{\gamma_{M0}} \tag{7.7}$$

gdje je A površina poprečnog presjeka, f_y granica popuštanja materijala te γ_{M0} parcijalni faktor sigurnosti.

Otpornost elementa na izvijanje uslijed tlaka prikazana je izrazom

$$N_{Rd.b} = \chi \frac{A f_y}{\gamma_{M1}} \tag{7.8}$$

gdje je koeficijent redukcije χ

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \tag{7.9}$$

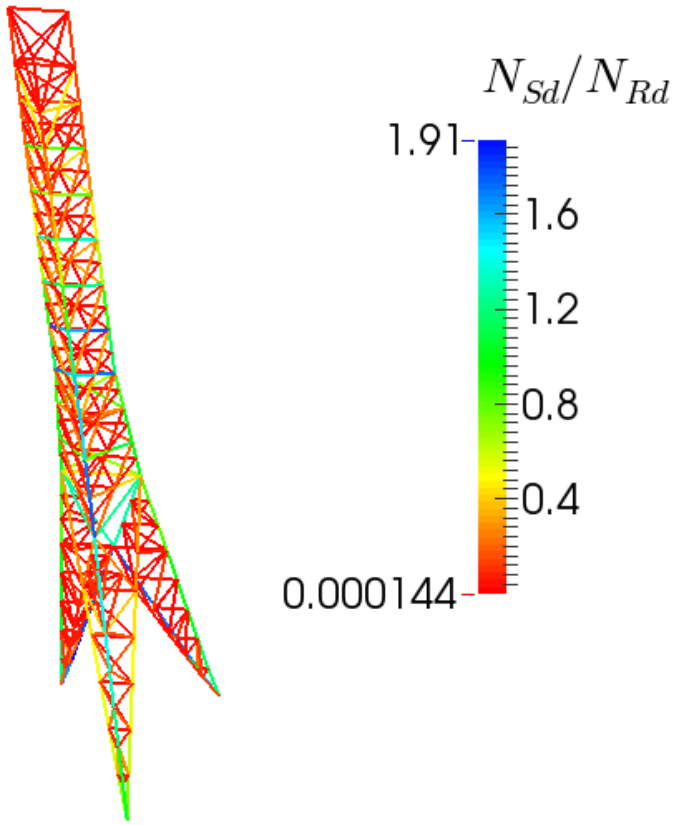
$$\phi = 0.5\left(1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2\right) \tag{7.10}$$

$$\bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{i\lambda_1} \tag{7.11}$$

$$\lambda_1 = \pi\sqrt{\frac{235}{f_y\left[MPa\right]}}, \tag{7.12}$$

a L_{cr} duljina izvijanja, i radijus tromosti poprečnog presjeka.

Koristeći opterećenja definirana u ovom poglavlju, na predmetnu konstrukciju dobivamo iskorištenje elemenata prema krajnjem graničnom stanju.



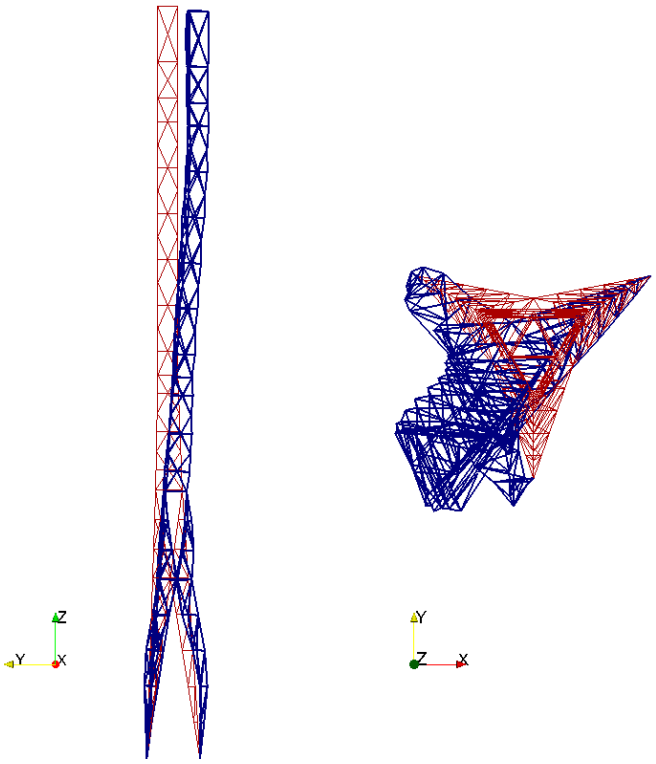
Slika 8. 8 Iskorištenje presjeka po *Eurocodu* pri osnovnoj brzini 30 m/s

Iz slike 8.8 vidljivo je da konstrukcija nije zadovoljila krajnje granično stanje. Najviša osnovna brzina za koju je zadovoljen uvjet krajnjeg graničnog stanje je 23 m/s. Navedena brzina je manja od osnovne brzine propisane lokacijom stupa koja iznosi 30 m/s. Ovu konstataciju potvrđuje i havarija stupa, po konstrukciji istog kao antenski stup „Bobani“, prikazanog na slici 5.1.

Granično stanje uporabljivosti diktira maksimalno zakretanje vrha stupa koji za stup Bobani iznosi 1° prema zahtjevima korisnika. U kontekstu pomaka vrha navedeno zakretanje

iznosi 68.4 cm. Uzimajući u obzir parcijalne faktore sigurnosti za granično stanje uporabljivosti koji iznose 1.0, granično stanje uporabljivosti zadovoljava maksimalna osnovna brzina od 29 m/s.

Prema razvijenome numeričkom modelu do otkazivanja nosivosti konstrukcije dolazi pri ekstrapoliranoj brzini od 42 m/s na 10 m od tla, uvažavajući intenzitet turbulencije i raspodjelu srednje brzine vjetra prema zapisima na terenu. Oblik konstrukcije netom nakon otkazivanja dan je na slici 8.9 pri čemu plava kontura je konstrukcija nakon gubitka nosivosti, a crvena kontura neopterećena konstrukcija. Konstrukcija je otkazala nosivost izvijanjem pojasnice u drugoj sekciji stupa.



Slika 8. 9 Konstrukcija nakon otkazivanja nosivosti

8.3. VERIFIKACIJA MODELA LANČANICE

8.3.1. Verifikacijski primjeri

Lančanica opterećena vlastitom težinom

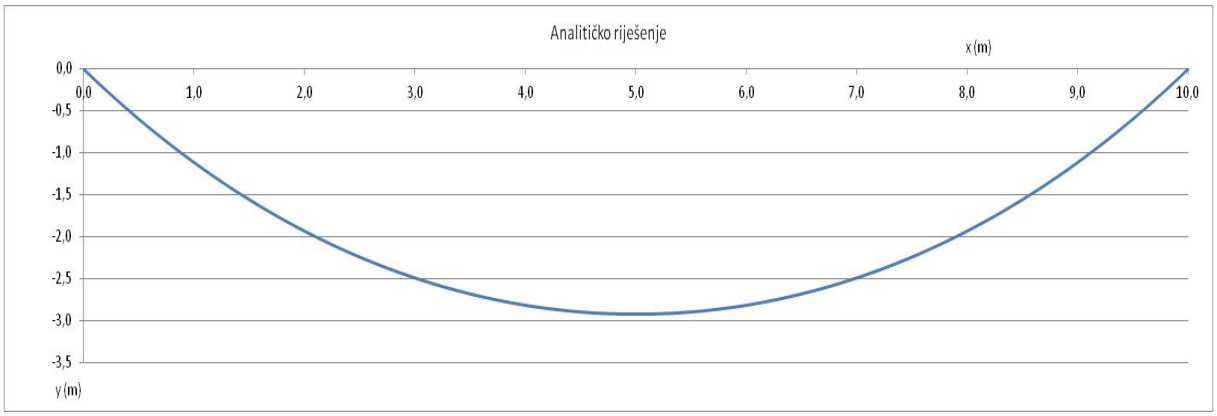
U numeričkom modelu simulirana je rastezljiva, linearno elastična, lančanica pod djelovanjem raspodijeljene statičke sile vlastite težine. Lančanica uslijed djelovanja sila

opterećenja i inercijalnih sila oscilira, postepeno konvergirajući ka ravnotežnom položaju uslijed aeroelastičnog prigušenja. Ravnotežni oblik i sile u lančanici dobivene prema numeričkom modelu uspoređene su s analitičkim iterativnim rješenjem [76]. Geometrija lančanice, karakteristike materijala te opterećenja prikazani su tabelarno.

Tablica 8. 4 Karakteristike primjera

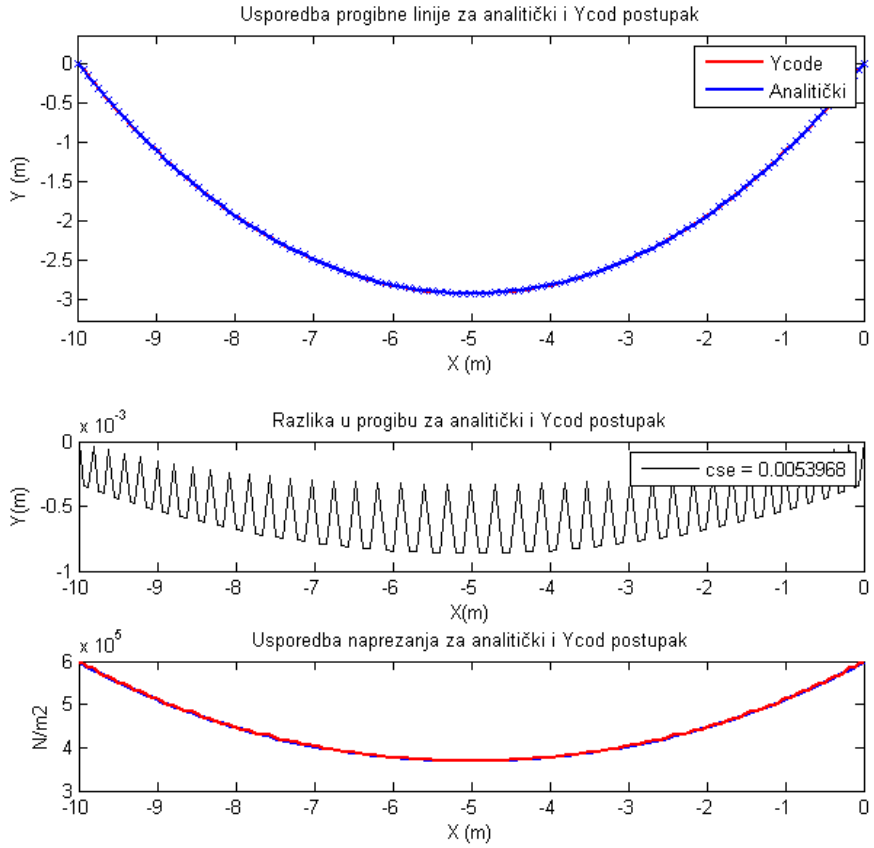
Inicijala duljina lančanice	12 m
Razmak oslonaca	10 m
Denivelacija oslonaca	0 m
Modul elastičnosti E	210 GPa
Površina poprečnog presjeka A	3.14 cm^2
Gustoća materijala	7850 kg/m^3
Težina po jedinici duljine lančanice	24.66 N/m'

Analitičko rješenje progiba nakon uvrštavanja svih relevantnih parametara prikazano je na slici 8.10. Na slici je vidljivo da maksimalni progib iznosi 2.9 m u sredini raspona. Nadalje, sile u osloncima lančanice imaju horizontalnu komponentu 115.8 N i vertikalnu komponenta 148 N.



Slika 8.10 Analitičko rješenje primjera 8.1.5.

Numerički model lančanice diskretiziran je s 80 elemenata jednake duljine. Na slici 8.11 su prikazani progibi prema analitičkom izrazu i prema novom numeričkom modelu



Slika 8.11 Rezultat numeričkog modela

Iz slike 8.11. je vidljivo dobro preklapanje progiba i naprezanja prema analitičkom izrazu i prema numeričkom modelu. Najveća pogreška progiba iznosi 1 mm odnosno 0.034 % od ukupnog progiba i nalazi se na sredini raspona. Kumulativna kvadratna pogreška iznosi 0.0054 m^2. Najveća razlika naprezanja je manja od 1%.

8.3.2. Numerički primjer ponašanja rešetkaste konstrukcije sa zategama

U ovom je primjeru analiziran privremeni antenski stup visine 35 m te su uspoređeni rezultati dobiveni prema numeričkom modelu prikazanom u radu i komercijalnom softverskom paketu ROBOT.

Tlačni dio stupa je tropojasna prizmatična rešetka stranice 50 cm. Vlačni dio stupa su čelične zatege promjera 20 mm. Pojasnice rešetke su kružni poprečni presjeci 139.7x8 mm, a ispune 60.3x4 mm. Geometrijske i materijalne karakteristike prikazane su u tablici 8.5.

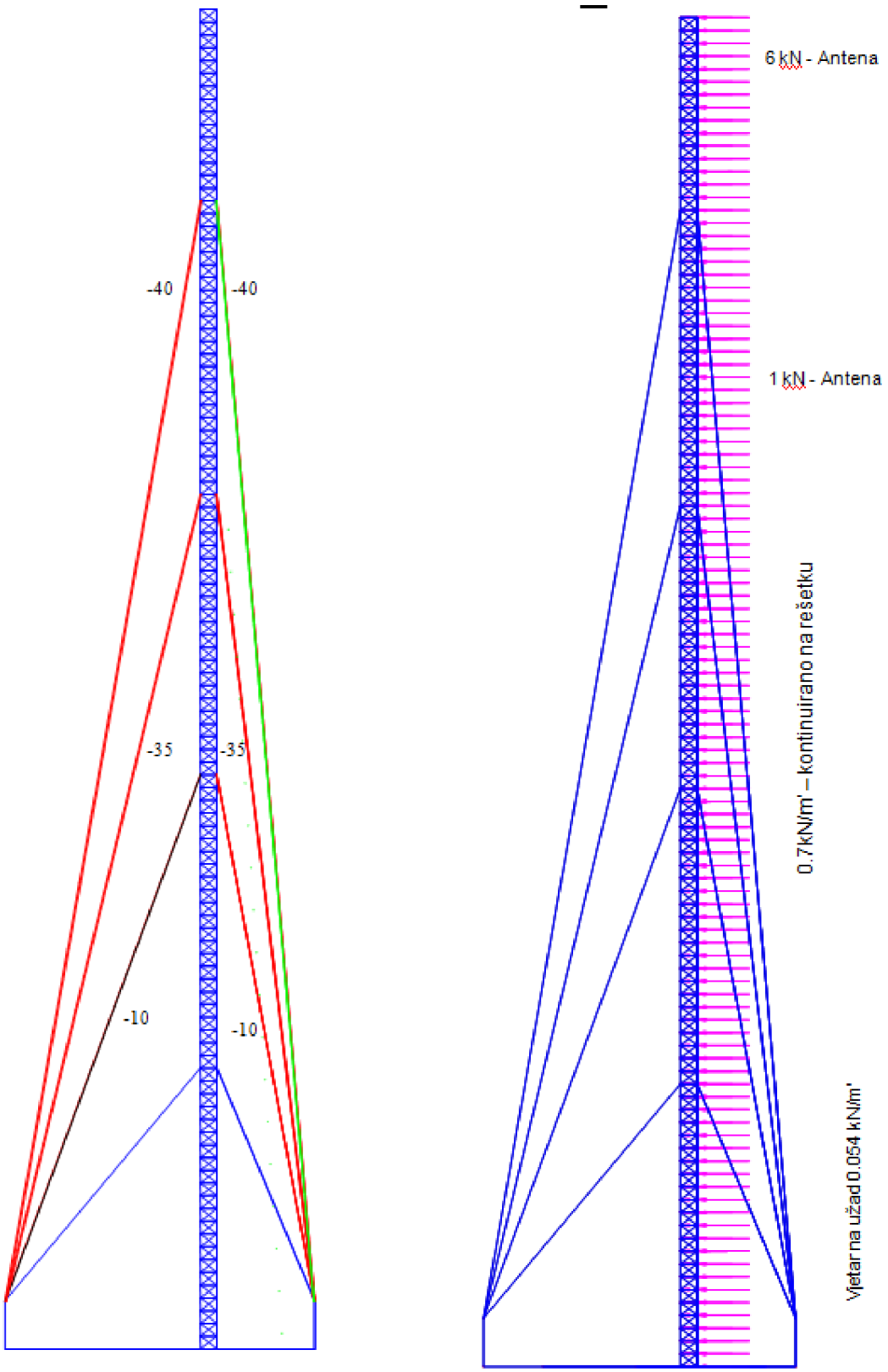
Tablica 8. 5 Geometrijske i materijalne karakteristike

	A_X (cm^2)	A_Y (cm^2)	A_Z (cm^2)	I_X (cm^4)	I_Y (cm^4)	I_Z (cm^4)	E (MPa)	G (MPa)
Profil 20 mm	3,142	2,651	2,651	1,571	0,785	0,785	205000	80000
KR 139.7x8	33,100	19,860	19,860	1440,57	720,000	720,000	205000	80000
KR 60.3x4	7,070	4,242	4,242	56,346	28,200	28,200	205000	80000

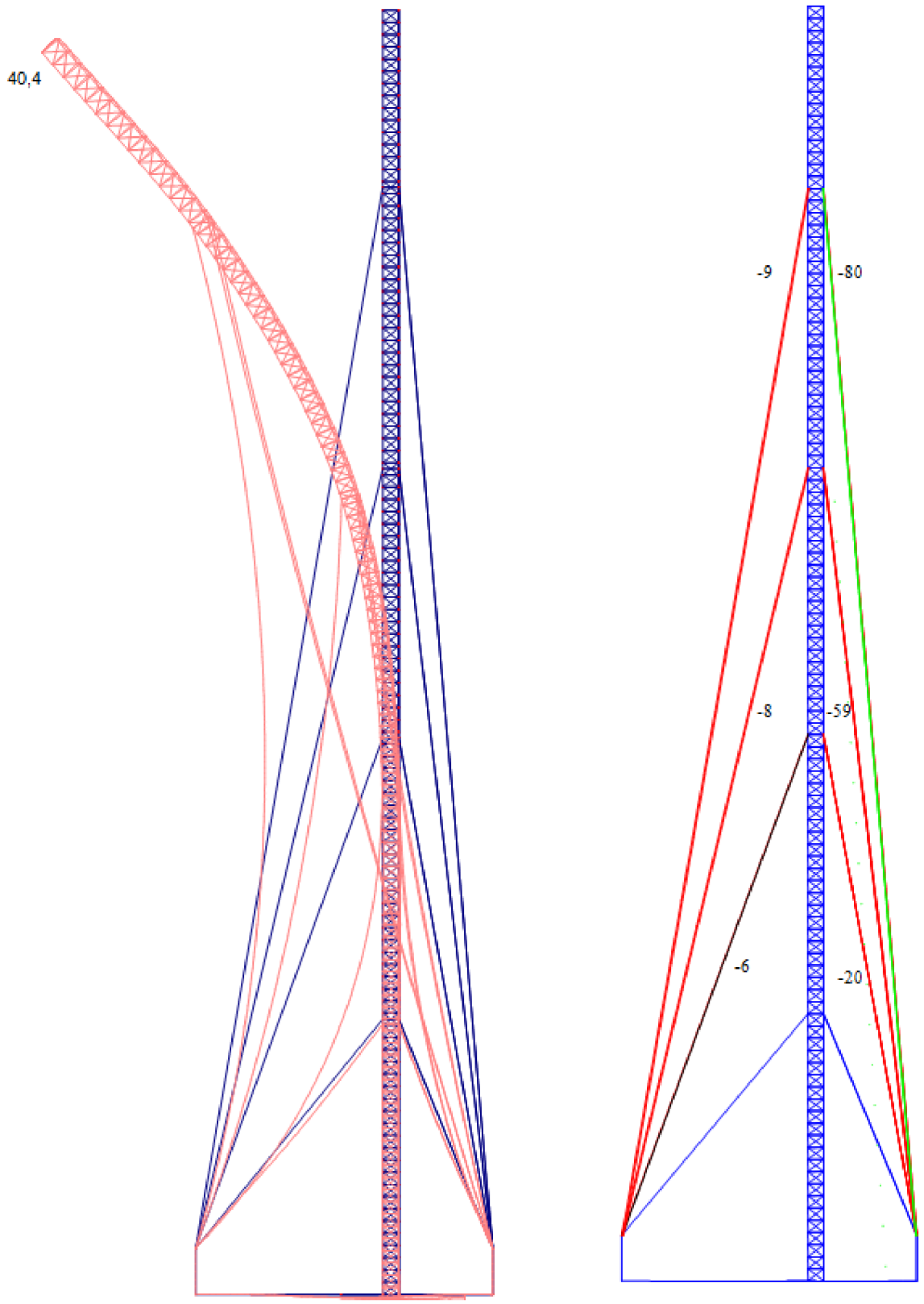
Stup je opterećen vjetrom po HRN normi koja je bila važeća prije aktualne *Eurocode norme*. Jednolika referentna brzina vjetra od 49.2 m/s definirana je po čitavoj visini stupa. U komercijalnome softveru, koristeći koeficijente sile za kružne valjke, dobivena je sila po pojasnicama tornja i po zategama. Sila po pojasnicama iznosi 700 N/m', a po užadi 54 N/m'. Sila od strujanja vjetra javlja se i na antene koje su montirane na stup. Sila na antenu montiranu na 25 m od tla iznosi 1000 N i sila na antenu na vrhu stupa iznosi 6000 N. Za razliku od komercijalnog softvera, u numeričkom se modelu nisu unosile sile po elementima, već je brzina vjetra bila zadana kao konstantno opterećenje po visini i vremenu kao ulaz za opterećenje. Antene su modelirane kao dodatne plohe na koje se ostvaruje sila od vjetra.

Zatege su prednapregnute po sljedećoj shemi u oba modela: od dna prema vrhu, prve dvije imaju silu prednaprezanja 10 kN, iduća 35 kN te zadnja 40kN.

Na slici 8.12. su prikazana opterećenja pripremljena za ROBOT.



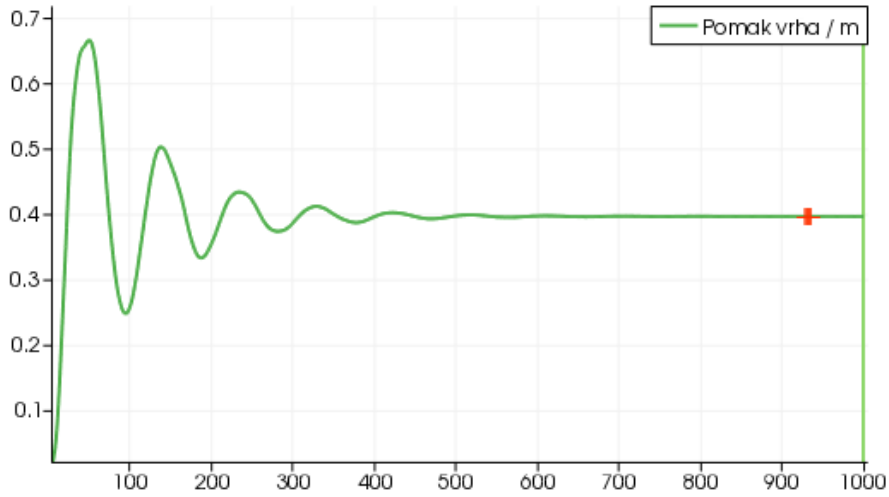
Slika 8. 12 Opterećenja – lijevo predanprezanje kablova, desno vjetar



Slika 8. 13 Lijevo – pomaci uslijed djelovanja vjetra, desno -sile u kabelima uslijed djelovanja vjetra

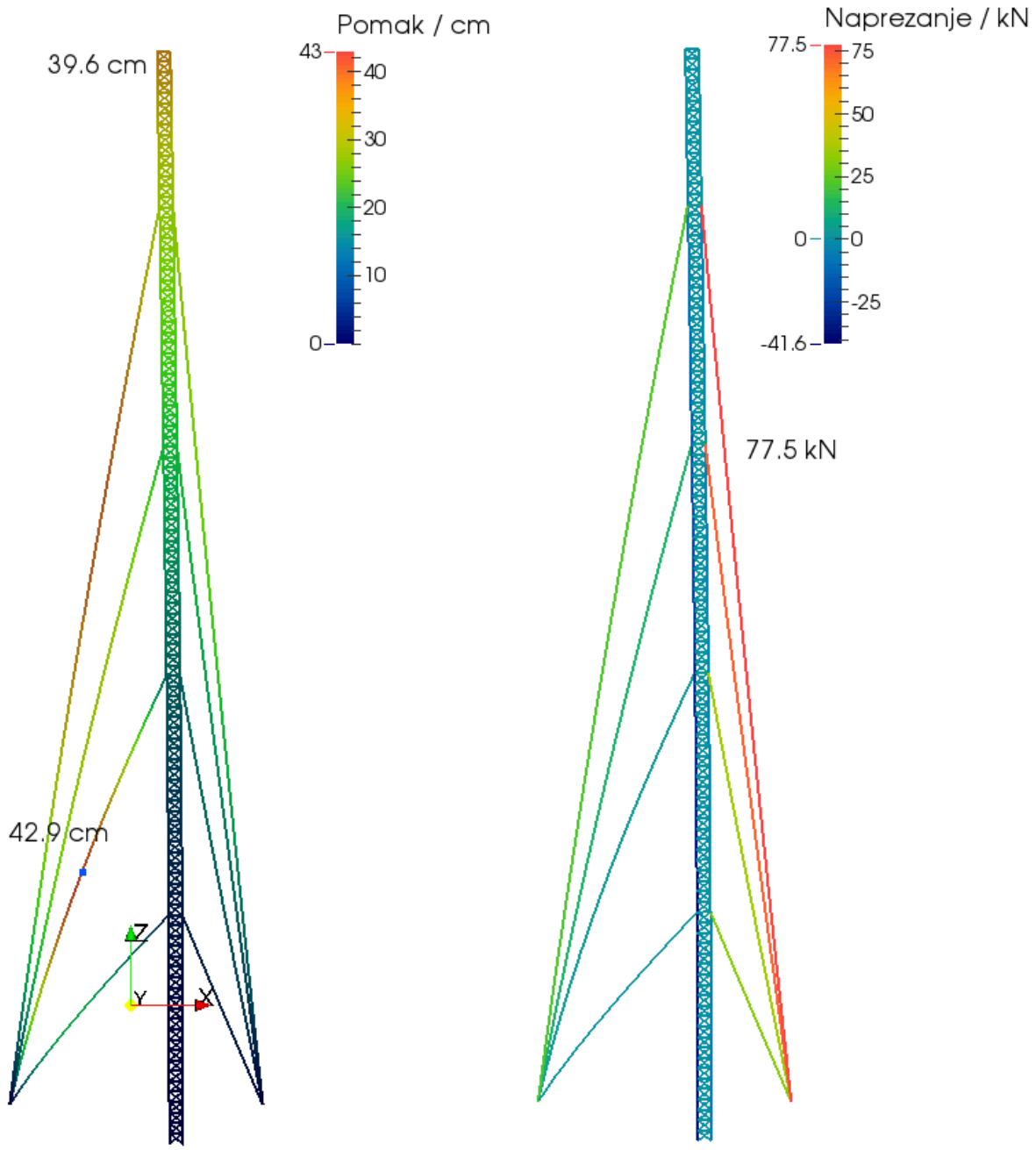
Na slici 8.13 su prikazani rezultati dobiveni softverom ROBOT. Rezultati su dobiveni koristeći teoriju drugog reda. Maksimalni pomak stupa je očekivano na vrhu i iznosi 40.2 cm te najveća sila koja se javlja u kabelu iznosi 80 kN.

U razvijenom numeričkom modelu pomaci i sile su dobivene statičkim opterećenjem konstantnom brzinom vjetra do smirenja oscilacija konstrukcije uslijed gubitka energije aeroelastičnim prigušenjem. Konvergencija pomaka prikazana je na slici 8.14



Slika 8. 14 Pomak vrha stupa uslijed prednapreznja i djelovanja vjetra

Za kriterij mirnog stanja definirano je da najveća razlika pomaka konstrukcije između dva vremenska koraka iznosi 0.1mm. Stanje pomaka konstrukcije i naprezanja u kablovima, nakon smirenja konstrukcije, prikazano je na slici 8.15.



Slika 8. 15 Rješenje iz numeričkog modela.

U novom numeričkom modelu najveći pomak koji se javlja u konstrukciji je na sredini druge razine zatega i iznosi 42.9 cm. Pomak vrha stupa iznosi 39.6cm odnosno 2% manje od rezultata dobivenog komercijalnim softverom. Najveća sila u kabelima iznosi 77.5 kN odnosno 3% manje od sile u kabelu prema komercijalnom softveru.

8.4. VERIFIKACIJA MODELA MEMBRANE

8.4.1. Verifikacijski primjeri

- **Membrana izložena koncentriranoj statičkoj sili**

U ovom primjeru cilj je prikazati točnost statičkih progiba membrane. Za statički sustav uzeta je inicijalno ravna kružna membrana, opterećena koncetriranom silom u središtu. Statički je sustav ovako odabran jer za njega postoji analitičko rješenje [37]. Radijus membrane iznosi 2 m. Materijal korišten u radu je čelični lim čije su karakteristike prikazane u tablici 8.6

Tablica 8. 6 Karakteristike materijala

Debljina lima, t	0.91 mm
Modul elastičnosti, E	210 GPa
Poissonov koeficijent, ν	0.3
Gustoća, ρ	7850 kg/m^3

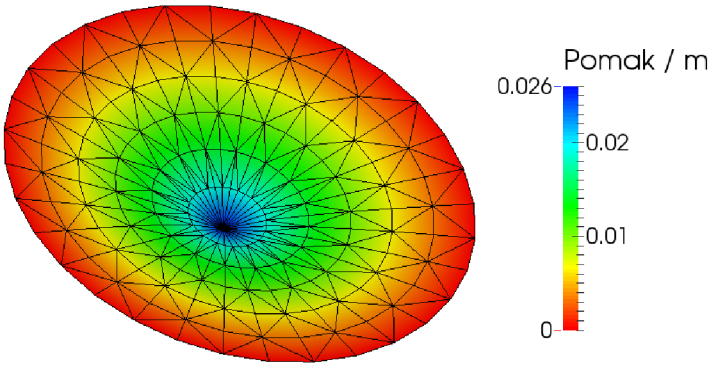
Za navedene parametre materijala i radijus membrane, prema analitičkome rješenju, [37] progib iznosi 2.65 cm.

U numeričkome modelu membrana je diskretizirana s četiri mreže različite gustoće diskretizacije.

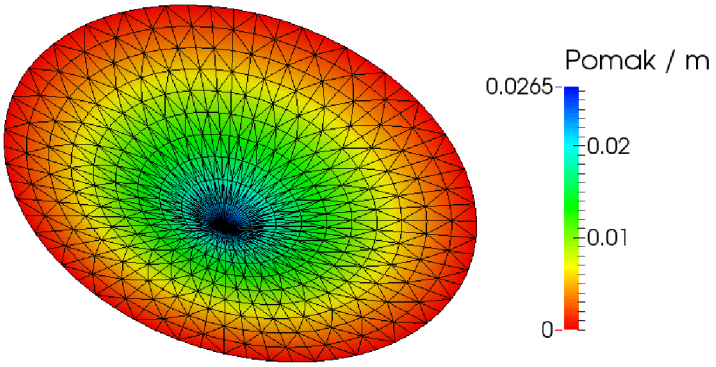
U numeričkome modelu membrana je diskretizirana s tri mreže različite gustoće diskretizacije:

a) diskretizacija s 352 elementa
b) diskertizacija s 1216 elemenata
c) diskretizacija s 2208 elemenata

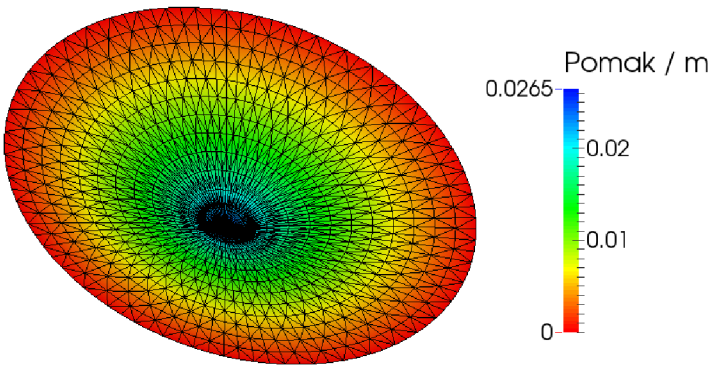
Na slici 8. 16. prikazne su diskretizacije mreže konačnih elemenata i progibi dobiveni u numeričkom modelu za svaku mrežu.



a)



b)



c)

Slika 8. 16 Diskretizacija i progibi membrane

Usporedbom s analitičkim rješenjem vidljiva je konvergencija ka analitičkom rješenju progušćenjem diskretizacije. Odstupanje od analitičkog rješenje za najgušću diskretizaciju iznosi 0.07%.

- **Membrana izložena dinamičkom djelovanju**

U ovom se primjeru ispituje točnost numeričkog modela za simulaciju ponašanja. Napete membrane osciliraju od linearno elastičnih materijala do točaka prema valnoj jednadžbi

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) \tag{7.13}$$

gdje je $u = u(r,\theta,t)$ pomak membrane od mirnog položaja, a c^2 je mjera krutosti membrane

$$c^2 = \frac{N_{rr}}{\rho} \tag{7.14}$$

gdje je N_{rr} naprezanje na vanjskom rubu membrane i ρ težina membrane po jedinici površine.

Analitičko rješenje diferecijalne jednadžbe postoji u ograničenom broju slučajeva. Jedan od analitički rješivih problema je osnosimetrični problem neprigušenih oscilacija s početnim pomakom, brzinom ili oboje. Za osnosimetrično opterećenje treći član na desnoj strani diferencijalne jednadžbe se poništava pa jednadžba postaje

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} \right) \tag{7.15}$$

i funkcija pomaka postaje $u = u(r,t)$. Rubni uvjeti primijenjeni na membranu su funkcija $f=f(r)$ koja predstavlja početni pomak, i $g=g(r)$ koja predstavlja početnu brzinu. Rješenje diferencijalne jednadžbe dano je u obliku

$$\begin{aligned} u(r,t) &= \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(c\lambda_n t) + B_n \sin(c\lambda_n t)) J_0(\lambda_n r) \\ \lambda_n &= \frac{\alpha_n}{a} \end{aligned} \tag{7.16}$$

gdje je α_n n-ti korijen Besselove funkcije, a je polumjer membrane, J_0 je Besselova funkcija te A_n i B_n su nepoznati koeficijenti koji ovise o rubnim uvjetima. Ti se nepoznati koeficijenti računaju pomoću Bessel-Fourieovog proširenja

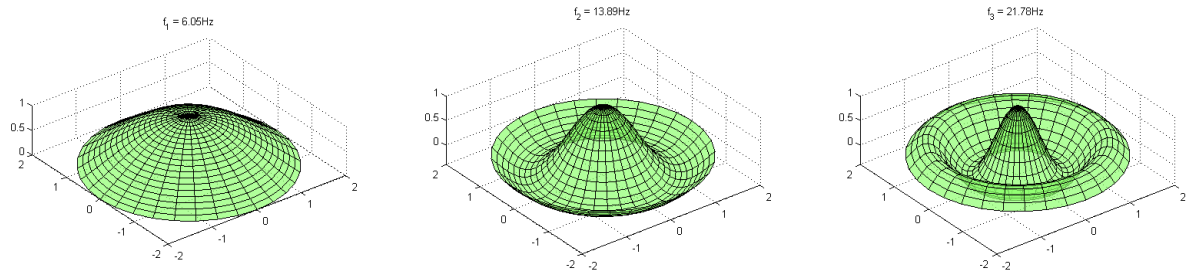
$$\begin{aligned} A_n &= \frac{2}{a^2 J_1^2(\alpha_n)} \int_0^a f(r) J_0(\lambda_n r) r dr \\ B_n &= \frac{2}{c\alpha_n a J_1^2(\alpha_n)} \int_0^a g(r) J_0(\lambda_n r) r dr \end{aligned} \tag{7.17}$$

Frekvencija svakog modalnog oblika je izračunata iz vremenskog dijela rješenja (1.4)

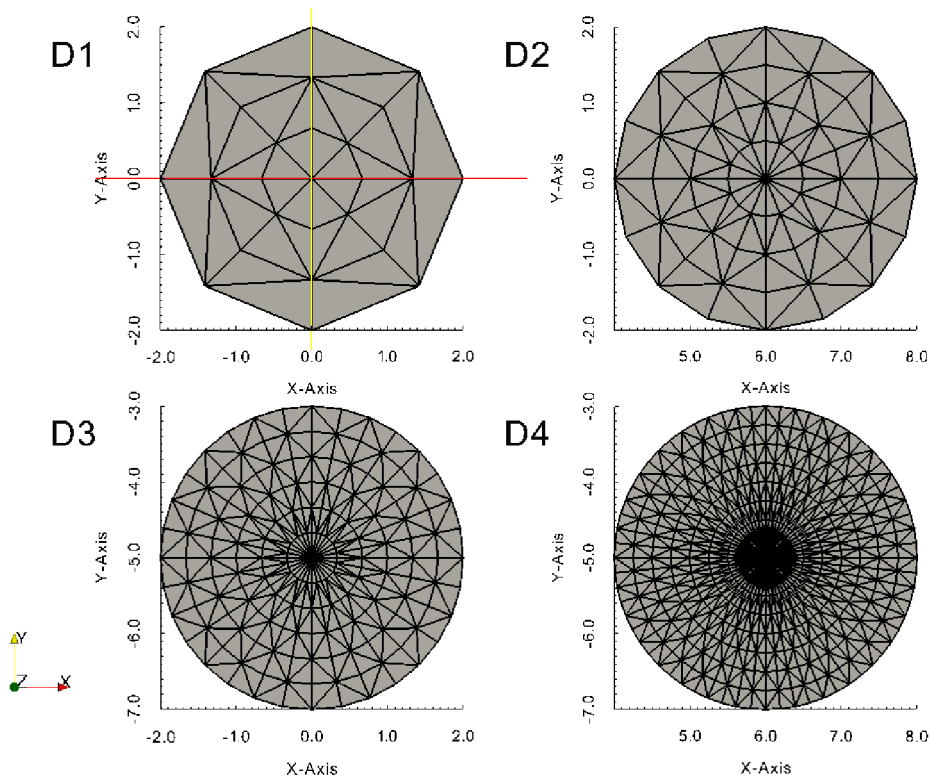
$$f_n = \frac{\alpha_n}{D \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{N_{rr}}{\rho}} \tag{7.18}$$

Za potrebe validacije, analitički dobiveni modalni oblici i frekvencije su uspoređene s modalnim oblicima i frekvencijama numeričkog modela. Budući da numerički model provodi tranzijentnu analizu, izvršene su spektralne transformacije vremenskih serija pomaka da bi se dobili modalni oblici i frekvencije.

U numeričkom je primjeru promjer membrane 2 m. Na membranu je primijenjeno konstantno naprezanje od 5000 N/m u radijalnom smjeru. Membrana ima jediničnu težinu od 5 kg po kvadratnom metru. Početni rubni uvjeti su da nema pomaka te je brzina od 1 m/s uniformna okomito na ravninu membrane. Membrana je u elastičnom području bez vanjskih opterećenja i bez prigušenja da bi se postigle pretpostavke analitičkog rješenja. Analitička rješenja za prva tri moda su prikazana na slici 8.17.

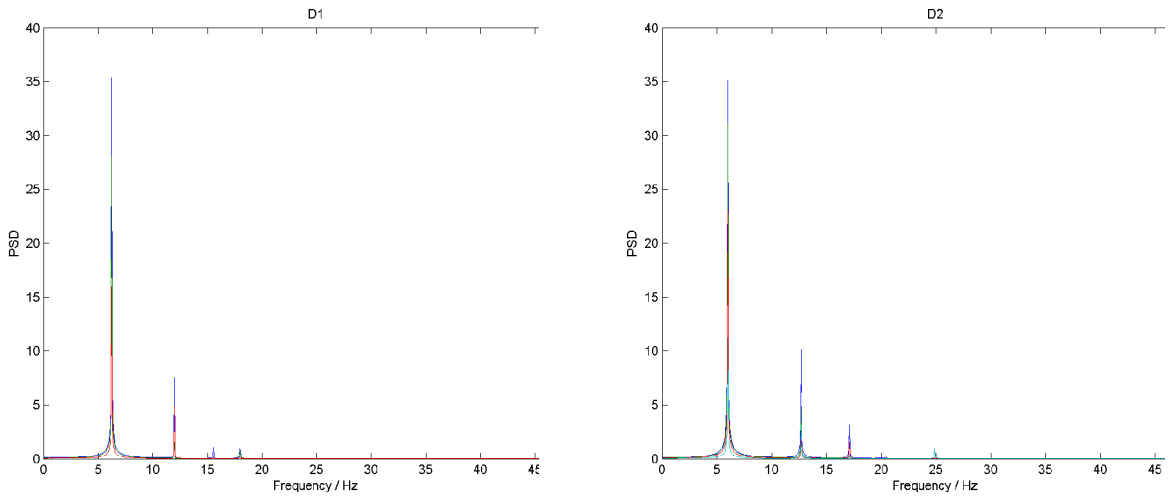


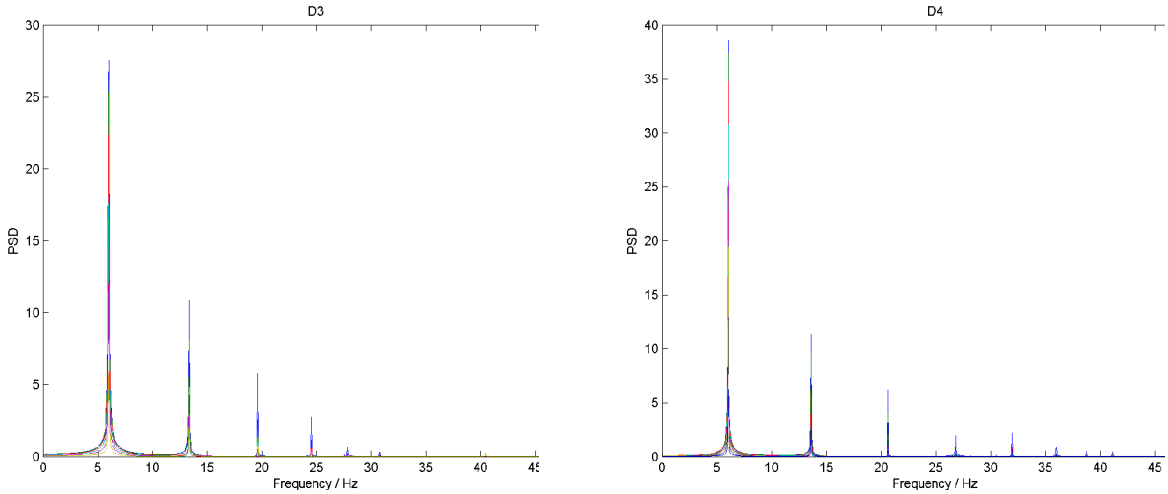
Slika 8. 17 Analitičko rješenje za dinamički odgovor



Slika 8. 18 Konfiguracije mreže za validaciju dinamičkog ponašanja modela

Dobivena su numerička rješenja za četiri različite konfiguracije mreže koje su prikazane na slici 8.18. Da bi se dobio dinamički odgovor modela na pomake čvorova koji leže u radijalnom smjeru, primijenjena je diskretna Fourier-ova transformacija (FFT). Spektralni podaci su korišteni za dobivanje modalnih oblika i frekvencija.





Slika 8. 19 Spektri odgovora

Tablica 8. 7 Usporedba modalnih frekvencija

	f01 / Hz	f02 / Hz	f03 / Hz
D1	6,3	15,6	-
D2	6,1	12,8	-
D3	6,1	13,4	24,3
D4	6,1	13,7	20,7
Analitičko rješenje	6,1	13,9	21,8

Intuitivno, finija mreža daje više informacija o višim modovima kao što se može vidjeti na slici 8.30. Iz tablice 8.7 je vidljivo da prva tri moda odgovaraju analitičkom rješenju za sve tipove mreža osim za najgrublju gdje je frekvencija 3.2% iznad analitičkog rješenja. Viši modovi također konvergiraju analitičkom rješenju svakim progušćivanjem mreže.

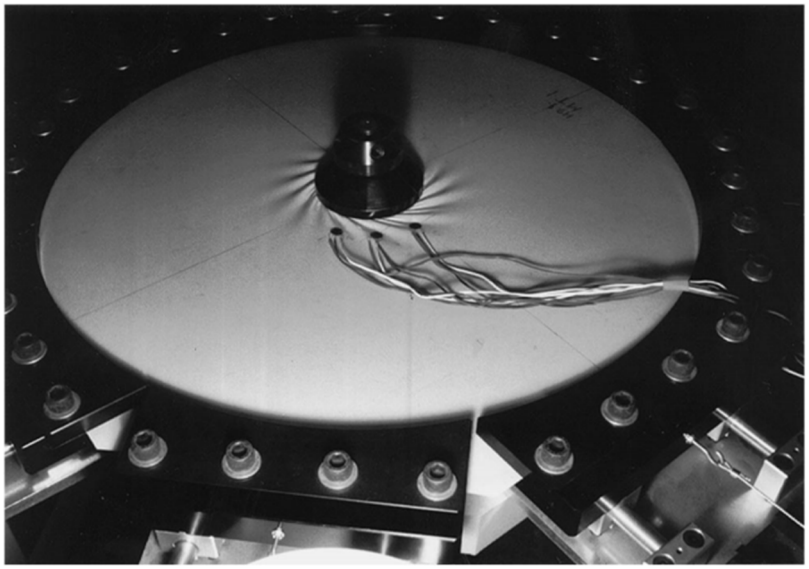
- **Ponašanje membrane uslijed tlačnih naprezanja**

U ovom je primjeru proučeno naboravanje membrane i uspoređeno je s eksperimentom opisanim u radu [108]. U eksperimentu je korištena prstenasta membrana od PVC-a s karakteristikama prikazanim u tablici 8.8.

- **Tablica 8. 8** Karakteristike materijala

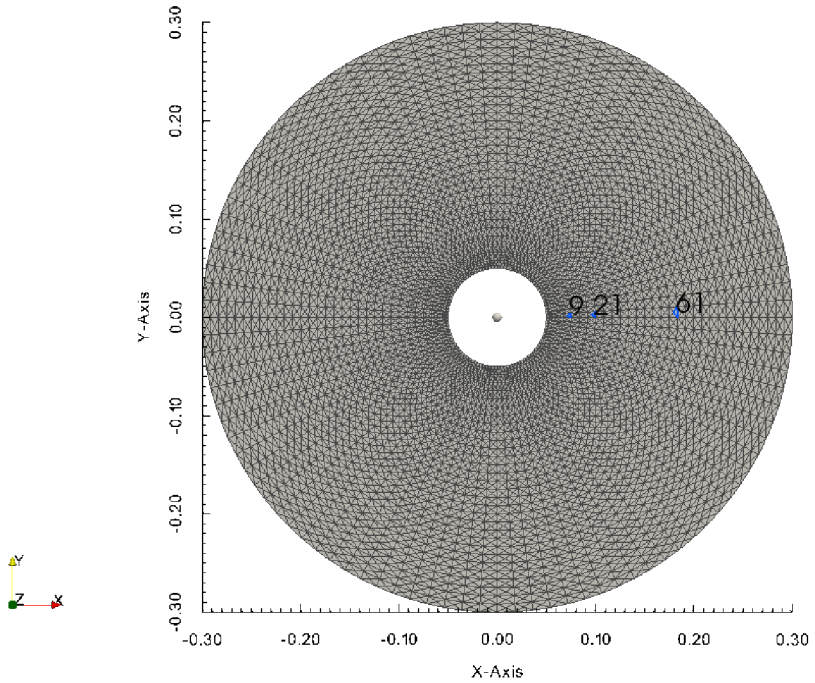
Debljina membrane t	0.18 mm
Modul elastičnosti E	5.56 GPa
Modul posmika G	2.22 GPa
Poissonov koeficijent ν	0.267

Membrana je pričvršćena na uređaj na način da je vanjski prsten učvršćen dok je unutarnji podvrgnut torziji (slika 8.20). Vanjski polumjer prstena je 30 cm , a unutrašnji polumjer je 5 cm. Membrana je prednapeta na naprezanje od 766 N/m. Opterećenje na membranu se uvodi rotacijom unutarnjeg prstena konstantnom kutnom brzinom of 0.016 rad/s. Promatrani su obrasci naboravanja te su izmjerene deformacije na nekoliko točaka duž dva koncentrična kruga s odmacima 2 i 5 cm od unutarnjeg ruba.

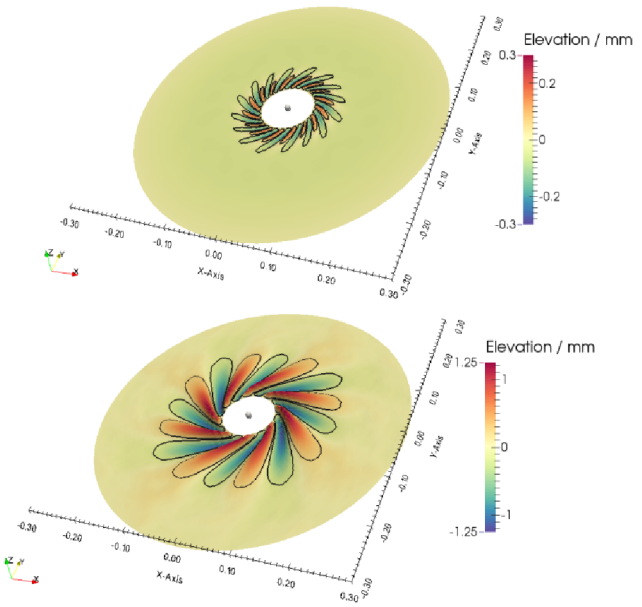


Slika 8. 20 Postavke eksperimenta, preuzeto iz [108]

U numeričkom je modelu eksperiment repliciran uvažavajući sve parametre. Model je diskretiziran s mrežom od 12480 elemenata kao što je prikazano na slici 8.21. Čvorovi 9 i 21 su jednako udaljeni kao i mjerene točke u eksperimentu te služe za usporedbu rezultata.

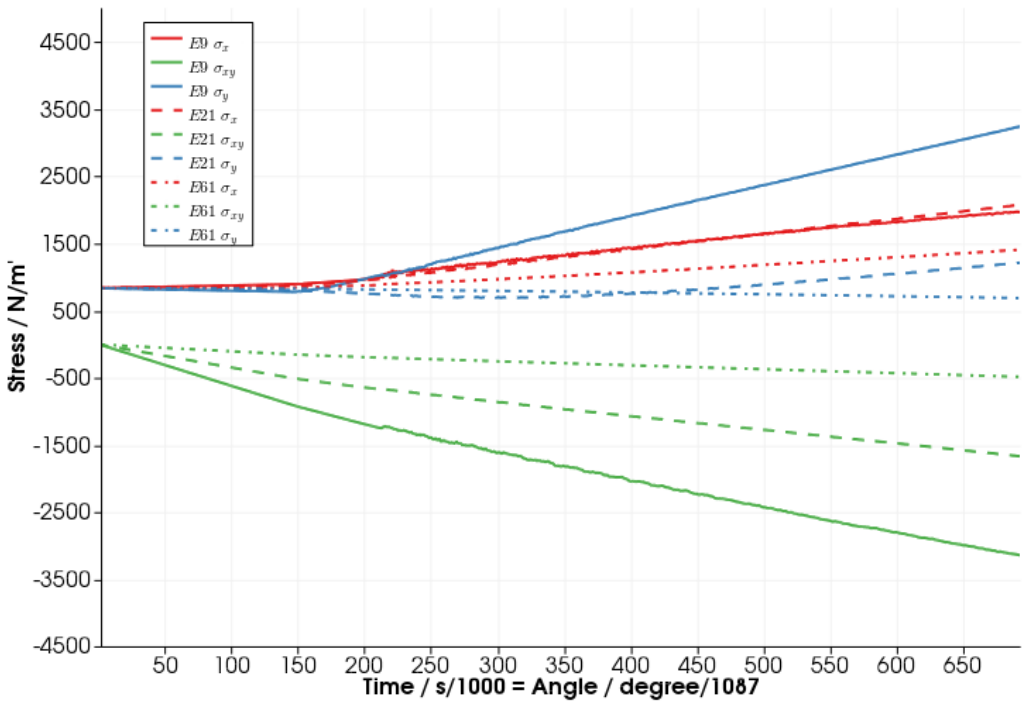


Slika 8. 21 Diskretizacija membrane i položaj promatranih čvorova (9, 21, 61)



Slika 8. 22 Obrasci naboravanja za torziju od 39.2 Nm (400 kgf cm) i 117.6 Nm (1200 kgf cm)

Slično kao i u eksperimentu, prve vidljive bore se pojavljuju kod torzije od 15.7 Nm. Na slici 8.22. bojom su opisani pomaci, a crnim su konturama opisani uzorci naboravanja koji su dobiveni eksperimentom. Porastom torzije, nabori na membrani rastu duž cijele domene membrane (Slika 8.22). Numerički model pokazuje dobru korelaciju s eksperimentom za frekvencije i oblike bora.



Slika 8.23 Naprezanja u čvorovima 9, 21 i 61 s obzirom na vrijeme i kut

Na slici 8.23 su prikazana naprezanja u mjernim točkama prema numeričkom modelu u ovisnosti kuta zakretanja unutarnjeg prstena..

Tablica 8. 9 Usporedba naprezanja dobivenih modelom i eksperimentom

Glavna naprezanja	Numeričko rješenje	Eksperiment	Numeričko rj./Eksperiment
Čvor 9 – Torzija 15.7 Nm	1361	1283	1.060
Čvor 21 – Torzija 15.7 Nm	1075	963	1.116
Čvor 9 – Torzija 39.2 Nm	2681	2979	0.900
Node 21 – Torque 39.2 Nm	1523	1489	1.023

Usporedba naprezanja prikazana u tablici 8.9 pokazuje da je numerički model nešto krući od eksperimentalnih postavki, ali općenito pokazuje dobru korelaciju numeričkog modela i eksperimenta.

- **Pucanje membranske konstrukcije**

U ovom primjeru promatra se ponašanje membranske konstrukcije izložene prisilnim deformacijama do pucanja. Uspoređene je deformacija pri kojoj nastupaju prve pukotine prema novome numeričkom modelu i prema analitičkom rješenju. Membrana ima prisilnu deformaciju zadanu pomicanjem dvaju nasuprotnih rubova membrane brzinom 0.1 m/s.

Membrana je kvadratnog oblika s kružnom rupom u sredini na rubu koje se javlja koncetracija naprezanja. Materijal membrane je polimetil metakrilat, poznati pod imenom Plexiglas. Karakteristike materijala membrane dane su tabelarno.

Tablica 8. 10 Karakteristike materijala

Debljina membrane, t	0.5 mm
Gustoća materijala, ρ	1150 kg/m^3
Modul elastičnosti, E	3.15 GPa
Vlačna čvrstoća, f_u	73 MPa
Energija otvaranja pukotine, G	310 J/m^2

Analitičko rješenje za koncentraciju naprezanja uz rupu glasi

$$\sigma_{\max} = K_t \sigma_{norm} \tag{7.19}$$

gdje je K_t faktor uvećanja sile i σ_{norm} naprezanje u materijalu bez rupe. Analitčki faktor uvećanja naprezanja prema [183] iznosi

$$K_t = 3 - 3.14\frac{d}{D} + 3.667\left(\frac{d}{D}\right)^2 - 1.527\left(\frac{d}{D}\right)^3 \tag{7.20}$$

gdje je d promjer rupe, D duljina stranice. Za geometriju primjera K_t iznosi 2.721.

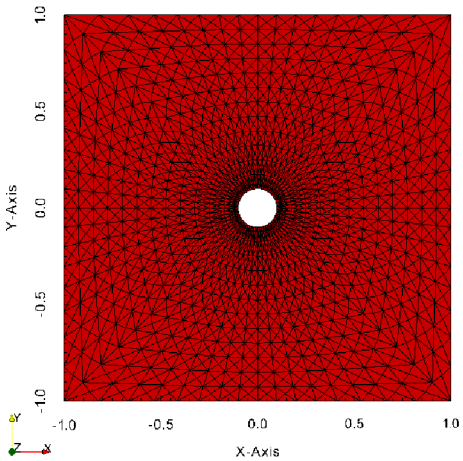
Deformacija elementa linearno raste s vremenom, prema izrazu

$$\varepsilon = \frac{2vt}{L} \tag{7.21}$$

gdje je v brzina ruba membrane koja iznosi 0.1 m/s, t vrijeme i L početna duljina membrane koja iznosi 2m. Naprezanje u membrani raste linearno, bez zamjetnog utjecaja brzine deformiranja do čvrstoće materijala. Prema analitičkome izrazu, deformacija prilikom koje dolazi do pucanja iznosi

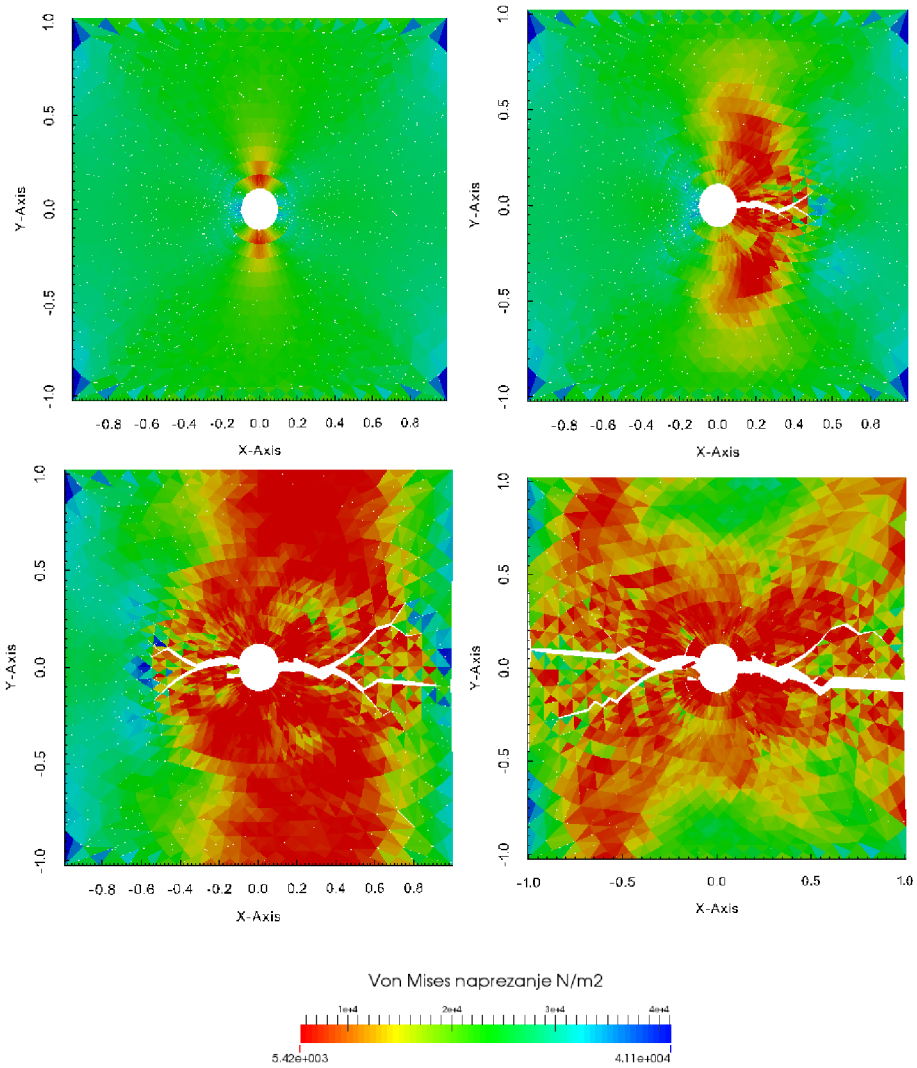
$$\varepsilon_{an} = \frac{f_u}{EK_t} = 8.517 \cdot 10^{-3} \tag{7.22}$$

U numeričkome modelu membrana je diskretizirana s 3072 elementa. Diskretizacija problema prikazana je na slici 8.24.



Slika 8. 24 Diskretizacija membrane

Porastom deformacije dolazi do porasta naprezanja u membrani. Uz rub rupe, javlja se uvećano naprezanje za faktor 2.667 što je manje od analitičkog izraza za 2%.



Slika 8. 25 Prikaz širenja pukotine

Prva pukotina registrirana u modelu nastaje pri deformaciji 8.941 10^{-3} što odstupa od analitičkog rješenja za 4.7%. Lokacija pukotine odgovara analitičkom modelu. Povećanjem deformacije javlja se produbljenje početne pukotine te otvaranje novih pukotina

- **Djelovanje vjetra na membranu**

U ovom primjeru ispitana je točnost približnog proračuna djelovanja vjetra na membranu. Numeričko rješenje progiba membrane uspoređeno je s eksperimentalnim istraživanjem prikazanim u radu [148]. U eksperimentalnom istraživanju, fizikalni model je ispitivan u zračnom tunelu. Membranska konstrukcija promjera 60 cm razapeta je između krutog centralnog stupa i 32 zatege postavljene radijalno u odnosu na membranu. Po rubu membrane su postavljeni linijski elementi. Karakteristike membrane, te užadi dane su tabelarno

Tablica 8. 11 Karakteristike presjeka

	Membrana	Zatege	Prsten u rubu membrane
Debljina membrane / promjer užadi	0.2 mm	0.3 mm	1.8 mm
Modul elastičnosti, E	3 MPa	2260 MPa	4.3 MPa
Poissonov omjer, ν	0.2	0.2	0.2
Gustoća, ρ	1100 kg/m^3	1340 kg/m^3	1000 kg/m^3

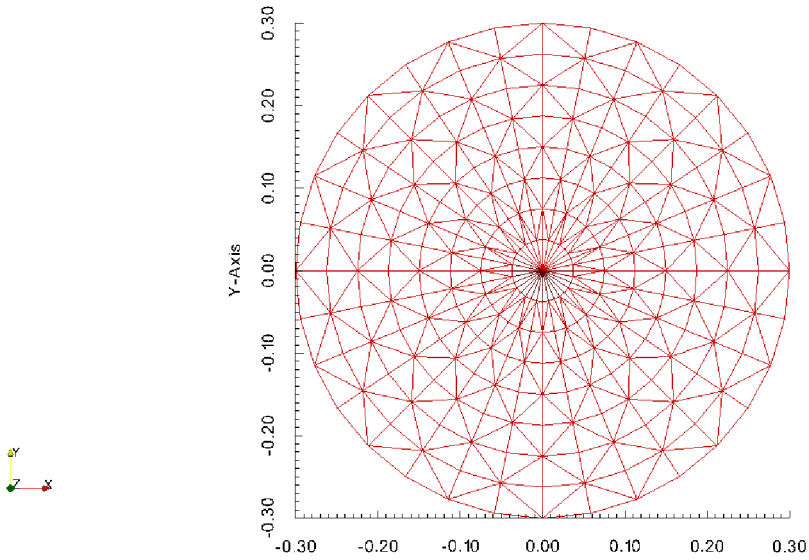
Membrana i elementi su prednapeti na vrijednosti prema tablii 8.12.

Tablica 8. 12 Vrijednosti prenapinjanja u elementima

Membrana, radijalno	8.50 N/m
Membrana, tangencijalno	2.98 N/m
Prsten	0.80 N
Zatege	0.50 N

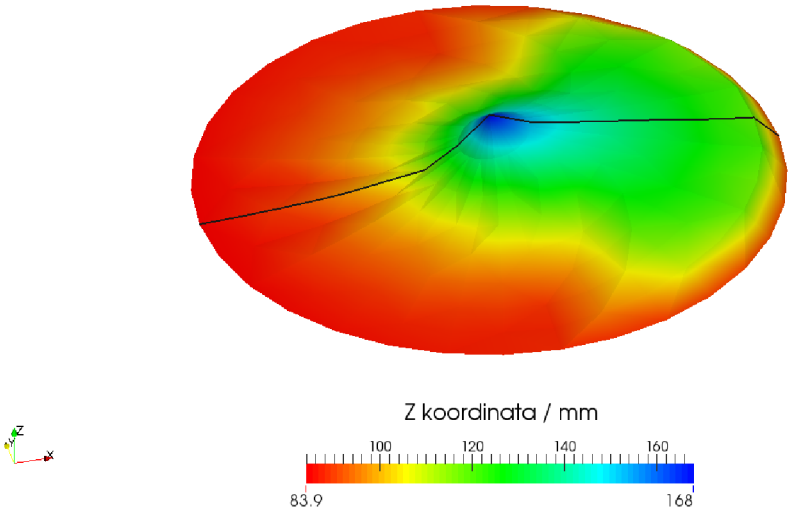
U eksperimentu membrana je opterećena vjetrom srednje brzine 12.3 m/s uz intenzitet turbulencije 5%.

Numerički model je diskretiziran s 480 elemenata, te je diskretizacija prikazana na slici 8.26.



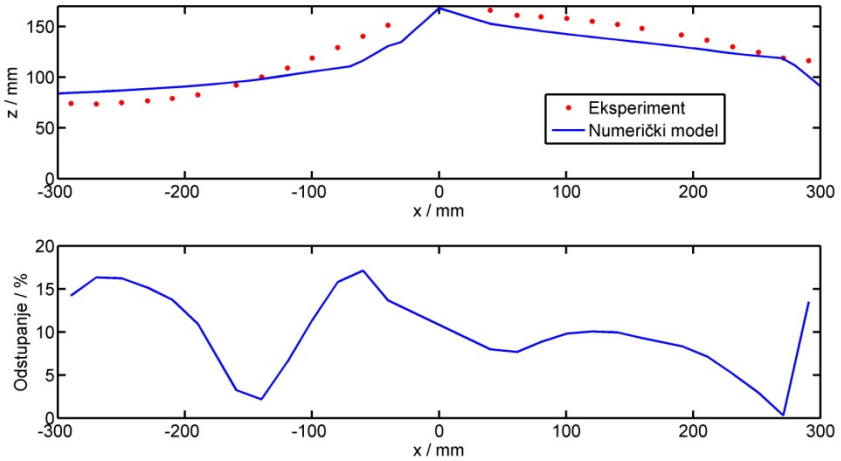
Slika 8. 26 Diskreatizacija mreže

Srednja ploha membrane opterećene vjetrom prema numeričkom proračunu prikazana je na slici 8.27.



Slika 8. 27 Ploha membrane

U radu [148] dan je presjek membranske plohe x-z ravninom. Usporedba pomaka dobivenih eksperimentom i numeričkim modelom dana je na slici 8.28.



Slika 8. 28 Usporedba pomaka

Iz usporedbe pomaka vidljiva su odstupanja rezultata numeričkog modela u odnosu na eksperiment. Maksimalno odstupanje iznosi 17.1 % dok prosječno odstupanje iznosi 9.9 %. Odstupanja na ovoj razini upućuju da ovakav model može dati aproksimaciju ponašanja konstrukcije opterećene vjetrom, ali za precizniji proračun potrebno je povezati model ponašnja konstrukcije uz model za modeliranje toka vjetra.

9. ZAKLJUČCI I SMJERNICE BUDUĆIH ISTRAŽIVANJA

9.1. ZAKLJUČCI RADA

Tema navedene disertacije obrađuje složenu multidisciplinarnu problematiku opterećenja vjetrom i ponašanja konstrukcija dominantno opterećenih vjetrom. Terenski eksperiment profilnog mjerenja vjetra koji je proveden u sklopu istraživačkog rada, a koji je prethodio disertaciji,pružio je pouzdane informacije o strujanju vjetra na predmetnoj lokaciji i nedvojbeno ukazuje na različitost dominantnih lokalnih vjetrova bure i juga s aspekta njihovog djelovanja na konstrukcije. U radu je razvijen novi numerički model baziran na metodi konačno-diskretnih elemenata za proračun rešetkastih konstrukcija, lančanica i membrana gdje je simulirano djelovanja vjetra, dominantno djelovanje na ovim konstrukcijama. Opisani su efekti pucanja konstrukcija za slučaj djelovanja vjetra uz interakciju između diskretnih elemenata.

Na temelju dobivenih rezultata istraživanja u radu mogu se dati sljedeći zaključci:

a) Eksperimentalno istraživanje djelovanje lokalnih vjetrova na konstrukcije
   - Na temelju obrađenih zapisa profilnih mjerenja brzine vjetra prikupljenih u terenskom eksperimentu „Bobani“ zaključuje se da je raspodjela srednje brzine po visini različita za lokalne vjetrova buru i jugo. Koeficijent raspodjele brzine vjetra po visini α za buru iznosi 0.062, a za jugo iznosi 0.143.
   - Mjera mahovitosti vjetra, intenzitet turbulencije, dobiven je iz analize vremenskih serija zapisa profila vjetra. Promatrano po visini, lokalni vjetar bura ima veći intenzitet turbulencije od juga. . Na karakterističnoj visini od 10 m

iznad tla, intenzitet turbulencije za buru iznosi 0.156, a za jugo iznosi 0.122. Navedeno upućuje na veću mahovitost vjetra bure

- Gustoća zraka dobivena je analizom zapisa tlaka, temperature i vlažnosti zraka koristeći jednadžbu mješavine plinova. Iz zapisa se dobiva prosječna gustoća zraka za režim bure 1.28 kg/m^3 i za režim juga 1.24 kg/m^3.
- Terensko mjerenje odgovora konstrukcije daje stvarno stanje naprezanja i pomaka (odgovora) konstrukcije za vrijeme djelovanja vjetra. U radu je prikazana generalna usuglašenost između rezultata mjerenja odgovora konstrukcije, simulacije u numeričkom modelu i očekivanog ponašanja prema *Eurocode normi.*
- Koeficijent izloženosti, koji prema *Eurocode normi* integrira utjecaj mahovitosti vjetra, ima veće vrijednosti prema preporuci norme, nego kada se dobiva prema podacima s terena za vjetar buru i jugo.

b) Novo razvijeni numerički modeli

- Verifikacija modela za rešetkaste konstrukcije se jako dobro preklapa s analitičkim rješenjima u pogledu prostorne i vremenske točnosti. Odstupanje rješenja numeričkog modela od rješenja analitičkog modela iznosi 0.02% za statičke progibe i naprezanja te 5.3% razlike u vlastitoj frekvenciji za dinamiku.
- Numerički model rešetkaste konstrukcije verificiran je na djelovanje vjetra usporedbom pomaka i naprezanja dobivenih prema novom numeričkom modelu i snimljenih na terenu. Maksimalna razlika između naprezanja dobivenih prema numeričkom modelu i naprezanja zabilježenih u terenskom eksperimentu iznosi 8.2 % i maksimalna razlika za pomake iznosi 11.2 %. Numerički model ima lošije preklapanje promatranih vrijednosti na početku simulacije zbog naglog nanošenja opterećenja, ali s trajanjem simulacije raste mu točnost.
- Verifikacijskim primjerima za statički progib lančanice potvrđena je uporabljivost modela za simulaciju ponašanja lančanica. Odstupanje analitičkog rješenja u odnosu na rješenje numeričkog modela za progibe iznosi 0.034% te za naprezanja 1%.
- Ponašanje lančanica na djelovanje vjetra je verificirano usporedbom rezultata novog numeričkog modela s komercijalnim softverom ROBOT. Ispitivana je vitka rešetkasta konstrukcija s zategama opterećena djelovanjem vjetra. Konstrukcija je opterećena prema starijim HRN normama konstantnim poljem

referentne brzine vjetra. Razlika između progiba prema novom numeričkom modelu i komercijalnom softveru iznosi 2% dok razlika između naprezanja u kablovima iznosi 3%.

- Numerički model membrane verificiran je analitičkim primjerima za statički progib, dinamički odziv te eksperimentalnim istraživanjem naboravanja, pucanja i djelovanja vjetra na membrane. U prva dva primjera gdje je membrana uspoređena s analitičkim rješenjem, progušćenjem diskretizacije rješenje konvergira ka analitičkome rješenju. Za statički progib prilikom najgušće diskretizacije model ima odstupanje od analitičkoga 0.07%. Dinamički odgovor membrane nema primjetno odstupanje od analitičkog rješenja za najgušću diskretizaciju, dok za najgrublju diskretizaciju ima odstupanje od 3.2%.
- Usporedba s eksperimentalnim istraživanjem ukazuje na sposobnost modela da simulira gubitak stabilnosti uslijed tlačnih naprezanja. Usporedba naprezanja numeričkog modela s eksperimentalnim ima zadovoljavajuću točnosti (najveće odstupanje 11.6%) te da kvalitativno dobro opisuje pojavu naboravanja na membranskim konstrukcijama.
- U simulaciji pucanja membrane opterećene prisilnim deformacijom numerički model se generalno slaže s analitičkim rješenjem. Odstupanje u deformacijama pri lomu od analitičkog rezultata iznosi 4.7%.
- Numeričko rješenje ponašanja membrane pod djelovanjem vjetra približno opisuje rezultate eksperimentalno istraživanje. Numerički model ima najveću pogrešku od 17.1% u odnosu na eksperimentalno istraživanje u pogledu progiba konstrukcije. To je posljedica uzimanja jednolikih koeficijenata tlaka po plohi membrane. Povezivanjem novog numeričkog modela s modelom za računalnu mehaniku fluida poboljšala bi se točnost distribucije tlaka, a time i odgovora konstrukcije.

9.2. BUDUĆE SMJERNICE

Buduća znanstvena istraživanja bila bi slijed dobivenim rezultatima i spoznajama u okviru ovog doktorskog rada te bi ih trebalo usmjeriti na sljedeće:

- Potrebno je razviti adekvatnu metodu generiranja prostorno-vremenskih koreliranih polja brzina vjetra prema parametrima opisanim u petom poglavlju.

Nakon razvitka metode, potrebno je provesti numeričko istraživanje djelovanja generiranih zapisa na konstrukcije dominantno opterećene vjetrom te usporedbu s djelovanjem snimljenih zapisa vjetra na konstrukciju.

- Potrebno je provesti eksperimente u kojima bi se verificiralo djelovanje vjetra na lančanice. Usporedba s komercijalnim softverom u osmom poglavlju upućuje na točnost modela pri statičkom djelovanju brzine vjetra, ali ne govori o dinamičkom djelovanju vjetra na lančanice. Nadalje, potrebno je ispitati dinamiku lančanica pri djelovanju kiše zajedno s vjetrom i zaleđivanja kabela te provjeriti kakav je njihov utjecaj na krutost lančanice i prigušenje.
- Potrebno je provesti eksperimente u kojima bi se opisalo dinamičko djelovanje vjetra na membranske konstrukcije terenskim mjerenjima na stvarno djelovanje vjetra. Takvim eksperimentom verificirao bi se numerički model za ponašanje membrana na djelovanje vjetra.
- Potrebno je razviti paralelni model koji povezuje brzine vjetra, tlakove na konstrukciji i deformacije konstrukcije. Djelovanje vjetra u membranskim konstrukcijama u trenutačnom modelu opisan je globalnim poljem sila u kojem nisu poznati lokalni efekti uslijed zakrivljenosti ploha membrane što dovodi do razlika između ponašanja fizikalnih modela konstrukcije i numeričkog prezentiranog modela.
- Razvojem novih kompleksnijih materijalnih modela proširilo bi se područje primjena za rešetkaste konstrukcije, lančanice i membrane. Moderne tekstilne membranske konstrukcije pokazuju značajnu anizotropiju koja ima velik utjecaj na raspodjelu naprezanja, deformacije i druge efekte.
- Poznavajući karakteristike materijala i opterećenja konstrukcije u kombinaciji s numeričkim modelom mogla bi se dati procjena zamora materijala te ponašanje konstrukcije prije i nakon otkazivanja.

LITERATURA

[1] Alpers, W., Ivanov, A., Horstmann, J., *Observations of Bora events over the Adriatic Sea and Black Sea by spaceborne synthetic aperture radar*, Monthly Weather Review, vol. 137, no. 3, pp. 1150-1161, 2009

[2] Andreu, A., Gil, L., Roca, P., *A new deformable catenary element for the analysis of cable net structures*, Computers and Structures 84, pp. 1882–1890, 2006

[3] Androić, B., Dujmović, D., Džeba, I., *Čelične konstrukcije 1*, IA projektiranje, Zagreb, 2009

[4] Antonyuk, A. Y., Ivanov, A. Y., *Anomalously strong bora events in the NE part of the Black Sea imaged and studied with SAR and optical imagery*, Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, 2012

[5] Bajić, A., *The strongest bora event during ALPEX SOP*, Rasprave 23, 1-12, 1988

[6] Bajić, A., *Severe Bora on the northern Adriatic – statistical analysis*, Rasprave 24, 1-9, 1989

[7] Bajić, A., *Bura i cestovni promet*, Zbornik radova, Četvrto savjetovanje o održavanju cesta, Zagreb, Hrvatski cestar, 299-304, 2009

[8] Bajić A., *Olujni vjetar u Hrvatskoj*, Zbornik radova s 2. konferencije Hrvatske platforme za smanjenje rizika od katastrofa, Zagreb, DUZS, 141-147, 2010

[9] Bajić, A., *Prostorna raspodjela očekivanih maksimalnih brzina vjetra na složenom terenu Hrvatske kao podloga za ocjenu opterećenja vjetrom*, Doktorska disertacija, Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet, Geofizički odsjek, 2011

[10] Bajić, A., Peroš, B., *Referentna brzina vjetra - utjecaj perioda osrednjavanja*, Građevinar 53, 555-562, 2001

[11] Bajić, A., Peroš, B., *Meteorological basis for wind loads calculation in Croatia*, Wind and Structures 8, 389-405, 2005

[12] Bajić, A., Vučetić, V., Peroš, B., Žibrat, Z., *Metereološka podloga za hrvatske norme – opterećenje vjetrom*, Građevinar 53, 495-505, 2001

[13] Bangash, T., Munjiza, A., *Experimental validation of a computationally efficient beam element for combined finite-discrete element modelling of structures in distress*, Computational Mechanics, 30 (5-6), pp. 366-373, 2003

[14] Barle, J., Đukić P., Radica, D., *Wind load and wind direction effect on lattice antena tower*, International Journal of Advanced Engineering 5, 1, 5-14, 2011

[15] Barle, J., Đukić P., Radica, D., *Service strength validation of wind-sensitive structures, including fatigue life evaluation*, Engineering structures 32, 9, 2767-2775, 2010

[16] Barle, J., Radica, D., Peroš, B., *Determination of wind load on antenna tower*, 26th Danubia-Adria Symposium on Advances in Experimental Mechanics, Leoben, 7-8, 2009

[17] Baskaran, A., Murty, B., Wu, J., *Calculating roof membrane deformation under simulated moderate wind uplift pressures*, Engineering Structures, 31 (3), 642-650, 2009

[18] Belušić, D., Hrastinski, M., Večenaj, Z., Grisogono, B., *Wind regimes associated with a mountain gap at the northeastern adriatic coast*, Journal of Applied Meteorology and Climatology, vol. 52, no. 9, pp. 2089-2105, 2013

[19] Belušić, D., Klaić, Z. B., *Estimation of bora wind gusts using a limited area model*, Tellus, Series A: Dynamic Meteorology and Oceanography, vol. 56, no. 4, pp. 296-307, 2004

[20] Belušić, D., Pasarić, M., Pasarić, Z., Orlić, M., Grisogono, B., *A note on local and non-local properties of turbulence in the bora flow*, Meteorologische Zeitschrift, vol. 15, no. 3, pp. 301-306, 2006

[21] Belušić, D., Žagar, M., Grisogono, B., *Numerical simulation of pulsations in the bora wind*, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, vol. 133, no. 627, pp. 1371-1388, 2007

[22] Belytschko, T., Wing Kam, L., Moran, B., *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, John Wiley & Sons Ltd., 2000

[23] Bencetić Klaić, Z., Prodanov, A., Belušić, D., *Wind measurements in Senj –underestimation of true bora flows*, Geofizika 26, 245-252, 2009

[24] Bertotti, L., Cavaleri, L., *Wind and wave predictions in the Adriatic Sea*, Journal of Marine Systems, vol. 78, no. SUPPL. 1, pp. S227-S234, 2009

[25] Bessason, B., Snaabjörnsson, J. T., *Vortex shedding induced vibrations of a light mast*, BBAA VI International Colloquium on: Bluff Bodies Aerodynamics & Applications, Milano, Italy, July, 20-24, 2008

[26] Biétry, J., Sacré, C., Simiu, E., *Mean wind profiles and change of terrain roughness*, Journal of the Structural Division, 104, 1583-1593, 1978

[27] Bouzidi, R., Le Van, A., *Numerical solution of hyperelastic membranes by energy minimization*, Computers and Structures, 82 (23-26), 1961-1969, 2004

[28] Bouzidi, R., Ravaut, Y., Wielgosz, C., *Finite elements for 2D problems of pressurized membranes*, Computers and Structures, 81 (26-27), 2479-2490, 2003

[29] Bradshaw, P., Ferris, D. H, Atwell, N. P., *Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation*, Journal of Fluid MEchanics 28, pp. 593-616, 1967

[30] Brzović, N., Benković, M., *Severe Adriatic bora storms 1987-1993*, Hrvatski Meteorološki Časopis, vol. 29, pp. 65-74, 1994

[31] Brzović, N., *Numerical simulations of severe winds in Croatia*, Hrvatski Meteorološki Časopis, no. 35-36, pp. 74-76, 2000

[32] Carniel, S., Warner, J. C., Chiggiato, J., Sclavo, M., *Investigating the impact of surface wave breaking on modeling the trajectories of drifters in the northern Adriatic Sea during a wind-storm event*, Ocean Modelling, vol. 30, no. 2-3, pp. 225-239, 2009

[33] Carril C. F. Jr., Isyumov N., Brasil R. M. L. R. F, *Experimental study of the wind forces on rectangular latticed communication towers with antennas*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 91, 2003

[34] Chen, X.-M., Cen, S., Long, Y.-Q., Yao, Z.-H., *Membrane elements insensitive to distortion using the quadrilateral area coordinate method*, Computers and Structures, 82 (1), 35-54, 2004

[35] Chu E., *Discrete and Continuous Fourier Transforms: Analysis, Applications and Fast Algorithms*,

2008

[36] Coelho, B., Holscher, P., Barends, F., *Enchancment of double integration procedure through spectral subtraction*, Soil Dynamics and Earthquake engineering, 2011

[37] Cong-rui, J., *Large deflection of circular membrane under concentrated force*, Applied Mathematics and Mechanics, Engl. Ed., 29(7), 889–896, 2008

[38] Cook, N. J., *The designer's guide to wind loading of building structures pt. 1*, Butterworths,

1985

[39] Cook, N. J., *The designer's guide to wind loading of building structures pt. 2*, Butterworths, 1990

[40] Davenport, A. G., Grimmond, C. S. B., Oke T. R. i Wieringa, J., *Estimating the roughness of cities and sheltered country,* Proceedings 15th conference on probability and statistics in the atmospheric sciences/12th conference on applied climatology, Ashville, NC, American Meteorological Society, 96–99, 2000

[41] Čaušević, M., *Dinamika konstrukcija*, Golden marketing – Tehnička knjiga, 2010

[42] Deacon, E.L., *Wind gust speed: averaging time relationship*, Alustralian Meteorological Magazine 51, pp. 11-14, 1965

[43] Divić, V., Peroš, B., Uzelac, I., *Displacement evaluation of antenna column based on the deformation records*, 7th International Congress of Croatian Society of Mechanics - Book of abstracts , Zagreb, STUDIO HRG, Zagreb, Croatia, 225-226, 2012

[44] Divić, V., Uzelac, I., Peroš, B., *Multiplicative decomposition based FDEM model for membrane structures*, Transactions of FAMENA, (prihvaćen za objavljivanje), 2014

[45] Dowell, E.H et al., *A Modern Course in Aeroelasticty*, 4. izdanje, Springer, 2004

[46] Durran, D. R., *Another look at downslope windstorms. Part I: The development of analogs to supercritical flow in an infinitely deep continuously stratified fluid*, Journal of the Atmospheric Sciences 43, 2527-2543, 1986

[47] Durst, C. S., *Wind speeds over short periods of time*, Meteorological Magazine 89, 181-6, 1960

[48] Đukić, P., *Razvoj metode reduciranog ispitivanja vjetrom opterećenih stupčastih konstrukcija*, Doktorska disertacija, Sveučilište u Splitu, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje, 2012

[49] Efimov, V. V., Barabanov, V. S., *Simulation of bora in Novorossiysk*, Russian Meteorology and Hydrology, vol. 38, no. 3, pp. 171-176, 2013

[50] EUROCODE 1991-1-4, Eurokod 1 – Djelovanja na konstrukcije, Dio 1-4: Opća djelovanja – Djelovanja vjetra, 2005

[51] EUROCODE 1993-3-1, Eurokod 3: Projektiranje čeličnih konstrukcija – Dio 3-1: Tornjevi, jarboli i dimnjaci – Tornjevi i jarboli, 2006

[52] Evans R. H., Marathe M. S., *Microcracking and stress-strain curves for concrete in tension*, Matériaux et Construction, Volume 1, Issue 1, pp 61-64, 1968

[53] Fichter, W. B., *Some Solutions for the Large Deflections of Uniformly Loaded Circular Membranes*, Hampton, NASA, 1997

[54] Fox, D. D., Simo, J. C., *A drill rotation formulation for geometrically exact shells*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 98 (3), pp. 329-343. 8, 1992

[55] Gil, A., *Structural analysis of prestressed Saint Venant-Kirchhoff hyperelastic membranes subjected to moderate strains*, Computers and Structures, 84 (15-16), 1012-1028, 2006

[56] Glanville, M. J., Kwok, K. C. S., *Wind induced deflections of free-standing lattice towers*, Engineering Structures 19, 1, pp. 79-91, 1997

[57] Glasnović, D., Jurčec, V., *Determination of upstream bora layer depth*, Meteorology and Atmospheric Physics. 43, 137-144, 1990

[58] Gohm, A., Mayr, G. J., *Numerical and observational case study of a deep Adriatic bora,* Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society 131, 1363-1392, 2005

[59] Gohm, A., Mayr, G. J., Fix, A., Giez, A., *On the onset of Bora and the formation of rotors and jumps near a mountain gap*, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society 134, 21-46, 2008

[60] Gorman, R. M., *Intercomparison od methods for the temporal interoplation of synoptic wind fields*, Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, vol. 26; pp. 828-837, 2009

[61] Gosling, P., Lewis, W., *Optimal structural membranes - II. Form-finding of prestressed membranes using a curved quadrilateral finite element for surface definition*, Computers and Structures, 61 (5), 885-895, 1996

[62] Gotovac B., *Mehanika deformabilnog tijela*, Zapisi s predavanja, 2012

[63] Grubišić, V., *Bora-driven potential vorticity banners over the Adriatic*, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, vol. 130, no. 602 PART A, pp. 2571-2603, 2004

[64] Tibert A.G., *Numerical Analyses of Cable Roof Structures*, Doktorska disertacija, Royal Institute of Technology, Department of Structural Engineering, Stockholm, 2002

[65] Heimann, D., *A model-based wind climatology of the eastern Adriatic coast*, Meteorologische Zeitschrift 10, 5-16, 2001

[66] Holmes J. D., *Wind Loading of Structures*, Taylor & Francis, 2007

[67] Holmes, J. D., *Along-wind response of lattice towers: Part I – derivation of expressions for gust response factors*, Engineering Structures16, 287–92, 1994

[68] Holmes, J.D., *Along-wind response of lattice towers: Part II – aerodynamic damping and deflections*, Engineering Structures18, 483–8, 1996

[69] Holmes, J.D., *Along-wind response of lattice towers: Part III – effective load distributions*, Engineering Structures 18, 489–94, 1996

[70] Holmes, J.D., *Wind Loading of Structures*, Taylor & Francis, New York, 2007

[71] Hordijk D. A., *Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete – experiments, modelling and analyses*, Heron, Vol. 37 (1), pp. 3-79, 1992

[72] Horvath, K., Ivatek-Šahdan, S., Ivančan-Picek, B., Grubišić, V., *Evolution and structure of two severe cyclonic Bora events: Contrast between the northern and southern Adriatic*, Weather and Forecast 24, 946-964, 2009

[73] Hunkins, K., *Ekman drift currents in the Arctic Ocean*. Deep-Sea Research 13, 607–620, 1966

[74] Huu-Tai T., Seung-Eock K., *Nonlinear static and dynamic analysis of cable structures*, Finite Elements in Analysis and Design 47, 237–246, 2011

[75] Ii, S., Gong, X., Sugiyama, K., Wu, J., Huang, H., Takagi, S., *A full Eulerian fluid-membrane coupling method with a smoothed volume-of-fluid approach*, Communications in Computational Physics,Vol. 12, No. 2, pp. 544-576, 2012

[76] Irvine, M., *Cable Structures*, Dover Publications Inc.,1992

[77] Ivančan-Picek, B., Tutiš, V., *A case study of a severe Adriatic bora on 28 December 1992*, Tellus 48A, 357-367, 1996

[78] Ivančan-Picek, B., Vučetić, V., *Bora on the northern Adriatic coast during the ALPEXSOP 20-25 March 1982*, Rasprave 25, 1-12, 1990

[79] Ivanov, A.Y., Alpers, W., Sumyatov, A., *Bora over the Adriatic Sea and Black Sea imaged by the advanced synthetic aperture radar onboard envisat*, European Space Agency, (Special Publication) ESA SP, 2007

[80] Jeromel, M., Malačić, V., Rakovec, J., *Weibull distribution of bora and sirocco winds in the northern Adriatic Sea*, Geofizika, vol. 26, no. 1, pp. 85-100, 2009

[81] Jurcec, V., Brzovic, N., *The Adriatic bora: special case studies*, Geofizica, vol. 12, pp. 15-32, 1995

[82] Jurčec, V., *The Adriatic frontal bora type*, Rasprave 23, 13-25, 1988

[83] Jurčec, V., *Severe Adriatic Bora storms in relation to synoptic developments*, Rasprave 24, 11-20, 1989

[84] Kang J. S., Park S. K., Shin S., Lee H. S., *Structural system identification in time domain using measured acceleration*, Journal of Sound and Vibrations 288, 2005

[85] Klaić, Z. B., Prodanov, A. D., Belušić, D., "Wind measurements in Senj - Underestimation of true Bora flows", Geofizika, vol. 26, no. 2, pp. 246-252, 2009

[86] Klemp, J., Durran, D. R., *Numerical modelling of Bora winds*, Meteorology and Atmospheric Physics, 36, 215–227, 1987

[87] Kozmar, H., Butler, K., Kareem, A., *Transient cross-wind aerodynamic loads on a generic vehicle due to bora gusts*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 111, pp. 73-84, 2012

[88] Krajcar, V., *Statistical approach to wind induced currents in the Northern Adriatic*, Geofizika, vol. 20, pp. 93-104, 2003

[89] Kraljević, L., Grisogono, B., *Sea-surface temperature effects on 3D bora-like flow*, Meteorologische Zeitschrift, vol. 15, no. 2, pp. 169-177, 2006

[90] Kuzmić, M., Li, X.-M., Grisogono, B., Tomažić, I., Lehner, S., *TerraSAR-X observations of the northeastern Adriatic bora: Early results*, Acta Adriatica, vol. 54, no. 1, pp. 13-26, 2013

[91] Lee, E.-S., Youn, S.-K., *Finite element analysis of wrinkling membrane structures with large deformations*, Finite Elements in Analysis and Design, 42 (8-9), 780-791, 2006

[92] Lenn, Y., Chereskin, T. K., *Observation of Ekman Currents in the Southern Ocean*, Journal Of Physical Oceanograph 39: 768–779, 2009

[93] Lewis, W. J., *Tension structures Form and behaviour*, Thomas Telford Publishing, 2003

[94] Loong, T. S., Abdul Razak, H., Ismail, Z., Keong, C. K., *Experimental and numerical form-finding of membrane structures*, Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing) vol. 8, no. 1, 1-12, 2007

[95] Lukšić, I., *Bura u Senju*, Senjski zbornik 6, 467-494, 1975

[96] Lumley, J. L., *Stohastic tools in turbulence*, Dover Publication, New York, 2007

[97] Lumley, J. L., Panofsky, H. A., *The Structure of Atmospheric Turbulence*, Wiley, NY, 1964

[98] Magrab, E. B., *Vibration of Elastic Systems*, Springer, 2012

[99] Makjanić, B., *On the diurnal variation of the bora wind speed*, Rad JAZU 349, 33-92, 1970

[100] Maruyama T., Taniguchi, T., Okazaki, M., Taniike, Y., *Field experiment measuring the approaching flows and pressuers on a 2.4 m cube*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 96, 2008

[101] MATLAB version 7.10.0. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2010

[102] Matsumoto, M., *Aerodynamic damping of prisms*, Journal of Wind Engineering & Industrial

Dynamics, 59, pp. 159-75, 1996

[103] Matsumoto, M., Shirato, H., Yagi T., Goto M., Sakai, S., Ohya, J., *Field observation of the full-scale wind-inducedcable vibration*, Journal of Wind Engineeringand Industrial Aerodynamics 91, 13–26, 2003

[104] Matveev L. T., *Physics of the atmosphere*, National Technical Information Service, Springfield, 1967

[105] McClure, G., Lapointe, M., *Modeling the structural dynamic response of overhead transmission lines*, Computers and Structures 81 (2003)825–83, 2003

[106] Mihanović, A., *Dinamika konstrukcija*, Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, 1995

[107] Mikitarenko M. A., Perelmuter A. V., *Safe fatigue life of steel towers under the action of wind vibrations*, Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 74-76, 1998

[108] Miyamura, T., (2000) Wrinkling on stretched circular membrane under in-plane torsion: Bifurcation analyses and experiments, Engineering Structures, 22 (11), 1407-1425, 2000

[109] Mohammadi, S., *Extended finite element method for fracture analysis of structures*, Blackwell Publishing, 2008

[110] Munjiza, A., *The combined finite-discrete element method*, Wiley, 2004

[111] Munjiza A., John N. W. M., *Mesh size sensitivity of the combined FEM/DEM fracture and fragmentation algorithms*, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 69 (2), pp. 281-295, 2001

[112] Munjiza A., Andrews K. R. F., White J. K., *Combined single and smeared crack model in combined finite-discrete element method*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 44, pp. 41-57, 1999

[113] Munjiza A., Andrews K. R. F.,White J. K., *NBS contact detection algorithm for bodies of similar size*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 43, pp. 131-149, 1998

[114] Munjiza A., Andrews K. R. F., White J. K., *Penalty function method for combined finite-discrete element system comprising large number of separate bodies*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 49, pp. 1377-1396, 2000

[115] Munjiza A., Knight E. E., Rouiger E., *Computational mechanics of discontinua*, John Wiley & Sons, 2012

[116] Munjiza A., Owen D. R. J., Crook A. J. L., *An M(M-1K)m proportional damping in explicit integration of dynamic structural systems*, International journal for numerical methods in

engineering, Vol. 41, 1277-1296, 1998

[117] Munjiza A., Owen D. R. J. and Bicanic N., *A combined finite-discrete element method in transient dynamics of fracturing solids*, Engineering Computations, Vol. 12, pp. 145-174, 1995

[118] Munjiza A., *The combined finite-discrete element method*, John Wiley & Sons, 2004

[119] Munjiza, A., John, N. W. M., *Mesh size sensitivity of the combined FEM/DEM fracture and fragmentation algorithms*, Engineering Fracture Mechanics, 69 (2), pp. 281-295, 2001

[120] Munjiza, A., Latham, J.-P., *Some computational and algorithmic developments in computational mechanics of discontinua*, Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 362 (1822), pp. 1817-1833, 2004

[121] Munjiza, A., Owen, D. R. J., Bicanic, N., *Combined finite-discrete element method in transient dynamics of fracturing solids*, Engineering computations, 12 (2), pp. 145-174, 1995

[122] Munjiza, A.; Owen, D. R. J.; Crook, A. J. L., *An M(M-1K)m proportional damping in explicit integration of dynamic structural systems*, International journal for numerical methods in engineering, vol. 41, pp. 1277-1296, 1998

[123] Munjiza, A., Knight, E. E., Rougier, E., *Computational Mechanics of Discontinua*, Wiley, 2011

[124] Munjiza, A., Lei, Z., Divić, V., Peroš, B., *Fracture and fragmentation of thin shells using the combined finite discrete element method*, International journal for numerical methods in engineering, 95, 6; 478-498, 2013

[125] Nash, J. F. *The Calculation of Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer in Incompressible Flow*, Journal of Fluid Mechanics 37, p. 629, 1969

[126] Newland D. E., *An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis*, Longman, 1984

[127] Pamplona, D., Gonalves, P., Lopes, S., *Finite deformations of cylindrical membrane under internal pressure*, International Journal of Mechanical Sciences, 48 (6), 683-696, 2006

[128] Pan, F., Smith, R. B., *Gap winds and wakes: SAR observations and numerical simulations*, Journal of the Atmospheric Sciences 56, 905-923, 1999

[129] Park, K.-T., Kim, S.-H., Park, H.-S.,Lee, K.-W., *Determination of bridge displacement using measured acceleration*, Engineering Structures,Vol., 27, Issue, 3, 371-378, 2005

[130] Penzar, B., Penzar, I., Orlić, M., *Vrijeme i klima hrvatskog Jadrana*, Dr. Feletar, Zagreb,

2001

[131] Peroš, B., *Određivanje faktora sigurnosti za konstrukcije pod dominantnim djelovanjem vjetra na obalnom području Jadrana*, Magistarski rad, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, 1984

[132] Peroš, B., *Modelling of the bora effects upon the lower layer*, *Engineering Modelling* 7, 81-95, 1994

[133] Peroš, B., *Pouzdanost konstrukcija s dominantnim djelovanjem vjetra*, Doktorska disertacija, Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, 1995

[134] Peroš, B., *Constructional steel design for structures with a dominant wind Bora load*, Journal of Constructional Steel Research 46, 321-322, 1998

[135] Peroš, B., Boko, I., *Realiability of steel bridges exposed to the Bora wind action*, International Conference on Steel Structures, Istanbul, 51-56, 2000

[136] Peroš, B., Boko, I., *Investigations of the effects of the Bora wind load upon transmission line pylons*, 3. International Congress of the Croatian Society for Mechanics, Proceedings, 587-594, 2000

[137] Peroš, B., Boko, I., Divić, V., *Wind shear characteristics of local winds*, Proceedings of Seventh Asia-Pacific Conference on Wind Engineering, Chinese Taiwan Association for Wind Engineering, 649-652, 2009

[138] Peroš, B., Boko, I., Šimunović, T., *Modelling of the action of the bora wind upon high slender structures*, Proceedings Response of Structures to Extreme Loading, Toronto, 85-89, 2003

[139] Peroš, B., Boko, I., Šimunović, T. 2006, *Actual wind load upon the Dubrovnik bridge*, Proceedings of the 11th International Conference on Metal Structures, ICMS, Progress in Steel, Composite and Aluminium Structures, pp. 366, 2006

[140] Peroš, B., Divić, V., Uzelac, I., *Displacements of Structures Subjected by Action of Characteristic Winds in the Adriatic Coastal Belt*, 13th International Conference on Wind Engineering, ICWE13, Amsterdam, 2011

[141] Petkovšek, Z., *Gravity waves and bora gusts*, Annalen der Meteorologie 19, 108-110, 1982

[142] Petkovšek, Z., *Some characteristics of bora gusts*, Zbornik meteoroloških i hidroloških radova 10, 119-122, 1984

[143] Piltner, R., Taylor, R., *Triangular finite elements with rotational degrees of freedom and enhanced strain modes*, Computers and Structures, 75 (4), 361-368. 2000

[144] Poje, D., Neki rezultati istraživanja o brzinama vjetra u SRH, Građevinar 37, 7-14, 1985

[145] Poje, D., *Bura (bora) and burin at Split*, Hrvatski Meteorološki Časopis, vol. 30, pp. 1-19, 1995

[146] Poulin, S., Larsen, A., *Drag loading of circular cylinders inclined in the along-wind direction*, Journal of Wind Engineering and Industiral Aerodynamic 95, pp. 1350-1363, 2007

[147] Qu, W. L., Chen, Z. H, Xu Y. L., *Dynamic analysis of wind-excited truss tower with friction dampe*rs, Computers and Structures 79, 2001

[148] Rank, E., Halfmann, A., Scholz, D., Glück, M., Breuer, M., Durst, F, Kaiser, U., Bergmann, D., Wagner, S., *Wind loads on lightweight structures: numerical simulation und wind tunnel tests*, GAMM-Mitteilungen, vol. **28**, no. 1, pp. 73-89, Themenheft *Fluid-Structure Interaction*, ed. S. Wagner, ISSN: 0936-7195, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2005

[149] Rio G., Soive A., Grolleau V., C*omparative study of numerical explicit time integration algorithms*, Advances in Engineering Software 36, 2005

[150] Roach, C. J., Phillips, H. E., Bindoff, N.L., Rintoul, S. R., *Anomalous Ekman transport tear Kerguelen Island*, Proceedings of the 18th Australasian Fluid Mechanics Conference, 2012

[151] Sandia National Labs, Kitware Inc. And Los Alamos National Labs, *Paraview*, *Parallel visualisation application*, 2013

[152] Shi, X., Burnett, E., *Mechanics and test study of flexible membranes ballooning in three dimensions*, Building and Environment, 43 (11), 1871-1881, 2008

[153] Simiu, E; Scanlan, R. H., *Wind Effects on Structures*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996

[154] Simo, J. C., *On a stress resultant geometrically exact shell model. Part VII: Shell intersections with 5 6-DOF finite element formulations*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 108 (3-4), pp. 319-339, 1993

[155] Simo, J. C., *Numerical analysis and simulation of plasticity*, Handbook of Numerical Analysis, 6, pp. 183-499, 1998

[156] Simo, J. C., Tarnow, N., *New energy and momentum conserving algorithm for the non-linear dynamics of shells*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 37 (15), pp. 2527-2549, 1994

[157] Smith, R. B., *Aerial observations of the Yugoslavian bora*, Journal of the Atmospheric Sciences 44, 269-297, 1987

[158] Smith, R. B., *Aerial Observations of the Yugoslavian Bora*, Zbornik meteoroloških i hidroloških radova, 1984

[159] Smith, R. B., *Mesoscale mountain meteorology bora*, Journal of the Atmospheric Sciences 4, pp. 269-297, 1986

[160] Smoljanović, H., Živaljić, N., Nikolić, Ž., *A combined finite-discrete element analysis of dry stone masonry structures*, Engineering structures. 52, 89-100, 2013

[161] Smoljanović, H., *Seizmička analiza zidanih konstrukcija metodom konačno diskretnih elemenata*, Doktorska disertacija, Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, 2013

[162] Stiperski, I., Ivančan-Picek, B., Grubišić, V., Bajić, A., *Complex bora flow in the lee of Southern Velebit*, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, vol. 138, no. 667, pp. 1490-1506, 2012

[163] Stiros S.C. – Errors in velocities and displacements deduced from accelerographs – An approach based on theory of error propagation – Soil Dynamics and Earthquake Engineering 2008.

[164] Supartono, F. X., Zhongli, L., Xiujiang, W., *Membrane structure: a modern and aesthetic structural system,* Seminar dan Pameran HAKI 2011 – "Konstruksi Indonesia Melangkah ke Masa Depan", 2011

[165] Šimić V., *Otpornost materijala I*, Školska knjiga, 2002

[166] Thong Y. K., Woolfson M. S., Crowe J. A., Hayes-Gill B. R., Jones D. A., *Numerical double integration of acceleration measurement in noise*, Measurement, vol. 36, no. 1, pp. 73–92, 2004

[167] Townsend, A. A., *The Structure of Turbulent Shear Flow*, Cambridge University Press, Cambridge, 1995

[168] Trefethen, L., *Spectral methods in Matlab* , skripta

[169] Tudor, M., Ivatek-Šahdan, S., *MAP IOP 15 case study*, Hrvatski meteorološki časopis 37, 1-14, 2002

[170] Tutiš, V., *Bora on the Adriatic coast during ALPEX -SOP on 27 to 30 April 1982*, Rasprave 23, 45-56, 1988

[171] Tutiš, V., *Storm development over nonhomogenuous terrain*, Hrvatski Meteorološki Časopis, no. 35-36, pp. 63-65, 2000

[172] Van Loon, R., Anderson, P. D., Van de Vosse F.N., Sherwin, S. J., *Comparison of various*

fluid–structure interaction methods for deformable bodies, Computers and Structures, 2007

[173] Večenaj, Ž., Belušić, D., Grisogono, B., *Characteristics of the near-surface turbulence during a bora event*, Annales Geophysicae, vol. 28, no. 1, pp. 155-163, 2010

[174] Vučetić, V., *Bora on the northern Adriatic*, *12 -18 April 1982*, Rasprave 23, 27-44, 1988

[175] Vučetić, V., *Severe Bora on the mid-Adriatic*, Hrvatski meteorološki časopis 28, 19-36, 1993

[176] Vuletić, T., *Analiza dinamičkoga djelovanja vjetra na antenski stup ACS 39*, Diplomski rad, Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, 2006

[177] Wang, S., Liu, G., Zhang, Z., Chen, L., *Nonlinear 3D numerical computations for the square membrane versus experimental data*, Engineering Structures, 33 (5), 1828-1837, 2011

[178] Wood, R. D., *A simple technique for controlling element distortion in dynamic relaxation form finding of tension membranes*, Computers and Structures (80), 2115-2120, 2002

[179] Xiang, J., Munjiza, A., Latham, J.-P., Guises, R., *On the validation of DEM and FEM/DEM models in 2D and 3D*, Engineering Computations, 26 (6), pp. 673-687, 2009

[180] Yoon, D.-H., Yang, K.-S., Choi C.-B., *Flow past a square cylinder with an angle of incidence*, Physics of Fluids 22, 043603-1, 2010

[181] Yoshino, M. M. (ed.), *Local Wind Bora*, University of Tokyo Press, Tokyo, 289 pp.,1976

[182] Young, L. G., *Numerical and experimental dynamic characteristics of thin-film membranes*, International Journal of Solids and Structures 42 (2005) 3001–3025, 2005

[183] Young, W. C., Budynas, R. G., *Roark's Formulas for Stress and Strain*, McGraw-Hill Companies, 2001

[184] Zienkiewicz, O.; Taylor, R. L.; Zhu, J. Z., *The finite element method*, 7th ed, 2005

[185] Živaljić N., *Metoda konačno-diskretnih elemenata za seizmičku 2D analizu AB konstrukcija*, Doktorska disertacija, Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, 2012

ŽIVOTOPIS

OSOBNE INFORMACIJE Divić Vladimir

Tršćanska 54, 21000 Split (Hrvatska)

vladimir.divic@gradst.hr

Datum rođenja 21 siječnja 19803.

RADNO ISKUSTVO

01 ožujka 2008–danas Voditelj laboratorija - asistent

Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije

Sveučilišta u Splitu

Matice Hrvatske 15, 21000 Split, Hrvatska

OBRAZOVANJE I OSPOSOBLJAVANJE

1997–2001 III. Gimnazija, Split (Hrvatska)

2001–2007 diplomirani inženjer građevinarstva

Građevinsko - arhitektonski fakultet Sveučilišta u Splitu, Split (Hrvatska)

OSOBNE VJEŠTINE Materinski jezik hrvatski

Aktivno korištenje engleskog jezika, razina po samoprocjeni C1

Računalne vještine

Aktivan rad u programskim paketima Paraview,Autocad, SCIA Engineer, Tower, Labview, Microsoft Office, Corel Draw

Poznavanje programskog jezika C++, MATLAB

PUBLIKACIJE

Uredničke knjige

1. Zbornik sažetaka / Prvi skup mladih istraživača iz područja građevinarstva, arhitekture, geodezije i elektrotehnike "Zajednički temelji" / Divić, Vladimir; Trogrlić, Boris; Gotovac, Hrvoje (ur.). Split : Sveučlište u Splitu, Fakutet građevinarstva, arhitekture i geodezije, 2013 (zbornik).

Izvorni znanstveni i pregledni radovi u CC časopisima

1. Munjiza, Ante; Zhou, Lei; Divić, Vladimir; Peroš, Bernardin. Fracture and fragmentation of thin shells using the combined finite discrete element method. // International journal for numerical methods in engineering. 95 (2013) , 6; 478-498 (članak, znanstveni).

Znanstveni radovi u drugim časopisima

1. Torić, Neno; Divić, Vladimir; Boko, Ivica. Behaviour of prestressed hollow core concrete slab under fire – experimental study. // Tehnicki Vjesnik-Technical Gazette. 19 (2012) , 4; 847-856 (članak, znanstveni).

Radovi u postupku objavljivanja

1. Divić, Vladimir; Uzelac, Ivana; Peroš, Bernardin. MULTIPLICATIVE DECOMPOSITION BASED FDEM MODEL FOR MEMBRANE STRUCTURES. // Transactions of FAMENA. (2014) (prihvaćen za objavljivanje).

Plenarna izlaganja

1. Munjiza, Ante; Divić Vladimir; Bibhu Mohanty. Frontiers and challenges in numerical simulation of the blasting process using the combined finite discrete element method // 10th International Symposium on Rock Fragmentation by Blasting, FRAGBLAST 10 / Pradeep K. Singh, Amalendu Sinha (ur.). Boca Raton, Fla. : CRC Press/Balkema, 2012. 15-21 (plenarno predavanje,međunarodna recenzija,objavljeni rad,znanstveni).

Znanstveni radovi u zbornicima skupova s međunar.rec.

1. Peroš, Bernardin; Divić, Vladimir; Uzelac, Ivana.Displacements of Structures Subjected by Action of Characteristic Winds in the Adriatic Coastal Belt // 13th International Conference on Wind Engineering / Geurts, Chris (ur.). - Amsterdam : ICWE13 , 2011.Amsterdam, 2011. (predavanje,međunarodna recenzija,objavljeni rad,znanstveni).

2. Peroš, Bernardin; Bajić, Alica; Divić, Vladimir. Wind energy potential in the Adriatic coastal area, Croatia - field study // CWE2010. North Carolina, USA : International association for wind engineering

(predavanje,međunarodna recenzija,objavljeni rad,znanstveni).

3. Peroš, Bernardin; Boko, Ivica; Divić, Vladimir. Wind shear characteristics of local winds // Proceedings of Seventh Asia-Pacific Conference on Wind Engineering / Chii-Ming Cheng (ur.). Taipei : Chinese Taiwan Association for Wind Engineering, 2009. 649-652 (predavanje,međunarodna recenzija,objavljeni rad,znanstveni).

Radovi u zbornicima skupova bez recenzije

1. Peroš, Bernardin; Boko, Ivica; Divić Vladimir. Određivanje karakteristika lokalnih vjetrova u hrvatskom priobalju // Zbornik radova trećeg internacionalnog naučno-stručnog skupa Građevinarstvo - nauka i praksa / Duško Lučić (ur.). Beograd : Publikum, 2010. 1027-1032 (predavanje,objavljeni rad,znanstveni).

Sažeci u zbornicima skupova

1. Divić, Vladimir; Peroš, Bernardin; Uzelac, Ivana. Displacement evaluation of antenna column based on the deformation records // 7th International Congress of Croatian Society of Mechanics - Book of abstracts / Virag, Zdravko ; Kozmar, Hrvoje ; Smojver, Ivica (ur.). Zagreb : STUDIO HRG, Zagreb, Croatia, 2012. 225-226 (predavanje,međunarodna recenzija,sažetak,znanstveni).

2. Munjiza, Ante; Divić, Vladimir; Vranješ, Mijo; Harapin, Alen; Peroš, Bernardin. Computational Mechanics of Discontinua and Structures in Distress // 6th International Conference on Advanced Computational Engineering and Experimenting – ACEX2012 / Andreas Öchsner (ur.). Istanbul : IRONIX CONFERENCE MANAGEMENT, 2012. 117-117 (pozvano predavanje,međunarodna recenzija,sažetak,znanstveni).

Diplomski radovi

1. Divić, Vladimir.Energetski i cestovni most preko tjesnaca Ždrelac / diplomski rad. Split : Građevinsko-arhitektonski fakultet, 26.10. 2007., 97 str. Voditelj: Peroš, Bernardin.

Druge vrste radova

1. Baričević, Diana; Divić, Vladimir; Đurin, Bojan; Gazić, Goran; Grgić, Nikola; Jonjić, Nediljko; Matešan, Domagoj; Smilović, Marija; Vlastelica, Goran. Manual for Brainstorming in Science and Engineering, 2009. (priručnik, necenzurirani, lektorirani).