Modeliranje brodskih dizelmotornih trigeneracijskih energetskih sustava

Gospić, Ivan

Doctoral thesis / Disertacija

2008

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:687922

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-20**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

MODELIRANJE BRODSKIH DIZELMOTORNIH TRIGENERACIJSKIH ENERGETSKIH SUSTAVA

DOKTORSKI RAD

Mentor
Dr. sc. Želimir Parat, red. profesor

Mr. sc. Ivan Gospić, dipl. ing

ZAGREB 2008.

UDK: 629.5.03

Ključne riječi: trigeneracijski energetski sustav, kogeneracijski energetski sustav, propulzijsko opterećenje, toplinsko opterećenje, rashladno opterećenje, električno opterećenje, kvazistatičko modeliranje, dinamičko modeliranje, apsorpcijski rashladni uređaj, amonijačni apsorpcijski rashladni uređaj, litij-bromidni apsorpcijski rashladni uređaj

Znanstveno područje: TEHNIČKE ZNANOSTI

Znanstveno polje: Brodogradnja

Znanstvena grana: Osnivanje plovnih objekata

Institucija u kojoj je rad izrađen: Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu

Mentor rada: Dr.sc. Želimir Parat, red. profesor

Broj stranica: 304

Broj slika: 199

Broj tablica: 3

Broj korištenih bibliografskih jedinica: 64

Datum obrane: 04.01.2008.

Povjerenstvo: Dr. sc. Željko Bogdan, red. profesor, predsjednik
Dr. sc. Želimir Parat, red. profesor, mentor
Dr. sc. Antun Galović, red. profesor, član
Dr. sc. Petar Donjerković, red. profesor, član
Dr. sc. Drago Ban, red. profesor, član, FER-Zagreb

Institucija u kojoj je rad pohranjen: Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb

1 UVOD

1.1 Primjenjivost trigeneracijskog energetskog sustava na motornom brodu

Svrha broda jest da, unatoč mnogobrojnim ograničenjima nautičke, tehničke i ekonomske prirode uspješno obavlja postavljeni transportni zadatak. Tek tako osposobljeni brod s tehničkog stajališta predstavlja dobro definiran sustav sačinjen od četiriju interaktivno povezanih prirodnih podsustava koji na kooperativan i siguran način odgovaraju četvero-komponentnom problemu.

Siguran transport tereta i ljudi, uz provođenje propisanih funkcija na pučini, priobalju i u pristaništima, unutar predvidivog okruženja postiže se ***sustavom brodskog trupa***, dok se nužno kontroliranje položaja broda u smjeru predodređenog kursa ostvaruje ***brodskim navigacijskim sustavom***.

Brodskim energetskim sustavom osigurava se kontrola i korištenje raznovrsnih energetskih tokova nužnih za provođenje propisanih funkcija tijekom službovanja broda, dok je ***brodskim propulzijskim sustavom*** osigurana kontrola poriva čime se regulira brzina i kurs broda.

S energetskog stajališta, navedeni prirodni brodski podsustavi su tako interaktivno povezani da tvore nedjeljivu cjelinu. Naročito je izražena interaktivna povezanost brodskog energetskog i propulzijskog sustava, pa se doima prikladnim ova dva prirodna sustava sagledavati jedinstvenom energetskom cjelinom, poimence ***brodskim porivno-energetskim sustavom*** *(BPES-om)*.

BPES predstavlja multi-energetski sustav čiji je zadatak da na ekonomičan i pouzdan način, korištenjem uskladištenog goriva, proizvodi, transformira i transportira mehaničku, električnu i toplinsku energiju odgovarajućim energetskim trošilima u svrhu provođenja, za određenu vrstu broda propisanih funkcija na transportnoj ruti (na pučini, priobalju i krajnjim odredištima).

Energetski trendovi s jedne, te tehničko-tehnološka i ekonomska ograničenja s druge strane, uvjetovali su tijekom prošlog stoljeća razvoj raznovrsnih konfiguracija *BPES-a* temeljenih na dizelmotornim (*DM*), parnoturbinskim i plinskoturbinskim postrojenjima napajanim odgovarajućim fosilnim gorivima, kao i na nuklearnim parnoturbinskim postrojenjima, lit. [1]. Zahvaljujući pouzdanosti i ekonomičnosti pogona, na većini suvremenih brodova prevladavaju *DM* postrojenja, temeljem kojih su razvijene raznovrsne konfiguracije *BPES-a*, lit. [2].

Budući da je nezanemariv dio gorivom dovedene kemijske energije *DM-u* neiskorišten i sadržan ponajviše u ispušnim plinovima, već se desetljećima ova otpadna toplina koristi za proizvodnju vodene pare u utilizacijskom kotlu (*UK*), koji skupa sa *DM-om* predstavlja ***dizelmotorno kogeneracijsko postrojenje*** (*DMKP*). U *DMKP-u* proizvedena vodena para se uglavnom koristi za uravnoteženje toplinskog opterećenja broda, ili za napajanje pomoćnih parnih turbina, kojima se mogu pokretati razni uređaji (električni generatori, centrifugalne pumpe, itd.), lit. [2].

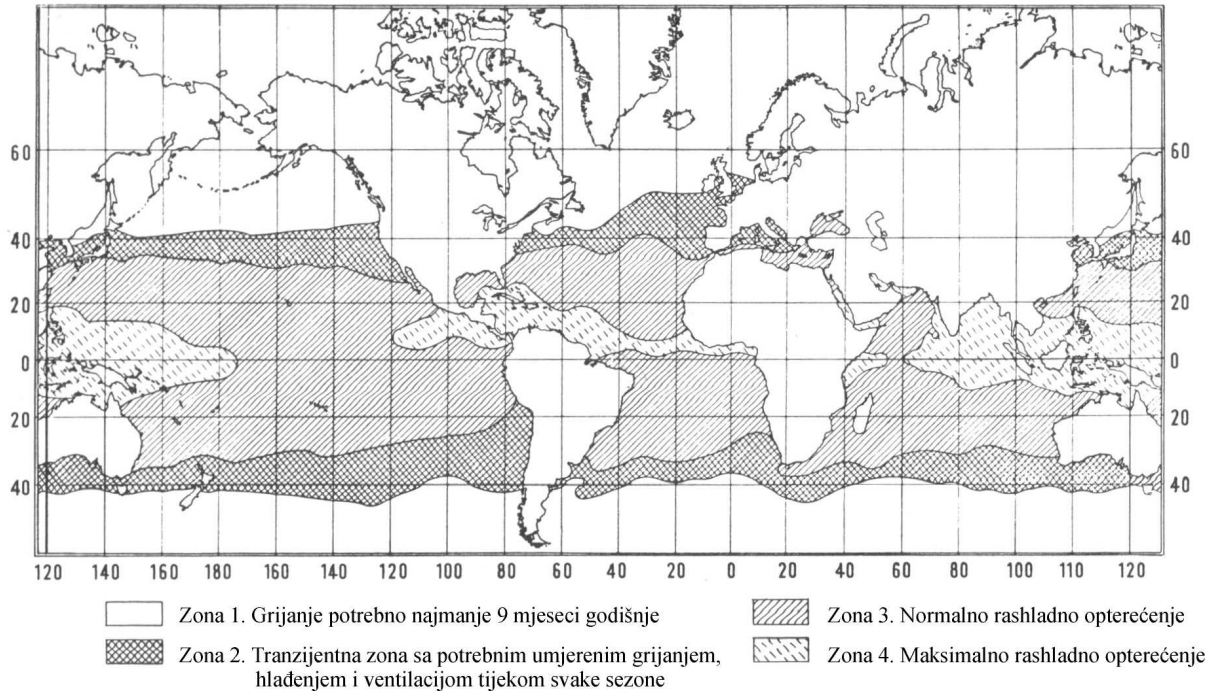
Za razliku od stacionarnih (kopnenih) ***dizelmotornih kogeneracijskih energetskih sustava*** (*DMKES-a*), kod kojih *DM* pogoni električni generator koji je integriran u pripadajući elektroenergetski sustav, kod brodskih *DMKES-a* glavni (porivni) dizelski motor (*GDM*) izravno ili neizravno pogoni brodski vijak (*propeler P*), i tzv. osovinski generator (*OG*), osiguravajući tako uravnoteženje odgovarajućeg mehaničkog i električnog opterećenja tijekom plovidbe.

Tijekom manevra i mirovanja broda električno opterećenje se uravnotežuje dizelskim agregatima (*DA*), koji se ovisno o količini otpadne topline sadržane u ispušnim plinovima

također mogu integrirati u pripadajući kogeneracijski energetski sustav, kako bi skupa s loženim kotlom (*LK*) uravnoteživali toplinsko opterećenje.

Za službovanja broda, mehaničko opterećenje *GDM-a* je promjenjivo, što za posljedicu ima vremenski promjenjive iznose otpadnih toplina, pa stoga *DMKES*, kojemu je zadaća apsorbirati iznose tih toplina, s energetskog stajališta predstavlja toplinski izvor s neustaljenim toplinskim učinkom.

S druge strane toplinsko opterećenje broda uvjetovano je njegovom namjenom i shodno tome propisanom mikroklimom, te područjem plovidbe, pa se stalno mijenja već prema tome u kojoj se klimatskoj zoni nalazi, kako to ilustrira priložena *slika 1.1* za putnički brod, odnosno za brodske nastambe.



Slika 1.1 Karakteristične klimatske zone za brodske nastambe

Osim potrebe za uravnoteženjem toplinskog opterećenja, potrebno je stvarati odgovarajući rashladni učinak kako bi se uravnotežilo rashladno opterećenje, koje se, koliko je zasad poznato, na gotovo svim suvremenim brodovima uravnotežuje kompresorskim rashladnim postrojenjem (*KRP*), znatnim terećenjem električnih generatora, dok je istovremeno neustaljeni toplinski učinak instaliranog *DMKES*-a u znatnoj mjeri neiskorišten.

Kako se zbog ekonomičnosti pogona brodski *DM-i* napajaju jeftinijim, teškim gorivom, karakteriziranim zamjetnim udjelima sumpora i vanadija, u svrhu izbjegavanja hladne korozije na stjenkama izmjenjivača topline, ispušni plinovi se ne smiju znatnije pothladiti ($\vartheta_{dp} \geq 170\,^{o}C$), pa se shodno tome iskoristi samo jedan dio u njima sadržane toplinske energije prije nepovratnog ispuštanja u atmosferu.

Ovo nepovoljno utječe ne samo na energetsku iskoristivost cjelokupnog postrojenja, već postavlja upitnim i njegov gospodarski učinak, pa se stoga preporuča pronalaženje rješenja kojim bi se znatnije pothladili ispušni plinovi, a samim time i povećao toplinski učinak kogeneracije, koji bi se iskoristio za stvaranje potrebnog rashladnog učinka, lit. [2, 3].

Primjenom ***apsorpcijskih rashladnih uređaja*** (*ARU-a*), koji koristeći prikladne termodinamičke smjese kao što su primjerice *litijev bromid-voda* (*LiBr-H_2O*) i *voda-amonijak* (*H_2O-NH_3*), te ogrjevne spremnike relativno niskih temperatura i rashladne spremnike prikladne temperature (more), a uz zanemarivo mali potrošak električne energije, može se proizvoditi odgovarajući rashladni učinak, lit. [2,4].

Postiziva donja temperaturna granica u isparivaču amonijačnog *ARU-a*, koja je ponajviše uvjetovana toplinskim svojstvima amonijačne smjese, ograničava njegovu primjenu u brodskim rashladnim sustavima, pa su stoga primjenjivi u rashladnim sustavima umjereno pothlađenih tereta i klimatizacijskim sustavima nastambi.

S druge strane, zbog toplinskih svojstava litij-bromidne smjese i njima uvjetovane donje temperaturne granice u isparivaču, litij-bromidni *ARU-i* primjenjivi su uglavnom u klimatizacijskim sustavima nastambi.

Zahvaljujući relativno niskom tlaku litij-bromidne smjese u kuhalu, čija je odgovarajuća temperatura uparavanja također relativno niska, potrebna temperatura ogrjevnog spremnika kuhala također je razmjerno niska, pa je za pogon dostatna niskotlačna vodena para ($p_{np} \approx 2\,\text{bar}$).

Pri ovakvom tlaku pare, nekorodirajuće staklene cijevi imaju zadovoljavajuću mehaničku čvrstoću, čime se omogućuje adekvatna konstrukcija niskotlačnog isparivača, kojim se ispušni plinovi *DM-a* mogu još više pothladiti bez bojazni od hladne korozije, a samim time i povećati energetska učinkovitost kogeneracijskog sustava, lit. [5].

Sprezanjem *DMKP-a* i *ARU-a* dobiva se ***dizelmotorno trigeneracijsko postrojenje*** (*DMTP*), odnosno ***dizelmotorni trigeneracijski energetski sustav*** (*DMTES*), koji sa zanemarivo malom električnom snagom, može istovremeno uravnoteživati i toplinska i rashladna opterećenja.

Reduciranjem električnog opterećenja automatski se reducira mehaničko opterećenje *GDM-a* tijekom plovidbe, kao i *DA-a* tijekom manevriranja i mirovanja broda u luci, što podrazumijeva nezanemarivu uštedu goriva i konzekventno tome manje pogonske troškove uz reduciranje glavnine ekološki štetnih utjecaja (prvenstveno manja emisija CO_2 i SO_2).

1.2 Postavljanje problema i svrha rada

Iniciranjem ideje o primjeni *BDMTES-a* otvaraju se raznovrsni problemi koje je nužno definirati kako bi se već u koncepcijskoj razradi ponudila odgovarajuća rješenja.

- Ponajprije valja odrediti granice primjenjivosti *BDMTES-a*, što podrazumijeva određivanje temperaturne domene skladištenja, odnosno temperatura skladištenja koje se mogu postići apsorpcijskim hlađenjem, a samim tim i vrste brodova s tehnički primjenjivim apsorpcijskim hlađenjem. Pri određivanju temperaturne domene skladištenja, potrebno je odrediti donje temperaturne granice hladitelja u isparivaču, koje su za primjenjive smjese ponajviše uvjetovane njenim toplinskim svojstvima, te temperaturnim granicama rashladnog i ogrjevnih spremnika.
- Pokazati je li za tehnički moguće područje primjene apsorpcijskog hlađenja, *DMTES* dostatan za uravnoteženje toplinskog i rashladnog opterećenja broda, odnosno u konačnici definirati domenu *tehno-energetski* primjenjivih *BDMTES-a*.
- Postaviti prikladni ekonomski kriterij usporedbe tehno-energetski primjenjivih *BDMTES-a* s konkurentnom projektnom inačicom *BPES-a*, temeljenoj na primjeni *KRP-a*, te pokazati u kolikoj mjeri se primjenom *BDMTES-a* reduciraju ekološki štetni utjecaji.

Da bi se ispitala energetska dostatnost *BDMTES-a* potrebno je ponajprije definirati neustaljena *energetska opterećenja* i *neustaljene učinke* energetskih komponenti (podsustava) predviđenih za uravnoteženje odgovarajućih opterećenja, i to nad cjelokupnim ekonomskim vijekom broda.

Ova potreba znatno usložnjava problematiku ionako kompleksnog, od raznovrsnih energetskih komponenti umreženog *BDMTES-a*, jer iziskuje modeliranje neustaljenih energetskih opterećenja, koja su uvjetovana bivanjem broda u realnom okruženju. Drugim riječima, nastupajuća energetska opterećenja proizlaze iz interakcije sustava broda i realnog

okruženja karakteriziranog prostorno ovisnom batimetrijom, te vremenski i prostorno ovisnim hidromehaničkim, aeromehaničkim i toplinskim veličinama.

Pri predodređenoj plovidbenoj ruti i propisanom plovidbenom scenariju, u interakciji sa sustavom brodskog trupa, valovlje, morske struje i vjetar generiraju mehaničko opterećenje koje se uravnotežuje dizel-motornim porivnim sustavom.

S druge strane tijekom cjelokupnog transportnog ciklusa (plovidba između definiranih odredišta i boravak u njima), u interakciji karakterističnih skalarnih i vektorskih veličina okružja s brodskim trupom, koji sadrži prostore s različitom mikroklimom, generiraju se toplinska i rashladna opterećenja, koja je potrebno uravnotežiti trigeneracijskim postrojenjem.

Napokon, sva neustaljena mehanička odnosno električna opterećenja elektromotornih pogona sadržanih u *DMTES-u*, skupa s rasvjetnim opterećenjem, tvore osnovu za određivanje neustaljenog električnog opterećenja, kojeg se uravnotežuje, ovisno o nastupajućem transportnom intervalu, terećenjem odgovarajućih električnih generatora.

Nadalje je važno istaknuti da na toplinski učinak dizelmotornog kogeneracijskog postrojenja, uz opterećenje motora i brzinu vrtnje, ponajviše utječu toplinske veličine okolišnog zraka, pa je stoga neizostavno modeliranje toplinskog učinka *DMKES-a*.

Za neustaljene veličine okružja, koje su obuhvaćene modeliranjem energetskih opterećenja, nužno je postaviti odgovarajuće matematičke modele, kojima se definira njihova funkcijska ovisnost o solarnom vremenu i zemljopisnom položaju.

Budući da je za glavninu trgovačkih brodova unaprijed poznato područje plovidbe, odnosno plovidbena ruta, karakteristične veličine okružja koje su interakciji sa sustavom broda, mogu se prikazati u ovisnosti o solarnom vremenu i promjenjivoj zemljopisnoj širini (ili duljini). Za boravka broda u krajnjim odredištima, karakteristične veličine okružja koje su u interakciji sa sustavom broda, ovise samo o solarnom vremenu, pa su odgovarajući matematički modeli u tom slučaju jednostavniji.

Slijedom navedenog, s matematičkog stajališta potrebno je izraditi matematičke modele *vektorskih* i *skalarnih* veličina okružja, koje su obuhvaćene modeliranjem svekolikih energetskih opterećenja *BPES-a*. Kako se radi o prostorno i vremenski ovisnim veličinama, potrebno je izraditi matematičke modele odgovarajućih *nestacionarnih vektorskih* i *skalarnih polja*, koji su konkretno kako slijedi: ***vektorska polja*** morskih struja, propagacije valovlja, vjetra, insolacije (iradijancije), ***skalarna polja*** značajne valne visine, temperatura mora i zraka, tlaka zraka, sadržaja vlage i ekvivalentnog prigušenja insolacije uslijed hoda naoblake.

Kvazistatičke karakteristike glavnine energetskih komponenti (*DM, LK*, centrifugalne pumpe, izmjenjivači topline, elektromotori, itd.), sadržanih u *BDMTES-u*, dobivaju se iz odgovarajuće literature, što nije slučaj s *ARU-ima* i superponiranim planetarnim prijenosnicima mehaničke snage, čije su kvazistatičke karakteristike nužne za modeliranje toplinskog opterećenja kogeneracijskog sustava, odnosno za modeliranje dijela mehaničkog opterećenja *GDM-a*, koje otpada na uravnoteženje električnog opterećenja tijekom plovidbe.

Posebice je kompleksno modeliranje kvazistatičkih karakteristika *ARU-a*, ponajprije zbog izostanka prikladnih matematičkih modela, kojima bi se definirala funkcijska ovisnost među karakterističnim toplinskim veličinama smjese, bitnim za modeliranje termodinamičkih procesa unutar *ARU-a*.

Problem modeliranja nastupajućih energetskih opterećenja, kao i ostvarivih energetskih učinaka, dodatno se usložnjava zbog nastupajućih intermitentnosti tijekom ekonomskog vijeka broda, satkanog od nekoliko opetovanih aktivnih i pasivnih operativnih intervala.

Tijekom aktivnih operativnih intervala, satkanih od određenog broja transportnih ciklusa, *BPES* stalno uravnotežuje nastupajuća energetska opterećenja, dok se jedino tijekom nastupajućih intervala dokovanja, minimalna toplinska i električna opterećenja uravnotežuju odgovarajućim izvan brodskim izvorima.

1 UVOD

Svaki sadržani transportni ciklus može se sagledati intervalom satkanim od četiriju opetovanih podintervala (boravak u $A \rightarrow$ plovidba iz A u $B \rightarrow$ boravak u $B \rightarrow$ plovidba iz B u A ili u C), tijekom kojih, provodeći propisane funkcije, sustav broda u interakciji s realnim okruženjem generira i uravnotežuje karakteristična energetska opterećenja.

Kako se radi o zamjetno složenom i raznovrsnom skupu propisanih funkcija, koje za posljedicu imaju kolebljivosti obuhvaćenih toplinskih i električnih opterećenja u znatnom rasponu vrijednosti, u svrhu pouzdanog i ekonomičnog uravnoteženja tih opterećenja, nerijetko se koriste dva istovrsna energetska izvora različitih učinaka.

Tijekom plovidbe uravnoteženje nastupajućeg električnog opterećenja postiže se *OG-om*, dok se tijekom manevriranja i mirovanja broda u luci uravnoteženje postiže s jednim ili s dva *DA-a* u paralelnom radu. U razmatranoj dizelmotornoj trigeneraciji, uravnoteženje toplinskog opterećenja postiže se uglavnom kombiniranim loženo-utilizacijskim kotlom, pri čemu je loženi dio aktivan tek u slučaju nedostatnosti utilizacijskog dijela.

Osim zamjetne pogonske intermitentnosti instaliranih toplinskih i električnih izvora, prisutna je intermitentnost okružjem uvjetovanih pobudnih funkcija, što je najizraženije kod direktnog Sunčevog zračenja na proizvoljno postavljenu bilo fiksnu bilo pomičnu brodsku plohu. Slično je pri definiranju nastupajućeg plovidbenog otpora broda, koji u općem slučaju predstavlja kombinaciju osnovnih plovidbenih otpora od kojih su neki također intermitentnog karaktera.

K tome valja pridodati i pojavu intermitentnosti unutar predodređenom mikroklimom definiranih sustava za kondicioniranje zraka, gdje se u svrhu kontroliranja propisane relativne vlažnosti, terete ili hladnjaci ili grijači zraka, ili oboje istovremeno.

Problem intermitentnosti na strani, okružjem uvjetovane pobude i uvjetovane intermitencije u proizvodnji odgovarajućih energetskih tokova nužnih za uravnoteženje energetskih opterećenja, ogleda se kroz pojavu mnoštva operativnih podintervala nad kojima se mogu postaviti jednoznačni matematički modeli proizvodnje, transformiranja, transportiranja i trošenja odgovarajućih energetskih tokova.

Upravo je svrha rada da se izrade vjerodostojni matematički modeli kojima bi se jednoznačno opisale nastupajuće neustaljene veličine okružja, interakcijom broda i realnog okruženja uvjetovana energetska opterećenja, te kvazistatičke karakteristike energetskih komponenti i podsustava koji sudjeluju u uravnoteženju tih opterećenja.

Korištenjem kompozicija egzaktnih matematičkih funkcija, bilo nad neprekinutim podintervalima ili domenama fizikalnih veličina, kreiraju se jednoznačne funkcijske ovisnosti karakterističnih energetskih veličina o vremenu, kao i jednoznačne funkcijske ovisnosti među karakterističnim energetskim veličinama koje su obuhvaćene energetskim procesima (proizvodnje i/ili transformiranja i/ili transportiranja i/ili trošenja) unutar trigeneracijskog sustava.

S druge strane, korištenjem kompozicija numeričkih matematičkih funkcija, definiraju se fizikalno smislene granice neprekinutih bilo podintervala ili domena fizikalnih i procesnih veličina, čime se automatizmom izbjegavaju komplicirani izračuni energetskih, procesnih i drugih veličina koji nisu od postavljenog interesa.

Napokon kombiniranjem kompozicija egzaktnih i numeričkih matematičkih funkcija, dobivaju se hibridni matematički modeli koji na vjerodostojan način simuliraju zbivanja u *BDMTES-u* tijekom karakterističnih operativnih intervala broda.

Ovisno o razmatranom modu energetskih procesa, nameće se potreba za izradom kvazistatičkih, pojednostavnjenih dinamičkih, te kombiniranih kvazistatičko-dinamičkih modela, koji s matematičkog stajališta predstavljaju sustave običnih izrazito nelinearnih jednadžbi, odnosno sustave nehomogenih nelinearnih diferencijalnih jednadžbi, te kombinirane sustave nelinearnih običnih i diferencijalnih jednadžbi.

Modeliranje energetskih procesa unutar trigeneracijskog sustava, temelji se na nelinearnim, bilo statičkim ili dinamičkim, interaktivno povezanim energetskim mrežama, koje su karakterizirane intermitentnim energetskim opterećenjima, koje za posljedicu imaju intermitentnu proizvodnju odgovarajućih energetskih učinaka.

Napokon, temeljem modela kvazistatičkih energetskih opterećenja, dobivaju se ekstremne vrijednosti odgovarajućih energetskih učinaka, kojima se vrši uravnoteženje tih opterećenja, što je od dvostruke koristi.

Ponajprije, određivanjem minimalne i maksimalne vrijednosti karakterističnog energetskog toka, uz projektne vrijednosti definira se raspon energetskog opterećenja kojeg odgovarajući energetski proizvodno-transformacijski-transportni sustav mora uravnotežiti.

S druge strane, sa stajališta implementiranja *BPES-a* uopće, dobivaju se vrijednosne prosudbene veličine o raspoloživosti pojedinih implementacija tijekom službovanja broda unutar definiranog područja plovidbe. Konkretno u slučaju *BDMTES-a*, istovremenim određivanjem maksimalnog i minimalnog toplinskog opterećenja broda, te maksimalnog i minimalnog učinka kogeneracijskog sustava, stvara se osnova za prosuđivanje o dostatnosti planirane kogeneracije u uravnoteženju toplinskog opterećenja broda.

1.3 Hipoteza rada

Iako se apsorpcijsko hlađenje s obje smjese već desetljećima primjenjuje u raznim stacionarnim rashladnim sustavima, i to uglavnom u rashladnim sustavima namirnica lit.[9,34], u raznim procesnim postrojenjima lit.[8,58], te u klimatizacijskim sustavima lit.[9,34,53], koliko je zasad poznato eventualna primjenjivost apsorpcijskog hlađenja na brodovima (pučinskim objektima), prvi put se spominje u lit.[2].

Tada inicirana ideja o primjenjivosti trigeneracijskih sustava na pučinskim objektima, vremenom je sazrijevala otvarajući raznovrsne probleme kojima je trebalo doskočiti, pa je shodno tome i dovela do izrade ove disertacije, s namjerom da se objelodani je li trigeneracija primjenjiva i kakvi bi bili eventualno pozitivni ekonomski učinci njene primjene na motornim brodovima.

Shodno tome ***hipoteza rada*** glasi: Dizelmotorni trigeneracijski energetski sustavi primjenjivi su na brodovima namijenjenim prijevozu umjereno hlađenih tereta, pod čime se podrazumijeva sljedeće.

- Energetska dostatnost dizelmotorne trigeneracije u uravnoteženju sveukupnog toplinskog i rashladnog opterećenja tijekom plovidbe.
- Ekonomski pozitivne učinci primjene, koji se ogledaju kroz znatnu uštedu goriva tijekom ekonomskog vijeka broda.
- Ekološki pozitivne učinci primjene, koji se ogledaju kroz znatno smanjenje emisije štetnih plinova izgaranja, posebice CO_2 i SO_2.

Da bi se dokazala energetska dostatnost dizelmotorne trigeneracije u uravnoteženju sveukupnog toplinskog i rashladnog opterećenja tijekom plovidbe, nužno je definirati vjerodostojne matematičke modele, kojima se opisuju uravnoteženja neustaljenih energetskih opterećenja (mehaničkog, toplinskog, rashladnog i električnog), koja su ovisna o solarnom vremenu i promjenjivoj zemljopisnoj širini (ili duljini).

Postojeći matematički modeli, kojima se simulira dinamika dizelmotornog propulzijskog sustava valjani su za dobivanje odziva bitnih u analizi i projektnoj sintezi regulacijskih uređaja, te su obrađeni u lit [37,39,40]. Pri takvom modeliranju, domena odzivnih funkcija upravo odgovara trajanju prijelazne pojave, koje je u odnosu na najkraći podinterval službovanja broda jako kratko, i kao takvo neprikladno za određivanje

neustaljenog (kvazistatičkog) mehaničkog porivnog opterećenja tijekom cjelokupnog plovidbenog intervala.

S druge strane, u globalnoj analizi brodskog energetskog sustava, koja se provodi s ciljem da se odrede projektne (nazivne) vrijednosti sadržanih energetskih komponenti pretpostavljaju se stacionarna (ustaljena) energetska opterećenja, koja odgovaraju procijenjenim maksimalnim vrijednostima nad ekonomskim vijekom broda.

Takvo statičko (stacionarno) bilanciranje, mada jednostavno, još manje je prikladno za simuliranje svekolikih energetskih opterećenja tijekom službovanja broda.

Koliko je zasad poznato, u ovom radu prvi put se uvodi kvazistatičko i pojednostavnjeno dinamičko bilanciranje unutar brodskog energetskog sustava, s ciljem približavanja teorijskog razmatranja stvarnom pogonskom stanju energetskog postrojenja u predvidivom realnom okruženju.

Ovaj izvorni pokušaj modeliranja, objedinjuje istovremeno djelovanje karakterističnih veličina okružja na brodski sustav, te kao takav oslikava svekolika neustaljena energetska opterećenja tijekom bilo kojeg karakterističnog intervala službovanja.

Tako dobivena neustaljena (kvazistatička) energetska opterećenja, posebno su korisna u analizi i projektnoj sintezi složenih brodskih energetskih sustava, kakav je trigeneracijski sustav, jer pokazuju u kakvom su međusobnom odnosu pojedina energetska opterećenja tijekom službovanja broda.

Štoviše, takvim modeliranjem osim raspoloživih raspona vrijednosti energetskih opterećenja, dobivaju se i duljine intervala za trajanja maksimalnih, srednjih i minimalnih iznosa.

Za plovidbe, kvazistatičko bilanciranje s matematičkog stajališta vodi ka sustavu nelinearnih diferencijalnih jednadžbi prvog reda, dok pojednostavnjeno dinamičko modeliranje karakterizira sustav nelinearnih diferencijalnih jednadžbi drugog reda.

U oba slučaja, bez obzira na predefinirani plovidbeni scenarij, jedno od rješenja jest vremenski promjenjiva (kvazistatička) zemljopisna širina (ili duljina), plovećeg broda.

Korištenjem određene kvazistatičke zemljopisne širine, kojom se definira zemljopisni položaj broda tijekom plovidbe, temeljem odgovarajućih kvazistatičkih modela dobivaju se rashladna i toplinska opterećenja.

Kvazistatički parametri dizelskog motora (faktor opterećenja i brzina vrtnje), predstavljaju također rješenja sustava diferencijalnih jednadžbi, te kao takvi, skupa s kvazistatičkom zemljopisnom širinom, omogućuju modeliranje kvazistatičkog toplinskog učinka visoko i niskotlačnog kogeneracijskog sustava broda.

Kvazistatičko i dinamičko bilanciranje unutar brodskog energetskog sustava, svoju primjenu može temeljiti jedino na vjerodostojnim matematičkim modelima karakterističnih veličina okružja, s kojima je brodski sustav u interakciji i tijekom plovidbe i tijekom boravka u krajnjim odredištima.

Sa stajališta ovozemaljskog znanja, sve karakteristične veličine okružja mogu se okarakterizirati slučajnim procesima koji se događaju na Zemlji unutar pripadajućeg planetarnog Sunčevog sustava.

Za glavninu karakterističnih slučajnih veličina raspoloživi su odgovarajući statistički podaci, koji su vezani uz određeni zemljopisni položaj i solarno vrijeme. Korištenjem dovoljnog broja raspoloživih podataka za karakterističnu slučajnu veličinu, ovdje se koliko je zasad poznato, prvi put iznalaze odgovarajuće matematičke formulacije, kojima se iznimno dobro aproksimiraju izmjereni podaci, u funkcijskoj ovisnosti o solarnom vremenu i zemljopisnom položaju.

Od svih postavljenih matematičkih formulacija, posebno je dojmljiva matematička formulacija za temperaturu zraka, kojom je jednoznačno o solarnom vremenu i zemljopisnoj

širini dobivena funkcijska ovisnost, kojom se uzima u obzir godišnji i dnevni hod temperature uz procijenjene periode kolebljivosti, zbog gibanja zračnih masa.

Nadalje, referirajući se na raspoložive vrijednosti parametara Sunčeve fotosfere, temeljem gibanja Zemlje oko Sunca po stvarnoj eliptičnoj putanji, postavljen je izvorni matematički model za direktno Sunčevo ekstraterestričko i terestričko zračenje za nepomičnu i pomičnu proizvoljno postavljenu brodsku plohu.

U odnosu na druge modele koji su prikazani u lit [9,10,11,12,13,14,15], a koji daju približnu jednoznačnu funkcijsku ovisnost Sunčevog zračenja na proizvoljno postavljenoj fiksnoj plohi za određeni dan godine, ovdje izrađeni model daje jednoznačni funkcijski opis i za fiksnu i pomičnu plohu, na bilo kojoj zemljopisnoj širini i duljini tijekom višegodišnjeg perioda, pa je temeljem ovog modela moguće izračunati insolacijski iznos, na bilo kojoj zemljopisnoj lokaciji u bilo kojem godišnjem trenutku.

Napokon, izrađeni su i odgovarajući matematički modeli kvazistatičkih karakteristika *ARU-a* i planetarnog prijenosnika mehaničke snage s hidrauličkom superpozicijom, za prijenos snage osovinskom generatoru.

Izradi matematičkih modela kvazistatičkih karakteristika *ARU-a*, prethodilo je modeliranje funkcijskih ovisnosti među karakterističnim toplinskim veličinama smjese.

Dobivene aproksimativne funkcijske ovisnosti među toplinskim veličinama smjese, također su izvorne i iznimno točne, pa osim što daju jednoznačnu funkcijsku ovisnost, njihovom korištenjem izbjegava se mukotrpno očitavanje vrijednosti iz zamršenih *Merkelovih* dijagrama, koji su posebno kompliciran kod amonijačne smjese.

Temeljem dobivenih kvazistatičkih karakteristika *ARU-a*, omogućuje se kvazistatičko bilanciranje unutar apsorpcijskog rashladnog procesa, što podrazumijeva određivanje kvazistatičkih toplinskih opterećenja kogeneracijskog sustava od kuhala.

Određivanjem kvazistatičkih toplinskih opterećenja kondenzatora i apsorbera, stvara se osnova za određivanje glavnine kvazistatičkog električnog opterećenja od *ARU-a*.

Korištenjem kvazistatičkih karakteristika kompresorskog rashladnog postrojenja, uz kvazistatičke karakteristike dizelskog motora i osovinskog generatora s hidraulički superponiranim planetarnim prijenosnikom snage, omogućuje se modeliranje potroška goriva, koje otpada na uravnoteženje neustaljenog rashladnog opterećenja tijekom plovidbe.

Ukoliko je dizelmotorna trigeneracija energetski dostatna u uravnoteženju sveukupnog toplinskog i rashladnog opterećenja tijekom plovidbe, upravo potrošak goriva kompresorskog rashladnog postrojenja odgovara uštedi, pa se shodno tome nad određenim brojem transportnih ciklusa, čija ukupna duljina odgovara procijenjenom ekonomskom vijeku broda, dobiva ukupna ušteda goriva.

Temeljem uštođenog goriva, procjenjujući njegovu cijenu, uz prikladni ekonomski kriterij usporedbe, kojim bi se uzeli u obzir i investicijski troškovi trigeneracijskog postrojenja, moguće je ispitati je li uvođenje trigeneracije na brodove namijenjene transportu umjereno hlađenih tereta opravdano ili nije.

Napokon, temeljem srednjih referentnih vrijednosti za sastav teškog goriva, korištenjem odgovarajućih matematičkih modela za potpuno izgaranje goriva koje otpada na pogon kompresorskog rashladnog postrojenja tijekom plovidbe, dobivaju se maseni iznosi emisije štetnih plinova CO_2 i SO_2.

Zbrajanjem ovih iznosa nad procijenjenim ekonomskim vijekom broda, dobivaju se ukupni iznosi smanjenja emisije CO_2 i SO_2, temeljem kojih se može osvjedočiti o ekološki pozitivne učinke uvođenja trigeneracije na brodovima namijenjenim transportu umjereno hlađenih tereta.

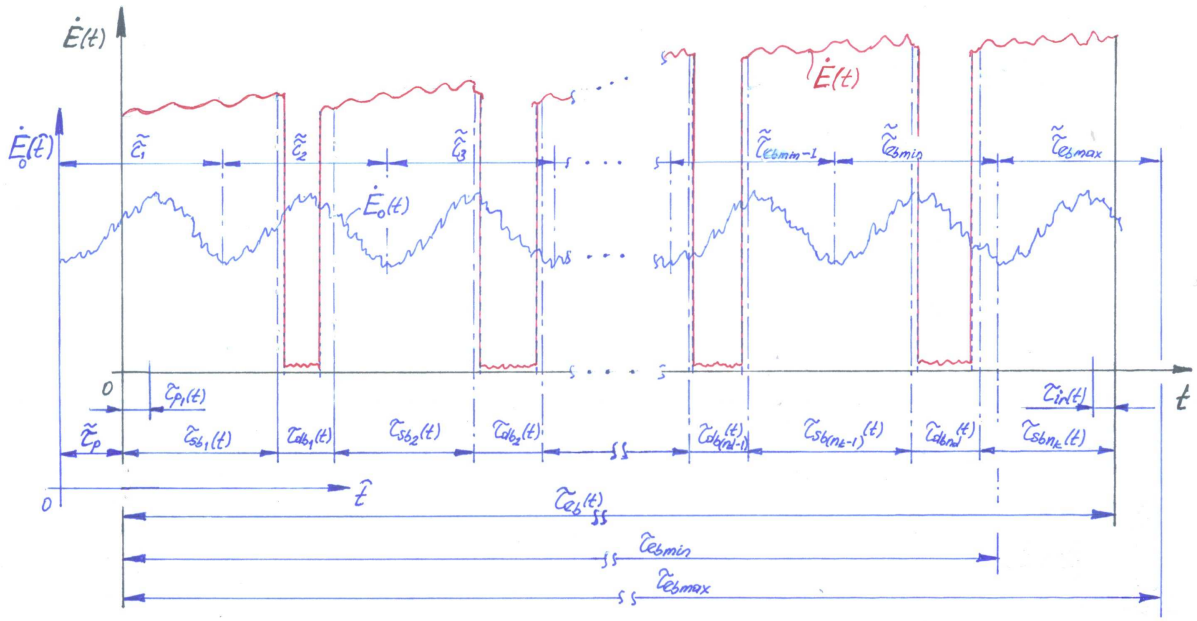
2 UVOD U MODELIRANJE BDMTES-a

2.1 Diskretizacija životnog vijeka broda

Zbog intermitentnosti nastupajućih procesa tijekom životnog vijeka broda, funkcijska ovisnost bilo koje procesne veličine ne može se jednoznačno definirati, štoviše, zbog iskustveno potvrđenih isprekidanosti neophodno je pristupiti diskretizaciji životnog vijeka broda na konačan broj podintervala.

Općenito, broj i duljina podintervala nisu jednaki niti za sve razmatrane procesne veličine, niti su isti za jednu te istu procesnu veličinu pa se ukupni ekonomski životni vijek broda τ_{e_b}, sastoji se od niza karakterističnih operativnih intervala τ_u, unutar kojih se tek jednoznačno definira funkcija brodskog sustava i njegovih gradivnih podsustava.

Izuzmu li se iz razmatranja takvi poremećaji tijekom životnog vijeka broda kao što su: iznenadni kvarovi vitalnih brodskih komponenti, razne havarije i neraspoloživosti unutar transportno-tržišnog sustava (bilo neraspoloživost tereta, bilo neraspoloživost tržišnog interesa za njim), životni vijek svakog trgovačkog broda djeljiv je na n_d remontnih intervala i n_d+1 intervala službovanja, kako to ilustrira priložena *slika 2.1*.



Slika 2.1 Karakteristični operativni intervali tijekom životnog vijeka broda

U najjednostavnijem slučaju, trgovačkog linijskog broda koji tijekom cjelokupnog životnog vijeka transportira teret A_{ij} iz fiksnog odredišta ***i*** u fiksno odredište ***j***, te teret A_{ji} iz ***j*** u ***i***, ukupno trajanje *v-tog* transportnog ciklusa određeno je izrazom:

$$\tau_v = \sum_{u=1}^{n_u=4} \tau_{v_u} \tag{2.1}$$

gdje je:

$\tau_{v_1} = \tau_{v_i}$ -vrijeme boravka broda u odredištu ***i***,

$\tau_{v_2} = \tau_{v_{ij}}$ -trajanje plovidbe teretom A_{ij} nakrcanog broda iz ***i*** u ***j*** po definiranoj ruti,

$\tau_{v_3} = \tau_{v_j}$ -vrijeme boravka broda u odredištu ***j***,

$\tau_{v_4} = \tau_{v_{ji}}$ -trajanje plovidbe, teretom A_{ji} nakrcanog broda, iz ***j*** u ***i*** po definiranoj ruti.

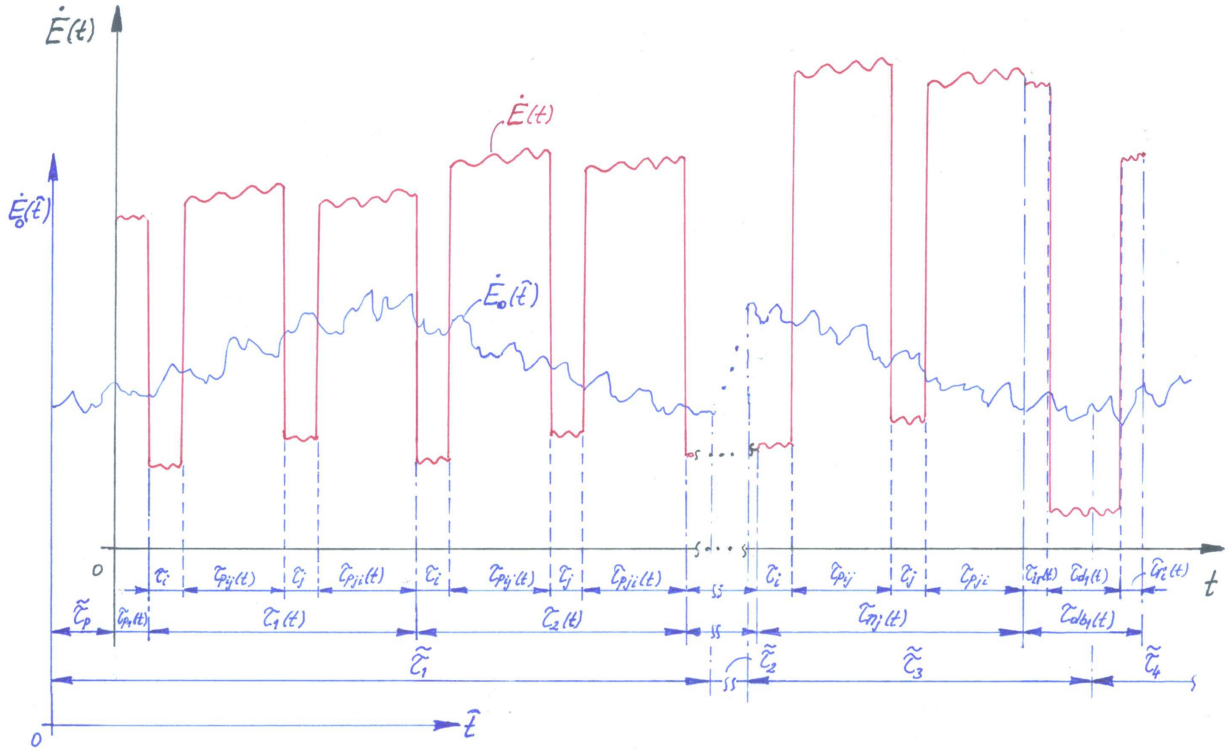
Ukoliko se od porinuća novoizgrađenog broda s mjesta ***p,*** do prvog dokovanja broda realizira n_v transportnih ciklusa, ukupno vrijeme službovanja novoizgrađenog broda do prvog dokovanja definira se izrazom:

$$\tau_{sb_1} = \tau_{pi} + \sum_{v=1}^{n_v} \tau_{v_u} \tag{2.2}$$

gdje je τ_{pi} ukupno plovidbeno vrijeme iz mjesta porinuća ***p*** do ukrcajnog odredišta ***i***, pa se supstituiranjem (2.2) u (2.1), za trajanje prvog intervala službovanja broda dobiva:

$$\tau_{sb_1} = \tau_{pi} + \sum_{v=1}^{n_v} \sum_{u=1}^{n_u=4} \tau_{v_u} \tag{2.3}$$

Kada brod prevozi komercijalni teret samo iz ***i*** u ***j***, ili obrnuto iz ***j*** u ***i***, ukupno dodani balast neophodan za sigurnu plovidbu može se tretirati teretom A_{ji}, odnosno A_{ij}.



Slika 2.2 Karakteristični operativni intervali do prvog dokovanja broda

Ukupni ekonomski vijek broda definira se izrazom:

$$\tau_{e_b} = \tau_{s_b} + \tau_{d_b} \tag{2.4}$$

gdje je τ_{s_b} ukupno vrijeme službovanja, dok je τ_{d_b} ukupno vrijeme dokovanja broda.

Ukupno vrijeme službovanja broda definira se izrazom:

$$\tau_{s_b} = \sum_{s=1}^{n_s} \tau_s \tag{2.5}$$

dok se ukupno vrijeme dokovanja broda definira izrazom:

$$\tau_{d_b} = \sum_{d=1}^{n_d} \tilde{\tau}_d \tag{2.6}$$

pri čemu se ukupan broj dokovanja n_d i ukupan broj ciklusa službovanja n_s definirani izrazom:

$$n_s = n_d + 1 \tag{2.7}$$

Trajanje *d-tog* dokovanja definira se izrazom:

$$\tilde{\tau}_d = \sum_{w=1}^{n_w=3} \tilde{\tau}_{d_w} \tag{2.8}$$

gdje je:

$\tilde{\tau}_{d_1}$ -trajanje plovidbe iz odredišta ***j*** u remontno brodogradilište ***r***,

$\tilde{\tau}_{d_2}$ -trajanje dokovanja u remontnom brodogradilištu ***r***,

$\tilde{\tau}_{d_3}$ -trajanje plovidbe iz u remontnog brodogradilišta ***r***, u odredište ***i***.

Supstituiranjem (2.8) u (2.6) dobiva se:

$$\tau_{d_b} = \sum_{d=1}^{n_d} \sum_{w=1}^{n_w=3} \tilde{\tau}_{d_w} \tag{2.9}$$

dok se uzimajući u obzir da je tijekom *s-tog* ciklusa službovanja između dvaju dokovanja, vrijeme službovanja definirano izrazom:

$$\tau_{s_{b_{s}}} = \tau_s = \sum_{v=1}^{n_v} \sum_{u=1}^{n_u} \tau_{v_u} \tag{2.10}$$

te da se preostalo vrijeme službovanja broda nakon zadnjeg dokovanja definira sa:

$$\tau_{s_{b_{n_s}}} = \tau_{jr_o} + \sum_{v=1}^{n_v} \sum_{u=1}^{n_u} \tau_{v_u} \tag{2.11}$$

Uvrštavanjem (2.3), (2.10) i (2.11) u (2.5) za ukupno vrijeme službovanja dobiva se:

$$\tau_{s_{b_{n_s}}} = \tau_{pi} + \tau_{jr_o} + \sum_{s=1}^{n_d+1} \sum_{v=1}^{n_v} \sum_{u=1}^{n_u} \tau_{s_{v_u}} \tag{2.12}$$

gdje je τ_{jr_o} ukupno plovidbeno vrijeme iz odredišta ***j*** u rezalište isluženog broda $\boldsymbol{r_o}$.

Napokon se supstituiranjem (2.9) i (2.12) u (2.4) za ekonomski vijek broda dobiva:

$$\tau_{e_b} = \tau_{pi} + \tau_{jr_o} + \sum_{s=1}^{n_d+1} \sum_{v=1}^{n_v} \sum_{u=1}^{n_u} \tau_{s_{v_u}} + \sum_{d=1}^{n_d} \sum_{w=1}^{n_w} \tilde{\tau}_{d_w} \tag{2.13}$$

pri čemu mora biti:

$$\tau_{e_{b_{\min}}} \le \tau_{e_b} \le \tau_{e_{b_{\max}}} \tag{2.14}$$

gdje su $\tau_{e_{b_{\min}}}$ i $\tau_{e_{b_{\max}}}$ procijenjene minimalne i maksimalne vrijednosti ekonomskog vijeka.

Ako je $\dot{E}_{\tilde{i}_{\tilde{j}}}^{(s_{v_u})}(t)$ jednoznačno definirani vremenski promjenjivi energijski tok $\tilde{i}$ *-te* energije u $\tilde{j}$ *-tom* čvorištu odgovarajuće energetske mreže, tijekom karakterističnog s_{v_u} *-tog* operativnog podintervala *BPES-a*, tada se tijekom prvog transportnog ciklusa broda $v=1$, i prvog ciklusa službovanja $s=1$, za intermitentni kvazistatički energijski tok može pisati:

$$\dot{E}_{\tilde{i}_{\tilde{j}}}^{(1_{1_u})}(t) = \frac{1}{2}\dot{E}_{\tilde{i}_{\tilde{j}}}^{(0)}(t)\left[1-\operatorname{sgn}(t-\tau_{0_1})\right] + \frac{1}{4}\sum_{u=1}^{1_{1_u}} \dot{E}_{\tilde{i}_{\tilde{j}}}^{(1_{1_u})}(t)\left[1-\operatorname{sgn}\left(t-\sum_{u=1}^{1_{1_u}}\tau_{1_u}\right)\right]\left[1+\operatorname{sgn}\left(t-\sum_{u=1}^{1_{1_u}-1}\tau_{1_u}\right)\right] \tag{2.15}$$

gdje je τ_{1_i} trajanje *u-tog* jednoznačno određenog pogonskog intervala unutar prvog transportnog ciklusa broda, τ_{0_1} trajanje početnog podintervala koji karakterizira vrijeme plovidbe novoizgrađenog broda iz brodogradilišta ***p*** u transportno odredište ***i***.

Kako su karakteristične veličine okruženja definirane u zavisnosti o zemljopisnom položaju μ i φ (zemljopisna duljina i širina), te o solarnom vremenu $\hat{t}$, potrebno je pri postavljanju odgovarajućih bilo kvazistatičkih bilo dinamičkih energetskih mreža za karakteristične operativne podintervale *BPES-a*, pristupiti transformaciji solarnog vremena $\hat{t}$ u relativno vrijeme t karakterističnog operativnog podintervala, pri čemu je u trenutku nastupanja s_{v_u} *-tog* operativnog podintervala $t_{s_{v_u}} = 0$, dok je $\hat{t} = \tau_{s_{v_u}}$.

Tijekom nastupajućeg s_{v_u} *-tog* operativnog podintervala karakteristične energetske veličine okružja se mogu prikazati u funkcijskoj ovisnosti o relativnom vremenu $t_{s_{v_u}}$ prema izrazu:

$$\dot{E}_o(\hat{t})_{s_{v_u}} = \dot{E}_o(t_{s_{v_u}} + \tau_{s_{v_u}}) \tag{2.16}$$

U globalnoj energetskoj analizi *BPES-a* tijekom jednog transportnog ciklusa nezavisna varijabla vrijeme $\overline{t}$, definirana je referentnom vrijednošću $\overline{t} = 0$ u trenutku isplovljavanja novoizgrađenog broda iz brodogradilišta ***p*** ka odredištu ***i*** (ili ***j***), pa je stoga potrebno rješenja pojedinih energetskih veličina dobivena unutar s_{v_u}*-tog* operativnog podintervala mjerljivog sa $t_{s_{v_u}}$, transformirati u vremenski koordinatni sustav službovanja broda tijekom prvog transportnog ciklusa kako slijedi:

$$\dot{E}_{\tilde{i}_j}^{(1_{i_j})}(t_{1_{i_u}}) = \dot{E}_{\tilde{i}_j}^{(1_{i_u})}\left(\overline{t} - \sum_{u=1}^{1_{i_u}-1}\tau_{1_{i_u}}\right) \tag{2.17}$$

Supstituiranjem (2.21) u (2.15) dobiva se napokon jednoznačan funkcijska ovisnost $\tilde{i}$*-tog* energijskog toka u $\tilde{j}$*-tom* čvorištu pripadajuće energetske mreže tijekom *u-tog* podintervala prvog transportnog ciklusa broda *v=1*, prvog ciklusa službovanja broda *s=1*:

$$\dot{E}_{\tilde{i}_j}^{(1_{i_u})}(t) = \frac{1}{2}\dot{E}_{\tilde{i}_j}^{(0)}(t)\left[1-\mathrm{sgn}(t-\tau_{0_1})\right] + \frac{1}{4}\sum_{u=1}^{1_{i_u}}\left[\dot{E}_{\tilde{i}_j}^{(1_{i_u})}\left(\overline{t} - \sum_{u=1}^{1_{i_u}-1}\tau_{1_{i_u}}\right)\right]\left[1-\mathrm{sgn}\left(\overline{t} - \sum_{u=1}^{1_{i_u}}\tau_{1_{i_u}}\right)\right]\left[1+\mathrm{sgn}\left(\overline{t} - \sum_{u=1}^{1_{i_u}-1}\tau_{1_{i_u}}\right)\right] \tag{2.18}$$

Za referencu solarnog vremena odabrano je $\hat{t} = 0$ za 1.01 $^{00\text{ h, }00\text{ min, }00\text{ sek}}$, i to za onu godinu u kojoj je izvršeno porinuće i primopredaja novoizgrađenog broda, pa se temeljem navedenog dobiva odnos između vremena $\overline{t}$ i $\hat{t}$:

$$\overline{t} = \hat{t} - \hat{\tau}_p \tag{2.19}$$

gdje je $\hat{\tau}_p$ solarno vrijeme proteklo od $\hat{t} = 0$ do trenutka porinuća, $\overline{t} = 0$.

Sunčevo vrijeme $\hat{t}$ u zavisnosti o $\overline{t}$ definira se temeljem (2.19) izrazom:

$$\hat{t} = \overline{t} + \hat{\tau}_p \tag{2.20}$$

Relativno vrijeme prvog ciklusa službovanja t_1 odgovara referentnom vremenu $\overline{t}$, dok je odnos t_k*-tog* relativnog vremena u odnosu na vrijeme $\overline{t}$ definirano izrazom:

$$t_s = \overline{t} - \tau_{pi} - \sum_{s=1}^{s}\sum_{v=1}^{n_v}\sum_{u=1}^{n_u}\tau_{s_{v_u}} - \sum_{d=1}^{s-1}\sum_{w=1}^{n_w}\tilde{\tau}_{d_w} \tag{2.21}$$

pa je primjerice za *s=3,* t_3 dano izrazom:

$$t_3 = \overline{t} - \tau_{pi} - \sum_{s=1}^{3}\sum_{v=1}^{n_v}\sum_{u=1}^{n_u}\tau_{s_{v_u}} - \sum_{d=1}^{2}\sum_{w=1}^{n_w}\tilde{\tau}_{d_w} \tag{2.22}$$

Sunčevo vrijeme $\hat{t}$ za *s-ti* ciklus službovanja definira se na temelju (2.20) i (2.21) izrazom:

$$\hat{t}_s = t_s + \hat{\tau}_p + \tau_{pi} + \sum_{s=1}^{s}\sum_{v=1}^{n_v}\sum_{u=1}^{n_u}\tau_{s_{v_u}} + \sum_{d=1}^{s-1}\sum_{w=1}^{n_w}\tilde{\tau}_{d_w} \tag{2.23}$$

Nadalje se relativno vrijeme t_{s_v}*-tog* transportnog ciklusa u odnosu na vrijeme $\overline{t}$ definira izrazom:

$$t_{s_v} = \overline{t} - \tau_{pi} - \sum_{s=1}^{s-1}\sum_{v=1}^{n_v}\sum_{u=1}^{n_u}\tau_{s_{v_u}} - \sum_{d=1}^{s-2}\sum_{w=1}^{n_w}\tilde{\tau}_{d_w} - \sum_{v=1}^{v-1}\sum_{u=1}^{n_u}\tau_{s_{v_u}} \tag{2.24}$$

čemu odgovara solarno vrijeme:

$$\hat{t}_{s_v} = t + \hat{\tau}_p + \tau_{pi} + \sum_{s=1}^{s-1}\sum_{v=1}^{n_v}\sum_{u=1}^{n_u}\tau_{s_{j_{v_u}}} + \sum_{d=1}^{s-2}\sum_{w=1}^{n_w}\tilde{\tau}_{d_w} + \sum_{v=1}^{v-1}\sum_{u=1}^{n_u}\tau_{s_{v_u}} \tag{2.25}$$

Relativno vrijeme t_d *d-tog* dokovanja definira se izrazom:

$$t_d = \overline{t} - \tau_{pi} - \sum_{s=1}^{s-1}\sum_{v=1}^{n_v}\sum_{u=1}^{n_u}\tau_{s_{v_u}} - \sum_{d=1}^{s-2}\sum_{w=1}^{n_w}\tilde{\tau}_{d_w} \tag{2.26}$$

dok se solarno vrijeme za *d-to* dokovanje definira sa:

$$\hat{t}_d = t_d + \hat{\tau}_p + \tau_{pi} + \sum_{s=1}^{s-1}\sum_{v=1}^{n_v}\sum_{u=1}^{n_u}\tau_{s_{v_u}} + \sum_{d=1}^{s-2}\sum_{w=1}^{n_w}\tilde{\tau}_{d_w} \tag{2.27}$$

Za relativno vrijeme t_{d_w} d_w-*tog* podintervala dokovanja dobiva se:

$$t_{d_w} = \bar{t} - \tau_{pi} - \sum_{s=1}^{s-1}\sum_{v=1}^{n_v}\sum_{u=1}^{n_u}\tau_{s_{v_u}} - \sum_{d=1}^{s-2}\sum_{w=1}^{n_w}\tilde{\tau}_{d_w} - \sum_{w=1}^{w}\tilde{\tau}_{d_w} \tag{2.28}$$

čemu odgovara solarno vrijeme:

$$\hat{t}_{d_w} = t_{d_w} + \hat{\tau}_p + \tau_{pi} + \sum_{s=1}^{s-1}\sum_{v=1}^{n_v}\sum_{u=1}^{n_u}\tau_{s_{v_u}} + \sum_{d=1}^{s-2}\sum_{w=1}^{n_w}\tilde{\tau}_{d_w} + \sum_{w=1}^{w}\tilde{\tau}_{d_w} \tag{2.29}$$

Na kraju se za referentno vrijeme $t_{s_{v_u}}$ s_{v_u}-*tog* karakterističnog podintervala službovanja broda dobiva:

$$t_{s_{v_u}} = \bar{t} - \tau_{pi} - \sum_{s=1}^{s-1}\sum_{v=1}^{n_v}\sum_{u=1}^{n_u}\tau_{s_{v_u}} - \sum_{d=1}^{s-2}\sum_{w=1}^{n_w}\tilde{\tau}_{d_w} - \sum_{v=1}^{v-1}\sum_{i=1}^{n_i}\tau_{s_{v_u}} - \sum_{w=1}^{w-1}\tau_{s_{v_u}} \tag{2.30}$$

dok se odgovarajuće solarno vrijeme definira izrazom:

$$\hat{t}_{s_{v_u}} = t_{s_{v_u}} + \hat{\tau}_p + \tau_{pi} + \sum_{s=1}^{s-1}\sum_{v=1}^{n_v}\sum_{u=1}^{n_u}\tau_{s_{v_u}} + \sum_{d=1}^{s-2}\sum_{w=1}^{n_w}\tilde{\tau}_{d_w} + \sum_{v=1}^{v-1}\sum_{u=1}^{n_u}\tau_{s_{v_u}} + \sum_{u=1}^{u-1}\tau_{s_{v_u}} \tag{2.31}$$

2.2 Definiranje tehnički mogućeg područja primjene ARU-a

S tehničkog stajališta uz kogeneracijom određenu temperaturu ogrjevnog spremnika kuhala $\vartheta_{os_k} \approx 170\,^oC$, te uz temperaturu rashladnog mora $\vartheta_{rm} \approx 32\,^oC$, apsorpcijsko hlađenje s ***amonijačnom smjesom*** primjenjivo je u onim rashladnim sustavima gdje temperatura u isparivaču ne pada ispod $\vartheta_{is} \geq -35\,^oC$, čemu uz uobičajenu izvedbu rashladnog sustava sa sekundarnim hladiteljem (rasolinom) odgovara temperatura skladištenja $\vartheta_s \geq -25\,^oC$.

Takva donja temperatura skladištenja omogućuje transport širokog asortimana paletiziranog (pakirani rasuti teret) i kapljevitog tereta, pri čemu glavninu komercijalnog paletiziranog tereta čine prehrambeni proizvodi koji se transportiraju bilo smrznuti (*mrtvi*) ili ne smrznuti (*živi*), dok kapljeviti tereti uključuju osim prehrambenih artikala poput raznih voćnih sokova (npr. narančin sok-*orange juice*), industrijske organske kapljevine poput nekih alkana (parafina), alkena (olefini), alkina (acetileni), alkanala (aldehida), itd.

Među smrznutim prehrambenim proizvodima prevladavaju smrznuto meso i riba, te se uglavnom skladište na temperaturi $\vartheta_s \approx -18\,^oC$, s tim da se meso često prevozi pothlađeno ne smrznuto u vakuum pakovanjima, pri čemu temperatura skladištenja ovisi o vrsti mesa i trajanju skladištenja te se kreće u rasponu vrijednosti $\vartheta_s \approx (-2 \div 10)\,^oC$, lit. [6].

Mikro klimu skladišnog prostora ne smrznutih (živih) prehrambenih proizvoda među kojima prevladavaju razne vrste voća i povrća, karakteriziraju razmjerno visoka relativna vlažnost φ_s, umjereno niska temperatura zraka i razmjerno mali udio svježeg zraka g_o, te se iste kreću u rasponu vrijednosti: $\varphi_s \approx 0,8 \div 0,95$, $\vartheta_s \approx -2 \div 15\,^oC$ i $g_o \approx 1,5 \div 2,5\,\%$, lit. [6].

Prehrambene kapljevine se skladište u zasebnim spremnicima u atmosferi inertnog plina, te se ovisno o sadržaju šećera u njima drže pothlađeni na odgovarajućoj temperaturi, koja je primjerice za narančin sok $\vartheta_s \approx -7\,^oC$, lit. [6].

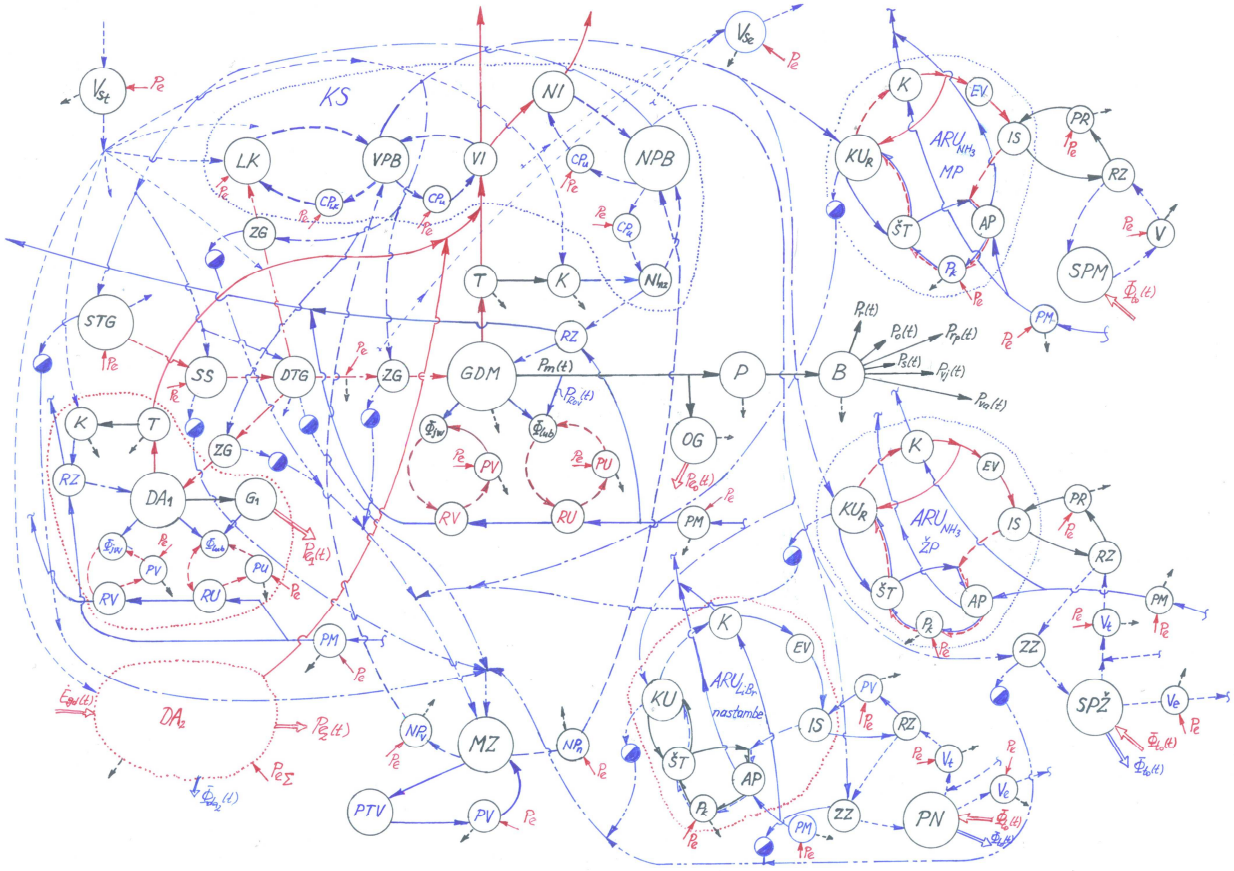
Temperature skladištenja karakterističnih industrijskih organskih kapljevina bliske su odgovarajućim temperaturama vrelišta ϑ_{vr} pri normalnom atmosferskom tlaku $p_a \approx 1,01325\,bar$, te su kako slijedi: *parafini* (*n-butan* $-0,5\,^oC$, *izobutan* $-11,7\,^oC$ *i ciklobutan* $10\,^oC$), *olefini* (*buten* $-6,5\,^oC$ *i ciklobuten* $2\,^oC$), *acetileni* (*propin,* $-23,2\,^oC$ *i butin* $27\,^oC$), *aldehidi* (*metanal* $-21\,^oC$ *i etanal* $20,2\,^oC$), itd. ,lit. [7].

Uz temperaturu rashladnog mora $\vartheta_{rm} \approx 32\,^{o}C$, te uz temperaturu ogrjevnog spremnika kuhala $\vartheta_{os_k} \approx 120\,^{o}C$ (niskotlačna vodena para $p_k \approx 2\,bar$), s ***litij-bromidnom*** smjesom postiziva temperatura hladitelja u isparivaču iznosi $\vartheta_{is} \geq 5\,^{o}C$, pa se uz uobičajenu izvedbu rashladnog sustava sa sekundarnim hladiteljem (vodom), kondicionirani zrak klimatizacijskog sustava brodskih nastambi može pothladiti do $\vartheta_s \geq 13\,^{o}C$.

2.3 Definiranje prikladne konfiguracije BDMTES-a

U najopćenitijem slučaju postoji mogućnost da se jednim te istim brodom istovremeno transportira više različitih tereta smještenih u zasebnim skladištima s odgovarajuće propisanom mikroklimom, pa se shodno tome može kreirati pojednostavnjena mreža *BDMTES-a*, namijenjenog uravnoteženju nastupajućih energetskih opterećenja, kako to ilustrira priložena *slika 2.3* za brod koji prevozi u zasebnim skladištima *„mrtve“* (*SPM*) i *„žive“* (*SPŽ*) terete.

Uzimajući u obzir i nastambe, uravnoteženje nastupajućih kvazistatičkih rashladnih opterećenja takvog broda, moguće je postići s tri različita jedno-stupanjska *ARU-a* i to po jedan *amonijačni* za *„mrtve“* i *„žive“* terete, te jedan *litij-bromidni* za nastambe, čije su glavne komponente: (*KU-kuhalo, KU_R-kuhalo s rektifikatorom, K-kondenzator, EV-ekspanzijski ventil, IS-isparivač, AP-apsorber, P_k-pumpa komine, ŠT-štednjak topline*).



Slika 2.3 Pojednostavnjena energetska mreža dizel-motornog trigeneracijskog sustava broda

Eventualnom primjenom, na niskotlačnoj strani, dvo-stupanjskih amonijačnih *ARU-a* (po dva apsorbera i isparivača), jedan te isti *ARU* mogao bi uravnoteživati nastupajuće rashladno opterećenje u skladištima i *„mrtvih“* i *„živih“* tereta, kao i rashladno opterećenje u klimatizacijskom sustavu nastambi, lit. [8], dok se s druge strane u svrhu poboljšanja

rashladnog odnosa može primijeniti *ARU-e* s dvotlačnim termo-kompresorom (po dva kuhala i apsorbera), lit. [4, 9].

Pri uravnoteženju rashladnog opterećenja skladišnog prostora „*mrtvih*“ proizvoda, sveukupno opterećenje preuzima optočni zrak, koji se potom hladi u hladnjaku (rashladniku) zraka (*RZ*) pothlađenom salamurom (rasolinom) iz isparivača amonijačnog *ARU-a*.

Prijevoz „*živih*“ proizvoda karakteriziran je osim razmjerno visokom temperaturom skladištenja, s odvođenjem produkata vlastitog metabolizma za što je potrebno osiguravati stalni dotok svježeg zraka, te sa stalnom kontrolom razmjerno visoke relativne vlažnosti zraka u skladišnom prostoru. Reguliranje sadržaja vlage uz uravnoteženje nastupajućeg rashladnog opterećenje i kontinuiranu dobavu svježeg zraka, iziskuje osim hlađenja ventilacijskog zraka u *RZ* i/ili njegovo zagrijavanje u grijaču (zagrijaču) zraka (*ZZ*).

U sekundarnom rashladnom krugu koristi se u oba slučaja salamura koja se cirkulira elektromotorno pogonjenom pumpom (*PR*), dok se zrak u primarnom rashladnom krugu recirkulira elektromotorno pogonjenim ventilatorom (*V*), a kod prijevoza „*živih*“ tereta ekstrakcija jednog dijela zraka zasićenog produktima njihovog metabolizma osigurava se posebnim ventilatorom (V_e). U oba slučaja je za odvijanje apsorpcijskog rashladnog procesa potrebno osigurati vodenu paru razmjerno visokog tlaka (pogonski toplinski tok kuhala-KU_R), te električnu snagu za zagonjenje pumpe komine (P_K) i pumpe rashladnog mora (*PM*) kondenzatora (*K*) i apsorbera (*AP*), dok se za stvaranje potrebnog ogrjevnog učinka u grijaču zraka koristi niskotlačna vodena para.

Za uravnoteženje nastupajućeg rashladnog opterećenja prostora nastambi (*PN*) koristi se *litij-bromidni ARU*, čijem se kuhalu za uravnoteženje nastupajućeg toplinskog opterećenja dovodi niskotlačna para, kao i grijaču zraka, dok se u sekundarnom krugu pumpom vode (*PV*) cirkulira slatka voda.

Konačno, kuhala *ARU-a* i grijači zraka, uz ostale potrošače pare na brodu određuju nastupajuće toplinsko opterećenje $\Phi_{to}(t)$, koje se uravnotežuje suho-zasićenom parom $p_{vp} \approx 8 bar$, proizvedenom u jedno-tlačnom kogeneracijskom sustavu, kojeg osnovu čini visokotlačni isparivač (*VI*) i visokotlačni parni bubanj (*VPB*).

Prošireni oblik kogeneracije (dvotlačni kogeneracijski sustav), čija se primjena temelji na mogućnosti uravnoteženja jednog dijela kvazistatičkog toplinskog opterećenja broda s vodenom parom relativno niskog tlaka $p_{np} \approx 2 bar$, osim navedenog sadrži: niskotlačni isparivač (*NI*) zagonjen ispušnim plinovima iza *VI*, niskotlačni isparivač zagonjen nabijenim zrakom iza kompresora turbopuhala (NI_{nz}), te zajednički niskotlačni parni bubanj (*NPB*).

Kako raspoloživi toplinski učinak NI_{nz}-*a* ponajviše ovisi o temperaturi okolišnog zraka, njegova eventualna primjena bila bi opravdana samo na brodovima koji uglavnom bivaju u toplijim klimatskim zonama (zone 3 i 4 prema *slici1.1*).

Tijekom plovidbe broda, kada se potrebna porivna snaga $P_p(t)$ namiruje dizel-motornim propulzijskim sustavom kojeg osnovu čine glavni dizelski motor (*GDM*), propeler (*P*) i trup broda (*B*), istovremeno se neustaljeno električno opterećenje $P_{e_o}(t)$ uravnotežuje osovinskim generatorom (*OG*) dok se neustaljeno toplinsko opterećenje uravnotežuje kogeneracijskim energetskim sustavom (*KES-om*).

Ostale oznake sadržane na *slici 2.1* su kako slijedi: CP_{lk} i CP_u -cirkulacijske pumpe loženog kotla i utilizatora, *ZG* –grijač goriva, *DTG* –dnevni tank goriva, SS –separatorski sustav, *STG*-skladišni sustav goriva, K_{TP} i T_{TP} –kompresor i turbina turbopuhala, *RV* i *RU* –hladnjaci vode odnosno ulja, V_{s_t} i V_{s_e} -tlačni i usisni ventilator strojarnice, *NP* -napojna pumpa, *MZ* –mlaki zdenac, *G* –električni generator dizel agregata (*DA*), *PU* –pumpa ulja, *PM*

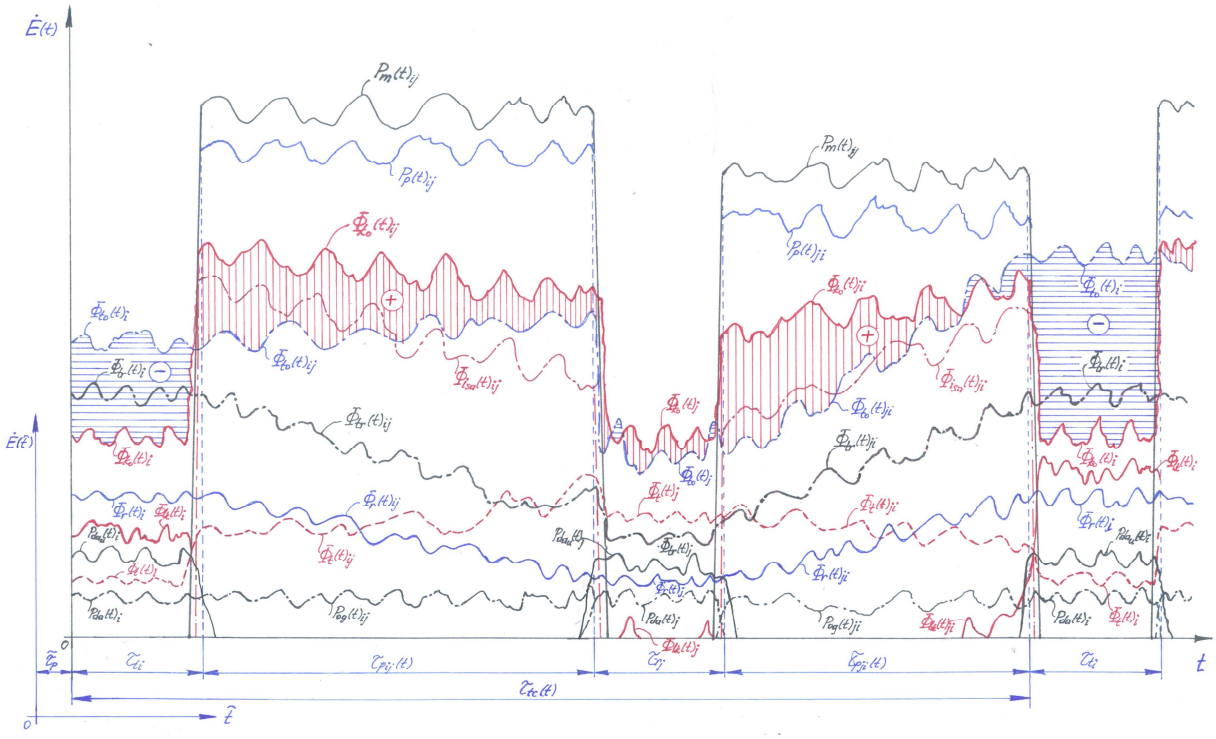
–pumpa mora, *PTV*-spremnik slatke vode, Φ_{lub} i Φ_{jw} -toplinski tokovi predani mazivom ulju odnosno rashladnoj slatkoj vodi cilindarskih košuljica, $P_m(t)$ -mehanička snaga *GDM-a*.

Kako se može vidjeti iz priložene *slike 2.3* osnovu *BDMTES*-a čine tri osnovne energetske mreže ***mehanička*** (*porivno-propulzijska*), ***toplinska*** i ***električna***, pri čemu se u svrhu dobivanja efikasnijeg i pouzdanijeg energetskog sustava navedene mreže sprežu čineći tako *BPES* nedjeljivom cjelinom u kojoj se pobuda nad bilo kojom energetskom komponentom prenosi na ostale komponente obuhvaćene sustavom.

Zadatak *BDMTES-a* jeste taj, da tijekom karakterističnih operativnih intervala za službovanja broda, na ekonomičan i pouzdan način iskoristi neustaljeni toplinski učinak *BDMKES-a* $\Phi_{ko}(t)$ za uravnoteženje sveukupnog neustaljenog toplinskog opterećenja $\Phi_{to}(t)$, koje se definira izrazom (*slika 2.4*):

$$\Phi_{to}(t) = \Phi_{t}(t) + \Phi_{tr}(t) \tag{2.32}$$

gdje je $\Phi_{t}(t)$ bazično neustaljeno toplinsko opterećenje broda, dok je $\Phi_{tr}(t)$ neustaljeno toplinsko opterećenje od kuhala *ARU-a* namijenjenih uravnoteženju neustaljenog rashladnog opterećenja broda $\Phi_{r}(t)$.



Slika 2.4 Karakteristični energetski tokovi BDMTES-a

Neustaljene energetske veličine dobivene kvazistatičkim modeliranjem, nadalje će se oslovljavati kvazistatičkim.

Kako se može vidjeti iz *slike 2.4*, koja kvalitativno oslikava kvazistatičke energetske učinke i opterećenja tijekom jednog transportnog ciklusa broda, uravnoteženje nastupajućeg ukupnog toplinskog opterećenja broda tijekom njegovog boravka u odredištima $\Phi_{to}(t)_{i,j}$, a katkad i tijekom plovidbe $\Phi_{to}(t)_{ij,ji}$, nije moguće postići bez dodatnog toplinskog učinka $\Phi_{lk}(t)_{i,j}$ loženog kotla, pa se u ovom slučaju može pisati:

$$\Phi_{to}(t)_{i,j} = \Phi_{ko}(t)_{i,j} + \Phi_{lk}(t)_{i,j} \tag{2.33}$$

gdje je $\Phi_{ko}(t)_{i,j}$ kvazistatički toplinski učinak *KES-a* tijekom boravka broda u krajnjim odredištima, kada je raspoloživa jedino otpadna toplina iz *DA-a*.

Ostale oznake sadržane na *slici 2.4* su: $\dot{E}(t)$ poopćeni kvazistatički energijski tok,

$\Phi_{i_{sa}}(t)$ kvazistatički toplinski učinak *NI$_{nz}$-a*, $P_p(t)$ kvazistatička porivna snaga, $P_{og}(t)$ kvazistatičko mehaničko opterećenje *OG-a*, $P_{da}(t)$ i $P_{da_u}(t)$ kvazistatičko mehaničko opterećenje jednog odnosno svih instaliranih *DA-a*.

Mada često puta ovisno o tržišnim prilikama, brodovi namijenjeni prijevozu umjereno hlađenih tereta istovremeno transportiraju dvoje ili više različitih komercijalnih tereta u zasebnim skladištima, nadalje će se pri definiranju odgovarajućeg rashladnog sustava poći od pretpostavke da isti tijekom jednog plovidbenog ciklusa transportiraju samo jednu vrstu komercijalnog tereta.

Kako je asortiman za pomorski transport raspoloživih umjereno hlađenih tereta obilan i raznovrstan, pripadajući rashladno-toplinski sustav tereta mora biti projektiran tako da osigurava odgovarajuću mikroklimu tijekom bilo kojeg transportnog ciklusa koji se odvija između definiranih odredišta ***i*** i ***j***. Zbog navedenog je uobičajeno da se rashladni sustav tereta projektira tako da je u stanju uravnotežiti za svaku vrstu predviđenog tereta minimalno nastupajuće rashladno opterećenje.

Premda minimalna temperatura skladištenja kod ovakvih brodova nastupa tijekom prijevoza „*mrtvih*“ tereta (smrznuto meso i riba $\vartheta_{s_m} = -18\,^0C$), kada je osjetno rashladno opterećenje pri istovrsnom stanju okoliša minimalno, nastupajuće rashladno opterećenje rashladnog sustava tereta uglavnom nije meritorno za njegovo dimenzioniranje. Naime kod prijevoza „*živih*“ tereta (banane $\vartheta_{s_b} = 13\,^0C$, citrusi $\vartheta_{s_c} = 5\,^0C$ i razno listopadno voće $\vartheta_{s_l} = 0\,^0C$, $\varphi_s = 0,85 \div 0,95$) kada se tijekom skladištenja a u svrhu ekstrahiranja metaboličkih produkata, privodi mada razmjerno mali iznos svježeg zraka $(1,5 \div 2,5\%)$, zbog održavanja propisane relativne vlažnosti u skladišnom prostoru, gotovo uvijek tijekom procesa izlučivanja prekomjerne vlage nastupa i minimalno rashladno opterećenje rashladnog sustava tereta.

Nakon izlučivanja prekomjerne vlage iz zraka, gotovo uvijek ga se zagrijava na kvazistatičku ravnotežnu temperaturu u svrhu uravnoteženja nastupajućeg osjetnog rashladnog opterećenja skladišnog prostora, pa je stoga i maksimalno toplinsko opterećenje grijača zraka, pri istovrsnom stanju okoliša, uvjetovano vrstom prevažanog „*živog*“ tereta.

U ovom radu za jednoznačno definiranu plovidbenu rutu, razmatra se prijevoz pet različitih vrsta tereta: *mrtvih*-smrznuto meso i meso u vakuum pakovanjima ($\vartheta_{s_{mv}} = 0\,^0C$), *živih*-banane, citrusi (naranče, limuni, grejpovi) i listopadno voće (kivi, kruške i jabuke, $\varphi_{s_i} = 0,9$).

Ukupno rashladno opterećenje brodova namijenjenih prijevozu umjereno hlađenih rasutih tereta, osim rashladnog opterećenja u sustavu kondicioniranja skladišnog zraka, sadrži rashladno opterećenje od klimatizacijskog sustava nastambi.

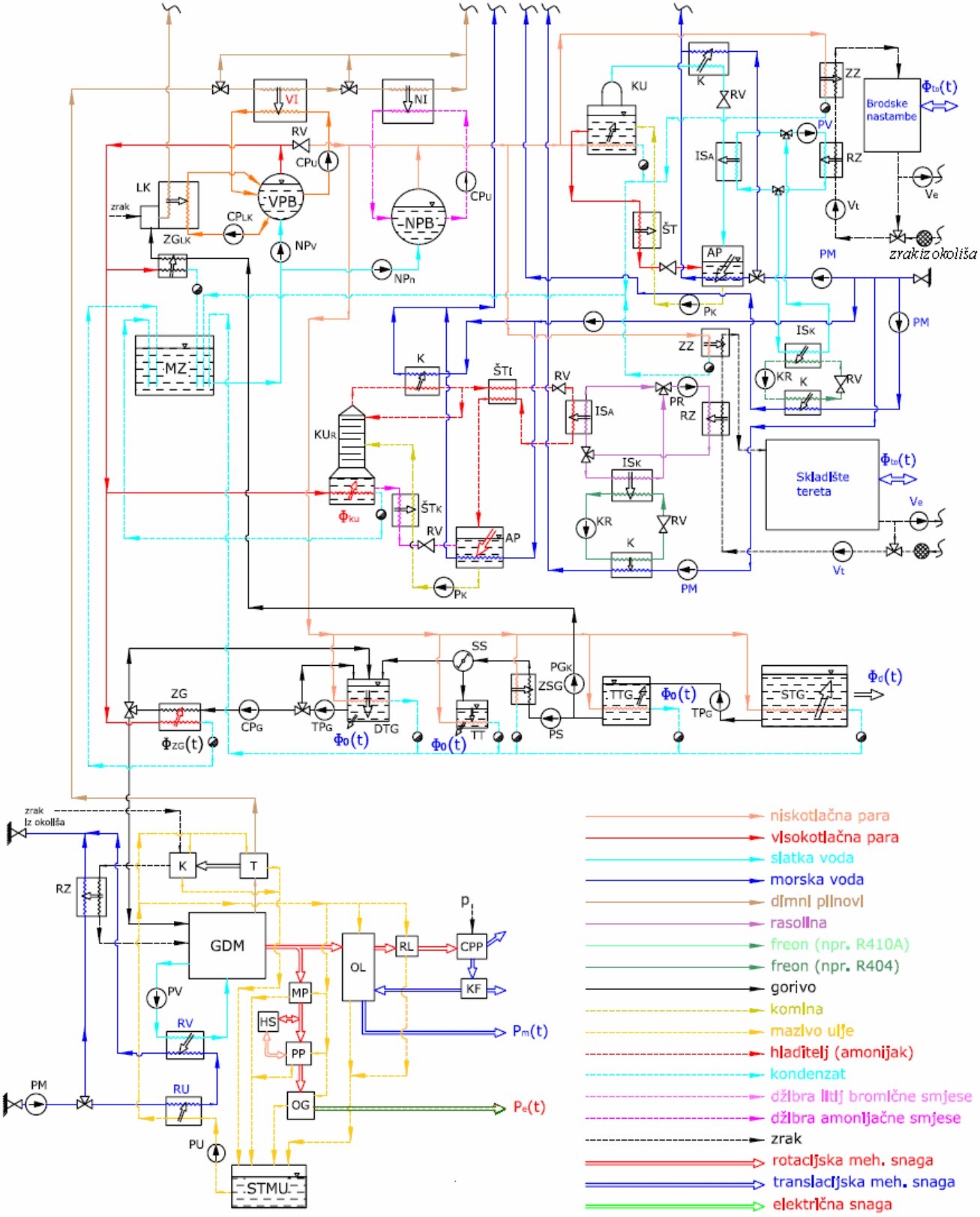
Primjenom *DMTES-a* postoji mogućnost da se tijekom plovidbenih režima uravnoteži glavnina kvazistatičkih rashladnih i toplinskih opterećenja, dok se pak tijekom mirovanja broda u krajnjim odredištima uravnoteženje istovrsnih opterećenja može postići ili s *KRP-em* i *LK-om* odgovarajuće, ili samo *LK-om* uz primjenu *ARU-a*.

Pojednostavnjena funkcijska shema (*slika 2*.5) ilustrira jednostavni izvorni *DMTES* koji bi svoju primjenu mogao naći na brodovima za prijevoz umjereno hlađenih tereta, te se temeljem priložene sheme može konstatirati sljedeće.

U odnosu na ***referentnu projektnu inačicu*** brodskog toplinskog i rashladnog sustava, karakteriziranu time da se potrebni toplinski učinak proizvodi kombiniranim kotlom (*KK=LK+UK*), dok se rashladni učinak proizvodi *KRP-om*, uvođenje trigeneracijskog koncepta nudi dvije bitno drugačije projektne inačice.

Prva projektna inačica trigeneracijskog energetskog sustava (*TES-a*) karakterizirana je time, da se tijekom cjelokupnog transportnog ciklusa trigeneracijom neuravnoteženo rashladno opterećenje uravnotežuje *KRP-om*, dok se *UK-om* neuravnoteženo osnovno toplinsko opterećenje broda uravnotežuje *LK-om*.

Druga projektna inačica *TES-a* karakterizirana je time da se tijekom cjelokupnog transportnog ciklusa nastupajuće rashladno opterećenje uravnotežuje odgovarajućim *ARU-ima*, dok se *UK-om* neuravnoteženi iznos sveukupnog toplinskog opterećenja uravnotežuje *LK-om*, pa prema priloženoj *slici 2.5*, ova inačica ne sadrži niti KRP_T, niti KRP_N, (*KRP* tereta i nastambi odgovarajuće).



Slika 2.5 Shematski prikaz jednostavnog (izvornog) DTMES-a

2.4 Definiranje energetskih veličina sadržanih u ekonomskom modelu usporedbe projektnih inačica rashladnog sustava broda

2.4.1 Ekonomski kriterij usporedbe projektnih inačica rashladnog sustava

Mada postoji nekoliko ekonomskih kriterija usporedbe konkurentnih projektnih rješenja, za usporedbu projektnih inačica rashladnog sustava broda najprikladnijom se doima ona temeljena na njihovoj ***tekućoj vrijednosti troškova*** LCC, lit. [62].

Tekuća vrijednost troškova *k-te* projektne inačice definira se izrazom:

$$LCC_k = \sum_{n=1}^{N} \frac{C_{n_k}}{(1+r)^n} \tag{2.34}$$

gdje je N ekonomski životni vijek broda, r realni kamatni faktor, C_{n_k} je ukupni trošak u *n-toj* godini službovanja broda.

Realni kamatni faktor definira se izrazom:

$$r = \frac{1+i_0}{1+e} - 1 \tag{2.35}$$

gdje su i_0 i e profitni i inflacijski diskontni faktori.

Ukupni troškovi *k-te* inačice rashladnog sustava broda u *n-toj* godini službovanja broda definiraju se izrazom:

$$C_{n_k} = I_{0_k} CR + C_{fn_k} + C_{on_k} \tag{2.36}$$

gdje je faktor povrata kapitala:

$$CR = \frac{(1+r)^N r}{(1+r)^N - 1} \tag{2.37}$$

I_{0_k} tekuća vrijednost investicije, C_{fn_k} i C_{on_k} troškovi goriva i održavanja u *n-toj* godini službovanja.

Primjena *k-te* projektne inačice *DMTES-a*, uz definiranu vrijednost LCC_0 referentne projektne inačice rashladnog sustava, bila bi ekonomski opravdana ako je:

$$LCC_k \prec LCC_0 \tag{2.38}$$

Kako suštinu postavljenih ekonomskih modela usporedbe čine kvazistatičke energetske veličine *DMTES-a*, u ovom radu naglasak će biti postavljen upravo na iznalaženje prikladnih matematičkih formulacija za ekonomikom involvirane energetske veličine.

2.4.2 Referentna projektna inačica

Tekuća investicijska vrijednost ove projektne inačice definira se izrazom:

$$I_{0_0} = I_{KRP_I} + I_{KRP_{II}} + I_{OG_0} + I_{DA_0} + I_{KK_0} \tag{2.39}$$

gdje su pojedini investicijski iznosi:
$I_{KRP_I}, I_{KRP_I}, I_{OG_0}, I_{DA_0}$ i I_{KK_0} *-KRP-a, OG-a* sa *PTO* sklopom, *DA-a* i *KK-a* sa svim pomoćnim uređajima, odgovarajuće.

Pretpostavi li se linearna funkcijska ovisnost investicijskih vrijednosti o energetskim učincima, može se pisati:

$$I_{0_0} = p_{\phi_{r_I}} \Phi_{r_I} + p_{\phi_{r_{II}}} \Phi_{r_{II}} + p_{P_{OG}} P_{OG_0} + p_{P_{DA}} P_{DA_0} + p_{\phi_{KK}} \Phi_{KK_0} \tag{2.40}$$

gdje su: $\Phi_{r_I}, \Phi_{r_{II}}, P_{OG_0}, P_{DG_0}$ i Φ_{KK_0} su instalacijske snage, dok su: $p_{\phi_{r_I}}, p_{\phi_{r_{II}}}, p_{P_{OG}}, p_{P_{DA}}$ i $p_{\phi_{KK}}$ specifične cijene odgovarajućih energetskih komponenti.

Nazivne snage sadržanih energetskih komponenti definiraju se temeljem maksimalnih, odnosno minimalnih vrijednosti pripadajućih energetskih opterećenja koja uravnotežuju tijekom specificiranog operativnog intervala broda kako slijedi:

$$\Phi_{r_I} = \left|\inf\left(\Phi_{r_{I\min} i_{tc}, j_{tc}}, \Phi_{r_{I\min} ij_{tc}, ji_{tc}}\right)\right|, \qquad \Phi_{r_{II}} = \left|\inf\left(\Phi_{r_{II\min} i_{tc}, j_{tc}}, \Phi_{r_{II\min} ij_{tc}, ji_{tc}}\right)\right| \tag{2.41}$$

$$P_{DA_0} = 2\sup\left\{\max\left[P_{e_{e_0}}(t)_{i_{tc}, j_{tc}} + P_{e_{KRP_0}}(t)_{i_{tc}, j_{tc}} + P_{e_{KK_0}}(t)_{i_{tc}, j_{tc}}\right]\right\} \tag{2.42}$$

$$P_{OG_0} = \sup\left\{\max\left[P_{e_0}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} + P_{e_{KRP}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} + P_{e_{KK}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}}\right]\right\} \tag{2.43}$$

$$\Phi_{KK_0} = \sup\left(\Phi_{TO_{0\max} i_{tc}, j_{tc}}, \Phi_{TO_{0\max} ij_{tc}, ji_{tc}}\right) \tag{2.44}$$

Ukupni troškovi održavanja definiraju se izrazom:

$$C_{on_0} = C_{o_{KRP_0}} + C_{o_{OG_0}} + C_{o_{DA_0}} + C_{o_{KK_0}} \tag{2.45}$$

dok se ukupni troškovi goriva u *n-toj* godini službovanja broda koji otpadaju na zagonjenje sadržanih energetskih komponenti definiraju izrazom:

$$C_{0\,fn} = m_{g_{0_n}} p_{g_n}(\tau) \tag{2.46}$$

gdje je $m_{g_{0_n}}$ potrošak goriva koji otpada na zagonjenje referentnog rashladnog sustava broda i $p_{g_n}(\tau)$ je predvidiva prosječna cijena goriva u *n-toj* godini službovanja broda.

Ukupni potrošak goriva u *n-toj* godini službovanja sadrži potroške goriva koji otpadaju na *KRP-e* i *KK* te se definira izrazom:

$$m_{g_{0_n}} = \sum_{tc=1}^{n_{tc}} \left(m_{g_{KRP_{0n}} i_{tc}, j_{tc}} + m_{g_{KRP_{0n}} ij_{tc}, ji_{tc}} + m_{g_{KK_{0n}} i_{tc}, j_{tc}} + m_{g_{KK_{0n}} ij_{tc}, ji_{tc}}\right) \tag{2.47}$$

pri čemu se sadržani potrošci goriva tijekom *tc-tog* transportnog ciklusa broda pri plovidbi iz ***i*** u ***j*** i obratno, te tijekom boravka u ***i*** i ***j*** definiraju izrazima:

$$m_{g_{KRP_0} i_{tc}, j_{tc}} + m_{g_{KK_0} i_{tc}, j_{tc}} = \int_0^{\tau_{i_{tc}, j_{tc}}} \left[\dot{m}_{g_{KRP_0}}(t)_{i_{tc}, j_{tc}} + \dot{m}_{g_{KK_0}}(t)_{i_{tc}, j_{tc}}\right] dt \tag{2.48}$$

$$m_{g_{KRP_0} ij_{tc}, ji_{tc}} + m_{g_{KK_0} ij_{tc}, ji_{tc}} = \int_0^{\tau_{ij_{tc}, ji_{tc}}} \left[\dot{m}_{g_{KRP_0}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} + \dot{m}_{g_{KK_0}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}}\right] dt \tag{2.49}$$

gdje su $\tau_{i_{tc}}$, $\tau_{j_{tc}}$, $\tau_{ij_{tc}}$ i $\tau_{ji_{tc}}$ duljine odgovarajućih podintervala unutar transportnog ciklusa.

Pretpostavljajući da su stupnjevi djelovanja pri konverziji mehaničke snage u električnu od koljenastog vratila *GDM-a* preko *PTO* sklopa i *OG-a*, vremenski postojani tijekom određenog plovidbenog intervala, za mehaničku snagu *GDM-a* koja otpada na pogonjenje *KRP-a*, dobiva se:

$$P_{KRP_{0m}}(t) = \frac{P_{KRP_{0e}}(t)}{\eta_{PTO}\eta_{OG}} \tag{2.50}$$

gdje su η_{PTO} i η_{OG} prosječni stupnjevi djelovanja *PTO* sklopa i *OG-a*, odgovarajuće.

Uzimajući u obzir prosječni stupanj djelovanja *GDM-a* pri konverziji kemijske energije goriva u mehaničku η_{DM}, za maseni potrošak goriva dobiva se:

$$\dot{m}_{g_{KRP_0}}(t)_{ij,ji} = \frac{P_{KRP_{0m}}(t)_{ij,ji}}{\eta_{DM_{ij,ji}} H_d} = \frac{P_{KRP_{0e}}(t)_{ij,ji}}{\eta_{DM_{ij,ji}}\eta_{PTO_{ij,ji}}\eta_{OG_{ij,ji}} H_d} \tag{2.51}$$

Općenito su prosječne vrijednosti stupnjeva djelovanja pri plovidbi iz ***i*** u ***j***, razlikuju od istovrsnih pri plovidbi iz ***j*** u ***i***, pa se nadalje za potroške goriva koji tijekom plovidbe otpadaju na uravnoteženje bilo kojeg električnog opterećenja tijekom plovidbe može pisati:

$$\dot{m}_{g_e}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} = F_{ij_{tc}, ji_{tc}} P_e(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} \tag{2.52}$$

gdje je sveukupni faktor pretvorbe kemijske u električnu energiju definiran izrazom:

$$F_{ij_{tc}, ji_{tc}} = \left(\eta_{DM_{ij,ji}}\eta_{PTO_{ij,ji}}\eta_{OG\,ij,ji} H_d\right)^{-1} \tag{2.53}$$

Postupajući slično, za slučaj boravka broda u odredištima dobiva se:

$$\dot{m}_{g_e}(t)_{i_{tc},j_{tc}} = F_{i_{tc},j_{tc}} P_e(t)_{i_{tc},j_{tc}} \tag{2.54}$$

uz sveukupni faktor pretvorbe:

$$F_{i_{tc},j_{tc}} = \left(\eta_{DA_{i,j}} H_d\right)^{-1} \tag{2.55}$$

Potrošak goriva *LK-a*, kojim se tijekom boravka broda u odredištima ***i*** i ***j*** u odsutnosti *DMKES-a* uravnotežuje nastupajuće kvazistatičko toplinsko opterećenje broda, uz pretpostavku da su faktori pretvorbe kemijske energije goriva u toplinsku u *LK-u* postojani:

$$F_{K_{i_{tc},j_{tc}}} = \left(\eta_{LK_{i_{tc},j_{tc}}} H_d\right)^{-1} \tag{2.56}$$

definira se izrazom:

$$\dot{m}_{g_{LK_0}}(t)_{i_{tc},j_{tc}} = F_{K\,i_{tc},j_{tc}} \Phi_{lk_0}(t)_{i_{tc},j_{tc}} \tag{2.57}$$

Za *DMKES-om* eventualno neuravnoteženo toplinsko opterećenje tijekom plovidbe između ***i*** i ***j***, i obratno iz ***j*** u ***i*** $\Phi_{lk_0}(t)_{ij_{tc},ij_{tc}}$ vrijedi izraz:

$$\dot{m}_{g_{LK_0}}(t)_{ij_{tc},ij_{tc}} = F_{K\,ij_{tc},ij_{tc}} \Phi_{lk_0}(t)_{ij_{tc},ij_{tc}} \tag{2.58}$$

Ukupni kvazistatički potrošak goriva *KK-a* tijekom boravka broda u odredištima ***i*** i ***j***, odnosno tijekom plovidbe iz ***i*** u ***j*** i obratno definira se izrazima:

$$\dot{m}_{g_{KK_0}}(t)_{i_{tc},j_{tc}} = \dot{m}_{g_{LK_0}}(t)_{i_{tc},j_{tc}} + \dot{m}_{g_{KK_{0e}}}(t)_{i_{tc},j_{tc}} \tag{2.59}$$

$$\dot{m}_{g_{KK_0}}(t)_{ij_{tc},ji_{tc}} = \dot{m}_{g_{LK_0}}(t)_{ij_{tc},ji_{tc}} + \dot{m}_{g_{KK_{0e}}}(t)_{ij_{tc},ji_{tc}} \tag{2.60}$$

gdje je $\dot{m}_{g_{KK_{0e}}}(t)$ ekvivalentni potrošak goriva *GDM-a* ili *DA-a* za uravnoteženje kvazistatičkog električnog opterećenja *KK-a*, prema izrazu:

$$\dot{m}_{g_{KK_{0e}}}(t)_{i_{tc},j_{tc}} = F_{i_{tc},j_{tc}} P_{e_{KK_0}}(t)_{i_{tc},j_{tc}} \tag{2.61}$$

$$\dot{m}_{g_{KK_{0e}}}(t)_{ij_{tc},ji_{tc}} = F_{ij_{tc},ji_{tc}} P_{e_{KK_0}}(t)_{ij_{tc},ji_{tc}} \tag{2.62}$$

Toplinsko opterećenje

Tijekom boravka broda u krajnjim odredištima ***i*** ili ***j***, kada je *GDM* van pogona, ukupno toplinsko opterećenje broda $\Phi_{TO}(t)$ uravnotežuje se *LK-om* eventualno potpomognutim *UK-om* zagonjenim ispušnim plinovima *DA-a*, a isto se definira izrazom:

$$\Phi_{lk_0}(t)_{i,j} = \Phi_{TO}(t)_{i,j} = \Phi_{sg}(t)_{i,j} + \Phi_{mu}(t)_{i,j} + \Phi_{tv}(t)_{i,j} + \Phi_{zz_I}(t)_{i,j} + \Phi_{zz_{II}}(t)_{i,j} \tag{2.63}$$

Tijekom plovidbe između ***i*** i ***j***, $\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}$ se definira izrazom:

$$\Phi_{TO}(t)_{ij,ji} = \Phi_{sg}(t)_{ij,ji} + \Phi_{mu}(t)_{ij,ji} + \Phi_{tv}(t)_{ij,ji} + \Phi_{zz_I}(t)_{ij,ji} + \Phi_{zz_{II}}(t)_{ij,ji} \tag{2.64}$$

te se za slučaj kada je $\Phi_{TO}(t)_{ij,ji} \le \Phi_{ko}(t)_{ij,ji}$, uravnotežuje *UK-om*, i obratno kada je $\Phi_{TO}(t)_{ij,ji} \succ \Phi_{ko}(t)_{ij,ji}$, uravnotežuje se *LK-om*, pa se može pisati:

$$\Phi_{ko_u}(t)_{ij,ji} = \frac{1}{2}\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji} - \Phi_{TO}(t)_{ij,ji}\right]\right\} \tag{2.65}$$

$$\Phi_{lk_u}(t)_{ij,ji} = \frac{1}{2}\left[\Phi_{TO}(t)_{ij,ji} - \Phi_{ko}(t)_{ij,ji}\right]\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji} - \Phi_{TO}(t)_{ij,ji}\right]\right\} \tag{2.66}$$

Sadržana toplinska opterećenja su: $\Phi_{sg}(t)$ u sustavu goriva, $\Phi_{mu}(t)$ u sustavu mazivog ulja, $\Phi_{tv}(t)$ u sustavu slatke vode za pranje, $\Phi_{zz_I}(t)$ u sustavu kondicioniranja skladišnog zraka i $\Phi_{zz_{II}}(t)$ u klimatizacijskom sustavu nastambi, dok je $\Phi_{ko}(t)$ raspoloživi toplinski učinak *DMKES-a*, te je $\Phi_{ko_u}(t)$ *UK-om* uravnoteženo toplinsko opterećenje.

Električno opterećenje

Iako je stvarno kvazistatičko električno opterećenje na pragu brodske elektrane tijekom karakterističnih operativnih režima broda ovisno osim o električnom opterećenju

pojedinih trošila, i o konfiguraciji brodske električne mreže koja je različita za navedene projektne inačice rashladnog sustava, za tehno-ekonomsko vrednovanje projektnih inačica rashladnog sustava broda dovoljno je postaviti tek preliminarne funkcijske ovisnosti odgovarajućih električnih opterećenja tijekom karakterističnih operativnih režima broda.

U tom smislu bit će od sveukupnog električnog opterećenja definirana samo ona električna opterećenja koja su uvjetovana odabranom projektnom inačicom rashladnog sustava, pa je tako za referentnu projektnu inačicu potrebno definirati $P_{e_{KRP_0}}(t)$ i $P_{e_{KK_0}}(t)$.

Kvazistatičko električno opterećenje *KRP-a* definira se izrazom:

$$P_{e_{KRP_0}}(t) = \sum_{R=I}^{II} \left[P_{ek_R}(t) + P_{ep_R}(t) \right] \tag{2.67}$$

gdje su $P_{ek_R}(t)$ i $P_{ep_R}(t)$ električne snage kompresora i pumpi rashladnog mora kondenzatora, rashladnog sustava tereta $R = I$ i klimatizacijskog sustava nastambi $R = II$.

Električno opterećenje od *KK-a* tijekom plovidbe broda i boravka u odredištima ***i*** i ***j*** definira se izrazima:

$$P_{e_{KK_0}}(t)_{i,j} = P_{ep_c}(t)_{i,j} + P_{ep_n}(t)_{i,j} + P_{ep_g}(t)_{i,j} \tag{2.68}$$

$$P_{e_{KK_0}}(t)_{ij,ji} = P_{ep_c}(t)_{ij,ji} + P_{ep_n}(t)_{ij,ji} \tag{2.69}$$

gdje su: $P_{ep_g}(t)$, $P_{ep_n}(t)$ i $P_{ep_c}(t)$ električna opterećenja od pumpe goriva *LK-a*, napojne i cirkulacijske pumpe, odgovarajuće.

Kvazistatička električna opterećenja za razmatrane projektne inačice rashladnog sustava broda uvjetovana su iznosima toplinskih opterećenja u čijem uravnoteženju izravno ili neizravno participiraju elektromotorni pogoni (*EMP-i*) kompresora i pumpi tereteći tako brodsku električnu mrežu.

Kako se odnosna toplinska opterećenja mijenjanju u širokom rasponu vrijednosti, u svrhu poboljšanja energetskih konverzija u pripadajućim *EMP-ima*, koristi se fina regulacija brzine vrtnje sa statičkim pretvornicima frekvencije, čime se sveukupni stupanj djelovanja *EMP-a* η_{ep} održava približno postojanim (za iznose iznad 30% nazivne vrijednosti protoka fluida), pa se za električnu snagu bilo kojeg *EMP-a* inkorporiranog u toplinsko-fluidni sustav može pisati:

$$P_e(t) = \frac{P_f(t)}{\eta_{ep}} \tag{2.70}$$

gdje je $P_f(t)$ fluidna snaga (snaga koju radni stroj predaje fluidu).

Kvazistatička fluidna snaga koju kompresori predaju primarnom hladitelju u rashladnom kružnom procesu definira se izrazom:

$$P_{kf}(t) = \frac{\Phi_r(t)}{\beta_r(\Phi_r, p_i)} = \frac{\Phi_r(t)}{\beta_r(t)} \tag{2.71}$$

gdje je $\Phi_r(t)$ kvazistatičko rashladno opterećenje u isparivaču, $\beta_r(\Phi_r, p_i)$ je odgovarajući rashladni odnos funkcijski ovisan o $\Phi_r(t)$ i kvazistatičkom ravnotežnom tlaku $p_i(t)$.

Kvazistatička fluidna snaga pumpe rashladnog mora kondenzatora, inkorporirane u otvoreni cjevovodni sustav, uz pretpostavku potpuno izobraženog turbulentnog strujanja definira se izrazom:

$$P_{pf}(t) = \left[p_{p_s}(t) + R_{hc}\dot{m}_{rm}^2(t) \right] \frac{\dot{m}_{rm}(t)}{\rho_m} \tag{2.72}$$

gdje je $p_{p_s}(t)$ promjenjivi statički prirast tlaka (ovisan o promjenjivom gazu broda), R_{hc} hidrodinamička karakteristika cjevovodne instalacije i $\dot{m}_{rm}(t)$ kvazistatički maseni protok mora gustoće ρ_m potreban za uravnoteženje toplinskog opterećenja kondenzatora $\Phi_k(t)$.

Polazeći od pretpostavke da su maseni protoci hladitelja $\dot{m}_h(t)$ i rashladnog mora u čvrstom odnosu, bit će $\dot{m}_{rm}(t)$ proporcionalan toplinskom opterećenju kondenzatora $\Phi_k(t)$:

$$\dot{m}_{rm}(t) = \frac{\Phi_k(t)}{C_m} \tag{2.73}$$

gdje je C_m nazivni toplinski kapacitet rashladnog mora.

Kako je temeljem energijske bilance rashladnog kružnog procesa:

$$\Phi_k(t) = P_{kf}(t) + \Phi_r(t) \tag{2.74}$$

supstituiranjem (2.71) u (2.74) nakon sređivanja dobiva se:

$$\Phi_k(t) = \frac{1+\beta_r(t)}{\beta_r(t)}\Phi_r(t) \tag{2.75}$$

Temeljem (2.70), (2.72), (2.73) i (2.75) za električnu snagu pumpe mora dobiva se:

$$P_{ep}(t) = \frac{1+\beta_r(t)}{\eta_{ep_p}\rho_m C_m \beta_r(t)}\Phi_r(t)\left\{p_{p_s}(t) + R_{hc}\left[\frac{1+\beta_r(t)}{C_m\beta_r(t)}\Phi_r(t)\right]^2\right\} \tag{2.76}$$

dok se iz (2.70) i (2.71) za električnu snagu kompresora dobiva:

$$P_{ek}(t) = \frac{\Phi_r(t)}{\eta_{ep_k}\beta_r(t)} \tag{2.77}$$

pa se napokon iz izraza (2.67) za ukupno električno opterećenje od *KRP-a* dobiva:

$$P_{e_{KRP_0}}(t) = \sum_{R=I}^{II}\frac{\Phi_{r_R}(t)}{\beta_{r_R}(t)}\left(\frac{1}{\eta_{ep_{k_R}}} + \frac{1+\beta_r(t)}{\eta_{ep_{p_R}}\rho_m C_{m_R}}\left\{p_{p_{s_R}}(t) + R_{hc_R}\left[\frac{1+\beta_{r_R}(t)}{C_{m_R}\beta_{r_R}(t)}\Phi_{r_R}(t)\right]^2\right\}\right) \tag{2.78}$$

Kako je uglavnom tijekom plovidbe *UK* dostatan za uravnoteženje toplinskog opterećenja, električna opterećenja od napojne i cirkulacijske pumpe *KK-a*, definiraju se izrazima:

$$P_{ep_n}(t)_{i,j} = \frac{\Phi_{lk_0}(t)_{i,j}}{r_I\eta_{ep_n}\rho_k}\left\{p_{cs_n} + R_{hc_n}\left[\frac{\Phi_{lk_0}(t)_{i,j}}{r_I}\right]^2\right\} \tag{2.79}$$

$$P_{ep_{clk}}(t)_{i,j} = \frac{\tilde{R}_{hc_c}v'}{\eta_{ep_c}}\left[\Phi_{lk_0}(t)_{i,j}\right]^3 \tag{2.80}$$

$$P_{ep_n}(t)_{ij,ji} = \frac{\Phi_{ko_u}(t)_{ij,ji}}{r_I\eta_{ep_n}\rho_k}\left\{p_{cs_n} + R_{hc_n}\left[\frac{\Phi_{ko_u}(t)_{ij,ji}}{r_I}\right]^2\right\} \tag{2.81}$$

$$P_{ep_{c_u}}(t)_{ij,ji} = \frac{\tilde{R}_{hc_c}v'}{\eta_{ep_c}}\left[\Phi_{ko_u}(t)_{ij,ji}\right]^3 \tag{2.82}$$

dok se za električno opterećenje od pumpe goriva *LK-a* dobiva:

$$P_{ep_g}(t)_{i,j} = \frac{\Phi_{lk_0}(t)_{i,j}}{\eta_{lk}H_d\rho_g}\left\{p_{cs_g} + R_{hc_g}\left[\frac{\Phi_{lk_0}(t)_{i,j}}{\eta_{lk}H_d}\right]^2\right\} \tag{2.83}$$

2.4.3 Prva projektna inačica

Tekuća vrijednost investicije za jednotlačni (*JT*) i dvotlačni kogeneracijski energetski sustav (*DTKES*) definira se odgovarajućim izrazima:

$$I_{0_1}^{(I)} = I_{0_0} + I_{ARU_{I1}}^{(I)} + I_{ARU_{II1}}^{(I)} \tag{2.84}$$

$$I_{0_1}^{(II)} = I_{0_0} + I_{ARU_{I1}}^{(II)} + I_{ARU_{II1}}^{(II)} + I_{NK_1} \tag{2.85}$$

koji se temeljem specifičnih cijena transformiraju u izraze:

$$I_{0_1}^{(I)} = I_{0_0} + p_{\phi_{Ar_I}}\Phi_{r_{I_1}}^{(I)} + p_{\phi_{Ar_{II}}}\Phi_{r_{II_1}}^{(I)} \tag{2.86}$$

$$I_{0_1}^{(II)} = I_{0_0} + p_{\phi_{Ar_I}}\Phi_{r_{I_1}}^{(II)} + p_{\phi_{Ar_{II}}}\Phi_{r_{II_1}}^{(II)} + p_{\phi_{NK}}\tilde{\Phi}_{ko_1}^{(II)} \tag{2.87}$$

gdje su nazivni rashladni, odnosno toplinski učini definirani izrazima:

$$\left.\begin{aligned}\Phi^{(I)}_{r_{I_1}} &= \sup\left[\Phi^{(I)}_{r_{TU_{I1\max}} ij_{tc}, ji_{tc}}\right], \quad \Phi^{(I)}_{r_{II_1}} = \sup\left[\Phi^{(I)}_{r_{TU_{II1\max}} ij_{tc}, ji_{tc}}\right] \\ \Phi^{(II)}_{r_{I_1}} &= \sup\left[\Phi^{(II)}_{r_{TU_{I1\max}} ij_{tc}, ji_{tc}}\right], \quad \Phi^{(II)}_{r_{II_1}} = \sup\left[\Phi^{(II)}_{r_{TU_{I1\max}} ij_{tc}, ji_{tc}}\right]\end{aligned}\right\} \tag{2.88}$$

$$\tilde{\Phi}^{(II)}_{ko_1} = \sup\left[\tilde{\Phi}^{(II)}_{ko_{1\max} ij_{tc}, ji_{tc}}\right] \tag{2.89}$$

Ukupni troškovi održavanja za *JT* i *DTKES* definiraju se izrazima:

$$C^{(I)}_{on_1} = C_{on_0} \tag{2.90}$$

$$C^{(II)}_{on_1} = C_{on_0} + C_{o_{NK_1}} \tag{2.91}$$

gdje je $C_{o_{NK_1}}$ trošak održavanja niskotlačnog kogeneracijskog sustava.

U ovom slučaju potrošci goriva definiraju se izrazima:

$$\left.\begin{aligned}m^{(I)}_{g_{i_n}} &= \sum_{tc=1}^{n_{tc}}\left(m_{g_{KRP_1} i_{tc}, j_{tc}} + m^{(I)}_{g_{KRP_1} ij_{tc}, ji_{tc}} + m_{g_{KK_1} i_{tc}, j_{tc}} + m^{(I)}_{g_{TS_1} ij_{tc}, ji_{tc}}\right) \\ m^{(II)}_{g_{0_n}} &= \sum_{tc=1}^{n_{tc}}\left(m_{g_{KRP_1} i_{tc}, j_{tc}} + m^{(II)}_{g_{KRP_1} ij_{tc}, ji_{tc}} + m_{g_{KK_1} i_{tc}, j_{tc}} + m^{(II)}_{g_{TS_1} ij_{tc}, ji_{tc}}\right)\end{aligned}\right\} \tag{2.92}$$

gdje su $m^{(I)}_{g_{TS_{1n}} ij_{tc}, ji_{tc}}$ i $m^{(II)}_{g_{TS_{1n}} ij_{tc}, ji_{tc}}$ potrošci goriva *TES-a* temeljenog na *JT-om* odnosno *DTKES-u* tijekom plovidbe broda u *n-toj* godini službovanja.

Potrošak goriva tijekom boravka broda u odredištima jednak je potrošku goriva referentne projektne inačice:

$$\left.\begin{aligned}m_{g_{KRP_1} i_{tc}, j_{tc}} &= m_{g_{KRP_0} i_{tc}, j_{tc}} \\ m_{g_{KK_1} i_{tc}, j_{tc}} &= m_{g_{KK_0} i_{tc}, j_{tc}}\end{aligned}\right\} \tag{2.93}$$

dok se tijekom plovidbe za *JT* i *DTKES* definira izrazima:

$$\left.\begin{aligned}m^{(I)}_{g_i ij_{tc}, ji_{tc}} &= \int_0^{\tau_{ij_{tc}, ji_{tc}}}\left[\dot{m}^{(I)}_{g_{KRP_1}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} + \dot{m}^{(I)}_{g_{TS_1}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}}\right] dt \\ m^{(II)}_{g_i ij_{tc}, ji_{tc}} &= \int_0^{\tau_{ij_{tc}, ji_{tc}}}\left[\dot{m}^{(II)}_{g_{KRP_1}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} + \dot{m}^{(II)}_{g_{TS_1}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}}\right] dt\end{aligned}\right\} \tag{2.94}$$

gdje je:

$$\left.\begin{aligned}\dot{m}^{(I)}_{g_{TS_1}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} &= F_{ij_{tc}, ji_{tc}} P^{(I)}_{e_{TS_1}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} \\ \dot{m}^{(II)}_{g_{TS_1}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} &= F_{ij_{tc}, ji_{tc}} P^{(II)}_{e_{TS_1}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}}\end{aligned}\right\} \tag{2.95}$$

$$\left.\begin{aligned}\dot{m}^{(I)}_{g_{KRP_1}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} &= F_{ij_{tc}, ji_{tc}} P^{(I)}_{e_{KRP_1}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} \\ \dot{m}^{(II)}_{g_{KRP_1}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} &= F_{ij_{tc}, ji_{tc}} P^{(II)}_{e_{KRP_1}}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}}\end{aligned}\right\} \tag{2.96}$$

Toplinsko opterećenje

Ukupno toplinsko opterećenje tijekom boravka broda u krajnjim odredištima ***i*** i ***j*** upravo je jednako bazičnom toplinskom opterećenju, kao kod referentne projektne inačice:

$$\Phi_{TO_1}(t)_{i,j} = \Phi_{TO}(t)_{i,j} \tag{2.97}$$

dok je ukupno teorijsko kvazistatičko toplinsko opterećenje tijekom plovidbe:

$$\Phi_{TO_1}(t)_{ij,ji} = \Phi_{TO}(t)_{ij,ji} + \Phi_{ku_I}(t)_{ij,ji} + \Phi_{ku_{II}}(t)_{ij,ji} \tag{2.98}$$

Kvazistatička toplinska opterećenja od kuhala *amonijačnog* i *litij-bromidnog ARU-a* definiraju se izrazima:

$$\Phi_{ku_I}(t) = \frac{\Phi_{r_I}(t)}{\beta_{ARU_I}(t)}, \quad \Phi_{ku_{II}}(t) = \frac{\Phi_{r_{II}}(t)}{\beta_{ARU_{II}}(t)} \tag{2.99}$$

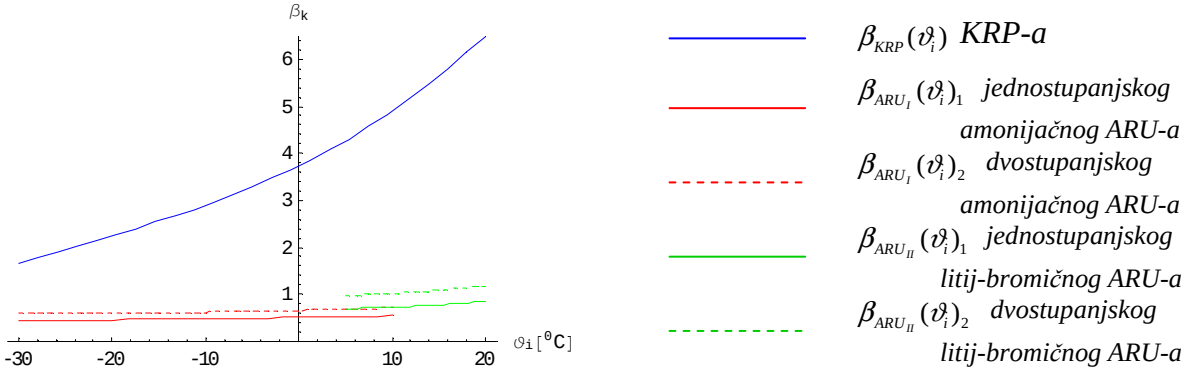
gdje su $\Phi_{r_I}(t)$ i $\Phi_{r_{II}}(t)$ kvazistatička rashladna opterećenja sustava tereta i klimatizacijskog sustava, dok su $\beta_{ARU_I}(t)$ i $\beta_{ARU_{II}}(t)$ odgovarajući rashladni odnosi.

Ukoliko je $\Phi_{TO_1}(t)_{ij,ji} \succ \Phi_{KO}(t)_{ij,ji}$, *DMTES-om* se uravnotežuje jedan dio rashladnog opterećenja $\Phi_{r_{TU}}(t)$, dok se drugi, neuravnoteženi dio $\Phi_{r_{TN}}(t)$ uravnotežuje *KRP-om*, pa se $\Phi_{r_{TU}}(t)$ i $\Phi_{r_{TN}}(t)$ definiraju posebno za jednotlačni i dvotlačni *KES* kako slijedi.

Jednotlačni kogeneracijski energetski sustav (JTKES)

Rashladni odnosi kod *KRP-a* i *ARU-a* funkcijski su ovisni o ravnotežnom tlaku u isparivaču p_i, odnosno temperaturi ϑ_i kako to ilustrira priložena *slika 2.6*, iz koje je razvidno da je razlika između relativnih prirasta rashladnih odnosa:

$$\left[\frac{\partial\beta_{KRP}(\vartheta_i)}{\partial\vartheta_i} - \frac{\partial\beta_{ARU_I}(\vartheta_i)_{1,2}}{\partial\vartheta_i}\right] \succ \left[\frac{\partial\beta_{KRP}(\vartheta_i)}{\partial\vartheta_i} - \frac{\partial\beta_{ARU_{II}}(\vartheta_i)_{1,2}}{\partial\vartheta_i}\right] \tag{2.100}$$



Slika 2.6 Funkcijska ovisnost $\beta_k(\vartheta_i)$ za KRP i ARU-e

što sugerira da se u nedostatnosti *DMKES-a* efikasnije uravnoteženje nastupajućeg rashladnog opterećenja postiže tako da se *KRP-om* ponajprije uravnotežuje kvazistatičko rashladno opterećenje klimatizacijskog sustava nastambi. Ponajprije kada je:

$$\Phi_{TO}(t) + \Phi_{ku_I}(t) + \Phi_{ku_{II}}(t) \le \Phi_{ko}(t) \tag{2.101}$$

DMTES je dostatan za uravnoteženje kvazistatičkih rashladnih opterećenja $\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}$ i $\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}$.

Ukoliko navedeni uvjet nije ispunjen ovisno o drugom uvjetu:

$$\Phi_{TO}(t) + \Phi_{ku_I}(t) \le \Phi_{ko}(t) \tag{2.102}$$

moguća su dva slučaja nepotpune uravnoteženosti ukupnog rashladnog opterećenja.

Kada je $\Phi_{TO}(t) + \Phi_{ku_I}(t) + \Phi_{ku_{II}}(t) \succ \Phi_{ko}(t)$ i $\Phi_{TO}(t) + \Phi_{ku_I}(t) \le \Phi_{ko}(t)$, *TES-om* je potpuno uravnoteženo rashladno opterećenje tereta, te jednim djelom rashladno opterećenje klimatizacijskog sustava.

U drugom slučaju kada je $\Phi_{TO}(t) + \Phi_{ku_I}(t) + \Phi_{ku_{II}}(t) \succ \Phi_{ko}(t)$ i $\Phi_{TO}(t) + \Phi_{ku_I}(t) \succ \Phi_{ko}(t)$, *TES-om* se uravnotežuje samo jedan dio rashladnog opterećenja tereta, dok se cjelokupno rashladno opterećenje klimatizacijskog sustava uravnotežuje *KRP-om*.

Slijedom navedenog, koristeći numeričku funkciju predznaka za jednotlačnim *TES-om* uravnotežena $\Phi^{(I)}_{r_{TU}}(t)$ i neuravnotežena $\Phi^{(I)}_{r_{TN}}(t)$ rashladna opterećenja dobiva se:

$$\Phi^{(I)}_{r_{TU_I}}(t)_{ij,ji} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{l}\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}\left(1-\operatorname{sgn}\left\{\Phi_{TO}(t)_{ij,ji} + \dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}} - \Phi_{ko}(t)_{ij,ji}\right\}\right) + \beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}\cdot \\ \cdot\left[\Phi_{TO}(t)_{ij,ji} - \Phi_{ko}(t)_{ij,ji}\right]\left(1+\operatorname{sgn}\left\{\Phi_{TO}(t)_{ij,ji} + \dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}} - \Phi_{ko}(t)_{ij,ji}\right\}\right)\end{array}\right] \tag{2.103}$$

$$\Phi^{(I)}_{r_{TN_I}}(t)_{ij,ji} = \frac{1}{2}\left(\begin{array}{l}\left\{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji} + \beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}\left[\Phi_{TO}(t)_{ij,ji} - \Phi_{ko}(t)_{ij,ji}\right]\right\}\cdot \\ \cdot\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\Phi_{TO}(t)_{ij,ji} + \dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}} - \Phi_{ko}(t)_{ij,ji}\right]\right\}\end{array}\right) \tag{2.104}$$

$$\Phi^{(I)}_{r_{TU_{II}}}(t)_{ij,ji}=\frac{1}{4}\left(\begin{array}{c}2\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\frac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}-\frac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}+\\ +\left\{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\frac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\frac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\cdot\\ \cdot\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}+\frac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}+\frac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\end{array}\right) \tag{2.105}$$

$$\Phi^{(I)}_{r_{TN_{II}}}(t)_{ij,ji}=\frac{1}{4}\left(\begin{array}{c}\left\{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}+\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}\left[\frac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}+\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}\right]\right\}\cdot\\ \cdot\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\frac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}+\frac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}+\frac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\end{array}\right) \tag{2.106}$$

Kvazistatički toplinski učinak *JTKES-a* definira se izrazom:

$$\Phi^{(I)}_{ko_u}(t)_{ij,ji}=\frac{1}{2}\left(\begin{array}{c}\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}\left\{1-\mathrm{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\frac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}-\frac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}+\\ +\left[\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}+\frac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}+\frac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\frac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}-\frac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\end{array}\right) \tag{2.107}$$

Dvotlačni kogeneracijski energetski sustav (DTKES)

Ukupni toplinski učinak *DTKES-a* definira se izrazom:

$$\Phi_{KO}(t)=\Phi_{ko}(t)+\tilde{\Phi}_{ko}(t) \tag{2.108}$$

gdje su $\Phi_{ko}(t)$ i $\tilde{\Phi}_{ko}(t)$ toplinski učini visokotlačnog i niskotlačnog isparivača.

Visokotlačno $\Phi_{to_t}(t)$ i niskotlačno $\tilde{\Phi}_{to_t}(t)$ toplinsko opterećenje definiraju se izrazima:

$$\Phi_{to_t}(t)=\Phi_{zg}(t)+\Phi_{ku_I}(t) \tag{2.109}$$

$$\tilde{\Phi}_{to_t}(t)=\Phi_{pg}(t)+\Phi_{mu}(t)+\Phi_{tv}(t)+\Phi_{zz_I}(t)+\Phi_{zz_{II}}(t)+\Phi_{ku_{II}}(t) \tag{2.110}$$

pri čemu su odgovarajuća bazična toplinska opterećenja:

$$\Phi_{to}(t)_{ij,ji}=\Phi_{zg}(t)_{ij,ji} \tag{2.111}$$

$$\tilde{\Phi}_{to}(t)_{ij,ji}=\Phi_{pg}(t)_{ij,ji}+\Phi_{mu}(t)_{ij,ji}+\Phi_{tv}(t)_{ij,ji}+\Phi_{zz_I}(t)_{ij,ji}+\Phi_{zz_{II}}(t)_{ij,ji} \tag{2.112}$$

gdje je: $\Phi_{zg}(t)$ toplinsko opterećenje grijača goriva ispred *GDM-a*, dok je $\Phi_{pg}(t)$ toplinsko opterećenje u sustavu skladištenja i pripreme teškog goriva.

Kako su *VI* i *NI* serijski povezani bit će raspoloživi toplinski učinak *NI-a* $\tilde{\Phi}_{ko_r}(t)$ ovisan o uravnoteženosti *VI-a*, koja se definira izrazom:

$$\Phi_{to}(t)+\Phi_{ku_I}(t)\le\Phi_{ko}(t) \tag{2.113}$$

pa se korištenjem numeričke funkcije predznaka za $\tilde{\Phi}_{ko_r}(t)$ dobiva:

$$\tilde{\Phi}_{ko_r}(t)=\tilde{\Phi}_{ko}(t)+\frac{1}{2}\left[\Phi_{ko}(t)-\Phi_{to}(t)-\Phi_{ku_I}(t)\right]\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)-\Phi_{to}(t)-\Phi_{ku_I}(t)\right]\right\} \tag{2.114}$$

Temeljem navedenog za trigeneracijom uravnotežena i neuravnotežena rashladna opterećenja dobivaju se izrazi:

$$\Phi^{(II)}_{r_{TU_I}}(t)_{ij,ji}=\frac{1}{2}\left[\begin{array}{c}\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}\left(1+\mathrm{sgn}\left\{\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}-\frac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right\}\right)+\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}\cdot\\ \cdot\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}\right]\left(1-\mathrm{sgn}\left\{\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}-\frac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right\}\right)\end{array}\right] \tag{2.115}$$

$$\Phi^{(II)}_{r_{TN_I}}(t)_{ij,ji}=\frac{1}{2}\left[\begin{array}{c}\left\{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}-\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}\right]\right\}\cdot\\ \cdot\left(1-\mathrm{sgn}\left\{\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}-\frac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right\}\right)\end{array}\right] \tag{2.116}$$

$$\Phi^{(II)}_{r_{TU_{II}}}(t)_{ij,ji}=\frac{1}{4}\left\{\begin{array}{l}\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}\left\{\begin{array}{c}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\\ \left\{1+\operatorname{sgn}\left[\Phi_{KO}(t)_{ij,ji}-\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}-\dfrac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}+\\ +\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\tilde{\Phi}_{ko}(t)_{ij,ji}-\tilde{\Phi}_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\end{array}\right\}+\\ +\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}\left\{\begin{array}{c}\left[\Phi_{KO}(t)_{ij,ji}-\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\cdot\\ \cdot\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\Phi_{KO}(t)_{ij,ji}-\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}-\dfrac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}+\left[\tilde{\Phi}_{ko}(t)_{ij,ji}-\tilde{\Phi}_{to}(t)_{ij,ji}\right]\cdot\\ \cdot\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\tilde{\Phi}_{ko}(t)_{ij,ji}-\tilde{\Phi}_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\end{array}\right\}\end{array}\right. \tag{2.117}$$

$$\Phi^{(II)}_{r_{TN_{II}}}(t)_{ij,ji}=\frac{1}{4}\left\{\begin{array}{c}\left\{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}-\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}\left[\Phi_{KO}(t)_{ij,ji}-\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\cdot\\ \cdot\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\cdot\\ \cdot\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\Phi_{KO}(t)_{ij,ji}-\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}-\dfrac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}+\\ +\left\{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}-\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}\left[\tilde{\Phi}_{ko}(t)_{ij,ji}-\tilde{\Phi}_{to}(t)_{ij,ji}\right]\right\}\cdot\\ \cdot\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\tilde{\Phi}_{ko}(t)_{ij,ji}-\tilde{\Phi}_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\end{array}\right. \tag{2.118}$$

Kvazistatički toplinski učini *VI-a* i *NI-a* definiraju se odgovarajućim izrazima:

$$\Phi^{(II)}_{ko_u}(t)_{ij,ji}=\frac{1}{4}\left\{\begin{array}{l}2\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}\left\{\begin{array}{c}\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}+\\ +\dfrac{1}{2}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\cdot\\ \cdot\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}-\dfrac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\end{array}\right\}+\\ +\left[\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}+\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}+\dfrac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\cdot\\ \cdot\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}-\dfrac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\end{array}\right. \tag{2.119}$$

$$\tilde{\Phi}^{(II)}_{ko_u}(t)_{ij,ji}=\frac{1}{4}\left\{\begin{array}{c}\tilde{\Phi}_{ko}(t)_{ij,ji}\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\tilde{\Phi}_{ko}(t)_{ij,ji}-\tilde{\Phi}_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\cdot\\ \cdot\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{TO}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}-\dfrac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}+\\ \left[\tilde{\Phi}_{to}(t)_{ij,ji}+\dfrac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\Phi_{ko}(t)_{ij,ji}-\Phi_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_I}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\cdot\\ \cdot\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\tilde{\Phi}_{ko}(t)_{ij,ji}-\tilde{\Phi}_{to}(t)_{ij,ji}-\dfrac{\Phi_{r_{II}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}}\right]\right\}\end{array}\right. \tag{2.120}$$

Električno opterećenje

Kvazistatička električna snaga potrebna za pogonjenje *EMP-a* trigeneracijskog postrojenja, za slučaj *JT* i *DTKES* definira se izrazima:

$$P^{(I)}_{e_{TS_1}}(t)_{ij,ji} = \sum_{R=I}^{II} P^{(I)}_{ep_{ak_R}}(t)_{ij,ji} + P^{(I)}_{ep_c}(t)_{ij,ji} + P^{(I)}_{ep_n}(t)_{ij,ji} \tag{2.121}$$

$$P^{(II)}_{e_{TS_1}}(t)_{ij,ji} = \sum_{R=I}^{II} P^{(II)}_{ep_{ak_R}}(t)_{ij,ji} + P^{(II)}_{ep_c}(t)_{ij,ji} + P^{(II)}_{ep_n}(t)_{ij,ji} + P^{(II)}_{ep_{nc}}(t)_{ij,ji} + P^{(II)}_{ep_{nn}}(t)_{ij,ji} \tag{2.122}$$

gdje su sadržane kvazistatičke zagonske snage: $P^{(I)}_{ep_{ak_I}}(t)$, $P^{(I)}_{ep_{ak_{II}}}(t)$, $P^{(II)}_{ep_{ak_I}}(t)$ i $P^{(II)}_{ep_{ak_{II}}}(t)$ pumpi rashladnog mora apsorbera i kondenzatora odgovarajućih *ARU-a*, $P^{(I)}_{ep_{c_u}}(t)$ i $P^{(II)}_{ep_{c_u}}(t)$ cirkulacijske pumpe *VI-a*, $P^{(I)}_{ep_n}(t)\ i\ P^{(II)}_{ep_n}(t)$-napojne pumpe *VPB-a* i, $P^{(II)}_{ep_{nc}}(t)\ i\ P^{(II)}_{ep_{nn}}(t)$- cirkulacijske pumpe *NI-a*, i napojne pumpe *NPB-a*.

Potrebne zagonske električne snage *KRP-a* za uravnoteženje $\Phi^{(I)}_{r_{TN}}(t)_{ij,ji}$ i $\Phi^{(II)}_{r_{TN}}(t)_{ij,ji}$ definiraju se odgovarajućima izrazima:

$$\left.\begin{aligned} P^{(I)}_{e_{KRP_1}}(t)_{ij,ji} &= \sum_{R=I}^{II}\left[P^{(I)}_{ek_R}(t)_{ij,ji} + P^{(I)}_{ep_R}(t)_{ij,ji}\right] \\ P^{(II)}_{e_{KRP_1}}(t)_{ij,ji} &= \sum_{R=I}^{II}\left[P^{(II)}_{ek_R}(t)_{ij,ji} + P^{(II)}_{ep_R}(t)_{ij,ji}\right] \end{aligned}\right\} \tag{2.123}$$

gdje su: $P^{(I)}_{ek_r}(t), P^{(II)}_{ek_r}(t)$ i $P^{(I)}_{ep_r}(t), P^{(II)}_{ep_r}(t)$ zagonske snage kompresora i pumpi rashladnog mora kondenzatora potrebne za uravnoteženje trigeneracijom neuravnoteženog rashladnog opterećenja rashladnog sustava tereta i klimatizacijskog sustava (za *JT* i *DTKES*).

Temeljem izraza (2.78) konačno se dobivaju sljedeći izrazi:

$$\left.\begin{aligned} P^{(I)}_{e_{KRP_1}}(t)_{ij,ji} &= \sum_{R=I}^{II}\frac{\Phi^{(I)}_{r_{TN_R}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{r_R}(t)_{ij,ji}}\left(\frac{1}{\eta_{ep_{k_R}}} + \frac{1+\beta_{r_R}(t)_{ij,ji}}{\eta_{ep_{P_R}}\rho_m C_{m_R}}\left\{p_{p_{s_R}}(t) + R_{hc_R}\left[\frac{1+\beta_{r_R}(t)_{ij,ji}}{C_{m_R}\beta_{r_R}(t)_{ij,ji}}\Phi^{(I)}_{r_{TN_R}}(t)_{ij,ji}\right]^2\right\}\right) \\ P^{(II)}_{e_{KRP_1}}(t)_{ij,ji} &= \sum_{R=I}^{II}\frac{\Phi^{(II)}_{r_{TN_R}}(t)_{ij,ji}}{\beta_{r_R}(t)_{ij,ji}}\left(\frac{1}{\eta_{ep_{k_R}}} + \frac{1+\beta_{r_R}(t)_{ij,ji}}{\eta_{ep_{P_R}}\rho_m C_{m_R}}\left\{p_{p_{s_R}}(t) + R_{hc_R}\left[\frac{1+\beta_{r_R}(t)_{ij,ji}}{C_{m_R}\beta_{r_R}(t)_{ij,ji}}\Phi^{(II)}_{r_{TN_R}}(t)_{ij,ji}\right]^2\right\}\right) \end{aligned}\right\} \tag{2.124}$$

Električno opterećenje od pumpi rashladnog mora namijenjenog uravnoteženju kvazistatičkog toplinskog opterećenja kondenzatora i apsorbera odgovarajućih *ARU-a* definira se izrazom:

$$P_{ep_{ak_R}}(t) = \frac{\Phi_{ak_R}(t)}{\rho_m C_{m_R}\eta_{ep_{ak_R}}}\left\{p_{cs_R}(t) + R_{hc_{ak_R}}\left[\frac{\Phi_{ak_R}(t)}{C_{m_R}}\right]^2\right\} \tag{2.125}$$

gdje je ukupno toplinsko opterećenje:

$$\Phi_{ak_R}(t) = \Phi_{a_R}(t) + \Phi_{k_R}(t) \tag{2.126}$$

pri čemu su $\Phi_{a_R}(t)$ i $\Phi_{k_R}(t)$ toplinska opterećenja apsorbera i kondenzatora.

Iz energijske bilance apsorpcijskog rashladnog kružnog procesa, proizlazi:

$$\Phi_{ak_R}(t) = \Phi_{ku_R}(t) + \Phi_{i_R}(t) - P_{fk_R}(t) \tag{2.127}$$

pri čemu je fluidna snaga komine zanemarivo mala tj. $P_{fk_R}(t) \approx \Phi_{ku_R}(t) + \Phi_{i_R}(t)$, pa se uzimajući u obzir da je toplinsko opterećenje isparivača $\Phi_{i_R}(t) = \Phi_{r_R}(t)$, za ukupno toplinsko opterećenje kondenzatora i apsorbera dobiva konačan izraz:

$$\Phi_{ak_R}(t) = \frac{1+\beta_{ARU_R}(t)}{\beta_{ARU_R}(t)}\Phi_{r_R}(t) \tag{2.128}$$

U ovom slučaju je kvazistatičko rashladno opterećenje odgovarajućeg *ARU-a* $\Phi_{r_R}(t) = \Phi_{r_{TU_R}}(t)$, pa se za električno oterećenje pumpi rashladnog mora za *JT* i *DTKES* dobiva:

$$P_{ep_{ak_R}}^{(I)}(t)_{ij,ji} = \frac{\left[1+\beta_{ARU_R}(t)\right]\Phi_{r_R}^{(I)}(t)}{\rho_m C_{m_R}\eta_{ep_{ak_R}}\beta_{ARU_R}(t)}\left(p_{cs_R}(t)+R_{hc_{ak_R}}\left\{\frac{\left[1+\beta_{ARU_R}(t)\right]\Phi_{r_R}^{(I)}(t)}{C_{m_R}\beta_{ARU_R}(t)}\right\}^2\right)$$
$$P_{ep_{ak_R}}^{(II)}(t)_{ij,ji} = \frac{\left[1+\beta_{ARU_R}(t)\right]\Phi_{r_R}^{(II)}(t)}{\rho_m C_{m_R}\eta_{ep_{ak_R}}\beta_{ARU_R}(t)}\left(p_{cs_R}(t)+R_{hc_{ak_R}}\left\{\frac{\left[1+\beta_{ARU_R}(t)\right]\Phi_{r_R}^{(II)}(t)}{C_{m_R}\beta_{ARU_R}(t)}\right\}^2\right)\Bigg\} \quad (2.129)$$

Električna opterećenja od napojne pumpe *VPB-a* za *JTKES*, te napojne pumpe za *DTKES* definiraju se kako slijedi:

$$P_{ep_n}^{(I)}(t) = \frac{\Phi_{ko_u}^{(I)}(t)}{r_I\eta_{ep_n}\rho_k}\left\{p_{cs_n}+R_{hc_n}\left[\frac{\Phi_{ko_u}^{(I)}(t)}{r_I}\right]^2\right\},\quad P_{ep_n}^{(II)}(t) = \frac{\Phi_{ko_u}^{(II)}(t)}{r_I\eta_{ep_n}\rho_k}\left\{p_{cs_n}+R_{hc_n}\left[\frac{\Phi_{ko_u}^{(II)}(t)}{r_I}\right]^2\right\} \quad (2.130)$$

$$P_{ep_{nn}}^{(II)}(t) = \frac{\Phi_{ko_u}^{(II)}(t)}{r_{II}\eta_{ep_{nn}}\rho_k}\left\{p_{cs_{nn}}+R_{hc_{nn}}\left[\frac{\Phi_{ko_u}^{(II)}(t)}{r_{II}}\right]^2\right\} \quad (2.131)$$

dok su električna opterećenja cirkulacijskih pumpi *LK-a*, *VI-a* i *NI-a* definirana izrazima:

$$P_{ep_{c_{lk}}}^{(I)}(t) = \frac{\tilde{R}_{hc_{c_{lk}}}v_I'}{\eta_{ep_{c_{lk}}}}\left[\Phi_{lk_1}^{(I)}(t)\right]^3,\quad P_{ep_{c_{lk}}}^{(II)}(t) = \frac{\tilde{R}_{hc_{c_{lk}}}v_I'}{\eta_{ep_{c_{lk}}}}\left[\Phi_{lk_1}^{(II)}(t)\right]^3 \quad (2.132)$$

$$P_{ep_{c_u}}^{(I)}(t) = \frac{\tilde{R}_{hc_c}v_I'}{\eta_{ep_{c_u}}}\left[\Phi_{ko_u}^{(I)}(t)\right]^3,\quad P_{ep_{c_u}}^{(II)}(t) = \frac{\tilde{R}_{hc_c}v_I'}{\eta_{ep_{c_u}}}\left[\Phi_{ko_u}^{(II)}(t)\right]^3 \quad (2.133)$$

$$P_{ep_{nc}}^{(II)}(t) = \frac{\tilde{R}_{hc_{nc}}v_{II}'}{\eta_{ep_{nc}}}\left[\tilde{\Phi}_{ko_u}^{(II)}(t)\right]^3 \quad (2.134)$$

2.4.4 Druga projektna inačica

U ovom slučaju troškovi su bitno drugačiji, te se za *JT-ni* i *DTKES* definiraju izrazima:

$$C_{2n}^{(I)} = I_{0_2}^{(I)}CR + C_{2\,fn}^{(I)} + C_{2on}^{(I)} \quad (2.135)$$

$$C_{2n}^{(II)} = I_{0_2}^{(II)}CR + C_{2\,fn}^{(II)} + C_{2on}^{(II)} \quad (2.136)$$

Tekuća investicijska vrijednost ove inačice za *JT-ni* i *DTKES* definira se izrazima:

$$I_{0_2}^{(I)} = I_{OG_2} + I_{DA_2} + I_{KK_2} + I_{ARU_{I2}}^{(I)} + I_{ARU_{II2}}^{(I)} \quad (2.137)$$

$$I_{0_2}^{(II)} = I_{OG_2} + I_{DA_2} + I_{KK_2} + I_{ARU_{I2}}^{(II)} + I_{ARU_{II2}}^{(II)} + I_{NK_2} \quad (2.138)$$

koji se temeljem specifičnih cijena i nazivnih instalacijskih iznosa svode na izraze:

$$I_{0_2}^{(I)} = p_{P_{OG}}P_{OG_2}^{(I)} + p_{P_{DA}}P_{DA_2} + p_{\phi_{KK}}\Phi_{KK_2} + p_{\phi_{Ar_I}}\Phi_{r_{I_2}}^{(I)} + p_{\phi_{Ar_{II}}}\Phi_{r_{II_2}}^{(I)} \quad (2.139)$$

$$I_{0_2}^{(II)} = p_{P_{OG}}P_{OG_2}^{(II)} + p_{P_{DA}}P_{DA_2} + p_{\phi_{KK}}\Phi_{KK_2} + p_{\phi_{Ar_I}}\Phi_{r_{I_2}}^{(II)} + p_{\phi_{Ar_{II}}}\Phi_{r_{II_2}}^{(II)} + p_{\phi_{NK}}\tilde{\Phi}_{ko_2}^{(II)} \quad (2.140)$$

gdje su nazivni rashladni, odnosno toplinski učini definirani izrazima:

$$\left.\begin{aligned}\Phi_{r_{I_2}}^{(I)} = \Phi_{r_{I_2}}^{(II)} = \Phi_{r_I} &= \left|\inf\left(\Phi_{r_{I\min i_{tc},j_{tc}}},\Phi_{r_{I\min ij_{tc},ji_{tc}}}\right)\right| \\ \Phi_{r_{II_2}}^{(I)} = \Phi_{r_{II_2}}^{(II)} = \Phi_{r_{II}} &= \left|\inf\left(\Phi_{r_{II\min i_{tc},j_{tc}}},\Phi_{r_{II\min ij_{tc},ji_{tc}}}\right)\right|\end{aligned}\right\} \quad (2.141)$$

$$\tilde{\Phi}_{ko_2}^{(II)} = \tilde{\Phi}_{ko_1}^{(II)} = \sup\left[\tilde{\Phi}_{ko_{1\max}ij}^{(II)},\tilde{\Phi}_{ko_{1\max}ji}^{(II)}\right] \quad (2.142)$$

$$P_{DA_2} = 2\sup\left\{\max\left[P_{e_{o_2}}(t)_{i,j} + P_{e_{TS_2}}(t)_{i,j} + P_{e_{KK_2}}(t)_{i,j}\right]\right\} \quad (2.143)$$

$$P_{OG_2}^{(I)} = \sup\left\{\max\left[P_{e_2}(t)_{ij,ji} + P_{e_{TS_2}}(t)_{ij,ji} + P_{e_{KK_2}}^{(I)}(t)_{ij,ji}\right]\right\} \quad (2.144)$$

$$P_{OG_2}^{(II)} = \sup\left\{\max\left[P_{e_2}(t)_{ij,ji} + P_{e_{TS_2}}(t)_{ij,ji} + P_{e_{KK_2}}^{(II)}(t)_{ij,ji} + P_{e_{NK_2}}^{(II)}(t)_{ij,ji}\right]\right\} \quad (2.145)$$

$$\Phi_{KK_2} = \sup\left(\Phi_{TO_{2\max}i,j},\Phi_{TO_{2\max}ij,ji}\right) \quad (2.146)$$

Troškovi održavanja druge projektne inačice definiraju se izrazom:

$$C_{on_2}^{(I)} = C_{o_{OG_2}} + C_{o_{DG_2}} + C_{o_{LKU_2}} + C_{o_{ts_2}} \quad (2.147)$$

$$C_{on_2}^{(II)} = C_{o_{OG_2}} + C_{o_{DG_2}} + C_{o_{LKU_2}} + C_{o_{ts_2}} + C_{o_{NK_2}} \tag{2.148}$$

Ukupni troškovi goriva koji otpadaju na pogon *EMP-a TES-a*, te za pogon kuhala tijekom nedostatnosti *DMKES-a* u *n-toj* godini službovanja broda za *JT-ni* i *DTKES* definiraju se odgovarajućim izrazima:

$$C_{2\,fn}^{(I)} = p_{g_n} \sum_{tc=1}^{n_{tc}} \left(m_{g_{TS_{2n}} i_{tc}, j_{tc}} + m_{g_{TS_{2n}} ij_{tc}, ji_{tc}}^{(I)} \right) \tag{2.149}$$

$$C_{2\,fn}^{(II)} = p_{g_n} \sum_{tc=1}^{n_{tc}} \left(m_{g_{TS_{2n}} i_{tc}, j_{tc}} + m_{g_{ts_{2n}} ij_{tc}, ji_{tc}}^{(II)} \right) \tag{2.150}$$

Ukupni potrošak goriva koji otpada na pogon *LK-a* i *EMP-a TES-a*, tijekom boravka broda u krajnjim odredištima definira se izrazom:

$$m_{g_{TS_2} i_{tc}, j_{tc}} = \int_0^{\tau_{i_{tc}, j_{tc}}} \dot{m}_{g_{TS_2}}(t)_{i_{tc}, j_{tc}}\, dt = \int_0^{\tau_{i_{tc}, j_{tc}}} \left[F_{K_2 i_{tc}, j_{tc}} \Phi_{lk_2}(t)_{i_{tc}, j_{tc}} + F_{i_{tc}, j_{tc}} P_{e_{TS\,2}}(t)_{i_{tc}, j_{tc}} \right] dt \tag{2.151}$$

dok se tijekom plovidbe broda za *JT-ni* i *DTKES* definira sa:

$$\left.\begin{aligned} m_{g_{TS_2} ij_{tc}, ji_{tc}}^{(I)} &= \int_0^{\tau_{ij_{tc}, ji_{tc}}} \dot{m}_{g_{TS_2}}^{(I)}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}}\, dt = \int_0^{\tau_{ij_{tc}, ji_{tc}}} \left[F_{K_2 ij_{tc}, ji_{tc}} \Phi_{lk_2}^{(I)}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} + F_{ij_{tc}, ji_{tc}} P_{e_{TS_2}}^{(I)}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} \right] dt \\ m_{g_{TS_2} ij_{tc}, ji_{tc}}^{(II)} &= \int_0^{\tau_{ij_{tc}, ji_{tc}}} \dot{m}_{g_{TS_2}}^{(II)}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}}\, dt = \int_0^{\tau_{ij_{tc}, ji_{tc}}} \left[F_{K_2 ij_{tc}, ji_{tc}} \Phi_{lk_2}^{(II)}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} + F_{ij_{tc}, ji_{tc}} P_{e_{TS_2}}^{(II)}(t)_{ij_{tc}, ji_{tc}} \right] dt \end{aligned}\right\} \tag{2.152}$$

Toplinsko opterećenje

Tijekom boravka broda u krajnjim odredištima ukupno kvazistatičko toplinsko opterećenje koje se uravnotežuje *LK-om* definira se izrazom:

$$\Phi_{lk_2}(t)_{i,j} = \Phi_{TO}(t)_{i,j} + \Phi_{ku_I}(t)_{i,j} + \Phi_{ku_{II}}(t)_{i,j} + \Delta\Phi_{sg}(t)_{i,j} \tag{2.153}$$

gdje su: $\Phi_{ku_I}(t)_{i,j}$ i $\Phi_{ku_{II}}(t)_{i,j}$ kvazistatički zagonski toplinski tokovi odgovarajućih *ARU-a*, dok je $\Delta\Phi_{sg}(t)_{i,j}$ prirast kvazistatičkog toplinskog toka za uravnoteženje razlike toplinskog opterećenja u sustavu goriva druge projektne inačice u odnosu na referentnu.

$$\Delta\Phi_{sg}(t)_{i,j} = \Phi_{sg_2}(t)_{i,j} - \Phi_{sg}(t)_{i,j} \tag{2.154}$$

Tijekom plovidbe broda, jednotlačnim odnosno dvotlačnim *KES-om* neuravnoteženo toplinsko opterećenje uravnotežuje se terećenjem *LK-a* u iznosu:

$$\Phi_{lk_2}^{(I)}(t)_{ij,ji} = \frac{\Phi_{r_{TN_I}}^{(I)}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}} + \frac{\Phi_{r_{TN_{II}}}^{(I)}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}} \tag{2.155}$$

$$\Phi_{lk_2}^{(II)}(t)_{ij,ji} = \frac{\Phi_{r_{TN_I}}^{(II)}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_I}(t)_{ij,ji}} + \frac{\Phi_{r_{TN_{II}}}^{(II)}(t)_{ij,ji}}{\beta_{ARU_{II}}(t)_{ij,ji}} \tag{2.156}$$

Električno opterećenje

Kvazistatička električna snaga potrebna za pogon *EMP-a* trigeneracijskog postrojenja, za *JT* i *DTKES* definira se izrazima:

$$P_{e_{TS_2}}(t)_{i,i} = \sum_{R=I}^{II} P_{ep_{ak_{R_2}}}(t)_{i,j} + P_{ep_{lk_2}}(t)_{i,j} + P_{ep_{n_2}}(t)_{i,j} + P_{ep_{c_2}}(t)_{i,j} \tag{2.157}$$

$$P_{e_{ts_2}}^{(I)}(t)_{ij,ji} = \sum_{r=I}^{II} P_{ep_{ak_{r_2}}}^{(I)}(t)_{ij,ji} + P_{ep_{c_2}}^{(I)}(t)_{ij,ji} + P_{ep_{n_2}}^{(I)}(t)_{ij,ji} + P_{e_{lk_2}}^{(I)}(t)_{ij,ji} + P_{e_{clk\,2}}^{(I)}(t)_{ij,ji} \tag{2.158}$$

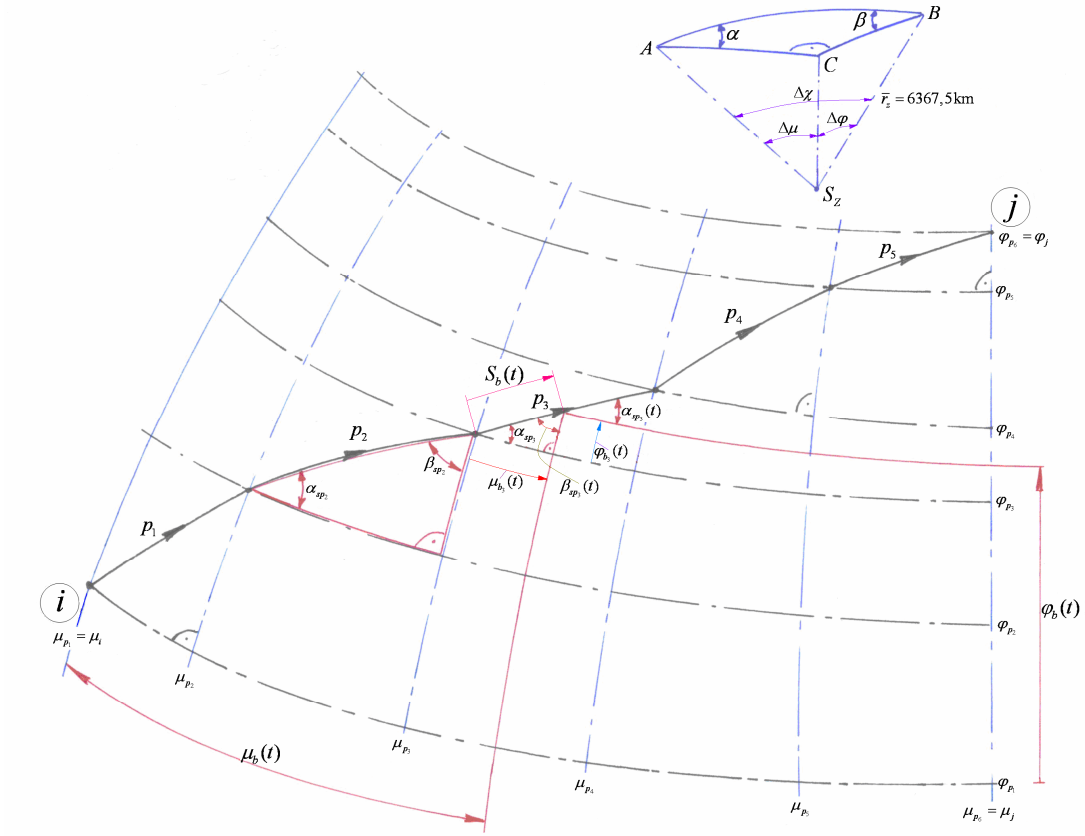
$$P_{e_{ts_2}}^{(II)}(t)_{ij,ji} = \sum_{r=I}^{II} P_{ep_{ak_{r_2}}}^{(II)}(t)_{ij,ji} + P_{ep_{c_2}}^{(II)}(t)_{ij,ji} + P_{ep_{n_2}}^{(II)}(t)_{ij,ji} + P_{ep_{nc_2}}^{(II)}(t)_{ij,ji} + P_{ep_{nn_2}}^{(II)}(t)_{ij,ji} + P_{e_{lk_2}}^{(II)}(t)_{ij,ji} + P_{e_{clk\,2}}^{(II)}(t)_{ij,ji} \tag{2.159}$$

gdje su $P_{e_{lk_2}}^{(I)}(t)_{ij,ji}$ i $P_{e_{clk\,2}}^{(II)}(t)_{ij,ji}$ pogonske snage pumpe goriva i cirkulacijske pumpe *LK-a* prema izrazima (2.83) i (2.123), odgovarajuće.

3 MODELIRANJE KARAKTERISTIČNIH VELIČINA OKRUŽJA

3.1 Definiranje plovidbene rute

U najopćenitijem slučaju plovidbena ruta između definiranih odredišta ***i*** i ***j*** zbog topografije kopna ne da se jednoznačno funkcijski opisati unutar cjelokupnog plovidbenog intervala τ_{ij}, te se ista sastoji iz konačnog broja, n_p jednoznačno funkcijski definiranih putanja konačne duljine S_p (*slika 3.1*).



Slika 3.1 Višeznačno definirana plovidbena ruta

Cjelokupna plovidbena ruta koja u načelu za čvrsto predefinirane točke ***i*** i ***j*** formira pravokutni sferni trokut, razdijeljena je na konačan broj putanja koje formiraju pripadajuće pravokutne sferne trokute.

Polazeći od postavke da se skalarne i vektorske veličine koje su u interakciji sa *BPES-om* dadu izraziti u funkcijskoj ovisnosti o zemljopisnoj širini φ_p *p-te* karakteristične plovidbene putanje, te o dobu godine τ, poželjno je sve ostale veličine odgovarajućih pravokutnih sfernih trokuta izraziti u funkcijskoj ovisnosti o zemljopisnoj širini $\varphi_p(t)$, *p-te* plovidbene putanje.

a. Složena plovidbena ruta

Iz odnosa za *p-ti* pravokutni sferni trokut proizlazi za fiksne sferne kutove α_{sp} i β_{sp}:

$$\beta_{s_p} = \arctan\left[\csc(\varphi_{p+1} - \varphi_p)\tan(\mu_{p+1} - \mu_p)\right] \tag{3.1}$$

$$\alpha_{s_p} = \arctan\left[\tan(\varphi_{p+1} - \varphi_p)\csc(\mu_{p+1} - \mu_p)\right] \tag{3.2}$$

dok se za duljinu *p-te* putanje dobiva:

$$S_p = \bar{r}_z \arccos\left[\cos(\varphi_{p+1} - \varphi_p)\cos(\mu_{p+1} - \mu_p)\right] \tag{3.3}$$

1-plovidba iz i u j

Za vremenski promjenjive veličine tijekom plovidbe broda iz ***i*** prema ***j*** dobiva se:

$$\mu_b(t)_{p,p+1} = \mu_p + \arcsin\left\{\cot\alpha_{sp}\tan\left[\varphi_b(t)_{p,p+1} - \varphi_p\right]\right\} \tag{3.4}$$

$$\alpha_p(t)_{p,p+1} = \arccos\left\{\sin\beta_{sp}\cos\left[\varphi_p - \varphi_b(t)_{p,p+1}\right]\right\} \tag{3.5}$$

$$\beta_p(t)_{p,p+1} = \arcsin\left\{\cos\alpha_{sp}\sec\left[\varphi_b(t)_{p,p+1} - \varphi_p\right]\right\} \tag{3.6}$$

$$S_p(t)_{p,p+1} = \overline{r}_z\,\Delta\chi_p(t)_{p,p+1} = \overline{r}_z\arcsin\left\{\csc\alpha_{sp}\sin\left[\varphi_b(t)_{p,p+1} - \varphi_p\right]\right\} \tag{3.7}$$

pa se uzimajući u obzir da je vremenski promjenjiva brzina plovidbe broda $v_{bp}(t)_{p,p+1}$ kontinuirana neprekinuta funkcija nad razmatranim plovidbenim pod-intervalom, može pisati:

$$S_p(t)_{p,p+1} = \int_{\tau_p}^{t+\tau_p} v_{bp}(t)_{p,p+1}\,dt \tag{3.8}$$

iz čega proizlazi da je:

$$v_{bp}(t)_{p,p+1} = \frac{d}{dt}\left[S_p(t)_{p,p+1}\right] = \frac{d}{dt}\left(\overline{r}_z\arcsin\left\{\csc\alpha_{sp}\sin\left[\varphi_b(t)_{p,p+1} - \varphi_p\right]\right\}\right) \tag{3.9}$$

pa se nakon provedenog deriviranja dobiva važna relacija, kako slijedi:

$$v_{bp}(t)_{p,p+1} = \frac{\overline{r}_z\cos\left[\varphi_b(t)_{p,p+1} - \varphi_p\right]}{\sqrt{\sin^2\alpha_{sp} - \sin^2\left[\varphi_b(t)_{p,p+1} - \varphi_p\right]}}\,\dot{\varphi}_b(t)_{p,p+1} \tag{3.10}$$

2-plovidba iz j u i

Kako je općenito $\varphi_b(t)_{p,p+1} \neq \varphi_b(t)_{p+1,p}$, pri plovidbi broda iz ***j*** u ***i*** važeće su relacije:

$$\mu_b(t)_{p+1,p} = \mu_{p+1} + \arctan\left\{\tan\beta_{sp}\sin\left[\varphi_b(t)_{p+1,p} - \varphi_{p+1}\right]\right\} \tag{3.11}$$

$$\alpha_p(t)_{p+1,p} = \arccos\left\{\sin\beta_{sp}\cos\left[\varphi_b(t)_{p+1,p} - \varphi_{p+1}\right]\right\} \tag{3.12}$$

$$\beta_p(t)_{p+1,p} = \arcsin\left\{\cos\alpha_{sp}\sec\left[\varphi_b(t)_{p+1,p} - \varphi_{p+1}\right]\right\} \tag{3.13}$$

$$S_p(t)_{p+1,p} = \overline{r}_z\arctan\left\{\sec\beta_{sp}\tan\left[\varphi_b(t)_{p+1,p} - \varphi_{p+1}\right]\right\} \tag{3.14}$$

$$v_{bp}(t)_{p,p+1} = \frac{R_z\cos\beta_{sp}}{1-\sin^2\beta_{sp}\cos^2\left[\varphi_b(t)_{p+1,p} - \varphi_{p+1}\right]}\,\dot{\varphi}_b(t)_{p+1,p} \tag{3.15}$$

b. Jednostavna plovidbena ruta

U ovom slučaju plovidbena ruta je jednoznačno definirana odredištima ***i*** i ***j***, pa su nad cjelokupnim plovidbenim intervalom važeće relacije:

$$\beta_s = \arctan\left[\csc(\varphi_j - \varphi_i)\tan(\mu_j - \mu_i)\right] \tag{3.16}$$

$$\alpha_s = \arctan\left[\tan(\varphi_j - \varphi_i)\csc(\mu_j - \mu_i)\right] \tag{3.17}$$

dok se za duljinu *p-te* rute dobiva:

$$S_{ij} = \overline{r}_z\arccos\left[\cos(\varphi_j - \varphi_i)\cos(\mu_j - \mu_i)\right] \tag{3.18}$$

Vremenski promjenjive veličine definirane su izrazima:

*1-plovidba iz **i** u **j***

$$\mu_b(t)_{ij} = \mu_i + \arcsin\left\{\cot\alpha_s\tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i\right]\right\} \tag{3.19}$$

$$\alpha_b(t)_{ij} = \arccos\left\{\sin\beta_s\cos\left[\varphi_i - \varphi_b(t)_{ij}\right]\right\} \tag{3.20}$$

$$\beta_b(t)_{ij} = \arcsin\left\{\cos\alpha_s\sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i\right]\right\} \tag{3.21}$$

$$S_b(t)_{ij} = \overline{r}_z\,\Delta\chi_b(t)_{ij} = \overline{r}_z\arcsin\left\{\csc\alpha_s\sin\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i\right]\right\} \tag{3.22}$$

$$v_b(t)_{ij} = \frac{\overline{r}_z\cos\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i\right]}{\sqrt{\sin^2\alpha_s - \sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i\right]}}\,\dot{\varphi}_b(t)_{ij} \tag{3.23}$$

*2-plovidba iz **j** u **i***

$$\mu_b(t)_{ji} = \mu_j + \arctan\left\{\tan\beta_s \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j\right]\right\} \tag{3.24}$$

$$\alpha_b(t)_{ji} = \arccos\left\{\sin\beta_s \cos\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j\right]\right\} \tag{3.25}$$

$$\beta_b(t)_{ji} = \arcsin\left\{\cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j\right]\right\} \tag{3.26}$$

$$S_b(t)_{ji} = \bar{r}_z \arctan\left\{\sec\beta_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j\right]\right\} \tag{3.27}$$

$$v_b(t)_{ji} = \frac{\bar{r}_z \cos\beta_s}{1-\sin^2\beta_s \cos^2\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j\right]}\dot{\varphi}_b(t)_{ji} \tag{3.28}$$

c. Specijalni slučajevi plovidbe

Pod specijalnim slučajevima plovidbe podrazumijevaju se plovidbe duž meridijana i paralela, pri čemu prethodno navedeni izrazi za slučaj plovidbe duž ***meridijana*** kada je $\mu_i = \mu_j$ i $\alpha_s = \pi/2$ i $\beta_s = 0$, za vremenski promjenjivu brzinu gibanja broda postaju:

$$v_b(t)_{ij} = \bar{r}_z \dot{\varphi}_b(t)_{ij} \tag{3.29}$$

odnosno za plovidbu iz ***j*** u ***i***:

$$v_b(t)_{ji} = \bar{r}_z \dot{\varphi}_b(t)_{ji} \tag{3.30}$$

Za slučaj plovidbe duž ***paralele*** kada je $\varphi_i = \varphi_j$, poopćeni izrazi vode ka neodređenom obliku ($\alpha_s = 0$ i $\beta_s = \pi/2$), pa se obzirom na činjenicu da se skalarne i vektorske veličine okružja dadu izraziti u funkcijskoj ovisnosti o promjenjivoj zemljopisnoj dužini $\mu_b(t)$, za promjenjivu brzinu plovidbe iz ***i*** u ***j*** dobiva:

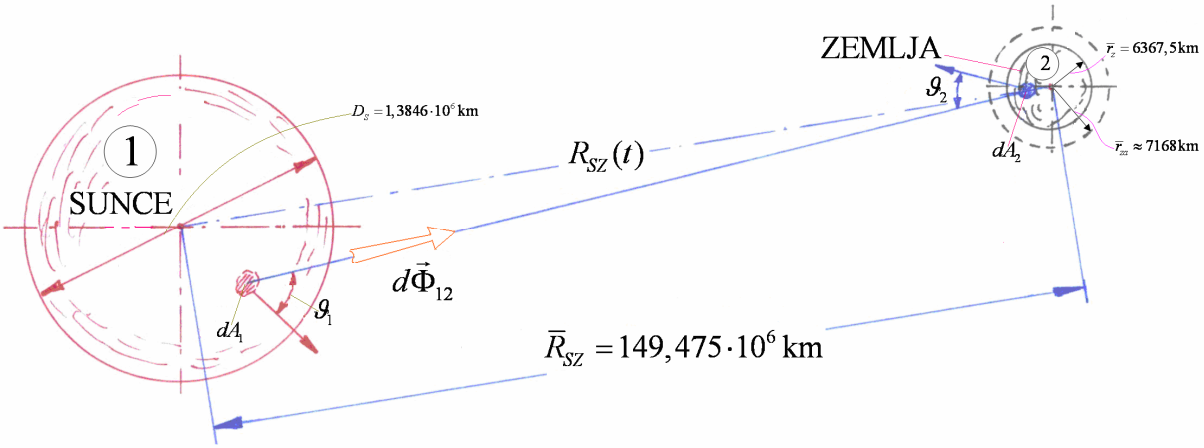
$$v_b(t)_{ij} = \bar{r}_z \cos\varphi_i \dot{\mu}_b(t)_{ij} \tag{3.31}$$

dok se pri plovidbi broda iz ***j*** u ***i*** dobiva:

$$v_b(t)_{ji} = \bar{r}_z \cos\varphi_i \dot{\mu}_b(t)_{ji} \tag{3.32}$$

3.2 Modeliranje insolacije

3.2.1 Prividno Sunčevo zračenje na granici atmosfere



Slika 3.2 Geometrija međusobnog položaja Sunca i Zemlje

Temeljem priložene *slike 3.2*, intenzitet Sunčevog zračenja na granici atmosfere (***ekstraterestričko zračenje***) definira se izrazom:

$$q_S = \frac{d\vec{\Phi}_{12}}{\cos\vartheta_2 dA_2} = \frac{\sigma T_1^4}{\pi r_{12}^2}\int \cos\vartheta_1 \, dA_1 \tag{3.33}$$

koji se, uzimajući u obzir da se Zemlju sa pripadajućim atmosferskim omotačem u odnosu na Sunce može tretirati materijalnom točkom, transformira u jednostavniji izraz:

$$q_d(t) = \frac{\sigma T_s^4 r_s^2}{R_{sz}^2(t)} \tag{3.34}$$

gdje je $R_{SZ}(t)$ vremenski promjenljiva vrijednost radij vektora između zračeće Sunčeve *„površine“* i Zemljinog atmosferskog omotača, $\sigma = 5,67 \cdot 10^8\ \mathrm{W/m^2K^4}$ *Stefan-Baltzmannova* konstanta, T_s apsolutna temperatura *„površine“* Sunca.

Sunce zapravo nema čvrste površine, već sferu svjetlosti (*fotosferu*) koja predstavlja vidljive obrise Sunca, a u kojoj kuljaju veoma razrijeđeni visoko temperirani plinovi.

Fotosfera prosječne temperature $\bar{\vartheta}_f \approx 6000\ ^0\mathrm{C}$ zauzima sloj debljine preko *300* km, pri čemu su plinski slojevi bliže jezgri viših temperatura od onih koji su na vanjskom rubu fotosfere, na granici s *kromosferom* prosječne debljine *6000* kilometara, koja prelazi u *koronu* koja se proteže na *80* milijuna kilometara iznad kromosfere.

Solarna konstanta predstavlja gustoću Sunčevog zračenja na granici Zemljine atmosfere pri srednjoj udaljenosti Zemlje od Sunca te se definira izrazom:

$$q_S = \frac{\sigma T_s^4 r_s^2}{\bar{R}_{sz}^2} \tag{3.35}$$

Iako je ovaj izraz jednoznačan, u odnosnoj literaturi nalaze se različite vrijednosti za solarnu konstantu, te iste leže u rasponu vrijednosti $1,324 \le q_S \le 1,377\ \mathrm{kW/m^2}$, pri čemu više vrijednosti odgovaraju novijim istraživanjima na tom području, lit [10, 11, 12, 13, 14]

Odabranoj vrijednosti $q_S = 1,367\ \mathrm{kW/m^2}$ prema lit. [10], uz srednji radijus:

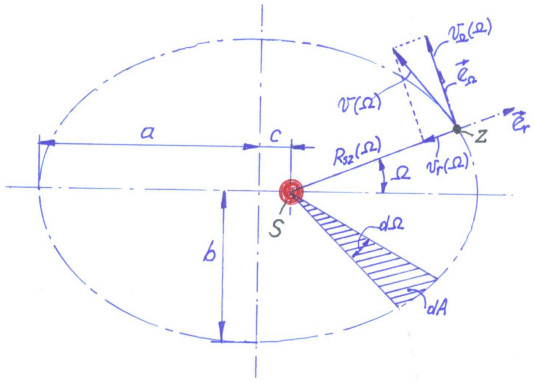
$$\bar{R}_{sz} = \bar{R}_{sz_0} - r_s - \bar{r}_z - \bar{h}_a \tag{3.36}$$

odgovara apsolutna temperatura *„površine“* Sunca $T_s = 5776,5\ ^0\mathrm{K}$, ($\vartheta_s \approx 6050\ ^0\mathrm{C}$, s odgovarajućom dubinom fotosfere $h_f \approx 40\ \mathrm{km}$), dok su prema lit. [16]:

$\bar{R}_{sz_0} = 149,475 \cdot 10^6\ \mathrm{km}$ – *srednji radijus između središta Sunca i Zemlje,* $r_s = 6,923 \cdot 10^5\ \mathrm{km}$ – *polumjer Sunca*;

$\bar{r}_z = 6,3675 \cdot 10^3\ \mathrm{km}$ – *srednji polumjer Zemlje,* $\bar{h}_a = 800\ \mathrm{km}$ – *srednja visina atmosferskog omotača.*

Stvarni vremenski ovisni radijus $R_{SZ}(t)$ određen je dinamikom gibanja Sunčevog planetarnog sustava, što podrazumijeva gibanje Sunca i svih mu pripadajućih planeta sa svojim satelitima (mjesecima). Zanemarujući interakciju Zemlje kako s vlastitim satelitom (Mjesecom), tako i s ostalim planetima Sunčevog sustava s pripadajućim im satelitima, Sunce se može akceptirati statičkim tijelom određene mase položenim u žarište njezine eliptičke putanje. Takvo gibanje Zemlje oko Sunca odgovara ravninskom gibanju materijalne točke izložene djelovanju centralne sile, čija je jednadžba putanje (orbite prema priloženoj *slici 3.3*) u polarnim koordinatama, dana izrazom:



Slika 3.3 Eliptička putanja Zemlje

$$R(\Omega) = \frac{a(1-\epsilon^2)}{1+\epsilon\cos(\Omega-\Omega_o)} \tag{3.37}$$

gdje je $a = 149,5 \cdot 10^6\ \mathrm{km}$ velika poluos elipse, dok je $\epsilon = 0,017$ ekscentricitet eliptičke putanje.

Udaljenost žarišta od središta eliptičke putanje definira se izrazom:

$$C = a\epsilon = 2,5415 \cdot 10^6\ \mathrm{km} \tag{3.38}$$

dok su minimalni i maksimalni radijusi putanje:

$$R_{min} = a - c = 146,9585 \times 10^6\ \mathrm{km}\ ;\ pri\ \Omega - \Omega_o = 0^o \tag{3.39}$$

$$R_{max} = a + c = 152{,}0415 \times 10^6 \text{ km}, za\ \ \Omega - \Omega_o = \pi \tag{3.40}$$

te mala poluos eliptičke putanje:

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = a\sqrt{1-\epsilon^2} = 149{,}4784 \cdot 10^6 \text{ km} \tag{3.41}$$

Kako je sektorska brzina Zemlje po eliptičkoj putanji konstantna, može se pisati:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} R^2(\Omega) \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{2} C \tag{3.42}$$

gdje konstanta *C* predstavlja dvostruku površinu koju vektor položaja $\vec{R}(\Omega)$ prebriše u jedinici vremena, pa se uvrštavanjem izraza (3.37) u (3.42) dobiva diferencijalna jednadžba gibanja:

$$\left[\frac{a(1-\epsilon^2)}{1+\epsilon\cos(\Omega-\Omega_o)}\right]^2 \frac{d\Omega}{dt} = C \tag{3.43}$$

za koju, odabirući koordinatni sustav tako da je $\Omega_o = 0$, te da je za $t_o = 68\,\text{h},\ \Omega = 0$ rješenje biva:

$$t(\Omega) = \frac{\tau\sqrt{1-\epsilon^2}}{2\pi}\left\{\frac{2}{\sqrt{1-\epsilon^2}}\arctan\left[\frac{1-\epsilon}{\sqrt{1-\epsilon^2}}\tan\left(\frac{\Omega}{2}\right)\right] - \frac{\epsilon\sin\Omega}{1+\epsilon\cos\Omega}\right\} + t_0 \tag{3.44}$$

Početno vrijeme $t_o = 68\,\text{h}$ odgovara iskustveno potvrđenoj činjenici da je kalendarski gledajući Zemlja najbliže Suncu 03.01.u 20^h, kada je $R_{\min} = R(\Omega = 0) = a$ (*perihel*), dok je za $\Omega = 180^0$, t=4451 h, $R_{\max} = R(180^0) = a + c$, što odgovara datumu 05.07. 5^h.

Zbog transcendentnosti navedenog izraza, moguće je tek sa zadovoljavajućom točnošću definirati aproksimativnu eksplicitnu funkcijsku ovisnost $\Omega(\text{t})$, kako slijedi:

$$\Omega(t) = \omega_G(t-t_o) + k_1\sin\left[\omega_G(t-t_o)\right] + k_2\sin\left[2\omega_G(t-t_o)\right] \tag{3.45}$$

čijim se uvrštavanjem u (3.37) dobiva funkcijska ovisnost radij vektora o vremenu:

$$R_{sz_0}(t) = \frac{a(1-\epsilon^2)}{1+\epsilon\cos\left\{\omega_G(t-t_o) + k_1\sin\left[\omega_G(t-t_o)\right] + k_2\sin\left[2\omega_G(t-t_o)\right]\right\}} \tag{3.46}$$

gdje je $\omega_G = 2\pi/\tau$ prividna kutna brzina Zemlje oko Sunca, $k_1 = 0{,}033985$ i $k_2 = 0{,}000361128$.

Uzimajući u obzir dimenzije Sunca i Zemlje s pripadajućim atmosferskim omotačem, za $R_{sz}(t)$, se može pisati:

$$R_{sz}(t) = R_{sz_0}(t) - r_s - \overline{r}_a \tag{3.47}$$

pa se za direktno Sunčevo zračenje na granici atmosfere, kada je Sunce u zenitu dobiva izraz:

$$q_{d_o}(t) = \sigma T_s^4 \overline{r}_s^2 \left[a(1-\epsilon^2)\left(1+\epsilon\cos\left\{\omega_G(t-t_o) + k_1\sin\left[\omega_G(t-t_o)\right] + k_2\sin\left[2\omega_G(t-t_o)\right]\right\}\right)^{-1} - r_s - \overline{r}_a\right]^{-2} \tag{3.48}$$

Prema nekim istraživanjima lit. [17], stvarno zračenje Sunca na granici atmosfere se može aproksimirati izrazom, (uz $q_S = 1{,}373\ \text{kW/m}^2$):

$$\tilde{q}_{d_{1a}} = q_S\left[1 + 0{,}033\cos(\omega_G t)\right] \tag{3.49}$$

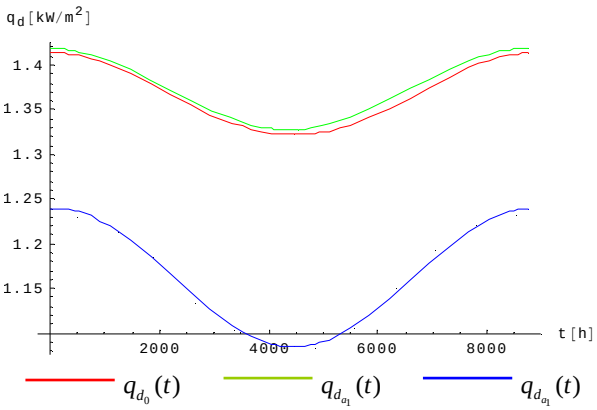
dok se s druge strane prema tabličnim vrijednostima iz lit. [10], za direktno Sunčevo zračenje, zanemarujući utjecaj atmosferskog prigušenja, na samoj površini Zemlje dobiva aproksimativni izraz ($a_{q_1} = 1{,}16246,\ a_{q_2} = 0{,}077601$):

$$\tilde{q}_{d_{2a}} = a_{q_1} + a_{q_2}\cos\left[\omega_G(t-t_o)\right] \tag{3.50}$$

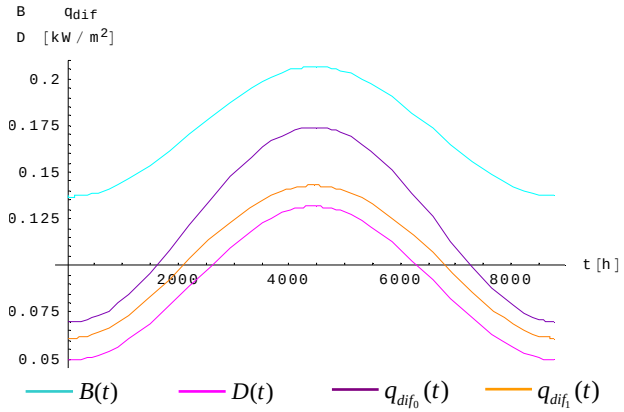
Usporedbu karakterističnih *ekstraterestričkih* zračenja ilustrira priložena *slika 3.4.* Stvarno, na površinu Zemlje prispjelo direktno Sunčevo zračenje za vedra dana, znatno je manje zbog nastupajućeg prigušenja koje je za određenu lokaciju određeno duljinom putanje Sunčevih zraka od granice atmosfere, te sa sastavom atmosfere.

U odnosu na prispjelo Sunčevo zračenje, atmosferski omotač pokazuje odlike obojenog tijela, pri čemu dušik, kisik i druge u donosu na radijacijsku valnu duljinu manje molekule, kao i razmjerno veće molekule približno istih dimenzija radijacijskim valovima (aerosoli, čestice vode, prašina), raspršuju jedan dio direktnog zračenja. Ovako raspršena

radijacija čini za vedra dana nebo plavim, a jedan njezin dio doseže do površine Zemlje kao difuzna radijacija I_{dif}.



Slika 3.4 Usporedba ekstraterestričkog zračenja s različitim izvorima



Slika 3.5 Prikaz B(t), D(t) i usporedba difuznog zračenja $q_{dif_0}(t)$ *s* $q_{dif_2}(t)$

Neraspršeni dio Sunčevog zračenja se prigušuje uslijed apsorpcije ponajprije kratkovalnog zračenja u ozonskom sloju na vanjskim slojevima atmosfere (što se ogleda gotovo potpunim izostankom ultravioletnog zračenja pri valnim duljinama manjim od 0,29 μm), te cijelog niza apsorpcijskih procesa dugovalnog zračenja u dubljim i nižim slojevima atmosfere razmjerno bogatim troatomnim plinovima (CO_2, H_2O, O_3).

Uobičajeno je da se duljina putanje Sunčevih zraka izražava u zavisnosti o tzv. masi zraka koja zapravo predstavlja omjer atmosferske mase stvarne putanje Sunce-Zemlja i atmosferske mase pri radijalnom upadu Sunčevih zraka, pa se tako za praktične proračune pri nultoj nadmorskoj visini, uz definirani kut visine Sunca Θ uzima da je:

$$m = \csc\Theta \tag{3.51}$$

Uzimajući u obzir atmosfersko prigušenje, bit će, prema *Stephensonu* lit.[11], intenzitet direktnog u smjeru normale na sferu prispjelog zračenja definiran izrazom:

$$q_d = q_{d_0} \exp\left(-B \csc\Theta\right) \tag{3.52}$$

gdje je *B* faktor atmosferskog prigušenja, koji je funkcijski ovisan o sezonski promjenjivom sadržaju vodene pare u atmosferi, te se jako dobro aproksimira izrazom:

$$B = B(t) = b_{q_1} + b_{q_2} \cos\left[\omega_G (t - t_o)\right] \tag{3.53}$$

Osim kroz atmosferu propuštenog direktnog Sunčevog zračenja q_d, u atmosferi raspršeno i prigušeno Sunčevo zračenje, zrači na Zemljinu površinu kao tzv. ***difuzno zračenje neba***. Iako je priroda ovog neusmjerenog zračenja kompleksna, te vremenski promjenjiva, za vedrog dana, prema *Threlkeldu* lit. [11], ovo zračenje se može izraziti u funkcijskoj ovisnosti o parametru *D* koji pak ovisi o sezonski promjenljivom sadržaju prašine i vlage u atmosferi, te se temeljem tabličnih podataka jako dobro aproksimira izrazom:

$$D(t) = d_{q_1} + d_{q_2} \cos\left[\omega_G (t - t_o)\right] \tag{3.54}$$

pa se za difuznu radijaciju na tangencijalnu ravninu sfere može pisati:

$$q_{dif}(t) = D(t)\, q_d(t) \tag{3.55}$$

Sadržani koeficijenti u aproksimativnim izrazima (3.53) i (3.55) su: $b_{q_1} = 0{,}171637$, $b_{q_2} = -0{,}0346857$ i $d_{q_1} = 0{,}0904$; $d_{q_2} = -0{,}04116$.

3.2.2 Solarna geometrija

Da bi se odredio intenzitet sveukupno prispjelog Sunčevog zračenja na proizvoljno postavljenu, bilo mirujuću bilo pomičnu plohu, neophodno je definirati odgovarajuće modele karakterističnih solarnih geometrijskih veličina.

Deklinacija Sunca

Osim dnevne periodičnosti Sunčeve radijacije prisutna je na Zemlji i godišnja periodičnost radijacije, koja je osim promjenjivog radijusa $R_{sz}(t)$ uvjetovana ponajviše zbog nagnuća Zemljine ekvatorijalne ravnine u odnosu na ravninu *ekliptike* (*slika 3.6*). Zbog nagiba Zemljine osi prema *ekliptičkoj* ravnini, trajanja osvijetljenog dana i noći nisu stalna za niti jednu točku Zemlje, već se stalno periodički mijenjaju.

U odnosu na nailazeće Sunčevo zračenje, navedeno se ogleda kroz vremenski promjenjivu deklinaciju, koja se prema lit. [11] za *N-ti* dan definira aproksimativnim izrazom:

$$\delta(t) = \delta_o \sin\left(360^0 \frac{284+N}{365}\right) = 23,45 \sin\left[\frac{2\pi}{365}\left(284+\frac{t}{24}\right)\right] \tag{3.56}$$

Koristeći se definiranom funkcijskom ovisnošću $\Omega(t,t_0)$, za vremenski promjenjivu deklinaciju Sunca dobiva se točniji izraz:

$$\delta(t) = -\delta_o \cos\left[\Omega(t,t_0) - \Omega_{\delta_o}\right] = -\delta_o \cos\left\{\omega_G(t-t_o-\tilde{\tau}_{\delta_o}) + \sum_{k=1}^{2} k_k \sin\left[k\omega_G(t-t_o)\right]\right\} \tag{3.57}$$

gdje je Ω_{δ_o} fazni pomak min. deklinacije $\delta_o = -23,45^0$ za sjevernu hemisferu prema izrazu:

$$\Omega_{\delta_o} = \Omega(\tau_{\delta_o}, t_0) = \omega_G(\tau_{\delta_o} - t_o) + k_1 \sin\left[\omega_G(\tau_{\delta_o} - t_o)\right] + k_2 \sin\left[2\omega_G(\tau_{\delta_o} - t_o)\right] \tag{3.58}$$

za koji se temeljem činjenice da je deklinacija minimalna *22. prosinca, 10*$^{\text{h}}$ dobiva:

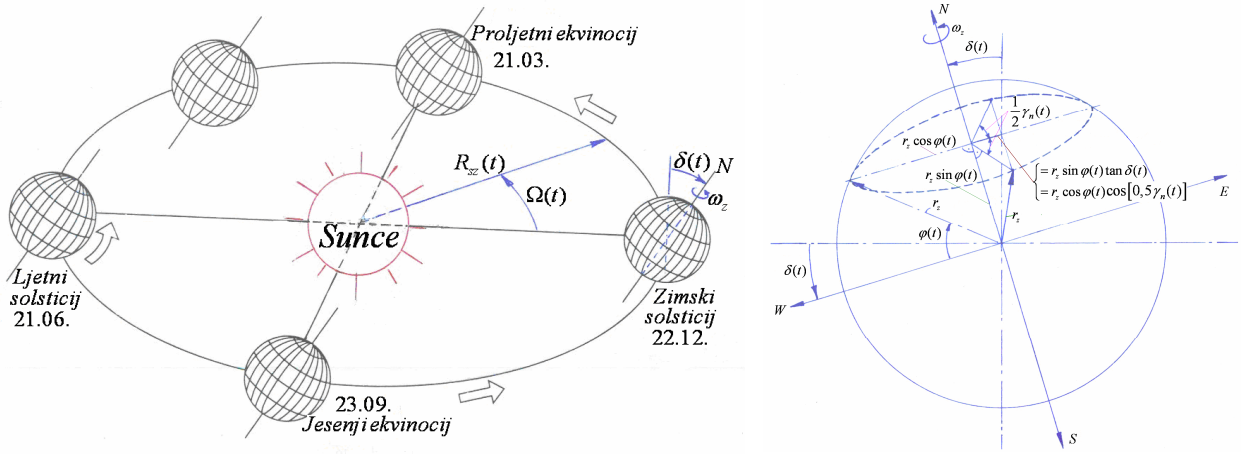
$$\tau_{\delta_o} = -230\,\text{h}; \quad \Rightarrow \Omega_{\delta_o} = -0,2209533\,\text{rad} = -12,6597^0; \quad \Rightarrow \tilde{\tau}_{\delta_o} = -308,2631\,\text{h}$$

1) *zimski solsticij* $\delta_{0_{\min}} = -23,45^0$ *za* $\Omega_{\delta_0} \approx 347,34^0$; $\tau_{\delta_0} = t(\delta_{0_{\min}}) = -230$ h; 22.12. 10^{h}

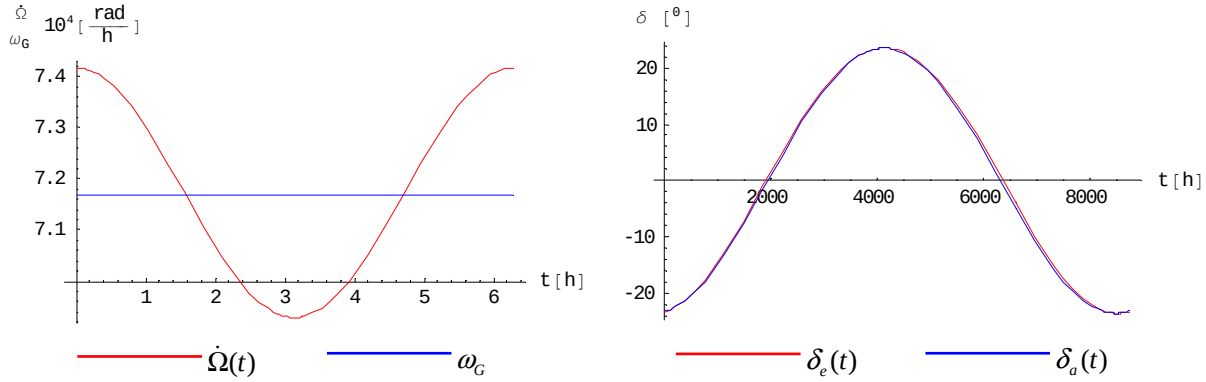
2) *proljetni ekvinocij* $\delta_0 = 0^0$ *za* $\Omega_{\delta_0=0^0} \approx 77,34^0 \Rightarrow t_{\delta_0=0^0} = t_{pe} = 1905,08$ h; 21.03., $3^{\text{h}}\ 4^{\text{min}}\ 48^{\text{s}}$

3) *ljetni solsticij* $\delta_{0_{\max}} = 23,45^0$ *za* $\Omega_{\delta_0} \approx 167,34^0$; $t_{\delta_{\max}} = t_{ljs} = 4132,21$ h = 21.06. $22^{\text{h}}\ 12^{\text{min}}\ 36^{\text{s}}$

4) *jesenji ekvinocij* $\delta_0 = 0^0$ *za* $\Omega_{\delta_0=0^0} \approx 257,34^0 \Rightarrow t_{\delta_0=0^0} = t_{je} = 6380,65$ h; 23.09. 14^{h}



Slika 3.6 Godišnji hod Zemlje oko Sunca s deklinacijom



Slika 3.7 Prikaz kutnih brzina Zemlje oko Sunca $\dot{\Omega}(t)$ *i* ω_G, *te deklinacija Sunca* $\delta_e(t)$ *i* $\delta_a(t)$

Prema priloženoj *slici 3.6* za vremenski promjenjivi kut zatamnjenja sfere dobiva se:

$$\gamma_n(t) = \arccos\left[\tan\varphi(t)\tan\delta(t)\right] \tag{3.59}$$

dok iz vremenskih odnosa slijedi:

$$\frac{2\pi}{\tau_d} = \frac{2\pi - 2\gamma_n(t)}{\tau_{sd}(t)} \tag{3.60}$$

pa se za fiksnu zemljopisnu širinu $\varphi = const.$, za trajanje *svijetlog dana* i *noći* dobiva:

-trajanje svijetlog dana

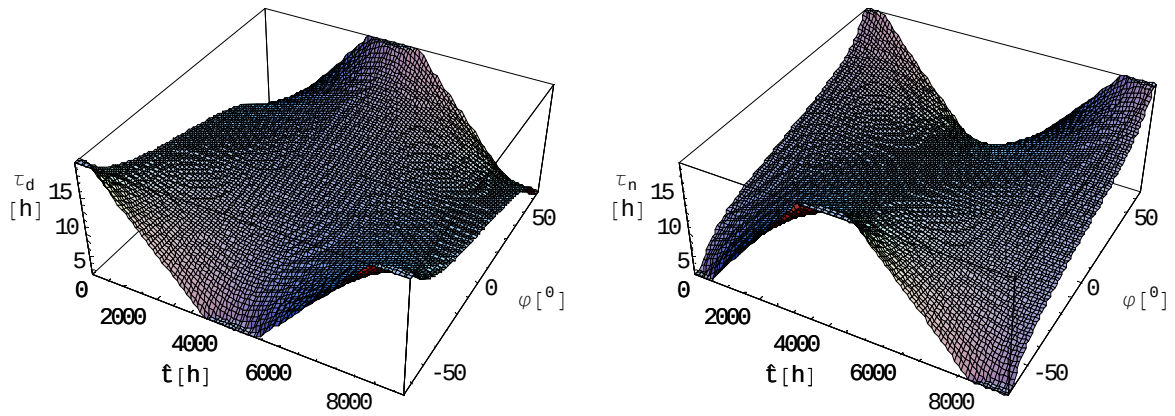
$$\tau_{sd}(\varphi,t) = \tau_d\left\{1-\frac{1}{\pi}\arccos\left[\tan\varphi\tan\left(-\delta_o\cos\left\{\omega_G(t-t_o-\tilde{\tau}_{\delta_o})+\sum_{k=1}^{2}k_k\sin\left[k\omega_G(t-t_o)\right]\right\}\right)\right]\right\} \tag{3.61}$$

-trajanje noći

$$\tau_n(\varphi,t) = \frac{\tau_d}{\pi}\arccos\left[\tan\varphi\tan\left(-\delta_o\cos\left\{\omega_G(t-t_o-\tilde{\tau}_{\delta_o})+\sum_{k=1}^{2}k_k\sin\left[k\omega_G(t-t_o)\right]\right\}\right)\right] \tag{3.62}$$

Navedene funkcijske ovisnosti za zemljopisne širine između polarnica ilustrira *slika 3.8*.

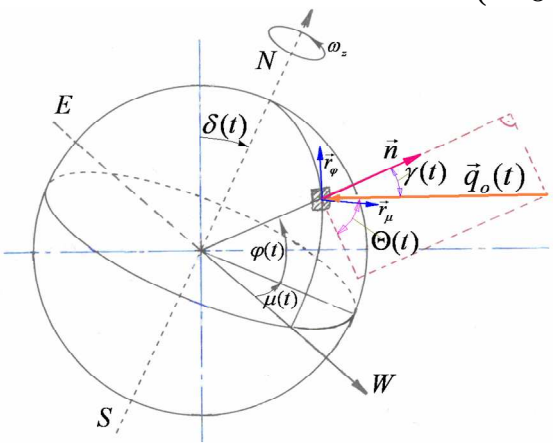
Tijekom plovidbe, trajanja ˝brodskog˝ dana i noći mogu se definirati tek približnim izrazima ovisno o smjeru plovidbe, uvrštavanjem u zadnje navedene izraze funkcijske ovisnosti $\varphi = \varphi(t)_{ij}$ i $\mu(t)_{ij} = \mu\left[\varphi(t)_{ij}\right]$ za plovidbu iz ***i*** u ***j***, te $\varphi = \varphi(t)_{ji}$ i $\mu(t)_{ji} = \mu\left[\varphi(t)_{ji}\right]$ za plovidbu iz ***j*** u ***i***.



Slika 3.8 Trajanje dana i noći tijekom godine za zemljopisne širine između polarnica

3.2.3 Visina Sunca $(\sin\Theta)$

Za određeno doba godine dano sa $\delta(t)$, određenu zemljopisnu širinu φ i duljinu μ, može se izvesti izraz za visinu Sunca ($\sin\Theta$), kako slijedi.



Slika 3.9 Skica kutova Sunčevog zračenja

Vektor normale u određenoj točki sfere definira se izrazom:

$$\vec{n} = (\cos\mu\cos\varphi\,\vec{i} + \sin\mu\cos\varphi\,\vec{j} + \sin\varphi\,\vec{k})\cos\varphi \tag{3.63}$$

dok je jedinični vektor na sferu prispjelog Sunčevog zračenja definiran izrazom:

$$\vec{q}_o = \cos\delta(t)\,\vec{i} + \sin\delta(t)\,\vec{k} \tag{3.64}$$

pa, se iz skalarnog produkta ovih dvaju vektora dobiva (*slika 3.9*):

$$\sin\Theta = \frac{\vec{n}\cdot\vec{q}_o}{|n||q_o|} = \cos\mu\cos\varphi\cos\delta(t) + \sin\varphi\sin\delta(t) \tag{3.65}$$

Uzimajući u obzir stalnu dnevnu promjenljivost stvarne zemljopisne dužine μ_{lo}

u odnosu na nailazeće Sunčevo zračenje, može se relativna zemljopisna dužina $\mu(t)$ izraziti u funkcijskoj zavisnosti o solarnom vremenu *t*, odnosno u funkcijskoj zavisnosti o standardnom vremenu t_{st} kako slijedi:

$$\left.\begin{aligned} \mu(t) &= 15(t-12) - \mu_{lo}, \\ \mu(t_{st}) &= 15\left(t_{st} + \frac{E_t}{60} - 12\right) + \mu_{st} - \mu_{lo} \end{aligned}\right\} \qquad (3.66)$$

Solarno vrijeme t_s se u odnosu na građansko vrijeme t_g i standardno vrijeme t_{st} definira:

$$\left.\begin{aligned} t_s &= t_g + \frac{E_t}{60}, \\ t_s &= t_{st} + \frac{\mu_{st} - \mu_{lo}}{15} + \frac{E_t}{60} \end{aligned}\right\} \qquad (3.67)$$

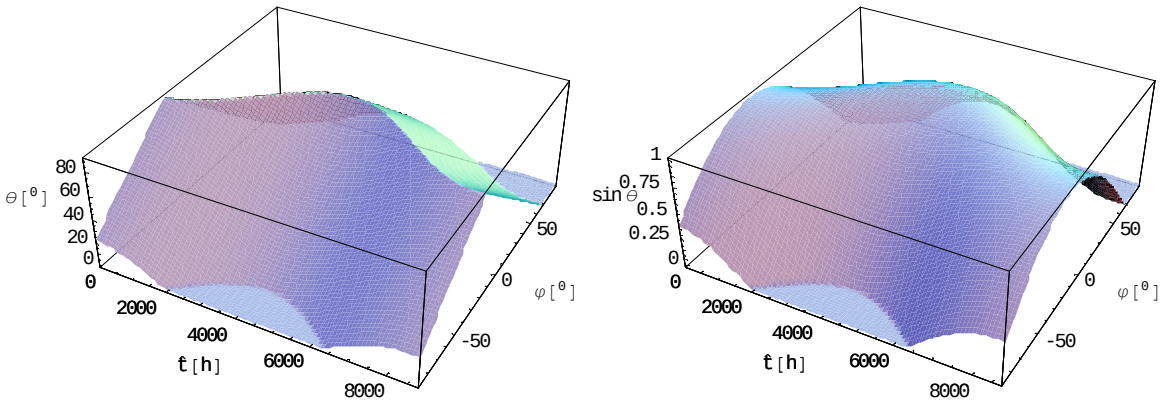
gdje je μ_{st} zemljopisna duljina standardne vremenske zone, dok je μ_{lo} zemljopisna duljina odnosnog mjesta.

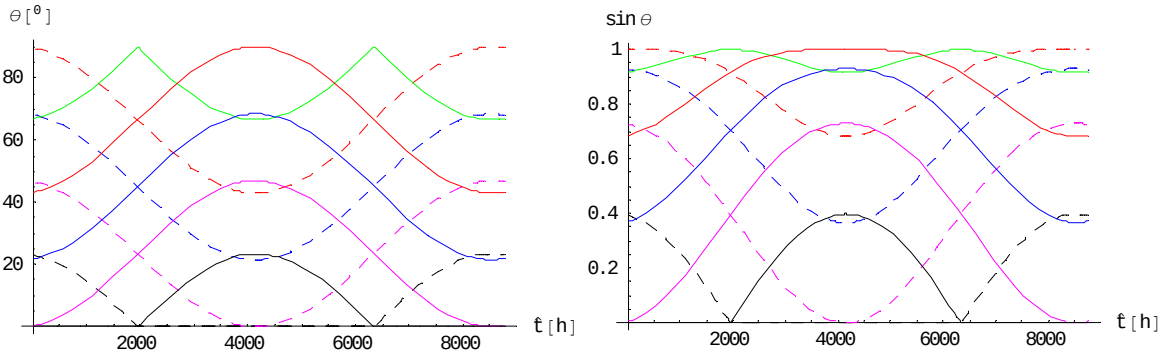
Vremenski zavisna funkcija E_t predstavlja razliku između solarnog podneva i podneva po standardnom vremenu, te se definira izrazom lit. [11]:

$$E_t = 9{,}87\sin\left(720\frac{n_d - 81}{364}\right) - 7{,}53\cos\left(360\frac{n_d - 81}{364}\right) - 1{,}5\sin\left(360\frac{n_d - 81}{364}\right) \qquad (3.68)$$

Uzimajući u obzir da je vlastita kružna frekvencija Zemlje $\omega_z = 2\pi/\tau_d = 15^0/h$, za visinu Sunca dobiva se:

$$\sin\Theta(t) = \left[\begin{aligned} &\sin\varphi\sin\left(-\delta_o\cos\left\{\omega_G(t - t_o - \tilde{\tau}_{\delta_o}) + \sum_{k=1}^{2} k_k \sin\left[k\omega_G(t - t_o)\right]\right\}\right) + \cos\varphi\cdot \\ &\cdot\cos\left[\omega_z(t-12) - \mu_{lo}\right]\cos\left(-\delta_o\cos\left\{\omega_G(t - t_o - \tilde{\tau}_{\delta_o}) + \sum_{k=1}^{2} k_k \sin\left[k\omega_G(t - t_o)\right]\right\}\right) \end{aligned}\right] \qquad (3.69)$$





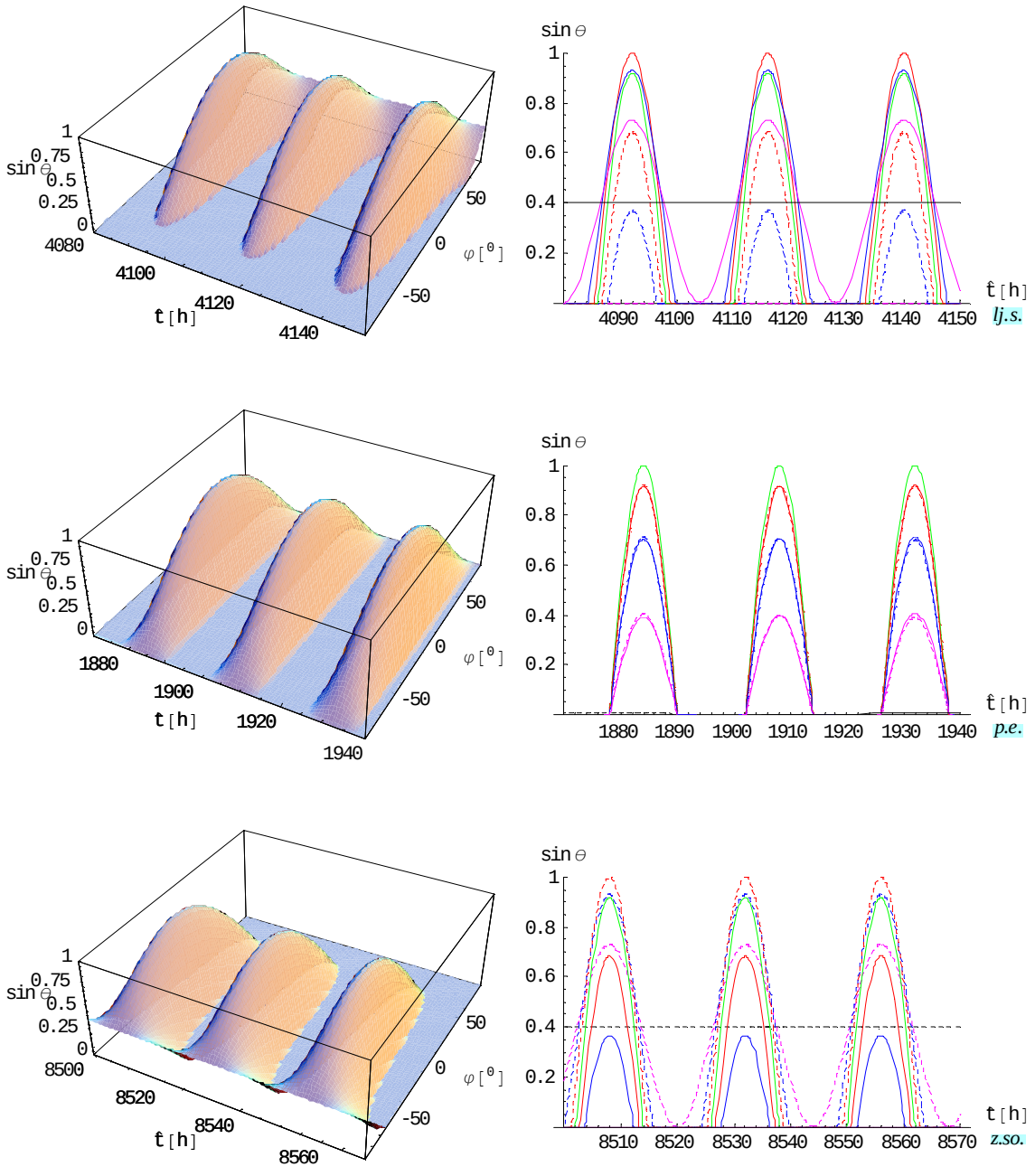
$\varphi = 0^0$ $\varphi = \pm 23{,}45^0$ $\varphi = \pm 45^0$ $\varphi = \pm 66{,}55^0$ $\varphi = \pm 90^0$

Slike 3.10 Zenitne visine Sunca $\sin\Theta(\hat{t}, \varphi)_{zen}$

Zanemarujući rotaciju Zemlje oko vlastite osi ($\omega_z = 0$), za određene zemljopisnu dužinu, ovisno o solarnom vremenu i zemljopisnoj širini $\sin\Theta(\hat{t},\varphi)_{zen}$, dobivaju se podnevne visine Sunca (Sunce u zenitu), kako to ilustrira priložena *slika 3.10.*

Iako je navedeni izraz za visinu Sunca s matematičkog stajališta korektan, isti nije prikladan za modeliranje insolacije jer ne omogućuje fizikalno ispravni jednoznačni funkcijski opis visine Sunca tijekom vremena. Navedenom se može doskočiti množenjem izraza za visinu Sunca s modificiranom funkcijom predznaka visine Sunca kako slijedi:

$$\sin\Theta(t)_F = \frac{1}{2}\sin\Theta(t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\sin\Theta(t)\right]\right\} \tag{3.70}$$

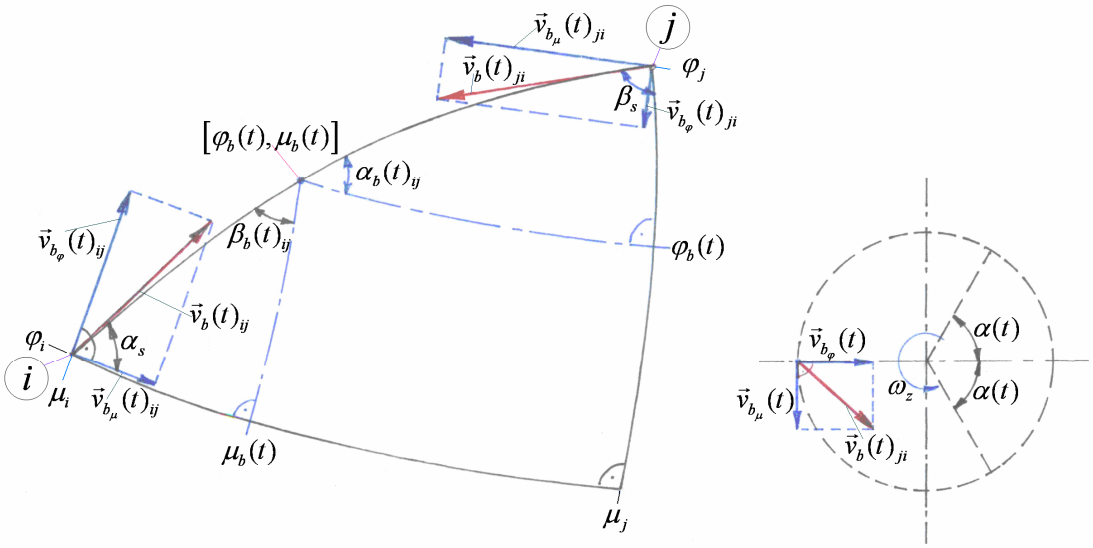


$\varphi = 0^0$ $\varphi = \pm 23,45^0$ $\varphi = \pm 45^0$ $\varphi = \pm 66,55^0$ $\varphi = \pm 90^0$

Slike 3.11 Visine Sunca $\sin\Theta(\hat{t},\varphi)$ *oko ljetnog i zimskog solsticija te proljetnog ekvinocija*

3.2.4 Visina Sunca tijekom plovidbe broda

Ukoliko se brod giblje po putanji definiranoj početnim kutom α_s u odnosu na početno stanje, apsolutna kružna frekvencija broda ω_{bz} oko vlastite rotacijske osi Zemlje razlikuje se od kružne frekvencije nepomične točke ω_z oko rotacijske osi Zemlje, što za posljedicu ima razmjerno duži ili kraći plovidbeni dan broda.



Slika 3.12 Komponente brzine broda tijekom plovidbe po definiranoj ruti

Zbog prisutnosti μ komponente brzine broda (*slika 3.14*):

$$v_{b_\mu}(t) = v_b(t)\cos\alpha_b(t) \tag{3.71}$$

stalno se mijenja zemljopisna duljina broda $\mu_b(t)$, pa se uvrštavanjem izraza (3.19), odnosno (3.24) u (3.69) za visinu Sunca tijekom plovidbe broda iz ***i*** u ***j*** i obratno dobiva:

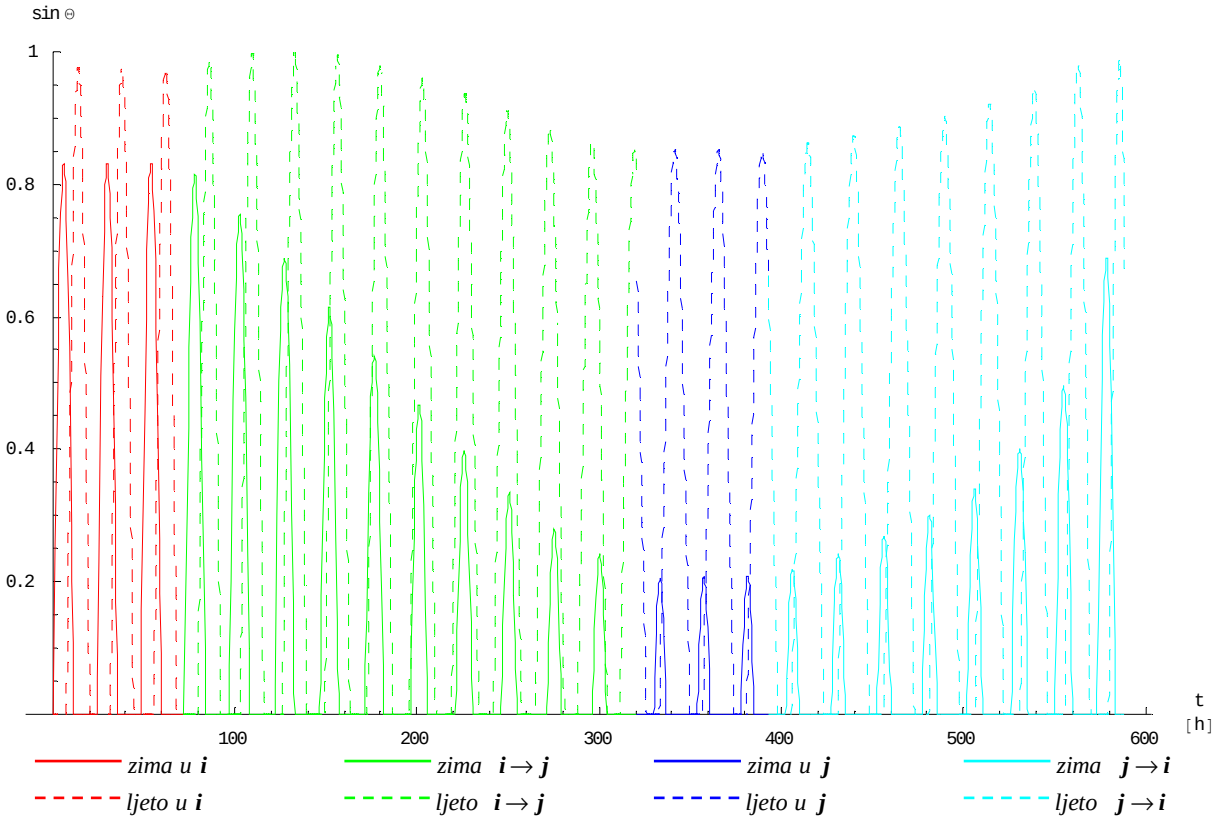
$$\sin\Theta(t)_{ij} = \left[\begin{array}{c} \sin\left(-\delta_o\cos\left\{\omega_G(t-t_o-\tilde{\tau}_{\delta_o})+\sum_{k=1}^{2}k_k\sin\left[k\omega_G(t-t_o)\right]\right\}\right)\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]+ \\ +\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\cos\left(-\delta_o\cos\left\{\omega_G(t-t_o-\tilde{\tau}_{\delta_o})+\sum_{k=1}^{2}k_k\sin\left[k\omega_G(t-t_o)\right]\right\}\right)\cdot \\ \cdot\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i-\arcsin\left\{\cot\alpha_s\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right) \end{array}\right] \tag{3.72}$$

$$\sin\Theta(t)_{ji} = \left[\begin{array}{c} \sin\left(-\delta_o\cos\left\{\omega_G(t-t_o-\tilde{\tau}_{\delta_o})+\sum_{k=1}^{2}k_k\sin\left[k\omega_G(t-t_o)\right]\right\}\right)\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]+ \\ +\cos\left(-\delta_o\cos\left\{\omega_G(t-t_o-\tilde{\tau}_{\delta_o})+\sum_{k=1}^{2}k_k\sin\left[k\omega_G(t-t_o)\right]\right\}\right)\cos\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]\cdot \\ \cdot\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\left\{\tan\beta_s\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]\right\}\right) \end{array}\right] \tag{3.73}$$

U slučaju plovidbe po odnosnoj ***paraleli*** za visine Sunca dobivaju se izrazi:

$$\sin\Theta(t)_{ij} = \left[\begin{array}{c} \sin\left(-\delta_o\cos\left\{\omega_G(t-t_o-\tilde{\tau}_{\delta_o})+\sum_{k=1}^{2}k_k\sin\left[k\omega_G(t-t_o)\right]\right\}\right)\sin\varphi_i+\cos\varphi_i\cdot \\ \cdot\cos\left(-\delta_o\cos\left\{\omega_G(t-t_o-\tilde{\tau}_{\delta_o})+\sum_{k=1}^{2}k_k\sin\left[k\omega_G(t-t_o)\right]\right\}\right)\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_b(t)_{ij}\right] \end{array}\right] \tag{3.74}$$

$$\sin\Theta(t)_{ji} = \left[\begin{array}{c} \sin\left(-\delta_o\cos\left\{\omega_G(t-t_o-\tilde{\tau}_{\delta_o})+\sum_{k=1}^{2}k_k\sin\left[k\omega_G(t-t_o)\right]\right\}\right)\sin\varphi_j+\cos\varphi_j\cdot \\ \cdot\cos\left(-\delta_o\cos\left\{\omega_G(t-t_o-\tilde{\tau}_{\delta_o})+\sum_{k=1}^{2}k_k\sin\left[k\omega_G(t-t_o)\right]\right\}\right)\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_b(t)_{ji}\right] \end{array}\right] \tag{3.75}$$



Slika 3.13 Visine Sunca tijekom transportnog ciklusa broda

Za proizvoljno postavljenu ravnu površinu (*slika 3.14*) intenzitet prispjelog direktnog Sunčevog zračenja definira se izrazom:

$$q_d = \frac{A\cos\phi}{\exp\left(B\csc\Theta\right)} \tag{3.76}$$

gdje je $\phi(t)$ vremenski promjenljivi kut između jediničnog vektora nailazećeg Sunčevog zračenja $\vec{q}_o(t)$ i normale proizvoljno orijentirane zračene površine $\vec{n}_{o_{\beta,\varepsilon}}(t)$.

Iz skalarnog produkta ovih jediničnih vektora proizlazi da je:

$$\cos\phi(t) = \vec{q}_o(t)\cdot\vec{n}_{o_{\beta,\varepsilon}}(t) \tag{3.77}$$

te je jedino u specijalnom slučaju za sve horizontalne površine:

$$\vec{n}_{o_{\beta,\varepsilon}}(t,\varepsilon=0) = \vec{n}_o = \frac{\vec{n}}{n} = \cos\mu(t)\cos\varphi(t)\,\vec{i} + \sin\mu(t)\cos\varphi(t)\,\vec{j} + \sin\varphi(t)\,\vec{k} \tag{3.78}$$

pa je bez obzira na njihov azimut $\beta(t)$, kosinus kuta nailazećeg Sunčevog zračenja upravo jednak visini Sunca, odnosno:

$$\cos\phi(t)_{\varepsilon=0} = \sin\Theta(t) \tag{3.79}$$

Za bilo koju proizvoljno postavljenu ravnu plohu s pripadajućim azimutom β i elevacijskim kutom ε (*slika 3.*14), $\cos\phi$ se definira izrazom (izvod dan u *prilogu I.1*):

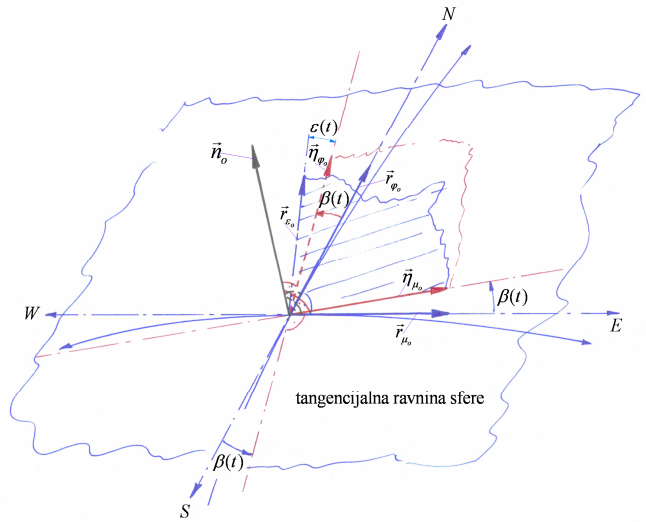
$$\cos\phi(t) = \left[\begin{array}{c} \sin[\delta(t)]\{\sin[\varphi(t)]\cos[\varepsilon(t)] - \cos[\beta(t)]\cos[\varphi(t)]\sin[\varepsilon(t)]\} + \\ +\cos[\delta(t)]\left(\begin{array}{c}\cos[\varphi(t)]\cos[\mu(t)]\cos[\varepsilon(t)] + \sin[\varepsilon(t)]\cdot \\ \cdot\{\cos[\beta(t)]\sin[\varphi(t)]\cos[\mu(t)] - \sin[\beta(t)]\sin[\mu(t)]\}\end{array}\right)\end{array}\right] \tag{3.80}$$

dok za sve horizontalno postavljene plohe prelazi u izraz:

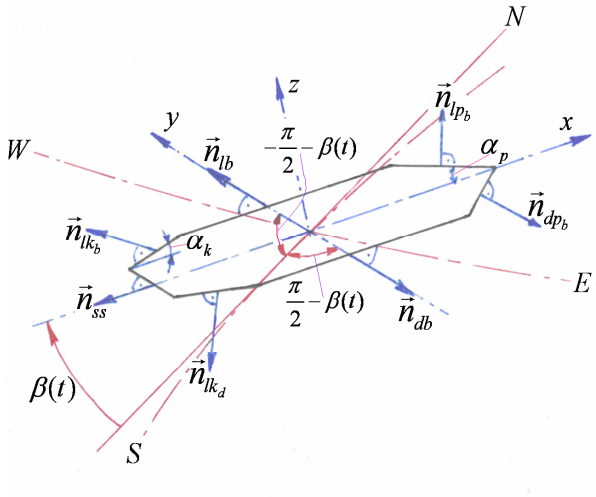
$$\cos\phi(t)_{\varepsilon=0} = \sin\Theta(t) \tag{3.81}$$

Za vertikalne površine $(\varepsilon = \pi/2)$ dobiva se nešto jednostavniji izraz:

$$\cos\phi(t)_v = -\sin[\delta(t)]\cos[\beta(t)]\cos[\varphi(t)] + \cos[\delta(t)]\{\cos[\beta(t)]\sin[\varphi(t)]\cos[\mu(t)] - \sin[\beta(t)]\sin[\mu(t)]\}) \tag{3.82}$$



Slika 3. 14 Skica sfernih vektora



Slika 3. 15 Normale brodskih ploha

Za boravka u luci, bilo ***i*** ili ***j,*** azimut *k-te* plohe netrimanog i nenagnutog broda, čiji vektor normale $\vec{n}_{k\beta}$ s pozitivnim smjerom osi *x* zatvara kut $\alpha_{k\beta}$, ovisan je o orijentaciji gata, pa je općenito (za triman i nagnut brod vidi *prilog I.2*):

$$\beta_{i,j} = -\beta_{g_{i,j}} - \pi + \alpha_{k_\beta} \tag{3.83}$$

dok je tijekom plovidbe iz ***i*** u ***j***,odnosno iz ***j*** u ***i*** definiran izrazima:

$$\beta(t)_{ij} = -\beta_b(t)_{ij} - \pi + \alpha_{k_\beta} = \alpha_{k_\beta} - \pi - \arcsin\left\{\cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i\right]\right\} \tag{3.84}$$

$$\beta(t)_{ji} = -\beta_b(t)_{ji} + \alpha_{k_\beta} = \alpha_{k_\beta} - \arcsin\left\{\cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j\right]\right\} \tag{3.85}$$

U posebnom slučaju kada se radi o plovidbi broda po odnosnoj ***paraleli***, $\beta_b(t)_{ij} = \pi/2$, za azimut *k-te* zračene brodske plohe tijekom plovidbe iz ***i*** u ***j***,odnosno iz ***j*** u ***i*** dobiva se:

$$\beta(t)_{ij} = -\beta_b(t)_{ij} - \pi + \alpha_{k_\beta} = -\frac{3\pi}{2} + \alpha_{k_\beta} \tag{3.86}$$

$$\beta(t)_{ji} = -\beta_b(t)_{ji} + \alpha_{k_\beta} = -\frac{\pi}{2} + \alpha_{k_\beta} \tag{3.87}$$

dok se u slučaju plovidbe broda po odnosnom ***meridijanu***, $\beta_b(t)_{ij} = \beta_b(t)_{ji} = 0$, azimuti *k-te* zračene brodske plohe definiraju izrazima:

$$\beta_k(t)_{ij} = -\pi + \alpha_{k_\beta} = -\pi + \alpha_{k_\beta} \tag{3.88}$$

$$\beta_k(t)_{ji} = \alpha_{k_\beta} \tag{3.89}$$

Uvrštavanjem odgovarajućih izraza u (3.80), za kosinus kuta između direktnog Sunčevog zračenja i proizvoljno orijentirane *k-te* ravne plohe brodskog nadvođa, za karakteristične operativne intervale broda dobiva se:

mirovanje u odredištima i, j

$$\cos\phi_k(t)_{i,j} = \left[\begin{array}{c} \sin\left(-\delta_o \cos\left\{\omega_G(t-t_0-\tilde{\tau}_{\delta_0}-\tau_{0_{i,j}}) + \sum_{k=1}^{2} k_k \sin\left[k\omega_G(t-t_0-\tau_{0_{i,j}})\right]\right\}\right)\cdot \\ \cdot\left(\sin\varphi_{i,j}\cos\varepsilon_{k_{i,j}} - \cos\beta_{i,j}\cos\varphi_{i,j}\sin\varepsilon_{k_{i,j}}\right) + \\ +\cos\left(-\delta_o \cos\left\{\omega_G(t-t_0-\tilde{\tau}_{\delta_0}-\tau_{0_{i,j}}) + \sum_{k=1}^{2} k_k \sin\left[k\omega_G(t-t_0-\tau_{0_{i,j}})\right]\right\}\right)\cdot \\ \cdot\left(\begin{array}{c} \cos\varphi_{i,j}\cos\left[\omega_z(t-\tau_{0_{i,j}}-12)-\mu_i\right]\cos\varepsilon_{k_{i,j}} + \sin\varepsilon_{k_{i,j}}\cdot \\ \left\{\begin{array}{c}\cos\beta_{i,j}\sin\varphi_{i,j}\cos\left[\omega_z(t-\tau_{0_{i,j}}-12)-\mu_{i,j}\right]- \\ -\sin\beta_{i,j}\sin\left[\omega_z(t-\tau_{0_{i,j}}-12)-\mu_{i,j}\right]\end{array}\right\}\end{array}\right)\end{array}\right] \tag{3.90}$$

Opći slučaj plovidbe*(vrijedi i za plovidbu po meridijanu)*

plovidba iz i u j

$$\cos\phi_k(t)_{ij} = \left(\begin{array}{c} \sin\left(-\delta_o \cos\left\{ \omega_G (t - t_o - \tilde{\tau}_{\delta_o}) + \sum_{k=1}^{2} k_k \sin\left[k\omega_G (t - t_o) \right] \right\} \right) \cdot \\ \cdot \left\{ \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cos\varepsilon_{k_{ij}} - \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \sin\varepsilon_{k_{ij}} \cos\left(\alpha_{k_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \right\} + \\ + \cos\left(-\delta_o \cos\left\{ \omega_G (t - t_o - \tilde{\tau}_{\delta_o}) + \sum_{k=1}^{2} k_k \sin\left[k\omega_G (t - t_o) \right] \right\} \right) \cdot \\ \cdot \left\{ \begin{array}{c} \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \cos\varepsilon_{k_{ij}} + \\ + \sin\varepsilon_{k_{ij}} \left[\begin{array}{c} \cos\left(\alpha_{k_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cdot \\ \cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \\ - \sin\left(\alpha_{k_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \cdot \\ \cdot \sin\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \end{array} \right] \end{array} \right\} \end{array} \right) \tag{3.91}$$

plovidba iz j u i

$$\cos\phi_k(t)_{ji} = \left(\begin{array}{c} \sin\left(-\delta_o \cos\left\{ \omega_G (t - t_o - \tilde{\tau}_{\delta_o}) + \sum_{k=1}^{2} k_k \sin\left[k\omega_G (t - t_o) \right] \right\} \right) \cdot \\ \cdot \left\{ \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \cos\varepsilon_{k_{ij}} - \cos\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \sin\varepsilon_{k_{ij}} \cos\left(\alpha_{k_\beta} - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) \right\} + \\ + \cos\left(-\delta_o \cos\left\{ \omega_G (t - t_o - \tilde{\tau}_{\delta_o}) + \sum_{k=1}^{2} k_k \sin\left[k\omega_G (t - t_o) \right] \right\} \right) \cdot \\ \cdot \left\{ \begin{array}{c} \cos\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \cos\varepsilon_{k_{ij}} \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) + \\ \sin\varepsilon_{k_{ij}} \left[\begin{array}{c} \cos\left(\alpha_{k_\beta} - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \\ \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) - \\ - \sin\left(\alpha_{k_\beta} - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) \\ \sin\left(\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) \end{array} \right] \end{array} \right\} \end{array} \right) \tag{3.92}$$

Specijalni slučaj plovidbe-plovidba po paraleli

plovidba iz i u j

$$\cos\phi_k(t)_{ij} = \left[\begin{array}{c} \sin\left(-\delta_o \cos\left\{ \omega_G (t - t_o - \tilde{\tau}_{\delta_o}) + \sum_{k=1}^{2} k_k \sin\left[k\omega_G (t - t_o) \right] \right\} \right) \left[\sin\varphi_i \cos\varepsilon_{k_{ij}} - \cos\varphi_i \sin\varepsilon_{k_{ij}} \cos\left(\alpha_{k_\beta} - 3\pi/2 \right) \right] + \\ + \cos\left(-\delta_o \cos\left\{ \omega_G (t - t_o - \tilde{\tau}_{\delta_o}) + \sum_{k=1}^{2} k_k \sin\left[k\omega_G (t - t_o) \right] \right\} \right) \left(\begin{array}{c} \cos\varphi_i \cos\left[\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_b(t)_{ij} \right] \cos\varepsilon_{k_{ij}} + \sin\varepsilon_{k_{ij}} \cdot \\ \cdot \left\{ \begin{array}{c} \cos\left(\alpha_{k_\beta} - 3\pi/2 \right) \sin\varphi_i \cos\left[\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_b(t)_{ij} \right] - \\ - \sin\left(\alpha_{k\beta} - 3\pi/2 \right) \sin\left[\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_b(t)_{ij} \right] \end{array} \right\} \end{array} \right) \end{array} \right] \tag{3.93}$$

plovidba iz j u i

$$\cos\phi_k(t)_{ji} = \left[\begin{array}{c} \sin\left(-\delta_o \cos\left\{ \omega_G (t - t_o - \tilde{\tau}_{\delta_o}) + \sum_{k=1}^{2} k_k \sin\left[k\omega_G (t - t_o) \right] \right\} \right) \left(\sin\varphi_{b_j} \cos\varepsilon_{k_{ji}} - \cos\varphi_{b_j} \sin\varepsilon_{k_{ji}} \cos\alpha_{k_\beta} \right) + \\ + \cos\left(-\delta_o \cos\left\{ \omega_G (t - t_o - \tilde{\tau}_{\delta_o}) + \sum_{k=1}^{2} k_k \sin\left[k\omega_G (t - t_o) \right] \right\} \right) \left(\begin{array}{c} \cos\varphi_{b_j} \cos\left[\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_b(t)_{ji} \right] \cos\varepsilon_{k_{ji}} + \sin\varepsilon_{k_{ji}} \cdot \\ \cdot \left\{ \begin{array}{c} \cos\alpha_{k_\beta} \sin\varphi_{b_j} \cos\left[\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_b(t)_{ji} \right] - \\ - \sin\alpha_{k_\beta} \sin\left[\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_b(t)_{ji} \right] \end{array} \right\} \end{array} \right) \end{array} \right] \tag{3.94}$$

Stvarna fizikalno ispravna vrijednost $\cos\phi_k(t)$ nad cjelokupnim vremenskim intervalom definira se izrazom:

$$\cos\phi_k(t)_F = \frac{1}{2}\cos\phi_k(t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\cos\phi_k(t)\right]\right\} \tag{3.95}$$

3.2.5 Određivanje sveukupno prispjelog zračenja na k-tu ravnu brodsku plohu

Za fizikalno ispravnu formulaciju direktnog Sunčevog zračenja tijekom neprekinutog vremenskog intervala vrijedi poopćeni izraz:

$$q_{d_k}(t)_F = \frac{1}{4}q_{d_k}(t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\sin\Theta(t)\right]\right\}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\cos\phi_k(t)\right]\right\} \tag{3.96}$$

Nadalje, za bilo koju *k-tu* izloženu površinu broda intenzitet sveukupno, prispjelog, zračenja danju definira se izrazom:

$$q_k(t) = q_d(t)\cos\phi_k(t) + q_{dif}(t)\frac{1+\cos\varepsilon_k}{2} + q_r(t)\frac{1-\cos\varepsilon_k}{2} \tag{3.97}$$

gdje je $q_r(t)$ s morske površine reflektirano sveukupno Sunčevo zračenje:

$$q_r(t) = \hat{r}_m(t)\left[q_d(t)\sin\Theta(t) + q_{dif}(t)\right] \tag{3.98}$$

Kako je difuzno Sunčevo zračenje $q_{dif}(t) = q_d(t)D(t)$, dok je $\hat{r}_m(t)$ faktor refleksije morske površine, nakon sređivanja izraz za gustoću sveukupnog Sunčevog zračenja na *k-tu* površinu poprima oblik:

$$q_k(t) = q_d(t)\left\{\cos\phi_k(t) + \frac{1}{2}\sin\Theta(t)(1-\hat{\alpha}_m)(1-\cos\varepsilon_k) + \frac{1}{2}D(t)\left[2+\hat{\alpha}_m(\cos\varepsilon_k-1)\right]\right\} \tag{3.99}$$

gdje je $\hat{\alpha}_m(t)$ apsorpcijski faktor morske površine, prema aproksimativnom izrazu:

$$\hat{\alpha}_m(t) = 1-\hat{r}_m(t) = 0,95\sin\Theta(t) \tag{3.100}$$

Fizikalno ispravna formulacija za sveukupno prispjelo Sunčevo zračenje na *k-tu* brodsku plohu glasi:

$$q_k(t) = \frac{1}{4}q_d(t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\sin\Theta(t)\right]\right\}\begin{pmatrix}\cos\phi_k(t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\cos\phi_k(t)\right]\right\} + (1-\cos\varepsilon_k)\cdot \\ \cdot(1-\hat{\alpha}_m)\sin\Theta(t) + D(t)\left[2+\hat{\alpha}_m(\cos\varepsilon_k-1)\right]\end{pmatrix} \tag{3.101}$$

odnosno nakon supstituiranja sadržanih veličina:

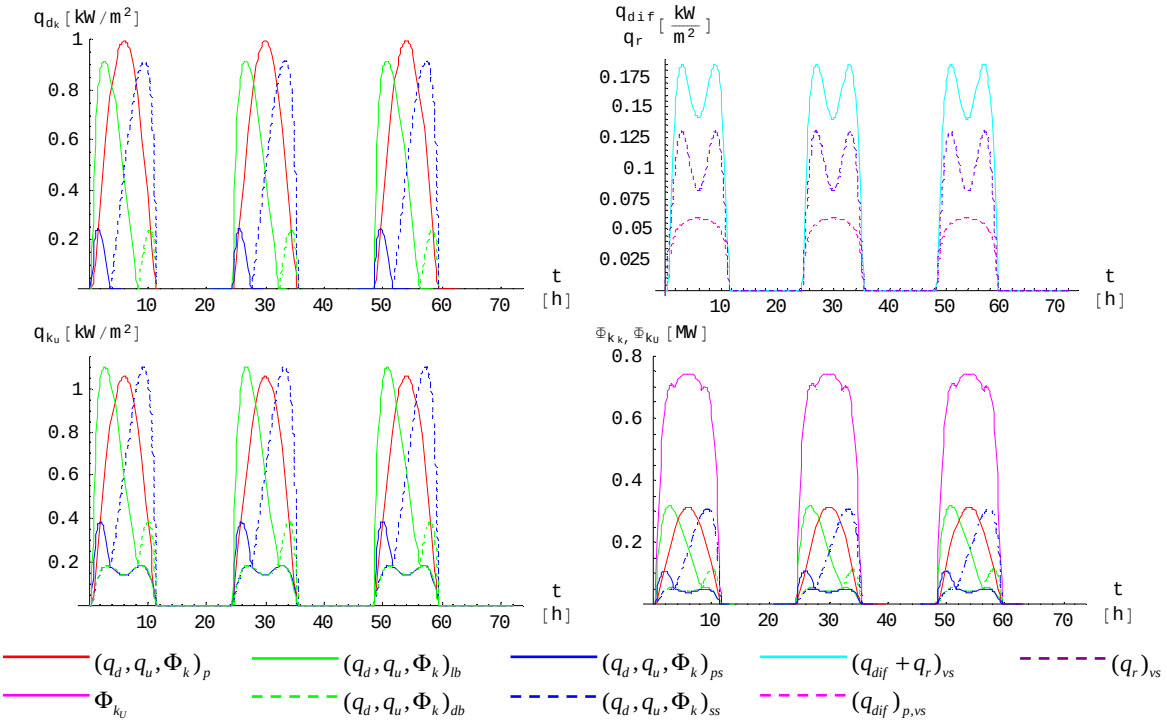
$$q_k(t) = \frac{q_{d_o}(\varphi,t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\sin\Theta(t)\right]\right\}}{4\exp\left[B(t)\csc\Theta(\varphi,t)\right]}\begin{pmatrix}\cos\phi_k(t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\cos\phi_k(t)\right]\right\} + \sin\Theta(t)(1-\cos\varepsilon_k)\cdot \\ \cdot\left[1-0,95\sin\Theta(t)\right] + D(t)\left[2+0,95\sin\Theta(t)(\cos\varepsilon_k-1)\right]\end{pmatrix} \tag{3.102}$$

U odnosu na nailazeće Sunčevo zračenje, svaka adijatermna, u odnosu na dugovalno toplinsko zračenje, kategorizirana siva površina karakterističnog emisijskog faktora ε_s, pokazuje karakter površine obojenog tijela s karakterističnim apsorpcijskim faktorom $\hat{\alpha}_{s_k}$, pa ista apsorbira samo jedan dio sveukupno prispjelog Sunčevog zračenja, odnosno:

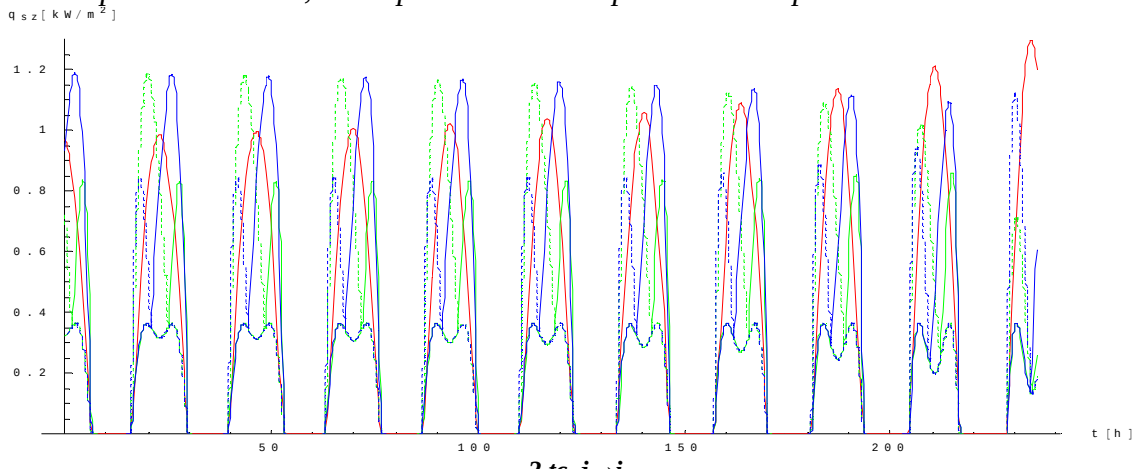
$$q_{k_a} = \hat{\alpha}_{s_k}q_k(t) \tag{3.103}$$

Uvrštavanjem karakterističnih geometrijskih vrijednosti brodskih nastambi, u odgovarajuće izraze za direktno, difuzno i od mora reflektirano Sunčevo zračenje, tijekom boravka broda u specificiranim odredištima, a uz pretpostavku potpuno vedrih dana, dobivaju se funkcijske ovisnosti za gustoću komponenti Sunčevog zračenja, kao i za ukupno kratkovalno zračenje, kako to ilustrira priložena *slika 3.16.*

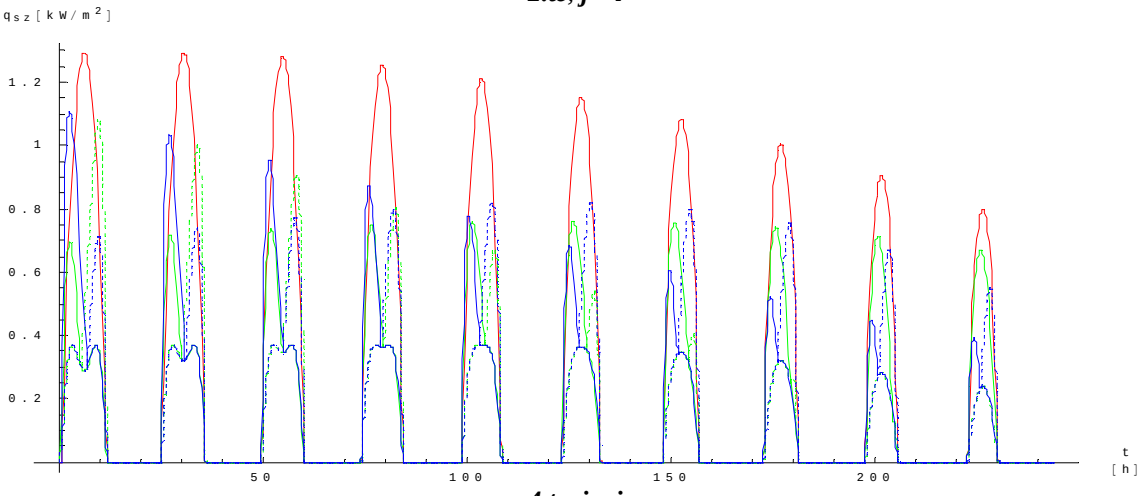
Tijekom plovidbe broda između konačnih odredišta za potpuno vedrih dana zamjetna je intenzivnija promjena sveukupno prispjelog Sunčevog zračenja na karakteristične brodske plohe, kako to ilustriraju priložene slike *3.17* i *3.18* tijekom plovidbe broda iz ***i*** u ***j***, i obrnuto.



Slika 3.16 Gustoće direktnog, difuznog i reflektiranog Sunčevog zračenja za karakteristične plohe nastamba, te ukupno dozračeni toplinski tok na plohe nastamba

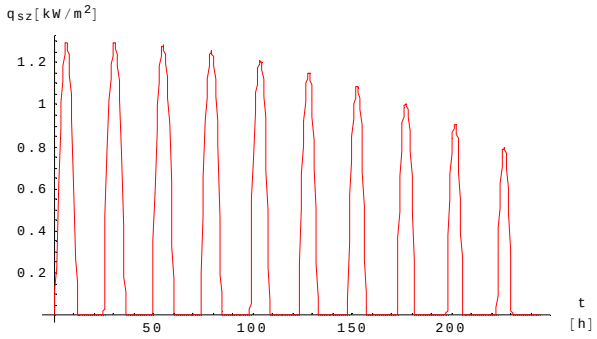


2.tc, j→i

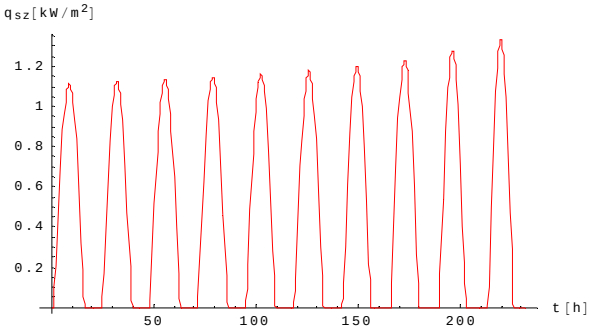


4.tc, i→j

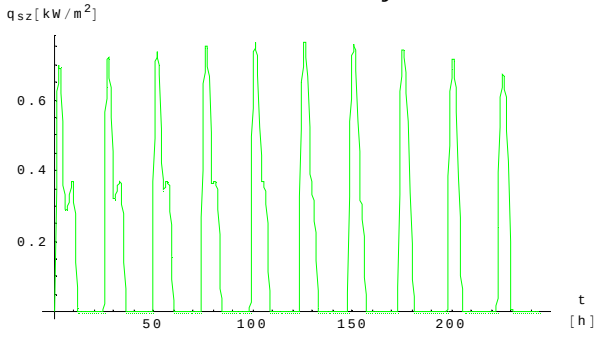
Slika 3.17 Zajednički prikaz gustoća ukupnog Sunčevog zračenja na karakteristične plohe nastamba



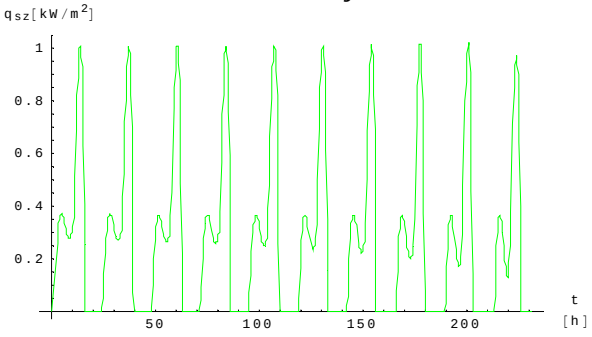
*Paluba **1.tc**, **i→j***



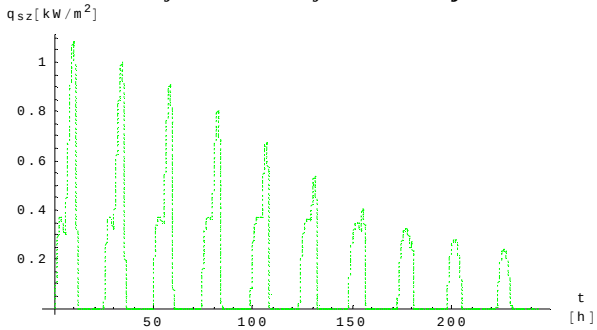
*Paluba **1.tc**, **j→i***



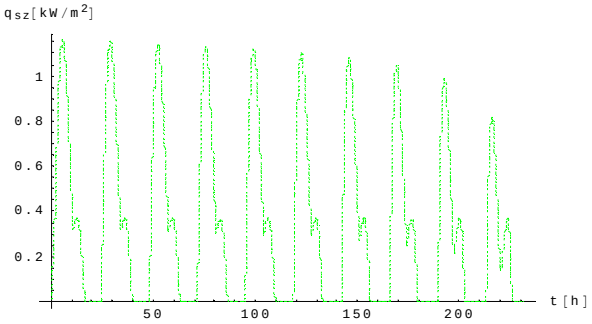
*Lijeva bočna stijena **1.tc**, **i→j***



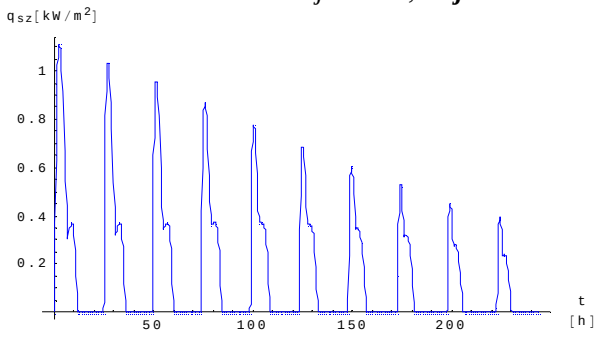
*Lijeva bočna stijena **1.tc**, **j→i***



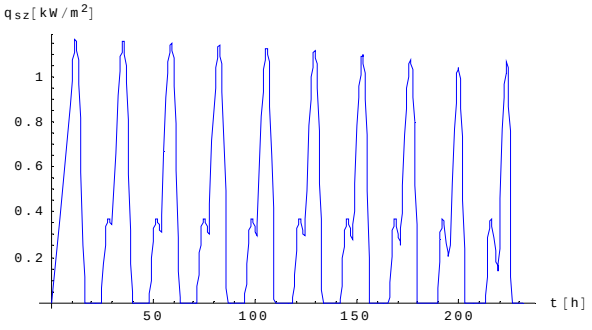
*Desna bočna stijena **1.tc**, **i→j***



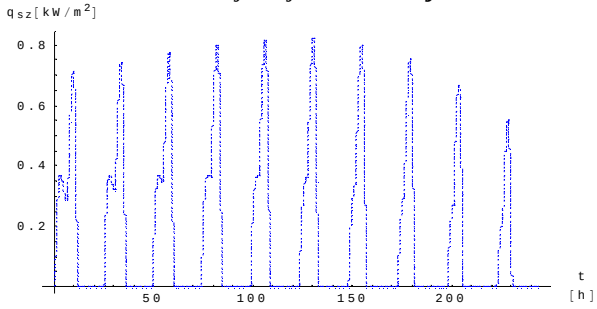
*Desna bočna stijena **1.tc**,**j→i***



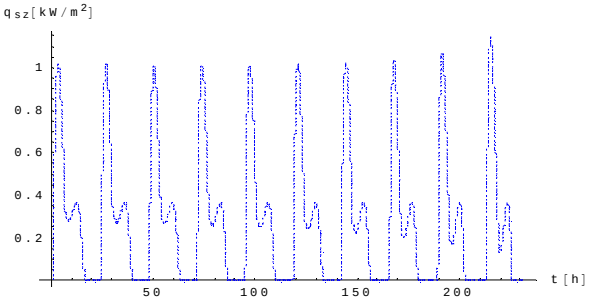
*Prednja stijena **1.tc**, **i→j***



*Prednja stijena **1.tc**,**j→i***



*Stražnja stijena **1.tc**, **i→j***



*Stražnja stijena **1.tc**, **j→i***

Slika 3.18 Zasebni prikaz gustoća ukupnog Sunčevog zračenja na karakteristične plohe nastamba

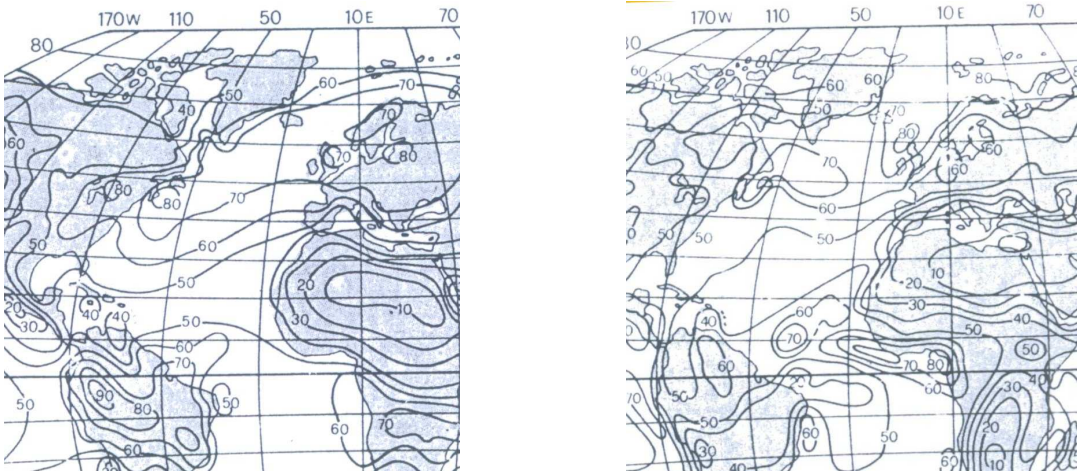
3.3 Simulacija naoblake

Za definiranu plovidbenu ruta broda, očitavanjem dovoljnog broja odgovarajućih podataka, raspoloživih iz meteorološko-oceanografskih mjerenja, moguće je postaviti prikladnu matematičku formulaciju kojom se sa zadovoljavajućom točnošću aproksimira izmjerene podatke.

Odabiranje najprikladnije matematičke formulacije za razmatrane veličine predstavlja svojevrstan intuitivan proces gdje se već prema obrisima skiciranih jedno-dimenzijskih krivulja inicira moguća matematička zakonitost. Tako su primjerice gotovo sve skalarne i vektorske veličine okružja opisane odgovarajućim produktima redova trigonometrijskih funkcija s konačnim, razmjerno malim brojem kosinusnih i sinusnih članova.

Stvarno Sunčevo zračenje uvjetovano je stanjem naoblake, jer oblaci bez obzira na vrstu i visinu dobrim dijelom prigušuju iznos Sunčevog zračenja kada se nađu između Sunca i razmatrane površine izložene zračenju. Iako je hladan zrak na visokim zemljopisnim širinama siromašniji vodenom parom od toplog zraka u ekvatorskom pojasu, zahvaljujući prevladavajućim slojastim oblacima stratusnog tipa (*stratiformni oblaci*) koji zastiru gotovo cijelo nebo te se dugo zadržavaju, upravo maksimum naoblake i nastupa na tim širinama.

U ekvatorskom pojasu prevladavaju gomilasti oblaci kumulusnog tipa (*kumuliformni oblaci*), koji ne zastiru cijelo nebo, dok se na *konjskim širinama* uslijed pojasa visokog tlaka, zrak spušta onemogućujući stvaranje oblaka, pa tamo upravo i nastupa minimum naoblake.



a) ***b)***

Slika 3.19 Karta izonefa sjevernog Atlantika za: a) siječanj i b) srpanj

Uobičajeno je naoblaku izražavati u postocima zastrtog neba, kako to primjerice ilustrira priložena *slika 3.19* koja prikazuje karte *izonefa* za siječanj i srpanj nad sjevernim Atlantikom. *Izonefe* su linije koje spajaju mjesta jednake srednje naoblake, pri čemu brojevi na njima naznačuju srednju naoblaku određenog mjeseca u postocima zastrtog neba.

Temeljem karte izonefa nad određenim zemljopisnim područjem može se pristupiti izradi matematičkog modela kojim se opisuje zastrtost neba oblacima, pri čemu ista predstavlja odnos između perioda trajanja naoblake i prosudbenog vremenskog perioda koji može biti jednodnevni, višednevni ili tjedni što pak ovisi o godišnjem i dnevnom hodu naoblake.

Pretpostavljajući, u svrhu pojednostavnjenjima, da je prosudbeni period hoda naoblake konstantan za bilo koju zemljopisnu širinu i doba godine, za odnos između ukupnog vremena zasjenjenja i prosudbenog perioda dobiva se:

$$\frac{\tau_{ob}(t)}{\tau_{po}} = \Gamma(\varphi,t) = \frac{\gamma_{ob}(\varphi,t)}{2\pi} \tag{3.104}$$

gdje je $\Gamma(\varphi,t)$ aproksimativna funkcijska ovisnost zastrtosti neba ovisno o solarnom dobu godine i zemljopisnoj širini definiranoj plovidbenom rutom.

Temeljem raspoloživih podataka iz karti izonefa zastrtost neba naoblakom jako se dobro aproksimira umnoškom redova trigonometrijskih funkcija sa razmjerno malim brojem članova kako slijedi:

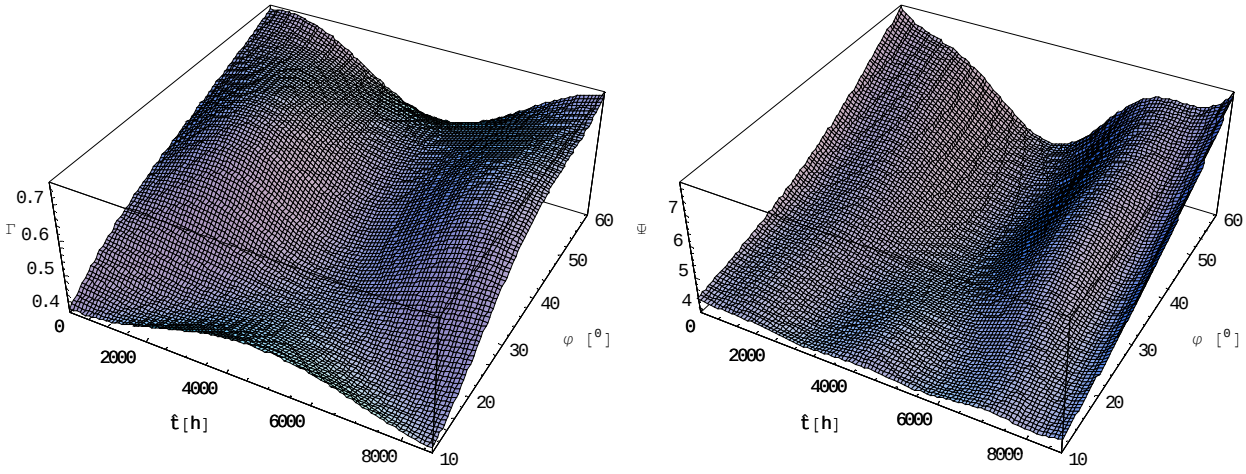
plovidba broda iz i u j odnosno iz j u i

$$\Gamma(\varphi_b,t)_{ij,ji}=\sum_{k_{\Gamma\varphi}=0}^{n_{\Gamma\varphi}}\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}\left\{A_{k_{\Gamma\varphi}}\sin\left[k_{\Gamma\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{\Gamma\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\Gamma_t}}\sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\right]\right\} \qquad (3.105)$$

dok se za fiksnu zemljopisnu lokaciju (krajnja odredišta ***i*** i ***j***) izrazi nešto pojednostavnjuju:

odredišta i i j

$$\Gamma(t)_{(\varphi_{i,j},\mu_{i,j})}=\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}A_{k_{\Gamma_t}}\sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{0_{i,j}})+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\right] \qquad (3.106)$$

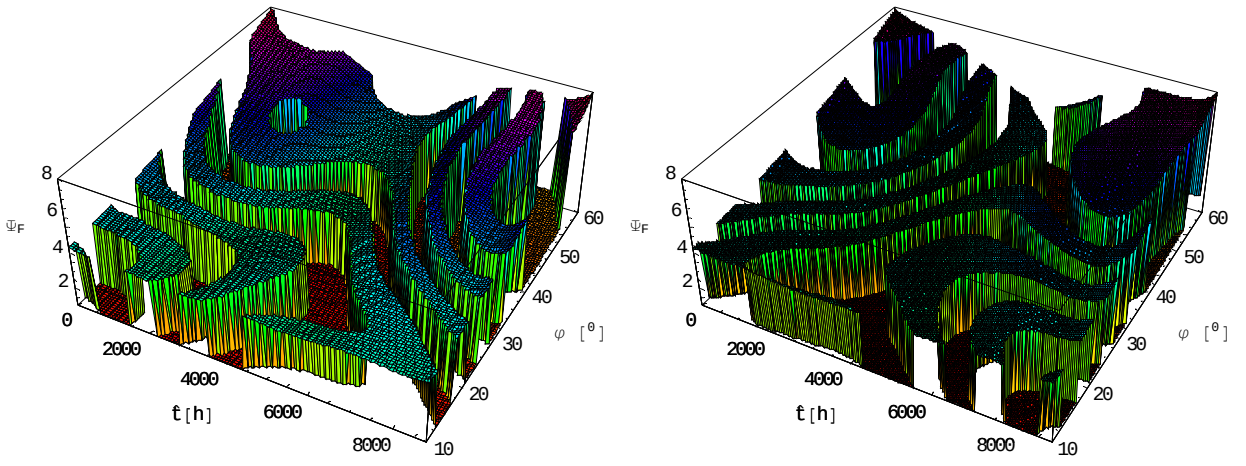


Slika 3.20 Zastrtost neba oblacima i teorijsko prigušenje naoblake

Kako na višim zemljopisnim širinama prevladavaju stratiformni oblaci koji su deblji, a na manjim zemljopisnim širinama kumuliformni koji su tanji, a kojima je zajedničko da im je tijekom zime u odnosu na ljeto debljina povećana, faktor ekvivalentnog prigušenja Sunčevog zračenja može se definirati aproksimativnom funkcijskom ovisnošću kako slijedi:

plovidba broda iz i u j (*odnosno plovidba broda iz* ***j*** *u* ***i)***

$$\Psi(\varphi_b,t)_{ij,ji}=\sum_{k_{\Psi\varphi}=0}^{n_{\Psi\varphi}}\sum_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}}\left\{A_{k_{\Psi\varphi}}\sin\left[k_{\Psi\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{\Psi\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\Psi_t}}\sin\left[k_{\Psi_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{\Psi_t}}\right]\right\} \qquad (3.107)$$



Slika 3.21 Stvarno ekvivalentno prigušenje za $\tau_{po}=240\,h$ *i* $\tau_{po}=480\,h$

dok se za fiksnu zemljopisnu lokaciju (krajnja odredišta ***i*** i ***j***) izrazi nešto pojednostavnjuju:

odredište i i j

$$\Psi(t)_{(\varphi_{i,j},\mu_{i,j})} = \sum_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}} A_{k_{\Psi_t}} \sin\left[k_{\Psi_t}\omega_G(t+\tau_{0_{i,j}})+\gamma_{k_{\Psi_t}}\right] \tag{3.108}$$

Temeljem definiranog prosudbenog perioda τ_{po}, dobiva se matematički model ekvivalentnog prigušenja naoblake:

$$\Psi_F(\varphi_b,t) = \frac{1}{2}\Psi(\varphi_b,t)\left[1+\operatorname{sgn}\left(\omega_{po}\left\{t+\tau_0-\tau_{po}\Gamma(\varphi_b,t)\right\}\right)\right]+\frac{1}{2}\left[1-\operatorname{sgn}\left(\omega_{po}\left\{t+\tau_0-\tau_{po}\Gamma(\varphi_b,t)\right\}\right)\right] \tag{3.109}$$

gdje je ω_{po} kružna frekvencija prosudbenog perioda τ_{po} prema izrazu:

$$\omega_{po} = 2\pi/\tau_{po} \tag{3.110}$$

Uvrštavanjem odgovarajućih izraza za $\Gamma(\varphi_b,t)$ i $\Psi(\varphi_b,t)$, u (3.109), dobiva se za karakteristične operativne podintervale transportnog ciklusa broda kako slijedi:

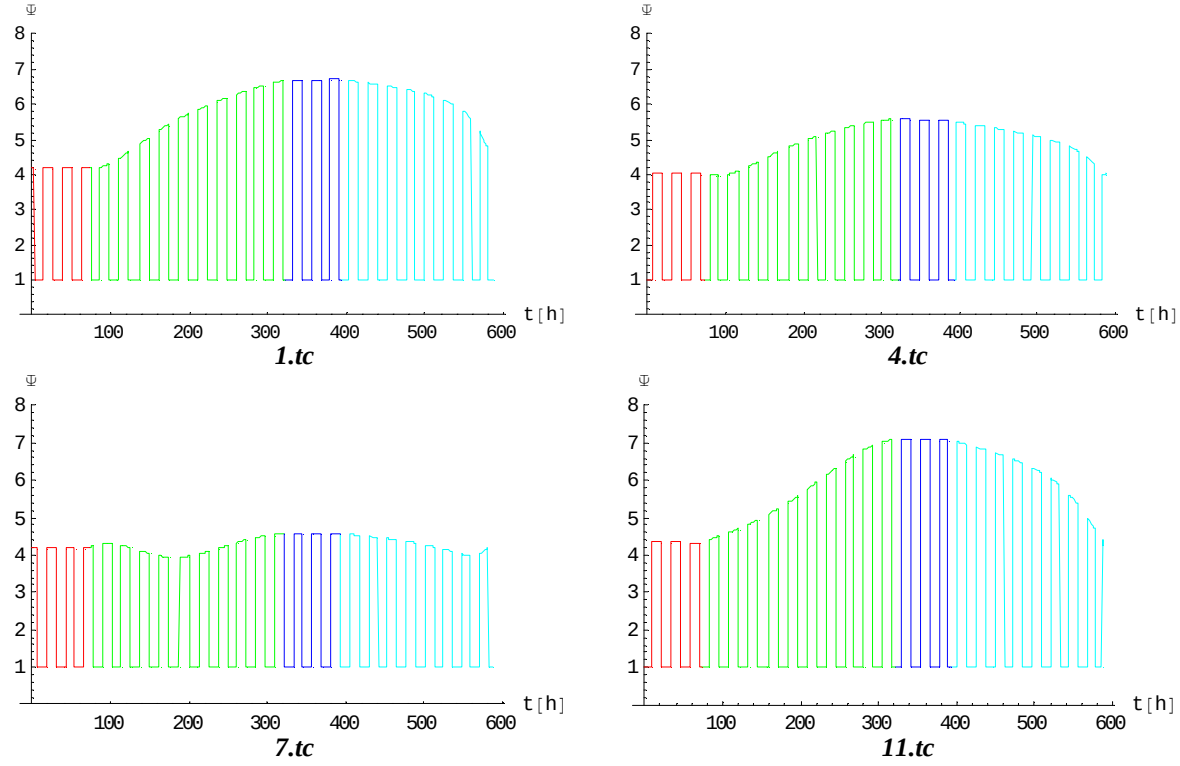
plovidba broda iz i u j odnosno iz j u i

$$\Psi_F(\varphi_b,t)_{ij,ji} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{l}\left(1+\operatorname{sgn}\left\{\omega_{po}\left[t+\tau_{0_{ij,ji}}-\tau_{po}\left(\sum_{k_{\Gamma_\varphi}=0}^{n_{\Gamma_\varphi}}\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}\left\{A_{k_{\Gamma_\varphi}}\sin\left[k_{\Gamma_\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{\Gamma_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\Gamma_t}}\sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\right]\right\}\right)\right]\right\}\right)\cdot \\ \cdot\sum_{k_{\Psi_\varphi}=0}^{n_{\Psi_\varphi}}\sum_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}}\left\{A_{k_{\Psi_\varphi}}\sin\left[k_{\Psi_\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{\Psi_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\Psi_t}}\sin\left[k_{\Psi_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{\Psi_t}}\right]\right\}+ \\ +\left(1-\operatorname{sgn}\left\{\omega_{po}\left[t+\tau_{0_{i,j}}-\tau_{po}\left(\sum_{k_{\Gamma_\varphi}=0}^{n_{\Gamma_\varphi}}\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}\left\{A_{k_{\Gamma_\varphi}}\sin\left[k_{\Gamma_\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{\Gamma_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\Gamma_t}}\sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\right]\right\}\right)\right]\right\}\right)\end{array}\right] \tag{3.111}$$

odredište i ili j

$$\Psi_F(\varphi_b,t)_{i,j} = \frac{1}{2}\left[\begin{array}{l}\left(1-\sum_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}}\left\{\tilde{A}_{k_{\Psi_t}}\sin\left[k_{\Psi_t}\omega_G(t+\tau_{0_{i,j}})+\gamma_{k_{\Psi_t}}\right]\right\}\right)-\left(1-\sum_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}}\left\{\tilde{A}_{k_{\Psi_t}}\sin\left[k_{\Psi_t}\omega_G(t+\tau_{0_{i,j}})+\gamma_{k_{\Psi_t}}\right]\right\}\right)\cdot \\ \cdot\operatorname{sgn}\left[\omega_{po}\left(t+\tau_{0_{i,j}}-\tau_{po}\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}\left\{\tilde{A}_{k_{\Gamma_t}}\sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{0_{i,j}})+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\right]\right\}\right)\right]\end{array}\right] \tag{3.112}$$

kako to za karakteristične transportne cikluse broda ilustrira priložena *slika 3.22*.



Slika 3.22 Ekvivalentno prigušenje tijekom karakterističnih transportnih ciklusa broda

Uzimajući u obzir ekvivalentno prigušenje uslijed naoblake, temeljem izraza (3.51) direktno Sunčevo zračenje koje pogađa tangencijalnu ravninu sfere definira se izrazom:

$$q_{d_s}(t)=\frac{q_{d_o}(\varphi,t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\sin\Theta(t)\right]\right\}}{2\exp\left[\Psi_F(\varphi,t)B(t)\csc\Theta(\varphi,t)\right]} \tag{3.113}$$

dok se temeljem izraza (3.102), za ukupno Sunčevo zračenje na *k-tu* brodsku plohu bilo za vedra ili oblačna dana dobiva:

$$q_k(t)=\frac{q_{d_o}(\varphi,t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\sin\Theta(t)\right]\right\}}{4\exp\left[\Psi_F(\varphi,t)B(t)\csc\Theta(\varphi,t)\right]}\left(\begin{array}{c}\cos\phi_k(t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\cos\phi_k(t)\right]\right\}+\sin\Theta(t)\left[1-0,95\sin\Theta(t)\right]\cdot\\ \cdot(1-\cos\varepsilon_k)+D(t)\left[2+0,95\sin\Theta(t)(\cos\varepsilon_k-1)\right]\end{array}\right) \tag{3.114}$$

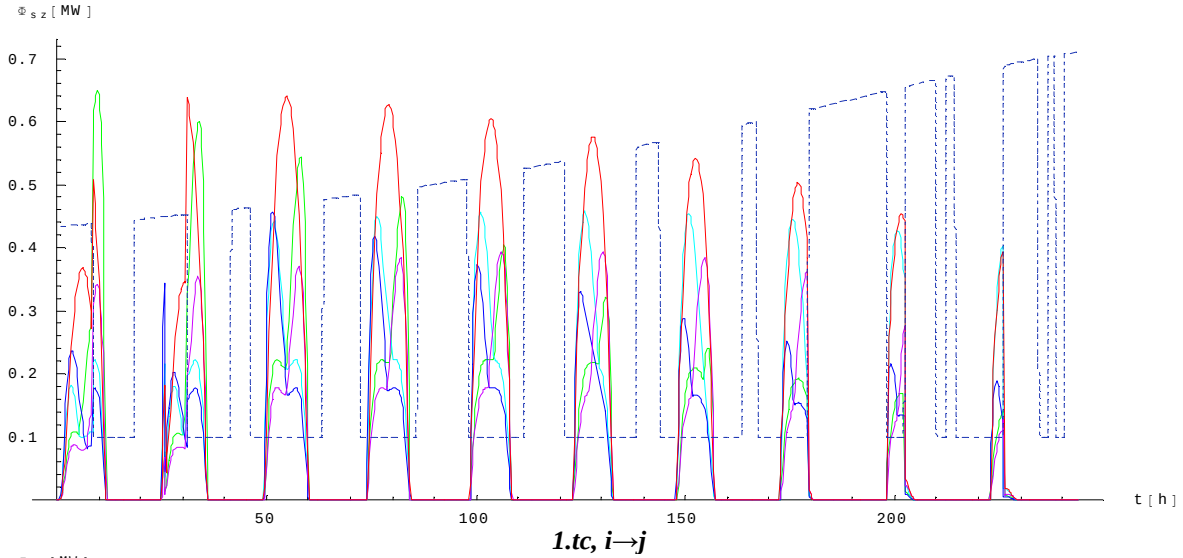
Korištenjem sadržanih funkcijskih ovisnosti za karakteristične intervale transportnog ciklusa broda dobivaju se konačni izrazi kako slijedi (razvijeni izrazi su dani u *prilogu I.3*):

odredišta i, j

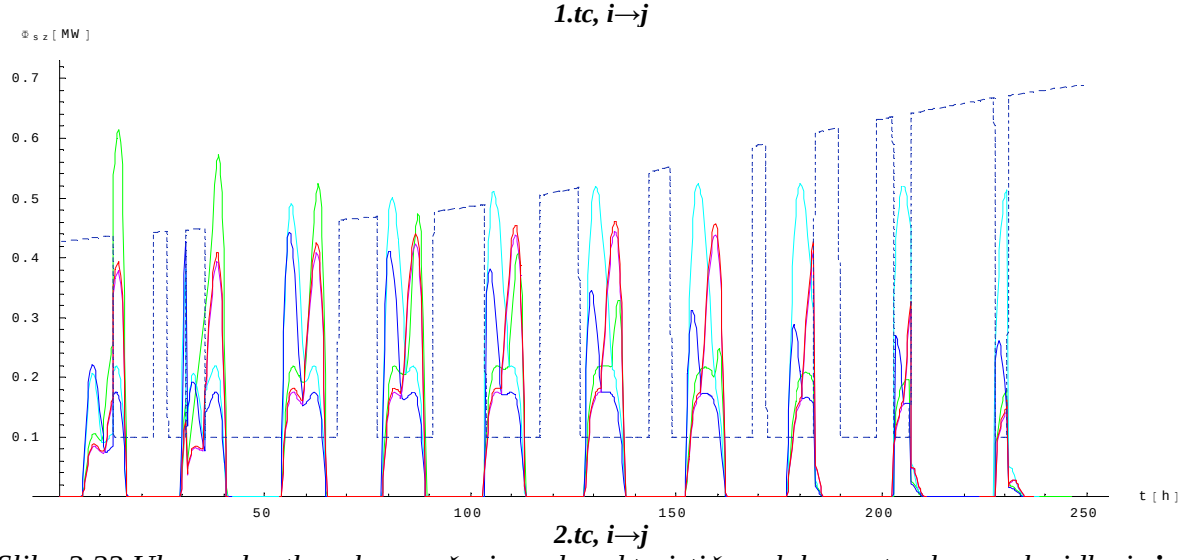
$$q_k(t)_{i,j}=\frac{q_{d_o}(\varphi,t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\sin\Theta(t)_{i,j}\right]\right\}}{4\exp\left[-\Psi_F(\varphi,t)_{i,j}B(t)_{i,j}\csc\Theta(\varphi,t)_{i,j}\right]}\left(\begin{array}{c}\cos\phi_k(t)_{i,j}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\cos\phi_k(t)_{i,j}\right]\right\}+\sin\Theta(t)_{i,j}\left[1-0,95\sin\Theta(t)_{i,j}\right]\cdot\\ \cdot(1-\cos\varepsilon_{k_{i,j}})+D(t)_{i,j}\left[2+0,95\sin\Theta(t)_{i,j}(\cos\varepsilon_{k_{i,j}}-1)\right]\end{array}\right) \tag{3.115}$$

plovidba broda iz i u j odnosno iz j u i

$$q_k(t)_{ij,ji}=\frac{q_{d_o}(\varphi,t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\sin\Theta(t)_{ij,ji}\right]\right\}}{4\exp\left[-\Psi_F(\varphi,t)_{ij,ji}B(t)_{ij,ji}\csc\Theta(\varphi,t)_{ij,ji}\right]}\left(\begin{array}{c}\cos\phi_k(t)_{ij,ji}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\cos\phi_k(t)_{ij,ji}\right]\right\}+\sin\Theta(t)_{ij,ji}\left[1-0,95\sin\Theta(t)_{ij,ji}\right]\cdot\\ \cdot(1-\cos\varepsilon_{k_{ij,ji}})+D(t)_{ij,ji}\left[2+0,95\sin\Theta(t)_{ij,ji}(\cos\varepsilon_{k_{ij,ji}}-1)\right]\end{array}\right) \tag{3.116}$$

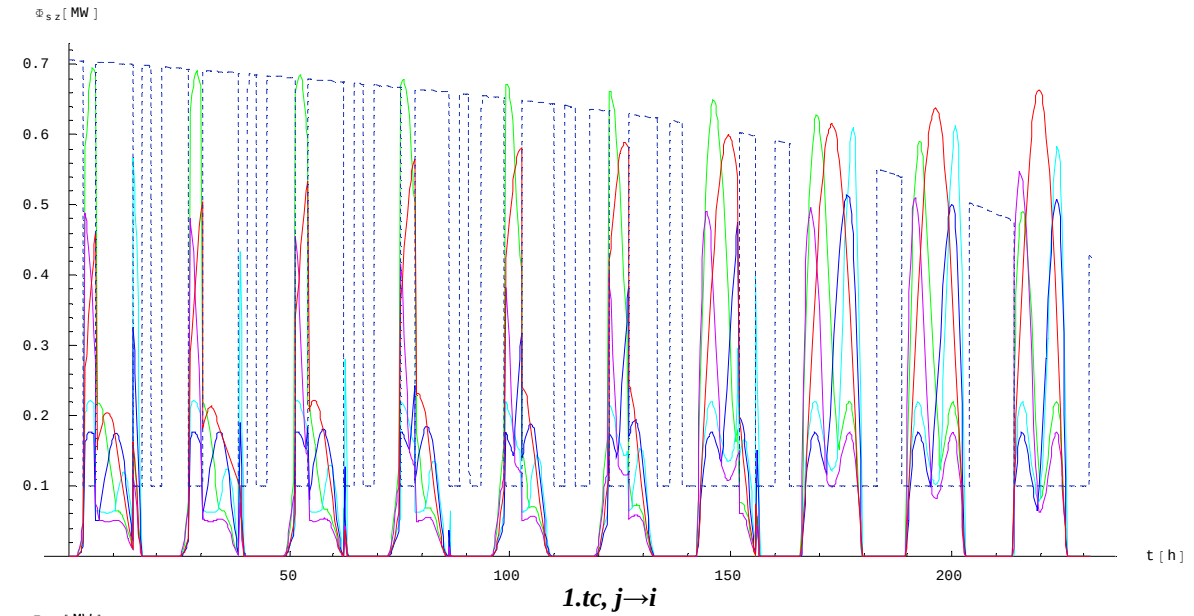


1.tc, i→j

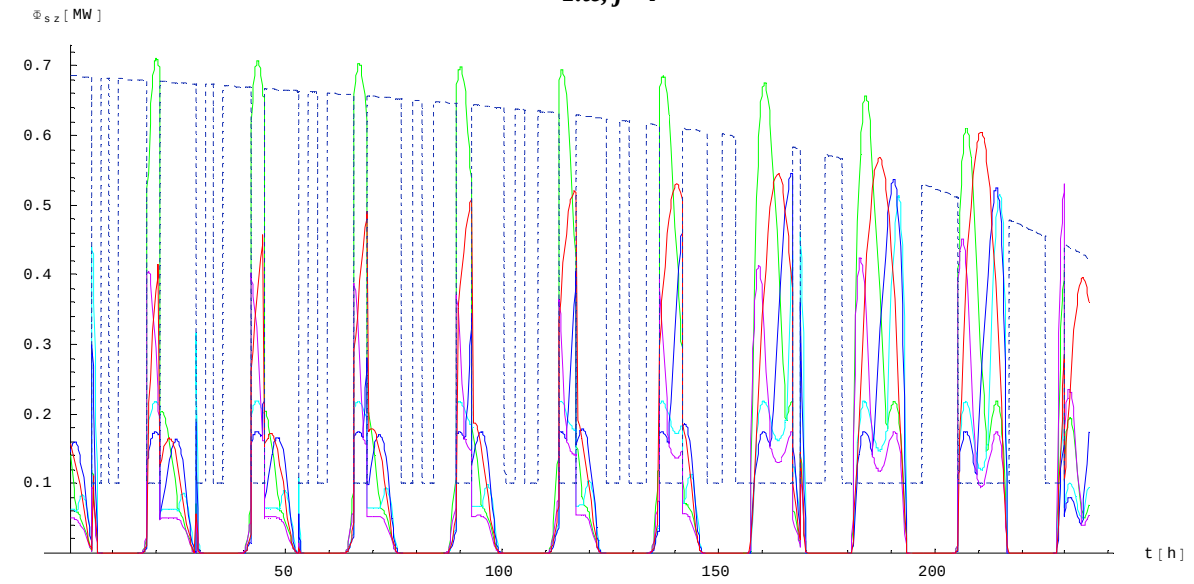


2.tc, i→j

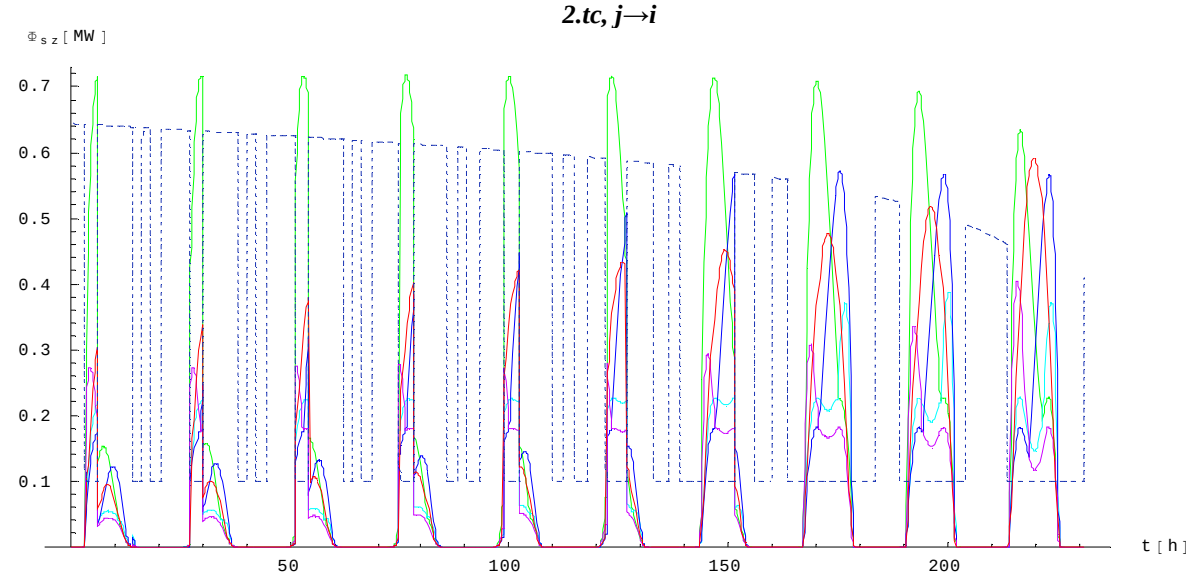
*Slika 3.23 Ukupno kratkovalno zračenje na karakteristične plohe nastamba za plovidbe iz **i** u **j***



1.tc, j→i



2.tc, j→i



3.tc, j→i

paluba *L. bočna stije.* *D. boč. stije.* *P. stijena* *S. stijena* $\Psi_F(t)_{ij,ji}$

*Slika 3.24 Ukupno kratkovalno zračenje na karakteristične plohe nastamba za plovidbe iz **j** u **i***

3.4 Dugovalno zračenje neba i morske površine

Osim kratkovalnog Sunčevog zračenja, prisutno je cjelodnevno (i danje i noćno), dugovalno zračenje neba (atmosfera), te se emitirani iznos istog definira izrazom:

$$q_a(t) = \hat{\varepsilon}_a(t)\sigma T_a^4(t) \tag{3.117}$$

Gdje $\hat{\varepsilon}_a(t)$ emisijski faktor atmosfere koja se prema *Bnutu* definira izrazom, lit.[11]:

$$\hat{\varepsilon}_a(t) = 0,55 + 1,8\sqrt{p_d / p} \tag{3.118}$$

ili prema *Berdhal & Frombergu*, prema izrazima, lit.[11]:

noć $$\hat{\varepsilon}_a(t)_n = 0,741 + 0,0062\,\vartheta_R \tag{3.119}$$

dan $$\hat{\varepsilon}_a(t)_d = 0,727 + 0,006\,\vartheta_R \tag{3.120}$$

U navedenim izrazima p_d je parcijalni tlak vodene pare, dok je p atmosferski tlak, te je ϑ_R temperatura rošenja
vodne pare u vlažnom uzduhu. Tako se za bilo koju *k-tu* brodsku plohu za gustoću izmijenjenog toplinskog toka dugovalnim zračenjem s nebom može pisati:

$$q_{a_k}(t) = \sigma\left[\hat{\varepsilon}_a(t)T_a^4(t) - \hat{\varepsilon}_{s_k}T_{s_k}^4(t)\right]\frac{1+\cos\varepsilon_k}{2} \tag{3.121}$$

odnosno za gustoću izmijenjenog toplinskog toka dugovalnim toplinskim zračenjem s morem:

$$q_{m_k}(t) = \sigma\left[\hat{\varepsilon}_m(t)T_m^4(t) - \hat{\varepsilon}_{s_k}T_{s_k}^4(t)\right]\frac{1-\cos\varepsilon_k}{2} \tag{3.122}$$

gdje su $T_o(t)$, $T_m(t)$ i $T_{s_k}(t)$ apsolutne temperature atmosfere, morske površine i površine *k-te* brodske plohe odgovarajuće, dok su $\hat{\varepsilon}_a$, $\hat{\varepsilon}_m$ i $\hat{\varepsilon}_{s_k}$ odgovarajući emisijski faktori.

Zbrajanjem izraza (3.121) i (3.122) za dugovalnim zračenjem ukupno izmijenjenu gustoću toplinskog toka između *k-te* ravne brodske plohe i okruženja dobiva se:

$$q_{k_{dam}}(t) = \frac{1}{2}\sigma\left[\hat{\varepsilon}_a(t)\left(1+\cos\varepsilon_k\right)T_a^4(t) + \hat{\varepsilon}_m(t)\left(1-\cos\varepsilon_k\right)T_m^4(t) - 2\hat{\varepsilon}_{s_k}T_{s_k}^4(t)\right] \tag{3.123}$$

gdje je ukupna gustoća dugovalnog zračenja iz okružja:

$$q_{a,m_e}(t) = \frac{1}{2}\sigma\left[\hat{\varepsilon}_a(\varphi,\vartheta_a)(1+\cos\varepsilon_k)T_a^4(t) + \hat{\varepsilon}_m(1-\cos\varepsilon_k)T_m^4(t)\right] \tag{3.124}$$

dok je gustoća dugovalnog zračenja s *k-te* brodske plohe:

$$q_{k_d}(t) = \sigma\,\hat{\varepsilon}_{s_k}T_{s_k}^4(t) \tag{3.125}$$

Za ukupnu gustoću apsorbiranog, cjelodnevnog dugovalnog i danjeg kratkovalnog zračenja na *k-toj* brodskoj površini, može se pisati:

$$q_{za_{k_{tot}}}(t) = \hat{\alpha}_{s_k}q_{k_k}(t) + \hat{\varepsilon}_{s_k}q_{k_{dam}}(t) \tag{3.126}$$

gdje je $\hat{\alpha}_{s_k}$ apsorpcijski faktor *k-te* brodske plohe za kratkovalno Sunčevo zračenje.

3.5 Definiranje temperature zraka

Za bilo koju zemljopisnu lokaciju definiranu s odgovarajućom širinom φ_l i duljinom μ_l, zamjetna je kako sezonska, tako i dnevna promjenljivost temperatura mora $\vartheta_m(t)$ i zraka $\vartheta_z(t)$. Zbog cijelog niza procesa u atmosferi i Sunčevom planetarnom sustavu, temperaturni iznosi se rasprostiru u rasponu vrijednosti između minimalno i maksimalno zabilježenih sezonskih temperatura.

Iako je temperatura atmosfere ponajviše uvjetovana Sunčevim zračenjem čiji je energijski doprinos energijskoj ravnoteži Zemlje nemjerljiv sa svim ostalim energijskim doprinosima generiranim na samoj Zemlji, zbog toplinskog kapaciteta Zemlje i pripadajućeg joj atmosferskog omotača, niti dnevni, niti godišnji temperaturni minimumi (maksimumi) nisu istodobni s minimalnom (maksimalnom) dnevnom, odnosno godišnjom insolacijom.

Naprotiv, zbog toplinskog kapaciteta Zemlje i atmosferskog omotača, zamjetno je zaostajanje dnevnog i godišnjeg temperaturnog minimuma (maksimuma) u odnosu na solarnu ponoć (podne), odnosno, u odnosu na zimski (ljetni) solsticij. Tako za izvantropska područja maksimalna dnevna temperatura nastupa tek nekoliko sati nakon podne, dok maksimalna godišnja srednje-dnevna temperatura nastupa čak mjesec dana iza ljetnog solsticija, odnosno minimalna za mjesec dana nakon zimskog solsticija.

Slijedom navedenog, može se vremenska ovisnost temperature okolišnjeg zraka $\vartheta_z(\hat{t})$, za određenu zemljopisnu lokaciju $\boldsymbol{i}(\varphi_l, \mu_l)$ definirati izrazom:

$$\vartheta_z(\hat{t})_{\varphi_i,\mu_i} = \vartheta_{z_g}(\hat{t})_i + \frac{1}{2}\Delta\vartheta_{z_m}(\hat{t})_i \sin(\omega_{K_i}\hat{t}) - \frac{1}{2}\Delta\vartheta_{z_d}(\hat{t})_i \cos(\omega_z\hat{t} - \gamma_{\vartheta_i} - \mu_i) \tag{3.127}$$

gdje je: $\omega_z = 2\pi/\tau_d$ -kružna frekvencija Zemlje oko vlastite rotacijske osi, $\omega_{K_i} = 2\pi/\tau_{m_i}$ -kružna frekvencija atmosferske kolebljivosti, $\vartheta_{z_g}(\hat{t})_i$ -model prosječnih dnevnih temperatura zraka tijekom godine, $\Delta\vartheta_{z_m}(\hat{t})_i$ -model temperaturnih razlika između prosječnih godišnjih temperaturnih maksimuma i minimuma, $\Delta\vartheta_{zd_i}(\hat{t})_i$ -model temperaturnih razlika između dnevnih temperaturnih maksimuma i minimuma, τ_{m_i} -višednevni period (10-30 dana) kolebljivosti temperature zraka između prosječnih godišnjih minimuma i maksimuma, $\tau_d(\hat{t})_i$ - prosječno fazno zaostajanje temperaturnog minimuma (maksimuma) u odnosu na solarnu ponoć, $\hat{t}$ -solarno vrijeme mjereno od početka solarne godine.

Temeljem raspoloživih meteoroloških podataka za fiksni zemljopisni položaj, navedeni temperaturni modeli se mogu predočiti aproksimativnim izrazima (redovima trigonometrijskih funkcija s konačnim razmjerno malim brojem članova), kako slijedi:

$$\vartheta_{z_g}(\hat{t})_i = \sum_{k_{gi}=1}^{n_{gi}} A_{k_{g_i}} \sin(k_{g_i}\omega_G\hat{t} + \gamma_{k_{g_i}}) \tag{3.128}$$

$$\Delta\vartheta_{z_m}(\hat{t})_i = \sum_{k_{m_i}=0}^{n_{m_i}} A_{k_{m_i}} \sin(k_{m_i}\omega_G\hat{t} + \gamma_{k_{m_i}}) \tag{3.129}$$

$$\Delta\vartheta_{z_d}(\hat{t})_i = \sum_{k_{d_i}=0}^{n_{d_i}} A_{k_{d_i}} \sin(k_{d_i}\omega_G\hat{t} + \gamma_{k_{d_i}}) \tag{3.130}$$

Kako dnevni temperaturni minimumi nastupaju svitanjem, odnosno na kraju noći, uzimajući u obzir da je kut zatamnjenja sfere $\gamma_n(t)$ također vremenski zavisna veličina, za vrijeme svitanja koje odgovara polovici noći dobiva prema izrazu (3.62):

$$\tau_{sv}(t) = \frac{12}{\pi}\arccos\{\tan\varphi_i \tan[\delta(t)]\} \tag{3.131}$$

Uvjet nastupanja dnevnog temperaturnog minimuma glasi:

$$\cos(\omega_z t - \gamma_\vartheta) = 1 \tag{3.132}$$

iz čega se za fazni pomak dobiva:

$$\gamma_\vartheta(t) = \frac{1}{2}\gamma_n(t) = \alpha_n(t) = \arccos\{\tan\varphi_i \tan[\delta(t)]\} \tag{3.133}$$

pa se njegovim uvrštavanjem u (3.127) dobiva:

$$\vartheta_z(\hat{t})_{\varphi_i,\mu_i} = \vartheta_{z_g}(\hat{t})_i + \frac{1}{2}\Delta\vartheta_{z_m}(\hat{t})_i \sin(\omega_{K_i}\hat{t}) - \frac{1}{2}\Delta\vartheta_{z_d}(\hat{t})_i \cos\left(\omega_z\hat{t} - \arccos\{\tan\varphi_i \tan[\delta(\hat{t})]\} - \mu_i\right) \tag{3.134}$$

Uvrštavanjem sadržanih temperaturnih modela u prethodni izraz za funkcijsku ovisnost vremenski promjenjive temperature zraka za fiksnu zemljopisnu lokaciju ***i*** dobiva se:

$$\vartheta_z(\hat{t})_{\varphi_i,\mu_i} = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{k_{g_i}=1}^{n_{g_i}} A_{k_{g_i}} \sin(k_{g_i}\omega_G\hat{t} + \gamma_{k_{g_i}}) + \frac{1}{2}\sin(\omega_{K_i}\hat{t}) \sum_{k_{m_i}=0}^{n_{m_i}} A_{k_{m_i}} \sin(k_{m_i}\omega_G\hat{t} + \gamma_{k_{m_i}}) - \\ -\frac{1}{2}\left[\sum_{k_{d_i}=0}^{n_{d_i}} A_{k_{d_i}} \sin(k_{d_i}\omega_G\hat{t} + \gamma_{k_{d_i}})\right] \cos\left(\omega_z\hat{t} - \arccos\{\tan\varphi_i \tan[\delta(\hat{t})]\} - \mu_i\right) \end{array} \right\} \tag{3.135}$$

Transformiranjem solarnog vremena $\hat{t}$ u relativno vrijeme *t*, prema izrazu:

$$\hat{t} = t + \tau_{0_i} \tag{3.136}$$

sadržani temperaturni modeli poprimaju oblik:

$$\Delta\vartheta_{z_g}(t,\tau_{0_i})_i = \sum_{k_{g_i}=1}^{n_{g_i}} A_{k_{g_i}} \sin\left[k_{g_i}\omega_G(t+\tau_{0_i})+\gamma_{k_{g_i}}\right] \tag{3.137}$$

$$\Delta\vartheta_{z_m}(t,\tau_{0_i})_i = \sum_{k_{m_i}=0}^{n_{m_i}} A_{k_{m_i}} \sin\left[k_{m_i}\omega_G(t+\tau_{0_i})+\gamma_{k_{m_i}}\right] \tag{3.138}$$

$$\Delta\vartheta_{z_d}(t,\tau_{0_i})_i = \sum_{k_{d_i}=0}^{n_{d_i}} A_{k_{d_i}} \sin\left[k_{d_i}\omega_G(t+\tau_{0_i})+\gamma_{k_{d_i}}\right] \tag{3.139}$$

pa se za slučaj boravka broda u odredištima ***i*** i ***j*** za model temperature zraka dobiva:

$$\vartheta_z(t,\tau_{0_{i,j}})_{i,j} = \left(\begin{array}{l} \sum_{k_{g_i}=0}^{n_{g_i}} A_{k_{g_i}} \sin\left[k_{g_i}\omega_G(t+\tau_{0_{i,j}})+\gamma_{k_{g_i}}\right] + \frac{1}{2}\sin\left[\omega_{K_i}(t+\tau_{0_{i,j}})\right]\sum_{k_{m_i}=0}^{n_{m_i}} A_{k_{m_i}} \sin\left[k_{m_i}\omega_G(t+\tau_{0_{i,j}})+\gamma_{k_{m_i}}\right] - \\ -\frac{1}{2}\left\{\sum_{k_{d_i}=0}^{n_{d_i}} A_{k_{d_i}} \sin\left[k_{d_i}\omega_G(t+\tau_{0_{i,j}})+\gamma_{k_{d_i}}\right]\right\}\cos\left(\omega_z(t+\tau_{0_{i,j}}) - \arccos\left\{\tan\varphi_{i,j}\tan\left[\delta(t+\tau_{0_{i,j}})\right]\right\} - \mu_{i,j}\right) \end{array}\right) \tag{3.140}$$

U slučaju promjenjivog zemljopisnog položaja definiranog s $\varphi_b(t)$ ili $\mu_b(t)$, funkcijska ovisnost temperature zraka ovisna je osim o solarnom vremenu $\hat{t}$ i o $\varphi_b(t)$ prema izrazu:

$$\vartheta_z[\varphi_b(t),t,\tau_0] = \vartheta_{z_g}[\varphi_b(t),t,\tau_0] + \frac{1}{2}\Delta\vartheta_{z_m}[\varphi_b(t),t,\tau_0]\sin\left\{\omega_K[\varphi_b(t)](t+\tau_0)\right\} - \frac{1}{2}\Delta\vartheta_{z_d}[\varphi_b(t),t,\tau_0]\cos\left[\omega_{b_z}(t-\tau_0) - \gamma_\vartheta(t) - \mu_b(t)\right] \tag{3.141}$$

pri čemu je o $\varphi_b(t)$ ovisna kružna frekvencija višednevne kolebljivosti temperature zraka između srednje-dnevnih maksimalnih i minimalnih temperatura definirana izrazom:

$$\omega_K[\varphi_b(t)] = \omega_{K_o} + k_{\omega_K}\varphi_b(t) \tag{3.142}$$

gdje je k_{ω_K} gradijent kružne frekvencije i ω_{K_o} odgovarajuća kružna frekvencija za ekvator.

U ovom slučaju sadržani temperaturni modeli definiraju se aproksimativnim izrazima:

$$\Delta\vartheta_{z_g}\left[\varphi_b(t)_{ij},t,\tau_{0_{ij}}\right] = \sum_{k_{g_\varphi}=0}^{n_{g_\varphi}}\sum_{k_{g_t}=0}^{n_{g_t}}\left\{A_{k_{g_\varphi}}\sin\left[k_{g_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{g_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{g_t}}\sin\left[k_{g_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij}})+\gamma_{k_{g_t}}\right]\right\} \tag{3.143}$$

$$\Delta\vartheta_{z_m}\left[\varphi_b(t)_{ij},t,\tau_{0_{ij}}\right] = \sum_{k_{m_\varphi}=0}^{n_{m_\varphi}}\sum_{k_{m_t}=0}^{n_{m_t}}\left\{A_{k_{m_\varphi}}\sin\left[k_{m_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{m_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{m_t}}\sin\left[k_{m_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij}})+\gamma_{k_{m_t}}\right]\right\} \tag{3.144}$$

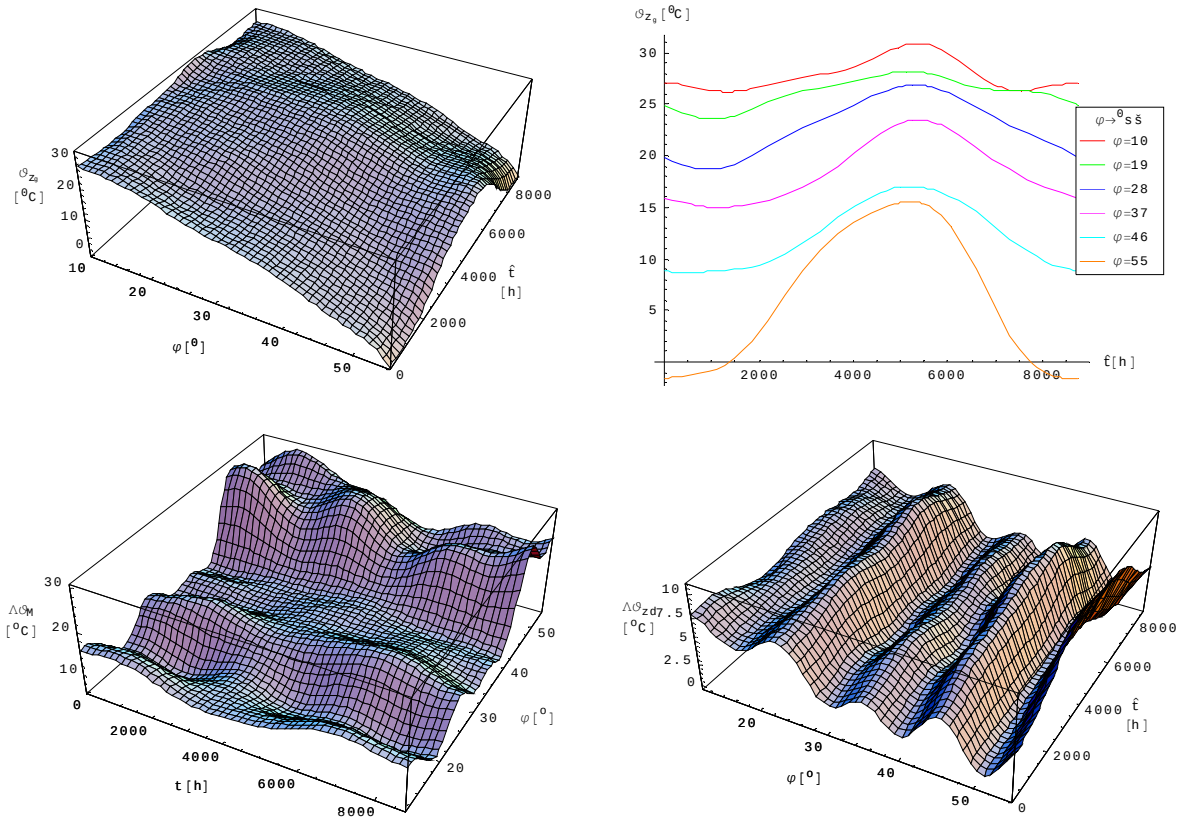
$$\Delta\vartheta_{z_d}\left[\varphi_b(t)_{ij},t,\tau_{0_{ij}}\right] = \sum_{k_{d_\varphi}=0}^{n_{d_\varphi}}\sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}}\left\{A_{k_{d\varphi}}\sin\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{d\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{d_t}}\sin\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij}})+\gamma_{k_{d_t}}\right]\right\} \tag{3.145}$$

pa se njihovim uvrštavanjem (3.141) za model temperature zraka ***tijekom plovidbe broda iz i u j*** (i obrnuto), dobiva izraz:

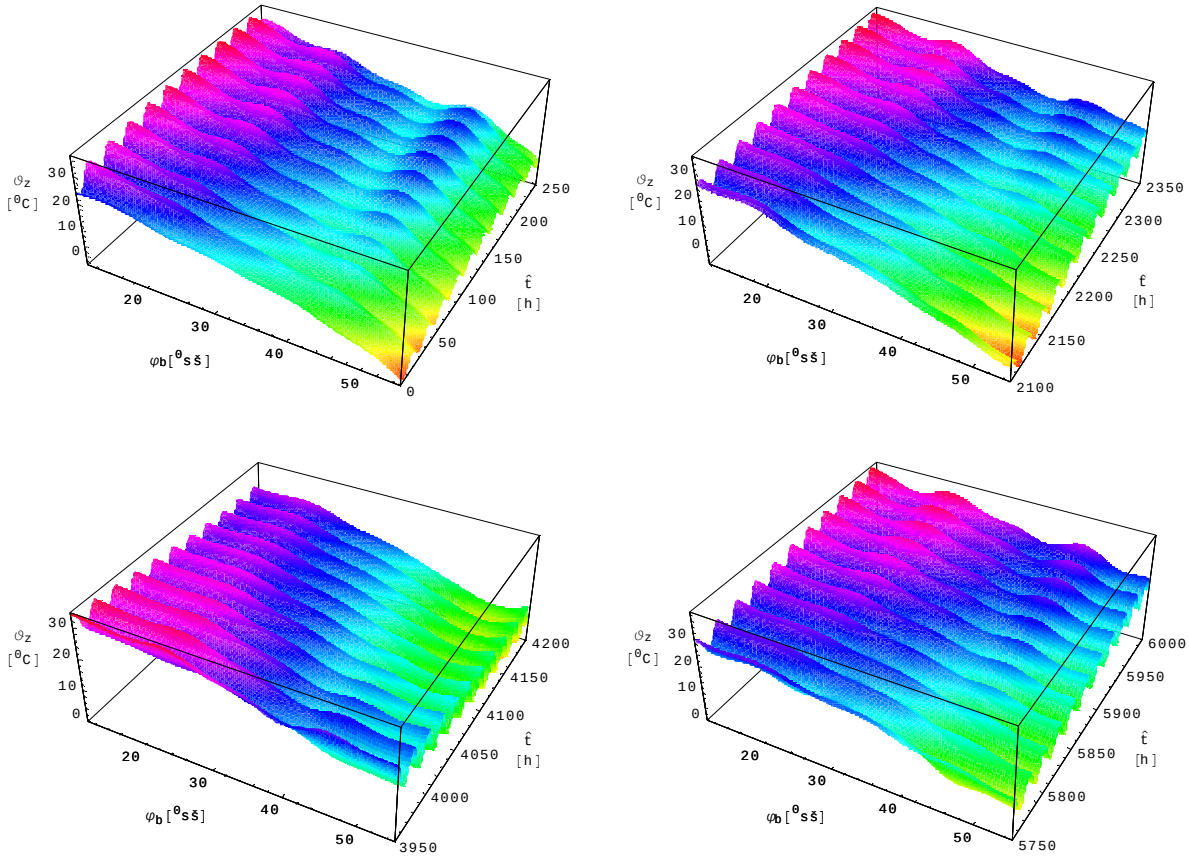
$$\vartheta_z[\varphi_b(t),t,\tau_0]_{ij,ji} = \left[\begin{array}{c} \sum_{k_{g_\varphi}=0}^{n_{g_\varphi}}\sum_{k_{g_t}=0}^{n_{g_t}}\left\{A_{k_{g_\varphi}}\sin\left[k_{g_\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{g_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{g_t}}\sin\left[k_{g_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{g_t}}\right]\right\} + \\ +\frac{1}{2}\left(\sum_{k_{m_\varphi}=0}^{n_{m_\varphi}}\sum_{k_{m_t}=0}^{n_{m_t}}\left\{A_{k_{m_\varphi}}\sin\left[k_{m_\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{m_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{m_t}}\sin\left[k_{m_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{m_t}}\right]\right\}\right)\cdot \\ \cdot\sin\left\{\left[\omega_{K_o}+k_{\omega_K}\varphi_b(t)\right](t+\tau_{0_{ij,ji}})\right\} - \cos\left(\omega_z(t+\tau_{0_{ij,ji}}) - \arccos\left\{\tan\varphi_{i,j}\tan\left[\delta(t+\tau_{0_{ij,ji}})\right]\right\} - \mu_b(t)_{ij,ji}\right)\cdot \\ \cdot\frac{1}{2}\left(\sum_{k_{d_\varphi}=0}^{n_{d_\varphi}}\sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}}\left\{A_{k_{d\varphi}}\sin\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{d\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{d_t}}\sin\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{d_t}}\right]\right\}\right) \end{array}\right] \tag{3.146}$$

U slučaju plovidbe po ***paraleli iz i u j*** (i obrnuto), za temperaturni model se dobiva:

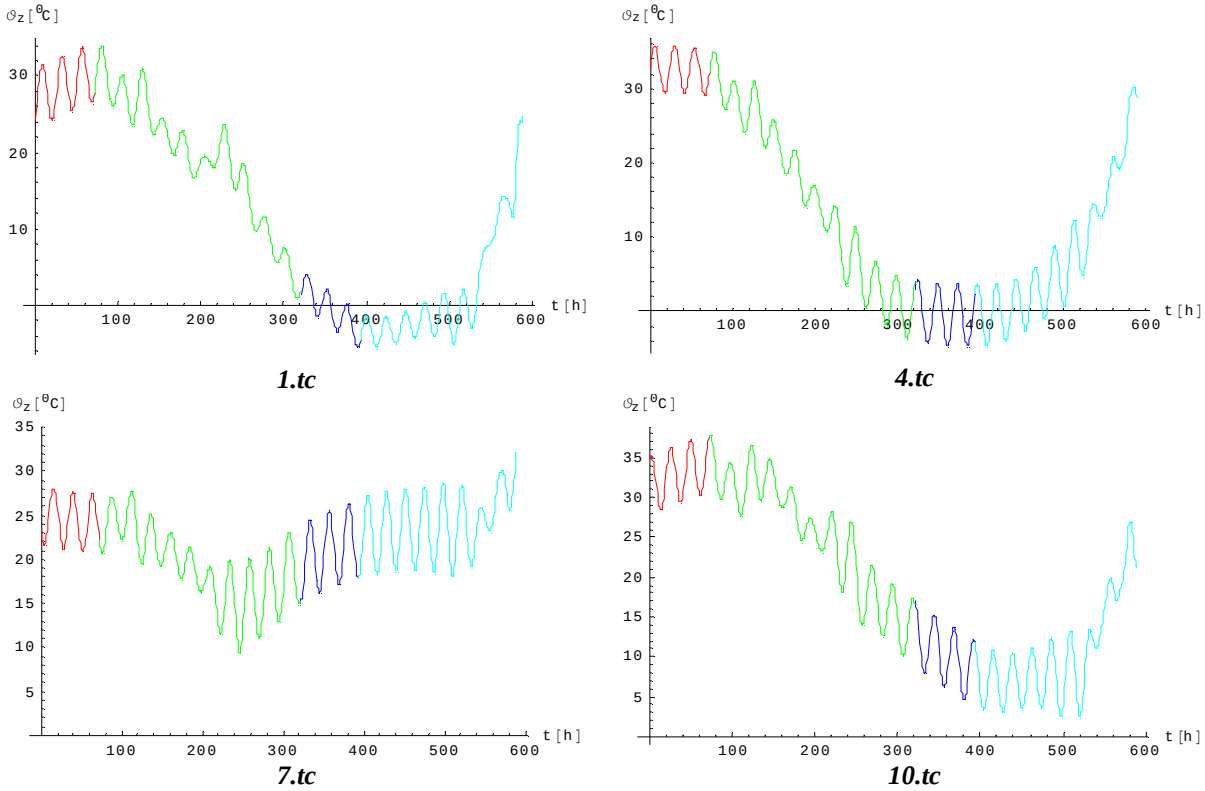
$$\vartheta_z[\mu_b(t),t,\tau_0]_{ij,ji} = \left[\begin{array}{c} \sum_{k_{g_\varphi}=0}^{n_{g_\varphi}}\sum_{k_{g_t}=0}^{n_{g_t}}\left\{A_{k_{g_\varphi}}\sin\left[k_{g_\varphi}\mu_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{g_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{g_t}}\sin\left[k_{g_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{g_t}}\right]\right\} + \\ +\frac{1}{2}\left(\sum_{k_{m_\varphi}=0}^{n_{m_\varphi}}\sum_{k_{m_t}=0}^{n_{m_t}}\left\{A_{k_{m_\varphi}}\sin\left[k_{m_\varphi}\mu_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{m_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{m_t}}\sin\left[k_{m_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{m_t}}\right]\right\}\right)\cdot \\ \cdot\sin\left[(\omega_{K_o}+k_{\omega_K}\varphi_{i,j})(t+\tau_{0_{ij,ji}})\right] - \cos\left(\omega_z(t+\tau_{0_{ij,ji}}) - \arccos\left\{\tan\varphi_{i,j}\tan\left[\delta(t,\tau_{0_{ij,ji}})\right]\right\} - \mu_b(t)_{ij,ji}\right)\cdot \\ \cdot\frac{1}{2}\left(\sum_{k_{d_\varphi}=0}^{n_{d_\varphi}}\sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}}\left\{A_{k_{d\varphi}}\sin\left[k_{d_\varphi}\mu_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{d\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{d_t}}\sin\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{d_t}}\right]\right\}\right) \end{array}\right] \tag{3.147}$$



Slika 3.25 Karakteristični temperaturni modeli zraka: $\vartheta_{z_g}(\varphi,\hat{t})$, $\Delta\vartheta_{z_d}(\hat{t})_{\varphi_i}$, $\Delta\vartheta_{z_m}(\varphi,\hat{t})$ *i* $\Delta\vartheta_{z_d}(\varphi,\hat{t})$



Slika 3.26 Temperatura zraka po definiranoj plovidbenoj ruti za karakteristična doba godine

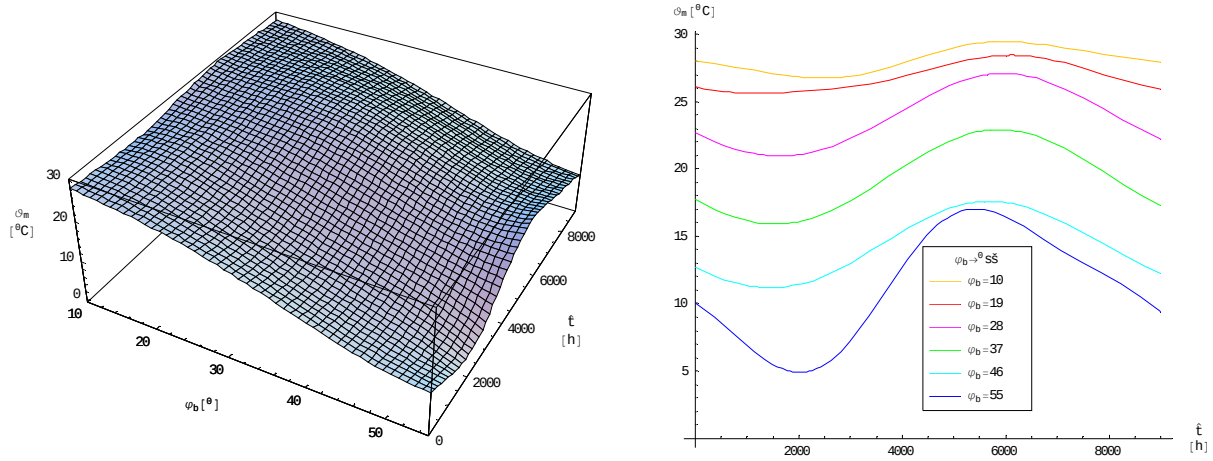


Slika 3.27 Prikaz temperature zraka tijekom karakterističnih transportnih ciklusa broda

3.6 Temperatura mora

Kako je toplinski kapacitet mora znatno veći od toplinskog kapaciteta atmosfere, za sve morske površine (osim za jako plitka priobalja), zanemariva je dnevna promjenljivost temperature, pa se za specificiranu plovidbenu rutu sa stalnim plovidbenim kursom, između odredišta ***i*** i ***j***, temperatura mora za određenu dubinu (mjereći od slobodne morske površine), dade jako dobro aproksimirati umnoškom redova sinusnih i kosinusnih trigonometrijskih funkcija, pa se za opći slučaj ***plovidbe broda*** između ***i*** i ***j*** (i obrnuto) dobiva izraz:

$$\vartheta_m\left[\varphi_b(t),\tau_o\right]_{h_o,ij,ji}=\sum_{k_{m_\varphi}=0}^{n_{m_\varphi}}\sum_{k_{m_t}=0}^{n_{m_t}}\left\{A_{k_{m_\varphi}}\sin\left[k_{m_\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{m_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{m_t}}\sin\left[k_{m_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{m_t}}\right]\right\} \tag{3.148}$$



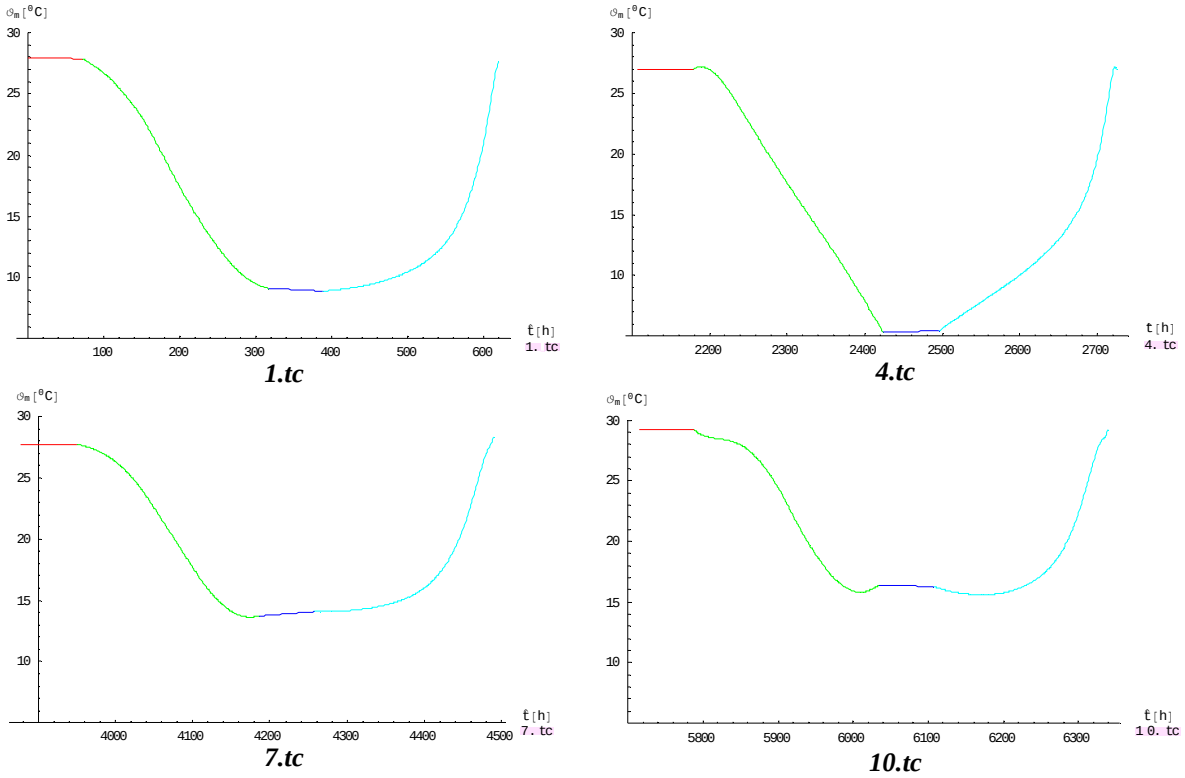
Slika 3.28 Temperatura mora u zavisnosti o zemljopisnoj širini φ i solarnom vremenu $\hat{t}$

Za slučaj mirovanja broda bilo u odredištu ***i*** ili ***j*** dobiva se jednostavniji izraz:

$$\vartheta_m(\varphi_{b_i},t,\tau_0)_{h_o,i,j}=\sum_{k_{m_i}=0}^{n_{m_i}}A_{k_{m_i}}\sin\left[k_{m_i}\omega_G(t+\tau_{0_{i,j}})+\gamma_{m_i}\right] \tag{3.149}$$

dok se u slučaju plovidbe po odnosnoj paraleli dobiva:

$$\vartheta_m\left[\mu_b(t),\tau_0\right]_{h_o,ij,ji}=\sum_{k_{m_\mu}=0}^{n_{m_\mu}}\sum_{k_{m_t}=0}^{n_{m_t}}\left\{A_{k_{m_\mu}}\sin\left[k_{m_\mu}\mu_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{m_\mu}}\right]\right\}\left\{A_{k_{m_t}}\sin\left[k_{m_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{m_t}}\right]\right\} \tag{3.150}$$



Slika 3.29 Temperature mora tijekom karakterističnih transportnih ciklusa broda

3.7 Tlak zraka

Tlak zraka funkcijski je ovisan o zemljopisnom položaju φ_b, te o dobu godine $t+\tau_o$, pa se za istog kada je predefinirana čvrsta plovidbena ruta između odredišta ***i*** i ***j***, može pisati:

$$p_z(\varphi_b,t,\tau_0)=p_{z_g}(\varphi_b,t,\tau_0)+\frac{1}{2}\Delta p_{z_m}(\varphi_b,t,\tau_0)\sin\left[\frac{2\pi(t+\tau_0)}{\tau_{m_p}(\varphi_b)}\right] \tag{3.151}$$

pri čemu se $p_{z_g}(\varphi_b,t,\tau_o)$ definira izrazom:

$$p_{z_g}(\varphi_b,t,\tau_0)=\sum_{k_{p_\varphi}=0}^{n_{p_\varphi}}\sum_{k_{pt}=0}^{n_{pt}}\left\{A_{k_{p_\varphi}}\sin\left[k_{p_\varphi}\varphi_b(t)+\gamma_{k_{p_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{pt}}\sin\left[k_{p_t}\omega_G(t+\tau_o)+\gamma_{k_{pt}}\right]\right\} \tag{3.152}$$

dok se član $\Delta p_{z_m}(\varphi_b,t,\tau_o)$, koji predstavlja razliku između nastupajućih maksimalnih i minimalnih vrijednosti tlaka zraka unutar vremenski promjenjivog intervala $\tau_{m_p}(\varphi_b)$, definira izrazom:

$$\Delta p_{z_m}(\varphi_b,t,\tau_o)=\sum_{k_{\Delta p_\varphi}=0}^{n_{\Delta p_\varphi}}\sum_{k_{\Delta p_t}=0}^{n_{\Delta p_t}}\left\{A_{k_{\Delta p_\varphi}}\sin\left[k_{\Delta p_\varphi}\varphi_b(t)+\gamma_{k_{\Delta p_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\Delta p_t}}\sin\left[k_{\Delta p_t}\omega_G(t+\tau_o)+\gamma_{k_{\Delta p_t}}\right]\right\} \tag{3.153}$$

Nadalje se period kolebljivost tlaka zraka zemljopisnom širinom definira izrazom:

$$\tau_{m_p}(\varphi_b)=\tau_{m_{p_o}}-k_{\tau_{m_p}}\varphi_b(t) \tag{3.154}$$

gdje je $k_{\tau_{m_p}}$ gradijent promjene (bara/stupnja širine) i $\tau_{m_{p_o}}$ period promjene na ekvatoru.

Za fiksni zemljopisni položaj navedeni modeli se pojednostavnjuju te poprimaju oblik:

$$p_{z_g}(t,\tau_0)_{\varphi_i,\mu_i} = \sum_{k_{p_{t_i}}=0}^{n_{p_{t_i}}} A_{k_{p_{t_i}}} \sin\left[k_{p_{t_i}}\omega_G(t+\tau_0)+\gamma_{k_{p_{t_i}}}\right] \tag{3.155}$$

$$\Delta p_{z_m}(t,\tau_0)_{\varphi_i,\mu_i} = \sum_{k_{\Delta p_t}=0}^{n_{\Delta p_t}} \left\{A_{k_{\Delta p_t}} \sin\left[k_{\Delta p_t}\omega_G(t+\tau_0)+\gamma_{k_{\Delta p_t}}\right]\right\} \tag{3.156}$$

Uvrštavanjem sadržanih modela u (3.151) dobiva se funkcijska ovisnost tlaka za slučaj ***plovidbe broda*** iz ***i*** u ***j*** (i obrnuto):

$$p_z(\varphi_b,t,\tau_0)_{ij,ji} = \left(\begin{array}{c}\displaystyle\sum_{k_{p_\varphi}=0}^{n_{p_\varphi}}\sum_{k_{pt}=0}^{n_{pt}}\left\{A_{k_{p_\varphi}}\sin\left[k_{p_\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{p_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{p_t}}\sin\left[k_{p_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{p_t}}\right]\right\}+\sin\left[\frac{2\pi(t+\tau_{0_{ij,ji}})}{\tau_{m_{p_o}}-k_{\tau_{m_p}}\varphi_b(t)_{ij,ji}}\right]\cdot \\ \cdot\frac{1}{2}\displaystyle\sum_{k_{\Delta p_\varphi}=0}^{n_{\Delta p_\varphi}}\sum_{k_{\Delta p_t}=0}^{n_{\Delta p_t}}\left\{A_{k_{\Delta p_\varphi}}\sin\left[k_{\Delta p_\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{\Delta p_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\Delta p_t}}\sin\left[k_{\Delta p_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{\Delta p_t}}\right]\right\}\end{array}\right) \tag{3.157}$$

dok se za slučaj mirovanja broda bilo u odredištu ***i*** ili ***j*** dobiva izraz:

$$p_z(t,\tau_0)_{\varphi_{i,j},\mu_{i,j}} = \sum_{k_{p_{t_i}}=0}^{n_{p_{t_i}}} A_{k_{p_{t_i}}}\sin\left[k_{p_{t_i}}\omega_G(t+\tau_{0_{i,j}})+\gamma_{k_{p_{t_i}}}\right]+\frac{1}{2}\sin\left[\frac{2\pi(t+\tau_{0_{i,j}})}{\tau_{m_{p_o}}-k_{\tau_{m_p}}\varphi_{i,j}}\right]\sum_{k_{\Delta p_{t_i}}=0}^{n_{\Delta p_{t_i}}} A_{k_{\Delta p_{t_i}}}\sin\left[k_{\Delta p_{t_i}}\omega_G(t+\tau_{0_{i,j}})+\gamma_{k_{\Delta p_{t_i}}}\right] \tag{3.158}$$

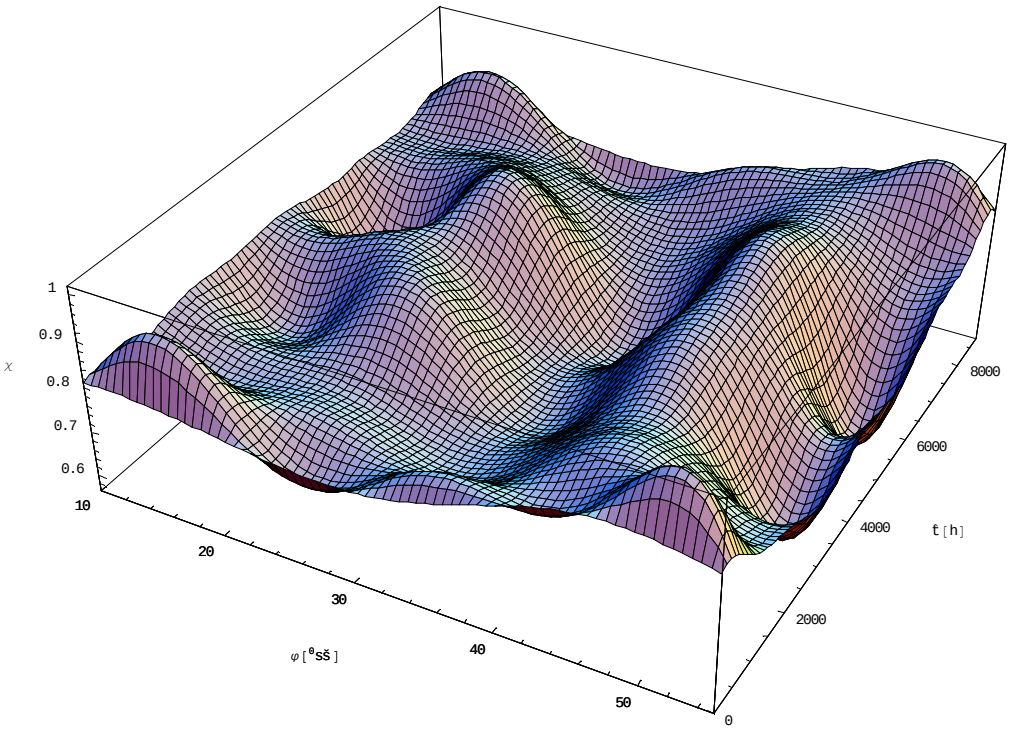
te napokon za ***plovidbu broda*** iz ***i*** u ***j*** po odnosnoj ***paraleli*** vrijedi:

$$p_z(\mu_b,t,\tau_0)_{ij,ji} = \left(\begin{array}{c}\displaystyle\sum_{k_{p_\varphi}=0}^{n_{p_\varphi}}\sum_{k_{pt}=0}^{n_{pt}}\left\{A_{k_{p_\varphi}}\sin\left[k_{p_\varphi}\mu_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{p_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{p_t}}\sin\left[k_{p_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{p_t}}\right]\right\}+\sin\left[\frac{2\pi(t+\tau_{0_{ij,ji}})}{\tau_{m_{p_o}}-k_{\tau_{m_p}}\varphi_{i,j}}\right]\cdot \\ \cdot\frac{1}{2}\displaystyle\sum_{k_{\Delta p_\varphi}=0}^{n_{\Delta p_\varphi}}\sum_{k_{\Delta p_t}=0}^{n_{\Delta p_t}}\left\{A_{k_{\Delta p_\varphi}}\sin\left[k_{\Delta p_\varphi}\mu_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{\Delta p_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\Delta p_t}}\sin\left[k_{\Delta p_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{\Delta p_t}}\right]\right\}\end{array}\right) \tag{3.159}$$

3.8 Stupanj zasićenja okolišnog zraka

Stupanj zasićenja okolišnog zraka ovisi o zemljopisnom položaju, te o dobu godine, pa se za istog kada je definirana plovidbena ruta između odredišta ***i*** i ***j*** može pisati:

$$\chi_o\left[\varphi_b(t),\tau_o\right] = \sum_{k_{\chi\varphi}=0}^{n_{\chi\varphi}}\sum_{k_{\chi t}=0}^{n_{\chi t}}\left\{A_{k_{\chi\varphi}}\sin\left[k_{\chi\varphi}\varphi_b(t)+\gamma_{k_{\chi\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\chi t}}\sin\left[k_{\chi_t}\omega_G(t+\tau_o)+\gamma_{k_{\chi_t}}\right]\right\} \tag{3.160}$$



Slika 3.30 Funkcijska ovisnost stupnja zasićenja o zem. širini φ i solarnom vremenu $\hat{t}$

Za slučaj mirovanja broda bilo u odredištu ***i*** ili ***j*** dobiva se:

$$\chi_o(t,\tau_0)_{i,j} = \sum_{k_{\chi_i}=0}^{n_{\chi_i}} A_{k_{\chi_i}} \sin\left[k_{\chi_i}\omega_G(t+\tau_{0_{i,j}})+\gamma_{\chi_i}\right] \tag{3.161}$$

dok se u slučaju ***plovidbe*** iz ***i*** u ***j*** (i obrnuto) dobiva izraz:

$$\chi_o(\varphi_b,\tau_0)_{ij,ji} = \sum_{k_{\chi\varphi}=0}^{n_{\chi\varphi}}\sum_{k_{\chi_t}=0}^{n_{\chi_t}}\left\{A_{k_{\chi\varphi}}\sin\left[k_{\chi\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{\chi\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\chi_t}}\sin\left[k_{\chi_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{\chi_t}}\right]\right\} \tag{3.162}$$

te napokon za ***plovidbu broda*** iz ***i*** u ***j*** po odnosnoj ***paraleli*** vrijedi:

$$\chi_o(\mu_b,\tau_o)_{ij,ji} = \sum_{k_{\chi\mu}=0}^{n_{\chi\mu}}\sum_{k_{\chi_t}=0}^{n_{\chi_t}}\left\{A_{k_{\chi\mu}}\sin\left[k_{\chi\mu}\mu_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{\chi\mu}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\chi_t}}\sin\left[k_{\chi_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{\chi_t}}\right]\right\} \tag{3.163}$$

3.9 Vjetar

I modul brzine vjetra $v_v(\varphi_b,t)_{\alpha_s,\tau}$ i kut $\psi_v(\varphi_b,t)_{\alpha_s,\tau}$ kojeg zatvara s pozitivno orijentiranim ortom $\vec{e}_\mu$ odnosne paralele, ovisni su o solarnom vremenu $\widehat{t}$, i zemljopisnoj širini φ definiranoj kursom broda. Temeljem dobivenih izmjerenih podataka, dobivaju se aproksimativne funkcijske ovisnosti, u obliku produkata redova trigonometrijskih funkcija s konačnim brojem članova, čije se vrijednosti jako dobro podudara s izmjerenim podacima:

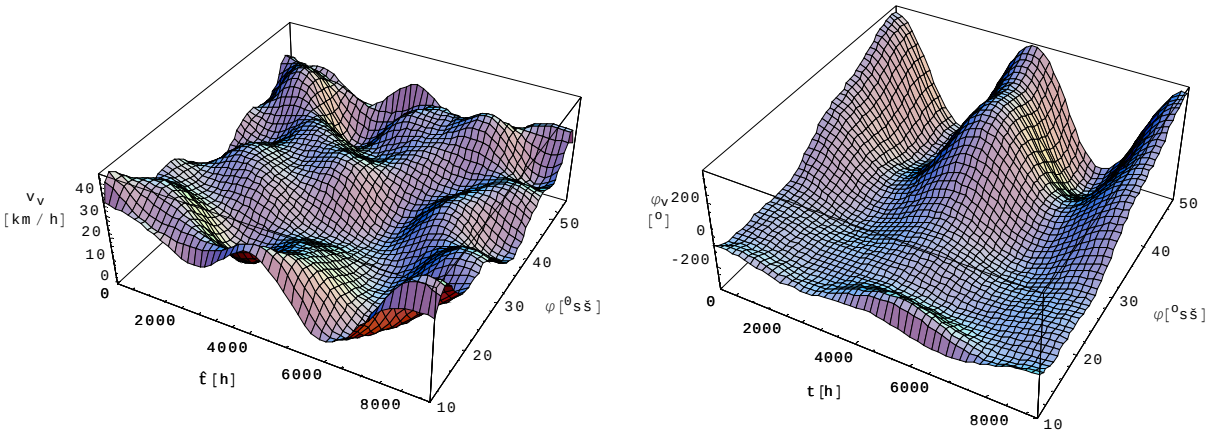
$$v_v(\varphi_b,t,\tau_o)_{\alpha_s,ij,ji} = \sum_{k_v=0}^{n_v}\sum_{k_{v_t}=0}^{n_{v_t}}\left\{A_{k_v}\sin\left[k_v\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_v}\right]\right\}\left\{A_{k_{v_t}}\sin\left[k_{v_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{v_t}}\right]\right\} \tag{3.164}$$

$$\psi_v(\varphi_b,t,\tau_o)_{\alpha_s,ij,ji} = \sum_{k_{\psi v\varphi}=0}^{n_{\psi v\varphi}}\sum_{k_{\psi v t}=0}^{n_{\psi v t}}\left\{A_{k_{\psi v\varphi}}\sin\left[k_{\psi v\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{\psi v\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\psi v t}}\sin\left[k_{\psi v t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{\psi v t}}\right]\right\} \tag{3.165}$$

Za slučaj plovidbe broda po odnosnoj ***paraleli*** $\alpha_s = 0$, pa vrijede sljedeći izrazi:

$$v_v(\mu_b,t,\tau_o)_{ij,ji} = \sum_{k_{v_\mu}=0}^{n_{v_\mu}}\sum_{k_{v_t}=0}^{n_{v_t}}\left\{A_{k_{v_\mu}}\sin\left[k_{v_\mu}\mu_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{v_\mu}}\right]\right\}\left\{A_{k_{v_t}}\sin\left[k_{v_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{v_t}}\right]\right\} \tag{3.166}$$

$$\psi_v(\mu_b,t,\tau_o)_{ij,ji} = \sum_{k_{\psi v\mu}=0}^{n_{\psi v\mu}}\sum_{k_{\psi vt}=0}^{n_{\psi vt}}\left\{A_{k_{\psi v\mu}}\sin\left[k_{\psi v\mu}\mu_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{\psi v\mu}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\psi vt}}\sin\left[k_{\psi vt}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{\psi vt}}\right]\right\} \tag{3.167}$$



Slika 3.31 Funkcijske ovisnosti modula brzine vjetra i kuta vjetra s odnosnom paralelom

Pretpostavi li se da je plovidbena ruta broda jednoznačno definirana između krajnjih odredišta ***i*** i ***j*** (vidi točku 3.1), tada se za vremenski promjenjivi kut $\varphi_v(\varphi_b,t,\tau_o)_{\alpha_s}$ između vektora brzine broda $\vec{v}_b$ i vektora nailaska vjetra $\vec{v}_v$ ovisno o nastupajućem smjeru plovidbe broda može pisati:

plovidba iz i u j

$$\varphi_v(\varphi_b,t,\tau_o)_{ij} = \psi_v(\varphi_b,t,\tau_o)_{ij} + \pi - \alpha_b(t)_{ij} \tag{3.168}$$

plovidba iz j u i

$$\varphi_v(\varphi_b,t,\tau_o)_{ji} = \psi_v(\varphi_b,t,\tau_o)_{ji} - \alpha_b(t)_{ji} \tag{3.169}$$

Za plovidbe po ***paraleli*** kutovi su definirani izrazom:

plovidba iz i u j

$$\varphi_v(\mu_b,t,\tau_o)_{ij} = \psi_v(\mu_b,t,\tau_0)_{ij} + \pi - \alpha_b(t)_{ij} \tag{3.170}$$

plovidba iz j u i

$$\varphi_v(\mu_b,t,\tau_0)_{ji} = \psi_v(\mu_b,t,\tau_0)_{ji} - \alpha_b(t)_{ji} \tag{3.171}$$

3.10 Morske struje

Vremenski promjenljivi modul brzine morske struje $v_s(\varphi_b,t)_{\alpha_s}$ i kut morske struje $\psi_s(\varphi_b,t)_{\alpha_s}$, na temelju meteoroloških podataka dadu se također aproksimirati umnoškom redova trigonometrijskih funkcija:

$$v_s(\varphi_b,\tau)_{\alpha_s,ij,ji} = \sum_{k_{s\varphi}=0}^{n_{s\varphi}} \sum_{k_{s_t}=0}^{n_{s_t}} \left\{ A_{k_{s\varphi}} \sin\left[k_{s\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji} + \gamma_{k_{s\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{s_t}} \sin\left[k_{s_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}}) + \gamma_{k_{s_t}} \right] \right\} \tag{3.172}$$

$$\psi_s(\varphi_b,\tau)_{\alpha_s,ij,ji} = \sum_{k_{\psi\varphi}=0}^{n_{\psi\varphi}} \sum_{k_{\psi_t}=0}^{n_{\psi_t}} \left\{ A_{k_{\psi\varphi}} \sin\left[k_{\psi\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji} + \gamma_{k_{\psi\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{\psi_t}} \sin\left[k_{\psi_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}}) + \gamma_{k_{\psi_t}} \right] \right\} \tag{3.173}$$

Navedeni izrazi vrijede za slučaj plovidbe broda po definiranoj plovidbenoj ruti, danoj s početnim kutom $\alpha_s \neq 0$, dok pak za slučaj plovidbe broda po odnosnoj ***paraleli*** ($\alpha_s = 0$) vrijede izrazi:

$$v_s(\mu_b,t,\tau_0)_{\alpha_s,ij,ji} = \sum_{k_{s\mu}=0}^{n_{s\mu}} \sum_{k_{s_t}=0}^{n_{s_t}} \left\{ A_{k_{s\mu}} \sin\left[k_{s\mu}\mu_b(t)_{ij,ji} + \gamma_{k_{s\mu}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{s_t}} \sin\left[k_{s_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}}) + \gamma_{k_{s_t}} \right] \right\} \tag{3.174}$$

$$\psi_s(\mu_b,t,\tau_0)_{\alpha_s,ij,ji} = \sum_{k_{\psi\mu}=0}^{n_{\psi\mu}} \sum_{k_{\psi_t}=0}^{n_{\psi_t}} \left\{ A_{k_{\psi\mu}} \sin\left[k_{\psi\mu}\mu_b(t)_{ij,ji} + \gamma_{k_{\psi\mu}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{\psi_t}} \sin\left[k_{\psi_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}}) + \gamma_{k_{\psi_t}} \right] \right\} \tag{3.175}$$

Postupajući na sličan način kao i kod vjetra i ovdje se za karakteristične plovidbene modove dobivaju odgovarajući izrazi kako slijedi:

plovidba iz i u j

$$\varphi_s(\varphi_b,t,\tau_o)_{ij} = \psi_s(\varphi_b,t,\tau_o)_{ij} + \pi - \alpha_b(t)_{ij} \tag{3.176}$$

plovidba iz j u i

$$\varphi_s(\varphi_b,t,\tau_o)_{ji} = \psi_s(\varphi_b,t,\tau_o)_{ji} - \alpha_b(t)_{ji} \tag{3.177}$$

Za plovidbe po ***paraleli*** kutovi su definirani izrazom:

plovidba iz i u j

$$\varphi_s(\mu_b,t,\tau_o)_{ij} = \psi_s(\mu_b,t,\tau_0)_{ij} + \pi - \alpha_b(t)_{ij} \tag{3.178}$$

plovidba iz j u i

$$\varphi_s(\mu_b,t,\tau_0)_{ji} = \psi_s(\mu_b,t,\tau_0)_{ji} - \alpha_b(t)_{ji} \tag{3.179}$$

3.11 Valovlje

Slično kao za vjetar i morske struje, prostorno i vremenski promjenljiva značajna valna visina H_s, na temelju raspoloživih meteoroloških podataka, dade se aproksimirati produktom redova trigonometrijskih funkcija:

$$H_s(\varphi_b,t,\tau_o)_{\alpha_s,ij,ji}=\sum_{k_{H_\varphi}=0}^{n_{H_\varphi}}\sum_{k_{H_t}=0}^{n_{H_t}}\left\{A_{k_{H_\varphi}}\sin\left[k_{H_\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{H_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{H_t}}\sin\left[k_{H_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{H_t}}\right]\right\} \tag{3.180}$$

dok se kut napredovanja valova s odnosnom paralelom definira izrazom:

$$\psi_w(\varphi_b,t,\tau_o)_{\alpha_s,ij,ji}=\sum_{k_{w_\varphi}=0}^{n_{w_\varphi}}\sum_{k_{w_t}=0}^{n_{w_t}}\left\{A_{k_{w_\varphi}}\sin\left[k_{w_\varphi}\varphi_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{w_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{w_t}}\sin\left[k_{w_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{w_t}}\right]\right\} \tag{3.181}$$

Za slučaj plovidbe broda po odnosnoj ***paraleli*** $\alpha_s=0$, vrijede izrazi:

$$H_s(\mu_b,t,\tau_o)_{\alpha_s,ij,ji}=\sum_{k_{H_\mu}=0}^{n_{H_\mu}}\sum_{k_{H_t}=0}^{n_{H_t}}\left\{A_{k_{H_\mu}}\sin\left[k_{H_\mu}\mu_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{H_\mu}}\right]\right\}\left\{A_{k_{H_t}}\sin\left[k_{H_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{H_t}}\right]\right\} \tag{3.182}$$

$$\psi_w(\mu_b,t,\tau_0)_{ij,ji}=\sum_{k_{w_\mu}=0}^{n_{w_\mu}}\sum_{k_{w_t}=0}^{n_{w_t}}\left\{A_{k_{w_\mu}}\sin\left[k_{w_\mu}\mu_b(t)_{ij,ji}+\gamma_{k_{w_\mu}}\right]\right\}\left\{A_{k_{w_t}}\sin\left[k_{w_t}\omega_G(t+\tau_{0_{ij,ji}})+\gamma_{k_{w_t}}\right]\right\} \tag{3.183}$$

dok se vremenski promjenjivi kutovi $\varphi_w(\varphi_b,t,\tau_0)_{\alpha_s}$ između brzine napredovanja valovlja $\vec{v}_w$ i brzine broda $\vec{v}_b$, za karakteristične plovidbene modove definiraju kako slijedi:

plovidba iz i u j

$$\varphi_w(\varphi_b,t,\tau_0)_{ij}=\psi_w(\varphi_b,t,\tau_0)_{ij}+\pi-\alpha_b(t)_{ij} \tag{3.184}$$

plovidba iz j u i

$$\varphi_w(\varphi_b,t,\tau_0)_{ji}=\psi_w(\varphi_b,t,\tau_0)_{ji}-\alpha_b(t)_{ji} \tag{3.185}$$

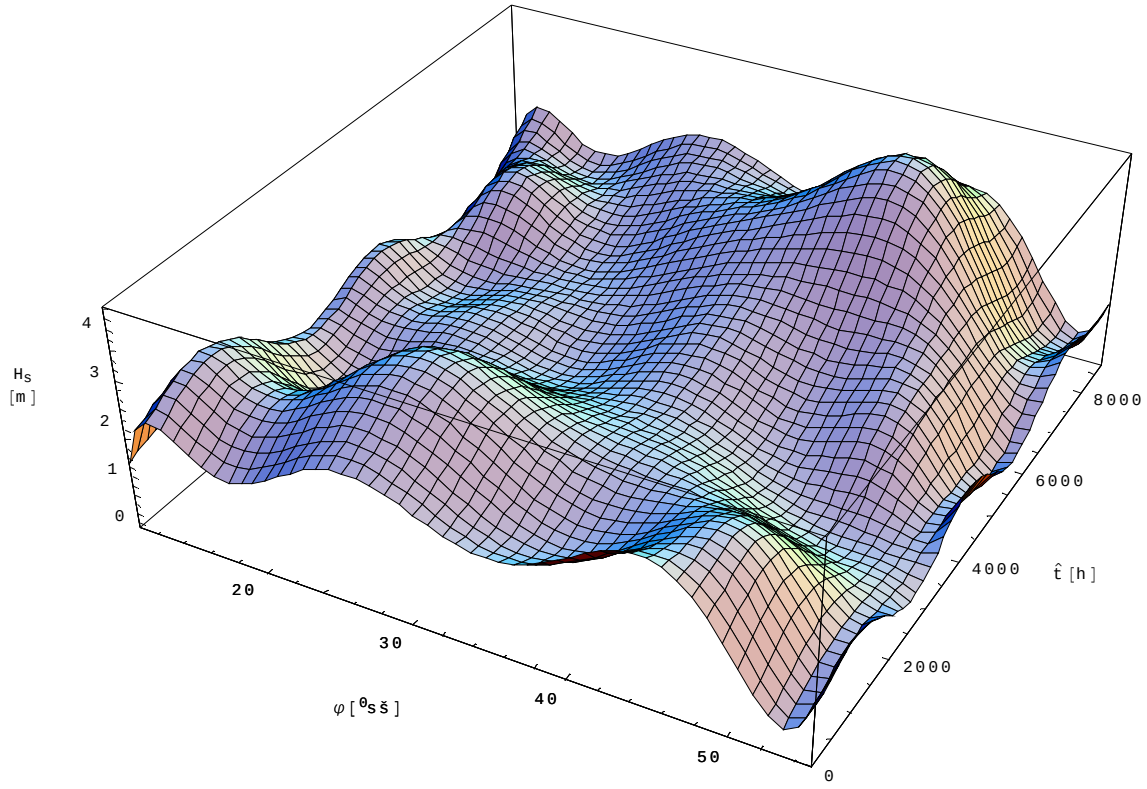
Za plovidbe po ***paraleli*** kutovi su definirani izrazom:

plovidba iz i u j

$$\varphi_w(\mu_b,t,\tau_0)_{ij}=\psi_w(\mu_b,t,\tau_0)_{ij}+\pi-\alpha_b(t)_{ij} \tag{3.186}$$

plovidba iz j u i

$$\varphi_w(\mu_b,t,\tau_0)_{ji}=\psi_w(\mu_b,t,\tau_0)_{ji}-\alpha_b(t)_{ji} \tag{3.187}$$



Slika 3.32 Funkcijska ovisnost značajne valne visine o zemljopisnoj širini i solarnom vremenu

4 MODELIRANJE PROPULZIJSKOG OPTEREĆENJA BPES-a

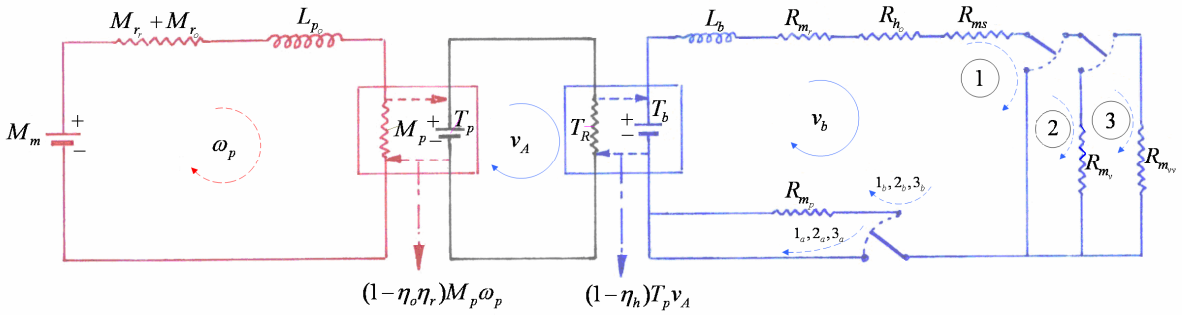
4.1 Otpor broda tijekom službovanja

4.1.1 Karakteristični plovidbeni intervali

Plovidbeni intervali broda karakterizirani su istovremenim djelovanjem određenog broja karakterističnih otpora gibanju, pa se za svaki karakteristični plovidbeni interval ukupna sila otpora gibanju broda može definirati odgovarajućim ekvivalentnim otporom:

$$R_{e_i}(t) = \sum_{j=1}^{n_i \le 6} R_j(t) \tag{4.1}$$

gdje je $R_j(t)$ nastupajući *j-ti* karakteristični otpor gibanju broda.



Slika 4.1 Shema nastupajućih karakterističnih plovidbenih otpora

Prvi i drugi sveprisutni plovidbeni otpori broda su plovidbeni otpor realnog novoizgrađenog deformabilnog broda u mirnom i neograničenom okružju $(R_1 = R_{m_r})$, te dodatni plovidbeni otpor uslijed kontinuiranog hrapavljenja i obraštanja brodskog trupa $R_2 = R_{m_{ho}}$. Treći, gotovo sveprisutni plovidbeni otpor, jest dodatni plovidbeni otpor uslijed djelovanja bilo morskih bilo riječnih struja, $R_3 = R_{m_{so}}$.

Ovdje navedeni osnovni plovidbeni otpori, koje objedinjuje plovidbena ***petlja 1*** na priloženoj slici, mogu nastupati u moru razmjerno neograničene dubine i moru ograničene dubine, pa se shodno tome mogu postaviti i odgovarajući izrazi ekvivalentnih plovidbenih otpora:

$$R_{e_1} = R_1 + R_2 + R_3 = \sum_{j=1}^{3} R_j(t) \tag{4.2}$$

$$R_{e_{1a}} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = \sum_{j=1}^{4} R_j(t) \tag{4.3}$$

Duljina odgovarajućih plovidbenih intervala za navedenu kombinaciju plovidbenih otpora neka je τ_{p1}, odnosno $\tau_{\tilde{p}1}$, dok u potonjem izrazu navedeni član R_4=R_{mp} predstavlja dodatni plovidbeni otpor u moru ograničene dubine (a i širine), te se istim uzima u obzir plovidba broda u kanalima, tjesnacima i sasvim općenito razmjerno plitkim vodama.

Plovidbena ***petlja 2*** podrazumijeva plovidbu po dubokim ili plitkim morima po umjereno vjetrovitom vremenu, kada intenzitet, smijer i trajnost vjetra unutar pripadajućeg privjetrišta nisu dostatni za znatnije naboravanje morske površine. Naznači li se dodatni plovidbeni otpor vjetra sa $R_5 = R_{m_v}$, tada se za odgovarajuće ekvivalentne plovidbene otpore u dubokom, odnosno plitkom moru, može pisati:

$$R_{e_2} = R_{e_1} + R_5 = \sum_{j=1}^{3} R_j(t) + R_5(t) \tag{4.4}$$

$$R_{e_{2a}} = R_{e_{1a}} + R_5 = \sum_{j=1}^{5} R_j(t) \tag{4.5}$$

pri čemu je duljina plovidbenih intervala τ_{p2}, odnosno $\tau_{\check{p}2}$.

Za slučaj vjetrovnih valova, (plovidbena ***petlja 3***) dodatnim plovidbenim otporom objedinjuje se zajednički utjecaj vjetra i valova $R_6 = R_{m_{vv}}$, pa se za ekvivalentni plovidbeni otpor dubokim, odnosno plitkim morem može pisati:

$$R_{e_3} = R_{e_1} + R_6 = \sum_{j=1}^{3} R_j(t) + R_6(t) \tag{4.6}$$

$$R_{e_{3a}} = R_{e_{1a}} + R_6 = \sum_{j=1}^{4} R_j(t) + R_6(t) \tag{4.7}$$

pri čemu je duljina odgovarjućih plovidbenih intervala τ_{p3}, odnosno $\tau_{\check{p}3}$.

4.1.2 Karakteristični plovidbeni otpori broda

4.1.2.1 Plovidbeni otpor novoizgrađenog realnog broda kroz mirno i razmjerno neograničeno okružje

Pod istim se podrazumijeva plovidbeni otpor zraka i mora, gibanju realno hrapavog i deformabilnog, novoizgrađenog broda, te se definira izrazom:

$$R_1 = R_{m_r} = (1 + x_r) R_{m_i} \tag{4.8}$$

gdje je $x_r \approx 0{,}015$ faktor dodatnog otpora realnog broda zbog strukturne hrapavosti i deformabilnosti njegovog trupa, dok je R_{m_i} plovidbeni otpor novoizgrađenog idealno krutog i glatkog broda kroz mirno i razmjerno neograničeno okružje, a prema izrazu:

$$R_{m_i} = R_m + R_z \tag{4.9}$$

Plovidbeni otpor kroz razmjerno duboko mirno more

Definira se izrazom:

$$R_m = \frac{1}{2} C_T(R_n, F_n, L_\nabla, \varphi_p) \rho_m S v_b^2 \tag{4.10}$$

gdje je C_T -ukupni koeficijent plovidbenog otpora kroz razmjerno duboko i mirno more, koji je funkcijski ovisan o R_n -*Reynoldsovom* i F_n -*Froudeovom* broju,

$$R_n = \frac{v_b L}{\nu_m} \tag{4.11}$$

$$F_n = \frac{v_b}{\sqrt{gL}} \tag{4.12}$$

uzdužnom prizmatičkom koeficijentu broda φ_p, te o omjeru duljine broda na vodnoj liniji *L* i duljine ekvivalentne istisninske kocke $\nabla^{1/3}$, prema odgovarajućim izrazima, kako slijedi:

$$\varphi_p = \frac{\nabla}{C_M L B T} \tag{4.13}$$

$$L_\nabla = \frac{L}{\nabla^{1/3}} \; L_\nabla = \frac{L}{\nabla^{1/3}} \tag{4.14}$$

Faktor punoće glavnog rebra C_M, definira se izrazom:

$$C_M = \frac{A_{syz}}{BT} \tag{4.15}$$

gdje je: A_{syz} projekcija uronjenog trupa broda u ravnini *0yz*, *B* širina broda (vodne linije), *T* gaz broda, *g=9,80665* m/s^2 ubrzanje sile teže, *S* morem oplakana površina broda, $\rho_m = \rho_m(\vartheta_m)$ i $\nu_m = \nu_m(\vartheta_m)$ temperaturno ovisna gustoća, odnosno viskozitet mora pri specificiranom prosječnom salinitetu $\sigma_m = 0{,}035$, prema odgovarajućim izrazima:

$$\rho_m(\vartheta_m) = 1028,04 - 0,0721429\,\vartheta_m - 0,00471429\,\vartheta_m^2 = a_\rho + b_\rho\vartheta_m + c_\rho\vartheta_m^2 \tag{4.16}$$

$$\nu_m(\vartheta_m) = (1,81753 - 0,0521501\vartheta_m + 0,00067279\vartheta_m^2)10^{-6} = (a_\nu + b_\nu\vartheta_m + c_\nu\vartheta_m^2) \tag{4.17}$$

Ukupni koeficijent otpora definira se izrazom:

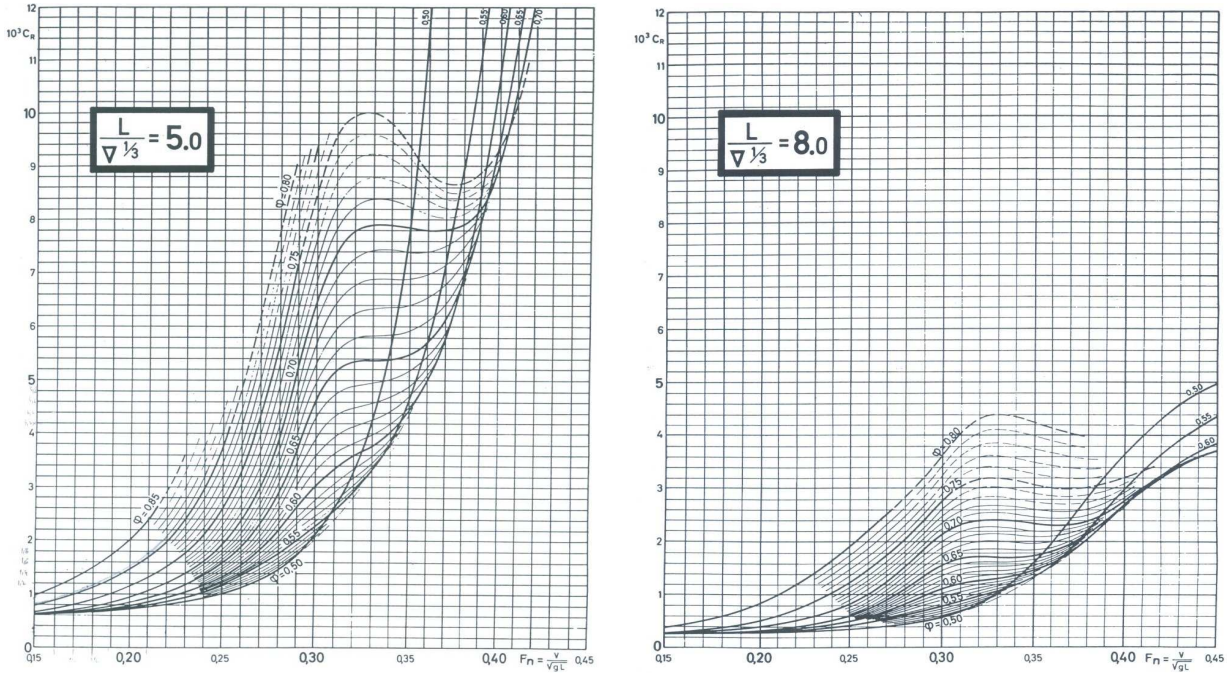
$$C_T = C_F(R_n) + C_R(F_n, L_\nabla, \varphi_p) \tag{4.18}$$

gdje $C_F(R_n)$ koeficijent otpora trenja, prema izrazu (*ITTC-1957*), lit [19,20]:

$$C_F = \frac{0,075}{(\log R_n - 2)^2} = 0,075\log^{-2}(0,01R_n) \tag{4.19}$$

dok je koeficijent preostalog otpora $C_R(F_n, L_\nabla, \varphi_p)$ (*otpor forme=otpor tlaka+otpor valova*) funkcijski ovisan o F_n, L_∇, i φ_p (vidi priloženu *sliku 4.2* iz lit [20]), koji se za određeno stanje nakrcanosti, kada su određeni L_∇ i φ_p, C_R se može izraziti u funkcijskoj ovisnosti o brzini broda v_b, kako slijedi:

$$C_R(v_b)_{L_\nabla,\varphi_p} = \left(\sum_{k=0}^{n_R} a_k v_b^k\right)_{L_\nabla,\varphi_p} \tag{4.20}$$



Slika 4.2 Koeficijenti preostalog otpora u ovisnosti o L_∇, φ i F_n

Temeljem (4.11) i (4.19), za koeficijent otpora trenja dobiva se:

$$C_F(v_b, \vartheta_m) = 0,075\log^{-2}\left[\frac{0,01v_bL}{\nu_m(\vartheta_m)}\right] \tag{4.21}$$

pa se za ukupni koeficijent otpora mora dobiva:

$$C_T = C_T(v_b, \vartheta_m, L_\nabla, \varphi_p) = 0,075\log^{-2}\left[\frac{0,01v_bL}{\nu_m(\vartheta_m)}\right] + \left(\sum_{k=0}^{n_R} a_k v_b^k\right)_{L_\nabla,\varphi_p} \tag{4.22}$$

Uvrštavanjem (4.22) u (4.10) za ukupni plovidbeni otpor novoizgrađenog, idealno glatkog, nedeformabilnog broda u mirnom i razmjerno dubokom moru može se pisati:

$$R_m(v_b, \vartheta_m)_\nabla = \frac{1}{2}\rho_m(\vartheta_m)S_\nabla v_b^2\left\{0,075\log^{-2}\left[\frac{0,01v_bL}{\nu_m(\vartheta_m)}\right] + \left(\sum_{k=0}^{n_R} a_k v_b^k\right)_{L_\nabla,\varphi_p}\right\} \tag{4.23}$$

Plovidbeni otpor mirnog zraka

Ovaj otpor se definira izrazom:

$$R_z(v_b, N_f, \vartheta_z, p_z) = \frac{1}{2} C_z(N_f)\,\bar{\rho}_z A_{N_{yz}} v_b^2 \tag{4.24}$$

gdje je $C_z(N_f)$ koeficijent otpora zraka ovisan o formi nadvođa, odnosno vrsti broda, te je isti za tankere, bulk carriere i kontejnerske brodove sa strojarnicom na krmi $C_{Z_T} \approx 0,08$.

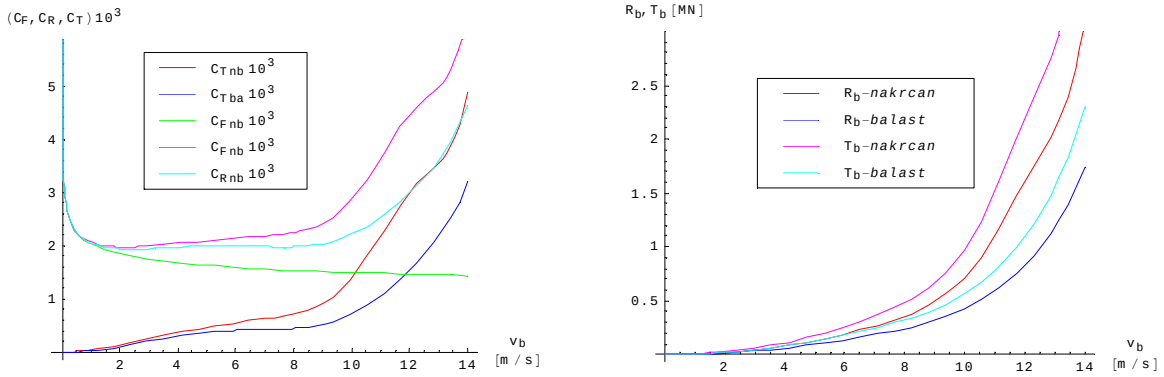
Ostale sadržane veličine su $\bar{\rho}_z$ srednja gustoća zraka i $A_{N_{yz}}$ projekcija nadvođa broda u poprečnoj vertikalnoj ravnini broda *0xy*.

Zbrajanjem (4.23) i (4.24) dobiva se za $R_{m_i}(v_b, \vartheta_m)$:

$$R_{m_i}(v_b, \vartheta_m) = \left(\frac{1}{2}\rho_m(t) S_\nabla \left\{ 0,075 \log^{-2}\left[\frac{0,01 v_b L}{v_m(\vartheta_m)} \right] + \left(\sum_{k=0}^{n_R} a_k v_b^k \right)_{L_\nabla, \varphi_p} \right\} + 0,08 \bar{\rho}_z A_{N_{yz}} \right) v_b^2 \tag{4.25}$$

a korištenjem izraza (4.8), zanemarujući temperaturnu ovisnost gustoće i viskoziteta mora, za prvi karakteristični i uvijek prisutni plovidbeni otpor dobiva se tijekom plovidbe iz ***i*** u ***j*** i obrnuto konačni izraz:

$$R_1 = R_{mr}(t)_{ij,ji} = (1 + x_r)\left\{ \frac{1}{2}\rho_m S_{\nabla ij,ji} \left[0,075 \log^{-2}\left(\frac{v_b(t)_{ij,ji} L_{ij,ji}}{100 \nu_m} \right) + \left(\sum_{k=0}^{n_R} a_k v_b^k(t)_{ij,ji} \right)_{L_\nabla, \varphi_p} \right] + 0,04 \rho_z A_{N_{yz}ij,ji} \right\} v_b^2(t)_{ij,ji} \tag{4.26}$$



Slika 4.3 Koeficijenti otpora, otpor i poriv za plovidbe nakrcanog broda i broda u balastu

Uzimajući u obzir u točci 3.1 navedene funkcijske ovisnosti između brzine broda v_b i vremenski promjenjive zemljopisne širine $\varphi_b(t)$ tijekom karakterističnih plovidbenih intervala, dobiva se poopćena funkcijska ovisnost:

$$R_{mr} = R_{mr}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right] \tag{4.27}$$

4.1.2.2 Plovidbeni otpor uslijed kontinuiranog hrapavljenja i obraštanja trupa

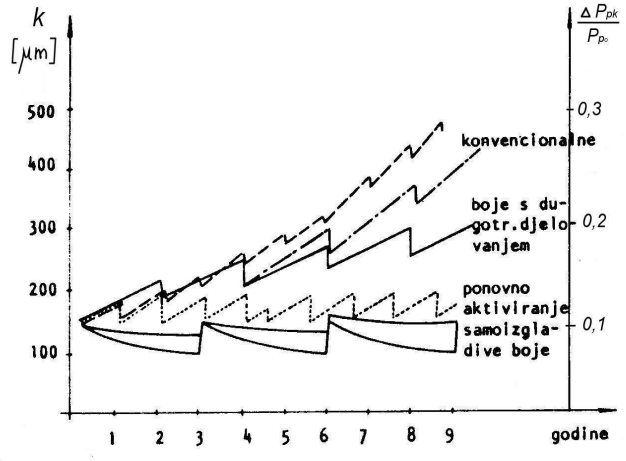
Za razliku od prvotnog plovidbenog otpora R_1, ovaj plovidbeni otpor prema dosad provedenim istraživanjima može se jedino odrediti retrogradno uz određene pretpostavke.

Prema dosadašnjim studijama pridobive su funkcijske ovisnosti apsolutne hrapavosti brodskog trupa o vremenu službovanja $k(\tau)$, te relativnog prirasta propulzijske snage $\Delta P_r(\tau)$, i to ovisno o primjenjenoj vrsti antikorozijske zaštite. Na temelju priložene *slike 4.4* iz lit. [21], mogu se definirati funkcijske ovisnosti $k(\tau)$ i $\Delta P_r(\tau)$, kako slijedi:

$$k(\tau) = k_o + \left(\sum_{i_r=1}^{n_r} \tau_{sl_{ir}} \right) \tan\alpha_{\check{z}_k} + \left[\tau - \sum_{i_r=1}^{n_r} (\tau_{sl_{ir}} + \tau_{\tau_{ir}}) \right] \tan\alpha_{d_k} \tag{4.28}$$

$$\Delta P_r(\tau) = \frac{\Delta P(\tau)}{P_{pn}} = \frac{P_{po}(\tau) - P_{pn}}{P_{pn}} = \left(\sum_{i_r=1}^{n_r} \tau_{sl_{ir}} \right) \tan\alpha_{\check{z}p} + \left[\tau - \sum_{i_r=1}^{n_r} (\tau_{sl_{ir}} + \tau_{t_{ir}}) \right] \tan\alpha_{dp} + \Delta P_{r_o} \tag{4.29}$$

Gradijent hrapavosti tijekom intervala službovanja između dvaju dokovanja definira se izrazom:



Slika 4.4 Porast hrapavosti i snage

$$\left[\frac{\partial k(\tau)}{\partial \tau}\right]_r = \tan\alpha_{d_k} = \frac{\Delta\tilde{k}_d}{\tau_{s_d}} + \tan\alpha_{\tilde{z}_k} \quad (4.30)$$

$$\Delta\tilde{k}_d = k_{p_d} - k_{n_d} \quad (4.31)$$

gdje su k_{p_d} i k_{n_d} hrapavosti trupa prije i nakon dokovanja odgovarajuće.

Gradijent hrapavosti tijekom cjelokupnog životnog vijeka definira se izrazom:

$$\left[\frac{\partial k(\tau)}{\partial \tau}\right]_{\tilde{z}} = \tan\alpha_{\tilde{z}_k} = \frac{\Delta\tilde{k}_{\tilde{z}}}{\tau_{\tilde{z}}} \quad (4.32)$$

$$\Delta\tilde{k}_{\tilde{z}} = k_{\tilde{z}} - k_o \quad (4.33)$$

gdje su k_o i $k_{\tilde{z}}$ hrapavosti trupa na početku, odnosno na kraju životnog vijeka broda, te je τ_{s_d} vremenski interval službovanja broda između dokovanja.

Gradijent relativne snage tijekom intervala službovanja između dvaju dokovanja je:

$$\left[\frac{\partial \Delta P_r(\tau)}{\partial \tau}\right]_r = \tan\alpha_{d_p} = \frac{\Delta\tilde{P}_{r_d}}{\tau_{s_d}} + \tan\alpha_{\tilde{z}_p} \quad (4.34)$$

$$\Delta\tilde{P}_{r_d} = \Delta\tilde{P}_{r_{pd}} - \Delta\tilde{P}_{r_{nd}} \quad (4.35)$$

gdje su $\Delta\tilde{P}_{r_{pd}}$ i $\Delta\tilde{P}_{r_{nd}}$ relativni prirasti snage otpora broda prije i nakon dokovanja odgovarajuće.

Gradijent relativne snage tijekom cjelokupnog životnog vijeka definira se izrazom:

$$\left[\frac{\partial \Delta P_r(\tau)}{\partial \tau}\right]_{\tilde{z}} = \tan\alpha_{\tilde{z}p} = \frac{\Delta\tilde{P}_{r_{\tilde{z}}}}{\tau_{\tilde{z}}} \quad (4.36)$$

$$\Delta\tilde{P}_{r_{\tilde{z}}} = \Delta\tilde{P}_{r_{\tilde{z}d}} - \Delta\tilde{P}_{r_o} \quad (4.37)$$

gdje su $\Delta\tilde{P}_{r_o}$ i $\Delta\tilde{P}_{r_{\tilde{z}}}$ relativni prirasti snage otpora na početku, odnosno na kraju životnog vijeka.

Koriste li se, primjerice, boje s dugotrajnim djelovanjem, prema priloženoj *slici 4.3*, pridobivaju se sljedeće vrijednosti:

$\tau_{s_d} = 2$ god., $\Delta\tilde{P}_{r_d} = 0,04$, $\tan\alpha_{\tilde{z}_p} = 0,01222$ kW/kW$_{\text{god}}$, $\tan\alpha_{dp} = 0,03222$ kW/kW$_{\text{god}}$

Ovdje se razmatra relativni prirast snage zbog obraštanja i hrapavljenja tijekom službovanja broda, te je relativni prirast snage $\Delta P_{r_o} = 0$, pa se uvrštavanjem dobivenih vrijednosti za boje s dugotrajnim djelovanjem, za relativni prirast propulzijske snage dobiva:

$$\Delta P_r(t)_h == a_\tau \sum_{i_r=1}^{n_r} \tau_{sl_{ir}} + b_\tau \left[t - \sum_{i_r=1}^{n_r} (\tau_{sl_{ir}} + \tau_{r_{ir}}) \right] \quad (4.38)$$

pri čemu su vrijednosti $\tau_{sl_{ir}}, \tau_{r_{ir}}$ i τ u satima, dok su koeficijenti: $a_\tau = 1,394 \cdot 10^{-6}$, $b_\tau = 3,6756 \cdot 10^{-6}$.

Temeljem izraza (4.29) i (4.38) za vremenski promjenljivu propulzijsku snagu broda $P_{p_o}(t)$, uslijed kontinuiranog hrapavljenja i obraštanja dobiva se:

$$P_{p_o}(t) = \left\{ 1 + a_\tau \sum_{i_r=1}^{n_r} \tau_{sl_{ir}} + b_\tau \left[t - \sum_{i_r=1}^{n_r} (\tau_{sl_{ir}} + \tau_{r_{ir}}) \right] \right\} P_p(\omega, v_b) \quad (4.39)$$

gdje je $P_p(\omega, v_b)$ promjenljiva propulzijska snaga novoizgrađenog realnog broda u mirnom okružju, prema izrazu:

$$P_p(\omega, v_b) = \frac{P_R(v_b)}{\eta_p} = \frac{P_R(v_b)}{\eta_o \eta_r \eta_h} \quad (4.40)$$

Pretpostavi li se da je sveukupni propulzijski stupanj djelovanja η_p konstantan, te da se snaga otpora obraštenog broda $P_R(v_b)$ definira izrazom:

$$P_{Ro}(v_b) = R_{mr_o}(v_b)\, v_b \tag{4.41}$$

za propulzijsku snagu obraštenog broda dobiva se:

$$P_{p_o}(\omega, v_b) = \frac{R_{mr_o}(v_b)\, v_b}{\eta_p} \tag{4.42}$$

pa se kombiniranjem izraza (4.39) i (4.42) za ukupni vremenski promjenjivi otpor obraštanog broda u mirnom okružju dobiva:

$$R_{mr_o}(v_b, t) = \left\{1 + a_\tau \sum_{i_r=1}^{n_r} \tau_{sl_{ir}} + b_\tau \left[t - \sum_{i_r=1}^{n_r} (\tau_{sl_{ir}} + \tau_{r_{ir}}) \right] \right\} R_{mr}(v_b, t) \tag{4.43}$$

dok se za vremenski promjenjivi dodatni otpor zbog kontinuiranog obraštanja i hrapavljenja brodskog opločja tijekom službovanja broda dobiva:

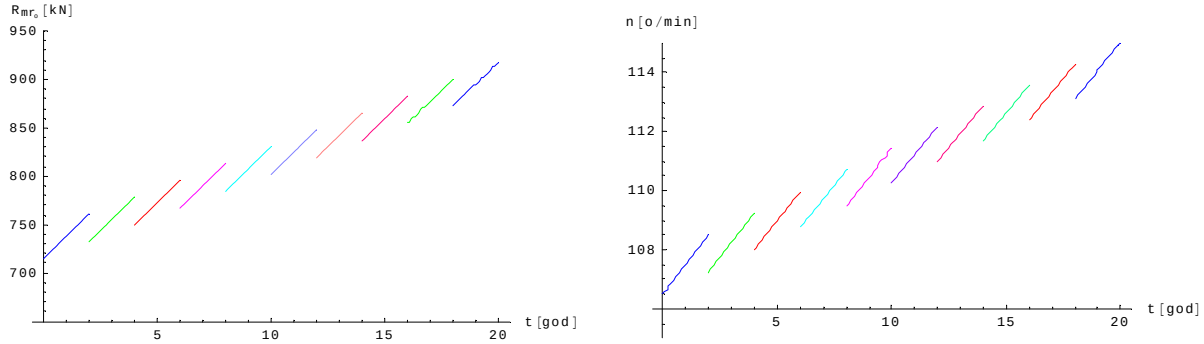
$$\Delta R_{mr_o}(v_b, t) = R_{mr_o}(v_b, t) - R_{mr}(v_b, t) = \left\{ a_\tau \sum_{i_r=1}^{n_r} \tau_{sl_{ir}} + b_\tau \left[\tau - \sum_{i_r=1}^{n_r} (\tau_{sl_{ir}} + \tau_{r_{ir}}) \right] \right\} R_{mr}(v_b, t) \tag{4.44}$$

Ovdje je za naglasiti da i_r-*ti* intervali službovanja $(\tau_{sl_{ir}})$, (brod je u moru, te je izložen kontinuiranom hrapavljenju i obraštanju), nisu unaprijed poznati već ovise o ukupnoj trajnosti podintervala zadnjeg transportnog ciklusa unutar teorijski najpovoljnijeg intervala dokovanja $(\tau_d \approx 2\,\text{god.})$. Slično je i sa i_r-*tim* remontnim intervalima $(\tau_{r_{ir}})$ čija duljina ovisi o efikasnosti remontnog brodogradilišta unutar postojećih klimatskih uvjeta.

Uzimajući u obzir da je referentno vrijeme *t=0* u trenutku isplovljavanja broda bilo iz odredišta ***i*** ili ***j***, te da je životna starost broda u trenutku isplovljavanja $\tau_{e_{ij}}$, odnosno $\tau_{e_{ji}}$, za ukupni plovidbeni otpor broda uslijed kontinuiranog obraštanja i hrapavljenja dobiva se:

$$R_{mr_o}(t)_{ij,ji} = R_{mr_o}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t\right]_{ij,ji} = \left\{1 + a_\tau \sum_{i_r=1}^{n_r} \tau_{sl_{ir}} + b_\tau \left[t + \tau_{e_{ij}} - \sum_{i_r=1}^{n_r} (\tau_{sl_{ir}} + \tau_{r_{ir}}) \right] \right\} R_{mr}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right]_{ij,ji} \tag{4.45}$$

Priložena *slika 4.5a* ilustrira ukupni plovidbeni otpor razmatranog broda za prijevoz hlađenog tereta, pri projektnoj brzini *v=36* km/h, tijekom *20*-godišnjeg životnog vijeka, uz dvogodišnji plovidbeni period između dokovanja broda, dok *slika 4.5b* prikazuje ravnotežnu brzinu vrtnje vijka (vidi točku 4.4) pri konstantnom usponu krila za postizanje projektne brzine tijekom službovanja broda.



Slika 4.5 Povećanje otpora i ravnotežne brzine vrtnje vijka zbog obraštanja trupa broda

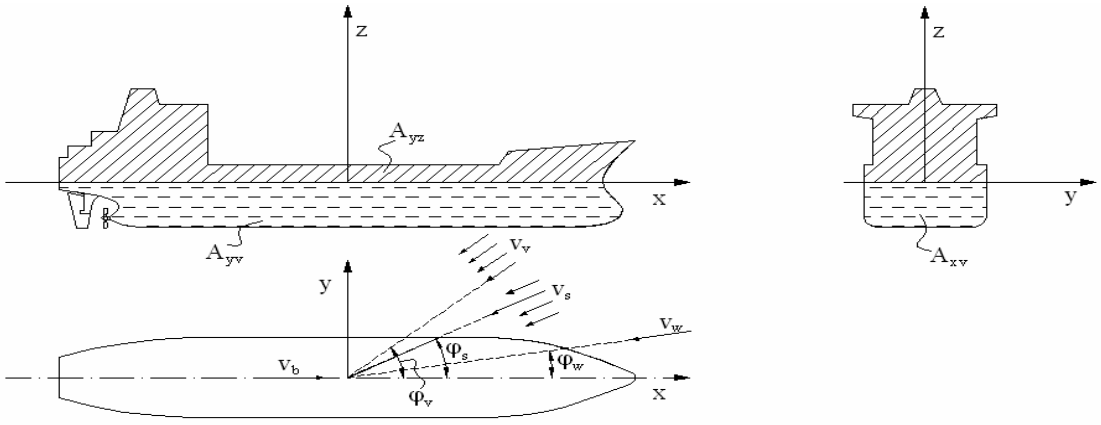
4.1.2.3 Plovidbeni otpor uslijed djelovanja morskih struja

Pod ovim plovidbenim otporom podrazumijeva se plovidba broda kroz razmjerno nenaborano more, kada na brod od vanjskih poremećaja djeluju isključivo morske struje karakterizirane brzinom v_s i kutem nailaska φ_s (*slika 4.6*) u odnosu na vertikalnu ravninu broda. Ovaj karakteristični plovidbeni otpor definira se izrazom:

$$R_3 = R_{m_s}(v_s, \varphi_s) = \frac{1}{2} C_s(v_s, \varphi_s) \rho_m A_{s_{yz}} v_b^2 \tag{4.46}$$

gdje je $C_s(v_s,\varphi_s)$ koeficijent dodatnog otpora zbog djelovanja morske struje, a istog se može dosta dobro za trgovačke brodove aproksimirati izrazom:

$$C_s(v_s,\varphi_s)=\left(\sum_{k_s=1}^{n_{k_s}} a_{ks} v_s^{k_s}\right)\sum_{k_{\varphi_s}}^{n_{\varphi_s}} A_{k_{\varphi_s}} \sin(k_{\varphi_s}\varphi_s+\tilde{\gamma}_{k_{\varphi_s}}) \tag{4.47}$$



Slika 4.6 Prikaz smjera djelovanja vjetra, morskih struja i valovlja na brod

Koeficijentom $C_s(v_s,\varphi_s)$ uzima se u obzir dodatni otpor zbog nesimetričnog opstrujavanja brodskog trupa, kao i dodatni otpor uslijed zakretanja kormila, a u svrhu očuvanja definiranog kursa broda.

Smjer φ_s i iznos v_S vektora nastupajućih morskih struja $\vec{v}_s$, za definiranu rutu plovidbe, funkcijski su ovisni o pripadajućoj zemljopisnoj širini φ, (ili zemljopisnoj duljini μ), te o solarnom vremenu $\bar{t}$ (dobu godine), kako je prikazano u točci 3.9.

Uvrštavanjem odgovarajućih izraza za $v_s(\varphi_b,t,\tau_o)_{\alpha_s}$ i $\varphi_s(\varphi_b,t,\tau_o)$ u izraz (4.47), dobiva se koeficijent dodatnog otpora od morskih struja za karakteristične plovidbene rute:

$$C_s(v_s,\varphi_s)_{ij,ji}=\left\{\sum_{k_s=1}^{n_{k_s}} a_{ks} v_s^{k_s}\left[\varphi_b(t),t,\tau_0\right]_{ij,ji}\right\}\sum_{k_{\varphi_s}}^{n_{\varphi_s}} A_{k_{\varphi_s}} \sin\left\{k_{\varphi_s}\varphi_s\left[\varphi_b(t),t,\tau_0\right]_{ij,ji}+\tilde{\gamma}_{k_{\varphi_s}}\right\} \tag{4.48}$$

te se nadalje uvrštavajući dobiveni izraz za $C_s(v_s,\varphi_s)$ i odgovarajući izraz za vremenski promjenjivu brzinu broda $v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)_{\alpha_s}$ dat u točci 3.1 u (4.46), za odgovarajući dodatni otpor morskih struja pri plovidbi broda iz ***i*** u ***j*** i obrnuto dobiva kako slijedi:

$$R_{m_s}(v_s,\varphi_s)_{ij,ji}=\frac{1}{2}\rho_m A_{s_{yz}ij,ji} v_b^2\left[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t),t\right]_{ij,ji}\left\{\sum_{k_s=1}^{n_{k_s}} a_{ks} v_s^{k_s}\left[\varphi_b(t),t,\tau_0\right]_{ij,ji}\right\}\sum_{k_{\varphi_s}}^{n_{\varphi_s}} A_{k_{\varphi_s}} \sin\left\{k_{\varphi_s}\varphi_s\left[\varphi_b(t),t,\tau_0\right]_{ij,ji}+\tilde{\gamma}_{k_{\varphi_s}}\right\} v_b^2 \tag{4.49}$$

4.1.2.4 Plovidbeni otpor uslijed djelovanja vjetra

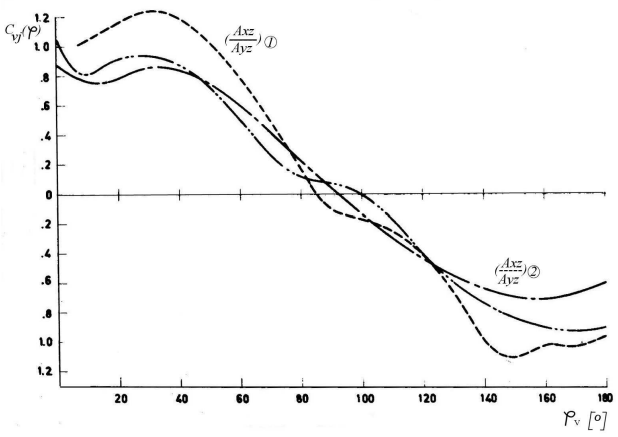
Pod ovim dodatnim plovidbenim otporom podrazumijeva se odzivna sila otpora gibanju kroz vjetrovitu atmosferu i razmjerno nenaborano duboko more, pri čemu se u obzir uzima i novonastali dodatni otpor, uslijed nesimetričnog opstrujavanja uronjenog brodskog trupa zbog zakretanja kormila, a u svrhu održavanja definiranog kursa broda. Ovaj dodatni plovidbeni otpor definira se izazom:

$$R_4=R_{m_v}(v_v,\varphi_v)=\frac{1}{2}C_v(\varphi_v)\rho_z(p_z,\vartheta_z)A_{N_{yz}} v_v^2 \tag{4.50}$$

gdje je $C_v(\varphi_v)$ koeficijent otpora vjetra, koji se za trgovačke brodove sa strojarnicom na krmi definira izrazom:

$$C_v(v_v,\varphi_v)=\left(\sum_{k_v=1}^{n_{k_v}} a_{k_v} v_v^{k_v}\right)\sum_{k_{\varphi_v}}^{n_{\varphi_v}} A_{k_{\varphi_v}} \sin(k_{\varphi_v}\varphi_v+\tilde{\gamma}_{k_{\varphi_v}}) \tag{4.51}$$

Slično kao i kod morskih struja, vekor nastupajuće brzine vjetra $\vec{v}_v$ za definiranu rutu



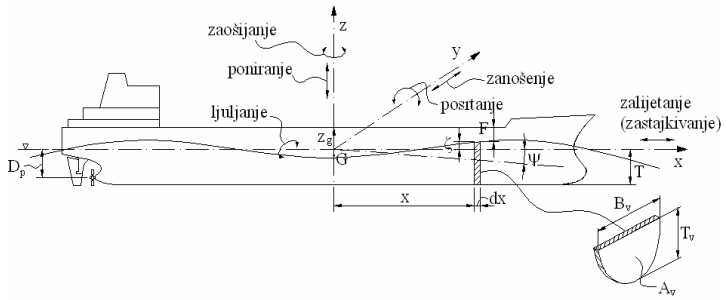
Slika 4.7 Funkcijska ovisnost $C_v(\varphi_v, A_{zx}/A_{zy})$

plovidbe funkcijski ovisi o nastupajućoj bilo zemljopisnoj širini φ_b, bilo zemljopisnoj duljini μ_b, te o solarnom vremenu $\hat{t}$, kako je prikazano u točci 3.8. Uvrštavanjem odgovarajućih izraza za $v_v(\varphi_b, t, \tau_o)_{\alpha_s}$ i $\varphi_v(\varphi_b, t, \tau_o)$ u izraz (4.51), dobiva se koeficijent dodatnog otpora vjetra za karakterističnе plovidbene rute, te se nadalje uvrštavajući dobivene izraze za $C_v(v_v, \varphi_v)$ u (4.50), za dodatni plovidbeni otpor od vjetra pri plovidbi iz ***i*** u ***j*** i obratno dobiva kako slijedi:

$$C_v(v_v, \varphi_v) = \left\{ \sum_{k_v=1}^{n_{k_v}} a_{k_v} v_v^{k_v} \left[\varphi_b(t), t, \tau_0\right]_{ij,ji} \right\} \sum_{k_{\varphi_v}}^{n_{\varphi_v}} A_{k_{\varphi_v}} \sin\left\{ k_{\varphi_v} \left[\varphi_b(t), t, \tau_0\right]_{ij,ji} + \tilde{\gamma}_{k_{\varphi_v}} \right\} \tag{4.52}$$

$$R_4 = R_{m_v}(v_v, \varphi_v)_{ij,ji} = \frac{1}{2} \rho_z A_{N_{yz}ij,ji} \left\{ \sum_{k_v=1}^{n_{k_v}} a_{k_v} v_v^{(k_v+2)} \left[\varphi_b(t), t, \tau_0\right]_{ij,ji} \right\} \sum_{k_{\varphi_v}}^{n_{\varphi_v}} A_{k_{\varphi_v}} \sin\left\{ k_{\varphi_v} \left[\varphi_b(t), t, \tau_0\right]_{ij,ji} + \tilde{\gamma}_{k_{\varphi_v}} \right\} \tag{4.53}$$

4.1.2.5 Plovidbeni otpor uslijed djelovanja morskog valovlja



Slika 4.8 Odzivna gibanja broda na valovlju

Pod ovim plovidbenim otporom podrazumijeva se odzivna sila otpora gibanju kroz razmjerno razvijena stanja (naborana) mora.

Određivanje ove komponente dodatnog otpora daleko je najsloženije jer isto uključuje određivanje odziva sustava broda koji ima 6 stupnjeva slobode gibanja uslijed djelovanja pobudnog prostorno i vremenski zavisnog slučajnog procesa-morskog valovlja. Iskustveno je pokazano da je za definiranu formu broda odzivna sila dodatnog otpora kroz nepravilno morsko valovlje potpuno razvijenog stanja, funkcijski ovisna o značajnoj valnoj visini H_s, kutu nailaska dugobregovitih valova na pramac broda φ_w, te o brzini napredovanja broda v_b lit.[23,24]:

$$R_6 = R_{mw}(\varphi_w, H_s, v_b) \tag{4.54}$$

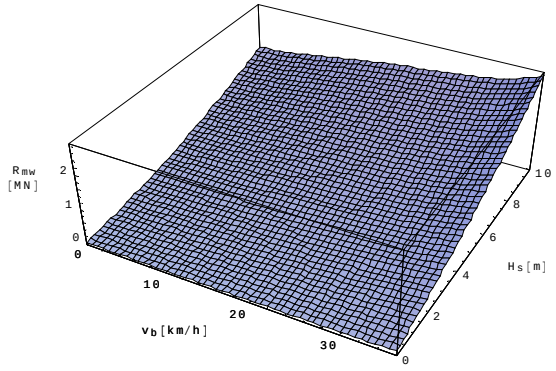
Obradom raspoloživih podataka za nekoliko trgovačkih brodova, pridobiva je poopćena funkcijska ovisnost za dodatni plovidbeni otpor od valovlja:

$$R_{mw}(\varphi_w, H_s, v_b) = \left(\sum_{i_h=0}^{n_h} a_{i_h} H_s^{i_h} \right) \left(\sum_{i_v=0}^{n_v} a_{i_v} v_b^{i_v} \right) \sum_{i_\varphi=0}^{n_\varphi} a_{i_\varphi} \sin\left(k_{i_\varphi} \varphi_w + \gamma_{i_\varphi} \right) \tag{4.55}$$

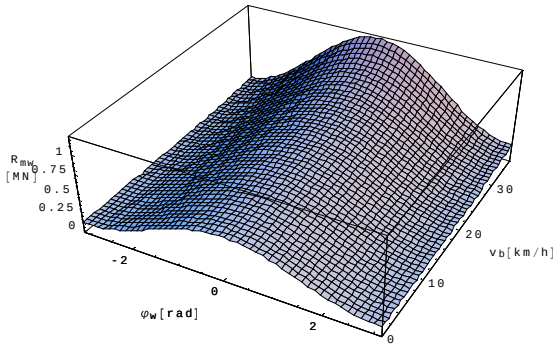
pa se uvrštavanjem odgovarajućih izraza za $H_s(\varphi_b, t, \tau_o)_{\alpha_s}$, $\varphi_w(\varphi_b, t, \tau_o)$ i $v_b(\varphi_b, \dot{\varphi}_b,)$, za dodatnu silu otpora broda na valovlju za karakterističnе plovidbene rute, dobiva kako slijedi:

$$R_{mw}(\varphi_w, H_s, v_b)_{ij,ji} = \left\{ \sum_{i_h=0}^{n_h} a_{i_h} H_s^{i_h} \left[\varphi_b(t), t, \tau_0\right]_{ij,ji} \right\} \left(\sum_{i_v=0}^{n_v} a_{i_v} v_b^{i_v} \left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right]_{ij,ji} \right) \sum_{i_\varphi=0}^{n_\varphi} a_{i_\varphi} \sin\left\{ k_{i_\varphi} \varphi_w \left[\varphi_b(t), t, \tau_0\right]_{ij,ji} + \gamma_{i_\varphi} \right\} \tag{4.56}$$

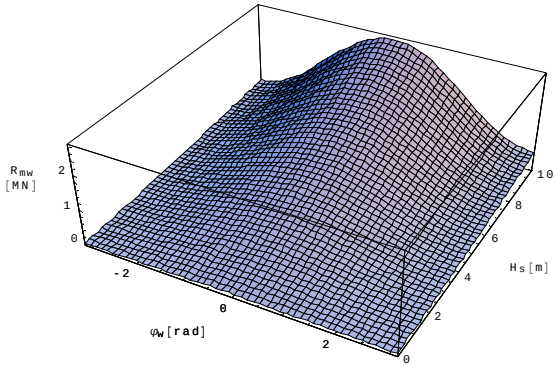
te isto za plovidbu nakrcanog broda i broda u balastu ilustrira priložena *slika 4.9*.



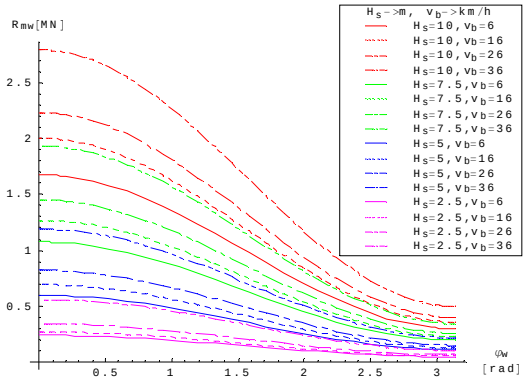
$R_{mw}(H_s, v_b)_{\varphi_w=0}$ *-nakrcan brod*



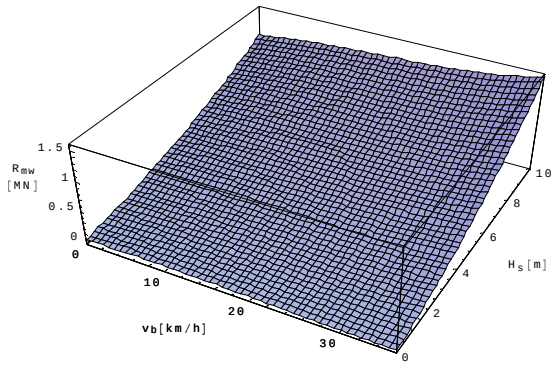
$R_{mw}(\varphi_w, v_b)_{H_s=5m}$ *- nakrcan brod*



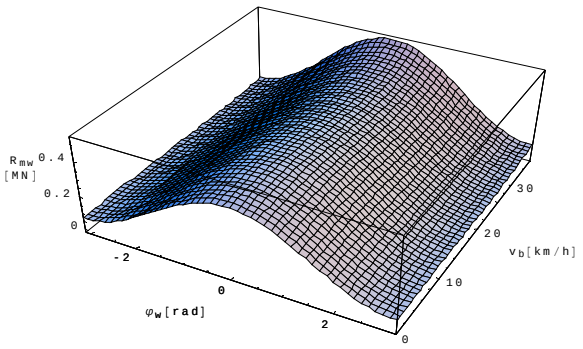
$R_{mw}(\varphi_w, H_s)_{v_b=36km/h}$ *nakrcan brod*



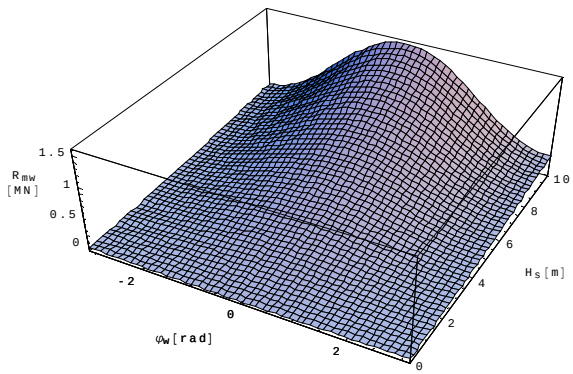
$R_{mw}(\varphi_w)_{H_s, v_b=(6\div36)km/h}$ *nakrcan brod*



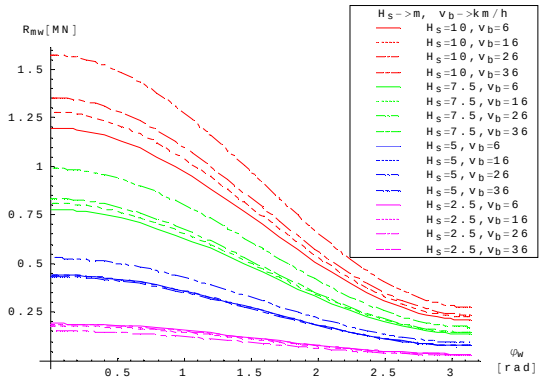
$R_{mw}(H_s, v_b)_{\varphi_w=0}$ *-plovidba s balastom*



$R_{mw}(\varphi_w, v_b)_{H_s=5m}$ *- plovidba s balastom*



$R_{mw}(\varphi_w, H_s)_{v_b=36km/h}$ *- plovidba s balastom*



$R_{mw}(\varphi_w)_{H_s, v_b=(6\div36)km/h}$ *plovidba s balastom*

Slika 4.9 Dodatni otpor od morskog valovlja za plovidbu nakrcanog broda i broda u balastu

4.1.2.6 Plovidbeni otpor u moru ograničene dubine

Temeljem pridobivih podataka lit. [19], dobiva se funkcijska ovisnost propulzijske snage o omjeru $h_T = h/T$ i o brzini plovidbe v_b:

$$P_p(h_T, v_b) = \left(a_{o_p} + a_{1_p} e^{-h_T^d}\right)(b_{2_v} v_b^2 + b_{3_v} v_b^3 + b_{4_v} v_b^4) \tag{4.57}$$

gdje je *h* dubina mora, *T* je gaz broda.

Pretpostavi li se, da se tijekom plovidbe u plitkom moru momentna i porivna karakteristika vijka ne mijenjaju, te da se također ne mijenjaju niti ostale komponente propulzije, za propulzijsku snagu može se pisati:

$$P_p = P_p(n, v_b) = 2\pi(a_H n^3 + b_H n^2 v_b + c_H n v_b^2) \tag{4.58}$$

pa se izjednačavanjem (4.57) i (4.58) dobiva kubna jednadžba:

$$\tilde{a}_H n^3 + \tilde{b}_H n^2 v_b + \tilde{c}_H n v_b^2 - P_p(h_T, v_b) = 0 \tag{4.59}$$

čije je jedino realno fizikalno ispravno rješenje:

$$n_r = n_r(h_T, v_b) = \tilde{a}_o\left(\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 P_p(h_T, v_b) + \left\{\tilde{a}_3 + \left[\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 P_p(h_T, v_b)\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{3}} + \tilde{a}_4 + \tilde{a}_5\left(\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 P_p(h_T, v_b) + \left\{\tilde{a}_3 + \left[\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 P_p(h_T, v_b)\right]^2\right\}^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{4.60}$$

gdje je:

$$\left.\begin{aligned} &\tilde{a}_o = \sqrt[3]{2}(\tilde{b}_M^2 - 3\tilde{a}_M\tilde{c}_M)/(3\tilde{a}_M); \quad \tilde{a}_1 = -2\tilde{b}_M^3 + 9\tilde{a}_M\tilde{b}_M\tilde{c}_M, \quad \tilde{a}_3 = 4\left(3\tilde{a}_M\tilde{c}_M - \tilde{b}_M^2\right)^3 \\ &\tilde{a}_2 = 27\tilde{a}_M^2; \quad \tilde{a}_4 = -\tilde{b}_M/(3\tilde{a}_M), \quad \tilde{a}_5 = -1/(\sqrt[3]{32}\tilde{a}_M); \quad \left\langle \tilde{a}_H, \tilde{b}_H, \tilde{c}_H \right\rangle = 2\pi\left\langle a_H, b_H c_H \right\rangle \end{aligned}\right\} \tag{4.61}$$

Supstituiranjem ovog rješenja u kvazistatičku porivnu jednadžbu:

$$(1-\hat{t})T(n_r, v_b) - R_{m_{pt}}(v_b) = 0 \tag{4.62}$$

za silu otpora realnog novoizgrađenog broda u mirnom moru ograničene dubine dobiva se:

$$R_{m_{P_t}}(v_b) = (1-\hat{t})T(n_r, v_b) = (1-\hat{t})\left[a_T n_r^2(h_T, v_b) + b_T n_r(h_T, v_b) v_b + c_T v_b^2\right] \tag{4.63}$$

Koristeći se dobivenim rezultatima, ovaj plovidbeni otpor može se izraziti aproksimativnim izrazom:

$$R_{m_{P_t}}(v_b, h_T) = \left[a_{r_0} + a_{r_1}\exp(-h_T^r)\right]\sum_{r_i=2}^{6} b_{r_i} v_b^{r_i} \tag{4.64}$$

Za trgovačke brodove s brzinama plovidbe $v_b \le 10\,m/s$, utjecaj dubine mora na dodatni otpor zanemariv je već pri odnosima $h_T \ge 7$, pa se za određeni brod unutar definirane rute mogu specificirati plovidbeni podintervali u kojima i ovaj dodatni plovidbeni otpor egzistira.

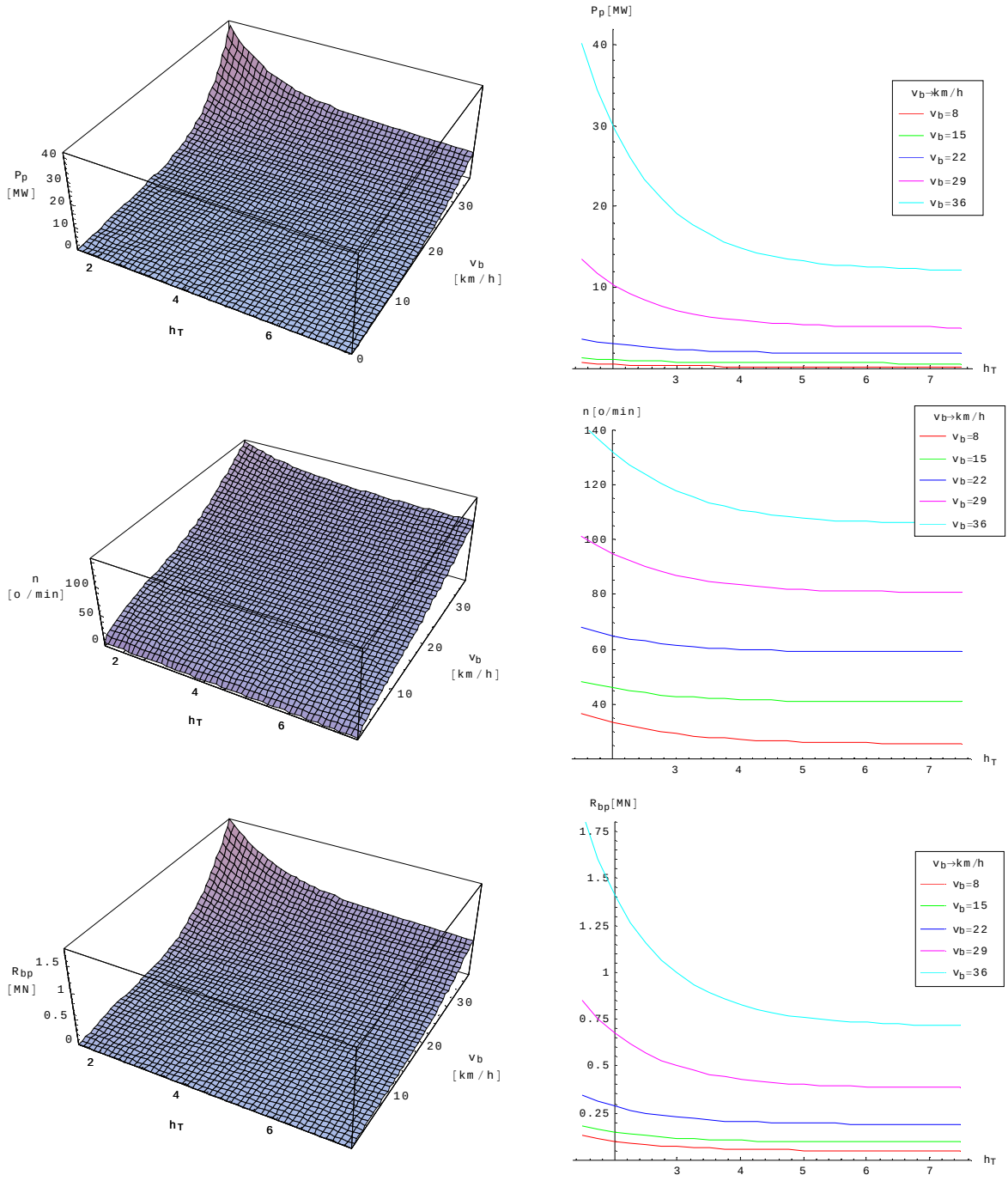
Stoga je za ovakve plovidbene podintervale temeljem definiranog plovidbenog kursa α_s potrebno definirati funkcijsku ovisnost relativne dubine mora o zemljopisnoj širini φ_b ili duljini broda μ_b, te se tako za *i-ti* plovidbeni podinterval kroz more ograničene dubine, relativna dubina definira izrazom:

$$h_{Ti} = h_T(\varphi_b)_{\alpha_{s,i}} = \sum_{i_h=0}^{n_h} A_{i_h} \sin\left[k_{i_h}\varphi_b(t) + \gamma_{i_h}\right] \tag{4.65}$$

pa se uvrštavanjem (4.65) u (4.64) za ukupni plovidbeni otpor u mirnom moru ograničene dubine dobiva:

$$R_{m_{P_t}}(v_b, \varphi_b)_{ij,ji} = \left[a_{r_0} + a_{r_1}\exp\left(-\left\{\sum_{i_h=0}^{n_h} A_{i_h}\sin\left[k_{i_h}\varphi_b(t)_{ij,ji} + \gamma_{i_h}\right]\right\}^r\right)\right]\sum_{r_i=2}^{6} b_{r_i} v_b^{r_i}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right]_{ij,ji} \tag{4.66}$$

Tako je primjerice, za trgovački brod gaza $T = 12{,}5\,\mathrm{m}$ i projektne brzine $v_b \approx 8{,}5\,\mathrm{m/s}$ granična dubina mora $h_g \le h_T \cdot T \le 87{,}5\,\mathrm{m}$, pa se plovidba ovog broda kroz sva mora dubine $h_g \le 87{,}5\,\mathrm{m}$ može akceptirati plovidbom u moru ograničene dubine, za što je potrebno superponirati odgovarajući dodatni otpor. Praktički bi plovidba takvog broda kroz *La Manche*, te kroz Sjeverno more do zemljopisne širine $\varphi \le 57\ ^0\mathrm{sš}$ bila karakterizirana plovidbom po moru ograničene dubine, gdje su dubine mora od $70 \div 30\,\mathrm{m}$ odgovarajuće.



Slika 4.10 Kvazistatičke plovidbene karakteristike broda u moru ograničene dubine

4.2 Propulzija broda tijekom službovanja

4.2.1 Komponente propulzije

Brodski vijak transducira privedenu mehaničku rotacijsku snagu u translatornu, pri čemu određeni energetski kvantiteti tijekom navedenog transduciranja ovise o komponentama propulzije, odnosno o veličinama koje ovise o interaktivnom djelovanju sustava *˝brod+vijak˝*, a to su: w koeficijent sustrujanja, $\hat{t}$ koeficijent smanjenja poriva, η_o stupanj djelovanja vijka u slobodnoj vožnji, η_r koeficijent prijelaza i η_h stupanj djelovanja trupa.

4.2.1.1 Koeficijent sustrujanja

U nastojanju da se već u koncepcijskoj fazi izrade brodskog projekta definira funkcijska ovisnost koeficijenta sustrujanja *w* o karakterističnim parametrima broda, iznađeno je lit. [20], da za jednovijčane trgovačke brodove koeficijent sustrujanja ovisi o δ blok koeficijentu, B_L omjeru širine i duljine vodne linije broda, D_L omjeru promjera propelera i duljine vodne linije i o f_{UV} faktoru oblika brodske forme (*U* ili *V* forma).

Za projektnu brzinu broda u dubokom moru, sustrujanje se definira izrazom:

$$w_p = 0,7(w_{p_1} + w_{p_2} + w_{p_3}) \tag{4.67}$$

gdje se na temelju priloženih dijagrama na *slici 4.15* mogu definirati i odgovarajuće aproksimativne matematičke formulacije:

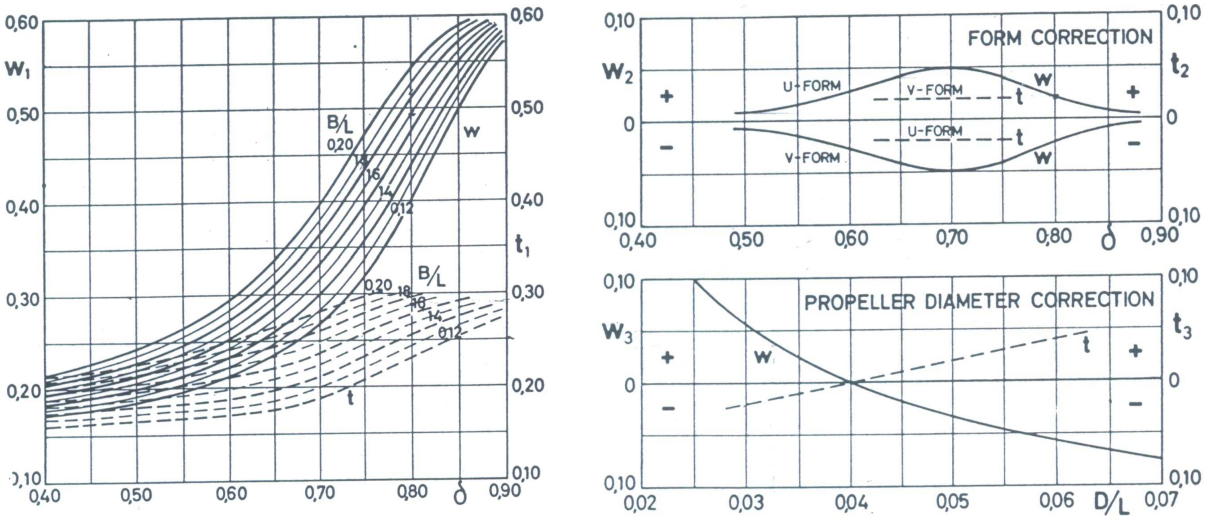
$$w_{p_1} = w_{p_1}(\delta, B_L) = \left(\sum_{j_\delta=0}^{n_\delta} a_{k_\delta}\delta^{k_\delta}\right)\left(\sum_{k_B=0}^{n_B} a_{k_B} B_L^{k_B}\right) \tag{4.68}$$

$$w_{p_2} = w_{p_2}(\delta, f_{uv}) = \sum_{k_f=0}^{n_f} a_{k_f}\delta^{k_f} \tag{4.69}$$

$$w_{p_3} = w_{p_3}(D_L) = \sum_{k_D=0}^{n_D} a_{k_D} D_L^{k_D} \tag{4.70}$$

čijim se uvrštavanjem u (4.67) za preliminarnu vrijednost efektivnog sustrujanja, dobiva:

$$w_p = w_p(\delta, B_L, D_L, f_{UV}) = 0.7\left[\left(\sum_{k_\delta=0}^{n_\delta} a_{k_\delta}\delta^{k_\delta}\right)\left(\sum_{k_B=0}^{n_B} a_{k_B} B_L^{k_B}\right) + \sum_{k_f=0}^{n_f} a_{k_f}\delta^{k_f} + \sum_{k_D=0}^{n_D} a_{k_D} D_L^{k_D}\right] \tag{4.71}$$



Slika 4.11 Komponente sustrujanja i smanjenja poriva jednovijčanih brodova

Pri plovidbi u moru ograničene dubine vrijednost efektivnog sustrujanja raste tim više čim je relativna dubina mora manja, što je zamjetno za sve vrijednosti $h_T \leq 10$. Prema tabličnim vrijednostima lit. [20], dobiva se sljedeća funkcijska ovisnost efektivnog sustrujanja o relativnoj dubini mora h_T:

$$w_{p_p} = w_{p_p}(h_T) = \left[a_h + b_h \exp\left(-h_T^{c_h}\right)\right] w_p(\delta, B_L, D_L, f_{UV}) \tag{4.72}$$

$$w_{p_p}(h_T, \delta, B_L, D_L)_U = \left[a_h + b_h \exp\left(-h_T^{c_h}\right)\right] w_{p_U} \tag{4.73}$$

$$w_{p_p}(h_T, \delta, B_L, D_L)_V = \left[a_h + b_h \exp\left(-h_T^{c_h}\right)\right] w_{p_V} \tag{4.74}$$

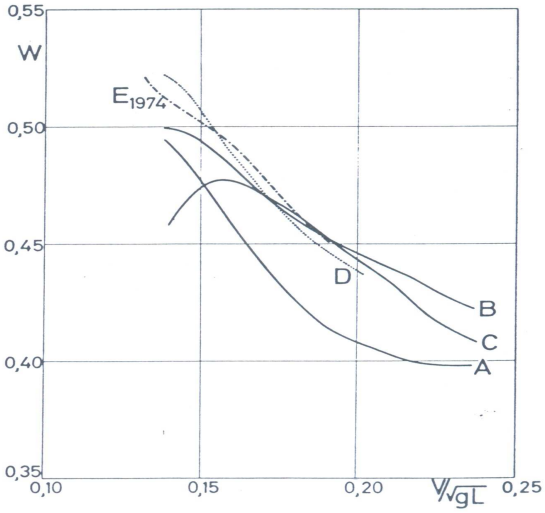
gdje su koeficijenti: $a_h = 0,998208,\ b_h = 1,56818,\ c_h = 0,75$.

Za brod specificirane forme, efektivno sustrujanje ovisi o *Froudeovom* broju, odnosno o brzini broda v_b, te se funkcijska ovisnost istog za razmjerno duboko more definira izrazom:

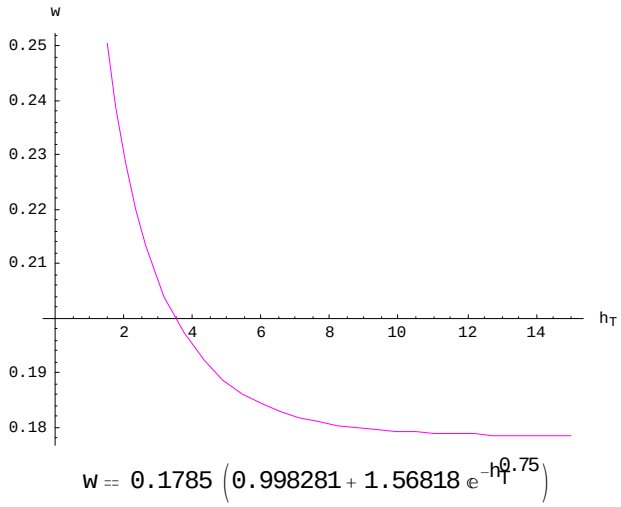
$$w(F_n) = \sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} a_{k_{wa}} F_n^{k_{wa}} \tag{4.75}$$

odnosno za točno specificirani brod u funkcijskoj ovisnosti o brzini broda:

$$w(v_b) = \sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} b_{k_{wa}} v_b^{k_{wa}} \tag{4.76}$$



Slika 4.12 Ovisnost sustrujanja o brzini v_b



Slika 4.13 Ovisnost sustrujanja o rel. dubini h_T

Za glavninu trgovačkih brodova, zadovoljavajuća točnost se već postiže aproksimacijom s polinomom trećeg stupnja, (za neke čak i polinomom 2. stupnja), pa se za širi raspon brzina trgovačkog broda može pisati:

$$w(v_b) = \sum_{k_{wa}=0}^{3} b_{k_{wa}} v_b^{k_{wa}} \tag{4.77}$$

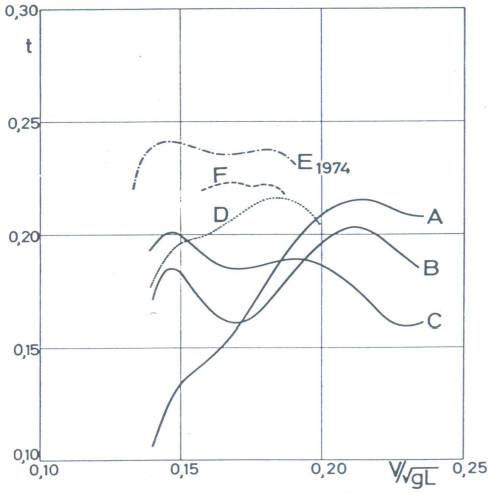
dok se za uži raspon brzina plovidbe $(\Delta v_b \approx 1{,}5 \div 2 \text{ m/s})$ može pristupiti linearizaciji koeficijenta sustrujanja, pa se za plovidbene uvjete otvorenog razmjerno razvijenog mora može pisati:

$$w(v_b) \approx w_p + k_{w_p} v_b \tag{4.78}$$

Kod plovidbe promjenljivom brzinom po moru ograničene dubine $(h_T \leq 10)$, funkcijska ovisnost efektivnog koeficijenta sustrujanja za trgovačke jednovijčane brodove definira se izrazom:

$$w(v_b, h_T)_{(\delta, B_L, D_L, f_{UV})} = \left[a_h + b_h \exp\left(-h_T^{c_h}\right) \right] \sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} b_{k_F} v_b^{k_{wa}} \tag{4.79}$$

4.2.1.2 Koeficijent smanjenja poriva



Slika 4.14 Ovisnost upijanja o brzini v_b

Na temelju istih izvora (*slika 4.11*), slično kao i koeficijent sustrujanja i koeficijent smanjenja poriva $\hat{t}$ se već u koncepcijskoj razradi projekta broda može definirati u zavisnosti o δ, B_L, D_L, f_{UV}.

Za projektnu brzinu broda u moru neograničene dubine, koeficijent smanjenja poriva $\hat{t}$ definira se izrazom:

$$\hat{t}_p = \hat{t}_{p_1} + \hat{t}_{p_2} + \hat{t}_{p_3} \tag{4.80}$$

gdje se na temelju priloženih dijagrama na *slici 4.11* mogu definirati i odgovarajuće aproksimativne matematičke formulacije za pojedine članove:

$$\hat{t}_{p_1} = \hat{t}_{p_1}(\delta, B_L) = \left(\sum_{k_\delta=0}^{\tilde{n}_\delta} b_{k_\delta} \delta^{k_\delta} \right) \left(\sum_{k_B=0}^{\tilde{n}_B} b_{k_B} B_L^{k_B} \right) \tag{4.81}$$

$\hat{t}_{p_{2u}} = -0,0187$ za brodove *U forme*, $\hat{t}_{p_{2v}} = -0,02$ za brodove *V forme*:

$$\hat{t}_{p_3} = \hat{t}_{p_3}(D_L) = a_{p_o} + k_{t_D} D_L \tag{4.82}$$

pa se za ukupni koeficijent smanjenja poriva $\hat{t}$ prema (4.80) dobiva:

$$\hat{t}_p = \hat{t}_p(\delta, B_L, D_L, f_{UV}) = \left(\sum_{k_\delta=0}^{\tilde{n}_\delta} b_{k_\delta} \delta^{k_\delta} \right) \left(\sum_{k_B=0}^{\tilde{n}_B} b_{k_B} B_L^{k_B} \right) + \hat{t}_{p_2}(f_{UV}) + a_{p_o} + k_{t_D} D_L \tag{4.83}$$

Za brod specificirane forme, koeficijent smanjenja poriva ovisi o *Froudeovom* broju, odnosno o brzini plovidbe broda v_b (*slika 4.14*), pa se njegova funkcijska ovisnost, bilo za plitko ili duboko more može aproksimirati izrazom:

$$\hat{t}(F_n) = \sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}} \tilde{a}_{k_{tr}} F_n^{k_{tr}} \tag{4.84}$$

odnosno za točno specificirani brod, dobiva se funkcijska ovisnosti o brzini plovidbe broda:

$$\hat{t}(v_b) = \sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}} \tilde{b}_{k_{tr}} v_b^{k_{tr}} \tag{4.85}$$

4.2.1.3 Stupanj djelovanja vijka u slobodnoj vožnji

Definira se izrazom:

$$\eta_o = \frac{J\, K_T}{2\pi K_M} \tag{4.86}$$

gdje su K_T i K_M bezdimenzijske karakteristika poriva i momenta, J je koeficijent napredovanja vijka. Bezdimenzijske karakteristike K_T i K_M vijka u slobodnoj vožnji ovise ponajprije o pripadajućoj vijčanoj seriji (*Wageningen-B serija*, *KCA -Gawn-Burrillova serija*, *Newton-Raderova serija* itd., lit[21]), o geometrijskim značajkama vijka, te o iznosima varijabli energijskog toka obuhvaćenim procesom transduciranja kroz vijak.

Karakteristične geometrijske veličine su: D promjer vijka, Z broj krila vijka, $p=P/D$ uspon krila vijka, $A_p=A_E/A_o$ omjer površina vijka, dok su procesom transduciranja obuhvaćene varijable energijskog toka brzina vrtnje n i aksijalna komponenta brzine pritjecanja mora u propelerski disk v_A, koje su u svrhu pojednostavnjenja modeliranja objedinjene koeficijentom napredovanja vijka J, prema izrazu:

$$J = J(n, v_A, D) = \frac{v_A}{nD} \tag{4.87}$$

Provođenjem opsežnih regresijskih studija nad *Wageningenškom-B serijom* vijaka, *Oesterveld i van Oassanen* lit. [21], došli su do sljedećih modela bezdimenzijskih karakteristika vijka, za *Reynoldsov* broj $2 \cdot 10^6$:

$$K_M(J, p, A_p, Z) = \sum_{k_M=1}^{47} C_{k_M} J^{j_{k_M}} p^{p_{k_M}} A_p^{a_{k_M}} Z^{z_{k_M}} \tag{4.88}$$

$$K_T(J, p, A_p, Z) = \sum_{k_T=1}^{39} C_{k_T} J^{j_{k_T}} p^{p_{k_T}} A_p^{a_{k_T}} Z^{z_{k_T}} \tag{4.89}$$

Daljnjim istraživanjem dobiveni su korekcijski modeli koji omogućuju modeliranje bezdimenzijskih karakteristika vijka za područje $10^6 \le R_n \le 10^9$, a isti su:

$$\Delta K_T(p, Z, A_p, J, R_n) = \left[\begin{array}{c} a_o + a_1 A_p J^2 + a_2 A_p\, pJ + a_3 \log^2(b_R R_n) + A_p J^2 + a_4 \log(b_R R_n) p^6 J^2 + a_5 \log^2(b_R R_n) p^6 J^2 + \\ + a_6 \log^2(b_R R_n) Z\, A_p J^2 + a_7 \log(b_R R_n) Z\, A_p\, p\, J + a_8 \log(b_R R_n) Z^2 A_p p^3 J \end{array} \right] \tag{4.90}$$

$$\Delta K_M(p, Z, A_p, J, R_n) = \left[\begin{array}{c} b_o + b_1\, p + b_2\, Z\, p^6 + b_3\, A_p^2 + b_4 \log(b_R R_n) p + b_5 \log(b_R R_n) p^2 + b_6 \log(b_R R_n) Z\, A J^2 \\ + b_7 \log^2(b_R R_n) Z\, A_p\, p\, J + b_8 \log(b_R R_n) Z\, p^6 + b_9 \log^2(b_R R_n) Z\, p^6 + b_{10} \log(b_R R_n) A_p^2 + b_{11} \log^2(b_R R_n) A_p^2 \end{array} \right] \tag{4.91}$$

gdje je R_n vijka u slobodnoj vožnji definiran izrazom:

$$R_n = \frac{n D^2}{\nu} \tag{4.92}$$

Kako je već u koncepcijskoj fazi razrade projekta broda za definirano područje plovidbe definiran i maksimalni ugradbeni promjer propelera D_{max} (isti je ponajviše uvjetovan balastnim gazom broda), kao i srednja temperatura mora ϑ_m, član $\log(b_R R_n)$ u izrazima (4.90) i (4.91), može se izraziti u funkcijskoj ovisnosti o n i D:

$$\log(b_R R_n) = \log(\tilde{b}_R n D^2) \tag{4.93}$$

gdje je:

$$\tilde{b}_R = b_R / \nu_m(\tilde{\vartheta}_m) \tag{4.94}$$

Uzimajući u obzir da je projektna vrijednost ν_{A_p} definirana izrazom:

$$\nu_{A_p} = (1-w_p)\nu_{b_p} \tag{4.95}$$

za koeficijent napredovanja vijka J prema (4.82) dobiva se:

$$J = J(n, D, \nu_{b_p}, w_p) = \frac{(1-w_p)\nu_{b_p}}{n\,D} \tag{4.96}$$

Temeljem funkcijske ovisnosti efektivnog sustrujanja $w_p = w_p(\delta, B_L, D_L, f_{UV})$, prema izrazu (4.71), dobiva se funkcijska ovisnost $J(n, D, \delta, B_L, L, f_{UV})$:

$$J(n, D, \delta, B_L, L, f_{UV}) = \frac{\nu_{b_p}}{nD}\left\{1-0,7\left[\left(\sum_{k_\delta=0}^{n_\delta} a_{k_\delta}\delta^{k_\delta}\right)\left(\sum_{k_B=0}^{n_B} a_{k_B} B_L^{k_B}\right)+\sum_{k_f=0}^{n_f} a_{k_f}\delta^{k_f}+\sum_{k_D=0}^{n_D}\hat{a}_{k_D} D^{k_D}\right]\right\} \tag{4.97}$$

gdje je:

$$\hat{a}_{k_D} = a_{k_D} / L^{k_D} \tag{4.98}$$

Za specificirani projekat broda definirane su vrijednosti: $B_L, L, \delta, f_{UV}\ i\ \nu_{bp}$, pa se za koeficijent napredovanja vijka, prema (4.97), može pisati:

$$J(n, D, \nu_{b_p}) = \frac{\nu_{b_p}}{nD}\left(a_o - \sum_{k_D=0}^{n_D}\tilde{a}_{k_D} D^{k_D}\right) \tag{4.99}$$

gdje je:

$$\left.\begin{aligned} a_o &= 1-0,7\left[\left(\sum_{k_\delta=0}^{n_\delta} a_{k_f}\delta^{k_f}\right)\left(\sum_{k_B=0}^{n_s} a_{k_B} B_L^{k_B}\right)+\sum_{k_f=0}^{n_f} a_{k_f}\delta^{k_f}\right] \\ \tilde{a}_{k_D} &= 0,7\,\hat{a}_{k_D} = 0,7\,a_{k_D} / L^{k_D} \end{aligned}\right\} \tag{4.100}$$

Za glavninu trgovačkih brodova prevladavajući raspon projektnih vrijednosti *Reynoldsovih* brojeva je $10^6 \le R_{n_p} \le 10^9$, pa se za *Wageningenšku B seriju* bezdimenzijske karakteristike poriva (K_T) i momenta (K_M) mogu definirati izrazima:

$$K_T = K_T(J, p, A_p, Z, R_n) = \sum_{k_T=1}^{39} C_{K_T} J^{j_{k_T}} p^{p_{k_T}} A_p^{a_{k_T}} Z^{z_{k_T}} + \sum_{R_T=0}^{8} a_{R_T} J^{j_{R_T}} p^{p_{R_T}} A_p^{a_{R_T}} Z^{Z_{R_T}} \log^{L_{R_T}}(b_R R_n) \tag{4.101}$$

$$K_M = K_M(J, p, A_p, Z, R_n) = \sum_{k_M=1}^{47} C_{k_M} J^{j_{k_M}} p^{p_{k_M}} A_p^{a_{k_M}} Z^{z_{k_M}} + \sum_{R_M=0}^{11} b_{R_M} J^{j_{R_M}} p^{p_{R_M}} A_p^{a_{R_M}} Z^{Z_{R_M}} \log^{L_{R_M}}(b_R R_n) \tag{4.102}$$

odnosno supstituiranjem (4.93) i (4.99) u (4.101) i (4.102) za bezdimenzijske karakteristike K_T i K_M dobivaju se sljedeće funkcijske ovisnosti:

$$K_T(n, D, p, A_p, Z, \nu_{b_p}) = \sum_{k_T=1}^{39} C_{k_T}\left[\frac{\nu_{b_p}}{nD}\left(a_o - \sum_{k_D=0}^{n_D}\tilde{a}_{k_D} D^{k_D}\right)\right]^{j_{k_T}} p^{p_{k_T}} A_p^{a_{k_T}} Z^{Z_{k_T}} + \sum_{R_T=0}^{8} a_{R_T}\left[\frac{\nu_{b_p}}{nD}\left(a_o - \sum_{k_D=0}^{n_D}\tilde{a}_{k_D} D^{k_D}\right)\right]^{j_{R_T}} p^{p_{R_T}} A_p^{a_{R_T}} Z^{Z_{R_T}} \log^{L_{R_T}}(\tilde{b}_R n D^2) \tag{4.103}$$

$$K_M(n, D, p, A_p, Z, \nu_{b_p}) = \sum_{k_M=1}^{47} C_{k_M}\left[\frac{\nu_{b_p}}{nD}\left(a_o - \sum_{k_f=0}^{n_D}\tilde{a}_{k_D} D^{k_D}\right)\right]^{j_{k_M}} p^{p_{k_M}} A_p^{a_{k_M}} Z^{Z_{k_M}} + \sum_{R_M=0}^{8} a_{R_M}\left[\frac{\nu_{b_p}}{nD}\left(a_o - \sum_{k_D=0}^{n_D}\tilde{a}_{k_D} D^{k_D}\right)\right]^{j_{R_M}} p^{p_{R_M}} A_p^{a_{R_M}} Z^{Z_{R_M}} \log^{L_{R_M}}(\tilde{b}_R n D^2) \tag{4.104}$$

koje se mogu prikazati i u prikladnijem obliku kako slijedi:

$$K_T(n, D, p, A_p, Z, \nu_{b_p}) = \sum_{\tilde{k}_T=1}^{47} C_{\tilde{k}_T}\left[\frac{\nu_{b_p}}{nD}\left(a_o - \sum_{k_D=0}^{n_D}\tilde{a}_{k_D} D^{k_D}\right)\right]^{j_{\tilde{k}_T}} p^{p_{\tilde{k}_T}} A_p^{a_{\tilde{k}_T}} Z^{Z_{\tilde{k}_T}} \log^{L_{\tilde{k}_T}}(\tilde{b}_R n D^2) \tag{4.105}$$

$$K_M(n, D, p, A_p, Z, \nu_{b_p}) = \sum_{\tilde{k}_M=1}^{58} C_{\tilde{k}_M}\left[\frac{\nu_{b_p}}{nD}\left(a_o - \sum_{k_D=0}^{n_D}\tilde{a}_{k_D} D^{k_D}\right)\right]^{j_{\tilde{k}_M}} p^{p_{\tilde{k}_M}} A_p^{a_{\tilde{k}_M}} Z^{Z_{\tilde{k}_M}} \log^{L_{\tilde{k}_M}}(\tilde{b}_R n D^2) \tag{4.106}$$

Na kraju se, supstituiranjem (4.97), (4.105) i (4.106) u (4.90) dobiva funkcijska ovisnost stupnja djelovanja vijka u slobodnoj vožnji $\eta_o = \eta_o(n, D, p, A_p, Z, v_{bp})$.

$$\eta_o(n,D,A_p,Z,v_{bp}) = \frac{\sum_{k_T=1}^{47} C_{\tilde{k}_T} \left[\frac{v_{b_p}}{nD} \left(a_o - \sum_{k_D=0}^{n_D} \tilde{a}_{k_D} D^{k_D} \right) \right]^{(1+j_{\tilde{k}_T})} p^{p_{\tilde{k}_T}} A_p^{a_{\tilde{k}_T}} Z^{Z_{\tilde{k}_T}} \log^{L_{\tilde{k}_T}} \left(\tilde{b}_R nD^2 \right)}{2\pi \left\{ \sum_{k_M=1}^{58} C_{\tilde{k}_M} \left[\frac{v_{b_p}}{nD} \left(a_o - \sum_{k_D=0}^{n_D} \tilde{a}_{k_D} D^{k_D} \right) \right]^{j_{\tilde{k}_M}} p^{p_{\tilde{k}_M}} A_p^{a_{\tilde{k}_M}} Z^{Z_{\tilde{k}_M}} \log^{L_{\tilde{k}_M}} \left(\tilde{b}_R nD^2 \right) \right\}} \tag{4.107}$$

4.2.1.4 Koeficijent prijelaza

Za određeni tip broda i koeficijent prijelaza η_r funkcijski ovisi o *n*, *D*, *p*, A_p, *Z* i v_{bp}, pa ga se dobro aproksimira izrazom:

$$\eta_r = \eta_r(n,D,p,A_p,Z,v_{b_p}) = \sum_{k_r=1}^{m_r} C_{k_r} \left[\frac{v_{b_p}}{nD} \left(a_o - \sum_{k_D=0}^{n_D} \tilde{a}_{k_D} D^{k_D} \right) \right]^{j_{k_r}} p^{p_{k_r}} A_p^{a_{k_r}} Z^{Z_{k_r}} \tag{4.108}$$

Kako je s jedne strane pridobivanje samih podataka za širi raspon navedenih vrijednosti za određeni tip broda presloženo i preskupo, dok je s druge strane utvrđeno da se vrijednost koeficijenta prijelaza neznatno mijenja s njihovom promjenom, uobičajeno je u koncepcijskoj fazi razrade brodskih projekata koristiti osrednju vrijednost, koja za jednovijčane brodove iznosi $\eta_r \approx 1{,}05$.

4.2.1.5 Stupanj djelovanja trupa

Definira se izrazom:

$$\eta_h = \frac{1-\hat{t}}{1-w} \tag{4.109}$$

pa se supstituiranjem izraza (4.71) i (4.83), za definiranu projektnu brzinu v_{bp}, u neograničenom mirnom okružju, dobiva:

$$\eta_h = \eta_h(\delta, B_L, D_L, f_{UV}) = \frac{1-\left[\left(\sum_{k_\delta=0}^{\tilde{n}_\delta} k_{k_\delta} \delta^{k_\delta} \right) \left(\sum_{k_B=0}^{\tilde{n}_B} b_{k_B} B_L^{k_B} \right) + \hat{t}_{p_2}(f_{UV}) + a_{p_o} + k_{t_D} D_L \right]}{1-0{,}7\left[\left(\sum_{k_\delta=0}^{\tilde{n}_\delta} k_{k_\delta} \delta^{k_\delta} \right) \left(\sum_{k_B=0}^{\tilde{n}_B} b_{k_B} B_L^{k_B} \right) + \sum_{k_f=0}^{n_f} a_{k_f} \delta^{k_f} + \sum_{k_D=0}^{n_D} a_{k_D} D_L^{k_D} \right]} \tag{4.110}$$

Za određeni tip broda sve su vrijednosti u gore navedenom izrazu osim $D_L=D/L$ konstantne, pa se za stupanj djelovanja trupa pri definiranoj projektnoj brzini broda dobiva:

$$\eta_h = \eta_h(D)_{v_{b_p}} = \frac{a_{D_B} - \tilde{k}_{t_D} D}{a_o - \sum_{k_D}^{n_D} \tilde{a}_{k_D} D^{k_D}} \tag{4.111}$$

gdje je:

$$a_{D_B} = 1-\left[\left(\sum_{k_\delta=0}^{\tilde{n}_\delta} b_{k_\delta} \delta^{k_\delta} \right) \left(\sum_{k_B=0}^{\tilde{n}_B} b_{k_B} B_L^{k_B} \right) + \hat{t}_{p_2}(f_{UV}) + a_{p_o} \right] \tag{4.112}$$

U uvjetima službovanja broda, kada je njegova brzina promjenljiva za plovidbe u mirnom neograničenom okružju, uz *D=const.*, stupanj djelovanja trupa definira se izrazom:

$$\eta_h(v_b)_D = \frac{1-\sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}} \tilde{b}_{k_{tr}} v_b^{k_{tr}}}{1-\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} b_{k_{wa}} v_b^{k_{wa}}} \tag{4.113}$$

dok se za plovidbe u mirnom moru ograničene dubine definira izrazom:

$$\eta_h(v_b, h_T)_D = \frac{1-\sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}} \tilde{b}_{k_{tr}} v_b^{k_{tr}}}{1-\left[a_h + b_h \exp(-h_T^{c_h}) \right] \sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} b_{k_{wa}} v_b^{k_{wa}}} \tag{4.114}$$

4.2.2 Izbor brodskog vijka

Za raspoloživu vijčanu seriju (npr. *Wageningenška B-serija*), izbor brodskog vijka temelji se na maksimiziranju sveukupnog propulzijskog stupnja djelovanja, koji je za specificiranu projektnu brzinu broda definiran izrazom:

$$\eta_p = \eta_o \eta_r \eta_h = \eta_p(n, D, p, A_p, Z) \tag{4.115}$$

odnosno, uzimajući da je $\eta_r \approx const$, supstituiranjem (4.107) i (4.114) u (4.115), dobiva se izraz:

$$\eta_p(n, D, p, A_p, Z) = \frac{\eta_r \left(a_{D_B} - \hat{k}_{t_D} D\right) \left\{ \sum_{\tilde{k}_T=1}^{47} C_{\tilde{k}_T} \left[\frac{v_{b_p}}{nD} \left(a_o - \sum_{k_D=0}^{n_D} \tilde{a}_{k_D} D^{k_D} \right) \right]^{\left(1+j_{\tilde{k}_T}\right)} p^{p_{\tilde{k}_T}} A_p^{a_{\tilde{k}_T}} Z^{Z_{\tilde{k}_T}} \log^{L_{\tilde{k}_T}} \left(\tilde{b}_R n D^2 \right) \right\}}{2\pi \left(a_o - \sum_{k_D=0}^{n_D} \tilde{a}_{k_D} D^{k_D} \right) \left\{ \sum_{\tilde{k}_M=1}^{58} C_{\tilde{k}_M} \left[\frac{v_{b_p}}{nD} \left(a_o - \sum_{k_D=0}^{n_D} \tilde{a}_{k_D} D^{k_D} \right) \right]^{j_{\tilde{k}_M}} p^{p_{\tilde{k}_M}} A_p^{a_{\tilde{k}_M}} Z^{Z_{\tilde{k}_M}} \log^{L_{\tilde{k}_M}} \left(\tilde{b}_R n D^2 \right) \right\}} \tag{4.116}$$

Nejednakosna ograničenja su:

$$\left.\begin{aligned} p_{\min} \le p \le p_{\max},\ & A_{p_{\min}} \le A_p \le A_{p_{\max}}, \\ D \le D_{\max},\ & Z_{\min} \le Z \le Z_{\max}, \\ & n_{\min} \le n \le n_{\max} \end{aligned}\right\} \tag{4.117}$$

dok se jednakosno ograničenje pridobiva iz kvazistatičke porivne jednadžbe, prema izrazu (4.62), pri čemu se vijkom proizvedena porivna sila *T* definira izrazom:

$$T = K_T(n, D, p, A_p, Z, v_{bp}) \tilde{\rho}_m n^2 D^4 \tag{4.118}$$

odnosno, nakon supstituiranja izraza (4.105), sljedećim izrazom:

$$T(n, D, p, A_p, Z, v_{bp}) = \rho_m n^2 D^4 \sum_{\tilde{k}_T=1}^{47} C_{\tilde{k}_T} \left[\frac{v_{b_p}}{nD} \left(a_o - \sum_{k_D=0}^{n_D} \tilde{a}_{k_D} D^{k_D} \right) \right]^{j_{\tilde{k}_T}} p^{p_{\tilde{k}_T}} A_p^{a_{\tilde{k}_T}} Z^{Z_{\tilde{k}_T}} \log^{L_{\tilde{k}_T}} \left(\tilde{b}_R n D^2 \right) \tag{4.119}$$

Uzimajući u obzir da je za određeni tip broda i projektnu brzinu v_{b_p} koeficijent smanjenja poriva funkcijski ovisan samo o promjeru propelera *D*, pa vrijedi:

$$1 - \hat{t}(D) v_{b_p} = a_{D_B} - \tilde{k}_{t_D} D \tag{4.120}$$

te da je otpor realnog novoizgrađenog broda u neograničenom mirnom okružju R_{mr} dat izrazom (4.26), jednakosno ograničenje poprima oblik:

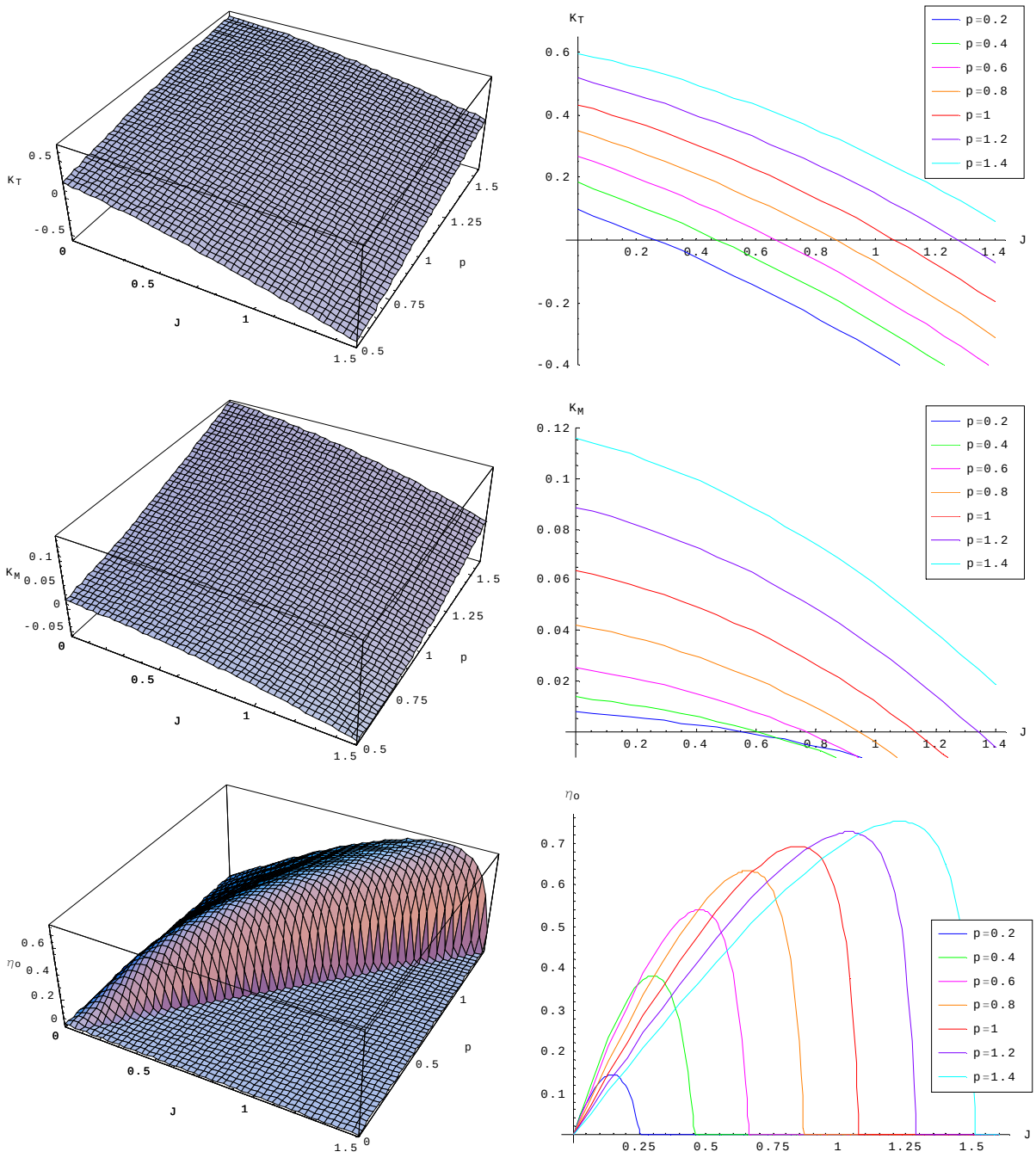
$$\tilde{\rho}_m (a_{D_B} - \tilde{k}_{t_D} D) n^2 D^4 \sum_{\tilde{k}_T=1}^{47} C_{\tilde{k}_T} \left[\frac{v_{b_p}}{nD} \left(a_o - \sum_{k_D=0}^{n_D} \tilde{a}_{k_D} D^{k_D} \right) \right]^{j_{\tilde{k}_T}} p^{p_{\tilde{k}_T}} A_p^{a_{\tilde{k}_T}} Z^{Z_{\tilde{k}_T}} \log^{L_{\tilde{k}_T}} \left(\tilde{b}_R n D^2 \right) = R_{m_r}(v_{bp}) \tag{4.121}$$

Zahvaljujući činjenici da je maksimalna potencija $a_{k_{T\max}} = 2$, iz navedenog jednakosnog ograničenja pridobiva se funkcijska ovisnost $A_p = A_p(n, D, p, Z, v_{b_p})$, pa se problem maksimizacije funkcije cilja definirane s 5 nezavisnih varijabli, supstituiranjem $A_p = A_p(n, D, p, Z, v_{b_p})$ u izraz (4.116), reducira na problem maksimizacije funkcije cilja definirane s 4 varijable.

Kako je Z cjelobrojna vrijednost te je kod trgovačkih brodova 3, 4 ili 5, problem maksimizacije funkcije cilja definirane s 4 varijable, svodi se na maksimiziranje triju odgovarajućih funkcija cilja s 3 nezavisne varijable (n, D, p), definiranih sa $Z_3 = 3$, $Z_4 = 4$ i $Z_5 = 5$, pri čemu optimalno rješenje biva ono, koje za predefinirani cjelobrojni *Z* daje maksimalni propulzijski stupanj djelovanja.

U primjeru razmatranog broda namijenjenog prijevozu umjereno hlađenih *živih* i *mrtvih* tereta, dobivene su optimalne vrijednosti sljedećih geometrijskih veličina: $Z_{opt} = 5;\ A_{p_{opt}} = 0,6;\ D_{\max} = 5,9\,\mathrm{m}$.

Priložena *slika 4.15* ilustrira bezdimenzijske značajke poriva i momenta, te stupanj djelovanja takvog vijka upravljivog uspona *p* u slobodnoj vožnji.



Slika 4.15 Bezdimenzijske karakteristike odabranog vijka upravljivog uspona

4.2.3 Momentna i porivna karakteristika novoizgrađenog CPP vijka

Za odabrani vijak, čija je geometrija definirana optimalnim vrijednostima A_{po}, D_o i Z_o, tijekom službovanja broda bezdimenzijske karakteristike poriva $K_T(p,J)$ i momenta $K_M(p,J)$, funkcijski su ovisne o usponu krila vijka *p* i koeficijentu napredovanja vijka *J*.

Kako je koeficijent napredovanja vijka *J* funkcija brzine broda v_b i brzine vrtnje *n*, bezdimenzijske karakteristike vijka, odnosno propelerske karakteristike bivaju funkcijom triju nezavisnih varijabli *p*, v_b i *n*.

Funkcijske ovisnosti propelerom stvorene porivne sile *T* i apsorbiranog momenta M_p definiraju se izrazima:

$$T = K_T \rho_m D_o^4 n^2 \tag{4.122}$$

$$M_p = K_M \rho_m D_o^5 n^2 \tag{4.123}$$

Uvrštavanjem izraza (4.76), odnosno (4.79) za efektivno sustrujanje tijekom plovidbe ***dubokim*** odnosno ***plitkim*** morem u izraz (4.96) za odgovarajuće koeficijente napredovanja vijka dobivaju se izrazi:

$$J = J(n, D_o, v_b) = \frac{v_b}{n D_o}\left(1 - \sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} b_{k_{wa}} v_b^{k_F}\right) = (n D_o)^{-1} \sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(k_{wa}+1)} \tag{4.124}$$

$$J_p = J_p(n, D_o, v_b, h_T) = (n D_o)^{-1}\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{c_h})}\right] \sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(1+k_{wa})} \tag{4.125}$$

čijim se uvrštavanjem u (4.105) i (4.106), uzimajući u obzir da su $A_p^{a_{\tilde{k}_M}}, Z^{z_{\tilde{k}_M}}$ i D_o za odabrani vijak konstantnog iznosa, dobivaju odgovarajuće bezdimenzijske karakteristike poriva i momenta tijekom plovidbe broda dubokim i plitkim morem odgovarajuće.

Plovidba dubokim morem

$$K_T = K_T(n, p, v_b) = \sum_{\tilde{k}_T=1}^{47} \tilde{C}_{\tilde{k}_T}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(k_{wa}+1)} n^{-1}\right]^{j_{\tilde{k}_T}} p^{p_{\tilde{k}_T}} \log^{L_{\tilde{k}_T}}(\hat{b}_R n) \tag{4.126}$$

$$K_M(n, p, v_b) = \sum_{\tilde{k}_M=1}^{58} \tilde{C}_{\tilde{k}_M}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(k_{wa}+1)} n^{-1}\right]^{j_{\tilde{k}_M}} p^{p_{\tilde{k}_M}} \log^{L_{\tilde{k}_M}}(\hat{b}_R n) \tag{4.127}$$

gdje je: $$\tilde{C}_{\tilde{k}_T} = C_{\tilde{k}_T} A_p^{a_{\tilde{k}_T}} Z^{z_{\tilde{k}_T}} D_o^{-j_{\tilde{k}_T}}, \quad \tilde{C}_{\tilde{k}_M} = C_{\tilde{k}_M} A_p^{a_{\tilde{k}_M}} Z^{z_{\tilde{k}_M}} D_o^{-j_{\tilde{k}_M}}, \quad \hat{b}_R = \tilde{b}_R D_o^2 \Big\} \tag{4.128}$$

Uvrštavanjem (4.126) u (4.122), odnosno (4.127) u (4.123) za porivnu i momentnu karakteristiku vijka dobiva se:

$$T(n, p, v_b) = \sum_{\tilde{k}_T=1}^{47} \hat{C}_{\tilde{k}_T}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(k_{wa}+1)}\right]^{j_{\tilde{k}_T}} n^{(2-j_{\tilde{k}_T})} p^{p_{\tilde{k}_T}} \log^{L_{\tilde{k}_T}}(\hat{b}_R n) \tag{4.129}$$

$$M_p(n, p, v_b) = \sum_{\tilde{k}_M=1}^{58} \hat{C}_{\tilde{k}_M}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(k_{wa}+1)}\right]^{j_{\tilde{k}_M}} n^{(2-j_{\tilde{k}_M})} p^{p_{\tilde{k}_M}} \log^{L_{\tilde{k}_M}}(\hat{b}_R n) \tag{4.130}$$

gdje je: $$\hat{C}_{\tilde{k}_T} = \tilde{C}_{\tilde{k}_T} \rho_m D_o^4 = C_{\tilde{k}_T} A_p^{a_{\tilde{k}_T}} Z^{z_{\tilde{k}_T}} D_o^{(4-j_{\tilde{k}_T})}, \ \hat{C}_{\tilde{k}_M} = \tilde{C}_{\tilde{k}_M} \rho_m D_o^5 = C_{\tilde{k}_M} A_p^{a_{\tilde{k}_M}} Z^{z_{\tilde{k}_M}} D_o^{(5-j_{\tilde{k}_M})} \Big\} \tag{4.131}$$

Plovidba morem ograničene dubine

$$K_T(n, p, v_b) = \sum_{\tilde{k}_T=1}^{47} \tilde{C}_{\tilde{k}_T}\left\{\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{c_h})}\right] n^{-1} \sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_F} v_b^{(1+k_{wa})}\right\}^{j_{\tilde{k}_T}} p^{p_{\tilde{k}_T}} \log^{L_{\tilde{k}_T}}(\hat{b}_R n) \tag{4.132}$$

$$K_M(n, p, v_b) = \sum_{\tilde{k}_M=1}^{58} \tilde{C}_{\tilde{k}_M}\left\{\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{c_h})}\right] n^{-1} \sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(1+k_{wa})}\right\}^{j_{\tilde{k}_M}} p^{p_{\tilde{k}_M}} \log^{L_{\tilde{k}_M}}(\hat{b}_R n) \tag{4.133}$$

Uvrštavanjem (4.132) u (4.122), odnosno (4.133) u (4.123) za porivnu i momentnu karakteristiku vijka dobiva se:

$$T(n, p, v_b) = \sum_{\tilde{k}_T=1}^{47} \hat{C}_{\tilde{k}_T}\left\{\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{c_h})}\right] n^{-1} \sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(1+k_{wa})}\right\}^{j_{\tilde{k}_T}} n^{(2-j_{\tilde{k}_T})} p^{p_{\tilde{k}_T}} \log^{L_{\tilde{k}_T}}(\hat{b}_R n) \tag{4.134}$$

$$M_p(n, p, v_b) = \sum_{\tilde{k}_M=1}^{58} \hat{C}_{\tilde{k}_M}\left\{\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{c_h})}\right] n^{-1} \sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(1+k_{wa})}\right\}^{j_{\tilde{k}_M}} n^{(2-j_{\tilde{k}_M})} p^{p_{\tilde{k}_M}} \log^{L_{\tilde{k}_M}}(\hat{b}_R n) \tag{4.135}$$

Pojednostavljena momentna i porivna karakteristika novoizgrađenog CPP vijka

Vrijednosti bezdimenzijskih karakteristika poriva K_T i momenta K_M mogu se aproksimirati jednadžbama ploha drugog reda, kako slijedi:

$$K_T(p, J) = a_{T_2} p^2 J^2 + a_{T_1} p J^2 + a_{T_0} J^2 + b_{T_2} p^2 J + b_{T_1} p J + b_{T_0} J + c_{T_2} p^2 + c_{T_1} p + c_{T_0} \tag{4.136}$$

$$K_M(p,J) = a_{M_2}p^2J^2 + a_{M_1}pJ^2 + a_{M_0}J^2 + b_{M_2}p^2J + b_{M_1}pJ + b_{M_0}J + c_{M_2}p^2 + c_{M_1}p + c_{M_0} \quad (4.137)$$

gdje su: $a_{T_0}, a_{T_1}, ...c_{T_2}$, i $a_{M_0}, a_{M_1}, ...c_{M_2}$ odgovarajući koeficijenti.

Plovidba dubokim morem

Uvrštavanjem (4.124) u (4.136) i (4.137), dobivaju se bezdimenzijske karakteristike poriva i momenta tijekom plovidbe broda dubokim morem:

$$K_T(p,n,v_b) = (nD_o)^{-2}\left(\sum_{i=0}^{2}a_{T_i}p^i\right)\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2 + (nD_o)^{-1}\left(\sum_{i=0}^{2}b_{T_i}p^i\right)\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})} + \sum_{i=0}^{2}c_{T_i}p^i \quad (4.138)$$

$$K_M(p,n,v_b) = (nD_o)^{-2}\left(\sum_{i=0}^{2}a_{M_i}p^i\right)\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2 + (nD_o)^{-1}\left(\sum_{i=0}^{2}b_{M_i}p^i\right)\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})} + \sum_{i=0}^{2}c_{M_i}p^i \quad (4.139)$$

čijim se uvrštavanjem u izraze (4.122) i (4.123) za porivnu i momentnu karakteristiku vijka dobiva:

$$T(p,n,v_b) = \rho_m\left\{D_o^2\left(\sum_{i=0}^{2}a_{T_i}p^i\right)\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2 + nD_o^3\left(\sum_{i=0}^{2}b_{T_i}p^i\right)\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})} + n^2D_o^4\sum_{i=0}^{2}a_{T_i}p^i\right\} \quad (4.140)$$

$$M_p(p,n,v_b) = \rho_m\left\{D_o^3\left(\sum_{i=0}^{2}a_{M_i}p^i\right)\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2 + nD_o^4\left(\sum_{i=0}^{2}b_{M_i}p^i\right)\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})} + n^2D_o^5\sum_{i=0}^{2}c_{M_i}p^i\right\} \quad (4.141)$$

Plovidba morem ograničene dubine

Uvrštavanjem (4.125) u (4.136) i (4.137), dobivaju se bezdimenzijske karakteristike poriva i momenta:

$$K_T(p,n,v_b) = (nD_o)^{-2}\left(\sum_{i=0}^{2}a_{T_i}p^i\right)\left\{\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{Ch})}\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right\}^2 + (nD_o)^{-1}\left(\sum_{i=0}^{2}b_{T_i}p^i\right)\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{Ch})}\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})} + \sum_{i=0}^{2}c_{T_i}p^i \quad (4.142)$$

$$K_M(p,n,v_b) = (nD_o)^{-2}\left(\sum_{i=0}^{2}a_{M_i}p^i\right)\left\{\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{Ch})}\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right\}^2 + (nD_o)^{-1}\left(\sum_{i=0}^{2}b_{M_i}p^i\right)\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{Ch})}\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})} + \sum_{i=0}^{2}c_{M_i}p^i \quad (4.143)$$

pa se njihovim uvrštavanjem u odgovarajuće izraze za porivnu silu i zakretni moment propelera dobiva:

$$T(p,n,v_b) = \rho_m\left(D_o^2\left(\sum_{i=0}^{2}a_{T_i}p^i\right)\left\{\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{Ch})}\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right\}^2 + nD_o^3\left(\sum_{i=0}^{2}b_{T_i}p^i\right)\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{Ch})}\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})} + n^2D_o^4\sum_{i=0}^{2}a_{T_i}p^i\right) \quad (4.144)$$

$$M_p(p,n,v_b) = \rho_m\left(D_o^3\left(\sum_{i=0}^{2}a_{M_i}p^i\right)\left\{\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{Ch})}\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right\}^2 + nD_o^4\left(\sum_{i=0}^{2}b_{M_i}p^i\right)\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{Ch})}\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})} + n^2D_o^5\sum_{i=0}^{2}c_{M_i}p^i\right) \quad (4.145)$$

Navedeni izrazi vrijede za vijak u slobodnoj vožnji, dok za realne uvjete vožnje vijka s brodom pretpostavljajući da se koeficijent napredovanja vijka J i porivna karakteristika vijka K_T ne mijenjaju, za K_M i M_p važe sljedeći izrazi:

$$K_{Mr} = K_M(n,p,v_b)/\eta_r \quad (4.146)$$

$$M_{pr} = M_p(n,p,v_b)/\eta_r \quad (4.147$$

duboko more

$$K_M(p,n,v_b) = \left\{(nD_o)^{-2}\left(\sum_{i=0}^{2}a_{M_i}p^i\right)\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2 + (nD_o)^{-1}\left(\sum_{i=0}^{2}b_{M_i}p^i\right)\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})} + \sum_{i=0}^{2}c_{M_i}p^i\right\}/\eta_r \quad (4.148)$$

$$M_p(p,n,v_b) = \frac{\rho_m}{\eta_r}\left\{D_o^3\left(\sum_{i=0}^{2}a_{M_i}p^i\right)\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2 + nD_o^4\left(\sum_{i=0}^{2}b_{M_i}p^i\right)\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})} + n^2D_o^5\sum_{i=0}^{2}c_{M_i}p^i\right\} \quad (4.149)$$

more ograničene dubine

$$K_M(p,n,v_b) = \left((nD_o)^{-2}\left(\sum_{i=0}^{2}a_{M_i}p^i\right)\left\{\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{Ch})}\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right\}^2 + (nD_o)^{-1}\left(\sum_{i=0}^{2}b_{M_i}p^i\right)\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{Ch})}\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})} + \sum_{i=0}^{2}c_{M_i}p^i\right)/\eta_r \quad (4.150)$$

$$M_p(p,n,v_b)=\frac{\rho_m}{\eta_r}\left(D_o^3\left(\sum_{i=0}^{2}a_{M_i}p^i\right)\left\{\left[a_0+a_e e^{(-\tilde{h}_T^{Ch})}\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right\}^2+nD_o^4\left(\sum_{i=0}^{2}b_{M_i}p^i\right)\left[a_0+a_e e^{(-\tilde{h}_T^{Ch})}\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+n^2D_o^5\sum_{i=0}^{2}c_{M_i}p^i\right) \quad (4.151)$$

4.2.4 Momentna i porivna karakteristika ohrapavljenog CPP vijka

Uslijed porasta hrapavosti brodskog vijka tijekom službovanja broda, dolazi do opadanja njegove efikasnosti jer se povećava iznos komponentne sile otpora na krilima vijka, što znači da za istu apsorbiranu snagu P_d, vijak proizvodi manji poriv T, odnosno da se za održavanje željene brzine broda v_b vijku isporučuje veća snaga P_d. Suvremene metode procijene hrapavosti temelje se na iskustvenim i statističkim podacima mjerenim na brodovima u službi. Tako *ITTC*, prema lit. [22] sugerira uporabu standardne ekvivalentne pješčane zrnate hrapavosti površine za novi vijak $k_0=30$ μm, a uz pretpostavljeno godišnje povećanje hrapavosti od $k_g=100$ μm/god., kako je prikazano *slikom 4.16.*

Porast snage zbog povećanja hrapavosti vijka, računa se za razdoblje između dokovanja kada se vijak čisti i polira na stanje novog vijka, pa isto nema utjecaja na povećanje snage za cjelokupni životni vijek broda, već samo za razdoblje između dokovanja.

Porast snage može se definirati aproksimativnim izrazom kako slijedi:

$$\frac{\Delta P_d}{P_d}=\frac{P_d(t)-P_{dp}}{P_{dp}}=a_k k^2+b_k k+c_k \quad (4.152)$$

iz čega za relativni prirast snage proizlazi:

$$\Delta P_d=P_d\left[a_k k^2(t)+b_k k(t)+c_k\right] \quad (4.153)$$

odnosno za snagu koju je potrebno privesti vijku uslijed hrapavljenja:

$$P_d(t)=P_d\left[1+a_k k^2(t)+b_k k(t)+c_k\right] \quad (4.154)$$

gdje je vremenski promjenjiva hrapavost brodskog vijka između periodičkih čišćenja dana izrazom:

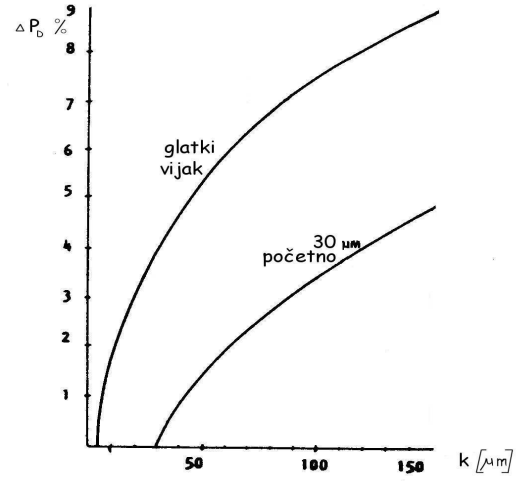
$$k(t)=k_0+\frac{\partial k(t)}{\partial t}t=k_0+k_g t \quad (4.155)$$

dok je P_{dp} snaga koju apsorbira novoizgrađeni brodski vijak pri projektnoj brzini broda.

Pretpostavi li se da je gradijent hrapavljenja: $k_g=10\,\mu\text{m/god}$, uvrštavanjem (4.155) u (4.154), nakon sređivanja dobiva se funkcijska ovisnost za snagu koju vijak apsorbira:

$$P_d(t)=P_{d_p}(a_{p_3}t^3+a_{p_2}t^2+a_{p_1}t+a_{p_0})=P_{d_p}\sum_{i=0}^{3}a_{p_i}t^i \quad (4.156)$$

gdje je t vrijeme u satima, za kojeg su odgovarajući koeficijenti: $a_{p_3}=4,28442\cdot10^{-16}$, $a_{p_2}=-8,95741\cdot10^{-11}$, $a_{p_1}=9,42412\cdot10^{-6}$, $a_{p_0}=1$.



Slika 4.16 Porast porivne snage zbog povećanja hrapavosti vijka

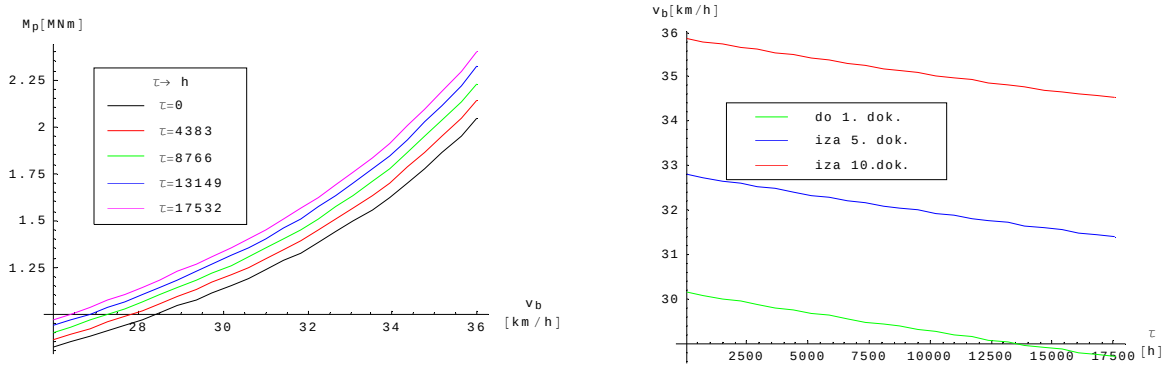
Prirast snage uslijed onečišćenja vijka nastupa isključivo zbog degradacije performansi vijka, te se može pisati da je:

$$\frac{P_d(t)}{P_{d_p}}=\sum_{i=0}^{3}a_{p_i}t^i=\frac{\eta_o}{\eta_{o_h}(t)} \quad (4.157)$$

pa se na temelju definicijskog izraza za stupanj djelovanja vijka u slobodnoj vožnji (4.107), pretpostavljajući da je $K_T(t)=K_T$, uz $v_b=const.$, $n=const.$, dobiva:

$$K_M(t)_h=K_M\sum_{i=0}^{3}a_{p_i}t^i \quad (4.158)$$

Priložena *slika 4.17*, za razmatrani brod ilustrira utjecaj hrapavljenja vijka i obraštanja brodskog trupa između dokovanja broda, na potrebni zakretni moment vijka, odnosno na pad brzine broda pri održavanju konstantne propulzijske snage.



Slika 4.17 Momentna karakteristika ohrapavljenog vijka i pad brzine zbog hrapavljenja vijka i obraštanja trupa između dokovanja broda

Nadalje se na temelju navedenih pretpostavki za zakretni moment kojeg vijak apsorbira uslijed njegovog kontinuiranog hrapavljenja dobiva:

$$M_p(t)_h = M_p \sum_{i=0}^{3} a_{p_i} t^i = K_M \rho_m n^2 D^4 \sum_{i=0}^{3} a_{p_i} t^i \tag{4.159}$$

pa se uvrštavanjem izraza (4.139) u (4.159) za potrebni zakretni moment vijka tijekom plovidbe po dubokom moru dobiva:

$$M_p(t)_{h_{ij}} = \frac{\rho_m}{\eta_r}\left(\sum_{i=0}^{3} a_{p_i} t^i\right)\left\{D_o^3\left(\sum_{i=0}^{2} a_{M_i} p^i\right)\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2 + n D_o^4\left(\sum_{i=0}^{2} b_{M_i} p^i\right)\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(1+k_{wa})} + n^2 D_o^5 \sum_{i=0}^{2} c_{M_i} p^i\right\} \tag{4.160}$$

dok se uvrštavanjem (4.143) u (4.159) za potrebni zakretni moment vijka tijekom plovidbe po moru ograničene dubine dobiva:

$$M_p(p,n,v_b)_{h_p} = \frac{\rho_m}{\eta_r}\left(\sum_{i=0}^{3} a_{p_i} t^i\right)\left(\begin{array}{l} D_o^3\left(\sum_{i=0}^{2} a_{M_i} p^i\right)\left\{\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{ch})}\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(1+k_{wa})}\right\}^2 + n D_o^4 \cdot \\ \cdot\left(\sum_{i=0}^{2} b_{M_i} p^i\right)\left[a_0 + a_e e^{(-\tilde{h}_T^{ch})}\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(1+k_{wa})} + n^2 D_o^5 \sum_{i=0}^{2} c_{M_i} p^i \end{array}\right) \tag{4.161}$$

4.2.5 Definiranje optimalnog uspona CPP vijka tijekom plovidbe

Uvrštavanjem izraza (4.158) u (4.139), za vremenski promjenjljivu, bezdimenzijsku momentnu, karakteristiku vijka izloženog kontinuiranom hrapavljenju između periodičkih čišćenja dobiva se:

$$K_M(t)_h = (a_{M_2} p^2 J^2 + a_{M_1} p J^2 + a_{M_0} J^2 + b_{M_2} p^2 J + b_{M_1} p J + b_{M_0} J + c_{M_2} p^2 + c_{M_1} p + c_{M_0}) \sum_{i=0}^{3} a_{p_i} t^i \tag{4.162}$$

pa se uvrštavanjem dobivenog izraza i izraza (4.138) za bezdimenzijsku karakteristiku poriva u izraz (4.107), za stupanj djelovanja vijka u realnoj vožnji dobiva:

$$\eta_{or} = \frac{J}{2\pi\eta_r}\frac{a_{T_2} p^2 J^2 + a_{T_1} p J^2 + a_{T_0} J^2 + b_{T_2} p^2 J + b_{T_1} p J + b_{T_0} J + c_{T_2} p^2 + c_{T_1} p + c_{T_0}}{(a_{M_2} p^2 J^2 + a_{M_1} p J^2 + a_{M_0} J^2 + b_{M_2} p^2 J + b_{M_1} p J + b_{M_0} J + c_{M_2} p^2 + c_{M_1} p + c_{M_0}) \sum_{i=0}^{3} a_{p_i} t^i} \tag{4.163}$$

Ukupni stupanj djelovanja propulzijskog sustava definira se izrazom:

$$\eta_p = \eta_{or}\eta_h\eta_m\eta_k \tag{4.164}$$

gdje je stupanj djelovanja porivnog dizelskog motora definiran izrazom:

$$\eta_m = \left[b_e(k_F) H_d\right]^{-1} \tag{4.165}$$

pa se zanemarujući promjenjivosti, η_h i η_k (stupanj djelovanja propelerskog vratila), te uzimajući da je specifični potrošak goriva definiran izrazom (5.26), za ukupan stupanj djelovanja dobiva se izraz:

$$\eta_{or} = \frac{J\left(a_{T_2}p^2J^2 + a_{T_1}pJ^2 + a_{T_0}J^2 + b_{T_2}p^2J + b_{T_1}pJ + b_{T_0}J + c_{T_2}p^2 + c_{T_1}p + c_{T_0}\right)}{2\pi\eta_r H_d\left(\sum_{j=0}^{n_{b_i}} A_{b_j}k_F^{k_{b_j}}n^{n_{b_j}}\right)(a_{M_2}p^2J^2 + a_{M_1}pJ^2 + a_{M_0}J^2 + b_{M_2}p^2J + b_{M_1}pJ + b_{M_0}J + c_{M_2}p^2 + c_{M_1}p + c_{M_0})\sum_{i=0}^{3}a_{p_i}t^i} \tag{4.166}$$

Jednakosna i nejednakosna ograničenja su:

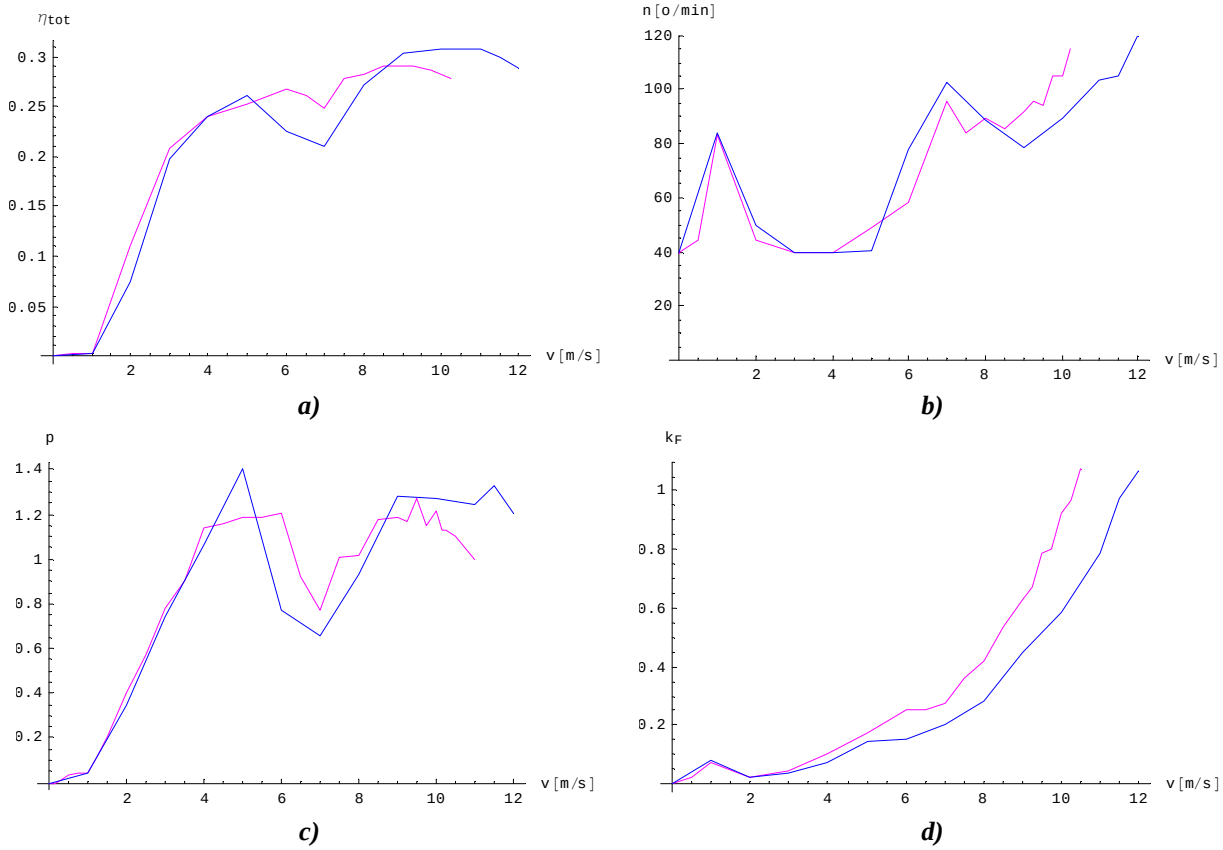
$$T(p,n,v_b) = \frac{R_b(v_b)}{1-\hat{t}} \tag{4.167}$$

$$M_m(k_F) = M_p(p,n,v_b) \tag{4.168}$$

$$n_{\min} \le n \le n_{\max} \tag{4.169}$$

$$0 \le p \le p_{\max} \tag{4.170}$$

Rezultate optimizacije za slučaj razmatranog broda i odabranog vijka pri plovidbi dubokim mirnim morem ilustrira priložena *slika 4.18*.



Slika 4.18 Optimalne vrijednosti propulzijskih parametra tijekom plovidbe novoizgrađenog broda po mirnom dubokom moru: a) maksimizirani ukupni stupanj djelovanja, b) ravnotežna brzina vrtnje, c) uspon krila vijka i d) faktor opterećenja dizelskog motora

5 KVAZISTATIČKE KARAKTERISTIKE ENERGETSKIH KOMPONENTI DMKES-a

Među primarnim transduktorima suvremenog dizel-motornog porivno-energetskog sustava broda prisutni su: uglavnom jedan sporokretni dvotaktni ili srednjekretni četverotaktni porivni dizelski motor, barem dva brzokretna dizel-generatora, te barem jedan loženi bilo dimocijevni ili vodocijevni generator vodene pare ili eventualno loženi kotao termalnog ulja.

Navedeni primarni transduktori na suvremenim motornim brodovima napajaju se isključivo fosilnim tekućim i/ili plinovitim gorivima, te su u energetskoj cjelini broda povezani tako da mogu funkcionirati zasebno i skupno tijekom nastupajućih karakterističnih operativnih intervala broda.

Za navedene primarne transduktore navode se glavne kvazistatičke karakteristike koje su neophodne za simuliranje nastupajućih energetskih konverzija unutar *BPES-a* tijekom karakterističnih operativnih intervala službovanja broda.

5.1 Porivni dizelski motor

Mada na suvremenim motornim brodovima prevladavaju sporokretni dvotaktni porivni *DM-i*, često su prisutni i srednjekretni četverotaktni porivni *DM-i*, te brzohodni dizelski agregati čije su karakteristike drugačije od istovrsnih karakteristika sporokretnih dvotaktnih *DM-a*, pa se stoga prikazuju zasebnim matematičkim modelima, kako slijedi.

5.1.1 Vanjske mehaničke karakteristike (karakteristike snage i momenta)

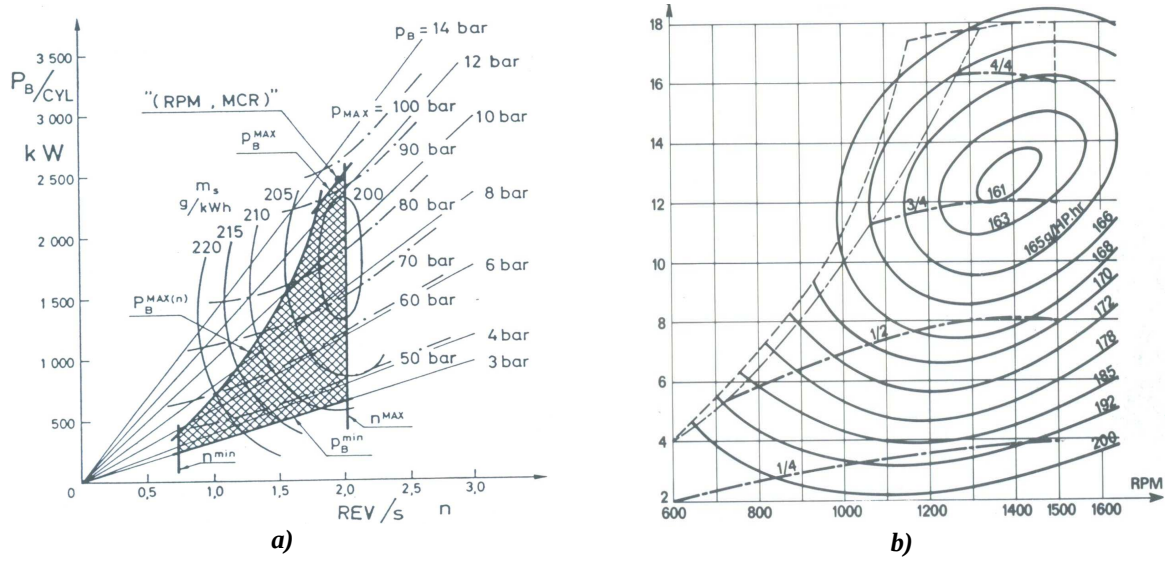
1.sporokretni dvotaktni motori s turbopuhalom

Karakteristika snage definira se izrazom (bilinearna funkcijska ovisnost):

$$P_m(k_F, n) = \left(P_n / n_n\right) k_F n \tag{5.1}$$

$$M_m(k_F, n) = \frac{P_m(k_F, n)}{2\pi n} = \frac{P_n}{2\pi n_n} k_F \tag{5.2}$$

gdje je P_n nazivna snaga motora, pri nazivnoj brzini vrtnje n_n.



a) ***b)***

Slika 5.1 Vanjske karakteristike: a) sporohodnog i b) brzokretnog DM-a

2.srednjekretni i brzokretni četverotaktni motori s turbopuhalom

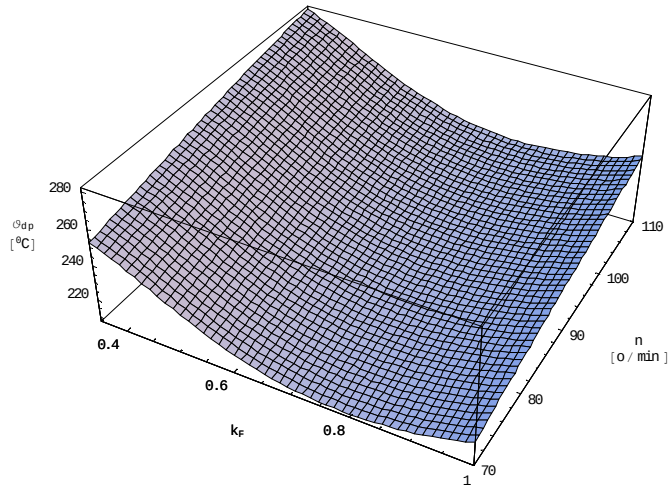
$$P_m(k_F, n) = k_F \sum_{i=0}^{n_m} A_i n^{n_i} = a_{1_k} k_F (a_{1_n} n + a_{2_n} n^2 + a_{3_n} n^3) \tag{5.3}$$

$$M_m(k_F,n)=\frac{P_m(k_F,n)}{2\pi n}=\frac{a_{1_k}k_F(a_{1_n}+a_{2_n}n+a_{3_n}n^2)}{2\pi} \tag{5.4}$$

5.1.2 Temperatura ispušnih plinova iza turbopuhala

Za obje vrste motora ista se dobro aproksimira funkcijskom ovisnošću:

$$\vartheta_{dp}=\vartheta_{dp}(k_F,n,\tilde{\vartheta}_z,\tilde{\vartheta}_m,\tilde{p}_z)=\sum_{j_\vartheta=1}^{n_\vartheta}A_{j_\vartheta}k_F^{k_{j_\vartheta}}n^{n_{j_\vartheta}}+a_{\vartheta_z}(\tilde{\vartheta}_z-\vartheta_{z_r})+a_{\vartheta_m}(\tilde{\vartheta}_m-\vartheta_{m_r})+a_p(\tilde{p}_z-p_{z_r}) \tag{5.5}$$



Slika 5.2 Funkcijska ovisnost $\vartheta_{dp}=\vartheta_{dp}(k_F,n)$

gdje je:

$\tilde{\vartheta}_z$ -temperatura zraka ispred filtra zraka turbopuhala,

$\tilde{\vartheta}_m$ -temperatura rashladnog mora na ulazu u hladnjak nabijenog zraka

$\tilde{p}_z$ -tlak zraka ispred filtra zraka turbopuhala,

$\vartheta_{z_r},\vartheta_{m_r}$ -specificirane referentne temperature zraka i rashladne vode koje definira proizvođač (npr. *MAN* daje: $\vartheta_{z_r}=\vartheta_{m_r}=25^\circ C$ - *ISO-uvjeti*)

p_{z_r} -specificirani referentni tlak zraka, kojeg također definira proizvođač (npr. *MAN* daje: $p_{z_r}=1\,bar$ -*ISO-uvjeti*).

Temperatura $\tilde{\vartheta}_z$ i tlak zraka $\tilde{p}_z$ funkcijski su ovisni o temperaturi ϑ_z i tlaku p_z okolišnjeg zraka, te o ambijentalnim uvjetima strojarnice koji su pak određeni izvedbom i operativnošću ventilacijskog sustava tijekom postojećeg toplinskog opterećenja strojarnice u pripadajućem okružju, pa se poopćene matematičke formulacije definiraju izrazima:

$$\tilde{\vartheta}_z=\tilde{\vartheta}_z(\vartheta_z,\vartheta_m,p_z,k_F,n,\tilde{k}_F,f_k) \tag{5.6}$$

$$\tilde{p}_z=\tilde{p}_z(\vartheta_z,\vartheta_m,p_z,k_F,n,\tilde{k}_F,f_k) \tag{5.7}$$

gdje je $\tilde{k}_F$ faktor opterećenja dizelskog agregata *DA* i f_k faktor opterećenja loženog kotla *LK*.

Za definirani rashladni sustav mora, $\tilde{\vartheta}_m$ ovisi o trenutnom toplinskom opterećenju hladnjaka nabijenog zraka i mazivog ulja, te o temperaturi mora za definiranu dubinu usisa.

Toplinska opterećenja obaju hladnjaka funkcijski ovise o k_F i n, pa se poopćena matematička formulacija definira izrazom:

$$\tilde{\vartheta}_m=\tilde{\vartheta}_m(\tilde{\vartheta}_z,k_F,n)=\tilde{\vartheta}_m(\vartheta_z,\vartheta_m,p_z,k_F,n,\tilde{k}_F,f_k) \tag{5.8}$$

Okolišne veličine ϑ_m, ϑ_z i p_z, funkcijski su ovisne o zemljopisnom položaju broda i solarnom vremenu, pa su njihove poopćene matematičke formulacije (vidi poglavlje 3):

$$\vartheta_z=\vartheta_z[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t),t,\tau_o] \tag{5.9}$$

$$\vartheta_m=\vartheta_m[\varphi_b(t),t,\tau_o] \tag{5.10}$$

$$p_z=p_z[\varphi_b(t),t,\tau_o] \tag{5.11}$$

Faktor opterećenja *GDM-a* k_F, ovisan je o načinu vođenja plovidbenog procesa, te isti može biti konstantan tijekom plovidbe između definiranih odredišta ili promjenjiv u svrhu dobivanja željenih porivno-propulzijskih performansi.

Uravnoteženje sveukupnog kvazistatičkog mehaničkog i električnog opterećenja kombiniranog porivno-propulzijskog i električnog sustava broda, moguće je postići raznim kombinacijama vrijednosti k_F i p, pa se za poopćenu funkcijsku ovisnost k_F-*a* može pisati:

$$k_F = k_F\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right] \tag{5.12}$$

dok se za poopćenu funkcijsku ovisnost ravnotežne brzine vrtnje *GDM-a* dobiva:

$$n = n\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right] \tag{5.13}$$

Faktori opterećenja *DA-a* $\tilde{k}_F$ i *LK-a* f_k, također su funkcijski ovisni o kvazistatičkom električnom, odnosno toplinskom opterećenju *BPES-a*, odnosno:

$$\tilde{k}_F = k_F\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right] \tag{5.14}$$

$$f_k = f_k\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right] \tag{5.15}$$

Temeljem navedenog za poopćenu funkcijsku ovisnost temperature dimnih plinova *GDM-a* tijekom plovidbe između specificiranih odredišta može se pisati:

$$\vartheta_{dp_m} = \vartheta_{dp_m}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right] \tag{5.16}$$

5.1.3 Maseni protok ispušnih plinova dizelskog motora

Maseni protok ispušnih plinova *GDM-a* definira se izrazom:

$$\dot{m}_{dp_m} = \left[1 + a_{\dot{m}_m}(\tilde{\vartheta}_m - \vartheta_{m_r}) + a_{\dot{m}_z}(\tilde{\vartheta}_z - \vartheta_{z_r}) + a_{\dot{m}_p}(\tilde{p}_z - p_r)\right] \sum_{j_{\dot{m}}=0}^{n_{\dot{m}}} A_{j_{\dot{m}}} k_F^{k_{j\dot{m}}} n^{n_{j\dot{m}}} \tag{5.17}$$

odnosno, koristeći prije navedene poopćene funkcijske ovisnosti sadržanih varijabli $(\tilde{\vartheta}_m, \tilde{\vartheta}_z, \tilde{p}_z ...)$, za poopćenu funkcijsku ovisnost masenog protoka dimnih plinova dobiva se:

$$\dot{m}_{dp_m} = \dot{m}_{dp_m}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right] \tag{5.18}$$

5.1.4 Toplinski tok na rashladno i mazivo ulje

Prema lit. [30], definira se izrazom:

$$\Phi_{lub} = \Phi_{lub_n} \ln\left[e\, k_F^{k_l} \left(n / n_n\right)^{n_l}\right] \tag{5.19}$$

gdje je Φ_{lub_n} toplinski tok koji se predaje mazivom i rashladnom ulju specificiranog *DM-a* pri nazivnim uvjetima (p_n, n_n), k_l i n_l su konstante.

Temeljem poopćenih funkcijskih ovisnosti za k_F i *n*, dobiva se poopćena matematička formulacija za disipirani toplinski tok motora na mazivo i rashladno ulje:

$$\Phi_{lub} = \Phi_{lub}\left[p_n, n_n, \varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right] \tag{5.20}$$

5.1.5 Toplinski tok na rashladnu slatku vodu cilindarskih košuljica

Prema lit. [30], definira se izrazom:

$$\Phi_{jw} = \Phi_{jw_n} k_F^{k_{jw}} \left(n / n_n\right)^{n_{jw}} \tag{5.21}$$

gdje je Φ_{jw_n} toplinski tok koji se predaje rashladnoj slatkoj vodi cilindarskih košuljica pri nazivnim uvjetima, k_{jw} i n_{jw} su konstante.

Poopćena matematička formulacija za ovaj toplinski tok poprima oblik:

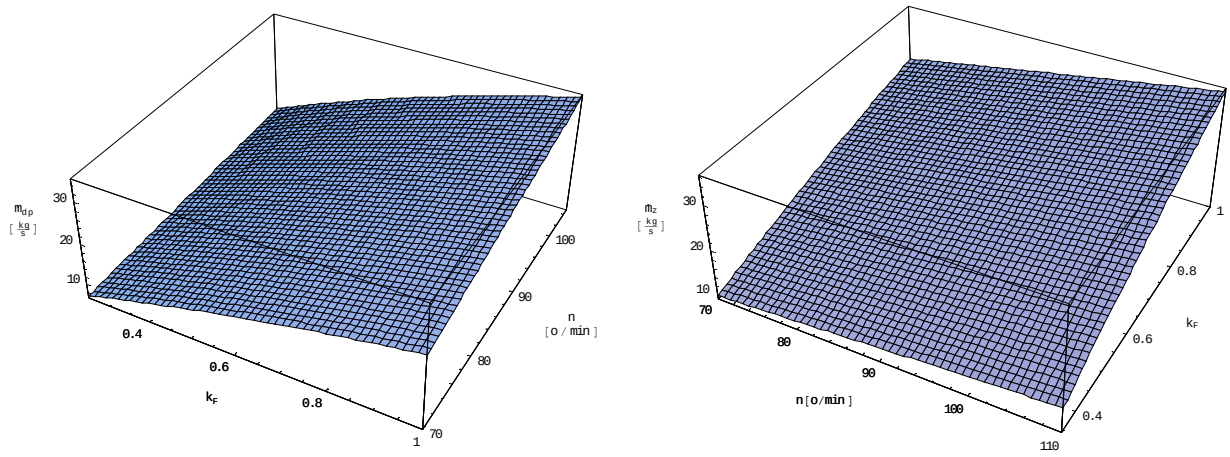
$$\Phi_{jw} = \Phi_{jw}\left[p_n, n_n, \varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right] \tag{5.22}$$

5.1.6 Toplinski tok od nabijenog zraka

Za razliku od prethodno navedenih toplinskih tokova koji nisu (ili su zanemarivo malo) funkcijski ovisni o promjenljivim okolišnjim uvjetima, iznos ovog toplinskog toka ponajviše je uvjetovan temperaturom okolišnjeg zraka, te se za istog može pisati:

$$\Phi_{s_a} = \dot{m}_z c_{p_z} (\vartheta_{z_k} - \vartheta_{z_i}) \tag{5.23}$$

gdje je $\dot{m}_z$ maseni potrošak zraka *GDM-a*, ϑ_{z_k} temperatura nabijenog zraka iza kompresora i ϑ_{z_i} temperatura rashlađenog zraka na ulazu u cilindre.



Slika 5.3 Funkcijske ovisnosti: $\dot{m}_{dp} = \dot{m}_{dp}(k_F, n)$ *i* $\dot{m}_z = \dot{m}_z(n, k_F)$ *MAN-ovog S60MC-C motora*

Maseni potrošak zraka definira se izrazom:

$$\dot{m}_{z_m} = \dot{m}_{dp_m} - \dot{m}_{g_m} \tag{5.24}$$

gdje je $\dot{m}_g$ maseni potrošak goriva, prema izarazu:

$$\dot{m}_{g_m} = b_{e_m} P_m \tag{5.25}$$

Specifični potrošak goriva dizelskog motora b_e definira se izrazom:

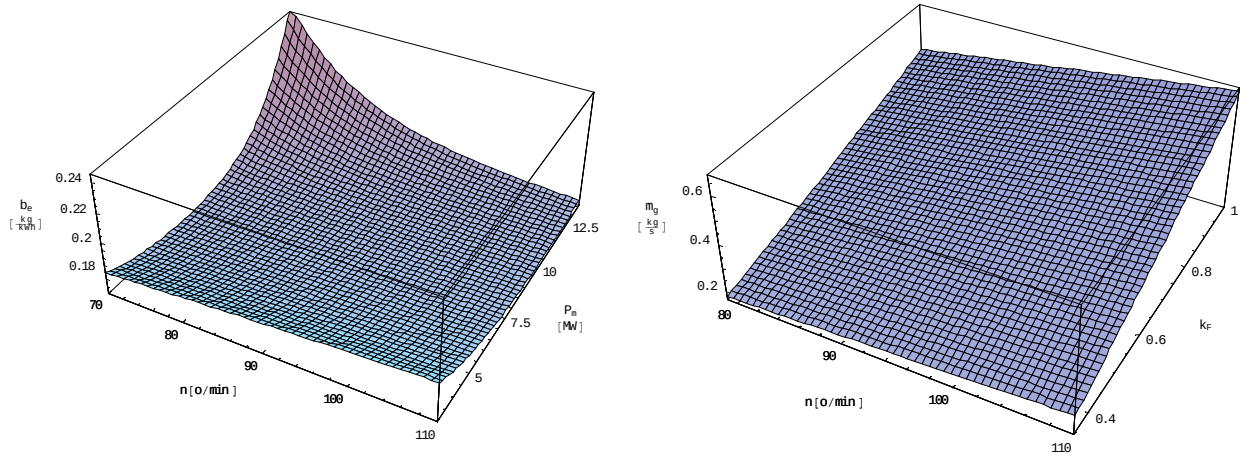
$$b_{e_m} = b_{e_m}(k_F, n, \tilde{\vartheta}_z, \tilde{\vartheta}_m, \tilde{p}_z) = \left[1 + a_{b_m}(\tilde{\vartheta}_m - \vartheta_{m_r}) + a_{b_z}(\tilde{\vartheta}_z - \vartheta_{z_r}) + a_{b_p}(\tilde{p}_z - p_r)\right] \sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j} k_F^{k_{b_j}} n^{n_{b_j}} \tag{5.26}$$

pa se uzimajući u obzir izraz (5.1) za maseni protok goriva dobiva:

$$\dot{m}_{g_m} = \dot{m}_{g_m}(k_F, n, \tilde{\vartheta}_z, \tilde{\vartheta}_m, \tilde{p}_z) = \left[1 + a_{b_m}(\tilde{\vartheta}_m - \vartheta_{m_r}) + a_{b_z}(\tilde{\vartheta}_z - \vartheta_{z_r}) + a_{b_p}(\tilde{p}_z - p_r)\right] \frac{P_n}{n_n} k_F n \sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j} k_F^{k_{b_j}} n^{n_{b_j}} \tag{5.27}$$

odnosno, imajući u vidu poopćene funkcijske ovisnosti sadržanih varijabli, za maseni potrošak goriva može se postaviti poopćena matematička formulacija:

$$\dot{m}_{g_m} = \dot{m}_{g_m}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right] \tag{5.28}$$



Slika 5.4 Funkcijske ovisnosti: $b_e = b_e(n, P_m)$ *i* $\dot{m}_g = \dot{m}_g(n, k_F)$ *MAN-ovog S60MC-C motora*

Uvrštavanjem (5.17) i (5.27) u (5.24) dobiva se i funkcijska ovisnost masenog potroška zraka *GDM-a*:

$$\dot{m}_{z_m} = \left\{ \begin{array}{l} \left[1 + a_{\dot{m}_m}(\tilde{\vartheta}_m - \vartheta_{m_r}) + a_{\dot{m}_z}(\tilde{\vartheta}_z - \vartheta_{z_r}) + a_{\dot{m}_p}(\tilde{p}_z - p_r)\right] \sum_{j_m=1}^{n_m} A_{j_m} k_F^{j_m} n^{n_{j_m}} - \frac{P_n}{n_n} \cdot \\ \cdot \left[1 + a_{b_m}(\tilde{\vartheta}_m - \vartheta_{m_r}) + a_{b_z}(\tilde{\vartheta}_z - \vartheta_{z_r}) + a_{b_p}(\tilde{p}_z - p_r)\right] \sum_{j=0}^{n_{b_e}} \left[A_{b_j} k_F^{(k_{b_j}+1)} n^{(n_{b_j}+1)}\right] \end{array} \right\} \tag{5.29}$$

dok poopćena matematička formulacija poprima oblik:

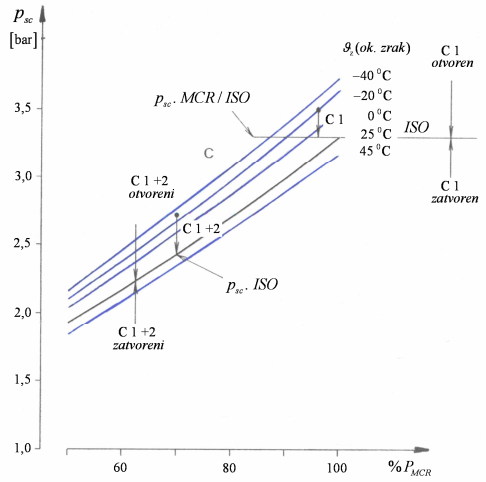
$$\dot{m}_{z_m} = \dot{m}_{z_m}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right] \tag{5.30}$$

Temperatura nabijenog zraka iza turbopuhala

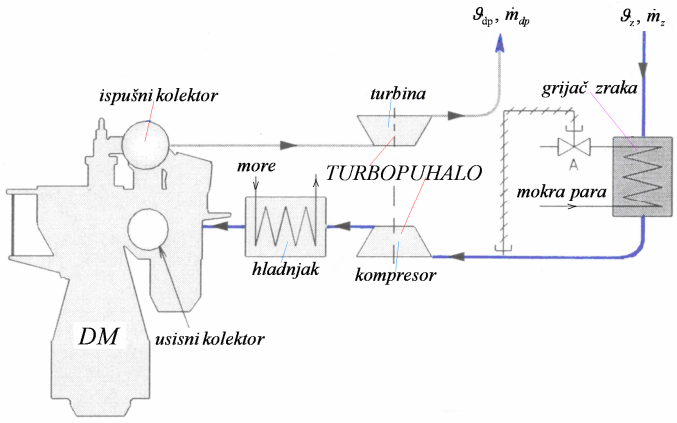
Pretpostavljajući izentropsku kompresiju zraka kroz turbopuhalo *TP*, za apsolutnu temperaturu komprimiranog zraka dobiva se:

$$T_{z_k} = \tilde{T}_z\, \varepsilon_p^{\left(\frac{\kappa-1}{\kappa}\right)} \tag{5.31}$$

gdje je $\kappa \approx 1{,}4$ eksponent izentrope i ε_p omjer tlakova ($p_{sc} / \tilde{p}_z$) zraka u kompresoru *TP-a*.

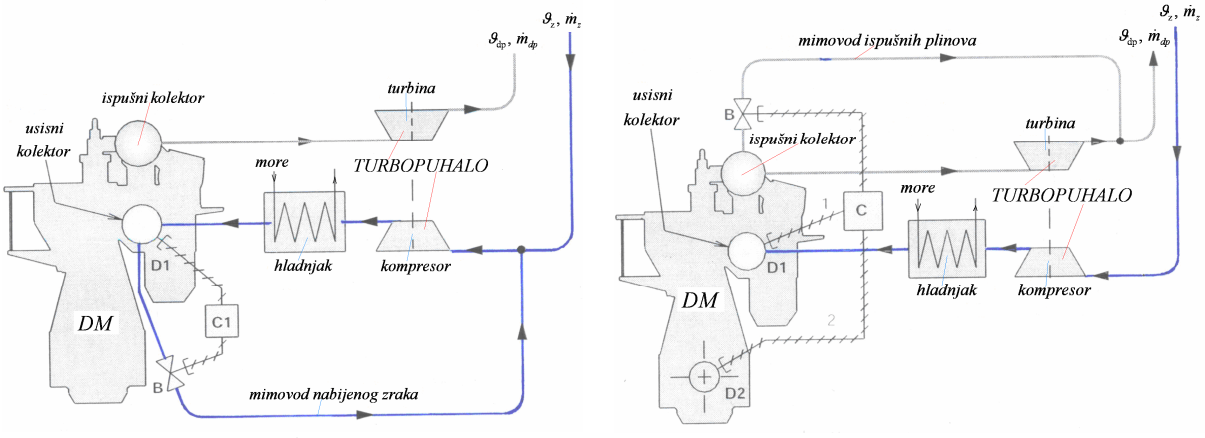


Slika 5.5 Ovisnost $p_{sc} = p_{sc}(\vartheta_z, P_m)$



Slika 5.6 Zagrijavanje svježeg zraka ispred TP-a (arktički uvjeti)

Tijekom službovanja broda, *GDM* je izložen utjecaju promjenjivih okolišnih parametara, posebice temperature zraka koja varira u širokom rasponu $-40 \div 50\ ^0C$. Pri temperaturama zraka manjim od $-10\ ^0C$ (arktički uvjeti), gustoća zraka zamjetno raste, što za posljedicu ima znatan porast tlaka na kraju kompresije, te znatno visok maksimalni tlak tijekom izgaranja. Da bi se ovo izbjeglo, nastoji se povisiti temperaturu zraka ispred kompresora barem na vrijednost $\vartheta_z \geq -10\ ^0C$, što se postiže ili zagrijavanjem okolišnog zraka ispred kompresora (*slika 5.6*), ili vraćanjem dijela stlačenog zraka u kompresor (*slika 5.7a*), ili preusmjeravanjem dijela ispušnih plinova mimo turbine *TP-a* (*slika 5.7b*).



a) ***b)***

Slika 5.7 Mimovođenje: a) nabijenog zraka i b) ispušnih plinova (arktički uvjeti)

Prema priloženoj *slici 5.5* lit.[30], ε_p funkcijski ovisi o $\tilde{\vartheta}_z$, te o snazi *GDM-a* P_m, a istog se jako dobro aproksimira izrazom:

$$\varepsilon_p(P_m, \tilde{\vartheta}_z) = \sum_{i=0}^{n_\varepsilon} A_{\varepsilon_i} P_m^{p_{\varepsilon_i}} \tilde{\vartheta}_z^{\vartheta_{\varepsilon_i}} \tag{5.32}$$

Supstituiranjem (5.1) u (5.32) dobiva se funkcijska ovisnost:

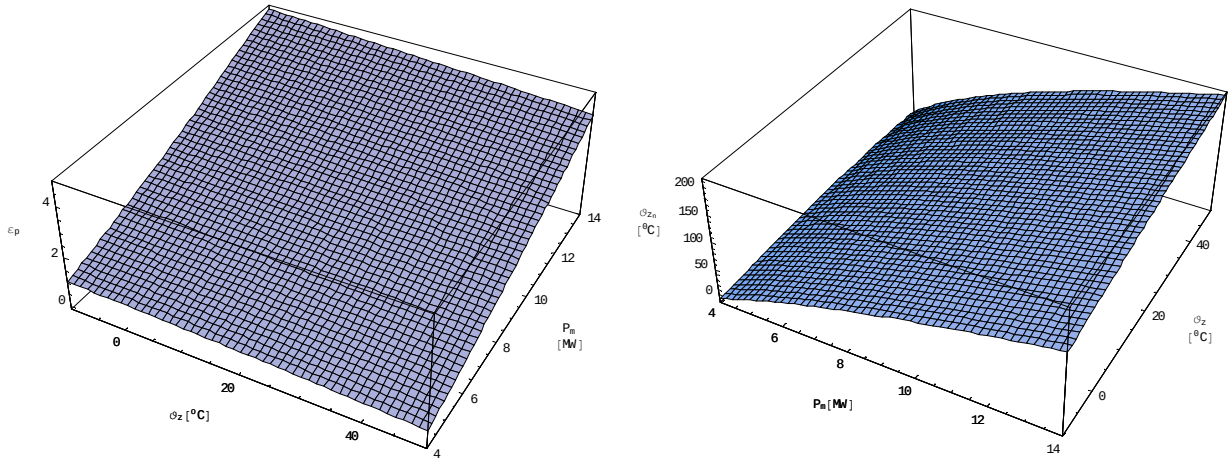
$$\varepsilon_p(k_F, n, \tilde{\vartheta}_z) = \sum_{i=0}^{n_\varepsilon} A_{\varepsilon_i} \left(P_n k_F n / n_n\right)^{p_{\varepsilon_i}} \tilde{\vartheta}_z^{\vartheta_{\varepsilon_i}} \tag{5.33}$$

čijim se uvrštavanjem u (5.31) za temperaturu nabijenog zraka iza *TP-a* dobiva:

$$\vartheta_{z_k} = (T_o + \tilde{\vartheta}_z)\left[\sum_{i=0}^{n_\varepsilon} A_{\varepsilon_i} \left(P_n k_F n / n_n\right)^{p_{\varepsilon_i}} \tilde{\vartheta}_z^{\vartheta_{\varepsilon_i}}\right]^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - T_o \tag{5.34}$$

pa se uzimajući u obzir poopćene matematičke formulacije za k_F, n i $\tilde{\vartheta}_z$, dobiva poopćena matematička formulacija:

$$\vartheta_{z_k} = \vartheta_{z_k}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right] \tag{5.35}$$



Slika 5.8 Funkcijske ovisnosti: $\varepsilon_p = \varepsilon_p(\vartheta_z, P_m)$ *i* $\vartheta_{z_k} = \vartheta_{z_n}(P_m, \vartheta_z)$ *MAN-ovog S60MC-C motora*

Temperatura rashlađenog nabijenog zraka

Stvarna temperatura rashlađenog nabijenog zraka ovisna je o temperaturi mora na ulazu u hladnjak ϑ_m, prema izrazu:

$$\vartheta_{z_i} = \vartheta_m + \Delta\vartheta_{m_z} \tag{5.36}$$

pri čemu je $\Delta\vartheta_{m_z} \approx const.\,(10 \div 13^\circ C)$ minimalna temperaturna razlika koja kod protusmjerne izvedbe nastupa na izlazu slabije struje (nabijenog zraka).

Pojednostavnjenja radi, bez znatnijeg utjecaja na točnost, pretpostavlja se, da se rashladni proces vodi tako da je temperatura zraka na izlazu iz hladnjaka zraka konstantna te da je upravo jednaka nazivnoj temperaturi tj. $\vartheta_{z_i} = \vartheta_z'' = 45\,^0C$, pa se za toplinski tok kojeg se odvodi od nabijenog zraka, dobiva:

$$\Phi_{sa} = c_{p_z}\left\{(T_o + \tilde{\vartheta}_z)\left[\sum_{i=0}^{n_\varepsilon} A_{\varepsilon_i}\left(\frac{P_n}{n_n} k_F n\right)^{p_{\varepsilon_i}} \tilde{\vartheta}_z^{\vartheta_{\varepsilon_i}}\right]^{\frac{\kappa-1}{k}} - T_o - \vartheta_z''\right\}\left\{\begin{array}{l}\left[1 + a_{\dot{m}_z}(\tilde{\vartheta}_z - \vartheta_{z_r}) + a_{\dot{m}_p}(\tilde{p}_z - p_r)\right]\sum_{j_m=0}^{n_{\dot{m}}} A_{j_m} k_F^{k_{j\dot{m}}} n^{n_{j\dot{m}}} - \frac{P_n}{n_n}\cdot \\ \cdot\left[1 + a_{b_z}(\tilde{\vartheta}_z - \vartheta_{z_r}) + a_{b_p}(\tilde{p}_z - p_r)\right]\sum_{j=0}^{n_{b_z}} A_{b_j} k_F^{(k_{b_j}+1)} n^{(n_{b_j}+1)}\end{array}\right\} \tag{5.37}$$

dok poopćena matematička formulacija glasi:

$$\Phi_{s_a} = \Phi_{s_a}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right] \tag{5.38}$$

Uzimajući u obzir funkcijske ovisnosti:

$$\tilde{\vartheta}_z = \vartheta_z + \Delta\vartheta_z \tag{5.39}$$

$$\tilde{p}_z = p_z + \Delta\overline{p}_z \tag{5.40}$$

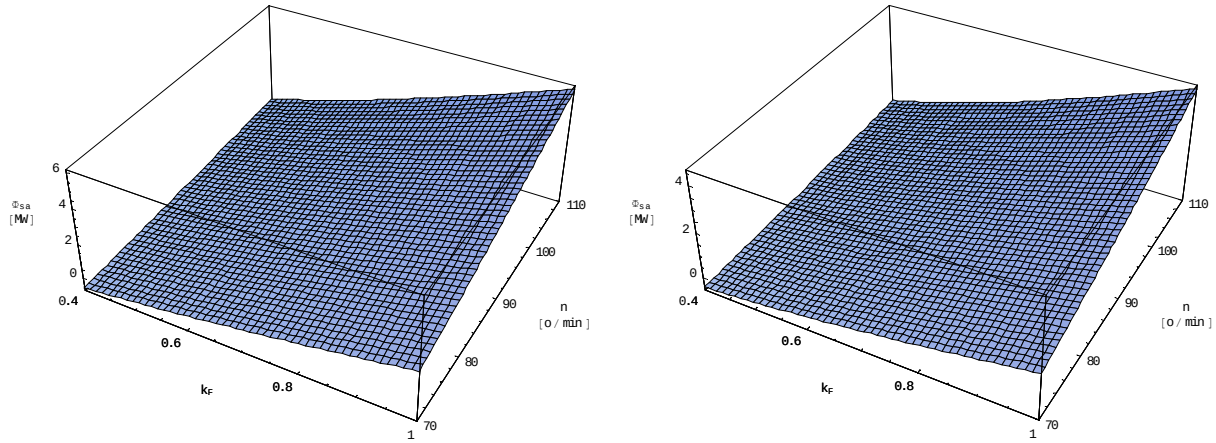
dobivaju se funkcijske ovisnosti za temperaturu ϑ_{dp} i maseni protok ispušnih plinova motora:

$$\vartheta_{dp} = \sum_{j_\vartheta=0}^{n_\vartheta} A_{j_\vartheta} k_F^{k_{j\vartheta}} n^{n_{j\vartheta}} + B_\vartheta + a_{\vartheta_z}\vartheta_z + a_{p_z} p_z \tag{5.41}$$

$$\dot{m}_{dp} = (B_{\dot{m}} + a_{\dot{m}_z}\vartheta_z + a_{\dot{m}_p}p_z)\sum_{j_{\dot{m}}=0}^{n_{\dot{m}}} A_{j_{\dot{m}}} k_F^{j_{\dot{m}}} n^{n_{j_{\dot{m}}}} \tag{5.42}$$

gdje su koeficijenti B_ϑ i $B_{\dot{m}}$ dani izrazima:

$$\left.\begin{aligned} B_\vartheta &= a_{\vartheta_z}\Delta\vartheta_z - a_{\vartheta_z}\vartheta_{z_r} - a_{p_z}(1+\Delta\overline{p}_z) \\ B_{\dot{m}} &= a_{\dot{m}_z}\Delta\vartheta_z - a_{\dot{m}_z}\vartheta_{z_r} - a_{\dot{m}_z}(1+\Delta\overline{p}_z) \end{aligned}\right\} \tag{5.43}$$



Slika 5.9 Funkcijske ovisnosti: $\Phi_{sa} = \Phi_{sa}(k_F, n)_{(\vartheta_z = 48^0 C)}$ *i* $\Phi_{sa} = \Phi_{sa}(k_F, n)_{(\vartheta_z = -10^0 C)}$ *za MAN S60MC-C*

Uvrštavanjem (5.39) i (5.40) u (5.29) za funkcijske ovisnosti $\dot{m}_{g_m}(k_F, n, \vartheta_z, \vartheta_m, p_z)$ i $\dot{m}_{z_m}(k_F, n, \vartheta_z, \vartheta_m, p_z)$ dobivaju se izrazi:

$$\dot{m}_{g_m} = (B_g + a_{b_z}\vartheta_z + a_{b_p}p_z)\frac{P_n}{n_n}\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j} k_F^{(k_{b_j}+1)} n^{(n_{b_j}+1)} \tag{5.44}$$

$$\dot{m}_{z_m} = (B_{\dot{m}} + a_{\dot{m}_z}\vartheta_z + a_{\dot{m}_p}p_z)\sum_{j_{\dot{m}}=0}^{n_{\dot{m}}} A_{j_{\dot{m}}} k_F^{j_{\dot{m}}} n^{n_{j_{\dot{m}}}} - (B_g + a_{b_z}\vartheta_z + a_{b_p}p_z)\frac{P_n}{n_n}\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j} k_F^{(k_{b_j}+1)} n^{(n_{b_j}+1)} \tag{5.45}$$

gdje je koeficijent B_g dan izrazom:

$$B_g = -a_{b_z}\vartheta_{z_r} - a_{b_p}(p_r + \Delta\overline{p}_z) \tag{5.46}$$

5.2 Dizelski agregati

Dizelski agregati osiguravaju proizvodnju električne snage i to uglavnom tijekom manevarskog režima rada, kao i tijekom boravka broda u luci bilo sa prekrcajem ili bez prekrcaja tereta, mada su prisutna i takva rješenja kada se s njima proizvodi električna snaga tijekom svih nastupajućih operativnih režima broda.

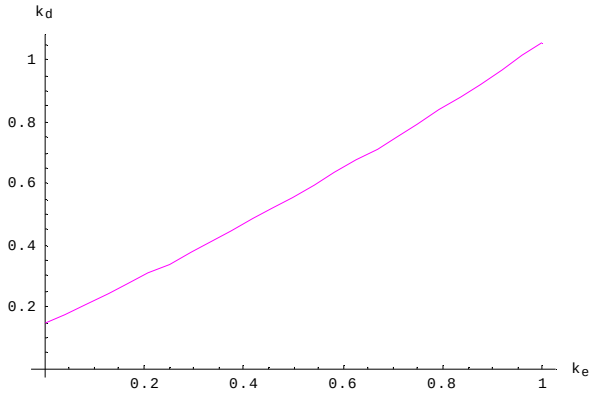
Uglavnom se koriste brzokretni četverotaktni motori s turbonabijanjem, koji pogone reluktantne trofazne sinkrone generatore, pa je tijekom njihovog kvazistatičkog pogona brzina vrtnje konstantna ($n_{da} = 60f / p_o \approx const.$), te prilagođena broju pari polova generatora p_o i frekvenciji brodske mreže *f*.

Električno opterećenje broda se stalno mijenja, kako s nastupajućim karakterističnim operativnim režimom tako i tijekom njega, pa se njegovo uravnoteženje postiže samostalnim radom jednog ili paralelnim radom dvaju ili više *DA-a*.

Želi li se minimizirati potrošak goriva tijekom uravnoteživanja kvazistatičkog električnog opterećenja $P_e(t)$ s dva istovrsna *DA-a*, potrebno je postaviti optimizacijski problem s pripadajućim jednakosnim ograničenjem prema izrazu:

$$P_e(t) = P_{e_1}(t) + P_{e_2}(t) \tag{5.47}$$

gdje su $P_{e_1}(t)$ i $P_{e_2}(t)$ vremenski promjenjive djelatne snage svakog generatora.



Slika 5.10 Funkcijska ovisnost $k_d(k_e)$

Kvazistatička snaga *i-tog DA-a* dobro se aproksimira izrazom (*slika 5.10*):

$$P_{d_i}(t) = \sum_{j_e=0}^{2} a_{j_e} P_{e_i}^{j_e}(t) \tag{5.48}$$

pa se za promjenjivi faktor opterećenja dobiva:

$$k_{F_i}(t) = \frac{P_{d_i}(t)}{P_{d_{in}}} = \sum_{j_e=0}^{2} a_{j_e} \frac{P_{e_i}^{j_e}(t)}{P_{d_{in}}} \tag{5.49}$$

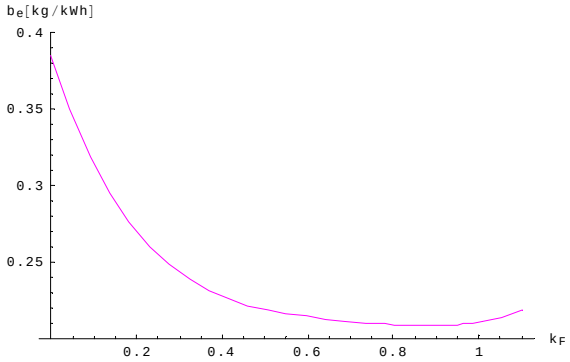
gdje je $P_{d_{in}}$ nazivna snaga *i-tog DA-a*, dok je $k_e = P_e / P_{e_n}$, $k_d = P_d / P_{d_n}$.

Polazeći od izraza (5.44), te uzimajući u obzir da je *n=const.*, kvazistatički maseni potrošak goriva *DA-a* definira se izrazom (*slika 5.11*):

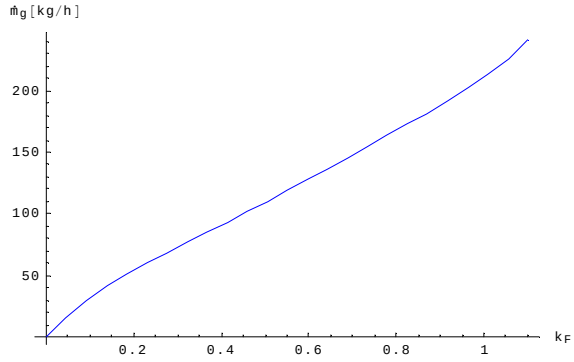
$$\dot{m}_g(t) = P_{d_n}\left[B_g + a_{b_z}\vartheta_z + a_{b_p}p_z + a_{b_m}\sum_{j_m=1}^{n_m} D_{j_m} k_F^{k_{j_m}} \vartheta_m^{m_{j_m}} \left(\vartheta_z + \Delta\vartheta_z\right)^{z_{j_m}}\right]\sum_{j=0}^{n_{b_e}} D_{b_j} k_F^{(k_{b_j}+1)} \tag{5.50}$$

pa se ukupni maseni potrošak goriva definira izrazom:

$$\dot{m}_{g_{tot}}(t) = P_{d_n}\left\{\begin{array}{l}\left[B_g + a_{b_z}\vartheta_z + a_{b_p}p_z + a_{b_m}\sum_{j_m=1}^{n_m} D_{j_m} k_{F_1}^{k_{j_m}} \vartheta_m^{m_{j_m}} \left(\vartheta_z + \Delta\vartheta_z\right)^{z_{j_m}}\right]\sum_{j=0}^{n_{b_e}} D_{b_j} k_{F_1}^{(k_{b_j}+1)} + \\ + \left[B_g + a_{b_z}\vartheta_z + a_{b_p}p_z + a_{b_m}\sum_{j_m=1}^{n_m} D_{j_m} k_{F_2}^{k_{j_m}} \vartheta_m^{m_{j_m}} \left(\vartheta_z + \Delta\vartheta_z\right)^{z_{j_m}}\right]\sum_{j=0}^{n_{b_e}} D_{b_j} k_{F_2}^{(k_{b_j}+1)}\end{array}\right. \tag{5.51}$$



a)



b)

Slika 5.11 a) Specifični i b) maseni potrošak goriva DA-a ovisno o faktoru opterećenja

Temeljem navedenog ograničenja, dobiva se za kvazistatički faktor opterećenja drugog *DA-a*:

$$k_{F_2}(t) = \frac{P_{d_2}(t)}{P_{d_n}} = \sum_{j_e=0}^{2} a_{j_e} \frac{P_{e_2}^{j_e}(t)}{P_{d_n}} = \sum_{j_e=0}^{2} \frac{a_{j_e}}{P_{d_n}}\left[P_e(t) - P_{e_1}(t)\right]^{j_e} \tag{5.52}$$

pa se njegovim supstituiranjem u (5.52) minimizacijski problem svodi na iznalaženje korijena sljedeće jednadžbe:

$$\frac{\partial}{\partial P_{e_1}}\left[\begin{array}{l}\left\{B_g + a_{b_z}\vartheta_z + a_{b_p}p_z + a_{b_m}\sum_{j_m=1}^{n_m} D_{j_m}\left[\sum_{j_e=0}^{2} a_{j_e}\frac{P_{e_1}^{j_e}(t)}{P_{d_n}}\right]^{k_{j_m}} \vartheta_m^{m_{j_m}}\left(\vartheta_z + \Delta\vartheta_z\right)^{z_{j_m}}\right\}\sum_{j=0}^{n_{b_e}} D_{b_j}\left[\sum_{j_e=0}^{2} a_{j_e}\frac{P_{e_1}^{j_e}(t)}{P_{d_n}}\right]^{(k_{b_j}+1)} + \\ + \left(B_g + a_{b_z}\vartheta_z + a_{b_p}p_z + a_{b_m}\sum_{j_m=1}^{n_m} D_{j_m}\left\{\sum_{j_e=0}^{2}\frac{a_{j_e}}{P_{d_n}}\left[P_e(t) - P_{e_1}(t)\right]^{j_e}\right\}^{k_{j_m}} \vartheta_m^{m_{j_m}}\left(\vartheta_z + \Delta\vartheta_z\right)^{z_{j_m}}\right)\sum_{j=0}^{n_{b_e}} D_{b_j}\left\{\sum_{j_e=0}^{2}\frac{a_{j_e}}{P_{d_n}}\left[P_e(t) - P_{e_1}(t)\right]^{j_e}\right\}^{(k_{b_j}+1)}\end{array}\right] = 0 \tag{5.53}$$

Kako je u većini slučajeva $n_{b_e} \le 4$, $n_m \le 2$ rješenja jednadžbe predstavljaju nultočke polinoma $2 \cdot n_m \cdot n_{b_e}$ reda, odnosno polinoma do 16*-tog* reda. Uvrštavanjem n_r realnih korijena jednadžbe u drugu derivaciju bit će nastupajući minimumi za sve one realne korijene kod kojih je:

$$\frac{\partial^2 \dot{m}_{g_{tot}}(t)}{\partial P_{e_1}^2} \succ 0 \tag{5.54}$$

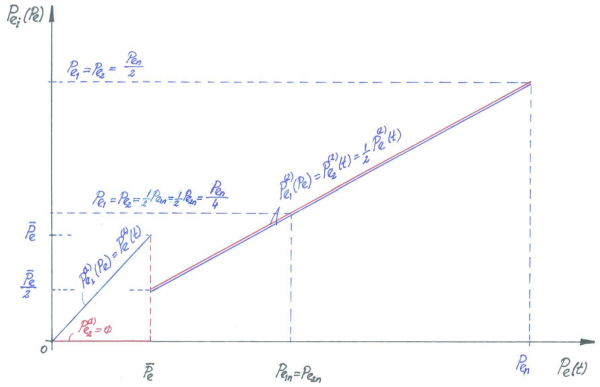
Zanemarujući utjecaj promjenjivih okolišnih parametara u rashladnom sustavu nabijenog zraka, dobiva se jednostavniji izraz za maseni potrošak goriva prvog *DA-a*:

$$\dot{m}_{g_1}(t) = P_{d_n}\left(\tilde{B}_g + a_{b_z}\vartheta_z + a_{b_p}p_z\right)\sum_{j=0}^{n_{b_k}} D_{b_j}\left[\sum_{j_e=0}^{2} a_{j_e}\frac{P_{e_1}^{j_e}(t)}{P_{d_n}}\right]^{(k_{b_j}+1)} \tag{5.55}$$

te se nadalje dobiva jednadžba kojom je uvjetovano postojanje ekstrema funkcije:

$$\frac{\partial}{\partial P_{e_1}}\left(\sum_{j=0}^{n_{b_k}} D_{b_j}\left[\sum_{j_e=0}^{2} a_{j_e}\frac{P_{e_1}^{j_e}(t)}{P_{d_n}}\right]^{(k_{b_j}+1)} + \sum_{j=0}^{n_{b_k}} D_{b_j}\left\{\sum_{j_e=0}^{2}\frac{a_{j_e}}{P_{d_n}}\left[P_e(t)-P_{e_1}(t)\right]^{j_e}\right\}^{(k_{b_j}+1)}\right) = 0 \tag{5.56}$$

Razmotri li se primjerice sustav s dva *DA-a* čija je ukupna nazivna snaga jednaka vršnoj snazi brodske centrale, a čiji se specifični potrošak goriva dosta dobro aproksimira polinomom četvrtog stupnja (*slika 5.11 a*), tada se nakon provedenog minimiziranja dobiva,



Slika 5.12 Optimalno terećenje dizel agregata

da se optimalno pogonsko stanje postiže odgovarajućem terećenjem samo jednog *DA-a* u rasponu vrijednosti električnog opterećenja $0 \le P_e(t) \le \bar{P}_e$.

Za raspon električnog opterećenja $\bar{P}_e \le P_e(t) \le P_{e_n}$, optimalno pogonsko stanje postiže se ravnomjernim terećenjem obaju *DA-a*, kako to ilustrira priložena *slika 5.12.*

Granična snaga $\bar{P}_e$ predstavlja realno rješenje jednadžbe:

$$\dot{m}_{g_{tot}}\left[P_{e_1}(t) = P_e(t)\right] = \dot{m}_{g_{tot}}\left[P_{e_1}(t) = P_e(t)/2\right] \tag{5.57}$$

odnosno nakon supstituiranja izraza (5.53), sljedeće jednadžbe:

$$\sum_{j=0}^{n_{b_k}} D_{b_j}\left[\sum_{j_e=0}^{2} a_{j_e}\frac{\bar{P}_e^{j_e}(t)}{P_{d_n}}\right]^{(k_{b_j}+1)} - 2\sum_{j=0}^{n_{b_k}} D_{b_j}\left\{\sum_{j_e=0}^{2}\frac{a_{j_e}}{P_{d_n}}\left[\frac{1}{2}\bar{P}_e(t)\right]^{j_e}\right\}^{(k_{b_j}+1)} = 0 \tag{5.58}$$

Koristeći se numeričkom funkcijom predznaka, za cjelokupni operativni interval brodskog elektroenergetskog sustava temeljenog na dvama istovrsnim *DA-ima* može se postaviti jednoznačna funkcijska ovisnost za odgovarajuća električna opterećenja koja preuzimaju, kako slijedi:

$$P_{e_{1o}}(t) = \frac{1}{2}P_e(t)\left\{1-\operatorname{sgn}\left[P_e(t)-\bar{P}_e\right]\right\} + \frac{1}{4}P_e(t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[P_e(t)-\bar{P}_e\right]\right\} \tag{5.59}$$

$$P_{e_{2o}}(t) = P_e(t) - P_{e_{1o}}(t) = \frac{1}{2}P_e(t)\left(2-\left\{1-\operatorname{sgn}\left[P_e(t)-\bar{P}_e\right]\right\} - \frac{1}{2}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[P_e(t)-\bar{P}_e\right]\right\}\right) \tag{5.60}$$

pa se temeljem izraza (5.50) za optimalne vrijednosti faktora opterećenja *DA-a* dobiva:

$$k_{F_{1o}}(t) = \frac{P_{d_{1o}}(t)}{P_{d_n}} = \sum_{j_e=0}^{2} a_{j_e}\frac{P_{e_{1o}}^{j_e}(t)}{P_{d_n}} \tag{5.61}$$

$$k_{F_{2o}}(t) = \frac{P_{d_{2o}}(t)}{P_{d_n}} = \sum_{j_e=0}^{2} a_{j_e}\frac{P_{e_{2o}}^{j_e}(t)}{P_{d_n}} = \sum_{j_e=0}^{2}\frac{a_{j_e}}{P_{d_n}}\left[P_e(t)-P_{e_{1o}}(t)\right]^{j_e} \tag{5.62}$$

Supstituiranjem navedenih izraza u odgovarajuće kvazistatičke karakteristike *DA-a*, dobivaju se njihove funkcijske ovisnosti o kvazistatičkom električnom opterećenju broda.

Ukoliko se dimni plinovi iz *DA-a* koriste za proizvodnju pare u kogeneracijskom sustavu broda, tada se uzimajući u obzir stalnu brzinu vrtnje na temelju izraza (5.41) i (5.42) za temperature i masene protoke dimnih plinova *DA-a* dobiva:

$$\vartheta_{dp_1} = \sum_{j_\vartheta=0}^{n_\vartheta} D_{j_\vartheta} k_{F_{1o}}^{k_{j\vartheta}} + B_\vartheta + a_{\vartheta_m} \sum_{j_m=0}^{n_m} D_{j_m} k_{F_{1o}}^{k_{jm}} \vartheta_m^{m_{j_m}} \left(\vartheta_z + \Delta\vartheta_z\right)^{z_{j_m}} + a_{\vartheta_z}\vartheta_z + a_{p_z} p_z \tag{5.63}$$

$$\vartheta_{dp_2} = \sum_{j_\vartheta=0}^{n_\vartheta} D_{j_\vartheta} k_{F_{2o}}^{k_{j\vartheta}} + B_\vartheta + a_{\vartheta_m} \sum_{j_m=0}^{n_m} D_{j_m} k_{F_{2o}}^{k_{jm}} \vartheta_m^{m_{j_m}} \left(\vartheta_z + \Delta\vartheta_z\right)^{z_{j_m}} + a_{\vartheta_z}\vartheta_z + a_{p_z} p_z \tag{5.64}$$

$$\dot{m}_{dp_1} = \left(\sum_{j_{\dot m}=0}^{n_{\dot m}} D_{j_{\dot m}} k_{F_{1o}}^{j_{\dot m}} \right) \left[B_{\dot m} + a_{\dot m_m} \sum_{j_m=0}^{n_m} D_{j_m} k_{F_{1o}}^{j_m} \vartheta_m^{m_{j_m}} \left(\vartheta_z + \Delta\vartheta_z\right)^{z_{j_m}} + a_{\dot m_z}\vartheta_z + a_{\dot m_p} p_z \right] \tag{5.65}$$

$$\dot{m}_{dp_2} = \left(\sum_{j_{\dot m}=0}^{n_{\dot m}} D_{j_{\dot m}} k_{F_{2o}}^{j_{\dot m}} \right) \left[B_{\dot m} + a_{\dot m_m} \sum_{j_m=0}^{n_m} D_{j_m} k_{F_{2o}}^{j_m} \vartheta_m^{m_{j_m}} \left(\vartheta_z + \Delta\vartheta_z\right)^{z_{j_m}} + a_{\dot m_z}\vartheta_z + a_{\dot m_p} p_z \right] \tag{5.66}$$

odnosno za ukupni maseni protok dimnih plinova *DA-a*:

$$\dot{m}_{dp_{tot}} = \left[\sum_{j_{\dot m}=0}^{n_{\dot m}} D_{j_{\dot m}} \left(k_{F_{1o}}^{j_{\dot m}} + k_{F_{2o}}^{j_{\dot m}}\right) \right] \left[B_{\dot m} + a_{\dot m_m} \sum_{j_m=0}^{n_m} D_{j_m} \left(k_{F_{1o}}^{j_{\dot m}} + k_{F_{2o}}^{j_{\dot m}}\right) \vartheta_m^{m_{j_m}} \left(\vartheta_z + \Delta\vartheta_z\right)^{z_{j_m}} + a_{\dot m_z}\vartheta_z + a_{\dot m_p} p_z \right] \tag{5.67}$$

te se na kraju, uz pretpostavku adijabatskog miješanja u ispušnom kolektoru, dobiva i izraz za temperaturu ispušnih plinova kako slijedi:

$$\vartheta_{dp_{da}} = \left(\sum_{d=1}^{2} \left\{ \left(\sum_{j_{\dot m}=0}^{n_{\dot m}} D_{j_m} k_{F_{1o}}^{j_{\dot m}} \right) \left[B_{\dot m} + a_{\dot m_m} \sum_{j_m=0}^{n_m} D_{j_m} k_{F_{1o}}^{j_m} \vartheta_m^{m_{j_m}} \left(\vartheta_z + \Delta\vartheta_z\right)^{z_{j_m}} + a_{\dot m_z}\vartheta_z + a_{\dot m_p} p_z \right] \right\} \cdot \left[\sum_{j_\vartheta=0}^{n_\vartheta} D_{j_\vartheta} k_{F_{2o}}^{k_{j\vartheta}} + B_\vartheta + a_{\vartheta_m} \sum_{j_m=0}^{n_m} D_{j_m} k_{F_{2o}}^{k_{jm}} \vartheta_m^{m_{j_m}} \left(\vartheta_z + \Delta\vartheta_z\right)^{z_{j_m}} + a_{\vartheta_z}\vartheta_z + a_{p_z} p_z \right] \cdot \left\{ \left[\sum_{j_{\dot m}=0}^{n_{\dot m}} D_{j_{\dot m}} \left(k_{F_{1o}}^{j_{\dot m}} + k_{F_{2o}}^{j_{\dot m}}\right) \right] \left[B_{\dot m} + a_{\dot m_m} \sum_{j_m=0}^{n_m} D_{j_m} \left(k_{F_{1o}}^{j_{\dot m}} + k_{F_{2o}}^{j_{\dot m}}\right) \vartheta_m^{m_{j_m}} \left(\vartheta_z + \Delta\vartheta_z\right)^{z_{j_m}} + a_{\dot m_z}\vartheta_z + a_{\dot m_p} p_z \right] \right\}^{-1} \right) \tag{5.68}$$

5.3 Osovinski generator s prijenosnikom snage

Kod kombinirane proizvodnje porivne mehaničke i električne snage tijekom plovidbe broda, mehanički su spregnuti preko odgovarajućeg prijenosnika snage *GDM* i *OG*.

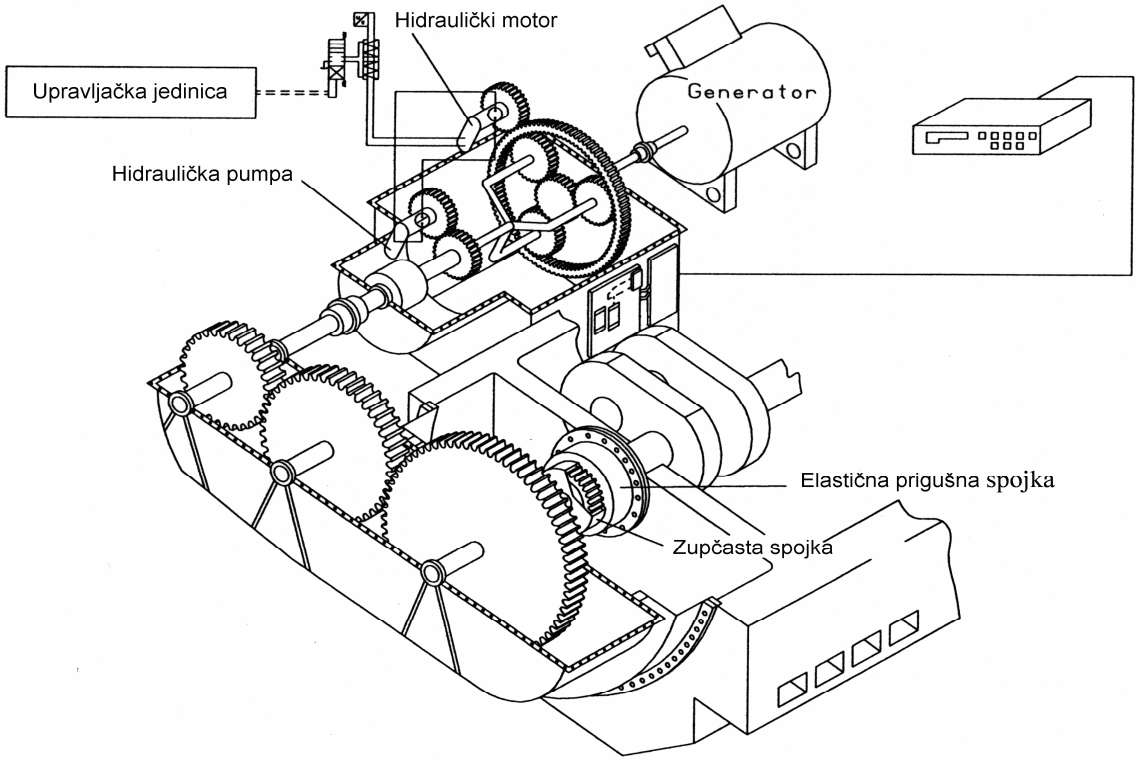
Da bi se tijekom cjelokupnog plovidbenog intervala osigurala konstantnost frekvencije *f* brodske električne mreže i stabilnost proizvedenog električnog napona *U*, neophodno je osigurati postojanu brzinu vrtnje *OG-a*, unatoč plovidbenim prilikama uvjetovanoj, nepostojanoj brzini vrtnje koljenastog vratila *GDM-a*.

U tom smislu, razvijena su razna tehnička rješenja, lit. [31,32], od kojih zahvaljujući pouzdanosti, te ponajviše ekonomičnosti pogona, prevladavaju prijenosnici snage s upravljivom brzinom vrtnje (mehaničko-hidraulička regulacija brzine vrtnje *PTO /RCF-Rank Constant Frequency-slika 5.15*) ili prijenosnici snage s konstantnim prijenosnim omjerom i električki upravljivom frekvencijom na strani električnog generatora (*PTO /CFE–Constant Frequency Electrical*).

Glavni energetski podsustavi *PTO/RCF* prijenosnika mehaničke snage su multiplikator i superponirani planetarni prijenosnik snage, pri čemu je zadaća multiplikatora da povisi brzinu vrtnje sa oko $\approx n_d(P_{ECO})$ na nazivnu brzinu vrtnje planetarne poluge n_{p_a}, koja je u stalnom transformacijskom odnosu prema nazivnoj brzini vrtnje privješenog električnog generatora n_{go}, dok je zadatak superponiranog planetarnog prijenosnika da održava brzinu vrtnje generatora n_{go} stalnom, bilo u uvjetima da se mijenja opterećenje generatora $M_{ng} \neq M_g(\delta)$, bilo u uvjetima kada se mijenja brzina vrtnje koljenastog vratila unutar definiranog raspona $n_d(0,7P_{MCR}) \leq n_d \leq n_d(P_{MCR})$.

Superponirani planetarni prijenosnik snage karakteriziran je time da se prijenosnom radu običnog planetarnog prijenosnika snage, superponira bilo hidrauličko ili električno djelovanje. Prilikom potkoračenja referentne kutne brzine poluge ω_{po}, privođenjem

mehaničke snage ozubljenom obruču (kavezu) planetarnog prijenosnika, brzina vrtnje rotora električnog generatora održava se približno konstantnom. Ovaj slučaj superpozicije, bilo da se radi o električnom ili hidrauličkom djelovanju, kategorizira se tzv. ***motornom superpozicijom***, jer se kvazistatička snaga potrebna za zakretanje kaveza planetarnog prijenosnika privodi iz elektromotora odnosno hidro-motora.



Slika 5.15 PTO/RCF prijenosnik snage“osovinskom“ generatoru

U slučaju premašivanja referentne kutne brzine poluge ω_{po}, kavez planetarnog prijenosnika se, u odnosu na prethodni slučaj, zakreće u suprotnom smjeru uslijed djelovanja prekomjernog zakretnog momenta proizvedenog planetarnim gibanjem satelita, pri čemu je tok mehaničke snage usmjeren ka kavezu te nadalje superponiranom prigonu, elektromotoru odnosno hidro-motoru. Budući da se ovdje neminovno mijenja smjer vrtnje bilo elektromotora bilo hidro-motora, uz očuvanje smjera zakretnog momenta, nastupa tzv. ***generatorska superpozicija*** pri čemu motor prelazi u generatorsko područje rada, dok ukoliko se radi o hidrauličkoj superpoziciji hidro-motor prelazi u pumpno područje rada.

Ukoliko se radi o električnoj superpoziciji, tijekom generatorskog operativnog moda, proizvedena električna snaga transferira se u brodsku električnu mrežu, dok se u slučaju hidrauličke superpozicije, hidraulička snaga proizvedena u pumpnom operativnom modu hidro-motora, usmjerava na hidrauličku pumpu koja je u hidro-motornom opertivnom modu, te nadalje na ulazno vratilo planetarnog prijenosnika snage.

Provođenjem pojednostavnjene dinamičke analize *PTO* sklopa s multiplikatorom (*prilog II*), za ukupni zakretni moment *PTO-sustava* dobiven je izraz:

$$M_{PTO}(t) = M_{dg}(t) = M_{PTO_{st}}(t) + M_{PTO_{din}}(t) \tag{5.69}$$

gdje je statički moment definiran izrazom:

$$M_{PTO_{st}}(t) = a_1 M_g(t) + \tilde{a}_2 n_g + \tilde{a}_3 n_d(t) + \tilde{a}_4 \frac{n_g^2}{n_d(t)} \tag{5.70}$$

dok je inercijski moment definiran sa:

$$M_{PTO_{din}}(t) = \tilde{a}_5 \dot{n}_d(t) + \tilde{a}_6 \frac{n_g \dot{n}_d(t)}{n_d(t)} \tag{5.71}$$

5.4 Kvazistatičke karakteristike utilizacijskog i loženog kotla

Za sve tri karakteristične projektne inačice rashladnog sustava broda, u točci 2.3 definirane su postavke o načinu uravnoteženja nastupajućih toplinskih opterećenja tijekom plovidbe broda i njegovog boravka u odredištima. Temeljem tih postavki u točkama 2.4.1, 2.4.2 i 2.4.3, definirana su kvazistatička toplinska opterećenja loženog kotla (*LK-a*), visokotlačnog isparivača (*VI*), te niskotlačnog isparivača (*NI*) za slučaj primjene dvotlačnog kogeneracijskog sustava.

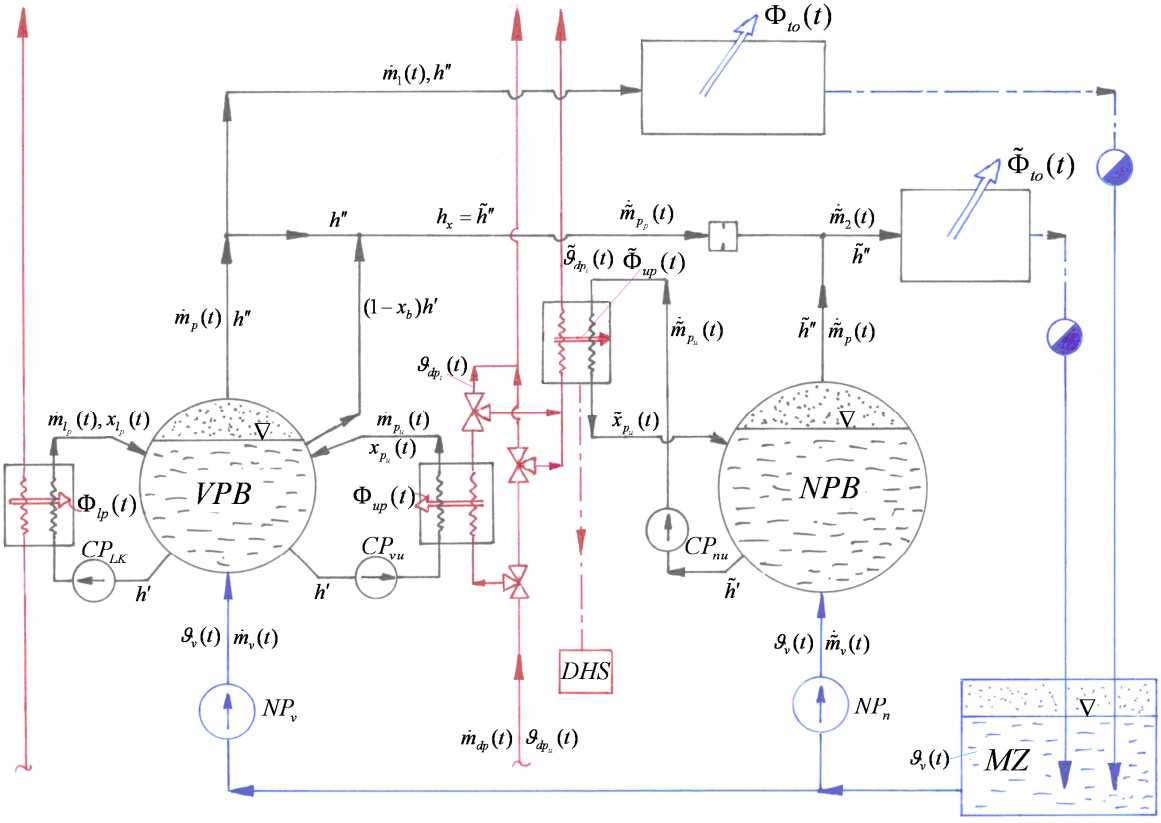
Ovdje će se definirati kvazistatički toplinski učinci *VI-a* i *NI-a*, te kvazistatička karakteristika *LK-a*.

Temeljem *slike 2.5* koja ilustrira jednostavni izvorni dizelmotorni trigeneracijski energetski sustav primjenjiv na brodovima namijenjenim transportu umjereno hlađenih tereta, izrađena je pojednostavnjena shema kombiniranog sustava za proizvodnju vodene pare potrebne za uravnoteženje nastupajućih toplinskih opterećenja broda tijekom bilo kojeg karakterističnog operativnog intervala. Ovaj pojednostavnjeni shematski prikaz loženog kotla s dvotlačnim kogeneracijskim sustavom ilustrira priložena *slika 5.16*.

Ovakva kombinirana izvedba karakterizirana je zajedničkim parnim bubnjem kojim se omogućuje paralelni i samostalni rad loženog i utilizacijskog dijela.

Tijekom mirovanja broda u luci, kada glavni pogonski dizelski motor nije u pogonu, proizvodnja visokotlačne pare za potrebe podmirenja toplinskog opterećenja osigurana je loženim kotlom čije su glavne komponente, koje su u interakciji s vodom, odnosno vodenom parom, zajednička napojna pumpa loženog kotla i viokotlačnog utilizatora (NP_v), cirkulacijska pumpa loženog kotla (CP_{LK}), i visokotlačni parni bubanj (*VPB*).

Tijekom plovidbe i manevra, kada je porivni dizelski motor u pogonu, vodena para se proizvodi ovisno o kvazistatičkom toplinskom opterećenju broda, ili samo utilizacijskim kotlom ili i utilizacijskim i djelomično opterećenim loženim kotlom.



Slika 5.16 Shematski prikaz dvotlačnog kogeneracijskog sustava

5.4.1 Kvazistatički toplinski učinak visokotlačnog isparivača

Tijekom plovidbe broda i maseni protok $\dot{m}_{dp}(t)$ i temperatura $\vartheta_{dp_u}(t)$ dimnih plinova *GDM-a* mijenjaju se u širem rasponu vrijednosti, što ima za posljedicu vremenski promjenjivi raspoloživi toplinski učinak dizel-motorne kogeneracije $\Phi_{ko}(t)$:

$$\Phi_{ko}(t) = c_{p_d}\dot{m}_{dp}(t)\left[\vartheta_{dp_u}(t) - \vartheta_{dp_i}(t)\right] = k_i(t)A_i\Delta\vartheta_{m_i}(t) \tag{5.72}$$

gdje su kvazistatičke toplinske veličine: $\vartheta_{dp_i}(t)$ temperatura dimnih plinova na izlazu iz isparivača, $\Delta\vartheta_{m_i}(t)$ srednja logaritamska temperaturna razlika isparivača i $k_i(t)$ koeficijent prolaza topline.

Kvazistatička, srednja logaritamska temperaturna razlika definira se izrazom:

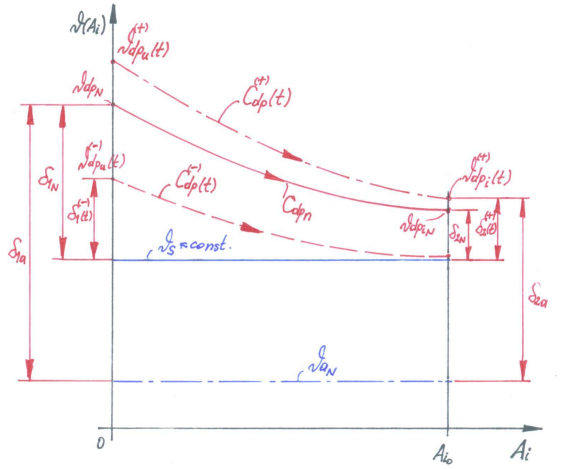
$$\Delta\vartheta_{m_i}(t) = \left[\vartheta_{dp_u}(t) - \vartheta_{dp_i}(t)\right]\left\{\ln\left[\frac{\vartheta_{dp_u}(t) - \vartheta_s}{\vartheta_{dp_i}(t) - \vartheta_s}\right]\right\}^{-1} \tag{5.73}$$

pa se temeljem zadnje navedenih izraza dobiva:

$$\vartheta_{dp_i}(t) = \vartheta_s + \left[\vartheta_{dp_u}(t) - \vartheta_s\right]\exp\left[-\frac{k_i(t)A_i}{c_{p_{dp}}\dot{m}_{dp}(t)}\right] \tag{5.74}$$

$$\Phi_{ko}(t) = c_{p_{dp}}\dot{m}_{dp}(t)\left[\vartheta_{dp_u}(t) - \vartheta_s\right]\left\{1 - \exp\left[-\frac{k_i(t)A_i}{c_{p_{dp}}\dot{m}_{dp}(t)}\right]\right\} \tag{5.75}$$

Pretpostavi li se, da je koeficijent toplinske vodljivosti cijevnih stjenki temperaturno neovisan, tj. $\lambda_s = const$, te znajući da koeficijent prijelaza topline između isparavajuće vode i unutrašnje stjenke cijevi prema iskustveno potvrđenim izrazima ne ovisi o režimu strujanja unutar cijevi, promjenjivi koeficijent prolaza topline biva ovisan o promjenjivom koeficijentu prijelaza topline između dimnih plinova i vanjske stjenke cijevi $\alpha_{i_v}(t)$ i o koeficijentu prijelaza topline između unutrašnje stjenke cijevi i mokre pare α_p, prema izrazu:



Slika 5.17 Skica struja u isparivaču

$$k_i(t) = \left[\frac{1}{\alpha_{i_v}(t)} + \frac{d_v}{\lambda_s}\ln\left(\frac{d_v}{d_u}\right) + \frac{d_v}{d_u\alpha_p}\right]^{-1} \tag{5.76}$$

gdje je:

$$\alpha_p = \frac{q_s}{\vartheta_{s_u} - \vartheta_s} \tag{5.77}$$

U zadnje navedenom izrazu je ϑ_{s_u} temperatura unutrašnje stjenke cijevi, dok je q_s gustoća narinutog toplinskog toka prema izrazu:

$$q_s = k_i(t)\Delta\vartheta_m(t) \tag{5.78}$$

iz čega je razvidan iteracijski postupak određivanja koeficijenta prolaza topline.

Kako je α_p razmjerno velik u odnosu na $\alpha_{i_v}(t)$, može se pretpostaviti da je njegova vrijednost približno konstantna, te da upravo odgovara srednjoj vrijednosti α_p dobivenoj iteracijskim postupkom za prosječne vrijednosti $\overline{m}_{dp}$ i $\overline{\vartheta}_{dp}$.

Za okomito nastrujavani cijevni snop, $\alpha_{i_v}(t)$ se određuje iz izraza lit. [5]:

$$\alpha_{i_v}(t) = 1,6856\frac{f_p\left[\overline{T}_{dp}(t)\right]^{0,25}\left[w_0(t)\right]^{0,61}}{d_v^{0,39}} \tag{5.79}$$

gdje je $w_0(t)$ reducirana brzina strujanja dimnih plinova neposredno ispred cijevnog snopa isparivača pri $p_o = 1,01325$ bar i $\vartheta_o = 0\ ^oC$ prema izrazu:

$$w_o(t) = \frac{\dot{V}_o(t)}{A_o} = \frac{\dot{m}_{dp}(t)\Re T_o}{p_o M_{dp} A_o} \tag{5.80}$$

dok je $\overline{T}_{dp}(t)$ promjenjiva apsolutna srednja temperatura dimnih plinova prema izrazu:

$$\overline{T}_{dp}(t) = 0,5\left[T_{dp_u}(t) + T_{dp_i}(t)\right] \tag{5.81}$$

Ostale veličine su:

f_p korekcijski faktor kojim se u obzir uzima poredak cijevi u cijevnom snopu isparivača,

M_{dp} prividna molarna masa dimnih plinova, $\Re$-molarna konstanta,

$A_o = a_o b_o$ prostrujna površina ispred cijevnog snopa isparivača.

Pretpostavi li se da su temperaturne razlike između struje dimnih plinova i pare na ulazu i izlazu iz isparivača u stalnom odnosu prema izrazu:

$$\frac{\vartheta_{dp_u}(t) - \vartheta_s}{\vartheta_{dp_{un}} - \vartheta_s} = \frac{\vartheta_{dp_i}(t) - \vartheta_s}{\vartheta_{dp_{in}} - \vartheta_s} \tag{5.82}$$

za aproksimativnu, promjenjivu temperaturu dimnih plinova na izlazu iz isparivača dobiva se:

$$\vartheta_{dp_i}(t) = \frac{\vartheta_{dp_{un}} - \vartheta_{dp_{in}}}{\vartheta_{dp_{un}} - \vartheta_s}\vartheta_s + \frac{\vartheta_{dp_{in}} - \vartheta_s}{\vartheta_{dp_{un}} - \vartheta_s}\vartheta_{dp_u}(t) \tag{5.83}$$

Supstituiranjem (5.83) u (5.81) za srednju, apsolutnu temperaturu dimnih plinova pri prolasku kroz isparivač dobiva se:

$$\overline{T}_{dp}(t) = T_o + \frac{1}{2}\left[\frac{\vartheta_{dp_{un}} + \vartheta_{dp_{in}} - 2\vartheta_s}{\vartheta_{dp_{un}} - \vartheta_s}\vartheta_{dp_u}(t) + \frac{\vartheta_{dp_{un}} - \vartheta_{dp_{in}}}{\vartheta_{dp_{un}} - \vartheta_s}\vartheta_s\right] \tag{5.84}$$

pa se nakon uvrštavanja u (5.79) za $\alpha_{i_v}(t)$ dobiva:

$$\alpha_{i_v}(t) = a_0\left[\theta_0 + \theta_1\vartheta_{dp_u}(t)\right]^{0,25}\dot{m}_{dp}^{0,61}(t) \tag{5.85}$$

gdje je:

$$\left.a_0 = \frac{1,6856 f_p}{d_v^{0,39}}\left(\frac{\Re T_o}{p_o M_{dp} A_o}\right)^{0,61},\quad \theta_0 = T_o + \frac{1}{2}\vartheta_z\frac{\vartheta_{dp_{un}} - \vartheta_{dp_{in}}}{\vartheta_{dp_{un}} - \vartheta_s},\quad \theta_1 = \frac{1}{2}\frac{\vartheta_{dp_{un}} + \vartheta_{dp_{in}} - 2\vartheta_s}{\vartheta_{dp_{un}} - \vartheta_s}\right\} \tag{5.86}$$

Napokon se, zanemarujući promjenu koeficijenta prijelaza topline na strani vodene pare $\alpha_p = const.$, za vremenski promjenjivi koeficijent prolaza topline dobiva:

$$k_i(t) = \left\{a_{\vartheta_1}\left[\theta_0 + \theta_1\vartheta_{dp_u}(t)\right]^{-b_{\vartheta_1}}\left[\dot{m}_{dp}(t)\right]^{-b_{m_1}} + R_{ps_1}\right\}^{-1} \tag{5.87}$$

gdje je:

$$\left.a_{\vartheta_1} = 1/a_0 = \frac{d_v^{0,39}}{1,6856 f_p}\left(\frac{p_o M_{dp} A_o}{\Re T_o}\right)^{0,61},\quad b_{\vartheta_1} = 0,25\quad b_{m_1} = 0,61\quad R_{ps_1} = \frac{d_v}{\lambda_s}\ln\left(\frac{d_v}{d_u}\right) + \frac{d_v}{d_u\alpha_p}\right\} \tag{5.88}$$

Supstituiranjem zadnje navedenog izraza u (5.74) i (5.75), za $\vartheta_{dp_i}(t)$ i $\Phi_{ko}(t)$ dobiva se:

$$\vartheta_{dp_i}(t) = \vartheta_s + \left[\vartheta_{dp_u}(t) - \vartheta_s\right]\exp\left(-\frac{A_1}{c_{p_{dp}}\dot{m}_{dp}(t)\left\{a_{\vartheta_1}\left[\theta_0 + \theta_1\vartheta_{dp_u}(t)\right]^{-b_{\vartheta_1}}\left[\dot{m}_{dp}(t)\right]^{-b_{m_1}} + R_{ps_1}\right\}}\right) \tag{5.89}$$

$$\Phi_{ko}(t) = c_{p_{dp}}\dot{m}_{dp}(t)\left[\vartheta_{dp_u}(t) - \vartheta_s\right]\left[1 - \exp\left(-\frac{A_1}{c_{p_{dp}}\dot{m}_{dp}(t)\left\{a_{\vartheta_1}\left[\theta_0 + \theta_1\vartheta_{dp_u}(t)\right]^{-b_{\vartheta_1}}\left[\dot{m}_{dp}(t)\right]^{-b_{m_1}} + R_{ps_1}\right\}}\right)\right] \tag{5.90}$$

Maseni protok vode kroz ***napojnu pumpu*** (NP_v), upravo je jednak masenom protoku suhozasićene pare, koji se definira izrazom:

$$\dot{m}_p(t) = \dot{m}_{NP}(t) = \frac{\Phi_{to}(t)}{h'' - c_{p_v}\vartheta_v(t)} \tag{5.91}$$

gdje je $\vartheta_v(t)$ vremenski promjenjiva temperatura pothlađene kapljevine u mlakom zdencu.

Pretpostavljajući (prema *slici 5.16*), adijabatsko miješanje struja mokre pare $\dot{m}_{l_p}(t)$ iz isparivača loženog kotla (*LK*) i $\dot{m}_{u_p}(t)$ iz utilizatora (*VI*), te pothlađene kapljevine $\dot{m}_p(t) = \dot{m}_v(t)$ koju dobavlja napojna pumpa (NP_v), u zajedničkom parnom bubnju (*VPB*), energijska bilanca biva određena izrazom:

$$c_v\,\dot{m}_p(t)\,\vartheta_v(t) + \dot{m}_{l_p}(t)\left[h' + x_{l_p}(t)\,r\right] + \dot{m}_{u_p}(t)\left[h' + x_{u_p}(t)\,r\right] = \left[\dot{m}_p(t) + \dot{m}_{l_p}(t) + \dot{m}_{u_p}(t)\right]\left[h' + x_b(t)\,r\right] \tag{5.92}$$

Kako se tijekom kvazistatičkog pogona sadržaj pare u parnom bubnju održava približno konstantnim $x_b(t) \approx const = x_b$, volumeni vrele kapljevine V' i suhozasićene pare V'', su u stalnom odnosu $f_V = V''/V'$, pa se za x_b može pisati:

$$x_b = \frac{m_p''}{m_p' + m_p''} = \frac{f_v\,v'}{f_v\,v' + v''} \tag{5.93}$$

Pretpostavljajući nadalje da je sadržaj pare na izlazu iz obaju isparivača isti, tj. $x_{u_p}(t) = x_{l_p}(t)$, te uzimajući u obzir toplinske bilance obaju isparivača, danih izrazima:

$$\Phi_{up}(t) = \dot{m}_{p_u}(t)\,x_{p_u}(t)\,r \tag{5.94}$$

$$\Phi_{lp}(t) = \dot{m}_{l_p}(t)\,x_{l_p}(t)\,r = \dot{m}_{l_p}(t)\,x_{p_u}(t)\,r \tag{5.95}$$

za kvazistatički protok vrele kapljevine kroz ***cirkulacijske pumpe*** *LK-a* i *VI-a* dobiva se:

$$\dot{m}_{p_u}(t) = \frac{(1-x_b)\,\Phi_{ko_u}^{(I)}(t)}{x_b\left[h'' - c_{p_v}\vartheta_v(t)\right]} \tag{5.96}$$

$$\dot{m}_{p_{lk}}(t) = \frac{(1-x_b)\,\Phi_{lk}^{(I)}(t)}{x_b\left[h'' - c_{p_v}\vartheta_v(t)\right]} \tag{5.97}$$

gdje su $\Phi_{ko_u}^{(I)}(t)$ i $\Phi_{lk}^{(I)}(t)$ definirani izrazima (2.107) i (2.155), odgovarajuće.

Kada je $\Phi_{ko}(t) \succ \Phi_{to}(t)$, potrebno je pristupiti regulaciji masenog dotoka ispušnih plinova $\dot{m}_{dp}(t)$ preko regulacijske zaklopke, pa se temeljem izraza (5.90) potrebni maseni dotok dimnih plinova dobiva rješenjem transcendentne jednadžbe:

$$\Phi_{to}(t) = c_{p_{dp}}\,\dot{m}_{dp}(t)\left[\vartheta_{dp_u}(t) - \vartheta_s\right]\left[1 - \exp\left(-\frac{A_i}{c_{p_{dp}}\,\dot{m}_{dp}(t)\left\{a_{\vartheta_1}\left[\theta_0 + \theta_1\,\vartheta_{dp_u}(t)\right]^{-b_{\vartheta_1}}\left[\dot{m}_{dp}(t)\right]^{-b_{m_1}} + R_{ps_1}\right\}}\right)\right] \tag{5.98}$$

5.4.2 Kvazistatički toplinski učinak NI-a

Kod primjene dvotlačnog kogeneracijskog sustava, proces proizvodnje vodene pare odvija se tako da se i u slučaju kada je $\Phi_{to}(t) \prec \Phi_{ko}(t) \prec \Phi_{TO}(t)$ sav raspoloživi toplinski tok dimnih plinova koristi za proizvodnju visokotlačne pare, što za posljedicu ima da je temperatura dimnih plinova na ulazu u niskotlačni isparivač upravo jednaka temperaturi dimnih plinova na izlazu iz visokotlačnog isparivača $\tilde{\vartheta}_{dp_u}(t) = \vartheta_{dp_i}(t)$, pa se za raspoloživi toplinski učinak niskotlačnog isparivača dobiva (*slika 5.16*):

$$\tilde{\Phi}_{ko}(t) = c_{p_{dp}}\,\dot{m}_{dp}(t)\left\{1 - \exp\left[-\frac{\tilde{k}_i(t)\,\tilde{A}_i}{c_{p_{dp}}\,\dot{m}_{dp}(t)}\right]\right\}\left(\vartheta_s - \tilde{\vartheta}_s + \left[\vartheta_{dp_u}(t) - \vartheta_s\right]\left\{1 - \exp\left[-\frac{k_i(t)\,A_i}{c_{p_{dp}}\,\dot{m}_{dp}(t)}\right]\right\}\right) \tag{5.99}$$

Pri potpunoj uravnoteženosti dvotlačne kogeneracije, temperatura dimnih plinova na izlazu iz niskotlačnog isparivača definira se izrazom:

$$\tilde{\vartheta}_{dp_i}(t)=\tilde{\vartheta}_s+\left\{\vartheta_s-\tilde{\vartheta}_s+\left[\vartheta_{dp_u}(t)-\vartheta_s\right]\exp\left[-\frac{k_i(t)A_i}{c_{p_{dp}}\dot{m}_{dp}(t)}\right]\right\}\exp\left[-\frac{\tilde{k}_i(t)\tilde{A}_i}{c_{p_{dp}}\dot{m}_{dp}(t)}\right] \tag{5.100}$$

gdje je $\tilde{\vartheta}_s$ temperatura zasićenja niskotlačne pare.

U ovom slučaju se vremenski promjenjivi koeficijent prolaza topline između niskotlačne mokre pare i dimnih plinova definira izrazom sličnim izrazu (5.87):

$$\tilde{k}_i(t)=\left\{\tilde{a}_{\vartheta_1}\left[\tilde{\theta}_0+\tilde{\theta}_1\tilde{\vartheta}_{dp_u}(t)\right]^{-b_{\vartheta_1}}\left[\dot{m}_{dp}(t)\right]^{-b_{m_1}}+\tilde{R}_{ps_1}\right\}^{-1} \tag{5.101}$$

gdje je:

$$\tilde{a}_{\vartheta_1}=1/\tilde{a}_0=\frac{\tilde{d}_v^{0,39}}{1,6856\,\tilde{f}_p}\left(\frac{p_oM_{dp}\tilde{A}_o}{\Re T_o}\right)^{0,61},\qquad b_{\vartheta_1}=0,25\qquad b_{m_1}=0,61\qquad \tilde{R}_{ps_1}=\frac{\tilde{d}_v}{\tilde{\lambda}_s}\ln\left(\frac{\tilde{d}_v}{\tilde{d}_u}\right)+\frac{\tilde{d}_v}{\tilde{d}_u\tilde{\alpha}_p}\Bigg\} \tag{5.102}$$

$$\tilde{\theta}_0=T_o+\frac{1}{2}\tilde{\vartheta}_s\frac{\tilde{\vartheta}_{dp_{un}}-\tilde{\vartheta}_{dp_{in}}}{\tilde{\vartheta}_{dp_{un}}-\tilde{\vartheta}_s},\qquad \tilde{\theta}_1=\frac{1}{2}\frac{\tilde{\vartheta}_{dp_{un}}+\tilde{\vartheta}_{dp_{in}}-2\tilde{\vartheta}_s}{\tilde{\vartheta}_{dp_{un}}-\tilde{\vartheta}_s}\Bigg\} \tag{5.103}$$

pa se uvrštavanjem (5.89) u (5.101) dobiva:

$$\tilde{k}_i(t)=\left(\tilde{a}_{\vartheta_1}\left\{\tilde{\theta}_0+\tilde{\theta}_1\left[\vartheta_s+\left[\vartheta_{dp_u}(t)-\vartheta_s\right]\exp\left(-\frac{A_i}{c_{p_{dp}}\dot{m}_{dp}(t)\left\{a_{\vartheta_1}\left[\theta_0+\theta_1\vartheta_{dp_u}(t)\right]^{-b_{\vartheta_1}}\left[\dot{m}_{dp}(t)\right]^{-b_{m_1}}+R_{ps_1}\right\}}\right)\right]\right\}^{-b_{\vartheta_1}}\left[\dot{m}_{dp}(t)\right]^{-b_{m_1}}+\tilde{R}_{ps_1}\right)^{-1} \tag{5.104}$$

Raspoloživi kvazistatički toplinski učinak dvotlačnog kogeneracijskog sustava definira se izrazom:

$$\Phi_{KO}(t)=\Phi_{ko}(t)+\tilde{\Phi}_{ko}(t) \tag{5.105}$$

koji nakon supstituiranja (5.90) i (5.99) postaje:

$$\Phi_{KO}(t)=c_{p_{dp}}\dot{m}_{dp}(t)\left(\begin{array}{l}\left(\vartheta_s-\tilde{\vartheta}_s+\left[\vartheta_{dp_u}(t)-\vartheta_s\right]\left\{1-\exp\left[-\frac{k_i(t)A_i}{c_{p_{dp}}\dot{m}_{dp}(t)}\right]\right\}\right)\cdot\\ \cdot\left\{1-\exp\left[-\frac{\tilde{k}_i(t)\tilde{A}_i}{c_{p_{dp}}\dot{m}_{dp}(t)}\right]\right\}+\left[\vartheta_{dp_u}(t)-\vartheta_s\right]\left\{1-\exp\left[-\frac{k_i(t)A_i}{c_{p_{dp}}\dot{m}_{dp}(t)}\right]\right\}\end{array}\right) \tag{5.106}$$

Maseni protok niskotlačne pare $\dot{\tilde{m}}_p(t)$ kroz *NPB*, odnosno pothlađene kapljevine $\dot{\tilde{m}}_{p_{nn}}(t)$ kroz ***napojnu pumpu*** (NP_n) niskotlačnog sustava definira se izrazom:

$$\dot{\tilde{m}}_{p_{nn}}(t)=\frac{\tilde{\Phi}_{ko_u}(t)}{\tilde{h}''-c_{p_v}\vartheta_v(t)} \tag{2.107}$$

dok se maseni protok visokotlačne prigušivane pare definira izrazom:

$$\dot{\tilde{m}}_{p_p}(t)=\frac{\tilde{\Phi}_p(t)}{\tilde{h}''-c_{p_v}\vartheta_v(t)} \tag{2.108}$$

gdje je $\tilde{\Phi}_{ko_u}(t)=\tilde{\Phi}^{(II)}_{ko_u}(t)_{ij,ji}$ definiran izrazom (2.120).

Nadalje se uz pretpostavku adijabatskog miješanja u *NPB* može postaviti odgovarajuća energijska jednadžba:

$$\dot{\tilde{m}}_{p_u}(t)\left[\tilde{h}''+\tilde{x}_{p_u}(t)\tilde{r}\right]+\dot{\tilde{m}}_{p_{nn}}(t)\,c_{p_v}\vartheta_v(t)=\left[\dot{\tilde{m}}_{p_u}(t)+\dot{\tilde{m}}_{p_{nn}}(t)\right](\tilde{h}'+\tilde{x}_b\tilde{r}) \tag{5.109}$$

te energijska jednadžba niskotlačnog isparivača:

$$\tilde{\Phi}_{ko_u}(t)=\dot{\tilde{m}}_{p_u}(t)\,\tilde{x}_{p_u}(t)\,\tilde{r} \tag{5.110}$$

iz kojih se za vremenski promjenjivi maseni protok vrele kapljevine kroz ***cirkulacijsku pumpu*** (CP_{nu}) niskotlačnog isparivača dobiva:

$$\dot{\tilde{m}}_{p_u}(t)=\frac{(1-\tilde{x}_b)\tilde{\Phi}_{ko_u}(t)}{\tilde{x}_b\left[\tilde{h}''-c_{p_v}\vartheta_v(t)\right]} \tag{5.111}$$

Maseni protok pothlađene kapljevine kroz ***napojnu pumpu*** (NP_v) visokotlačnog sustava na temelju energijskih i masenih bilanci definira se izrazom:

$$\dot{m}_{p_{mn}}(t) = \dot{m}_{p_p}(t) + \dot{\tilde{m}}_{p_u}(t) = \frac{\Phi_{to}(t) + \tilde{\Phi}_p(t)}{h'' - c_{p_v}\vartheta_v(t)} \tag{5.112}$$

dok se postavljanjem istovrsnih pretpostavki kao kod jednotlačnog sustava za masene protoke ***cirkulacijskih pumpi*** loženog kotla (CP_{LK}) i visokotlačnog isparivača (CP_{vu}) dobiva:

$$\dot{m}_{p_u}(t) = \frac{(1-x_b)\,\Phi_{ko_u}^{(II)}(t)}{x_b\left[h'' - c_{p_v}\vartheta_v(t)\right]} \tag{5.113}$$

$$\dot{m}_{p_{lk}}(t) = \frac{(1-x_b)\,\Phi_{lk}^{(II)}(t)}{x_b\left[h'' - c_{p_v}\vartheta_v(t)\right]} \tag{5.114}$$

gdje su $\Phi_{ko_u}^{(II)}(t)$ i $\Phi_{lk}^{(II)}(t)$ definirani izrazima (2.119) i (2.156), odgovarajuće.

5.5 Loženi kotao

Pođe li se od pretpostavke da je definiran nazivni učinak loženog dijela kotla, koji proizvodi visokotlačnu suhozasićenu paru $p_k = 8\ \text{bar};\ \vartheta_z = 170{,}41\,^{\circ}\text{C}$, uz nepromjenjive ambijentalne i okolišne uvjete, vremenski promjenjivi maseni potrošak goriva $\dot{m}_g(t)$ definira se izrazom:

$$\dot{m}_g(t) = \dot{m}_{g_n}\left[A_k + B_k f_k(t) + C_k f_k^2(t)\right] \tag{5.115}$$

gdje su A_k, B_k i C_k koeficijenti pridobivi od proizvođača kotla, pri čemu koeficijent A_k predstavlja udio potrošenog goriva loženog kotla, kada je isti u paro-spremnom pričuvnom stanju, tj. kada isti pri faktoru opterećenja $f_k=0$ održava paro-spremno stanje kotla.

Faktor opterećenja, definira se izrazom:

$$f_k(t) = \frac{\Phi_{lp}(t)}{\Phi_{lp_n}} \tag{5.116}$$

gdje je $\Phi_{lp}(t)$ kvazistatički toplinski tok kojeg loženi kotao predaje vodenoj pari pri djelomičnom opterećenju, dok je Φ_{lp_n} nazivni toplinski učinak loženog kotla.

Mijenjaju li se u odnosu na nazivno pogonsko stanje temperatura goriva $\vartheta_g(t)$ i temperatura zraka za izgaranje $\vartheta_u(t)$, u odnosu na nazivno pogonsko stanje definirano s ϑ_{gn} i ϑ_{un}, kotlu se privodi promjenjivi energijski tok kojeg se definira sa:

$$\dot{E}_k(t) = \dot{m}_g(t)\left[c_{p_g}\vartheta_g(t) + \hat{m}_u(t)\,c_{p_u}\vartheta_u(t) + H_d\right] \tag{5.117}$$

dok se ulazni nazivni energijski tok kotla definira sa:

$$\dot{E}_{kn} = \dot{m}_{g_n}\left(c_{p_g}\vartheta_{g_n} + \hat{m}_{u_n}c_{p_g}\vartheta_{u_n} + H_d\right) \tag{5.118}$$

gdje su $\hat{m}_{u_n}$ i $\hat{m}_u(t)$ nazivna i vremenski promjenljiva specifična količina zraka za izgaranje, dok je H_d donja ogrjevna vrijednost goriva.

Pretpostavljajući da se prilikom djelomičnog opterećenja kotla, faktor pretička zraka održava konstantnim $\lambda = const$, te da je sastav kapljevitog goriva nepromjenjiv, može se pisati da je $\hat{m}_u(t) = \hat{m}_{u_n}$, pa je prema (5.117) vremenski promjenjivi ulazni energijski tok ovisan osim o promjenjivom potrošku goriva i o temperaturama $\vartheta_u(t)$ i $\vartheta_g(t)$.

Za slučaj da je $\vartheta_u(t) = \vartheta_{u_n}$ i $\vartheta_g(t) = \vartheta_{g_n}$, omjer $\dot{E}_k(t)/\dot{E}_{ko}$ jednak je $\dot{m}_g(t)/\dot{m}_{g_n}$, pa je za vremenski promjenjivi potrošak goriva $\dot{m}_g(t)$ valjan izraz (5.115).

Kako promjenjivost $\vartheta_u(t)$ i $\vartheta_g(t)$ neznatno utječe na promjenjivost koeficijenata A_k, B_k i C_k, nadalje će se pretpostaviti da vrijedi:

$$\dot{E}_k(t) = \dot{E}_{k_n}\left[A_k + B_k f_k(t) + C_k f_k^2(t)\right] \tag{5.119}$$

pa se korištenjem izraza (5.117) i (5.119) za vremenski promjenjivi potrošak goriva loženog kotla dobiva:

$$\dot{m}_g(t) = \dot{m}_{g_n}\frac{c_{pg}\vartheta_{gn} + \hat{m}_{u_n}c_{p_u}\vartheta_{u_n} + H_d}{c_{pg}\vartheta_g(t) + \hat{m}_{u_n}c_{p_u}\vartheta_u(t) + H_d}\left[A_k + B_k f_k(t) + C_k f_k^2(t)\right] \tag{5.120}$$

Za specifičnu količinu zraka za izgaranje dobiva se:

$$\hat{m}_{u_n} = \lambda\,\hat{m}_{u_{n\min}} = \lambda\frac{\hat{N}_{O_{2\min}}}{0,79}M_u \tag{5.121}$$

gdje je $\hat{N}_{O_{2\min}}$ minimalno potrebna specifična količina kisika za izgaranje, dok je $M_u = 28,95$ kg/kmol molarna masa uzduha.

Minimalno potrebna specifična količina O_2 za izgaranje odredi se iz zadanog sastava kapljevitog goriva, prema izrazu:

$$\hat{N}_{O_{2\min}} = \frac{c}{12} + \frac{h}{4} + \frac{s-o}{32} \qquad \text{kmol}_{O_2}/\text{kg}_g \tag{5.122}$$

gdje su *c*, *h*, *s* i *o* maseni udjeli ugljika, vodika, sumpora, odgovarajuće.

Nadalje se prema *Mendeljevu* lit. [5], za donju ogrjevnu vrijednost kapljevitog goriva (*Bunker C*) može pisati:

$$H_d = 33,9\,c + 117\left(h - \frac{o}{8}\right) + 10,5\,s - 2,5\,w \qquad \text{MJ/kg} \tag{5.123}$$

gdje je *w* maseni udio vlage u gorivu.

Supstituiranjem izraza (5.116) u (5.120) dobiva se funkcijska ovisnost $\dot{m}_g(t)$:

$$\dot{m}_g(t) = \dot{m}_{g_n}\frac{c_{p_g}\vartheta_{g_n} + \hat{m}_{u_n}c_{p_u}\vartheta_{u_n} + H_d}{c_{p_g}\vartheta_g(t) + \hat{m}_{u_n}c_{p_u}\vartheta_u(t) + H_d}\left\{A_k(t) + B_k\frac{\Phi_{lp}(t)}{\Phi_{lp_n}} + C_k\left[\frac{\Phi_{lp}(t)}{\Phi_{lp_n}}\right]^2\right\} \tag{5.124}$$

Nadalje se za vremenski promjenjivi maseni potrošak zraka loženog kotla dobiva:

$$\dot{m}_{z_{lk}}(t) = \dot{m}_g(t)\,\hat{m}_{u_n} = \dot{m}_{g_n}\hat{m}_{u_n}\frac{c_{p_g}\vartheta_{g_n} + \hat{m}_{u_n}c_{p_u}\vartheta_{u_n} + H_d}{c_{p_g}\vartheta_g(t) + \hat{m}_{u_n}c_{p_u}\vartheta_u(t) + H_d}\left\{A_k(t) + B_k\frac{\Phi_{lp}(t)}{\Phi_{lp_n}} + C_k\left[\frac{\Phi_{lp}(t)}{\Phi_{lp_n}}\right]^2\right\} \tag{5.125}$$

Za preciznije određivanje masenih potrošaka goriva i zraka loženog kotla potrebno je definirati funkcijsku ovisnost $A_k(t)$ tijekom cjelokupnog operativnog intervala broda. Naime pođe li se ovdje od pretpostavke da se loženi kotao dovodi u paro-spremno stanje kada se tijekom službovanja broda postigne odnos:

$$\Phi_{ko}(t) = k_{A_\phi}\Phi_{to}(t) \tag{5.126}$$

gdje je koeficijent $k_{A_\phi} = 0,925 \div 0,975$, dok su $\Phi_{ko}(t)$ i $\Phi_{to}(t)$ kvazistatički toplinski učinak kogeneracijskog sustava i kvazistatičko toplinsko opterećenje broda, odgovarajuće.

U slučaju jednotlačnog i dvotlačnog kogeneracijskog sustava dobivaju se odgovarajući izrazi kako slijedi:

$$A_k(t) = \frac{1}{2}A_k\left\{1 + \text{sgn}\left[\Phi_{ko}(t) - k_{A_\phi}\Phi_{to}(t)\right]\right\} \tag{5.127}$$

$$A_k(t) = \frac{1}{2}A_k\left(1 + \text{sgn}\left\{\Phi_{ko}(t) + \tilde{\Phi}_{ko}(t) - k_{A_\phi}\left[\Phi_{to}(t) - \tilde{\Phi}_{to}(t)\right]\right\}\right) \tag{5.128}$$

6 MODELIRANJE DIZELMOTORNOG PORIVNOG SUSTAVA

Sprezanjem matematičkih modela za karakterističnе plovidbene otpore i kvazistatičkih karakteristika vijka sa promjenjivim usponom, s matematičkim modelima *PTO* prijenosnika snage osovinskom generatoru i kvazistatičkih karakteristika porivnog dizelskog motora dobivaju se odgovarajući matematički modeli brodskog dizelmotornog porivnog sustava s osovinskim generatorom, koji s jedne strane definiraju stanje bilo kvazistatičke bilo dinamičke ravnoteže glavnog dizelskog motora sa propelerom i *PTO*-sklopom, dok s druge strane definiraju odgovarajuće ravnotežno stanje propelera s trupom broda, kojim se uravnotežuju nastupajući karakteristični plovidbeni otpori.

6.1 Poopćeni kvazistatički i dinamički modeli

Kvazistatički model

<u>*porivna jednadžba*</u>:

$$T_p(n, v_b, p) - \frac{\sum_{i=1}^{n_r} R_i(v_b, \varphi_b, t, \tau_o)}{1-\hat{t}(v_b)} = 0 \tag{6.1}$$

<u>*momentna jednadžba:*</u>

$$M_m(k_F, n) - M_p(n, v_b, p) - M_{KS}(n) - M_{PT}(n) = 0 \tag{6.2}$$

Pojednostavnjeni dinamički model *(zanemaruju se kapacitancije unutar sustava)*

$$T_p(n, v_b, p) - \frac{\sum_{i=1}^{n_r} R_i(v_b, \varphi_b, t, \tau_o)}{1-\hat{t}(v_b)} = \tilde{m}_b \frac{dv_b}{dt} \tag{6.3}$$

$$M_m(k_F, n) - M_p(n, v_b, p) - M_{KS}(n) - M_{PT}(n) = \left(I_p + I_{PTO} \frac{n_s}{n} \right) \frac{dn}{dt} \tag{6.4}$$

U navedenim izrazima član sume podrazumijeva ukupni plovidbeni otpor za karakteristični plovidbeni režim τ_{ir}, te je isti funkcijski ovisan o brzini plovidbe v_b, te o položaju broda za definirani plovidbeni kurs $\varphi_{b\alpha}$ i vremenu *t* (vidi poglavlje 4.1).

Općenito se funkcijska ovisnost plovidbene brzine v_b, definira izrazom:

$$v_b = v_b(\alpha_s, \varphi_b, \dot{\varphi}_b) \tag{6.5}$$

te je za karakteristične plovidbene rute, prema pravilima sferne trigonometrije pri plovidbi broda iz ***i*** u ***j*** definirana izrazom (3.24), odnosno pri plovidbi broda iz ***j*** u ***i*** izrazom (3.29).

Uzimajući u obzir da je vremenski promjenjiva brzina broda $v_b(t)$ eksplicite funkcijski ovisna o $\varphi_b(t)$ i $\dot{\varphi}_b(t)$, ***kvazistatički model*** kombiniranog dizel-motornog propulzijskog sustava pri plovidbi iz ***i*** u ***j*** postaje:

$$T_p\left[n(t), p(t), \varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right]_{\alpha_s} - \frac{\sum_{i=1}^{n_r} R_i\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right]_{\alpha_s}}{1-\hat{t}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right]_{\alpha_s}} = 0 \tag{6.6}$$

$$M_m\left[k_F(t), n(t)\right] - M_p\left[n(t), p(t), \varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right]_{\alpha_s} - M_{k_s}\left[n(t)\right] - M_{PT}\left[n(t), t\right] = 0 \tag{6.7}$$

Pojednostavnjeni ***dinamički model***, pri plovidbi iz ***i*** u ***j*** definiran je sustavom nelinearnih diferencijalnih jednadžbi:

$$T_p\left[n(t), p(t), \varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right]_{\alpha_s} - \frac{\sum_{i=1}^{n_r} R_i\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right]_{\alpha_s}}{1-\hat{t}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right]_{\alpha_s}} = \tilde{m}_b \frac{d}{dt}\left\{ \frac{\bar{r}_z \cos\left[\varphi_b(t) - \varphi_i\right]}{\sqrt{\sin^2\alpha_s - \sin^2\left[\varphi_b(t) - \varphi_i\right]}} \dot{\varphi}_b(t) \right\} \tag{6.8}$$

$$M_m\left[k_F(t),n(t)\right]-M_p\left[n(t),p(t),\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t)\right]_{\alpha_s}-M_{KS}\left[n(t)\right]-M_{PT}\left[n(t),t\right]=\left[I_{p_1}+I_{PTO}\frac{n_s}{n(t)}\right]\dot{n}(t) \quad (6.9)$$

Postupajući na sličan način, te uzimajući u obzir ekvivalentnu duljinu intervala $\tau_{eij}=\tau_{ij}+\tau_{jb}$, koja uključuje trajanje plovidbe iz ***i*** u ***j*** τ_{ij}, te vrijeme boravka broda u odredištu ***j*** τ_{jb}, kvazistatički i dinamički model kombiniranog propulzijsko-porivnog i električnog sustava broda pri plovidbi iz ***j*** u ***i*** poprimaju oblik:

kvazistatički model:

$$T_p\left[n(t),p(t),\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t)\right]_{\beta_s}-\frac{\sum_{i=1}^{n_r}R_i\left[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t),t,\tau_o,\tau_{eij}\right]_{\beta_s}}{1-\hat{t}\left[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t)\right]_{\beta_s}}=0 \quad (6.10)$$

$$M_m\left[k_F(t),n(t)\right]-M_p\left[n(t),p(t),\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t)\right]_{\alpha_s}-M_{KS}\left[n(t)\right]-M_{PT}\left[n(t),t\right]=0 \quad (6.11)$$

dinamički model:

$$T_p\left[n(t),p(t),\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t)\right]_{\beta_s}-\frac{\sum_{i=1}^{n_r}R_i\left[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t),t,\tau_o,\tau_{eij}\right]_{\beta_s}}{1-\hat{t}\left[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t)\right]_{\beta_s}}=\tilde{m}_b\frac{d}{dt}\left\{\frac{\bar{r}_z\cos\beta_s}{1-\sin^2\beta_s\cos^2\left[\varphi_b(t)-\varphi_i\right]}\dot{\varphi}_b(t)\right\} \quad (6.12)$$

$$M_m\left[k_F(t),n(t)\right]-M_p\left[n(t),p(t),\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t)\right]_{\alpha_s}-M_{KS}\left[n(t)\right]-M_{PT}\left[n(t),t\right]=\left[I_{p_1}+I_{PTO}\frac{n_s}{n(t)}\right]\dot{n}(t) \quad (6.13)$$

U navedenim izrazima $k_F(t)$ i $p(t)$ predstavljaju vremenski promjenjive upravljačke veličine: $k_F(t)$ faktor opterećenja dizelskog motora (odgovara određenom položaju dozirnog organa goriva) i $p(t)$ uspon krila vijka. Pravilnim i pravovremenim izborom navedenih upravljačkih veličina može se postići definirana funkcija cilja, koja može biti primjerice maksimiziranje plovidbene brzine s raspoloživim dizelskim motorom pri nastupajućim okolišnim uvjetima, ili minimiziranje bilo trenutnog potroška goriva bilo ukupnog potroška goriva tijekom razmatranog plovidbenog ciklusa. Nadalje će se razmotriti tri karakteristična načina vođenja plovidbenog proces između definiranih odredišta, kako slijedi.

6.2 Neupravljiva plovidba

U ovom slučaju plovidbe karakteriziranom definiranim konstantnim vrijednostima $k_F=const.$ i $p=const.$, ***kvazistatički model*** kombiniranog propulzijsko-porivnog i električnog sustava broda definiran je sustavom jednadžbi:

plovidba iz i u j:

$$T_p\left[n(t),\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t)\right]_{\alpha_s,p}-\frac{\sum_{i=1}^{n_r}R_i\left[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t),t,\tau_o\right]_{\alpha_s}}{1-\hat{t}\left[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t)\right]_{\alpha_s}}=0 \quad (6.14)$$

$$M_m\left[n(t)\right]_{k_F}-M_p\left[n(t),\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t)\right]_{\alpha_s,p}-M_{KS}\left[n(t)\right]-M_{PT}\left[n(t),t\right]=0 \quad (6.15)$$

plovidba iz j u i:

$$T_p\left[n(t),\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t)\right]_{\beta_s,p}-\frac{\sum_{i=1}^{n_r}R_i\left[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t),t,\tau_o,\tau_{eij}\right]_{\beta_s}}{1-\hat{t}\left[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t)\right]_{\beta_s}}=0 \quad (6.16)$$

$$M_m\left[n(t)\right]_{k_F}-M_p\left[n(t),\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t)\right]_{\beta_s,p}-M_{KS}\left[n(t)\right]-M_{PT}\left[n(t),t\right]=0 \quad (6.17)$$

Navedeni sustav jednadžbi predstavlja sustav dviju nelinearnih diferencijalnih jednadžbi s nepoznatim vremenskim funkcijama $n(t)$ i $\varphi_b(t)$, koji je u općem slučaju rješiv tek numerički.

Zahvaljujući činjenici da se propelerom proizvedena porivna sila T_p i potrebni zakretni moment propelera M_p, za čvrsto definirani uspon vijka *p=const.*, jako dobro aproksimiraju bikvadratnom funkcijom od v_b i n (vidi točku 4), korištenjem kvazistatičke porivne jednadžbe (6.14 ili 6.16) može se dobiti funkcijska ovisnost:

$$n(t)_{\alpha_{s,p}} = n\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right]_{\alpha_{s,p}} \text{ ili } n(t)_{\beta_{s,p}} = n\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o \tau_{eij}\right]_{\beta_{s,p}} \tag{6.18}$$

čijim se uvrštavanjem u odgovarajuću kvazistatičku momentnu jednadžbu kombiniranog propulzijsko-električnog sustava dobiva nelinearna diferencijalna jednadžba prvog reda:

<u>*plovidba iz i u j*</u>

$$M_m\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right]_{\alpha_{s,p}} - M_p\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right]_{\alpha_{s,p}} - M_{KS}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right]_{\alpha_{s,p}} - M_{PT}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right]_{\alpha_s, k_F, p} = 0 \tag{6.19}$$

<u>*plovidba iz j u i*</u>

$$M_m\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o \tau_{eij}\right]_{\beta_{s,p}} - M_p\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o, \tau_{eij}\right]_{\beta_{s,p}} - M_{KS}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o, \tau_{eij}\right]_{\beta_{s,p}} - M_{PT}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o, \tau_{eij}\right]_{\beta_s, k_F, p} = 0 \tag{6.20}$$

Dinamički model kombiniranog propulzijsko-porivnog i električnog sustava broda s određenim vrijednostima k_F i p definiran je sustavom nelinearnih diferencijalnih jednadžbi:

<u>*plovidba iz i u j*</u>

$$T_p\left[n(t), \varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right]_{\alpha_{s,p}} - \frac{\sum_{i=1}^{n_r} R_i\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o\right]_{\alpha_s}}{1 - \hat{t}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right]_{\alpha_s}} = \tilde{m}_b \frac{d}{dt}\left\{\frac{\bar{r}_z \cos\left[\varphi_b(t) - \varphi_i\right]}{\sqrt{\sin^2\alpha_s - \sin^2\left[\varphi_b(t) - \varphi_i\right]}} \dot{\varphi}_b(t)\right\} \tag{6.21}$$

$$M_m\left[n(t)\right]_{k_F} - M_p\left[n(t), \varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right]_{\alpha_{s,p}} - M_{KS}\left[n(t)\right] - M_{PT}\left[n(t), t\right]_{k_F} = \left[I_{p_1} + I_{PTO}\frac{n_s}{n(t)}\right]\dot{n}(t) \tag{6.22}$$

za čije je rješenje potrebno postaviti tri početna uvjeta koji su, uz pretpostavku da brod isplovljava iz stanja mirovanja:

$$za \quad t = 0 \Rightarrow \varphi_b(0) = \varphi_i; \quad \dot{\varphi}_b(0) = 0; \quad n(0) = n_o\} \tag{6.23}$$

<u>*plovidba iz j u i*</u>

$$T_p\left[n(t), \varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right]_{\beta_{s,p}} - \frac{\sum_{i=1}^{n_r} R_i\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o, \tau_{eij}\right]_{\beta_s}}{1 - \hat{t}\left[\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right]_{\beta_s}} = \tilde{m}_b \frac{d}{dt}\left\{\frac{\bar{r}_z \cos\beta_s \dot{\varphi}_b(t)}{1 - \sin^2\beta_s \cos^2\left[\varphi_b(t) - \varphi_j\right]}\right\} \tag{6.24}$$

$$M_m\left[n(t)\right]_{k_F} - M_p\left[n(t), \varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)\right]_{\beta_{s,p}} - M_{k_s}\left[n(t)\right] - M_{PT}\left[n(t), t\right]_{k_F} = \left[I_{p_1} + I_{PTO}\frac{n_s}{n(t)}\right]\dot{n}(t) \tag{6.25}$$

Pretpostavljajući i ovdje da brod isplovljava iz stanja mirovanja iz mjesta ***j***, s početnom, s aspekta stabilnosti pogona *DM-a*, minimalnom brzinom vrtnje n_o, bit će za ovaj slučaj početni uvjeti definirani sa:

$$za \quad t = 0 \Rightarrow \varphi_b(0) = \varphi_j; \quad \dot{\varphi}_b(0) = 0; \quad n(0) = n_o\} \tag{6.26}$$

Numerička rješenja odgovarajućeg sustava jednadžbi (bilo kvazistatičkog, ili dinamičkog modela) čine osnovu za određivanje nepoznatih funkcijskih ovisnosti $n(t)$ i $\varphi_b(t)$ tijekom plovidbe između konačnih odredišta kroz jednoznačno definirano stanje okružja.

Kako je pobudna funkcija sveukupnog plovidbenog otpora broda harmonijska (što proizlazi iz matematičkog modela karakterističnih veličina okružja), ukupno rješenje bilo kvazistatičkog bilo dinamičkog modela biva karakterizirano superpozicijom odgovarajuće komplementarne i partikularne odzivne funkcije, pa se u skladu s tim, na temelju numeričkih vrijednosti dobivenih iz numeričkog rješenja pripadajućeg sustava jednadžbi, funkcijske ovisnosti $n(t)$ i $\varphi_b(t)$ dadu vrlo dobro aproksimirati redovima sinusnih i kosinusnih trigonometrijskih funkcija s razmjerno malim brojem članova.

Tako se za plovidbeni interval između ***i*** i ***j*** (i obratno iz ***j*** u ***i***), za dobivena rješenja može pisati:

$$n(t)_{ij,ji} = \sum_{i=0}^{n_{nij,ji}} A_{n_i} \sin\left(k_{n_i}\omega_{\tau_{ij,ji}} t + \gamma_{n_i}\right) \tag{6.27}$$

$$\varphi_b(t)_{ij,ji} = \sum_{i=0}^{n_{\varphi_i}} A_{\varphi_i} \sin(k_{\varphi_i}\omega_{\tau_{ij,ji}} t + \gamma_{\varphi_i}) \tag{6.28}$$

gdje je fiktivna kružna frekvencija plovidbenog intervala $\tau_{ij,ji}$ definirana izrazom:

$$\omega_{\tau_{ij,ji}} = 2\pi / \tau_{ij,ji} \tag{6.29}$$

Za vremenske derivacije zemljopisne širine broda $\dot{\varphi}_b(t)_{ij,ji}$ dobiva se:

$$\dot{\varphi}_b(t)_{ij,ji} = \omega_{\tau_{ij,ji}} \sum_{i=0}^{n_{\varphi_i}} k_{\varphi_i} A_{\varphi_i} \cos(k_{\varphi_i}\omega_{\tau_{ij,ji}} t + \gamma_{\varphi_i}) \tag{6.30}$$

Uvrštavanjem (6.28) i (6.30) u (3.24), odnosno u (3.29) dobivaju se izrazi za vremenski promjenjive brzine plovidbe broda iz ***i*** u ***j***, i obratno iz ***j*** u ***i***, kako slijedi:

$$v_b(t)_{ij} = \bar{r}_z \omega_{\tau_{ij}} \left\{ \sin^2\alpha_s - \sin^2\left[\sum_{i=0}^{n_{\varphi_i}} A_{\varphi_i} \sin(k_{\varphi_i}\omega_{\tau_{ij}} t + \gamma_{\varphi_i}) - \varphi_i \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \cos\left[\sum_{i=0}^{n_{\varphi_i}} A_{\varphi_i} \sin(k_{\varphi_i}\omega_{\tau_{ij}} t + \gamma_{\varphi_i}) - \varphi_i \right] \sum_{i=0}^{n_{\varphi_i}} k_{\varphi_i} A_{\varphi_i} \cos(k_{\varphi_i}\omega_{\tau_{ij}} t + \gamma_{\varphi_i}) \tag{6.31}$$

$$v_b(t)_{ji} = \bar{r}_z \omega_{\tau_{ji}} \cos\beta_s \left\{ 1 - \sin^2\beta_s \cos^2\left[\sum_{i=1}^{n_{\varphi_i}} \tilde{A}_{\varphi_i} \sin(\tilde{k}_{\varphi_i}\omega_{\tau_{ji}} t + \tilde{\gamma}_{\varphi_i}) - \varphi_j \right] \right\}^{-1} \sum_{i=1}^{n_{\varphi_i}} \tilde{k}_{\varphi_i} \tilde{A}_{\varphi_i} \cos(\tilde{k}_{\varphi_i}\omega_{\tau_{ji}} t + \tilde{\gamma}_{\varphi_i}) \tag{6.32}$$

Dobivene funkcijske ovisnosti $\varphi_b(t)_{ij}$ i $\varphi_b(t)_{ji}$ čine ključnu osnovu za određivanje preostalih vremenski promjenljivih vektorskih i skalarnih veličina okružja s kojima je ploveći brod u interakciji, te za određivanje kvazistatičkog toplinskog učinka *DMKES-a*.

Interaktivno djelovanje vektorskih veličina (morskih struja, vjetra i vjetrovnih valova) i skalarnog batimetrijskog polja s gibajućim brodom, pri definiranim konstantnim vrijednostima k_F i p, uzeto je u obzir kvazistatičkim i dinamičkim modelima kombiniranog porivno-propulzijskog i električnog sustava, čija su rješenja vremenski ovisne funkcije $n(t)_{ij}$ i $\varphi_b(t)_{ij}$, pri plovidbi broda iz ***i*** u ***j***, odnosno $n(t)_{ji}$ i $\varphi_b(t)_{ji}$ pri plovidbi broda iz ***j*** u ***i***.

6.3 Plovidba konstantnom snagom

U ovom slučaju optimalna snaga dizelskog motora održava se približno konstantnom, pa se uravnoteženje trenutnog električnog i propulzijskog opterećenja postiže variranjem upravljačkih veličina $k_F(t)$ i $p(t)$. Polazeći od pretpostavke da je za propulziju raspoloživ sporokretni dizelski motor čija je karakteristika snage definirana izrazom (5.1), iz uvjeta konstantne optimalne snage $P_o = const.$, za kvazistatički faktor opterećenja *GDM-a* dobiva se:

$$k_F(t) = \frac{P_o}{P_n} \frac{n_n}{n(t)} \tag{6.33}$$

pa se njegovim uvrštavanjem u izraz (5.3) za moment *GDM-a* dobiva:

$$M_m(t) = P_o / [2\pi n(t)] \tag{6.34}$$

U ovom slučaju plovidbe druga upravljačka veličina $p(t)$ odabire se tako da se maksimizira stupanj djelovanja vijka (vidi pog.4), pa se supstituiranjem izraza (4.140) za vijkom generirani poriv i izraza (4.160) za vijkom apsorbirani moment u odgovarajuće jednadžbe kvazistatičkog i dinamičkog modela porivno propulzijskog sustava, te izraza (4.85) za koeficijent smanjenja poriva, dobiva:

kvazistatički model

$$\rho_m D_o^2 \sum_{i_p=0}^{6} \left\{ \tilde{a}_{i_p} (n D_o)^{(2-i_p)} \left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(1+k_{wa})} \right]^{i_p} \right\} - \left(1 - \sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}} \hat{b}_{k_{tr}} v_b^{k_{tr}} \right)^{-1} \sum_{i=1}^{n_r} R_i(v_b, \varphi_b, t, \tau_o) = 0 \tag{6.35}$$

$$\frac{P_o}{2\pi n} - \frac{\rho_m}{\eta_r}(a_p t^3 + b_p t^2 + c_p t + 1) D_o^3 \sum_{i_p=0}^{6} \left\{ \tilde{b}_{i_p} (n D_o)^{(2-i_p)} \left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(1+k_{wa})} \right]^{i_p} \right\} - M_{KS}(n) - M_{PTO_{st}}(n) = 0 \tag{6.36}$$

dinamički model

$$\rho_m D_o^2 \sum_{i_p=0}^{6}\left\{\tilde{a}_{i_p}\left(n D_o\right)^{(2-i_p)}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(1+k_{wa})}\right]^{i_p}\right\}-\left(1-\sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}} v_b^{k_{tr}}\right)^{-1}\sum_{i=1}^{n_r} R_i(v_b,\varphi_b,t,\tau_o)=\tilde{m}_b\frac{dv_b}{dt} \tag{6.37}$$

$$\frac{P_o}{2\pi n}-\frac{\rho_m}{\eta_r}(a_p t^3+b_p t^2+c_p t+1)D_o^3\sum_{i_p=0}^{6}\left\{\tilde{b}_{i_p}\left(n D_o\right)^{(2-i_p)}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}} v_b^{(1+k_{wa})}\right]^{i_p}\right\}-M_{KS}(n)-M_{PTO_{st}}(n)=\left(I_{p_e}+I_{PTO}\frac{n_{s_g}}{n}\right)\frac{dn}{dt} \tag{6.38}$$

Uzimajući u obzir da je tijekom plovidbe dubokim uzburkanim morem brod izložen kontinuiranom hrapavljenju i obraštanju, te zanemarujući eventualni utjecaj morskih struja ekvivalentni plovidbeni otpor dobiva se zbrajanjem odgovarajućih izraza kako slijedi:

*plovidba iz **i** u **j***

$$R_e\left[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t),t\right]_{ij}=\left(\begin{array}{l}\left\{1+a_\tau\sum_{i_\tau=1}^{n_\tau}\tau_{sl_{i_\tau}}+b_\tau\left[t+\tau_{e_{ij}}-\sum_{i_\tau=1}^{n_\tau}(\tau_{sl_{i_\tau}}+\tau_{r_{i_\tau}})\right]\right\}(1+x_r)\left\{\bar{r}_z\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^2\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-1}\dot{\varphi}_b^2(t)_{ij}\cdot\\ \cdot\left[\frac{1}{2}\rho_m S_{\nabla ij}\left(0{,}075\log^{-2}\left\{\frac{0{,}01L_{ij}\bar{r}_z\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\dot{\varphi}_b(t)_{ij}}{\nu_m\sqrt{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]}}\right\}+\sum_{k_i=0}^{n_R}a_{k_i}\left\{\frac{\bar{r}_z\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\dot{\varphi}_b(t)_{ij}}{\sqrt{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]}}\right\}^{k_i}\right)+0{,}04\rho_z A_{N_{yz}ij}\right]+\\ +\left[\sum_{i_h=0}^{n_h}a_{i_h}\left(\sum_{k_{H_\varphi}=0}^{n_{H_\varphi}}\sum_{k_{H_t}=0}^{n_{H_t}}\left\{A_{k_{H_\varphi}}\sin\left[k_{H_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{H_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{H_t}}\sin\left[k_{H_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{H_t}}\right]\right\}\right)^{i_h}\right]\left(\sum_{i_v=0}^{n_v}a_{i_v}\left\{\frac{\bar{r}_z\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\dot{\varphi}_b(t)_{ij}}{\sqrt{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]}}\right\}^{i_v}\right)\cdot\\ \cdot\sum_{i_\varphi=0}^{n_\varphi}a_{i_\varphi}\sin\left[k_{i_\varphi}\left(\sum_{k_{w_\varphi}=0}^{n_{w_\varphi}}\sum_{k_{w_t}=0}^{n_{w_t}}\left\{A_{k_{w_\varphi}}\sin\left[k_{w_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{w_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{w_t}}\sin\left[k_{w_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{w_t}}\right]\right\}+\pi-\arccos\left\{\sin\beta_s\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\right)+\gamma_{i_\varphi}\right]\end{array}\right) \tag{6.39}$$

*plovidba iz **j** u **i***

$$R_e\left[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t),t\right]_{ji}=\left(\begin{array}{l}\left\{1+a_\tau\sum_{i_\tau=1}^{n_\tau}\tau_{sl_{i_\tau}}+b_\tau\left[t+\tau_{e_{ji}}-\sum_{i_\tau=1}^{n_\tau}(\tau_{sl_{i_\tau}}+\tau_{r_{i_\tau}})\right]\right\}(1+x_r)\bar{r}_z^2\cos^2\beta_s\left\{1-\sin^2\beta_s\cos^2\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]\right\}^{-2}\dot{\varphi}_b^2(t)_{ji}\cdot\\ \cdot\left\{\frac{1}{2}\rho_m S_{\nabla ji}\left[0{,}075\log^{-2}\left(\frac{0{,}01L_{ji}\bar{r}_z\cos\beta_s\dot{\varphi}_b(t)_{ji}}{\nu_m\left\{1-\sin^2\beta_s\cos^2\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]\right\}}\right)+\sum_{k=0}^{n_R}a_{k_{ji}}\left\{\frac{\bar{r}_z\cos\beta_s\dot{\varphi}_b(t)_{ji}}{1-\sin^2\beta_s\cos^2\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]}\right\}^{k_i}\right]+0{,}04\rho_z A_{N_{yx}ji}\right\}+\\ +\left[\sum_{i_h=0}^{m_h}a_{i_h}\left(\sum_{k_{H_\varphi}=0}^{n_{H_\varphi}}\sum_{k_{H_t}=0}^{n_{H_t}}\left\{A_{k_{H_\varphi}}\sin\left[k_{H_\varphi}\varphi_b(t)_{ji}+\gamma_{k_{H_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{H_t}}\sin\left[k_{H_t}\omega_G(t+\tau_{o_j})+\gamma_{k_{H_t}}\right]\right\}\right)^{i_h}\right]\left(\sum_{i_v=0}^{m_v}a_{i_v}\left\{\frac{\bar{r}_z\cos\beta_s\dot{\varphi}_b(t)_{ji}}{1-\sin^2\beta_s\cos^2\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]}\right\}^{i_v}\right)\cdot\\ \cdot\sum_{i_\varphi=0}^{m_\varphi}a_{i_\varphi}\sin\left[k_{i_\varphi}\left(\sum_{k_{w_\varphi}=0}^{n_{w_\varphi}}\sum_{k_{w_t}=0}^{n_{w_t}}\left\{A_{k_{w_\varphi}}\sin\left[k_{w_\varphi}\varphi_b(t)_{ji}+\gamma_{k_{w_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{w_t}}\sin\left[k_{w_t}\omega_G(t+\tau_{o_j})+\gamma_{k_{w_t}}\right]\right\}-\arccos\left\{\sin\beta_s\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ji}\right]\right\}\right)+\gamma_{i_\varphi}\right]\end{array}\right) \tag{6.40}$$

Polazeći od činjenice da je rezistancija konduktorskog sustava propelerskog vratila definirana izrazom:

$$M_{KS}(n)=R_{KS}\,n(t) \tag{6.41}$$

te da su kvazistatički i inercijski moment *PTO* sustava definirani izrazima (5.70) i (5.71), uvrštavanjem izraza (3.24) za vremenski promjenjivu brzinu plovidbe broda iz ***i*** u ***j*** , dobivaju se kvazistatički i dinamički modeli porivno-propulzijskog sustava:

kvazistatički model**-plovidba iz **i** u **j

$$\left(\begin{array}{l}\rho_m D_o^2\sum_{i_p=0}^{6}\left\{\tilde{a}_{i_p}\left[n(t)D_o\right]^{(2-i_p)}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left\{\frac{\bar{r}_z\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\dot{\varphi}_b(t)_{ij}}{\sqrt{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]}}\right\}^{(1+k_{wa})}\right]^{i_p}\right\}-\left(1-\sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}\left\{\frac{\bar{r}_z\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\dot{\varphi}_b(t)_{ij}}{\sqrt{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]}}\right\}^{k_{tr}}\right)^{-1}\cdot\\ \left\{\begin{array}{l}\left\{1+a_\tau\sum_{i_\tau=1}^{n_\tau}\tau_{sl_{i_\tau}}+b_\tau\left[t+\tau_{e_{ij}}-\sum_{i_\tau=1}^{n_\tau}(\tau_{sl_{i_\tau}}+\tau_{r_{i_\tau}})\right]\right\}(1+x_r)\left\{\bar{r}_z\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^2\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-1}\dot{\varphi}_b^2(t)_{ij}\cdot\\ \cdot\left[\frac{1}{2}\rho_m S_{\nabla ij}\left(0{,}075\log^{-2}\left\{\frac{0{,}01L_{ij}\bar{r}_z\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\dot{\varphi}_b(t)_{ij}}{\nu_m\sqrt{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]}}\right\}+\sum_{k_i=0}^{n_R}a_{k_i}\left\{\frac{\bar{r}_z\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\dot{\varphi}_b(t)_{ij}}{\sqrt{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]}}\right\}^{k_i}\right)+0{,}04\rho_z A_{N_{yx}ij}\right]+\\ +\left[\sum_{i_h=0}^{n_h}a_{i_h}\left(\sum_{k_{H_\varphi}=0}^{n_{H_\varphi}}\sum_{k_{H_t}=0}^{n_{H_t}}\left\{A_{k_{H_\varphi}}\sin\left[k_{H_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{H_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{H_t}}\sin\left[k_{H_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{H_t}}\right]\right\}\right)^{i_h}\right]\left(\sum_{i_v=0}^{n_v}a_{i_v}\left\{\frac{\bar{r}_z\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\dot{\varphi}_b(t)_{ij}}{\sqrt{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]}}\right\}^{i_v}\right)\cdot\\ \cdot\sum_{i_\varphi=0}^{n_\varphi}a_{i_\varphi}\sin\left[k_{i_\varphi}\left(\sum_{k_{w_\varphi}=0}^{n_{w_\varphi}}\sum_{k_{w_t}=0}^{n_{w_t}}\left\{A_{k_{w_\varphi}}\sin\left[k_{w_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{w_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{w_t}}\sin\left[k_{w_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{w_t}}\right]\right\}+\pi-\arccos\left\{\sin\beta_s\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\right)+\gamma_{i_\varphi}\right]\end{array}\right\}=0\end{array}\right) \tag{6.42}$$

$$\left(\frac{P_o}{2\pi n(t)} - \left[a_1 M_g(t) + \tilde{a}_2 n_g + \tilde{a}_3 n_d(t) + \tilde{a}_4 \frac{n_g^2}{n_d(t)} \right] - R_{KS} n(t) - \left[\sum_{i=0}^{3} a_{p_i} (t + \tau_{ep_{ij}})^i \right] \cdot \right.$$
$$\left. \cdot \frac{\rho_m D_o^3}{\eta_r} \sum_{i_p=0}^{6} \left\{ \tilde{b}_{i_p} \left[n(t) D_o \right]^{(2-i_p)} \left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} \left\{ \frac{\bar{r}_z \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \dot{\varphi}_b(t)_{ij}}{\sqrt{\sin^2 \alpha_s - \sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right]}} \right\}^{(1+k_{wa})} \right]^{i_p} \right\} \right) = 0 \tag{6.43}$$

dinamički model**-plovidba iz **i** u **j

$$\left(\rho_m D_o^2 \sum_{i_p=0}^{6} \left\{ \tilde{a}_{i_p} \left[n(t) D_o \right]^{(2-i_p)} \left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} \left\{ \frac{\bar{r}_z \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \dot{\varphi}_b(t)_{ij}}{\sqrt{\sin^2 \alpha_s - \sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right]}} \right\}^{(1+k_{wa})} \right]^{i_p} \right\} - \left(1 - \sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}} \hat{b}_{k_{tr}} \left\{ \frac{\bar{r}_z \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \dot{\varphi}_b(t)_{ij}}{\sqrt{\sin^2 \alpha_s - \sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right]}} \right\}^{k_{tr}} \right)^{-1} \cdot \right.$$
$$\cdot \left\{ \left\{ 1 + a_\tau \sum_{i_r=1}^{n_r} \tau_{sl_{ir}} + b_\tau \left[t + \tau_{e_{ij}} - \sum_{i_r=1}^{n_r} (\tau_{sl_{ir}} + \tau_{r_{ir}}) \right] \right\} (1 + x_r) \left\{ \bar{r}_z \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\}^2 \left\{ \sin^2 \alpha_s - \sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\}^{-1} \dot{\varphi}_b^2(t)_{ij} \cdot \right.$$
$$\cdot \left[\frac{1}{2} \rho_m S_{\nabla ij} \left(0,075 \log^{-2} \left\{ \frac{0,01 L_{ij} \bar{r}_z \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \dot{\varphi}_b(t)_{ij}}{\nu_m \sqrt{\sin^2 \alpha_s - \sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right]}} \right\} + \sum_{k_i=0}^{n_R} a_{k_i} \left\{ \frac{\bar{r}_z \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \dot{\varphi}_b(t)_{ij}}{\sqrt{\sin^2 \alpha_s - \sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right]}} \right\}^{k_i} \right) + 0,04 \rho_z A_{N_{yz}ij} \right] +$$
$$+ \left[\sum_{i_h=0}^{n_h} a_{i_h} \left(\sum_{k_{H_\varphi}=0}^{n_{H_\varphi}} \sum_{k_{H_t}=0}^{n_{H_t}} \left\{ A_{k_{H_\varphi}} \sin\left[k_{H_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{H_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{H_t}} \sin\left[k_{H_t} \omega_G (t + \tau_{o_i}) + \gamma_{k_{H_t}} \right] \right\} \right)^{i_h} \right] \left(\sum_{i_v=0}^{n_v} a_{i_v} \left\{ \frac{\bar{r}_z \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \dot{\varphi}_b(t)_{ij}}{\sqrt{\sin^2 \alpha_s - \sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right]}} \right\}^{i_v} \right) \cdot \right.$$
$$\left. \left. \cdot \sum_{i_\varphi=0}^{n_\varphi} a_{i_\varphi} \sin\left[k_{i_\varphi} \left(\sum_{k_{w_\varphi}=0}^{n_{w_\varphi}} \sum_{k_{w_t}=0}^{n_{w_t}} \left\{ A_{k_{w_\varphi}} \sin\left[k_{w_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{w_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{w_t}} \sin\left[k_{w_t} \omega_G (t + \tau_{o_i}) + \gamma_{k_{w_t}} \right] \right\} + \pi - \arccos\left\{ \sin \beta_s \cos\left[\varphi_j - \varphi_b(t)_{ij} \right] \right\} \right) + \gamma_{i_\varphi} \right] \right\} - \right.$$
$$\left. - \tilde{m}_b \bar{r}_z \left(\frac{\cos\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right]}{\sqrt{\sin^2 \alpha_s - \sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right]}} \ddot{\varphi}_b(t)_{ij} + \frac{\cos^2 \alpha_s \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right]}{\sqrt{\left\{ \sin^2 \alpha_s - \sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\}^3}} \dot{\varphi}_b^2(t)_{ij} \right) \right) = 0 \tag{6.44}$$

$$\left(\frac{P_o}{2\pi n(t)} - R_{KS} n(t) - \left[a_1 M_g(t)_{ij} + \tilde{a}_2 n_{s_g} + \tilde{a}_3 n(t) + \tilde{a}_4 \frac{n_{s_g}^2}{n(t)} \right] - \left[I_p + \tilde{a}_5 + \tilde{a}_6 \frac{n_{s_g}}{n(t)} \right] \dot{n}(t) - \left[\sum_{i=0}^{3} a_{p_i} (t + \tau_{ep_{ij}})^i \right] \cdot \right.$$
$$\left. \cdot \frac{\rho_m D_o^3}{\eta_r} \sum_{i_p=0}^{6} \left\{ \tilde{b}_{i_p} \left[n(t) D_o \right]^{(2-i_p)} \left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} \left(\bar{r}_z \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \left\{ \sin^2 \alpha_s - \sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\}^{-\frac{1}{2}} \dot{\varphi}_b(t)_{ij} \right)^{(1+k_{wa})} \right]^{i_p} \right\} \right) = 0 \tag{6.45}$$

kvazistatički model**-plovidba iz **j** u **i

$$\left(\frac{P_o}{2\pi n(t)} - R_{KS} n(t) - \left[a_1 M_g(t)_{ij} + \tilde{a}_2 n_{s_g} + \tilde{a}_3 n(t) + \tilde{a}_4 \frac{n_{s_g}^2}{n(t)} \right] - \left[\sum_{i=0}^{3} a_{p_i} (t + \tau_{ep_{ij}})^i \right] \cdot \right.$$
$$\left. \cdot \frac{\rho_m D_o^3}{\eta_r} \sum_{i_p=0}^{6} \left\{ \tilde{b}_{i_p} \left[n(t) D_o \right]^{(2-i_p)} \left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} \left\{ \frac{\bar{r}_z \cos \beta_s \dot{\varphi}_b(t)_{ji}}{1 - \sin^2 \beta_s \cos^2\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right]} \right\}^{(1+k_{wa})} \right]^{i_p} \right\} \right) = 0 \tag{6.46}$$

$$\left(\rho_m D_o^2 \sum_{i_p=0}^{6} \left\{ \tilde{a}_{i_p} \left[n(t) D_o \right]^{(2-i_p)} \left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} \left\{ \frac{\bar{r}_z \cos \beta_s \dot{\varphi}_b(t)_{ji}}{1 - \sin^2 \beta_s \cos^2\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right]} \right\}^{(1+k_{wa})} \right]^{i_p} \right\} - \left(1 - \sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}} \hat{b}_{k_{tr}} \left\{ \frac{\bar{r}_z \cos \beta_s \dot{\varphi}_b(t)_{ji}}{1 - \sin^2 \beta_s \cos^2\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right]} \right\}^{k_{tr}} \right)^{-1} \cdot \right.$$
$$\cdot \left\{ \left\{ 1 + a_\tau \sum_{i_r=1}^{n_r} \tau_{sl_{ir}} + b_\tau \left[t + \tau_{e_{ji}} - \sum_{i_r=1}^{n_r} (\tau_{sl_{ir}} + \tau_{r_{ir}}) \right] \right\} (1 + x_r) \bar{r}_z^2 \cos^2 \beta_s \left\{ 1 - \sin^2 \beta_s \cos^2\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\}^{-2} \dot{\varphi}_b^2(t)_{ji} \cdot \right.$$
$$\cdot \left\{ \frac{1}{2} \rho_m S_{\nabla ji} \left[0,075 \log^{-2} \left(\frac{0,01 L_{ji} \bar{r}_z \cos \beta_s \dot{\varphi}_b(t)_{ji}}{\nu_m \left\{ 1 - \sin^2 \beta_s \cos^2\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\}} \right) + \sum_{k=0}^{n_R} a_{k_{ji}} \left\{ \frac{\bar{r}_z \cos \beta_s \dot{\varphi}_b(t)_{ji}}{1 - \sin^2 \beta_s \cos^2\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right]} \right\}^{k_i} \right] + 0,04 \rho_z A_{N_{yz}ji} \right\} + \right.$$
$$+ \left[\sum_{i_h=0}^{m_h} a_{i_h} \left(\sum_{k_{H_\varphi}=0}^{n_{H_\varphi}} \sum_{k_{H_t}=0}^{n_{H_t}} \left\{ A_{k_{H_\varphi}} \sin\left[k_{H_\varphi} \varphi_b(t)_{ji} + \gamma_{k_{H_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{H_t}} \sin\left[k_{H_t} \omega_G (t + \tau_{o_j}) + \gamma_{k_{H_t}} \right] \right\} \right)^{i_h} \right] \left(\sum_{i_v=0}^{m_v} a_{i_v} \left\{ \frac{\bar{r}_z \cos \beta_s \dot{\varphi}_b(t)_{ji}}{1 - \sin^2 \beta_s \cos^2\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right]} \right\}^{i_v} \right) \cdot \right.$$
$$\left. \left. \cdot \sum_{i_\varphi=0}^{m_\varphi} a_{i_\varphi} \sin\left[k_{i_\varphi} \left(\sum_{k_{w_\varphi}=0}^{n_{w_\varphi}} \sum_{k_{w_t}=0}^{n_{w_t}} \left\{ A_{k_{w_\varphi}} \sin\left[k_{w_\varphi} \varphi_b(t)_{ji} + \gamma_{k_{w_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{w_t}} \sin\left[k_{w_t} \omega_G (t + \tau_{o_j}) + \gamma_{k_{w_t}} \right] \right\} - \arccos\left\{ \sin \beta_s \cos\left[\varphi_j - \varphi_b(t)_{ji} \right] \right\} \right) + \gamma_{i_\varphi} \right] \right\} \right) = 0 \tag{6.47}$$

dinamički model**-plovidba iz **j** u **i

$$\left(\frac{P_o}{2\pi n(t)} - R_{KS} n(t) - \left[a_1 M_g(t) + \tilde{a}_2 n_{s_g} + \tilde{a}_3 n(t) + \tilde{a}_4 \frac{n_{s_g}^2}{n(t)} \right] - \left[I_p + \tilde{a}_5 + \tilde{a}_6 \frac{n_{s_g}}{n(t)} \right] \dot{n}(t) - \left[\sum_{i=0}^{3} a_{p_i} (t + \tau_{ep_{ij}})^i \right] \cdot \right.$$
$$\left. \cdot \frac{\rho_m D_o^3}{\eta_r} \sum_{i_p=0}^{6} \left\{ \tilde{b}_{i_p} [n(t) D_o]^{(2-i_p)} \left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} \left(\bar{r}_z \cos\beta_s \left\{ 1 - \sin^2\beta_s \cos^2 \left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\}^{-1} \dot{\varphi}_b(t)_{ji} \right)^{(1+k_{wa})} \right]^{i_p} \right\} \right) = 0 \tag{6.48}$$

$$\left(\rho_m D_o^2 \sum_{i_p=0}^{6} \left\{ \tilde{a}_{i_p} [n(t) D_o]^{(2-i_p)} \left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}} \tilde{b}_{k_{wa}} \left\{ \frac{\bar{r}_z \cos\beta_s \dot{\varphi}_b(t)_{ji}}{1 - \sin^2\beta_s \cos^2 \left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right]} \right\}^{(1+k_{wa})} \right]^{i_p} \right\} - \left(1 - \sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}} \hat{b}_{k_{tr}} \left\{ \frac{\bar{r}_z \cos\beta_s \dot{\varphi}_b(t)_{ji}}{1 - \sin^2\beta_s \cos^2 \left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right]} \right\}^{k_{tr}} \right)^{-1} \cdot \right.$$
$$\left\{ 1 + a_\tau \sum_{i_\tau=1}^{n_\tau} \tau_{sl_{i_\tau}} + b_\tau \left[t + \tau_{e_{ji}} - \sum_{i_r=1}^{n_r} (\tau_{sl_{i_r}} + \tau_{r_{i_r}}) \right] \right\} (1 + x_r) \bar{r}_z^2 \cos^2\beta_s \left\{ 1 - \sin^2\beta_s \cos^2 \left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\}^{-2} \dot{\varphi}_b^2(t)_{ji} \cdot$$
$$\cdot \left\{ \frac{1}{2} \rho_m S_{\nabla ji} \left[0{,}075 \log^{-2} \left(\frac{0{,}01 L_{ji} \bar{r}_z \cos\beta_s \dot{\varphi}_b(t)_{ji}}{\nu_m \left\{ 1 - \sin^2\beta_s \cos^2 \left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\}} \right) + \sum_{k=0}^{n_{k_{ji}}} a_{k_{ji}} \left\{ \frac{\bar{r}_z \cos\beta_s \dot{\varphi}_b(t)_{ji}}{1 - \sin^2\beta_s \cos^2 \left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right]} \right\}^{k_i} \right] + 0{,}04 \rho_z A_{N_{yz}ji} \right\} +$$
$$+ \left[\sum_{i_h=0}^{m_h} a_{i_h} \left(\sum_{k_{H_\varphi}=0}^{n_{H_\varphi}} \sum_{k_{H_t}=0}^{n_{H_t}} \left\{ A_{k_{H_\varphi}} \sin \left[k_{H_\varphi} \varphi_b(t)_{ji} + \gamma_{k_{H_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{H_t}} \sin \left[k_{H_t} \omega_G (t + \tau_{o_j}) + \gamma_{k_{H_t}} \right] \right\} \right)^{i_h} \right] \left(\sum_{i_v=0}^{m_v} a_{i_v} \left\{ \frac{\bar{r}_z \cos\beta_s \dot{\varphi}_b(t)_{ji}}{1 - \sin^2\beta_s \cos^2 \left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right]} \right\}^{i_v} \right) \cdot$$
$$\cdot \sum_{i_\varphi=0}^{m_\varphi} a_{i_\varphi} \sin \left[k_{i_\varphi} \left(\sum_{k_{w_\varphi}=0}^{n_{w_\varphi}} \sum_{k_{w_t}=0}^{n_{w_t}} \left\{ A_{k_{w_\varphi}} \sin \left[k_{w_\varphi} \varphi_b(t)_{ji} + \gamma_{k_{w_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{w_t}} \sin \left[k_{w_t} \omega_G (t + \tau_{o_j}) + \gamma_{k_{w_t}} \right] \right\} - \arccos \left\{ \sin\beta_s \cos \left[\varphi_j - \varphi_b(t)_{ji} \right] \right\} \right) + \gamma_{i_\varphi} \right] \Bigg\} -$$
$$\left. - \tilde{m}_b \bar{r}_z \cos\beta_s \left(\frac{\ddot{\varphi}_b(t)_{ji}}{1 - \sin^2\beta_s \cos^2 \left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right]} - \frac{\sin^2\beta_s \sin \left\{ 2 \left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\}}{\left\{ 1 - \sin^2\beta_s \cos^2 \left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\}^2} \dot{\varphi}_b^2(t)_{ji} \right) \right) = 0 \tag{6.49}$$

U navedenim izrazima $\tau_{ep_{ij}}$ i $\tau_{ep_{ji}}$ predstavljaju ukupno vrijeme službovanja broda od zadnjeg poliranja i čišćenja krila propelera do nastupanja odgovarajućeg plovidbenog intervala, dok $M_g(t)_{ij}$ i $M_g(t)_{ji}$ predstavljaju vremenski promjenjive momente na dizelski motor privješenog električnog generatora tijekom odgovarajućih plovidbenih intervala.

Navedeni sustavi diferencijalnih jednadžbi (bilo da se radi o kvazistatičkim ili dinamičkim modelima) rješivi su tek numerički, pri čemu se i ovdje numerički dobivene vrijednosti nepoznatih vremenskih funkcija zbog harmonijske prirode pobudnih funkcija dadu aproksimirati odgovarajućim harmonijskim funkcijama (trigonometrijskim redovima s konačnim brojem sinusnih i kosinusnih članova). I u ovom slučaju početni uvjeti su identični onima kod neupravljive plovidbe.

Polazeći od činjenice da se vremenski promjenjiva brzina vrtnje *GDM-a* definira izrazom identičnom izrazu (6.27) za plovidbu broda iz ***i*** u ***j***, i obratno iz ***j*** u ***i***, tada se njegovim uvrštavanjem u (6.33) za odgovarajući kvazistatički faktor opterećenja *GDM-a* pri plovidbi iz ***i*** u ***j***, i obratno iz ***j*** u ***i***, dobiva:

$$k_F(t)_{ij,ji} = \frac{P_o n_n}{P_n} \sum_{i=0}^{n_{n_{ij,ji}}} A_{n_i} \sin(k_{n_i} \omega_{\tau_{ij,ji}} t + \gamma_{n_i}) \tag{6.50}$$

pa ovaj izraz skupa s izrazima (6.27) i (6.28) tvori osnovu za određivanje kvazistatičkih termodinamičkih veličina *GDM-a*.

6.4 Plovidba s minimalnom potrošnjom goriva

Maseni potrošak goriva *GDM-a* definiran je izrazom (5.44), iz čega je razvidno da ovisi o prostorno i vremenski promjenjivim veličinama poput temperatura mora i zraka, tlaka zraka, te o vremenski promjenjivim veličinama *GDM-a*, faktoru opterećenja i brzini vrtnje.

Temeljem eksplicitne funkcijske ovisnosti faktora opterećenja dizelskog motora o nepoznatim vremenski promjenjivim funkcijama $n(t)$ i $\varphi_b(t)$, njihovim derivacijama i vremenu *t*, prema izrazu (5.44) za maseni potrošak goriva *GDM-a* dobiva se eksplicitna funkcijska ovisnost o spomenutim nepoznatim funkcijama i vremenu *t*, za kvazistatički i dinamički model plovidbe.

6.3.1 Kvazistatički model

U poglavlju 3 definirane su funkcijske ovisnosti veličina okružja o solarnom vremenu i zemljopisnoj širini, koja je definirana plovidbenom rutom, te ovdje preostaje odrediti funkcijsku ovisnost faktora snage *GDM-a*, o vremenski promjenjivoj brzini vrtnje motora i vremenski promjenjivoj brzini plovidbe.

Ponajprije se iz kvazisatičke porivne jednadžbe može dobiti funkcijska ovisnost vremenski promjenjivog uspona krila vijka, kako slijedi.

Uvrštavanjem izraza (4.140) za propelerom proizvedenu porivnu silu, i izraza (4.85) za koeficijent smanjenja poriva, u kvazistatičku porivnu jednadžbu (6.14) za plovidbu dubokim morem dobiva se sljedeća kvadratna jednadžba po *p-u*:

$$\rho_m\left\{D_o^2\left(\sum_{i=0}^{2}a_{T_i}p^i\right)\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2+nD_o^3\left(\sum_{i=0}^{2}b_{T_i}p^i\right)\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+n^2D_o^4\sum_{i=0}^{2}a_{T_i}p^i\right\}-\left(1-\sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}}\tilde{b}_{k_{tr}}v_b^{k_{tr}}\right)^{-1}\sum_{i=1}^{n_r}R_i\left[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t),t,\tau_o\right]_{\alpha_s}=0 \tag{6.51}$$

čije je jedino fizikalno ispravno rješenje:

$$p(n,v_b)=p(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)=\frac{1}{2}\left[A(n,v_b)\right]^{-1}\left\{\left[B^2(n,v_b)-4A(n,v_b)C(n,v_b,t)\right]^{\frac{1}{2}}-B(n,v_b)\right\} \tag{6.52}$$

gdje su funkcijske ovisnosti dane izrazima:

$$A(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)=a_{T_2}D_o^2\left\{\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right\}^2+b_{T_2}nD_o^3\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}+c_{T_2}n^2D_o^4 \tag{6.53}$$

$$B(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)=a_{T_1}D_o^2\left\{\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right\}^2+b_{T_1}nD_o^3\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}+c_{T_1}n^2D_o^4 \tag{6.54}$$

$$C(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)=\left(\begin{array}{c}a_{T_0}D_o^2\left\{\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right\}^2+b_{T_0}nD_o^3\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}+\\ +c_{T_0}n^2D_o^4-\left\{1-\sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}}\tilde{b}_{k_{tr}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_{tr}}\right\}^{-1}\sum_{i=1}^{n_r}R_i\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b),t,\tau_0\right]\end{array}\right) \tag{6.55}$$

pri čemu $R_i\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b),t,\tau_0\right]$ predstavlja vremenski i prostorno ovisni *i-ti* karakteristični plovidbeni otpora broda.

S druge strane supstituiranjem (6.52) u (4.160) za zakretni moment kojeg apsorbira brodski vijak dobiva se:

$$M_p(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)_{h_d}=\frac{\rho_m D_o^3}{\eta_r}\left(\sum_{i=0}^{3}a_{p_i}t^i\right)\sum_{i=0}^{2}\left(\begin{array}{c}a_{M_i}\left\{\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right\}^2+b_{M_i}\cdot\\ \cdot nD_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}c_{M_i}n^2D_o^2\end{array}\right)\left[p(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)\right]^i \tag{6.56}$$

pa se supstituiranjem ovog izraza, skupa s izrazima (5.3), (5.70) i (6.10) u kvazistatičku momentnu jednadžbu propulzijskog sustava dobiva:

$$\left[\begin{array}{c}\frac{P_n}{2\pi n_n}k_F(t)-R_{KS}n(t)-\left[a_1M_g(t)+\tilde{a}_2n_{s_g}+\tilde{a}_3n(t)+\tilde{a}_4\frac{n_{s_g}^2}{n(t)}\right]-\frac{\rho_m D_o^3}{\eta_r}\left(\sum_{i=0}^{3}a_{p_i}t^i\right)\cdot\\ \cdot\sum_{i=0}^{2}\left(a_{M_i}\left\{\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right\}^2+b_{M_i}nD_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}c_{M_i}n^2D_o^2\right)\left[p(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)\right]^i\end{array}\right]=0 \tag{6.57}$$

Pretpostavi li se nadalje, da je tijekom plovidbe električno opterećenje broda približno konstantnog iznosa, te uzimajući u obzir u službi broda proteklo vrijeme od zadnjeg čišćenja propelera, dobiva se funkcijska ovisnost faktora opterećenja dizelskog motora kako slijedi:

$$k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)=\frac{2\pi n_n}{P_n}\left(\begin{array}{c}R_{KS}n(t)+\left[a_1M_g+\tilde{a}_2n_{s_g}+\tilde{a}_3n(t)+\tilde{a}_4\frac{n_{s_g}^2}{n(t)}\right]+\frac{\rho_m D_o^3}{\eta_r}\left[\sum_{i=0}^{3}a_{p_i}(t+\tau_{ep})^i\right]\cdot\\ \cdot\sum_{i=0}^{2}\left(a_{M_i}\left\{\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right\}^2+b_{M_i}n(t)D_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}+c_{M_i}n^2(t)D_o^2\right)\left[p(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^i\end{array}\right) \tag{6.58}$$

Ovisno o smjeru plovidbe i nastupajućim plovidbenim otporima može se dobiti poopćena matematička formulacija za maseni potrošak goriva *GDM-a* tijekom plovidbe broda $\hat{m}_{g_m}(t)$, između specificiranih odredišta ***i*** i ***j***:

$$\hat{m}_{g_m}(t) = \dot{m}_{g_m}\left[n(t), \varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o, \tau_{ep}\right] \tag{6.59}$$

pri čemu su veličine τ_o i τ_{ep} konstantne za razmatrani slučaj plovidbe.

Budući da su nepoznate vremenski promjenjive funkcije $n(t)$, $\varphi_b(t)$ i $\dot{\varphi}_b(t)$ neprekidne unutar bilo kojeg plovidbenog intervala (kao i njihove derivacije), problem njihovog određivanja može se svesti na minimiziranje potroška goriva tijekom tog intervala. Ukupni potrošak goriva *GDM-a* tijekom plovidbe broda iz ***i*** u ***j*** definira se izrazom:

$$m_{g_{ij}} = \int_0^{\tau_{ij}} \hat{m}_{g_m}\left[n(t), \varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t), t, \tau_o, \tau_{ep}\right] dt \tag{6.60}$$

te isti s aspekta klasičnog varijacijskog računa predstavlja funkcional, pa se problem određivanja nepoznatih funkcija $n(t)$ i $\varphi_b(t)$ temelji na tome, da iste minimiziraju dani funkcional, odnosno da minimiziraju sveukupni potrošak goriva tijekom razmatranog plovidbenog intervala, što vodi na sustav *Euler-Lagrangeovih* diferencijalnih jednadžbi kako slijedi:

$$\frac{\partial \hat{m}_g}{\partial n} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \hat{m}_g}{\partial \dot{n}}\right) = 0 \tag{6.61}$$

$$\frac{\partial \hat{m}_g}{\partial \varphi_b} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \hat{m}_g}{\partial \dot{\varphi}_b}\right) = 0 \tag{6.62}$$

Budući da maseni potrošak goriva kvazistatičkog propulzijskog sustava eksplicite ne ovisi o $\dot{n}(t)$, drugi član u izrazu (6.61) otpada, dok se pak s druge strane nakon deriviranja drugog člana u jednadžbi (6.62) dobiva:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial \hat{m}_g(\varphi_b, \dot{\varphi}_b, n, t)}{\partial \dot{\varphi}_b}\right] = \frac{\partial^2 \hat{m}_g(\varphi_b, \dot{\varphi}_b, n, t)}{\partial \dot{\varphi}_b^2}\ddot{\varphi}_b(t) + \frac{\partial^2 \hat{m}_g(\varphi_b, \dot{\varphi}_b, n, t)}{\partial \dot{\varphi}_b \partial \varphi_b}\dot{\varphi}_b(t) + \frac{\partial^2 \hat{m}_g(\varphi_b, \dot{\varphi}_b, n, t)}{\partial \dot{\varphi}_b \partial n}\dot{n}(t) + \frac{\partial^2 \hat{m}_g(\varphi_b, \dot{\varphi}_b, n, t)}{\partial \dot{\varphi}_b \partial t} \tag{6.63}$$

pa sustav diferencijalnih jednadžbi postaje:

$$\frac{\partial \hat{m}_g(\varphi_b, \dot{\varphi}_b, n, t)}{\partial n} = 0 \tag{6.64}$$

$$\frac{\partial \hat{m}_g(\varphi_b, \dot{\varphi}_b, n, t)}{\partial \varphi_b} - \frac{\partial^2 \hat{m}_g(\varphi_b, \dot{\varphi}_b, n, t)}{\partial \dot{\varphi}_b^2}\ddot{\varphi}_b(t) - \frac{\partial^2 \hat{m}_g(\varphi_b, \dot{\varphi}_b, n, t)}{\partial \dot{\varphi}_b \partial \varphi_b}\dot{\varphi}_b(t) - \frac{\partial^2 \hat{m}_g(\varphi_b, \dot{\varphi}_b, n, t)}{\partial \dot{\varphi}_b \partial n}\dot{n}(t) - \frac{\partial^2 \hat{m}_g(\varphi_b, \dot{\varphi}_b, n, t)}{\partial \dot{\varphi}_b \partial t} = 0 \tag{6.65}$$

pri čemu je prva diferencijalna jednadžba prvog reda po $\varphi_b(t)$, dok je druga diferencijalna jednadžba drugog reda po $\varphi_b(t)$. Za rješenje ovakvog sustava dovoljna su tri početna uvjeta kako slijedi:

$$n(0) = n_0,\ \varphi_b(0) = \varphi_i,\ \varphi_b(\tau_{ij}) = \varphi_j\Big\} \tag{6.66}$$

S ovako definiranim početnim uvjetima ukupno vrijeme plovidbe τ_{ij} unaprijed je određeno, što za posljedicu može imati prekoračenje pogonskih parametara *GDM-a*, pa je stoga preporučljivo umjesto zadnje-navedenih početnih uvjeta koristiti sljedeće:

$$n(0) = n_0,\ \varphi_b(0) = \varphi_i,\ \dot{\varphi}_b(0) = v_{b_0}\sin\alpha_s / \bar{r}_z\Big\} \tag{6.67}$$

gdje je v_{b_0} kvazistatička plovidbena brzina pridobiva iz kvazistatičke porivne jednadžbe, temeljem unaprijed definiranog početnog uspona krila p_0 i početne brzine vrtnje n_0.

Nadalje se, zbog kompleksnosti izraza (6.65), a sa svrhom dobivanja traženih parcijalnih derivacija koje tvore *Euler-Lagrangeov* sustav diferencijalnih jednadžbi, definiraju sljedeće poopćene funkcijske ovisnosti:

$$k_F = k_F\left[p(\varphi_b, \dot{\varphi}_b, n, t), \varphi_b, \dot{\varphi}_b, n, t\right] = k_F(\varphi_b, \dot{\varphi}_b, n, t) \tag{6.68}$$

$$p = p\left[A(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n),B(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n),C(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right] = p(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t) \tag{6.69}$$

$$\vartheta_z = \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t,\tau_o) \tag{6.70}$$

$$p_z = p_z(\varphi_b,t,\tau_o) \tag{6.71}$$

čijim se uvrštavanjem u izraz (5.44) za maseni potrošak goriva *GDM-a* tijekom plovidbe broda dobiva funkcijska ovisnost:

$$\hat{m}_g = \frac{P_n}{n_n}\left[B_g + a_{b_z}\vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t) + a_{b_p}p_z(\varphi_b,t)\right]\sum_{j=0}^{n_{b_j}} A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{(k_{b_j}+1)}\left[n(t)\right]^{(n_{b_j}+1)} \tag{6.72}$$

čije su parcijalne derivacije po nepoznatim vremenskim funkcijama $n(t)$, $\varphi_b(t)$ i $\dot{\varphi}_b(t)$ dane u *prilogu III.1*, (uvedena oznaka $\hat{m}_g \equiv \dot{m}_g$, jer $\dot{m}_g$ nije vremenska derivacija, za razliku od $\dot{\varphi}_b$).

6.3.2 Dinamički model

Uvrštavanjem izraza (4.140) za propelerom proizvedenu porivnu silu, i izraza (4.85) za koeficijent smanjenja poriva, u dinamičku porivnu jednadžbu (6.12) za plovidbu dubokim morem dobiva se kvadratna jednadžba po *p-u*:

$$\rho_m\left\{D_o^2\left(\sum_{i=0}^{2}a_{T_i}p^i\right)\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2 + nD_o^3\left(\sum_{i=0}^{2}b_{T_i}p^i\right)\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})} + n^2D_o^4\sum_{i=0}^{2}a_{T_i}p^i\right\} - \left(1-\sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}}\tilde{b}_{k_{tr}}v_b^{k_{tr}}\right)^{-1}\sum_{i=1}^{n_r}R_i\left[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t),t,\tau_o\right]_{\alpha_s} - m_b\dot{v}_b(t) = 0 \tag{6.73}$$

čije je jedino fizikalno ispravno rješenje:

$$\tilde{p}(n,v_b,\dot{v}_b) = \frac{1}{2}\left[A(n,v_b)\right]^{-1}\left\{\left[B^2(n,v_b) - 4A(n,v_b)\tilde{C}(n,v_b,\dot{v}_b,t)\right]^{\frac{1}{2}} - B(n,v_b)\right\} \tag{6.74}$$

gdje su funkcijske ovisnosti $A(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)$ i $B(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)$ dane izrazima (6.53) i (6.54), dok je:

$$\tilde{C}(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b,\ddot{\varphi}_b,t) = \left(\begin{array}{l} a_{T_0}D_o^2\left\{\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right\}^2 + b_{T_0}nD_o^3\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})} + \\ \quad + c_{T_0}n^2D_o^4 - \left\{\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_{tr}}\right\}^{-1}\sum_{i=1}^{n_r}R_i(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t) - m_b\dot{v}_b(t) \end{array}\right) \tag{6.75}$$

Supstituiranjem (6.74) u (4.160) za moment kojeg apsorbira brodski vijak dobiva se:

$$M_p(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)_{h_d} = \left[\frac{\rho_m D_o^3}{\eta_r}\left(\sum_{i=0}^{3}a_{p_i}t^i\right)\sum_{i=0}^{2}\left(\begin{array}{l} a_{M_i}\left\{\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right\}^2 + b_{M_i}nD_o\cdot \\ \quad\cdot\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}c_{M_i}n^2D_o^2 \end{array}\right)\left[\tilde{p}(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b,\ddot{\varphi}_b,t)\right]^i\right] \tag{6.76}$$

pa se supstituiranjem novonastalog izraza, skupa s izrazima (5.3), (5.70) i (5.71) u dinamičku momentnu jednadžbu propulzijskog sustava dobiva:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{P_n}{2\pi n_n}k_F(t) - R_{KS}n(t) - \left[a_1M_g(t) + \tilde{a}_2n_{s_g} + \tilde{a}_3n(t) + \tilde{a}_4\frac{n_{s_g}^2}{n(t)} + \left(I_{p_e} + I_{PTO}\frac{n_{s_g}}{n(t)}\right)\dot{n}(t)\right] - \frac{\rho_m D_o^3}{\eta_r}\left(\sum_{i=0}^{3}a_{p_i}t^i\right)\cdot \\ \cdot\sum_{i=0}^{2}\left(a_{M_i}\left\{\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right\}^2 + b_{M_i}nD_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}c_{M_i}n^2D_o^2\right)\left[\tilde{p}(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b,\ddot{\varphi}_b,t)\right]^i \end{array}\right] = 0 \tag{6.77}$$

Uzimajući i ovdje, da je tijekom plovidbe električno opterećenje broda približno konstantnog iznosa, te uzimajući u obzir u službi broda proteklo vrijeme od zadnjeg čišćenja propelera, dobiva se funkcijska ovisnost faktora opterećenja dizelskog motora:

$$k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,\ddot{\varphi}_b,n,\dot{n},t) = \frac{2\pi n_n}{P_n}\left(\begin{array}{l} R_{KS}n(t) + M_{gp_0} + \tilde{a}_3n(t) + \tilde{a}_4\frac{n_{s_g}^2}{n(t)} + \left(I_{p_e} + I_{PTO}\frac{n_{s_g}}{n(t)}\right)\dot{n}(t) + \frac{\rho_m D_o^3}{\eta_r}\left[\sum_{i=0}^{3}a_{p_i}(t+\tau_{ep})^i\right]\cdot \\ \cdot\sum_{i=0}^{2}\left(a_{M_i}\left\{\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right\}^2 + b_{M_i}n(t)D_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})} + c_{M_i}n^2(t)D_o^2\right)\left[\tilde{p}(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,\ddot{\varphi}_b,n,t)\right]^i \end{array}\right) \tag{6.78}$$

čijim se uvrštavanjem u izraz (5.44) za maseni potrošak goriva dobiva:

$$\hat{m}_g(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,\ddot{\varphi}_b,n,\dot{n},t)=\frac{P_n}{n_n}\left[B_g+a_{b_z}\vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)+a_{b_p}p_z(\varphi_b,t)\right]\sum_{j=0}^{n_{b_e}}A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,\ddot{\varphi}_b,n,\dot{n},t)\right]^{(k_{b_j}+1)}\left[n(t)\right]^{(n_{b_j}+1)} \quad (6.79)$$

Kako su nepoznate vremenski promjenjive funkcije kao i njihove derivacije neprekidne unutar bilo kojeg plovidbenog intervala, problem njihovog određivanja, na način da iste minimiziraju potrošak goriva tijekom tog intervala, svodi se na minimiziranje funkcionala definiranog izrazom:

$$m_{g_{ij}}=\int_0^{\tau_{ij}}\hat{m}_g\left[n(t),\dot{n}(t),\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t),\ddot{\varphi}_b(t),t\right]dt \quad (6.80)$$

što s aspekta klasičnog varijacijskog računa vodi na sustav *Euler-Lagrangeovih* diferencijalnih jednadžbi kako slijedi:

$$\frac{\partial\hat{m}_g}{\partial n}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\hat{m}_g}{\partial\dot{n}}\right)=0 \quad (6.81)$$

$$\frac{\partial\hat{m}_g}{\partial\varphi_b}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\hat{m}_g}{\partial\dot{\varphi}_b}\right)+\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b}\right)=0 \quad (6.82)$$

Potpunim deriviranjem naznačenih parcijalnih derivacija, sustav *Euler-Lagrangeovih* diferencijalnih jednadžbi postaje:

$$\frac{\partial\hat{m}_g}{\partial n}-\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\dot{n}^2}\ddot{n}(t)-\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\dot{n}\partial n}\dot{n}(t)-\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\dot{n}\partial\ddot{\varphi}_b}\dddot{\varphi}_b(t)-\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\dot{n}\partial\dot{\varphi}_b}\ddot{\varphi}_b(t)-\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\dot{n}\partial\varphi_b}\dot{\varphi}_b(t)-\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\dot{n}\partial t}=0 \quad (6.83)$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial\hat{m}_g}{\partial\varphi_b}+\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b^2}\dddot{\varphi}_b(t)+\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b^3}\ddot{\varphi}_b^2(t)+2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\dot{\varphi}_b^2\partial\dot{\varphi}_b}\ddot{\varphi}_b(t)\dot{\varphi}_b(t)+2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b^2\partial\varphi_b}\ddot{\varphi}_b(t)\dot{\varphi}_b(t)+2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b^2\partial n}\ddot{\varphi}_b(t)\ddot{n}(t)+2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b^2\partial\dot{n}}\ddot{\varphi}_b(t)\dot{n}(t)+\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial\dot{\varphi}_b^2}\ddot{\varphi}_b^2(t)+\\&+\left(\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b^2}+2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b^2\partial t}\right)\ddot{\varphi}_b(t)+2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial\dot{\varphi}_b\partial\varphi_b}\ddot{\varphi}_b(t)\dot{\varphi}_b(t)+2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial\dot{\varphi}_b\partial n}\ddot{\varphi}_b(t)\ddot{n}(t)+2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial\dot{\varphi}_b\partial\dot{n}}\ddot{\varphi}_b(t)\dot{n}(t)+\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial\varphi_b^2}\dot{\varphi}_b^2(t)+\\&+\left(\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial\varphi_b}+2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial\dot{\varphi}_b\partial t}-\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\dot{\varphi}_b^2}\right)\ddot{\varphi}_b(t)+2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial\varphi_b\partial\dot{n}}\dot{\varphi}_b(t)\ddot{n}(t)+2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial\varphi_b\partial n}\dot{\varphi}_b(t)\dot{n}(t)+\left(2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial\varphi_b\partial t}-\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\dot{\varphi}_b\partial\varphi_b}\right)\dot{\varphi}_b(t)+\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial\dot{n}}\ddot{n}(t)+\\&+\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial\dot{n}^2}\ddot{n}^2(t)+2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial\dot{n}\partial n}\ddot{n}(t)\dot{n}(t)+\left(\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial n}+2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial\dot{n}\partial t}-\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\dot{\varphi}_b\partial\dot{n}}\right)\ddot{n}(t)+\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial n^2}\dot{n}^2(t)+\left(2\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial n\partial t}-\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\dot{\varphi}_b\partial n}\right)\dot{n}(t)+\frac{\partial^3\hat{m}_g}{\partial\ddot{\varphi}_b\partial t^2}-\frac{\partial^2\hat{m}_g}{\partial\dot{\varphi}_b\partial t}\end{aligned}=0 \quad (6.84)$$

pri čemu je prva diferencijalna jednadžba trećeg reda po $\varphi_b(t)$, te drugog reda po $n(t)$, dok je druga diferencijalna jednadžba četvrtog reda po $\varphi_b(t)$, te trećeg reda po $n(t)$. Za rješenje ovakvog sustava potrebno je postaviti sedam početnih uvjeta, koji za slučaj da brod kreće iz stanja mirovanja s minimalnom brzinom vrtnje motora jesu:

$$n(0)=n_0,\ \dot{n}(0)=0,\ \ddot{n}(0)=0,\ \varphi_b(0)=\varphi_i,\ \dot{\varphi}_b(0)=0,\ \ddot{\varphi}_b(0)=0,\ \varphi_b(\tau_{ij})=\varphi_j\Big\} \quad (6.85)$$

Premda je postupak određivanja u *Euler-Lagrangeovom* sustavu diferencijalnih jednadžbi sadržanih parcijalnih derivacija sličan onome kod kvazistatičkog modela minimiziranja potroška goriva, zbog izražene kompleksnosti ovog postupka ovdje se odustaje od njegove daljnje razrade.

Ilustracijski primjer

Razmatra se plovidba broda za prijevoz hlađenog tereta čije su glavne značajke dane u prilogu 3, a kojeg pogoni 6-cilindrični sporokretni motor ($P_n=13{,}55$ MW; $n_n=105$ o/min). Tijekom plovidbe bilo iz ***i*** u ***j*** ili iz ***j*** u ***i*** preko *PTO*-prijenosnika snage podmiruje se sveukupno električno opterećenje koje je procijenjeno konstantnim $P_{e_{ij}}=P_{e_{ji}}\approx 500$ kW.

Odredišta ***i*** i ***j*** definirana su pripadajućim zemljopisnim širinama i duljinama kako slijedi: $i\equiv\{\varphi_i,\mu_i\}=(10{,}8^0\ s\check{s};270^0\ id)$; $j\equiv\{\varphi_j,\mu_j\}=(55^0\ s\check{s};10^0\ id)$; *sš – sjeverna širina*; *id – istočna dužina*.

Tijekom plovidbe punog broda iz ***i*** u ***j***, za srednji uspon krila vijka ($Z_k=5$, $A_p/A_o=0{,}6$; $D=5{,}9$ m) uzeta je konstantna vrijednost $p_{ij}=1{,}2$, odnosno tijekom plovidbe broda u balastu iz ***j*** u ***i*** odabrana je vrijednost $p_{ij}=1{,}25$.

S ciljem dobivanja kvazistatičkih energetskih veličina bitnih za kvantificiranje energetskih pretvorbi unutar razmatranog trigeneracijskog sustava, trajanje boravka broda u

konačnim odredištima procijenjeno je na oko $\tau_{k_i} = \tau_{k_j} = 72$ h, osim u slučaju drugog i trećeg transportnog ciklusa za koje su trajanja boravka u odredištu ***j*** $\tau_{2_j} = 105,05$ h i $\tau_{3_j} = 186,59$ h.

Kako bi se pokrio jednogodišnji operativni interval broda ukupno je obrađeno 14 transportnih ciklusa, pri čemu je duljina *k-tog* transportnog ciklusa određena izrazom:

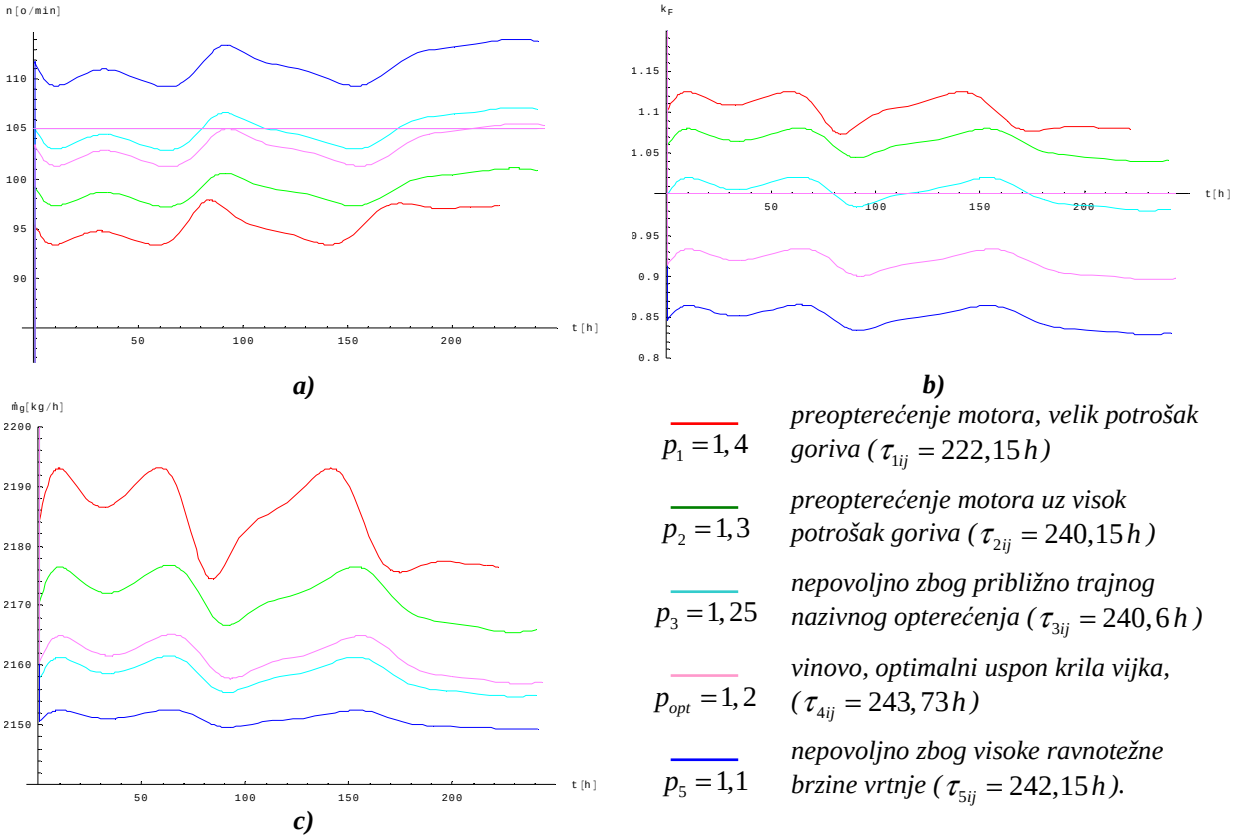
$$\tau_k = \tau_{k_i} + \tau_{k_{ij}} + \tau_{k_j} + \tau_{k_{ji}} \tag{6.94}$$

gdje je za *k-tog* transportnog ciklusa: τ_{k_i} -trajanje boravka broda u ukrcajnom odredištu ***i***, $\tau_{k_{ij}}$ - trajanje plovidbe broda sa teretom iz ***i*** u ***j***, τ_{k_j} -trajanje boravka broda u iskrcajnom odredištu ***j*** i $\tau_{k_{ji}}$ -trajanje plovidbe broda u balastu iz ***j*** u ***i***.

Pretpostavljajući da prvi transportni ciklus započinje početkom solarne godine, te zanemarujući unutar jednogodišnjeg službovanja novoizgrađenog broda obraštanje trupa i propelera, temeljem sustava diferencijalnih jednadžbi (6.57 i 6.58 za plovidbu iz ***i*** u ***j***, te 6.61 i 6.62 za plovidbu iz ***j*** u ***i***), dobivaju se nepoznate vremenske funkcije $\varphi_b(t)_{k_{ij}}$ i $n(t)_{k_{ij}}$.

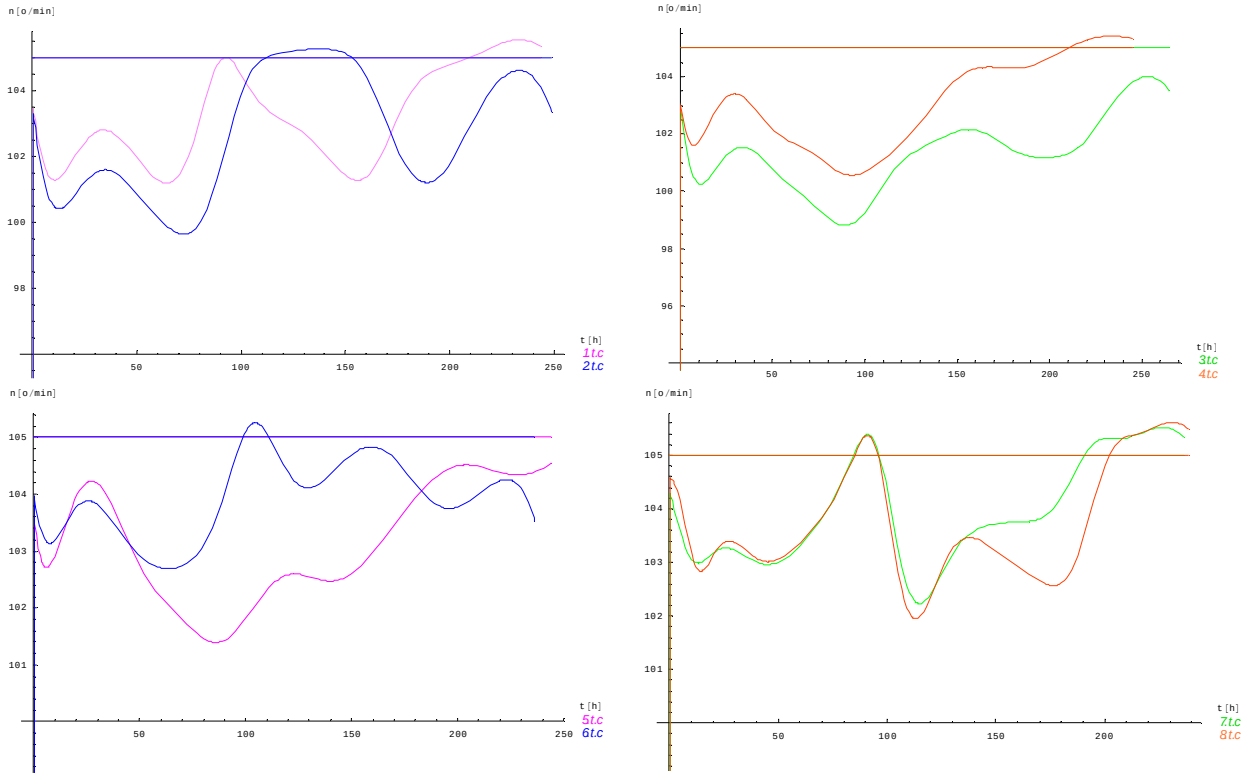
Kako su diferencijalne jednadžbe postavljene po relativnom vremenu *t*, sve sadržane pobudne veličine (veličine valovlja i vjetra), funkcijski ovisne o solarnom vremenu $\hat{t}$ i zemljopisnoj širini φ, transformirane su u relativno vrijeme *t*, pa su početni uvjeti su definirani kako slijedi: $n(0)_{k_{ij}} = n(0)_{k_{ji}} = 40$ o/min; $\varphi_b(0)_{k_{ij}} = \varphi_b(0)_{k_{ji}} = 0$; $\dot{\varphi}_b(0)_{k_{ij}} = \dot{\varphi}_b(0)_{k_{ji}} = 0$.

Rješenje $n(t)_{1_{ij}}$ sustava diferencijalnih jednadžbi za plovidbu broda iz ***i*** u ***j*** tijekom prvog transportnog ciklusa, za različite uspone krila vijka ilustrira priložena *slika 6.1*, dok su veličine $k_F(t)_{1_{ij}}$ i $\dot{m}_g(t)_{1_{ij}}$ dobivene temeljem odgovarajućih izraza za karakteristike dizelskog motora pri konstantnoj snazi (u modelu za $\dot{m}_g(t)_{1_{ij}}$ zanemaren je utjecaj promjenjivih parametara okružja).

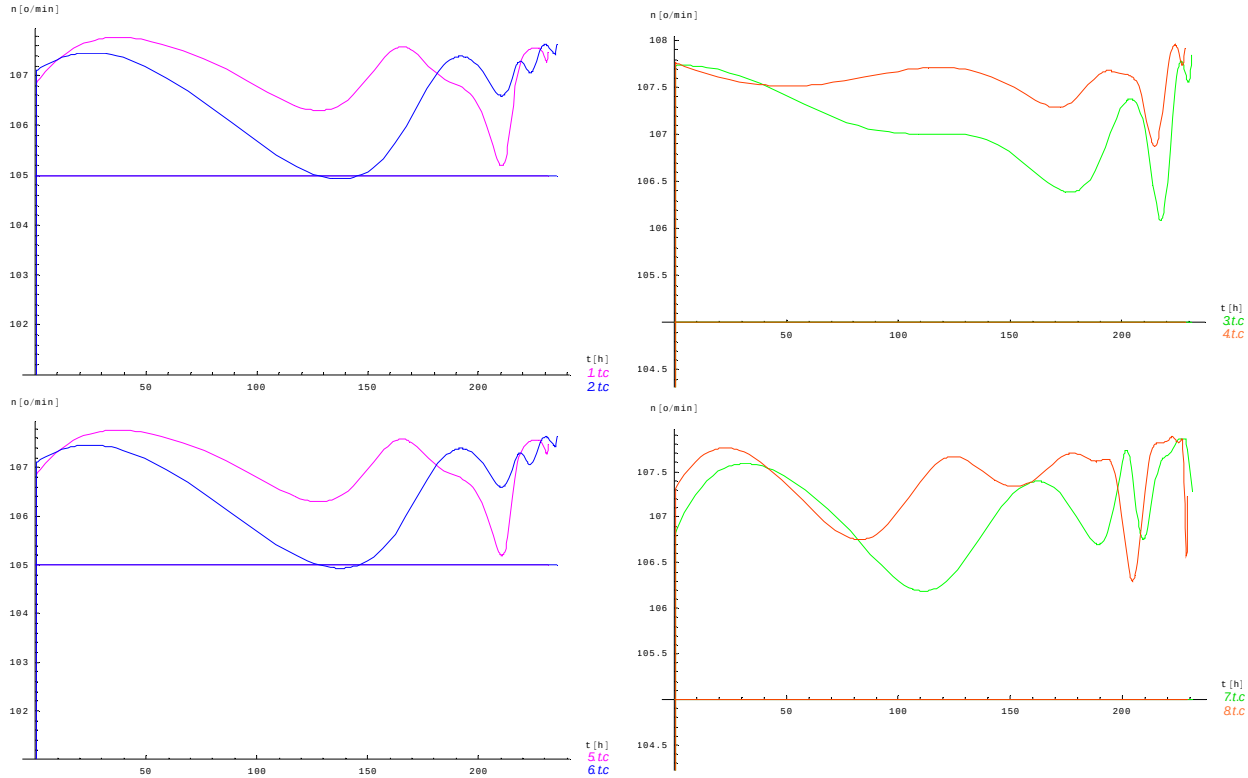


*Slika 6.1 Plovidba punog broda iz **i** u **j** s različitim usponima krila vijka: a) ravnotežna brzina vrtnje, b) opterećenje motora i c) maseni potrošak goriva*

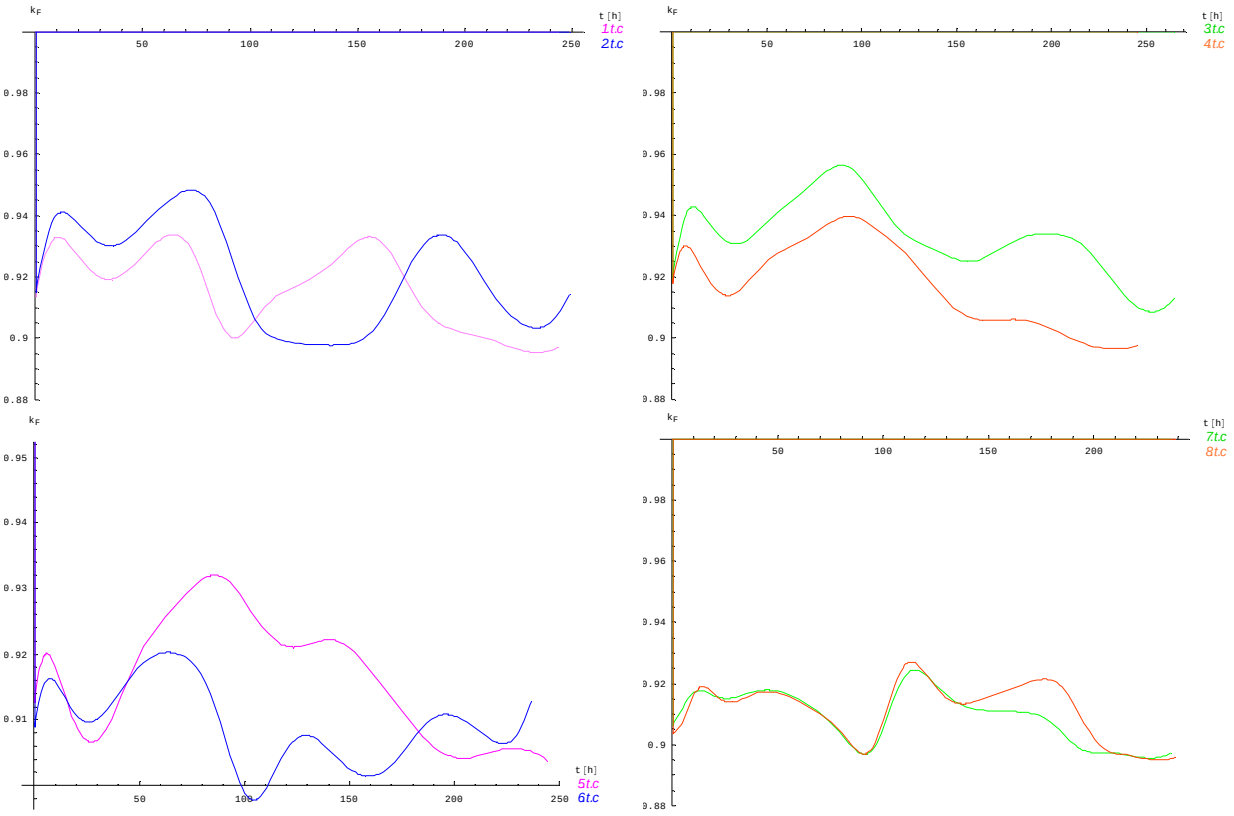
Trajanja pojedinih plovidbenih intervala za obrađenih 14 transportnih ciklusa dana su u *prilogu III.2*, dok nadalje slijedi prikaz karakterističnih kvazistatičkih veličina *DMKES-a* tijekom plovidbe iz ***i*** u ***j*** i obratno, za prvih 8 transportnih ciklusa broda na definiranoj plovidbenoj ruti.



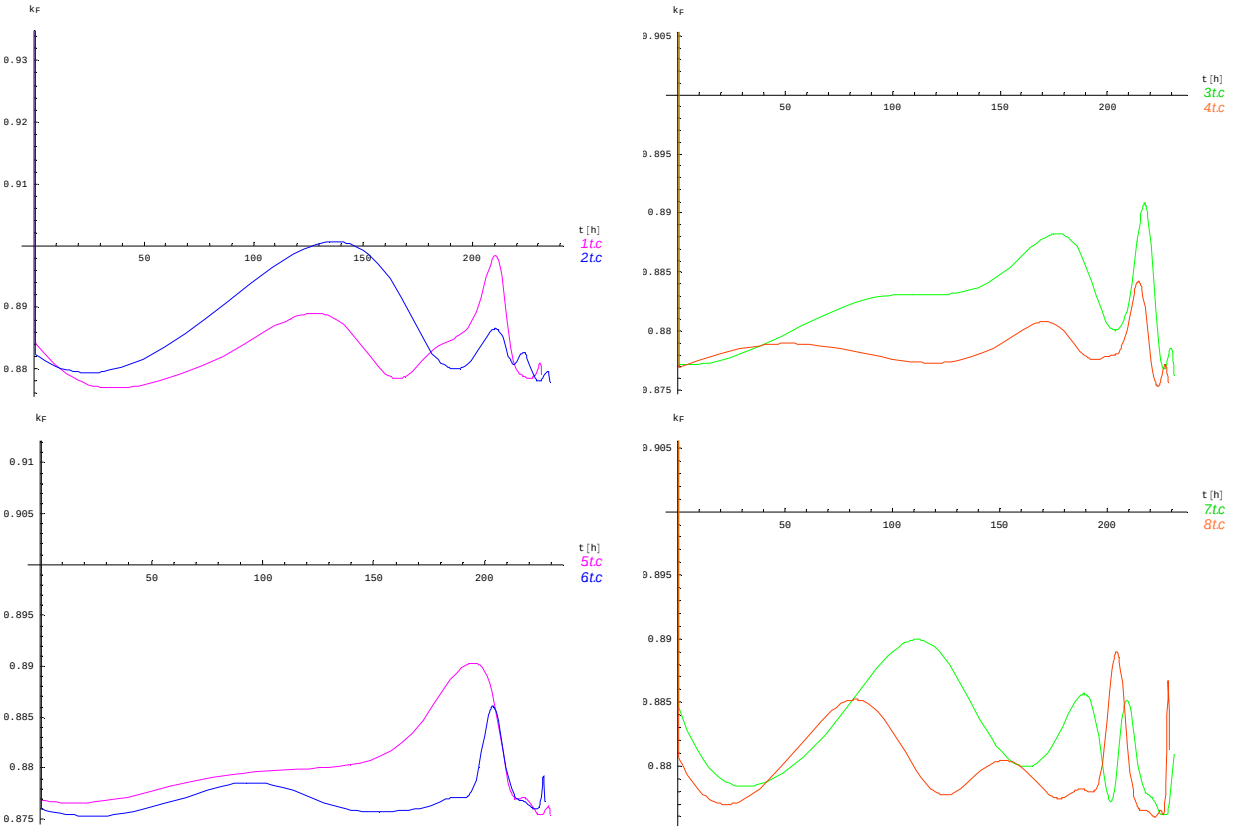
*Slika 6.2 Brzina vrtnje GDM-a tijekom plovidbe nakrcanog broda iz **i** u **j** za karakte. t.c.-e*



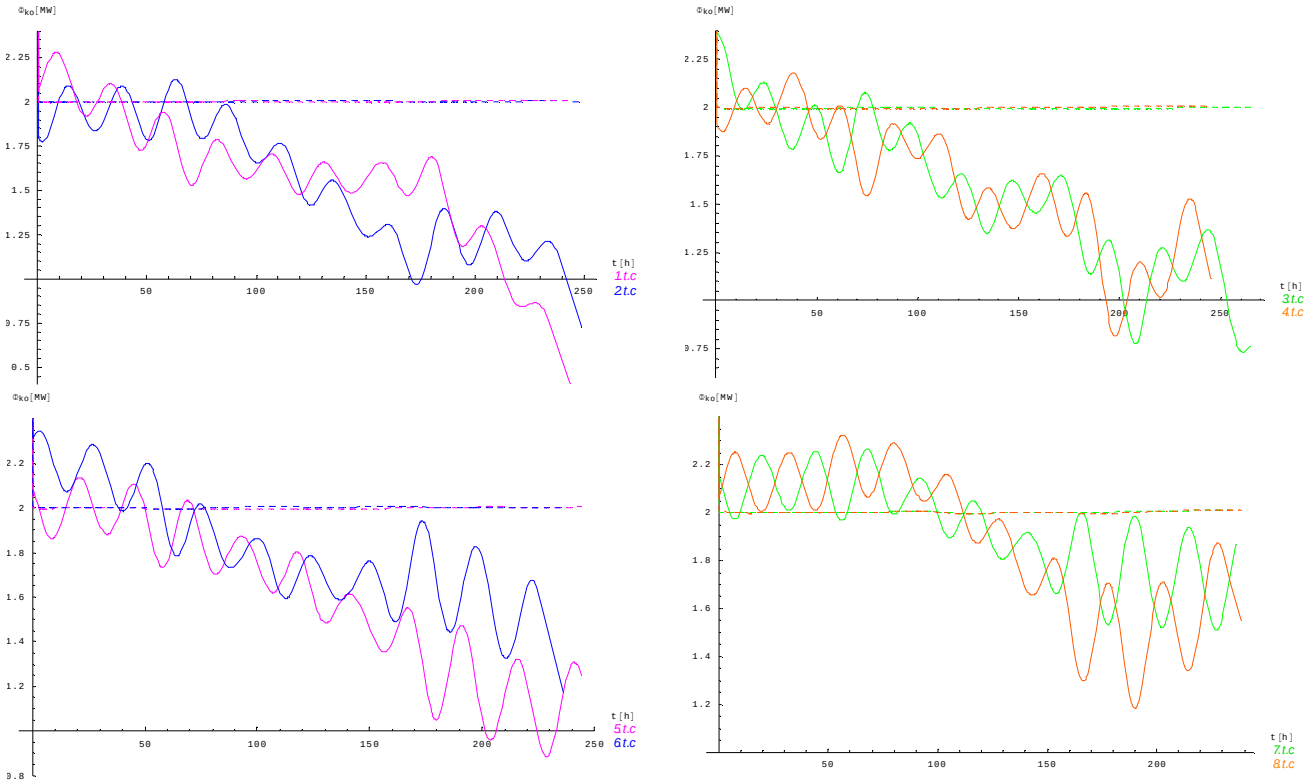
*Slika 6.3 Brzina vrtnje GDM-a tijekom plovidbe u balastu iz **j** u **i** za karakteristične t.c.-e*



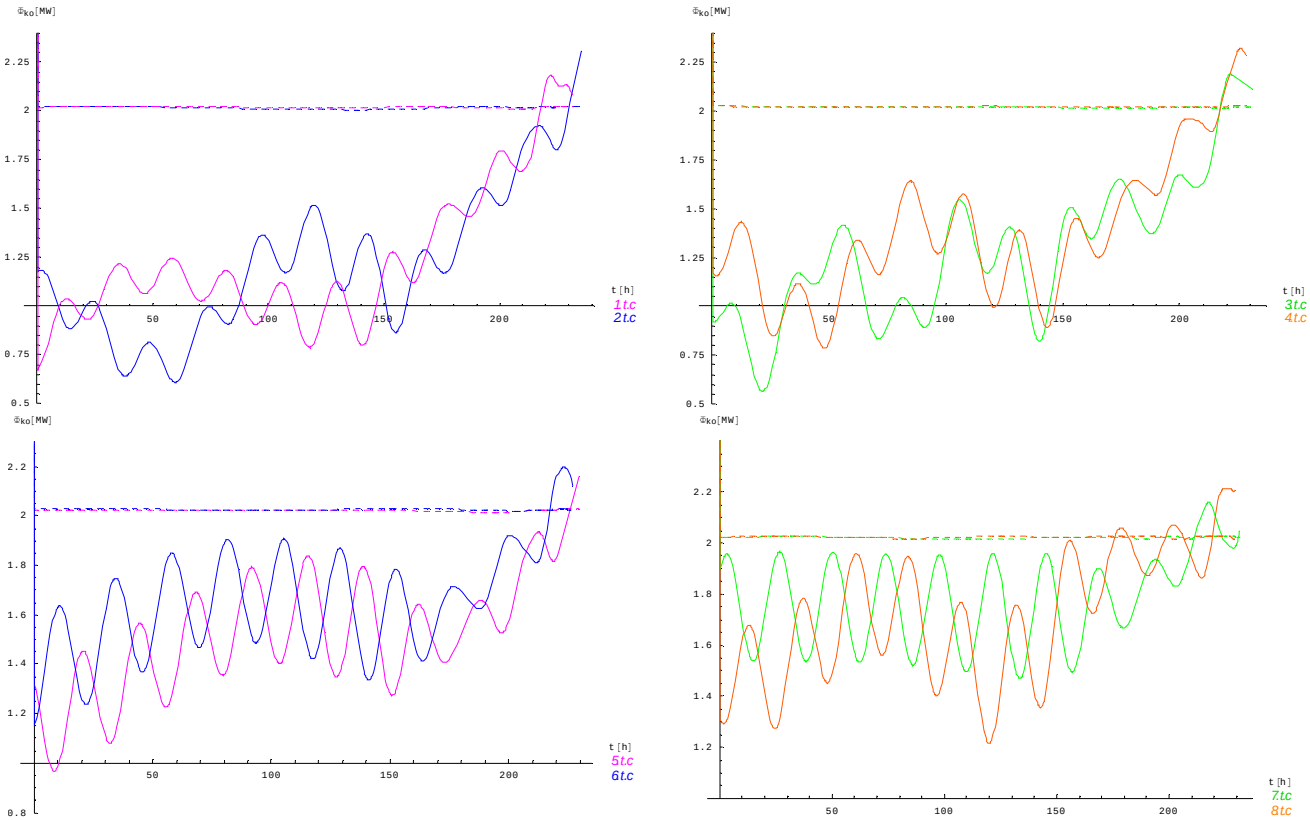
*Slika 6.4 Faktor opterećenja GDM-a tijekom plovidbe nakrcanog broda iz **i** u **j** za karak. t.c.-e*



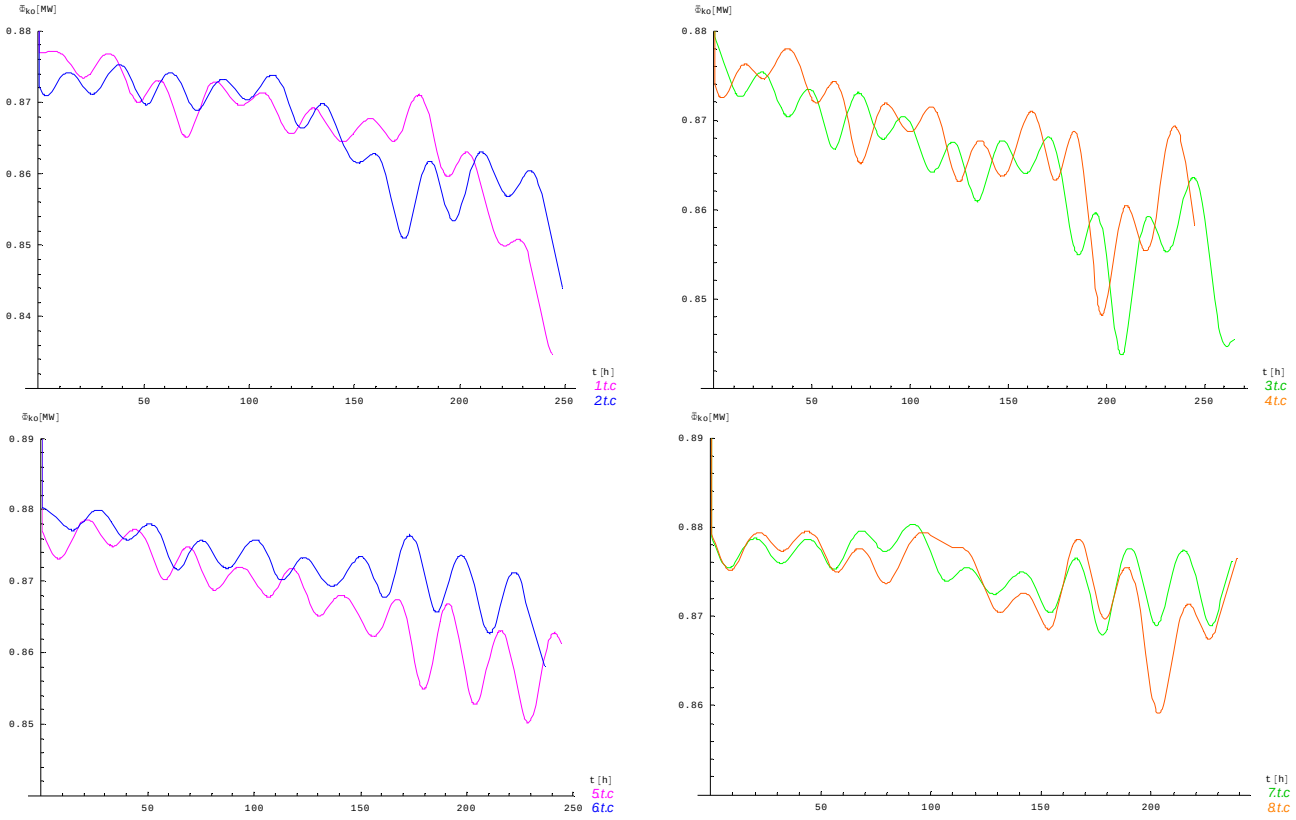
*Slika 6.5 Faktor opterećenja GDM-a tijekom plovidbe u balastu iz **i** u **j** za karakteristi.e t.c.-e*



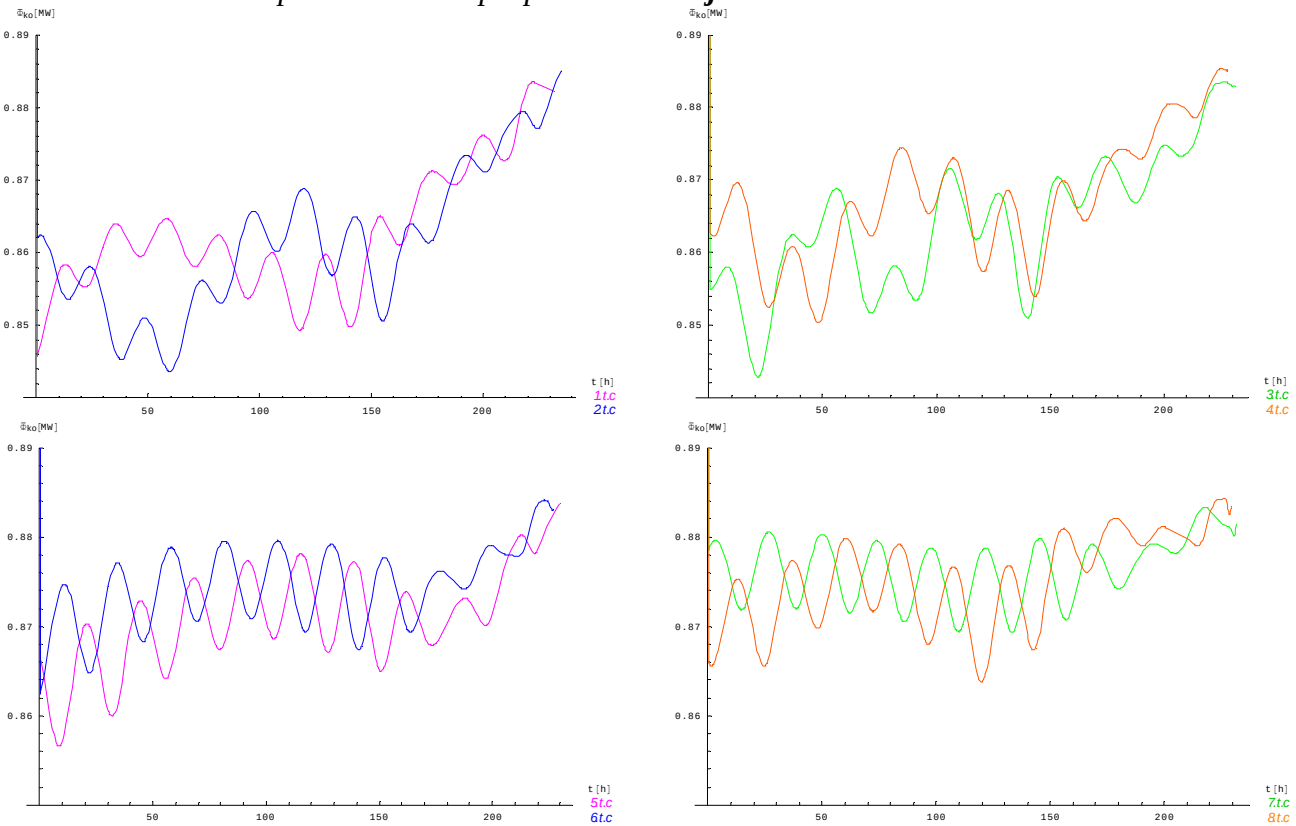
Slika 6.6 Kvazistatički toplinski učinak visokotlačne kogeneracije $\Phi_{ko}(t)_{ij}$ *tijekom prvih 8 transportnih ciklusa pri plovidbi iz* ***i*** *u* ***j***



Slika 6.7 Kvazistatički toplinski učinak visokotlačne kogeneracije $\Phi_{ko}(t)_{ji}$ *tijekom prvih 8 transportnih ciklusa pri plovidbi iz* ***j*** *u* ***i***



Slika 6.8 Kvazistatički toplinski učinak niskotlačne kogeneracije $\tilde{\Phi}_{ko}(t)_{ij}$ *tijekom prvih 8 transportnih ciklusa pri plovidbi iz* ***i*** *u* ***j***



Slika 6.9 Kvazistatički toplinski učinak niskotlačne kogeneracije $\Phi_{ko}(t)_{ji}$ *tijekom prvih 8 transportnih ciklusa pri plovidbi iz* ***j*** *u* ***i***

7 MODELIRANJE TOPLINSKOG OPTEREĆENJE BRODA

7.1 Uvod u modeliranje toplinskog opterećenja broda

Nastupajuće toplinsko opterećenje kojeg je potrebno uravnotežiti, uvjetovano je interaktivnim djelovanjem odgovarajućih stavki brodskih službi, komercijalnog tereta i pripadajućeg okružja u kojem brod tijekom svog službovanja biva.

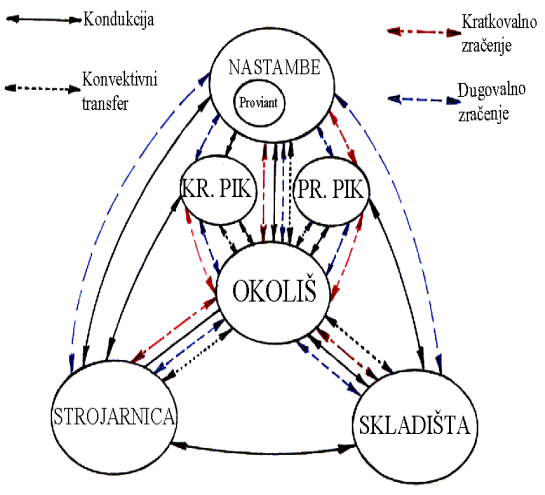
U kontekstu određivanja toplinskog opterećenja pod stavkama brodskih službi podrazumijevaju se sve one stavke koje izravno ili neizravno primaju ili odaju određeni toplinski tok, kako unutar pripadajućeg prostora, tako i u interakciji s prostorom komercijalnog tereta i pripadajućeg okružja.

Kod motornih brodova, bez obzira na vrstu komercijalnog tereta, to se prvenstveno odnosi na prostore nastambi u kojima je potrebno osigurati odgovarajući stupanj ugode, te na širi prostor brodskog strojnog kompleksa, koji u sebi sadrži mnoštvo energiziranih komponenti, te raznovrsne spremnike poput tankova goriva, otpadnih tekućina i sl.

Ova dva karakteristična i sveprisutna brodska prostora su u toplinskoj interakciji preko određenog broja diskretiziranih razdjelnih vodo i plino-nepropusnih stijenki, kao što su primjerice stjenke grotla kroz nadgrađe, te gornja (zadnja) paluba strojarnice. Osim međusobne toplinske interakcije, navedeni prostori su preko odgovarajućih vodo i plino-nepropusnih stjenki u interakciji sa prostorom komercijalnog tereta (skladišni prostor), s prostorom krmenog pika, te prirodnim okružjem (*slika 7.1*).

Svaki specificirani prostor karakteriziran je definiranim toplinskim stanjem pripadajućeg sadržaja tijekom karakterističnih operativnih intervala broda unutar toplinski neustaljenog okružja (okoliša). Tako je primjerice kakvoća zraka u širem prostoru strojarnice određena njegovom temperaturom $\vartheta_s(t)$ koja je pak funkcijski ovisna o vremenski promjenjivoj temperaturi okolišnog zraka $\vartheta_z(t)$.

S druge strane je kakvoća zraka u nastambama određena definiranim stupnjem ugode, te se temelji na rješenjima kvazistatičke jednadžbe ugode, iz čega su pridobive kvazistatičke ravnotežne toplinske veličine poput temperature $\vartheta_a(t)$ i relativne vlažnosti $\varphi_a(t)$ zraka u nastambama.



Slika 7.1 Shematski prikaz toplinskih interakcija između karakte. brodskih prostora i okoliša

Kako unutar prostora pramčanog i krmenog pika uglavnom nema takvih komponenti i sadržaja koji zahtijevaju vlastitu mikroklimu, iste se sa stajališta transfera toplinske energije može akceptirati neupravljivim sučeljima između karakterističnog brodskog prostora i okoliša.

Što se pak tiče prostora komercijalnog tereta (sklad. prostor), njegovo toplinsko stanje koje se ne može jednoznačno definirati (uglavnom zbog česte nepotpune nakrcanosti broda), ovisi najviše o vrsti prevažanog tereta, te je uglavnom uvjetovano njegovom temperaturom skladištenja ϑ_{t_s} i relativnom vlažnošću zraka φ_s ukoliko se prevozi paletizirani (rasuti) teret.

Kako su sa stajališta implementiranja dizel-motorne kogeneracije, odnosno dizel motorne trigeneracije interesantni oni komercijalni tereti koji su karakterizirani umjereno

niskim temperaturama skladištenja ($-20\,^{o}C \le \vartheta_{t_s} \le 15\,^{o}C$), ovdje se razmatraju samo rasuti hlađeni tereti, kojima je svojstveno da se prevoze pri definiranoj temperaturi skladištenja ϑ_{t_s} u atmosferi kondicioniranog zraka gotovo iste temperature i definirane relativne vlažnosti φ_s. Mada su ovdje prisutne dvije karakteristične vrste tereta živi i mrtvi, koji zahtijevaju odgovarajuće sustave za kondicioniranje zraka, isto je nebitno za određivanje toplinskih interakcija sa okolišem i ostalim brodskim prostorima.

Drugu interesantnu kategoriju komercijalnog tereta predstavljaju tekući tereti koji se uglavnom prevoze u atmosferi inertnog plina u samonosivim spremnicima, pri čemu se unutar jednog skladišnog vodo i plino-nepropusnog prostora postavljaju $3 \div 4$ takva spremnika kao primjerice kod brodova za prijevoz narančinog soka.

Osim o vrsti prevažanog tereta, toplinsko stanje unutar pripadajućeg skladišnog prostora uvjetovano je nastupajućim operativnim ciklusom broda, preciznije karakterističnim plovidbenim podintervalima kao što su plovidba broda između definiranih odredišta pri čemu se teret drži na propisanoj temperaturi skladištenja, iskrcaj tereta karakteriziran promjenjivom temperaturom tereta, plovidba broda ka ukrcajnom odredištu bez tereta sa sadržanim zrakom ili inertnim plinom održavane temperature, ukrcaj tereta karakteriziran promjenjivom temperaturom tereta uz eventualno pothlađivanje na propisanu temperaturu skladištenja unutar definiranog vremenskog intervala.

Kako se može vidjeti iz priložene *slike 7.1*, nastupajuće toplinske interakcije između karakterističnih brodskih prostora karakterizirane su sa tri mehanizma izmjene topline: konduktivno kroz razdjelne stjenke, konvektivno preko strujnih otvora na granici navedenih podsustava, te s elektromagnetskim dugovalnim i kratkovalnim zračenjem.

Zanemari li se sveprisutno dugovalno zračenje među različito temperiranim međusobno "osvijetljenim" stjenkama, te između morem i nebom "osvijetljenih" stjenki, lako se dobiva eksplicitna funkcijska ovisnost kvazistatičkog toplinskog opterećenja specificiranog brodskog prostora tijekom karakterističnog operativnog intervala broda.

Uzmu li se u obzir dinamički elementi (toplinski kapaciteti razdjelnih stjenki), bez obzira na zanemareno dugovalno zračenje, dobivaju se zbog intermitentnog karaktera nastupajućeg Sunčevog zračenja, diferencijalne jednadžbe karakterizirane linearnim homogenim dijelom i nelinearnom pobudnom funkcijom, pa se u općem slučaju partikularno rješenje dobiva tek numeričkom integracijom.

Zanemari li se i kratkovalno Sunčevo zračenje, tada se ovisno o strukturi razdjelne stjenke (višeslojna stjenka ≡ više-kapacitancijska stjenka) dobiva linearna diferencijalna jednadžba reda *n-slojne* stjenke, koja je uz aproksimativne funkcijske ovisnosti temperatura okolišnog zraka i mora rješiva egzaktno, te ista barem približno oslikava nastupajuće toplinsko opterećenje specificiranog brodskog prostora.

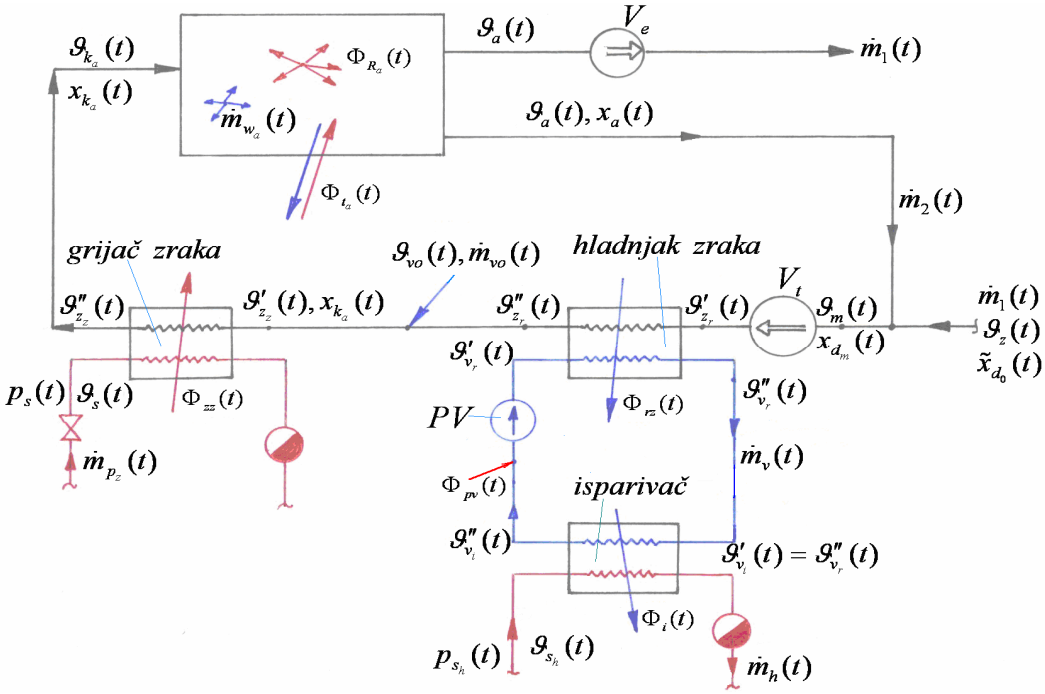
Navedena pojednostavnjenja s pripadajućim matematičkim modelima, primjenjiva su tek u koncepcijskoj fazi razrade odnosnih toplinskih opterećenja, te isti predstavljaju vrijednosan alat za određivanje nastupajućih ekstremnih toplinskih opterećenja karakterističnih brodskih prostora tijekom službovanja broda unutar pre-definiranog zemljopisnog područja.

Međutim, zbog razgranatosti cjelokupnog brodskog prostora, čije razdjelne plohe s jedne strane predstavljaju sučelja između različito temperiranih brodskih prostora, dok s druge strane njegove granične plohe predstavljaju vremenski nepostojana sučelja različito temperiranih brodskih prostora s okolišem, znatno je otežana izrada odgovarajućih matematičkih modela toplinskog opterećenja brodskih podsustava i sustava broda u cjelini.

Ovom problemu može se doskočiti uvođenjem koncepta toplinskih mreža koje zorno oslikavaju bilo kvazistatičko bilo dinamičko stanje unutar složenog toplinskog sustava broda.

7.2 Toplinska opterećenja u sustavu za kondicioniranje zraka brodskih nastamba

Nastupajuća vremenski promjenjiva toplinska opterećenja $\Phi_k(t)$ sustava za kondicioniranje zraka, određuju se temeljem definiranih funkcijskih ovisnosti: mikroklimatskih parametara $\vartheta_a(t)$ i $\varphi_a(t)$, i parametara okoliša $\vartheta_z(t)$, $p_z(t)$ i $\chi_o(t)$, kvazistatičkog toplinskog opterećenja prostora nastambi $\Phi_{t_a}(t)$, te kvazistatičkim masenim protocima svježeg zraka $\dot{m}_1(t)$ i izlučivane vlage $\dot{m}_{wa}(t)$ unutar prostora nastambi.



Slika 7.2 Shema klimatizacijskog sustava nastamba

Ovisno o iznosima spomenutih veličina tijekom operativnog intervala broda, nastupajuća toplinska opterećenja mogu istovremeno biti i pozitivna i negativna, te samo pozitivna ili negativna, pa je stoga za njihovo uravnoteženje potrebno osigurati odgovarajuće ogrjevne i rashladne učinke.

Uravnoteženje nastupajućeg pozitivnog toplinskog opterećenja, postiže se primarnim i sekundarnim ogrjevnim krugom, pri čemu se mješavina pothlađenog optočnog zraka iz prostora nastambi i svježeg zraka primarnog kruga zagrijava na propisanu temperaturu bilo u toplo-vodnom bilo u parnom grijaču, dok se u sekundarnom krugu pothlađena voda ili kondenzat zagrijavaju na kvazistatičku ravnotežnu temperaturu s odgovarajućim ogrjevnim spremnicima (*slika 7.2*).

Nastupajuće negativno toplinsko opterećenje, tzv. rashladno opterećenje, uravnotežuje se tako da se mješavina vlažnog uzduha iz primarnog kruga pothlađuje na kvazistatičku ravnotežnu temperaturu u hladnjaku zraka, pri čemu rashladna slatka voda iz sekundarnog kruga preuzima toplinski tok, te ga dalje predaje niskotlačnoj pari u isparivaču tercijarnog rashladnog kruga, odnosno u isparivaču *litij-bromidnog ARU-a.*

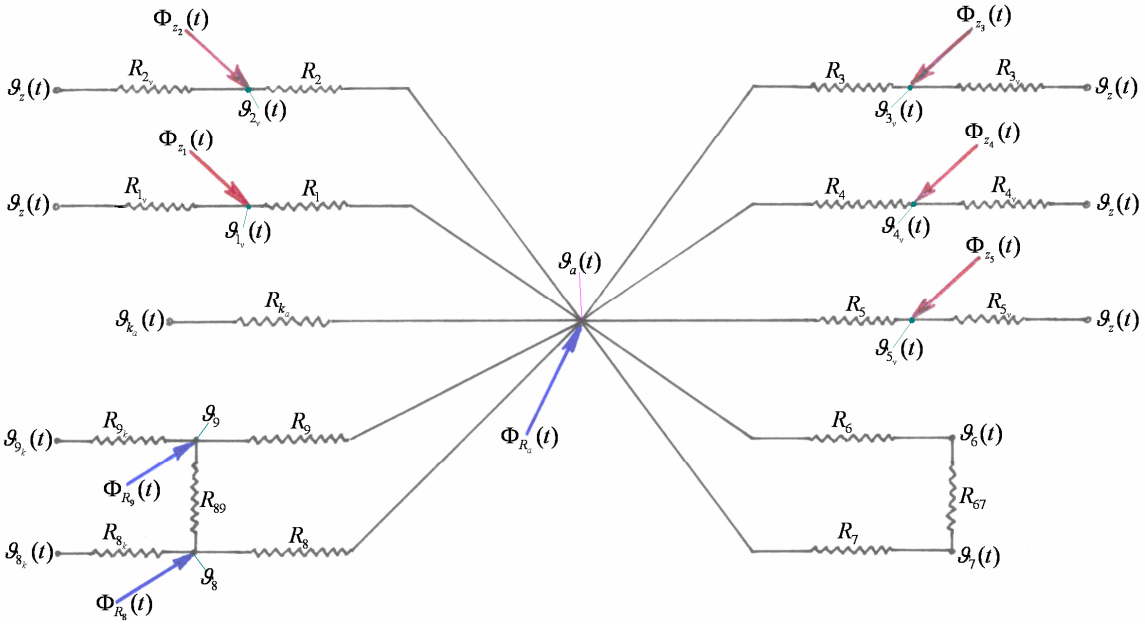
7.2.1 Modeliranje osjetnog toplinskog opterećenja nastamba

Ovdje će se ponajprije definirati kvazistatička funkcijska ovisnost toplinskog opterećenja $\Phi_{t_a}(t)$ prostora nastambi uslijed toplinske neravnoteže s okružjem karakteriziranim promjenjivom temperaturom i promjenjivim insolacijskim iznosima. Stvarno je prostor nastambi preko svojih vanjskih stijena u toplinskoj interakciji s okolišnim zrakom

promjenjive temperature, prispjelim kratkovalnim Sunčevim zračenjem, te nebom i morskom površinom također promjenjivih temperatura u vidu dugovalnog toplinskog zračenja.

S druge strane ovaj prostor je preko svojih unutrašnjih razdjelnih stijena u toplinskoj interakciji s zrakom promjenjive temperature u prostorima strojarnice, grotla strojarnice i brodskog provianta, te sa, u navedenim prostorima sadržanom opremom promjenjive temperature, također u vidu dugovalnog toplinskog zračenja.

Ovdje se prilikom modeliranja toplinskog opterećenja, a svrhu pojednostavnjenja (bez znatnijeg utjecaja na točnost) matematičkog modela, zanemaruje vanjsko i unutrašnje dugovalno zračenje, kao i toplinski kapaciteti razdjelnih stijena, pa se temeljem navedenog dobiva pojednostavnjena kvazistatička toplinska mreža prostora nastambi (*slika 7.3*).



Slika 7.3 Kvazistatička toplinska mreža nastamba

Prema priloženoj shemi za kvazistatičko toplinsko opterećenje prostora nastambi dobiva se:

$$\Phi_{t_a}(t)=\sum_{J=1}^{5}\left[\frac{\vartheta_a(t)-\vartheta_z(t)}{R_J}-\frac{R_{J_v}\tilde{\alpha}_{J_v}A_{J_v}}{R_J}\tilde{q}_{z_J}(t)\right]+\sum_{J=6}^{9}\frac{\vartheta_a(t)-\vartheta_J(t)}{R_J}-\Phi_{R_a}(t) \tag{7.1}$$

gdje je R_J *-ti* toplinski otpor *n-slojne* stijene definiran izrazom:

$$R_J=A_J^{-1}\left(\frac{1}{\alpha_J}+\sum_{k=1}^{n_k=2\div3}\frac{\delta_k}{\lambda_k}\right) \tag{7.2}$$

dok je R_{J_v} *-ti* toplinski otpor definiran izrazom:

$$R_{J_v}=\frac{1}{A_J\alpha_{J_v}}=\frac{1}{A_J(\alpha_{J_{vk}}+\alpha_{J_{vz}})} \tag{7.3}$$

Ukupni toplinski tok koji se oslobađa u samom prostoru nastambi $\Phi_{R_a}(t)$, sadrži razne toplinske dobitke od rasvjete, kuhinjskih i drugih aparata, respiracijsku toplinu od ljudi, itd., pa kao takav predstavlja zaseban problem, te se ovdje za istog ovisno o veličini prostora nastambi uzima odgovarajuća iskustvena vrijednost $\Phi_{R_a}\approx const.$

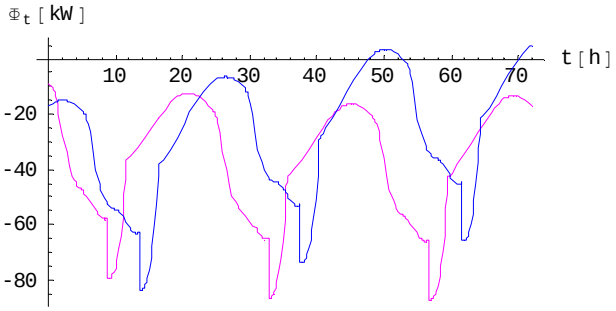
Uzimajući u obzir temperaturne funkcijske ovisnosti zraka u nastambama $\vartheta_a=\vartheta_a[\vartheta_z(t)]$ i zraka u strojarnici $\vartheta_6=\vartheta_6[\vartheta_z(t)]$, te da su temperature zraka sa pripadajućim sadržajem u prostorima smrznutih (mrtvih) i živih proizvoda konstantnog iznosa, tj. $\vartheta_8\approx const.$ i $\vartheta_9\approx const.$, kao i to da se temperatura zraka u grotlu strojarnice $\vartheta_7(t)$ definira izrazom:

$$\vartheta_7(t)\approx\vartheta_6(t)+\Delta\vartheta_{67} \tag{7.5}$$

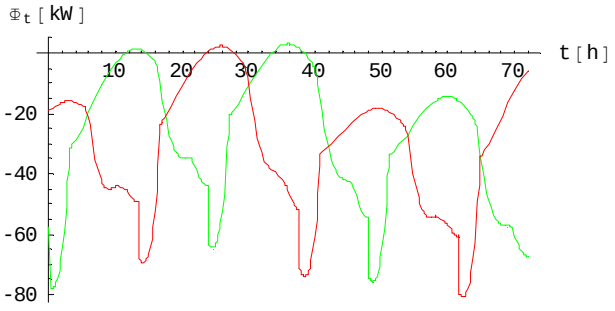
dobiva se njihovim uvrštavanjem u (7.1), skupa s (3.114) za gustoću kratkovalnog Sunčevog zračenja nakon sređivanja funkcijska ovisnost kvazistatičkog toplinskog opterećenja prostora nastambi (razvijeni izrazi za boravka u odredištima i tijekom plovidbe dani su u *prilogu IV*):

$$\Phi_{t_a}(t)=\left[\begin{array}{c}\displaystyle\sum_{J=1}^{9}\frac{a_{2J}\vartheta_z^2(t)+a_{1J}\vartheta_z(t)+a_{0J}}{R_J}-\Phi_{R_a}(t)-\frac{q_{d_o}(\varphi,t)\{1+\mathrm{sgn}[\sin\Theta(t)]\}}{4\exp[\Psi_F(\varphi,t)B(t)\csc\Theta(\varphi,t)]}\cdot\\ \cdot\displaystyle\sum_{J=1}^{5}\widehat{A}_J\left(\begin{array}{c}\cos\phi_J(t)\{1+\mathrm{sgn}[\cos\phi_J(t)]\}+\sin\Theta(t)[1-0,95\sin\Theta(t)]\cdot\\ \cdot(1-\cos\varepsilon_J)+D(t)[2+0,95\sin\Theta(t)(\cos\varepsilon_J-1)]\end{array}\right)\end{array}\right] \tag{7.6}$$

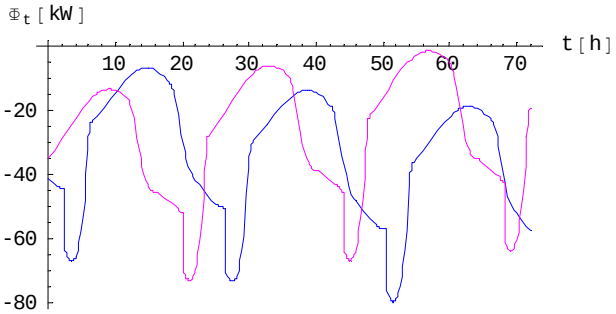
Boravak u krajnjim odredištima



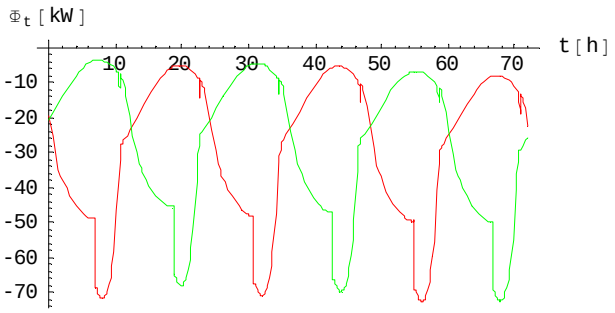
1. i 2. t.c. i



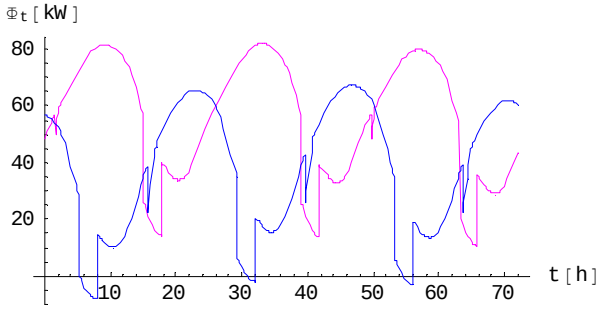
3. i 4. t.c. i



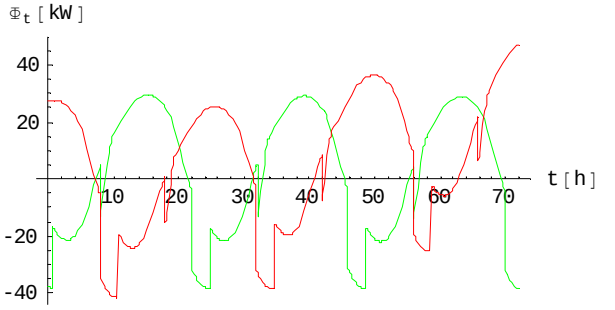
5. i 6. t.c. i



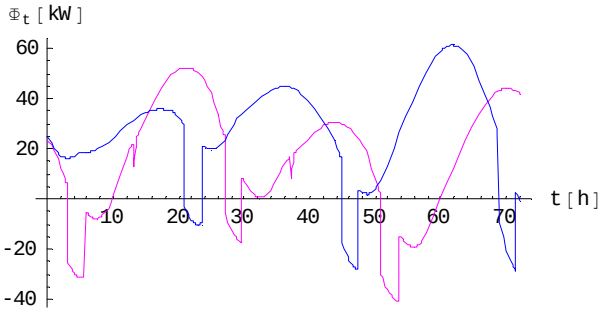
7. i 8. t.c. i



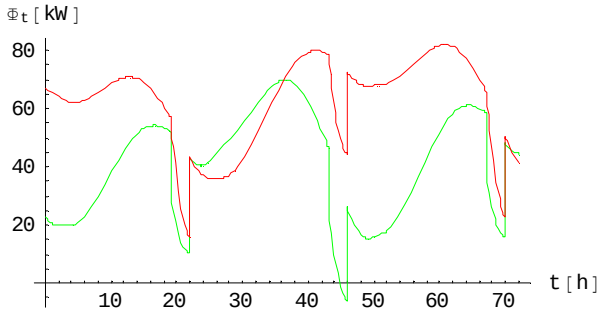
5. i 6. t.c. j



7. i 8. t.c. j



9. i 10. t.c. j

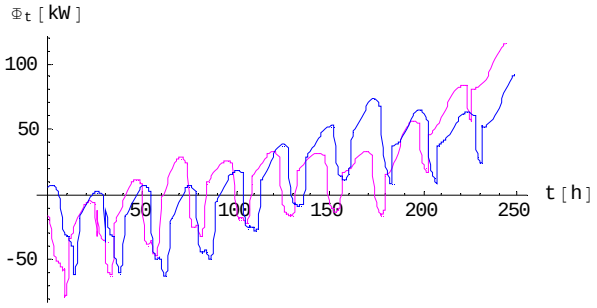


11. i 12. t.c. j

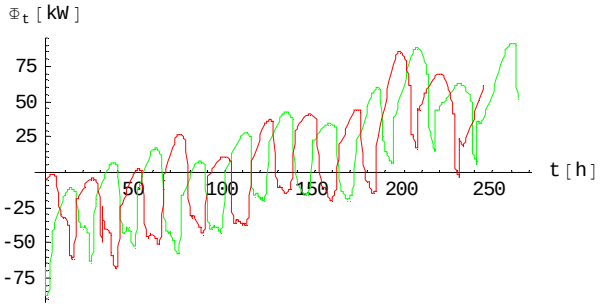
1., 5. i 9 t.c. *2., 6. i 10 t.c.* *3., 7. i 11 t.c.* *4., 8. i 12 t.c.*

*Slika7.4 Toplinsko opterećenje nastamba u odredištima **i** i **j** za karakteristične t.c.-e*

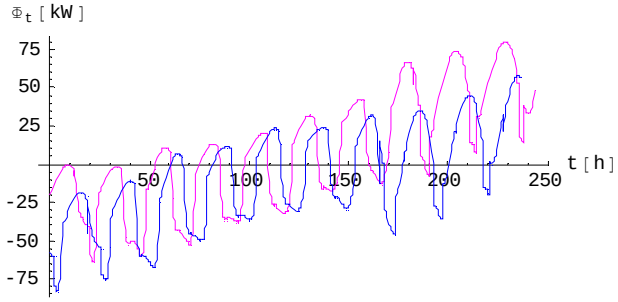
Plovidba broda



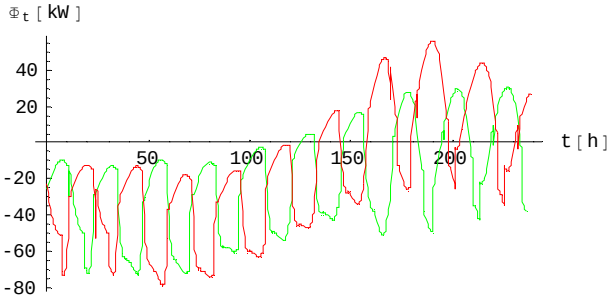
1. i 2. t.c. i→j



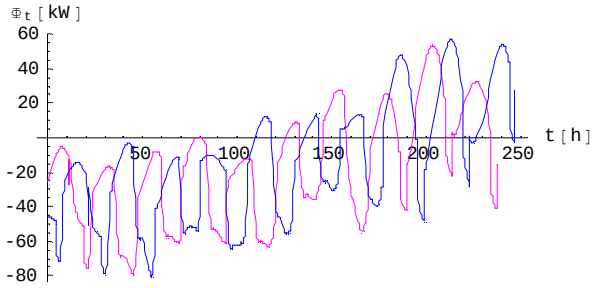
3. i 4. t.c. i→j



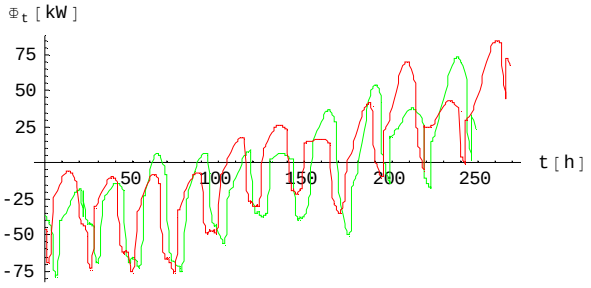
5. i 6. t.c. i→j



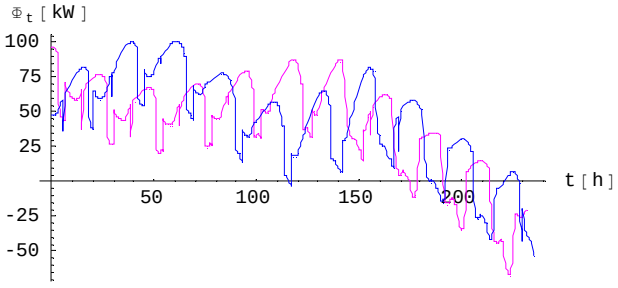
7. i 8. t.c. i→j



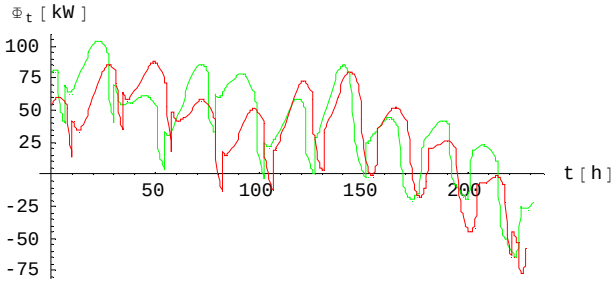
9. i 10. t.c. i→j



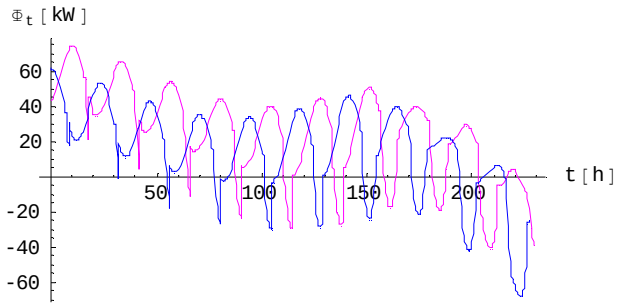
11. i 12. t.c. i→j



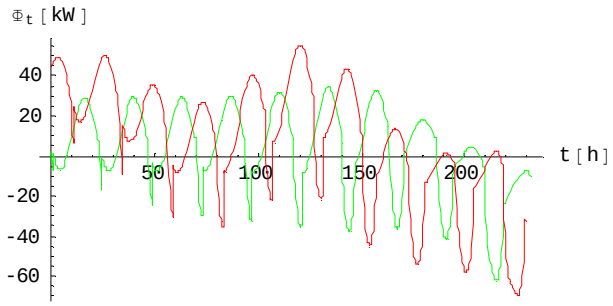
1. i 2. t.c. j→i



3. i 4. t.c. j→i



5. i 6. t.c. j→i



7. i 8. t.c. j→i

1., 5. i 9 t.c. *2., 6. i 10 t.c.* *3., 7. i 11 t.c.* *4., 8. i 12 t.c.*

*Slika 7.5 Toplinsko opterećenje nastamba tijekom plovidbe iz **i** u **j** te iz **j** u **i** za karakte. t.c.-e*

7.2.2 Definiranje mikroklime nastamba

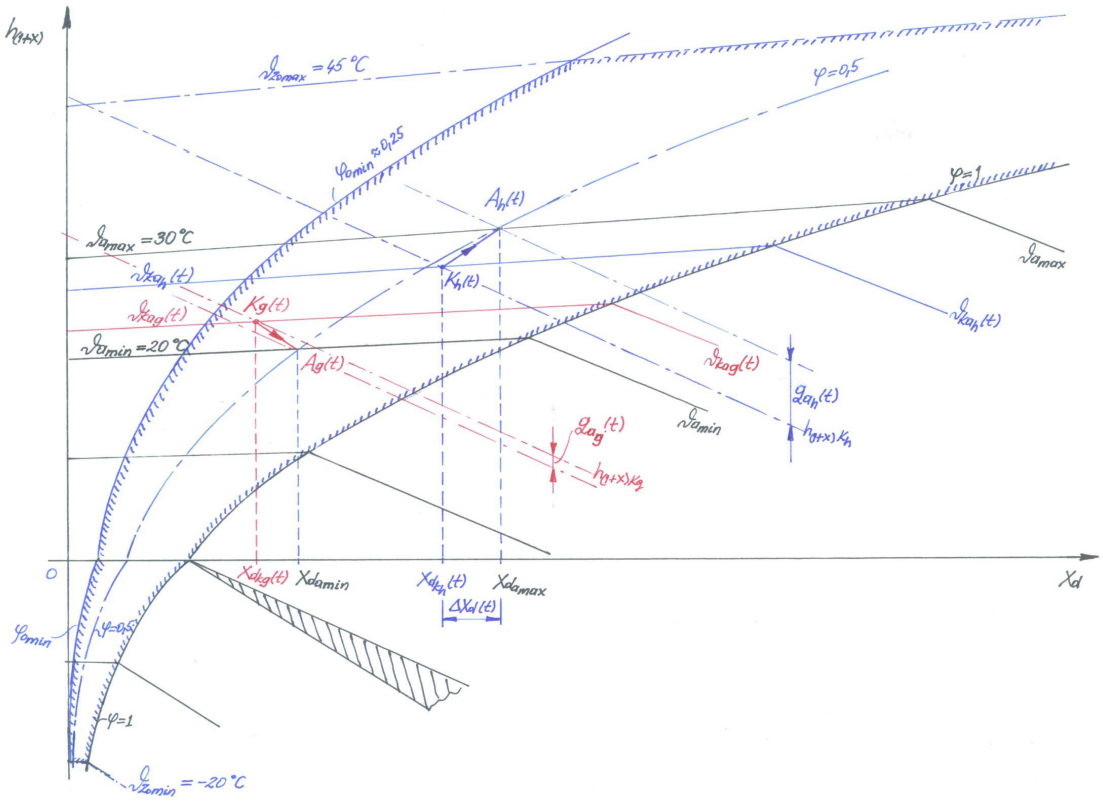
Temperatura $\vartheta_a(t)$ i relativna vlažnost $\varphi_a(t)$ zraka u klimatiziranom prostoru određuju se temeljem kvazstatičke jednadžbe ugode koja obuhvaća cijeli niz faktora, a koji ponajviše ovise o vanjskim (okolišnim) uvjetima te o broju ljudi i njihovom stupnju tjelesne aktivnosti unutar razmatranog prostora. Kako unaprijed nije poznat niti broj ljudi niti njihova aktivnost nadalje se, temeljem iskustveno održavanih temperatura zraka u klimatiziranom prostoru ovisno o nastupajućim vanjskim uvjetima:

$$\vartheta_z = -20^\circ C \rightarrow \vartheta_a = 20^\circ C \qquad \vartheta_z = 38^\circ C \rightarrow \vartheta_a = 27^\circ C$$
$$\vartheta_z = 24^\circ C \rightarrow \vartheta_a = 24^\circ C \qquad \vartheta_z = 45^\circ C \rightarrow \vartheta_{a_{\max}} = 28{,}813^\circ C$$

dobiva aproksimativna funkcijska ovisnost temperature zraka u klimatiziranom prostoru:

$$\vartheta_a(\vartheta_z) = \sum_{i_\vartheta=0}^{2} a_{i_\vartheta} \vartheta_z^{i_\vartheta}(t) = 20{,}7971 + 0{,}0824\,\vartheta_z(t) + 0{,}0021272\,\vartheta_z^2(t) \tag{7.7}$$

dok se za održavanu relativnu vlažnost zraka u klimatiziranom prostoru preporuča vrijednost $\varphi_a = const. \approx 0{,}5$, kako to ilustrira priložena *slika 7.6*.



Slika 7.6 Karakteristični mikroklimatski i okolišni parametri u h-x dijagramu

Nadalje se uz približno konstantni volumenski protok zraka kroz ventilacijsko-klimatizacijski sustav $\dot{V}_{z_{ka}} = const.$, na vremenski promjenljivo toplinsko opterećenje odgovara vremenski promjenljivim temperaturnim prirastom kondicioniranog zraka.

Prije nego li se pristupi postavljanju bilančnih jednadžbi u sustavu za kondicioniranje zraka, pretpostavit će se da su definirani: ukupno toplinsko opterećenje klimatiziranog prostora $\Phi_{t_a}(t)$, maseni protok vlage koja se izlučuje iz klimatiziranog prostora $\dot{m}_{wa}(t)$, te maseni protok svježeg zraka $\dot{m}_1(t)$, koji je pak ovisan o vrsti prostora, broju ljudi i njihovoj aktivnosti u tom prostoru.

Ponajprije se iz bilančne jednadžbe vlage, temeljem pretpostavke da je pri konstantnom volumenskom protoku zraka i njegov maseni protok konstantan tj.

$\dot{m}_{k_a}(t)_{ij} = \dot{m}_{k_a} \approx const.$, za kvazistatički sadržaj vlage $x_{k_a}(t)$ kondicioniranog zraka na ulazu u prostor nastambi dobiva:

$$x_{k_a}(t) = x_a(t) - \frac{\dot{m}_{wa}(t)}{\dot{m}_{k_a}} \tag{7.8}$$

gdje je $x_a(t)$ željeni sadržaj vlage u klimatiziranom prostoru prema izrazu:

$$x_a(t) = 0,622 \frac{p_d(t)}{p_z(t) - p_d(t)} \tag{7.9}$$

Parcijalni tlak vodene pare definira se izrazom:

$$p_{d_a}(t) = \varphi_a \; p_{s_a}(t) \tag{7.10}$$

pri čemu se za tlak zasićenja, korištenjem odgovarajuće aproksimativne funkcijske ovisnosti o temperaturi (unutar temperaturnog raspona $-30 \le \vartheta_z \le 50\,^{\circ}C$), može pisati:

$$p_s(\vartheta_s) = \sum_{j_p=0}^{5} a_{j_p} \vartheta_s^{j_p}(t) \tag{7.11}$$

te se uzimajući u obzir da je $\vartheta_s = \vartheta_a(t)$, supstituiranjem (7.7) u (7.11) dobiva:

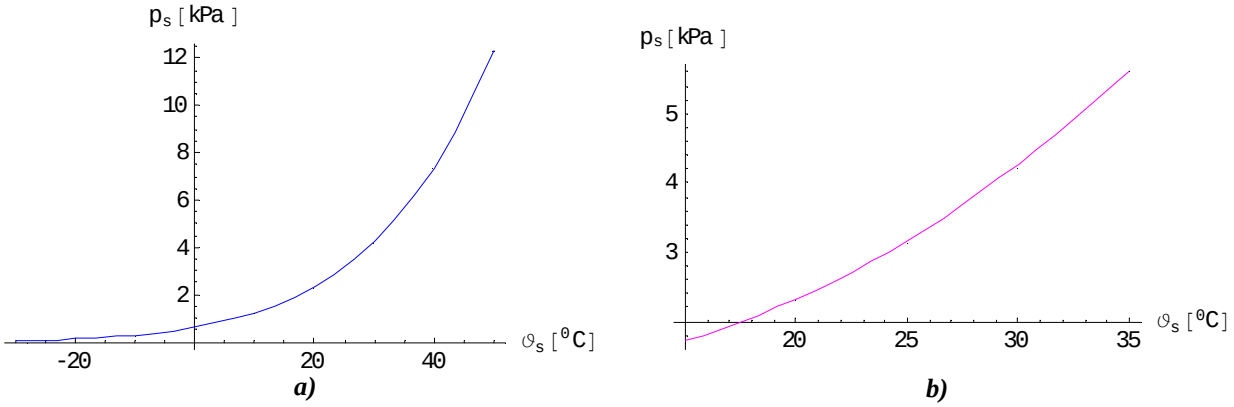
$$p_{s_a}(t) = \sum_{j_p=0}^{5} a_{j_p} \left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2} a_{i_\vartheta} \vartheta_z^{i_\vartheta}(t) \right]^{j_p} \tag{7.12}$$

pa se napokon uvrštavanjem (7.12) u (7.10) za parcijalni tlak vodene pare u vlažnom zraku klimatiziranog prostora dobiva:

$$p_{d_a}(t) = \varphi_a \sum_{j_p=0}^{5} a_{j_p} \left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2} a_{i_\vartheta} \vartheta_z^{i_\vartheta}(t) \right]^{j_p} \tag{7.13}$$

dok se temeljem (7.9) za kvazistatički sadržaj vlage u prostoru nastambi dobiva:

$$x_a(t) = 0,622 \frac{\varphi_a \sum_{j_p=0}^{5} a_{j_p} \left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2} a_{i_\vartheta} \vartheta_z^{i_\vartheta}(t) \right]^{j_p}}{p_{z_a}(t)_{ij} - \varphi_a \sum_{j_p=0}^{5} a_{j_p} \left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2} a_{i_\vartheta} \vartheta_z^{i_\vartheta}(t) \right]^{j_p}} \tag{7.14}$$



Slika 7.7 Aproksimativne ovisnosti $p_s(\vartheta_s)$ *za: a)* $-30\,^{0}C \le \vartheta_s \le 50\,^{0}C$ *i b)* $15\,^{0}C \le \vartheta_s \le 35\,^{0}C$

Sada se za kvazistatički sadržaj vlage kondicioniranog zraka na ulazu prostor nastambi prema (7.8) dobiva:

$$x_{k_a}(t) = 0,622 \frac{\varphi_a \sum_{j_p=0}^{5} a_{j_p} \left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2} a_{i_\vartheta} \vartheta_z^{i_\vartheta}(t) \right]^{j_p}}{p_{z_a}(t) - \varphi_a \sum_{j_p=0}^{5} a_{j_p} \left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2} a_{i_\vartheta} \vartheta_z^{i_\vartheta}(t) \right]^{j_p}} - \frac{\dot{m}_w(t)}{\dot{m}_{k_a}} \tag{7.15}$$

Nadalje se specifična entalpija zraka u klimatizirnom prostoru definira izrazom:

$$h_a(t) = c_{p_z} \vartheta_a(t) + x_a(t) \left[r_o + c_{p_p} \vartheta_a(t) \right] \tag{7.16}$$

pa se supstituiranjem (7.7) i (7.15) u (7.16) dobiva:

$$h_a(t)=c_{p_z}\sum_{i_\vartheta=0}^{2}a_{i_\vartheta}\vartheta_z^{i_\vartheta}(t)+\frac{0,622\varphi_a\left[r_o+c_{p_p}\sum_{i_\vartheta=0}^{2}a_{i_\vartheta}\vartheta_z^{i_\vartheta}(t)\right]\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2}a_{i_\vartheta}\vartheta_z^{i_\vartheta}(t)\right]^{j_p}}{p_{z_a}(t)-\varphi_a\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2}a_{i_\vartheta}\vartheta_z^{i_\vartheta}(t)\right]^{j_p}} \tag{7.17}$$

Kondicionirani zrak osim što uravnotežuje sadržaj vlage u klimatiziranom prostoru a samim tim i nastupajuće latentno toplinsko opterećenje, mora također uravnoteživati i osjetno toplinsko opterećenje prostora, pa se ukupno toplinsko opterećenje $\Phi_{t_a}(t)$ kojeg se uravnotežuje s kondicioniranim zrakom definira izrazom:

$$\Phi_{t_a}(t)=\dot{m}_{k_a}\left[h_{k_a}(t)-h_a(t)\right] \tag{7.18}$$

iz čega se za specifičnu entalpiju kondicioniranog zraka na ulazu u klimatizirani prostor dobiva izraz:

$$h_{k_a}(t)=h_a(t)+\frac{\Phi_{t_a}(t)}{\dot{m}_{k_a}} \tag{7.19}$$

odnosno nakon supstituiranja (7.17) dobiva se prošireni izraz:

$$h_{k_a}(t)=c_{p_z}\sum_{i_\vartheta=0}^{2}a_{i_\vartheta}\vartheta_z^{i_\vartheta}(t)+\frac{0,622\varphi_a\left[r_o+c_{p_p}\sum_{i_\vartheta=0}^{2}a_{i_\vartheta}\vartheta_z^{i_\vartheta}(t)\right]\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2}a_{i_\vartheta}\vartheta_z^{i_\vartheta}(t)\right]^{j_p}}{p_{z_a}(t)-\varphi_a\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2}a_{i_\vartheta}\vartheta_z^{i_\vartheta}(t)\right]^{j_p}}+\frac{\Phi_{t_a}(t)}{\dot{m}_{k_a}} \tag{7.20}$$

7.2.3 Definiranje klimatskih parametara okoliša

Vremenski promjenjivo stanje okolišnog zraka u potpunosti je definirano karakterističnim funkcijskim ovisnostima danim u poglavlju 3, i to: ovisno o nastupajućoj zemljopisnoj širini φ_b i solarnom vremenu $\hat{t}$ $\vartheta_z(\varphi_b,\hat{t})$, $p_z(\varphi_b,\hat{t})$ i $\chi_o(\varphi_b,\hat{t})$, te ovisno relativnom vremenu tijekom karakterističnih operativnih intervala broda: $\vartheta_z(t)_{ij}$, $p_z(t)_{ij}$ i $\chi_o(t)_{ij}$ tijekom plovidbe iz ***i*** u ***j***, $\vartheta_z(t)_{ji}$, $p_z(t)_{ji}$ i $\chi_o(t)_{ji}$ tijekom plovidbe iz ***j*** u ***i***, $\vartheta_z(t)_j$, $p_z(t)_j$, te sa $\chi_o(t)_j$ tijekom boravka broda u odredištu ***i***, i $\vartheta_z(t)_j$, $p_z(t)_j$ i $\chi_o(t)_j$ za boravka u odredištu ***j***.

Kako prije ulaska u jedinicu za kondicioniranje zraka, svježi zrak stanja $\vartheta_z(t)$ i $\chi_o(t)$ prolazi kroz usisne rešetke ili filtre, iz njega se u potpunosti odstranjuju bilo kapljevita voda bilo inje (led), pa se može pretpostaviti da je za slučaj kada je $\chi_o(t)\geq 1$, relativna vlažnost okolišnog zraka neposredno ispred jedinice za kondicioniranje zraka $\varphi_o(t)=1$.

Uzimajući u obzir navedeno, za stupanj zasićenja vlažnog zraka na ulazu u jedinicu za kondicioniranje zraka može se pisati:

$$\chi^{(a)}(t)_{ij}=\frac{1}{2}\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\chi_o(t)-1\right]\right\}+\frac{1}{2}\chi_o(t)\left\{1-\mathrm{sgn}\left[\chi_o(t)-1\right]\right\} \tag{7.21}$$

pa se za sadržaj vlage u okolišnom zraku na ulazu u jedinicu za kondicioniranje dobiva:

$$\tilde{x}_{d_o}(t)=\chi^{(a)}(t)\,x_{s_o}(t)=\frac{1}{2}x_{s_o}(t)\left\{1+\chi_o(t)+\left[1-\chi_o(t)\right]\mathrm{sgn}\left[\chi_o(t)-1\right]\right\} \tag{7.22}$$

I ovdje se korištenjem aproksimativne funkcijske ovisnosti $p_s(\vartheta_s)$, za sadržaj vlage $x_{s_o}(t)$ na liniji zasićenja dobiva:

$$x_{s_o}(t)=0,622\frac{\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\vartheta_z^{j_p}(t)}{p_z(t)-\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\vartheta_z^{j_p}(t)} \tag{7.23}$$

odnosno nakon supstituiranja (7.23) u (7.22) dobiva se za $\tilde{x}_{d_o}(t)$:

$$\tilde{x}_{d_o}(t)=0,311\frac{\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\vartheta_z^{j_p}(t)}{p_z(t)-\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\vartheta_z^{j_p}(t)}\left\{1+\chi_o(t)+\left[1-\chi_o(t)\right]\mathrm{sgn}\left[\chi_o(t)-1\right]\right\} \tag{7.24}$$

Polazeći od definicijskog izraza za specifičnu entalpiju vlažnog uzduha do granice zasićenja kada je $0\le\varphi_o(t)\le 1$, dobiva se supstituiranjem (7.24) u (7.16) za specifičnu entalpiju okolišnog zraka lišenog leda i vode kako slijedi:

$$h_o(t)=c_{p_z}\vartheta_z(t)+\frac{0,311\left[r_o+c_{p_p}\vartheta_z(t)\right]\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\vartheta_z^{j_p}(t)}{p_z(t)-\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\vartheta_z^{j_p}(t)}\left\{1+\chi_o(t)+\left[1-\chi_o(t)\right]\mathrm{sgn}\left[\chi_o(t)-1\right]\right\} \tag{7.25}$$

7.2.4 Definiranje toplinskih veličina mješavine vlažnog zraka

Ovisno o vrsti prostora, broju ljudi u njima i definiranim aktivnostima, dobiva se maseni protok svježeg zraka $\dot{m}_o\approx const.$, pa se temeljem masene bilance zraka i vlage, te energijske bilance za adijabatsko miješanje optočnog i svježeg zraka, dobivaju odgovarajući izrazi za sadržaj vlage i specifičnu entalpiju novonastale mješavine kako slijedi:

$$\dot{m}_{k_a}=\dot{m}_1+\dot{m}_2 \tag{7.26}$$

$$g_o=\frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_{k_a}}=\frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_{k_a}} \tag{7.27}$$

$$x_m(t)=x_a(t)+g_o\left[\tilde{x}_{d_o}(t)-x_a(t)\right] \tag{7.28}$$

$$h_m(t)=h_a(t)\left(1-g_o\right)+g_o h_o(t) \tag{7.29}$$

pa se nakon supstituiranja sadržanih kvazistatičkih veličina: $x_a(t)$, $\tilde{x}_{d_o}(t)$, $h_a(t)$ i $h_o(t)$ dobivaju sljedeći izrazi koji su valjani nad cjelokupnim operativnim intervalom broda:

$$x_m(t)=\left(1-g_o\right)\frac{0,622\varphi_a\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2}a_{i_\vartheta}\vartheta_z^{i_\vartheta}(t)\right]^{j_p}}{p_{z_a}(t)-\varphi_a\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2}a_{i_\vartheta}\vartheta_z^{i_\vartheta}(t)\right]^{j_p}}+\frac{0,311g_o\left\{1+\chi_o(t)+\left[1-\chi_o(t)\right]\mathrm{sgn}\left[\chi_o(t)-1\right]\right\}\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\vartheta_z^{j_p}(t)}{p_{z_a}(t)-\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\vartheta_z^{j_p}(t)} \tag{7.30}$$

$$h_m(t)=\left[\begin{array}{l}\left(1-g_o\right)\left\{c_{p_z}\sum_{i_\vartheta=0}^{2}a_{i_\vartheta}\vartheta_z^{i_\vartheta}(t)+\frac{0,622\varphi_a\left[r_o+c_{p_p}\sum_{i_\vartheta=0}^{2}a_{i_\vartheta}\vartheta_z^{i_\vartheta}(t)\right]\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2}a_{i_\vartheta}\vartheta_z^{i_\vartheta}(t)\right]^{j_p}}{p_{z_a}(t)-\varphi_a\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2}a_{i_\vartheta}\vartheta_z^{i_\vartheta}(t)\right]^{j_p}}\right\}+\\ +g_o\left(c_{p_z}\vartheta_z(t)+\frac{0,311\left[r_o+c_{p_p}\vartheta_z(t)\right]\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\vartheta_z^{j_p}(t)}{p_z(t)-\sum_{j_p=0}^{5}a_{j_p}\vartheta_z^{j_p}(t)}\left\{1+\chi_o(t)+\left[1-\chi_o(t)\right]\mathrm{sgn}\left[\chi_o(t)-1\right]\right\}\right)\end{array}\right] \tag{7.31}$$

7.2.5 Definiranje karakterističnih pogonskih ciklusa postrojenja za kondicioniranje zraka

Kako je tijekom procesa kondicioniranja zraka osim uspostave toplinske ravnoteže, potrebno osigurati i uravnoteženost vlage unutar prostora nastambi, ovisno o razlici nastupajućih funkcijskih ovisnosti $x_{d_m}(t)$ i $x_{d_k}(t)$, prisutna su dva karakteristična pogonska slučaja postrojenja za kondicioniranje zraka, čije se karakteristične procesne veličine dadu jednoznačno funkcijski opisati tek unutar pripadajućih pogonskih intervala.

1. Izlučivanje vlage

U ovom slučaju je $x_{d_k}(t) \le x_{d_m}(t)$, pa je u svrhu postizanja željenog sadržaja vlage $x_{d_k}(t)$ kondicioniranog zraka na ulazu u nastambe potrebno nastalu mješavinu sadržaja vlage $x_{d_m}(t)$ najprije hladiti do odgovarajuće točke rošenja $\vartheta_r(x_{d_k})$, a potom grijati pri $x_{d_k}(t)$ na definiranu temperaturu $\vartheta_{a_k}(t)$. Koncentriranjem toplinskih dobitaka konduktorskog sustava zraka mješavini vlažnog zraka ispred hladnjaka (Φ_{vz} dobici od ventilatora i okružja), kvazistatička toplinska opterećenja hladnjaka i grijača zraka za ovaj pogonski slučaj definiraju se izrazima:

$$\Phi_{rz}(t)^{(1)} = \frac{1}{2}\left\{1+\mathrm{sgn}\left[x_{d_m}(t)-x_{d_k}(t)\right]\right\}\left\{\dot{m}_{k_a}\left[h_r(t)-h_m(t)\right]-\Phi_{vz}\right\} \tag{7.32}$$

$$\Phi_{zz}(t)^{(1)} = \frac{1}{2}\left\{1+\mathrm{sgn}\left[x_{d_m}(t)-x_{d_k}(t)\right]\right\}\dot{m}_{k_a}\left[h_{a_k}(t)-h_r(t)\right] \tag{7.33}$$

dok se temperature zraka na ulazu i izlazu iz hladnjaka i grijača definiraju izrazima:

$$\vartheta'_{z_r}(t)^{(1)} = \frac{1}{2}\left\{1+\mathrm{sgn}\left[x_{d_m}(t)-x_{d_k}(t)\right]\right\}\frac{\dot{m}_{k_a}\left[h_m(t)-r_0\,x_{d_m}(t)\right]+\Phi_{vz}}{\dot{m}_{k_a}\left[c_{p_z}+c_{p_p}x_{d_m}(t)\right]} \tag{7.34}$$

$$\vartheta'_{z_z}(t)^{(1)} = \vartheta''_{z_r}(t)^{(1)} = \frac{1}{2}\left\{1+\mathrm{sgn}\left[x_{d_m}(t)-x_{d_k}(t)\right]\right\}\frac{h_r(t)-r_0 x_{d_k}(t)}{c_{p_z}+c_{p_p}x_{d_k}(t)} \tag{7.35}$$

$$\vartheta''_{z_z}(t)^{(1)} = \frac{1}{2}\left\{1+\mathrm{sgn}\left[x_{d_m}(t)-x_{d_k}(t)\right]\right\}\frac{h_{a_k}(t)-r_0\,x_{d_k}(t)}{c_{p_z}+c_{p_p}x_{d_k}(t)} \tag{7.36}$$

Specifična entalpija u točci rošenja definira se izrazom:

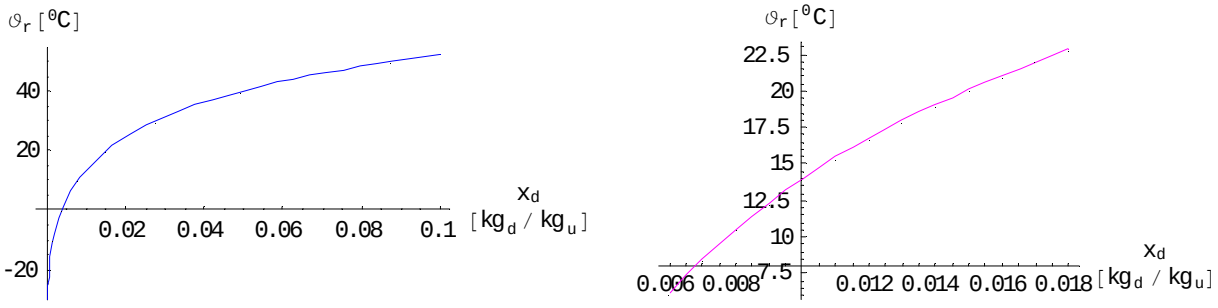
$$h_R(t) = c_{p_z}\vartheta_r(t) + x_{d_k}(t)\left[r_o + c_{p_p}\vartheta_r(t)\right] \tag{7.37}$$

gdje je $\vartheta_r(t)$ nepoznata temperatura rošenja, koja se može definirati aproksimativnom funkcijskom ovisnošću o $x_s(t)$, odnosno o $x_{d_k}(t)$, kako slijedi: za raspon vrijednosti $(0 \le x_{d_k}(t) \le 0{,}1) \Rightarrow (-30\,^oC \le \vartheta_r(t) \le 50\,^oC)$, temperatura rošenja se dobro aproksimira izrazom:

$$\vartheta_r(t) = \sum_{k_x=0}^{m_x} a_{k_x}\left[x_{d_k}(t)\right]^{0{,}25k_x} + b_o \ln\left[1+x_{d_k}^{0{,}275}(t)\right] \tag{7.38}$$

dok se za razmjerno uži raspon vrijednosti sadržaja pare na liniji zasićenja $(0{,}007 \le x_{d_k}(t) \le 0{,}014) \Rightarrow (8\,^oC \le \vartheta_r(t) \le 20\,^oC)$, dobiva pojednostavnjena aproksimativna funkcijska ovisnost:

$$\vartheta_r(t) = \sum_{k_x=0}^{m_x=2} a_{k_x} x_{d_k}^{k_x}(t) \tag{7.39}$$



a) ***b)***

Slika 7.8 Aproksimativne funkcijske ovisnosti $\vartheta_r(x_d)$ *za: a)* $0 \le x_d \le 0{,}01$ *i b)* $0{,}006 \le x_d \le 0{,}018$

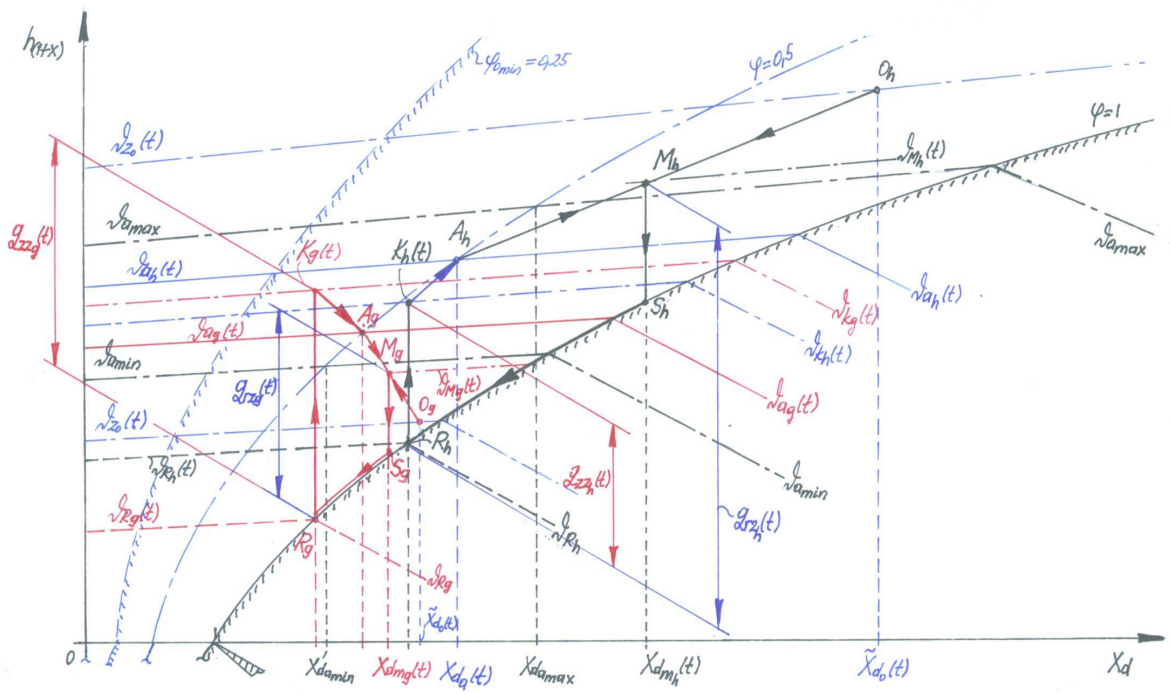
Supstituiranjem (7.39) u (7.37), za specifičnu entalpiju na liniji rošenja, dobiva se izraz:

$$h_R(t) = c_{p_z} \sum_{k_x=0}^{m_x} a_{k_x} x_{d_k}^{k_x}(t) + x_{d_k}(t) \left[r_o + c_{p_p} \sum_{k_x=0}^{m_x} a_{k_x} x_{d_k}^{k_x}(t) \right] \tag{7.40}$$

koji se može svesti na prikladniji oblik:

$$h_R(t) = \sum_{k_x=0}^{(m_x+1)} \tilde{a}_{k_x} x_{d_k}^{k_x}(t) \tag{7.41}$$

gdje je: $$\tilde{a}_0 = c_{p_z} a_0,\ \tilde{a}_1 = c_{p_z} a_1 + \delta_o + c_{p_p} a_o,\ \tilde{a}_2 = c_{p_z} a_2 + c_{p_p} a_1, \ldots, \tilde{a}_{k_x} = c_{p_z} a_{k_x} + c_{p_p} a_{(k_x-1)} \Big\} \tag{7.42}$$



Slika 7.9 Prikaz izlučivanja vlage u h-x dijagramu uz naknadno zagrijavanje

Napokon se uvrštavanjem (7.15) u (7.41) za specifičnu entalpiju na liniji rošenja dobiva izraz:

$$h_R(t) = \sum_{k_x=0}^{(m_x+1)} \tilde{a}_{k_x} \left\{ \frac{0{,}622\varphi_a \sum_{j_p=0}^{5} a_{j_p} \left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2} a_{i_\vartheta} \vartheta_z^{i_\vartheta}(t) \right]^{j_p}}{p_{z_a}(t) - \varphi_a \sum_{j_p=0}^{5} a_{j_p} \left[\sum_{i_\vartheta=0}^{2} a_{i_\vartheta} \vartheta_z^{i_\vartheta}(t) \right]^{j_p}} - \frac{\dot{m}_w(t)}{\dot{m}_{k_a}} \right\}^{k_x} \tag{7.43}$$

2. Ovlaživanje zraka

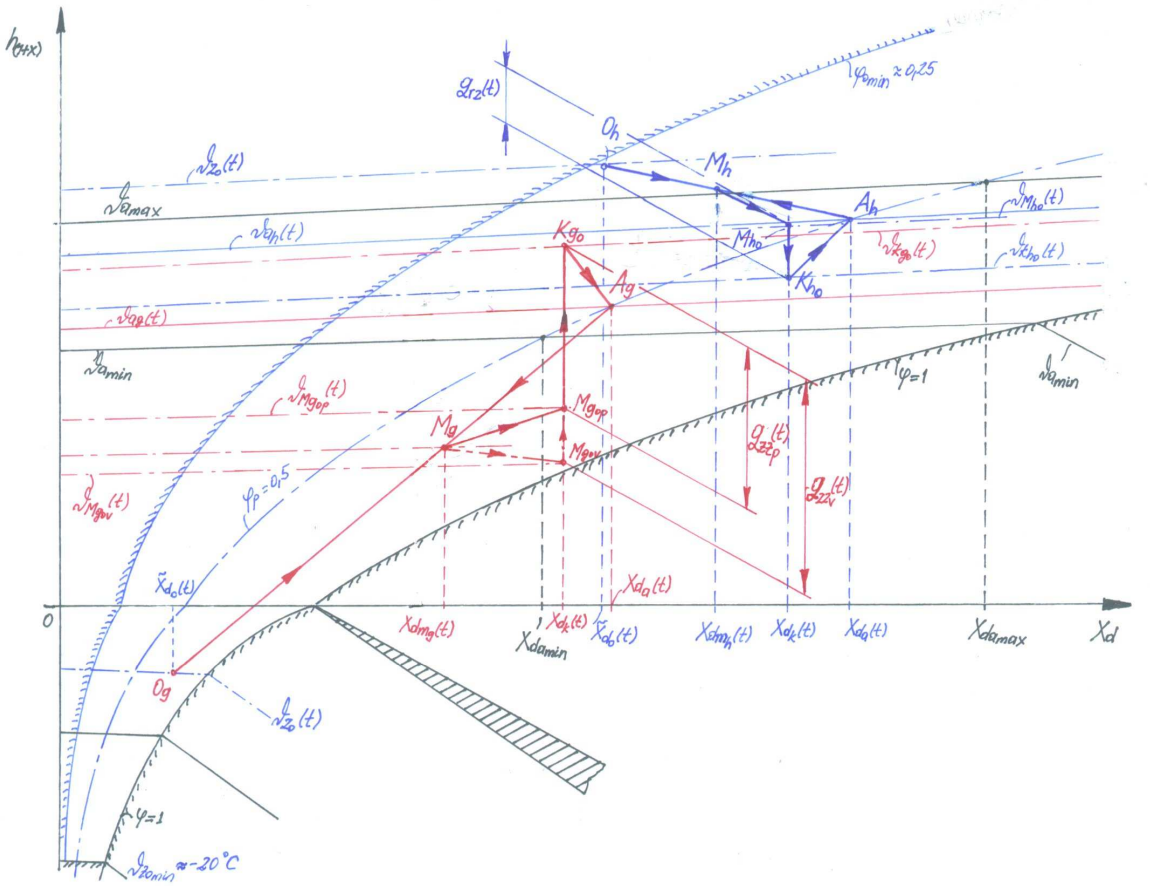
Ovdje je prema priloženoj *slici 7.10* $x_{d_m}(t) \prec x_{d_k}(t)$, $\vartheta_m(t) \prec \vartheta_{a_k}(t)$, pa se sa svrhom dobivanja željenog sadržaja vlage $x_{d_k}(t)$, zrak najprije ovlažuje vodom ili vodenom parom specifične entalpije $h_{v_t}(t)$, pri čemu je njihov kvazistatički maseni protok definiran izrazom:

$$\dot{m}_{v_t}(t)^{(2)} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \operatorname{sgn}\left[x_{d_k}(t) - x_{d_m}(t) \right] \right\} \dot{m}_{k_z} \left[x_{d_k}(t) - x_{d_m}(t) \right] \tag{7.44}$$

dok se uzimanjem u obzir toplinskih dobitaka Φ_{vz} konduktorskog sustava zraka, za specifičnu entalpiju ovlaženog zraka dobiva:

$$h_{m_{ov}}(t) = h_m(t) + \left[x_{d_k}(t) - x_{d_m}(t) \right] h_{v_t}(t) + \frac{\Phi_{vz}}{\dot{m}_{k_a}} \tag{7.45}$$

Ovisno o odnosu između specifičnih entalpija $h_{m_{ov}}(t)$ i $h_{a_k}(t)$, ovlaženi zrak se grije ili hladi pa se tako za kvazistatičke procesne veličine zraka dobiva kako slijedi:



Slika 7.10 Prikaz ovlaživanja u h-x dijagramu uz naknadno zagrijavanje ili hlađenje

<u>*zagrijavanje ovlaženog zraka*</u> $h_{m_{ov}}(t) \prec h_{a_k}(t)$

Polazeći od pretpostavke da se zrak ovlažuje toplom vodom stalne temperature ϑ_{tv} dobivaju se odgovarajući izrazi:

$$\Phi_{zz}(t)^{(2)} = \left[\begin{array}{l} \frac{1}{4}\left(1-\operatorname{sgn}\left\{h_m(t)+c_v\vartheta_{tv}\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]+\frac{\Phi_{vz}}{\dot m_{k_a}}-h_a(t)-\frac{\Phi_{t_a}(t)}{\dot m_{k_a}}\right\}\right)\cdot \\ \cdot\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]\right\}\dot m_{k_a}\left\{h_a(t)-h_m(t)-c_v\vartheta_{tv}\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]\right\}-\Phi_{vz}+\Phi_{t_a}(t) \end{array}\right] \quad (7.46)$$

$$\vartheta'_{z_z}(t)^{(2)} = \left[\begin{array}{l} \frac{1}{4}\left(1-\operatorname{sgn}\left\{h_m(t)+c_v\vartheta_{tv}\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]+\frac{\Phi_{vz}}{\dot m_{k_a}}-h_a(t)-\frac{\Phi_{t_a}(t)}{\dot m_{k_a}}\right\}\right)\cdot \\ \cdot\frac{\dot m_{k_a}\left\{h_m(t)+c_v\vartheta_{tv}\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]-r_0\,x_{d_k}(t)\right\}+\Phi_{vz}}{\dot m_{k_a}\left[c_{p_z}+c_{p_p}x_{d_k}(t)\right]}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]\right\} \end{array}\right] \quad (7.47)$$

$$\vartheta''_{z_z}(t)^{(2)} = \vartheta_{a_k}(t) = \left[\begin{array}{l} \frac{1}{4}\frac{\dot m_{k_a}\left[h_a(t)-r_0x_{d_k}(t)\right]+\Phi_{t_a}(t)}{\dot m_{k_a}\left[c_{p_z}+c_{p_p}x_{d_k}(t)\right]}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]\right\}\cdot \\ \cdot\left(1-\operatorname{sgn}\left\{h_m(t)+c_v\vartheta_{tv}\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]+\frac{\Phi_{vz}}{\dot m_{k_a}}-h_a(t)-\frac{\Phi_{t_a}(t)}{\dot m_{k_a}}\right\}\right) \end{array}\right] \quad (7.48)$$

<u>*hlađenje ovlaženog zraka*</u> $h_{m_{ov}}(t) \succ h_{a_k}(t)$

Polazeći od pretpostavke ta se zrak ovlažuje vodom ambijentalne temperature $\vartheta_v(t)$ dobivaju se odgovarajući izrazi:

$$\Phi_{rz}(t)^{(2)} = \left[\begin{array}{c} \frac{1}{4}\left\{\dot{m}_{k_a}\left[h_a(t)-h_{m_{ov}}(t)\right]+\Phi_{t_a}(t)\right\}\left\{1+\mathrm{sgn}\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]\right\}\cdot \\ \cdot\left(1+\mathrm{sgn}\left\{h_m(t)+\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]c_v\vartheta_v(t)+\frac{\Phi_{vz}}{\dot{m}_{k_a}}-h_a(t)-\frac{\Phi_{t_a}(t)}{\dot{m}_{k_a}}\right\}\right) \end{array} \right] \tag{7.49}$$

$$\vartheta'_{z_r}(t)^{(2)} = \left[\begin{array}{c} \frac{\dot{m}_{k_a}\left\{h_m(t)+\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]c_v\vartheta_v(t)-r_0\,x_{d_k}(t)\right\}+\Phi_{vz}}{\dot{m}_{k_a}\left[c_{p_z}+c_{p_p}x_{d_k}(t)\right]}\left\{1+\mathrm{sgn}\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]\right\}\cdot \\ \cdot\frac{1}{4}\left(1+\mathrm{sgn}\left\{h_m(t)+\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]c_v\vartheta_v(t)+\frac{\Phi_{vz}}{\dot{m}_{k_a}}-h_a(t)-\frac{\Phi_{t_a}(t)}{\dot{m}_{k_a}}\right\}\right) \end{array} \right] \tag{7.50}$$

$$\vartheta''_{z_r}(t)^{(3)} = \frac{1}{4}\vartheta_{a_k}(t)\left\{1+\mathrm{sgn}\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]\right\}\left(1+\mathrm{sgn}\left\{h_m(t)+\left[x_{d_k}(t)-x_{d_m}(t)\right]c_v\vartheta_v(t)+\frac{\Phi_{vz}}{\dot{m}_{k_a}}-h_a(t)-\frac{\Phi_{t_a}(t)}{\dot{m}_{k_a}}\right\}\right) \tag{7.51}$$

Ovako postavljeni izrazi za procesne veličine postrojenja za kondicioniranje zraka, valjani su nad cjelokupnim operativnim intervalom broda, pa se jednostavno njihovim sumiranjem dobivaju odgovarajuće funkcijske ovisnosti koje u potpunosti definiraju kvazistatičke procesne veličine u hladnjaku i grijaču zraka, kako slijedi:

$$\Phi_{rz}(t) = \Phi_{rz}(t)^{(1)} + \Phi_{rz}(t)^{(2)} \tag{7.52}$$

$$\vartheta'_{z_r}(t) = \vartheta'_{z_r}(t)^{(1)} + \vartheta'_{z_r}(t)^{(2)} \tag{7.53}$$

$$\vartheta''_{z_r}(t) = \vartheta''_{z_r}(t)^{(1)} + \vartheta''_{z_r}(t)^{(2)} \tag{7.54}$$

$$\Phi_{zz}(t) = \Phi_{zz}(t)^{(1)} + \Phi_{zz}(t)^{(2)} \tag{7.55}$$

$$\vartheta'_{z_z}(t) = \vartheta'_{z_z}(t)^{(1)} + \vartheta'_{z_z}(t)^{(2)} \tag{7.56}$$

$$\vartheta''_{z_z}(t) = \vartheta''_{z_z}(t)^{(1)} + \vartheta''_{z_z}(t)^{(2)} \tag{7.57}$$

7.2.5 Kvazistatičke veličine hladnjaka i grijača zraka

Polazeći od pretpostavke da brod službuje između dvaju konačnih odredišta ***i*** i ***j***, kada su zemljopisna širina φ_b i duljina μ_b u čvrstom odnosu, tada se prethodno navedene funkcijske ovisnosti dadu svesti na funkcijske ovisnosti o solarnom vremenu $\hat{t}$ i zemljopisnoj širini φ_b, kako slijedi:

$$\Phi_r(t) = \Phi_r(\varphi_b, \hat{t}) \tag{7.58}$$

$$\Phi_z(t) = \Phi_z(\varphi_b, \hat{t}) \tag{7.59}$$

$$\vartheta'_{z_r}(t) = \vartheta'_{z_r}(\varphi_b, \hat{t}) \tag{7.60}$$

$$\vartheta''_{z_r}(t) = \vartheta''_{z_r}(\varphi_b, \hat{t}) \tag{7.61}$$

$$\vartheta'_{z_z}(t) = \vartheta'_{z_z}(\varphi_b, \hat{t}) \tag{7.62}$$

$$\vartheta''_{z_z}(t) = \vartheta''_{z_z}(\varphi_b, \hat{t}) \tag{7.63}$$

pa se njihovim maksimiziranjem (minimiziranjem) dobivaju ekstremne vrijednosti, temeljem kojih se dimenzioniraju hladnjak i grijač zraka, te isparivač *litij-bromidnog ARU-a*.

Hladnjak zraka

Temeljem minimalnog toplinskog opterećenja hladnjaka $\Phi_{r_{\min}}$ i nastupajućih temperatura $\vartheta'_{z_r}(\Phi_{r_{\min}})$ i $\vartheta''_{z_r}(\Phi_{r_{\min}})$, uzimajući da je srednja logaritamska temperaturna razlika $\Delta\vartheta_{m_{rz}} = 10 \div 15^0 C$, za toplinsku prolaznost hladnjaka protusmjerne izvedbe dobiva se:

$$K_{rz} = (kA)_{rz} = \frac{\left|\Phi_{r_{\min}}\right|}{\Delta\vartheta_{m_{rz}}} = -\frac{\Phi_{r_{\min}}}{\vartheta'_{z_n} - \vartheta''_{v_n} - \vartheta''_{z_n} + \vartheta'_{v_n}} \ln\left(\frac{\vartheta'_{z_n} - \vartheta''_{v_n}}{\vartheta''_{z_n} - \vartheta'_{v_n}}\right) \tag{7.64}$$

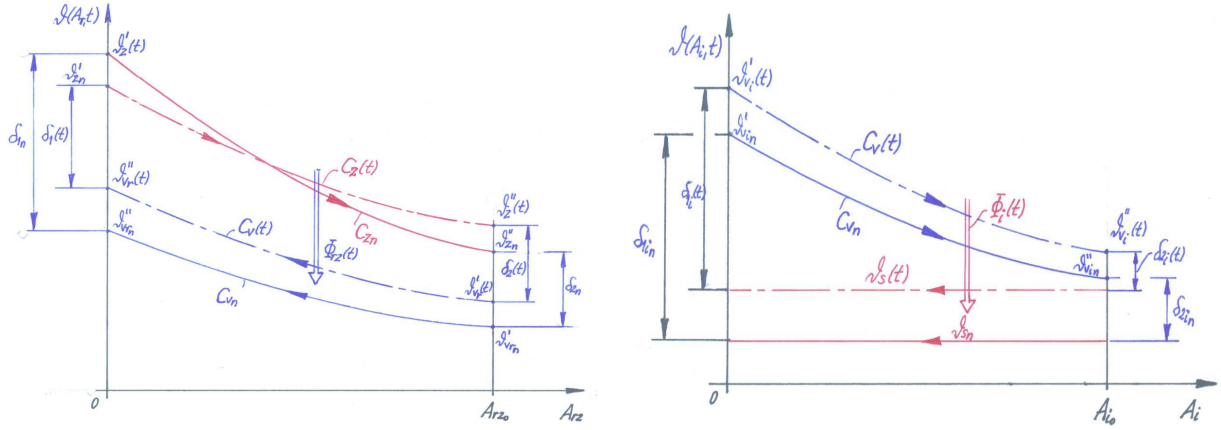
gdje su ϑ'_{z_n}, ϑ''_{z_n}, ϑ'_{v_n} i ϑ''_{v_n} nazivne temperature zraka i vode, na ulazu i izlazu iz hladnjaka.

Kvazistatičke ravnotežne temperature rashladne slatke vode u hladnjaku zraka uz njihove postojane masene protoke, te uz postojanu toplinsku prolaznost hladnjaka definiraju se izrazima:

$$\vartheta'_{v_r}(t) = \vartheta'_{v_r}(t)^{(1)} + \vartheta'_{v_r}(t)^{(2)} \tag{7.65}$$

$$\vartheta''_{v_r}(t) = \vartheta''_{v_r}(t)^{(1)} + \vartheta''_{v_r}(t)^{(2)} \tag{7.66}$$

gdje su: $\vartheta'_{v_r}(t)^{(1)}$, $\vartheta''_{v_r}(t)^{(1)}$ i $\vartheta'_{v_r}(t)^{(2)}$, $\vartheta''_{v_r}(t)^{(2)}$ kvazistatičke ravnotežne temperature tijekom izlučivanja prekomjerne vlage, te tijekom procesa ovlaživanja.



a) ***b)***

Slika 7.11 Prikaz kvazistatičkih temperatura: a) zraka i rashladne slatke vode u hladnjaku te b) rashladne slatke vode i rashladne pare u isparivaču litij-bromidnog ARU-a

Tijekom izlučivanja vlage i ovlaživanja kapaciteti struja zraka definiraju se izrazima:

$$C_z^{(1)} = \frac{\Phi_{rz}^{(1)}(t)}{\vartheta''_z(t)^{(1)} - \vartheta'_z(t)^{(1)}} = \frac{1}{2}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_m(t)-x_a(t)\right]\right\}\dot{m}_z\left[h_r(t)-h_m(t)\right]\left[\frac{h_r(t)-r_0x_a(t)}{c_{p_z}+c_{p_p}x_a(t)} - \frac{h_m(t)-r_0x_m(t)}{c_{p_z}+c_{p_p}x_m(t)}\right]^{-1} \tag{7.67}$$

$$C_z^{(2)} = \frac{\Phi_{rz}^{(2)}(t)}{\vartheta''_z(t)^{(2)} - \vartheta'_z(t)^{(2)}} = \frac{1}{4}\left\{1-\operatorname{sgn}\left[x_m(t)-x_a(t)\right]\right\}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[h_m(t)-h_k(t)\right]\right\}\dot{m}_z\left[c_{p_z}+c_{p_p}x_a(t)\right] \tag{7.68}$$

pa se uzimajući u obzir da su kvazistatičke temperature rashladne slatke vode na krajevima hladnjaka definirane izrazima:

$$\vartheta'_{v_r}(t) = \vartheta'_z(t) - \left[\vartheta'_z(t) - \vartheta''_z(t)\right]\frac{C_v - C_z(t)\exp\left[K_{rz}\left(\frac{1}{C_v}-\frac{1}{C_z(t)}\right)\right]}{C_v\left\{1-\exp\left[K_{rz}\left(\frac{1}{C_v}-\frac{1}{C_z(t)}\right)\right]\right\}} \tag{7.69}$$

$$\vartheta''_{v_r}(t) = \vartheta'_z(t) + \frac{\left[C_z(t)-C_v\right]\left[\vartheta'_z(t)-\vartheta''_z(t)\right]}{C_v\left\{1-\exp\left[K_{rz}\left(\frac{1}{C_v}-\frac{1}{C_z(t)}\right)\right]\right\}} \tag{7.70}$$

uvrštavanjem (7.67) i (7.68), za temperature rashladne vode u hladnjaku dobivaju se izrazi:

$$\vartheta'_{v_r}(t)^{(1)} = \vartheta'_z(t)^{(1)} - \frac{C_v\left[\vartheta'_z(t)^{(1)} - \vartheta''_z(t)^{(1)}\right] + \Phi_{rz}^{(1)}(t)\exp\left\{K_{rz}\left[\frac{1}{C_v} + \frac{\vartheta'_z(t)^{(1)} - \vartheta''_z(t)^{(1)}}{\Phi_{rz}^{(1)}(t)}\right]\right\}}{C_v\left(1-\exp\left\{K_{rz}\left[\frac{1}{C_v} + \frac{\vartheta'_z(t)^{(1)} - \vartheta''_z(t)^{(1)}}{\Phi_{rz}^{(1)}(t)}\right]\right\}\right)} \tag{7.71}$$

$$\vartheta'_{v_r}(t)^{(2)} = \vartheta'_z(t)^{(2)} - \frac{C_v\left[\vartheta'_z(t)^{(2)} - \vartheta''_z(t)^{(2)}\right] + \Phi_{rz}^{(2)}(t)\exp\left\{K_{rz}\left[\frac{1}{C_v} + \frac{\vartheta'_z(t)^{(2)} - \vartheta''_z(t)^{(2)}}{\Phi_{rz}^{(2)}(t)}\right]\right\}}{C_v\left(1-\exp\left\{K_{rz}\left[\frac{1}{C_v} + \frac{\vartheta'_z(t)^{(2)} - \vartheta''_z(t)^{(2)}}{\Phi_{rz}^{(2)}(t)}\right]\right\}\right)} \tag{7.72}$$

$$\vartheta''_{v_r}(t)^{(1)} = \vartheta'_z(t)^{(1)} - \frac{\Phi^{(1)}_{rz}(t) + C_v\left[\vartheta'_z(t)^{(1)} - \vartheta''_z(t)^{(1)}\right]}{C_v\left(1-\exp\left\{K_{rz}\left[\frac{1}{C_v} + \frac{\vartheta'_z(t)^{(1)} - \vartheta''_z(t)^{(1)}}{\Phi^{(1)}_{rz}(t)}\right]\right\}\right)} \tag{7.73}$$

$$\vartheta''_{v_r}(t)^{(2)} = \vartheta'_z(t)^{(2)} - \frac{\Phi^{(2)}_{rz}(t) + C_v\left[\vartheta'_z(t)^{(2)} - \vartheta''_z(t)^{(2)}\right]}{C_v\left(1-\exp\left\{K_{rz}\left[\frac{1}{C_v} + \frac{\vartheta'_z(t)^{(2)} - \vartheta''_z(t)^{(2)}}{\Phi^{(1)}_{rz}(t)}\right]\right\}\right)} \tag{7.74}$$

Isparivač

Temeljem minimalnog toplinskog opterećenja hladnjaka $\Phi_{r_{\min}}$ i nastupajućih temperatura $\vartheta'_{z_r}(\Phi_{r_{\min}})$ i $\vartheta''_{z_r}(\Phi_{r_{\min}})$, uzimajući da je srednja logaritamska temperaturna razlika $\Delta\vartheta_{m_{rz}} = 10 \div 15^0 C$, za toplinsku prolaznost isparivača dobiva se:

$$K_i = (kA)_i = \frac{\left|\Phi_{i_{\min}}\right|}{\Delta\vartheta_{m_i}} = -\frac{\Phi_{i_{\min}}}{\vartheta'_{v_{in}} - \vartheta''_{v_{in}}} \ln\left(\frac{\vartheta'_{v_{in}} - \vartheta_{s_n}}{\vartheta''_{v_{in}} - \vartheta_{s_n}}\right) \tag{7.75}$$

gdje su $\vartheta'_{v_{in}}$ i $\vartheta''_{v_{in}}$ nazivne temperature rashladne slatke vode na ulazu i izlazu iz isparivača, dok je ϑ_{s_n} nazivna temperatura zasićenja hladitelja u isparivaču.

Nastupajuće kvazistatičko toplinsko opterećenje isparivača $\Phi_i(t)$ uravnotežuje se mijenjanjem temperature zasićenja hladitelja prema izrazu:

$$\vartheta_s(t)^{(1)} = \vartheta''_{v_i}(t)^{(1)} - \frac{\Phi_i(t)^{(1)}}{C_v\left[1-\exp\left(K_i/C_v\right)\right]} = \vartheta'_{v_i}(t)^{(1)} - \frac{\Phi_i(t)^{(1)}\exp\left(K_i/C_v\right)}{C_v\left[1-\exp\left(K_i/C_v\right)\right]} \tag{7.76}$$

Uzimajući u obzir toplinske dobitke od pumpe i višetemperiranog okružja Φ_{pv}, za kvazistatičko rashladno opterećenje isparivača se dobiva:

$$\Phi_i(t) = \Phi_{rz}(t) - \Phi_{pv} \tag{7.77}$$

dok se koncentriranjem toplinskih dobitaka na strani, ohlađenoj vodi na izlazu iz isparivača (vidi *slike 7.2 i 7.11b*), za njenu kvazistatičku temperaturu dobiva:

$$\vartheta''_{v_i}(t) = \vartheta'_{v_r}(t) - \frac{\Phi_{pv}}{C_v} \tag{7.78}$$

Kvazistatička ravnotežna temperatura pare hladitelja u isparivaču definira se izrazom:

$$\vartheta_s(t) = \vartheta'_{v_i}(t) - \frac{\Phi_i(t)\exp\left(K_i/C_v\right)}{C_v\left[1-\exp\left(K_i/C_v\right)\right]} \tag{7.79}$$

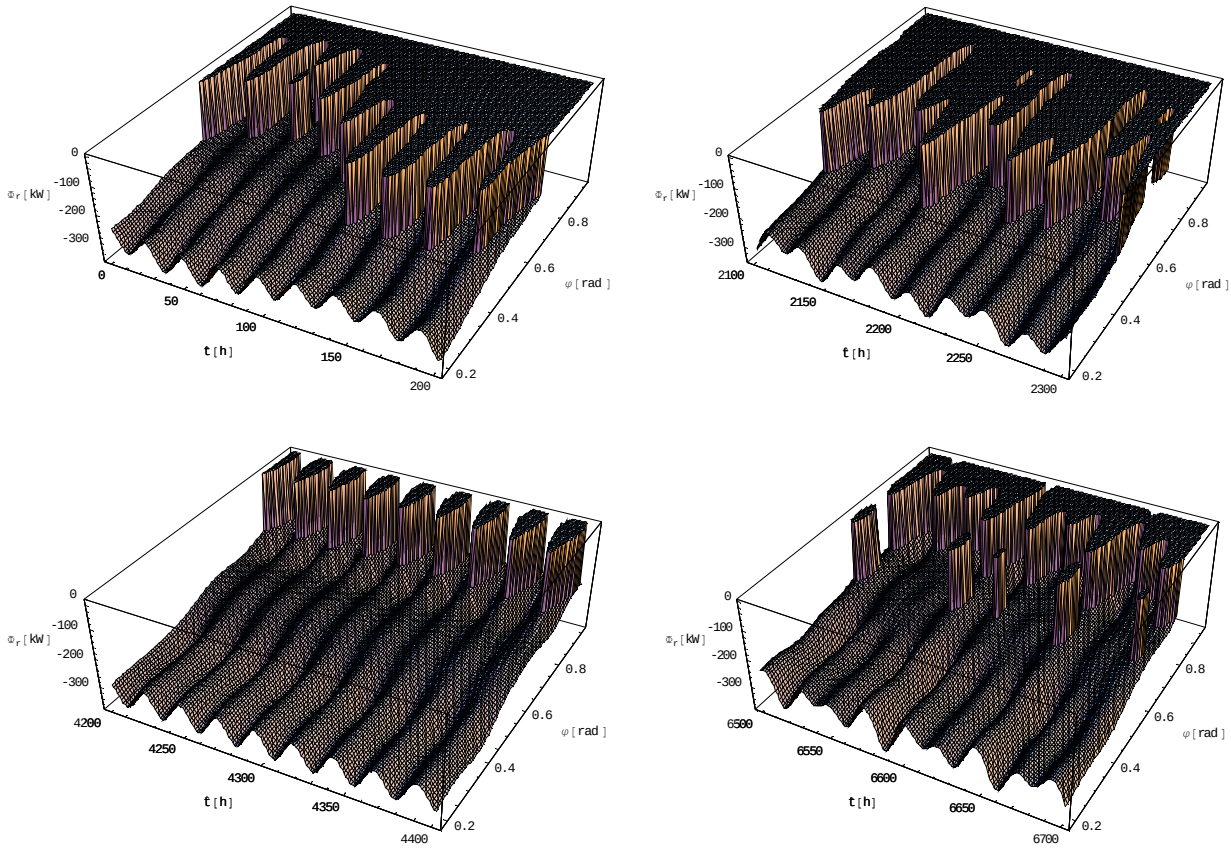
pa se za slučaj izlučivanja vlage i ovlaživanja, kada je $\vartheta'_{v_i}(t)^{(1)} = \vartheta''_{v_r}(t)^{(1)}$ dobivaju odgovarajući izrazi, kako slijedi:

$$\vartheta_s(t)^{(1)} = \vartheta''_{v_r}(t)^{(1)} - \frac{\left[\Phi_{rz}(t)^{(1)} - \Phi_{pv}\right]\exp\left(K_i/C_v\right)}{C_v\left[1-\exp\left(K_i/C_v\right)\right]} \tag{7.80}$$

$$\vartheta_s(t)^{(2)} = \vartheta''_{v_r}(t)^{(2)} - \frac{\left[\Phi_{rz}(t)^{(2)} - \Phi_{pv}\right]\exp\left(K_i/C_v\right)}{C_v\left[1-\exp\left(K_i/C_v\right)\right]} \tag{7.81}$$

$$\vartheta_s(t)^{(1)} = \vartheta'_z(t)^{(1)} - \frac{C_v\left[\vartheta'_z(t)^{(1)} - \vartheta''_z(t)^{(1)}\right] + \Phi^{(1)}_{rz}(t)\exp\left\{K_{rz}\left[\frac{1}{C_v} + \frac{\vartheta'_z(t)^{(1)} - \vartheta''_z(t)^{(1)}}{\Phi^{(1)}_{rz}(t)}\right]\right\}}{C_v\left(1-\exp\left\{K_{rz}\left[\frac{1}{C_v} + \frac{\vartheta'_z(t)^{(1)} - \vartheta''_z(t)^{(1)}}{\Phi^{(1)}_{rz}(t)}\right]\right\}\right)} - \frac{\left[\Phi_{rz}(t)^{(1)} - \Phi_{pv}\right]\exp\left(K_i/C_v\right)}{C_v\left[1-\exp\left(K_i/C_v\right)\right]} \tag{7.82}$$

$$\vartheta_s(t)^{(2)} = \vartheta'_z(t)^{(2)} - \frac{C_v\left[\vartheta'_z(t)^{(2)} - \vartheta''_z(t)^{(2)}\right] + \Phi^{(2)}_{rz}(t)\exp\left\{K_{rz}\left[\frac{1}{C_v} + \frac{\vartheta'_z(t)^{(2)} - \vartheta''_z(t)^{(2)}}{\Phi^{(2)}_{rz}(t)}\right]\right\}}{C_v\left(1-\exp\left\{K_{rz}\left[\frac{1}{C_v} + \frac{\vartheta'_z(t)^{(2)} - \vartheta''_z(t)^{(2)}}{\Phi^{(1)}_{rz}(t)}\right]\right\}\right)} - \frac{\left[\Phi_{rz}(t)^{(2)} - \Phi_{pv}\right]\exp\left(K_i/C_v\right)}{C_v\left[1-\exp\left(K_i/C_v\right)\right]} \tag{7.83}$$



Slika 7.12 Toplinsko opterećenje hladnjaka za četiri karakteristična vremenska intervala nad razmatranom plovidbenom rutom tijekom izlučivanja prekomjerne vlage

Grijač zraka

Grijač zraka može biti parni ili toplo-vodni protusmjerne izvedbe, pa se temeljem maksimalno nastupajućeg toplinskog opterećenja $\Phi_{z_{max}}$ i odgovarajućih temperatura $\vartheta'_{z_z}(\Phi_{z_{max}})$ i $\vartheta''_{z_z}(\Phi_{z_{max}})$, za toplinske prolaznosti dobiva:

<u>*toplo-vodni grijač*</u> (npr. grijanje kondenzatom iz mlakog zdenca):

$$K_{zv} = (kA)_{zv} = \frac{\Phi_{z_{max}}}{\Delta\vartheta_{m_{zv}}} \tag{7.84}$$

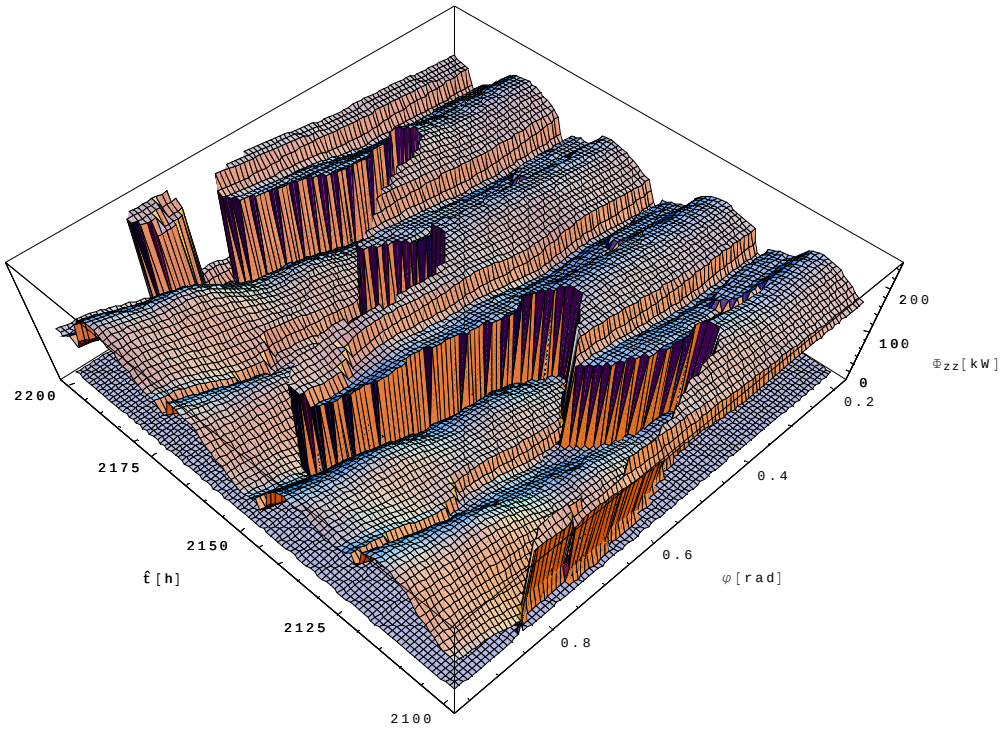
<u>*parni grijač*</u> (niskotlačna para):

$$K_{zp} = (kA)_{zp} = \frac{\Phi_{z_{max}}}{\Delta\vartheta_{m_{zp}}} \tag{7.85}$$

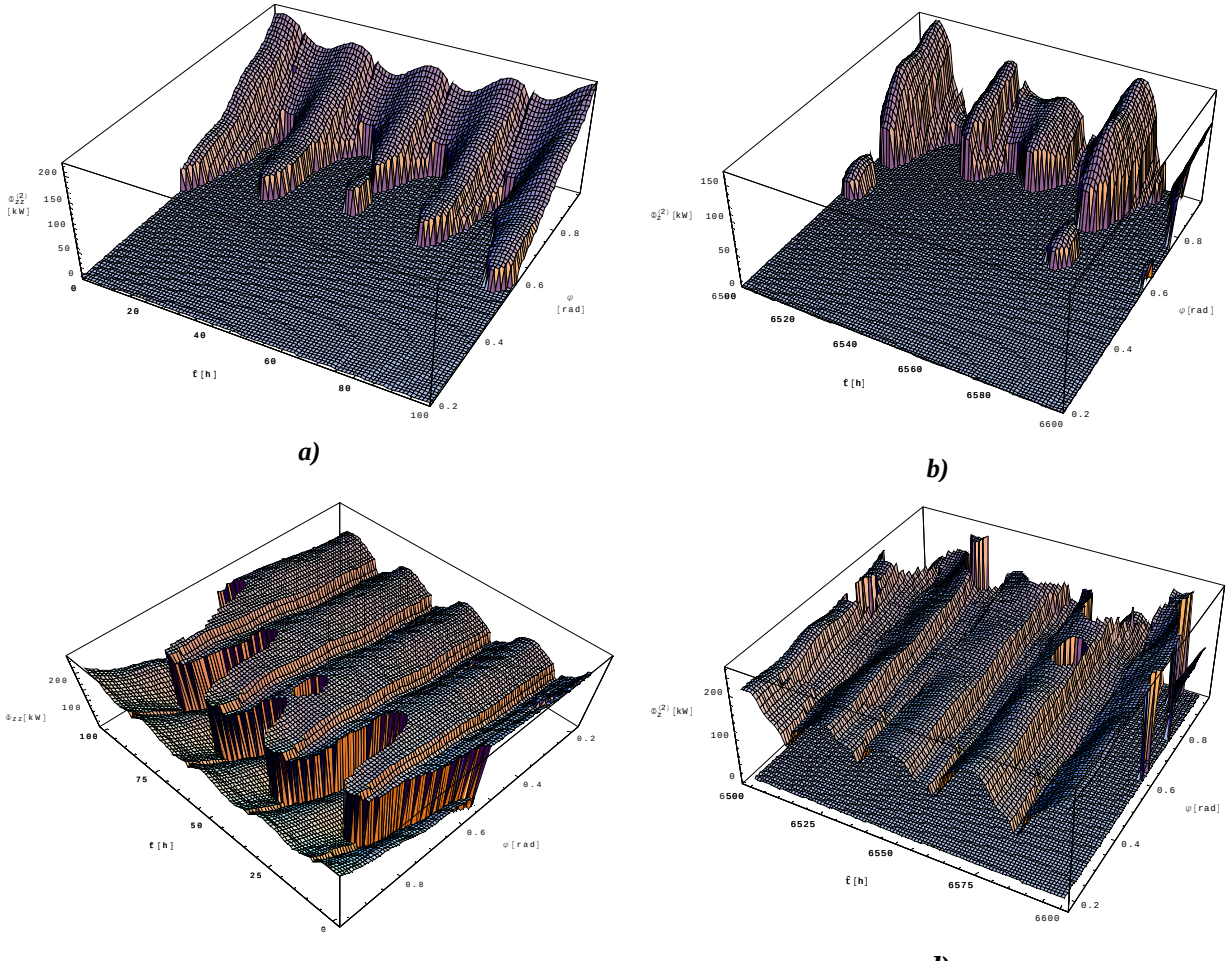
gdje se za sadržane srednje logaritamske temperaturne razlike preporučuju iskustvene vrijednosti $\Delta\vartheta_{m_{zv}} \approx 20\,^oC$ i $\Delta\vartheta_{m_{zp}} \approx 25\,^oC$.

Nastupajuće kvazistatičko toplinsko opterećenje, uz približno konstantne protoke tople vode i zraka, uravnotežuje se reguliranjem temperature tople vode, tako da se topla voda na izlazu iz grijača zraka po potrebi jednim dijelom recirkulira pumpom, dok se drugim dijelom vodi ka pripadajućem ogrjevnom spremniku.

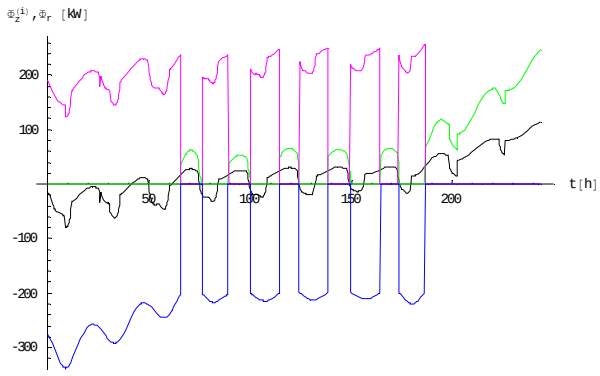
Nadalje se daje dijagramski prikaz toplinskog opterećenja grijača tijekom procesa ovlaživanja, kao i ukupnog toplinskog opterećenja grijača (i tijekom procesa ovlaživanja i izlučivanja vlage). Ovi dijagrami, slično kao i oni za hladnjak, korisni su pri određivanju odgovarajućih ekstremnih toplinskih opterećenja nad razmatranom plovidbenom rutom, jer se upravo temeljem njih dimenzioniranju grijač, odnosno hladnjak zraka.



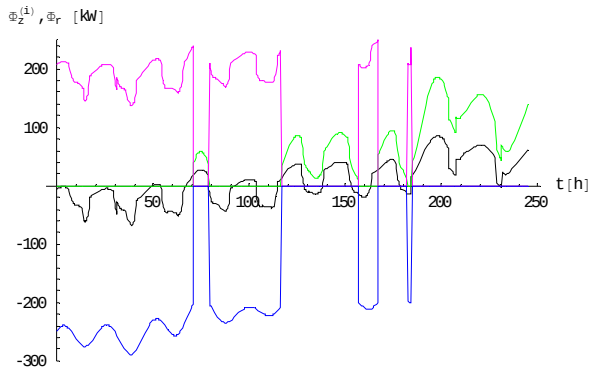
Slika 7.13 Ukupno toplinsko opterećenje grijača zraka za $2100 \le \hat{t} \le 2200$



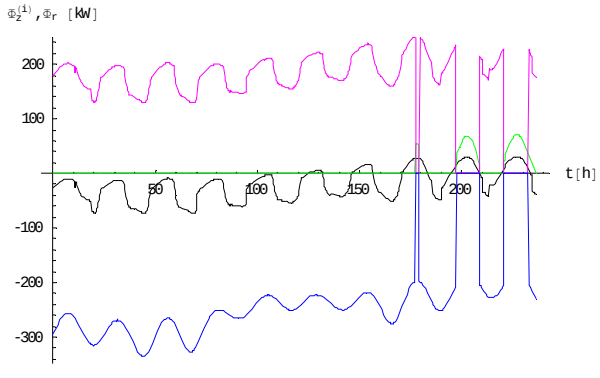
Slika 7.14 Toplinsko opterećenje grijača: tijekom ovlaživanja zraka a) i b) te ukupno c) i d)



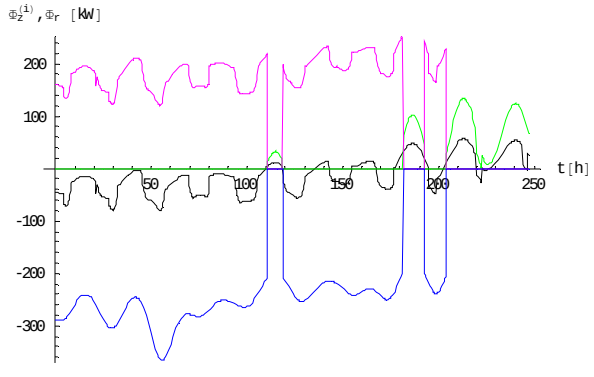
1. t.c. i-j



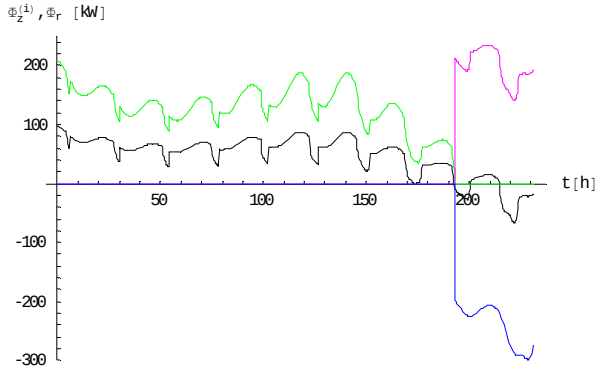
4.t.c. i-j



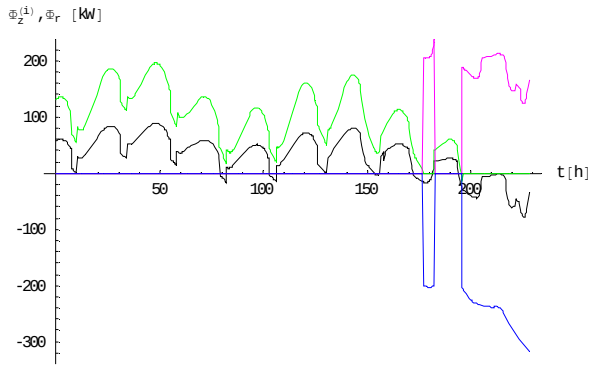
7.t.c. i-j



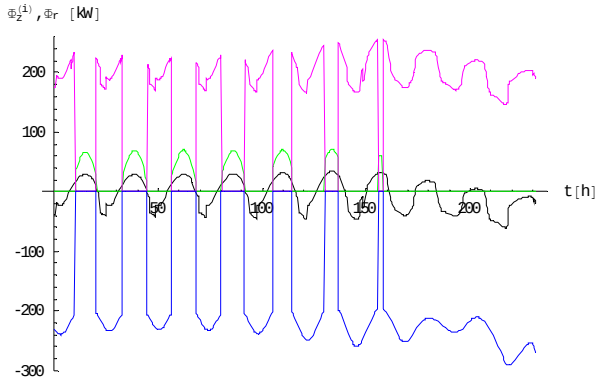
10.t.c. i-j



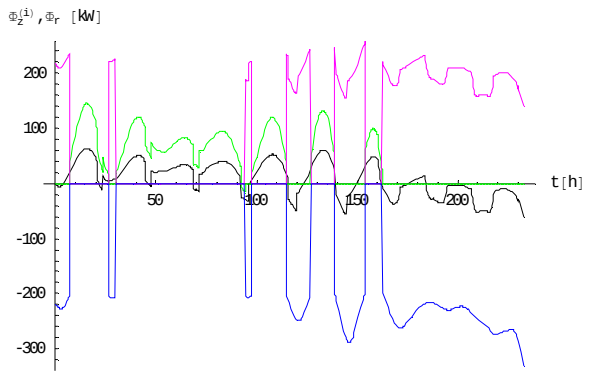
1.t.c. j-i



4.t.c. j-i



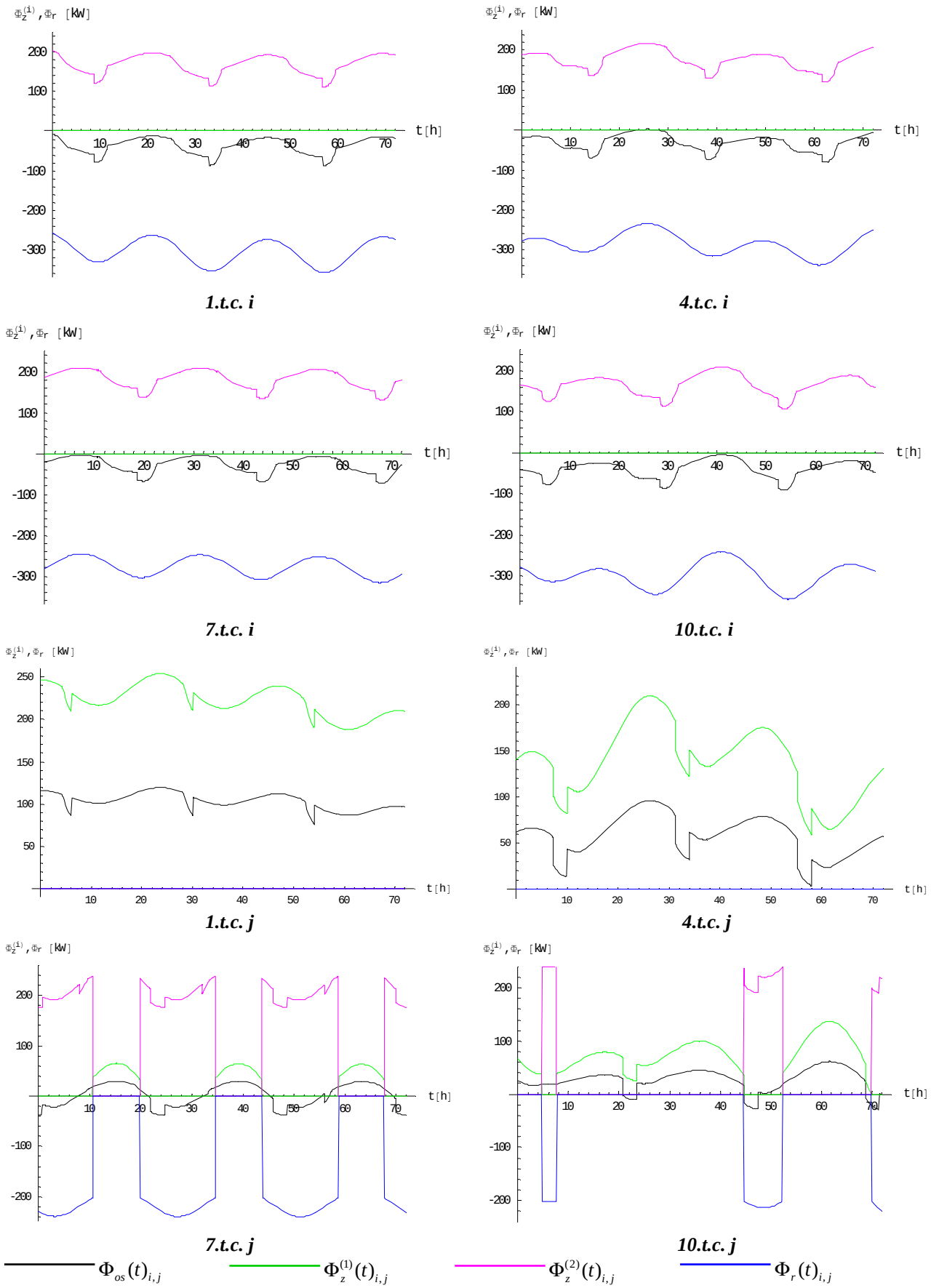
7.t.c. j-i



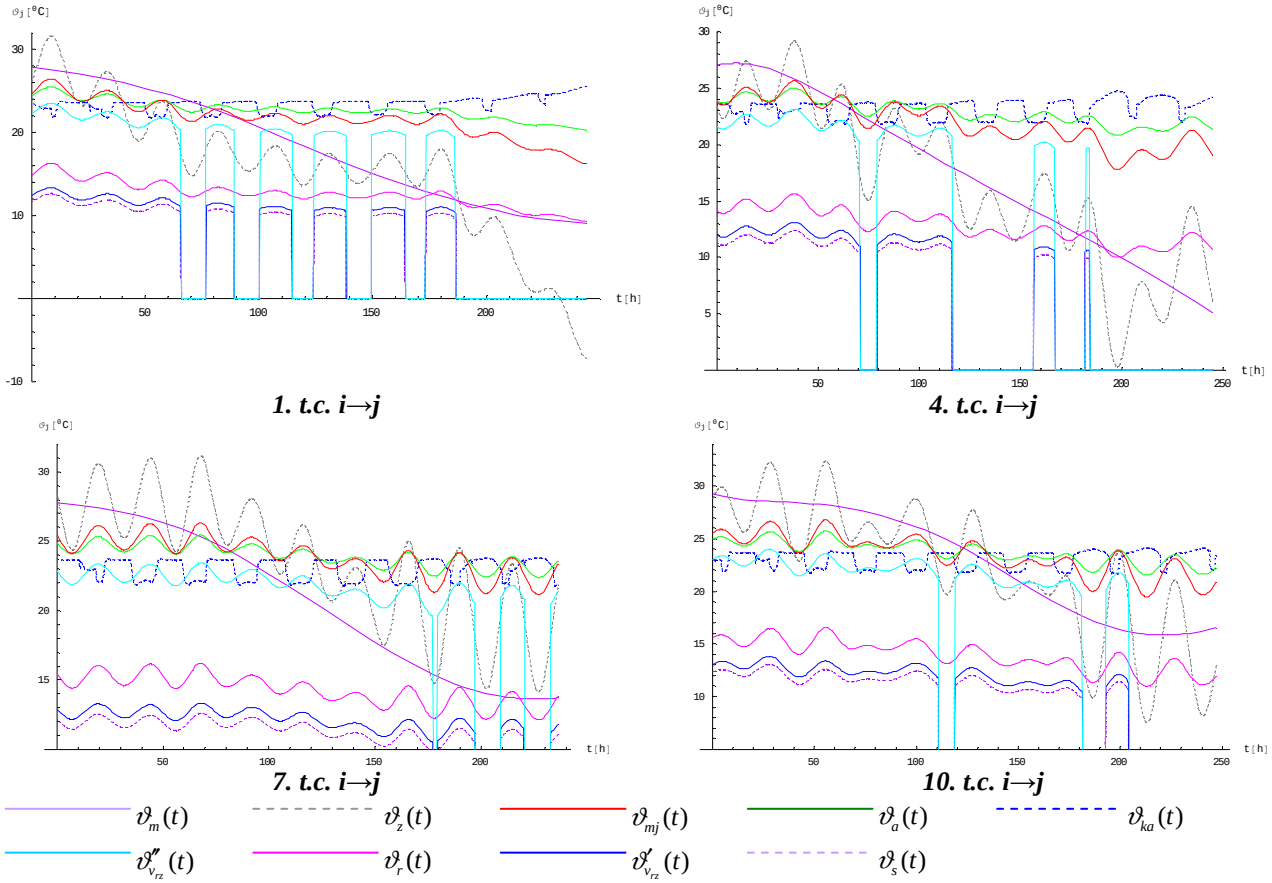
10.t.c. j-i

$\Phi_{os}(t)_{ij}$ $\Phi_z^{(1)}(t)_{ij}$ $\Phi_z^{(2)}(t)_{ij}$ $\Phi_r(t)_{ij}$

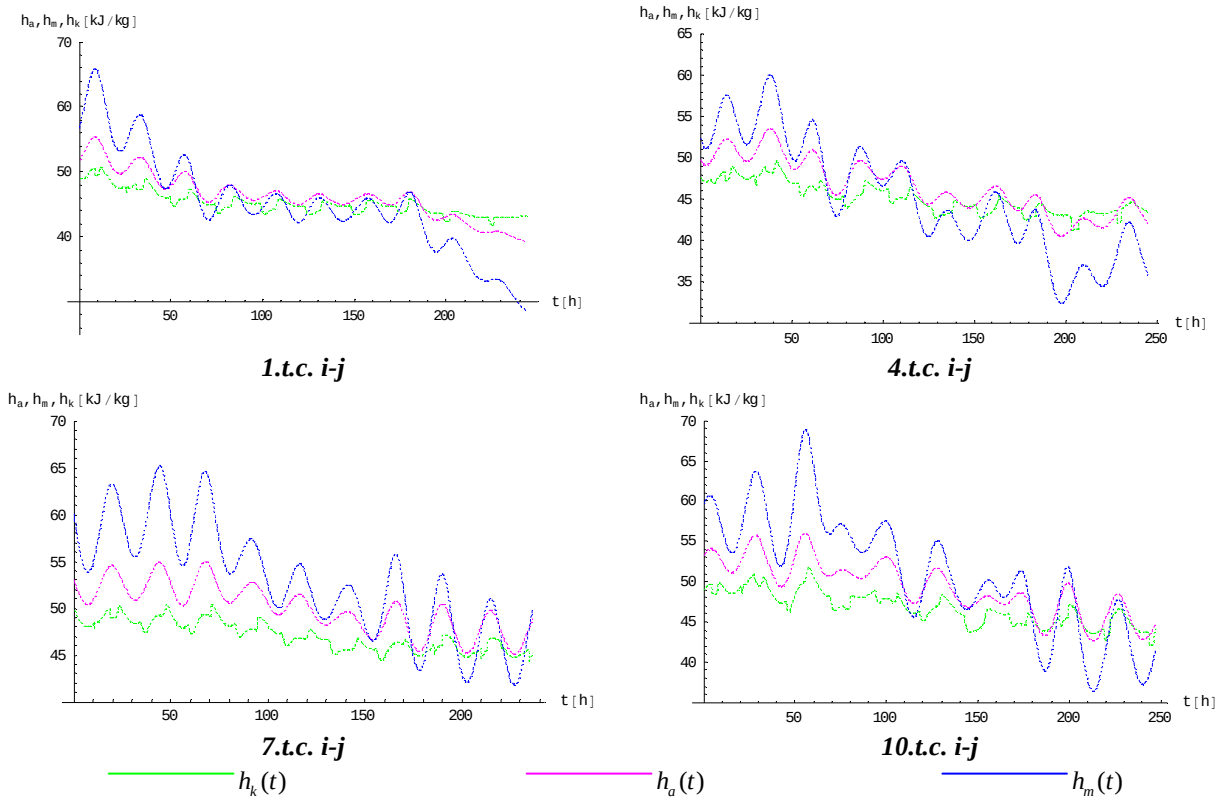
Slika 7.15 Osjetno toplinsko opterećenje $\Phi_{os}(t)_{ij,ji}$, te toplinska opterećenja hladnjaka $\Phi_r(t)_{ij,ji}$ i grijača $\Phi_z^{(1)}(t)_{ij,ji}$ i $\Phi_z^{(2)}(t)_{ij,ji}$ tijekom plovidbe za karakteristične t.c-e



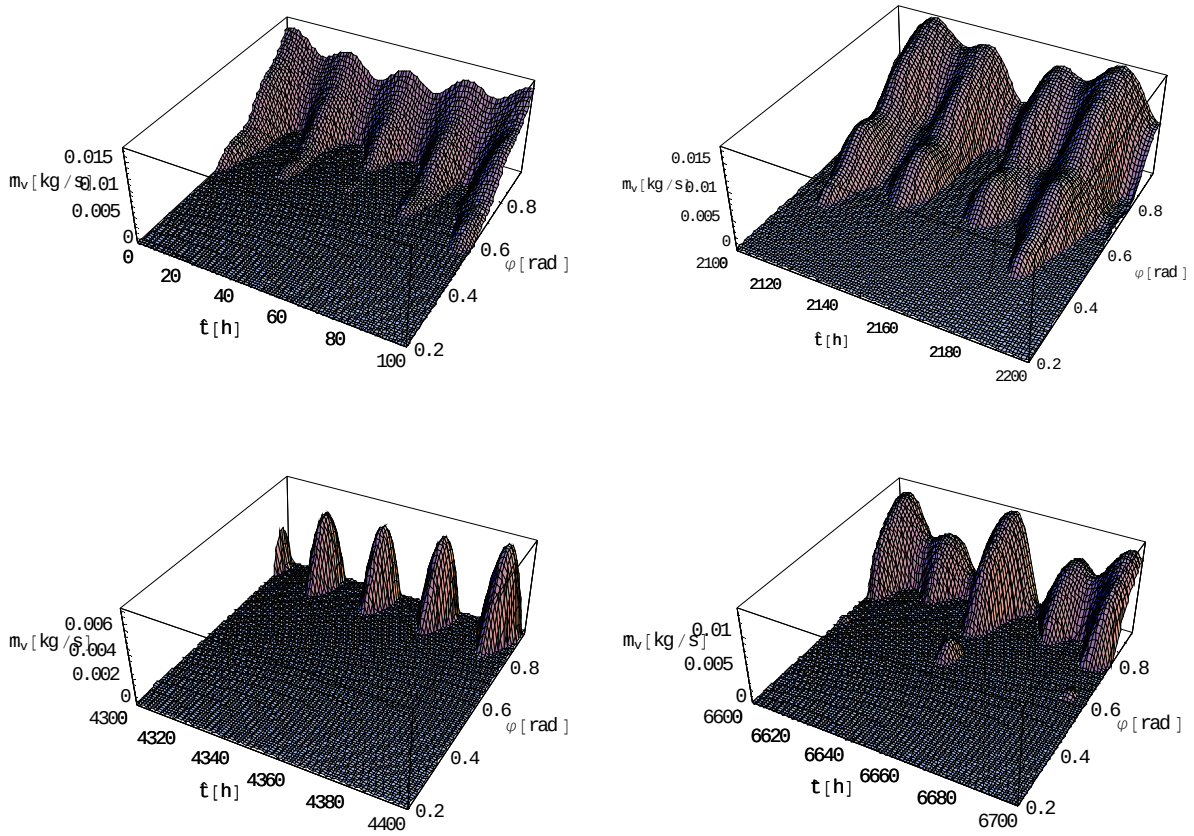
Slika 7.16 Toplinska opterećenja hladnjaka i grijača tijekom boravka u krajnjim odredištima za karakteristične t.c.-e



*Slika 7.17 Kvazistatičke ravnotežne temperature u sustavu za kondicioniranje zraka tijekom plovidbe iz **i** u **j** za karakteristične t.c.-e*



*Slika 7.18 Kvazistatičke specifične entalpije u sustavu za kondicioniranje zraka tijekom plovidbe iz **i** u **j** za karakteristične t.c.-e*



Slika 7.19 Kvazistatički iznosi vode za ovlaživanje zraka tijekom karakterističnih doba godine

7.3 Toplinska opterećenja u sustavu komercijalnog tereta

7.3.1 Specifičnosti transporta rasutih umjereno hlađenih tereta

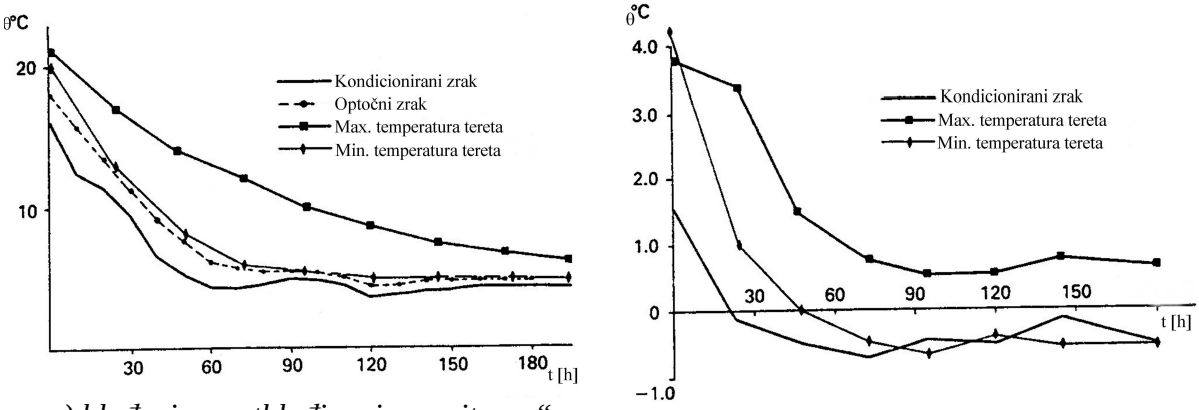
Sveukupni skladišni prostor suvremenih komercijalnih trgovačkih brodova za prijevoz hlađenih, bilo „*živih*“ ili „*mrtvih*“ proizvoda sastoji se iz nekoliko zasebnih vodonepropusno odijeljenih skladišnih prostora, pri čemu veličina pojedinog skladišnog prostora kao i održavana mikroklima u njemu ovise o sadržanim teretima i njihovoj kompatibilnosti u odnosu na mirise, način pakiranja, osjetljivost na oštećenje itd.

Neki teretni brodovi se projektiraju za prijevoz samo jednog proizvoda, kao što su primjerice banane ili meso, koje se može biti smrznuto ili pothlađeno u vakuum pakovanjima.

Mada se ovi tereti u brodska skladišta dopremaju pothlađeni na propisanu temperaturu, zbog razmjerno visokih infiltracijskih dobitaka tijekom ukrcaja dolazi do nezanemarivog temperaturnog prirasta zraka u skladištu, pa je nužno osim održavanja definirane temperature skladištenja, u razmjerno kratkom vremenskom intervalu pothladiti i zrak i teret na propisanu temperaturu skladištenja. Tako se primjerice prema lit.[6] navodi da kapacitet rashladnog postrojenja broda za prijevoz banana mora biti takav, da se cjelokupni teret pothladi s $30^{\circ}C$ na $12^{\circ}C$ za 36 sati, (*slika 7.20*).

Budući da se tijekom procesa pothlađivanja živi proizvodi hlade čim je moguće brže u svrhu minimiziranja njihove respiracijske topline, rashladnom sustavu je narinuto visoko toplinsko opterećenje kojeg je potrebno uravnotežiti, ali tako da se spriječi ili barem minimizira prekomjerno ekstrahiranje vlage iz tretiranog zraka u sekundarnom rashladnom

krugu, kako bi se vremenski promjenljiva relativna vlažnost zraka u skladištima održala u definiranom rasponu vrijednosti.



a) hlađenje s pothlađivanjem „citrusa“ *b) hlađenje bez pothlađivanja kivija*

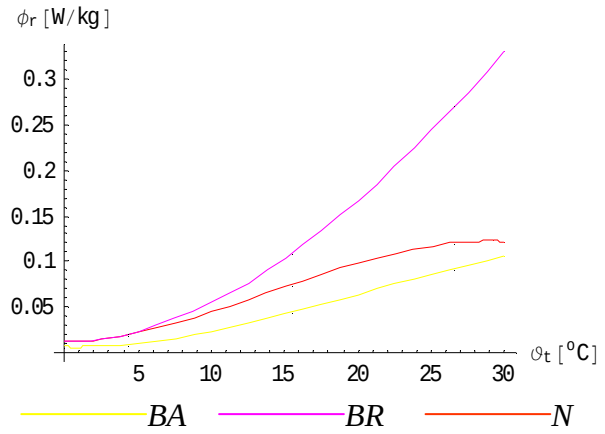
Slika 7.20 Toplinsko stanje u skladišnom prostoru živog tereta

Tijekom iskrcaja tereta, također zbog infiltracijskih dobitaka, dolazi do temperaturnog prirasta zraka u skladištima, pa je stoga neizostavno njegovo pothlađivanje na propisanu temperaturu unutar definiranog vremenskog intervala.

Konačno tijekom plovidbe bez komercijalnog tereta uobičajeno je u svim skladištima održavati zrak na temperaturi jednakoj ili neznatno manjoj od propisane temperature skladištenja.

Za razliku od mrtvih (smrznuto meso) i umrtvljenih proizvoda (pothlađeno ne smrznuto meso u vakuum pakovanjima), živi proizvodi (dozrijevajuće voće i povrće), zbog vlastitog metabolizma stalno izlučuju štetne produkte, koje je nužno ekstrahirati iz skladišnog prostora, te ih nadomještati sa svježim okolišnim zrakom. Osim toga, tijekom skladištenja živih proizvoda nužno je stalno kontroliranje razmjerno visokog sadržaja vlage kako bi se spriječilo njihovo venenje.

I u ovom slučaju, sveukupni maseni protok zraka u hlađene prostore održava se približno konstantnim, ali tako da se jedan dio optočnog zraka zasićenog produktima dozrijevanja, ekstrahira i nadomješta s prethodno tretiranim zrakom iz neposrednog okruženja. Dovod svježeg zraka je nužan kako bi se uklonili produkti metabolizma kao što su primjerice ugljični dioksid, etilen i drugi brzo hlapljivi produkti (npr. hlapljivi esteri kod banana). Svekoliko svježe voće i povrće, su živuće tvari, pa ih se stoga često naziva *„živim“* produktima, čak i u slučaju kada su odbrani jer i tada kontinuirano generiraju i disipiraju toplinu nalik ljudskom tijelu, pri čemu iznos disipirane (respiracijske) topline ovisi o samom produktu i njegovoj temperaturi, kako to ilustrira priložena *slika 7.21*. za breskve (*BR*), naranče (*N*) i banane (*BA*). Tijekom respiracijskog procesa živi produkti apsorbiraju kisik stvarajući ugljični dioksid u okružnoj atmosferi, a osim toga nedozrelo voće tijekom sazrijevanja proizvodi i druge plinove, čiji je sadržaj u skladišnom prostoru potrebno kontrolirati (reducirati). Primjerice, dozrijevajuće banane oslobađaju etilen i hlapljive estere, pri čemu etilen ubrzava dozrijevanje tijekom kojeg se škrob sadržan u nedozreloj banani konvertira u šećer, što vizualno indicira i promjena boje kore, tijekom ovog procesa.



Slika 7.21 Specifični respiracijski toplinski tok

Kontroliranje koncentracije oslobođenih plinova tijekom respiracijskog procesa postiže se odgovarajućom ventilacijom, dok se procesom kondicioniranja zraka osigurava odgovarajuća temperatura i relativna vlažnost zraka unutar skladišta živih tereta.

Za razliku od procesa kondicioniranja zraka za održavanje odgovarajućeg stupnja ugode ljudima gdje je relativna vlažnost zraka $\approx 50\%$, relativna vlažnost kondicioniranog zraka za skladištenje dozrijevajućih proizvoda iznosi $(80 \div 95)\%$, pri čemu se, preferira čim veći iznos kako bi se spriječilo venenje lisnatog povrća, te gubitak vlage i smežuravanje raznoraznog voća i povrća.

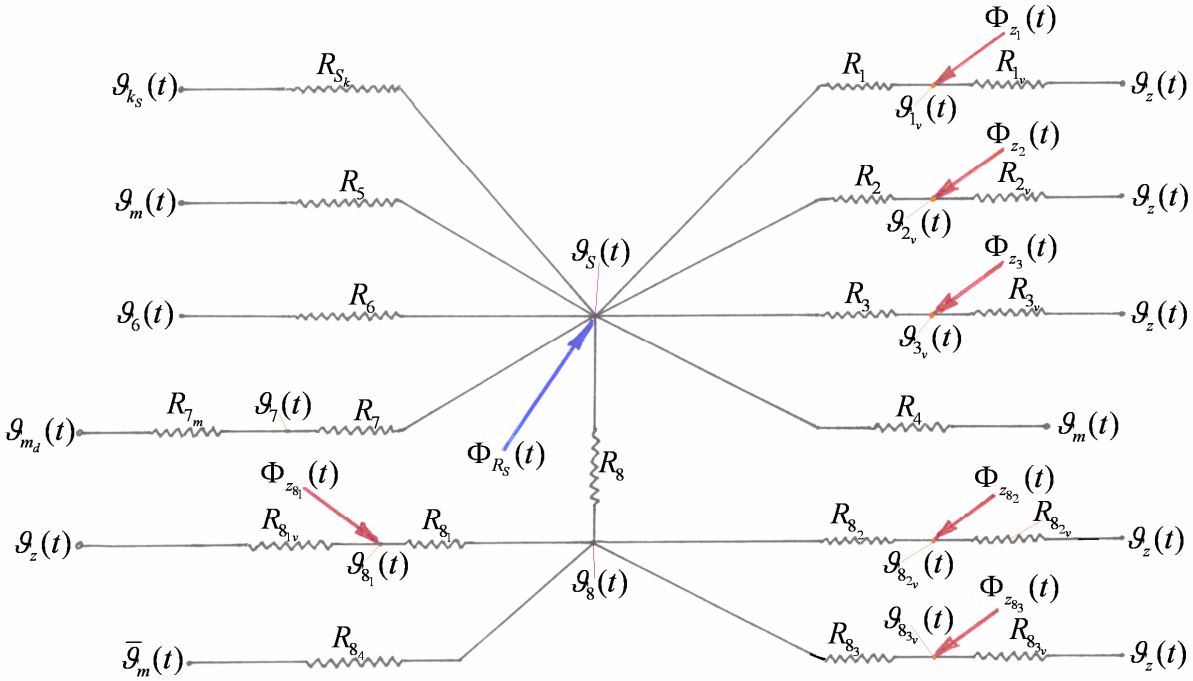
Jedan od ključnih faktora pri onemogućivanju kvarenja živućih proizvoda jest dobra distribucija zraka, koja mora biti izvedena tako da se osiguraju jednoliki parametri zraka unutar cjelokupnog skladišnog prostora (temperatura, relativna vlažnost i čistoća zraka), čime se onemogućuje lokalno kvarenje živih proizvoda.

Pravilan izbor hladnjaka zraka, temelji se na maksimalno nastupajućem toplinskom opterećenju tijekom održavanja definirane temperature i relativne vlažnosti tretiranog zraka u skladištima (ne uključujući period pothlađivanja). Maksimalno nastupajuće toplinsko opterećenje sadrži: maksimalno nastupajuće toplinske dobitke iz okoliša, respiracijsku toplinu tereta, toplinsko opterećenje od rasvjete i druge energizirane opreme sadržane u skladišnim prostorima, transmisijske (osjetne) toplinske dobitke, te toplinske dobitke od elektromotorno pogonjenih ventilatora ventilacijskog sustava.

7.3.2 Modeliranje osjetnog toplinskog opterećenja skladišta

Skladišni prostor je preko svojih vanjskih stijena u toplinskoj interakciji sa: okolišnim zrakom i morem promjenjive temperature, prispjelim kratkovalnim Sunčevim zračenjem, te sa sadržajem strojarnice i pramčanog pika.

Prilikom modeliranja toplinskog opterećenja, a svrhu pojednostavnjenja matematičkog modela (bez znatnijeg utjecaja na točnost), zanemaruje se vanjsko i unutrašnje dugovalno zračenje, kao i toplinski kapaciteti razdjelnih stijena, te toplinska interakcija između prostora dvodna duž skladišta s prostorom dvodna strojarnice i pramčanim pikom, pa se temeljem navedenog dobiva pojednostavnjena kvazistatička toplinska mreža skladišta (*slika 7.22*).



Slika 7.22 Kvazistatička toplinska mreža skladišta

Prema priloženoj shemi, za osjetno kvazistatičko toplinsko opterećenje skladišnog prostora sa sadržajem promjenjive temperature $\vartheta_S(t)$ i unutrašnjim toplinskim dobicima $\Phi_{R_S}(t)$ (toplinsko opterećenje od sadržane opreme, rasvjete, i sl., a u slučaju transporta *„živih“* tereta i odgovarajući respiracijski toplinski dobitak), dobiva se:

$$\Phi_{t_S}(t) = -\Phi_{ts_o}(t) - \Phi_{R_p}(t) = \sum_{J=1}^{3}\left[\frac{\vartheta_{S_p}(t)-\vartheta_z(t)}{R_{J_u}} - \frac{R_{j_v}\widehat{\alpha}_{j_v}A_{j_v}}{R_{J_u}}\tilde{q}_{z_J}(t)\right] + \sum_{J=4}^{8}\frac{\vartheta_{S_p}(t)-\vartheta_J(t)}{R_J} - \Phi_{R_p}(t) \tag{7.86}$$

gdje se karakteristični toplinski otpori definiraju izrazima:

$$R_{J_u} = A_J^{-1}\left(\frac{1}{\alpha_{J_u}} + \sum_{k=1}^{n_k=2\div3}\frac{\delta_k}{\lambda_k}\right) \tag{7.87}$$

$$R_{J_v} = \frac{1}{\alpha_{J_v}A_J} = \frac{1}{(\alpha_{J_{vk}}+\alpha_{J_{vz}})A_J} \tag{7.88}$$

$$R_J = A_j^{-1}\left(\frac{1}{\alpha_{J_u}} + \sum_{k=1}^{n_k=2\div3}\frac{\delta_k}{\lambda_k} + \frac{1}{\alpha_{J_v}}\right) \tag{7.89}$$

Kako vremenski promjenjive temperature neupravljivih sučelja (prostor dvodna duž skladišta i prostor pramčanog pika), nisu unaprijed poznate, niti definirane kao primjerice kvazistatička temperatura zraka u strojarnici $\vartheta_6(t)$, iste se temeljem priložene sheme definiraju izrazima:

$$\vartheta_7(t) = \frac{R_{7_o}}{R_7+R_{7_o}}\vartheta_{S_p}(t) + \frac{R_7}{R_7+R_{7_o}}\vartheta_{m_d}(t) \tag{7.90}$$

$$\vartheta_8(t) = \frac{\dfrac{\vartheta_{S_p}(t)}{R_8} + \dfrac{\overline{\vartheta}_m(t)}{R_{8_4}} + \sum_{k=1}^{3}\dfrac{\vartheta_z(t)}{R_{8_k}} + \sum_{k=1}^{3}\dfrac{R_{8v_k}\widehat{\alpha}_{8_k}A_{8_k}\tilde{q}_{z8_k}(t)}{R_{8_k}}}{\dfrac{1}{R_8}+\dfrac{1}{R_{8_4}}+\sum_{k=1}^{3}\dfrac{1}{R_{8_k}}} \tag{7.91}$$

pri čemu se karakteristični toplinski otpori dani izrazima:

$$R_{8_k} = \left(\frac{1}{\alpha_{u_k}} + \frac{\delta_{s_k}}{\lambda_{s_k}} + \frac{1}{\alpha_{v_k}}\right)A_{8_k}^{-1} \tag{7.92}$$

$$R_{8v_k} = \frac{1}{\alpha_{v_k}A_{8_k}} = \frac{1}{(\alpha_{v_{kk}}+\alpha_{v_{kz}})A_{8_k}} \tag{7.93}$$

$$R_{8_4} = A_{8_4}^{-1}\left(\frac{1}{\alpha_{u_{8_4}}} + \frac{\delta_{s_{8_4}}}{\lambda_{s_{8_4}}} + \frac{1}{\alpha_{v_{8_4}}}\right) \tag{7.94}$$

Uzimajući u obzir da je $\vartheta_4(t) = \vartheta_5(t) = \vartheta_{m_b}(t)$ i $R_4 = R_5$, te definiranu funkcijsku ovisnost $\vartheta_6(t) = \vartheta_6[\vartheta_z(t)]$, njenim uvrštavanjem skupa sa (7.90), (7.91) u (7.86), dobiva se za kvazistatičko toplinsko opterećenje skladišnog prostora:

$$\Phi_{t_S}(t) = \left\{\begin{array}{l} \displaystyle\sum_{J=1}^{3}\left[\frac{\vartheta_{S_p}(t)-\vartheta_z(t)}{R_J} - \frac{R_{J_v}\widehat{\alpha}_{J_v}A_{J_v}}{R_J}\tilde{q}_{z_J}(t)\right] + 2\frac{\vartheta_{S_p}(t)-\vartheta_{m_b}(t)}{R_4} + \frac{\vartheta_{S_p}(t)-\vartheta_6[\vartheta_z(t)]}{R_6} - \Phi_{R_p}(t) \\ \dfrac{\vartheta_{S_p}(t)\left(\dfrac{1}{R_{8_4}}+\displaystyle\sum_{k=1}^{3}\dfrac{1}{R_{8_k}}\right) - \left[\dfrac{\overline{\vartheta}_m(t)}{R_{8_4}} + \displaystyle\sum_{k=1}^{3}\dfrac{\vartheta_z(t)}{R_{8_k}} + \displaystyle\sum_{k=1}^{3}\dfrac{R_{8v_k}\widehat{\alpha}_{8_k}A_{8_k}\tilde{q}_{z8_k}(t)}{R_{8_k}}\right]}{R_8\left(\dfrac{1}{R_8}+\dfrac{1}{R_{8_4}}+\displaystyle\sum_{k=1}^{3}\dfrac{1}{R_{8_k}}\right)} + \dfrac{\vartheta_S(t)-\vartheta_{m_d}(t)}{R_7+R_{7o}} \end{array}\right\} \tag{7.95}$$

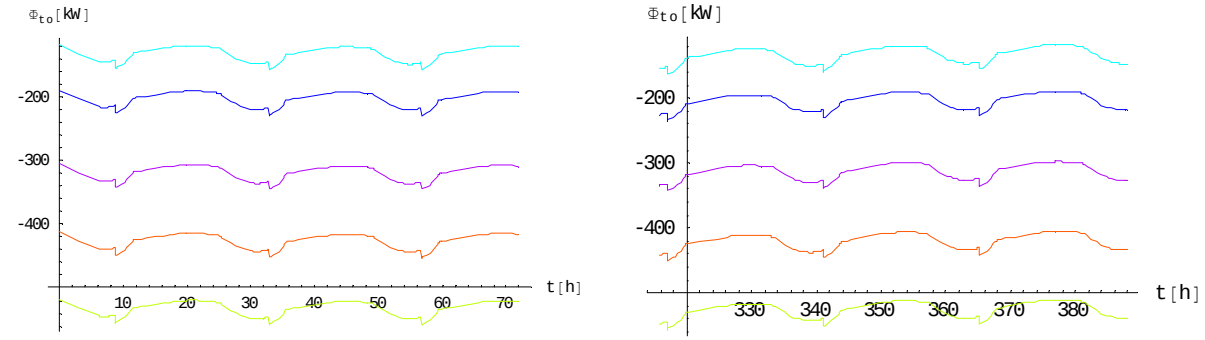
Napokon se, uvrštavanjem funkcijske ovisnosti za kratkovalno Sunčevo zračenje (3.114), nakon sređivanja dobiva konačan izraz za kvazistatičko toplinsko opterećenje skladišnog prostora (karakteristične geometrijske i procesne veličine, kao i prošireni izrazi za osjetno toplinsko opterećenje tijekom plovidbe i boravka u odredištima dani su u *prilogu IV*):

$$\Phi_{to_p}(t)=\left[\begin{array}{c} a_s\vartheta_{S_p}(t)-\tilde{a}_m\vartheta_m(t)-\tilde{b}_m-\sum_{k=0}^{2}a_{z_k}\vartheta_z^k(t)-\dfrac{q_{d_o}(\varphi,t)\{1+\mathrm{sgn}[\sin\Theta(t)]\}}{4\exp[\Psi_F(\varphi,t)B(t)\csc\Theta(\varphi,t)]}\cdot \\ \cdot\sum_{J=1}^{5}\widehat{A}_J\left(\begin{array}{c}\cos\phi_J(t)\{1+\mathrm{sgn}[\cos\phi_J(t)]\}+\sin\Theta(t)[1-0,95\sin\Theta(t)]\cdot \\ \cdot(1-\cos\varepsilon_J)+D(t)[2+0,95\sin\Theta(t)(\cos\varepsilon_J-1)]\end{array}\right)-\Phi_{R_p}(t)\end{array}\right] \tag{7.96}$$

pri čemu su sadržani koeficijenti definirani izrazom:

$$\left.\begin{array}{l} a_s=\sum_{J=1}^{6}\dfrac{1}{R_J}+\dfrac{1}{R_7+R_{7o}}+\left(\dfrac{1}{R_{8_4}}+\sum_{k=1}^{3}\dfrac{1}{R_{8_k}}\right)\left[R_8\left(\dfrac{1}{R_8}+\dfrac{1}{R_{8_4}}+\sum_{k=1}^{3}\dfrac{1}{R_{8_k}}\right)\right]^{-1};\quad a_{m_b}=\dfrac{1}{R_4+R_5};\quad a_{m_d}=\dfrac{1}{R_7+R_{7o}};\quad \bar{a}_m=\dfrac{1}{R_{8_4}}; \\ \tilde{a}_m=a_{m_b}+a_{m_d}+\bar{a}_m;\ \tilde{b}_m=a_{m_b}\Delta\vartheta_{h_b}+a_{m_d}\Delta\vartheta_{h_d}+\bar{a}_m\Delta\vartheta_h;\quad a_{z_2}=\dfrac{a_{2_s}}{R_6};\quad a_{z_1}=\dfrac{a_{1_s}}{R_6}+\sum_{J=1}^{3}\dfrac{1}{R_J}+\left[R_8\left(\dfrac{1}{R_8}+\dfrac{1}{R_{8_4}}+\sum_{k=1}^{3}\dfrac{1}{R_{8_k}}\right)\right]^{-1}\sum_{k=1}^{3}\dfrac{1}{R_{8_k}}; \\ a_{z_0}=\dfrac{a_{0_s}}{R_6};\quad \widehat{A}_J=\dfrac{R_{J_v}\bar{\alpha}_{J_v}A_{J_v}}{R_J}\ \ za\ J=1\to 3,\ J=J_v;\quad \widehat{A}_J=\dfrac{R_{8V_k}\bar{\alpha}_{8_k}A_{8_k}}{R_{8_k}}\left[R_8\left(\dfrac{1}{R_8}+\dfrac{1}{R_{8_4}}+\sum_{k=1}^{3}\dfrac{1}{R_{8_k}}\right)\right]^{-1}\ za\ J=4\to 6,\quad J=k \end{array}\right\} \tag{7.97}$$

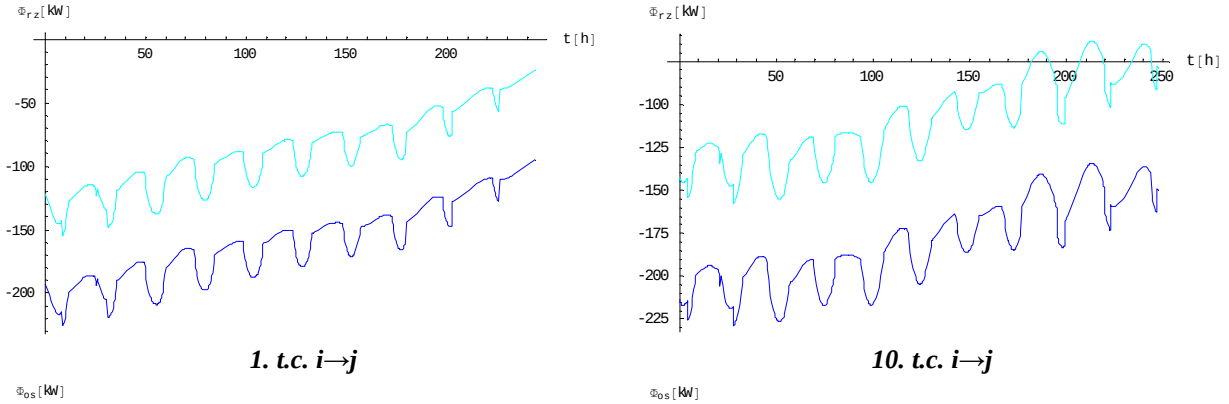
Boravak broda u krajnjim odredištima



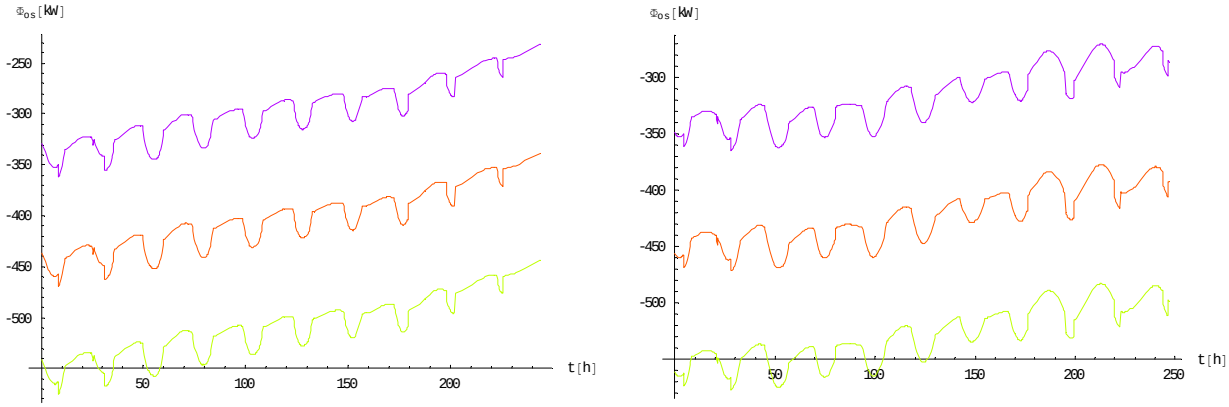
1.t.c.-i ***1.t.c.-j***

VM *SM* *LV* *N* *B*

Slika 7.23 Kvazistatička toplinska opterećenja skladišnog prostora za različite terete



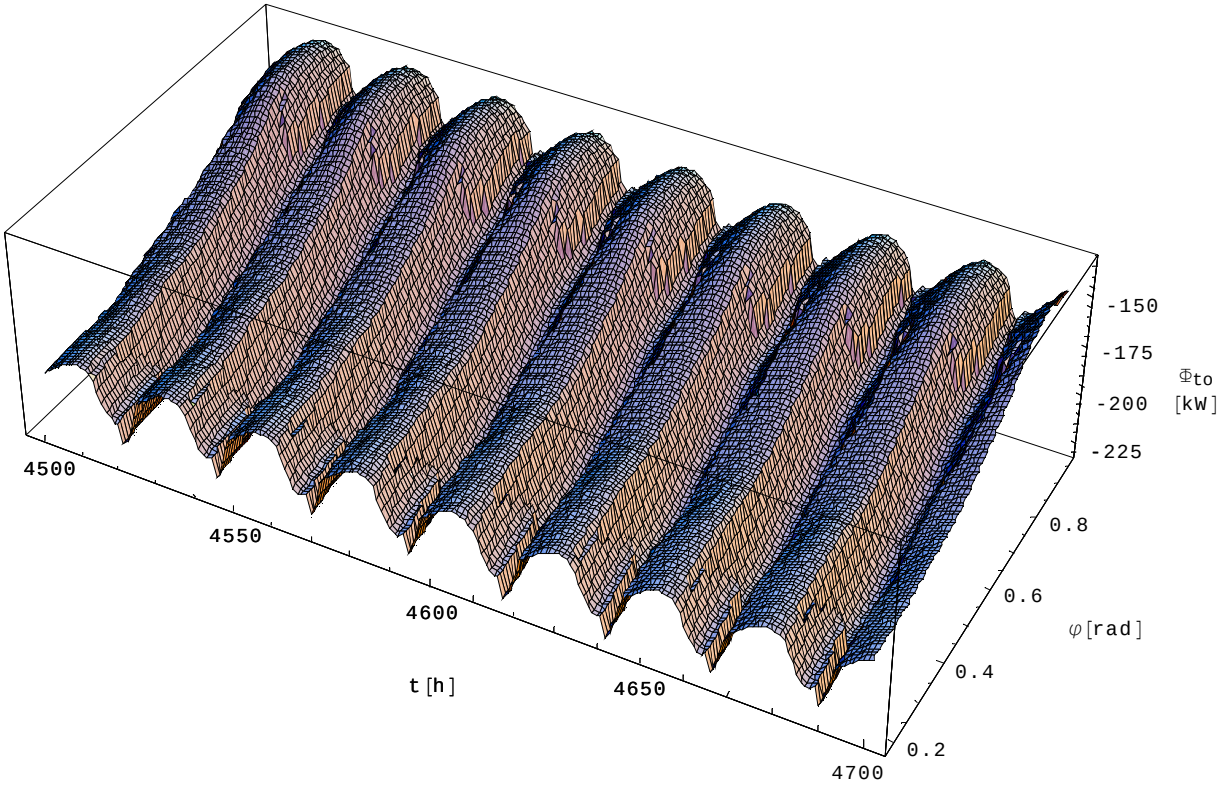
1. t.c. i→j ***10. t.c. i→j***



1. t.c. i→j ***10. t.c. i→j***

VM *SM* *LV* *N* *B*

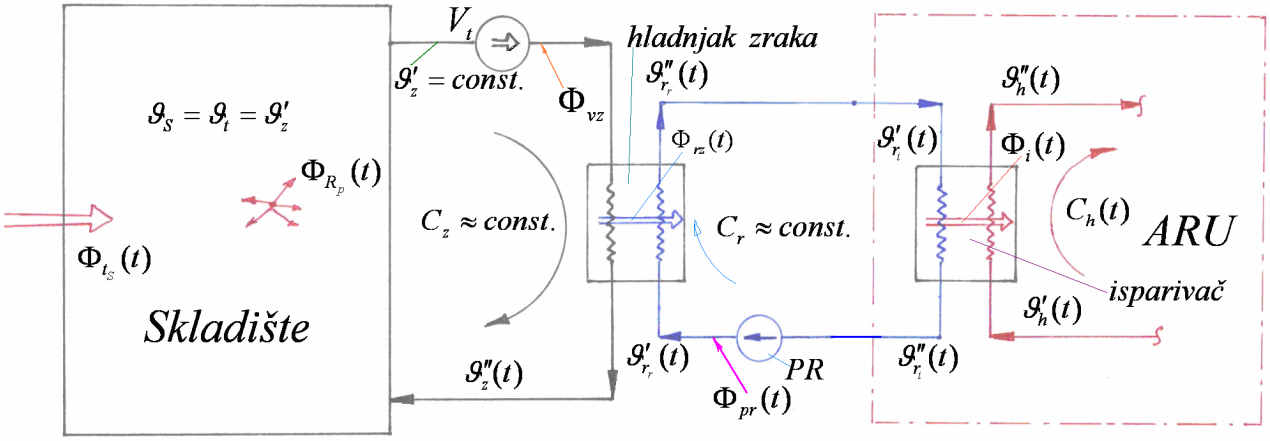
*Slika 7.24 Osjetno toplinsko opterećenje skladišta različitih tereta tijekom plovidbe iz **i** u **j***



Slika 7.25 Osjetno toplinsko opterećenje skladišta smrznutog mesa za $4500 \le \hat{t} \le 4700$ *nad razmatranom plovidbenom rutom*

7.3.3 Kvazistatičke toplinske veličine rashladnog sustava tereta tijekom plovidbe

Nastupajuće kvazistatičko toplinsko opterećenje pri prijevozu ***mrtvih tereta***, uravnotežuje se optočnim zrakom u hladnjaku zraka, rasolinom iz sekundarnog rashladnog kruga, pri čemu se zagrijana rasolina rashlađuje u isparivaču amonijačnog *ARU-a* (*slika7.26*)



Slika 7.26 Shematski prikaz rashladnog sustava „mrtvih“ proizvoda

Pri prijevozu ***živih tereta***, u svrhu odvođenja produkata metabolizma potrebno je određenu količinu zraka ekstrahirati iz skladišta te istu nadomještati svježim zrakom okolišnog stanja, pri čemu se sadržaj vlage u novonastaloj mješavini zraka uglavnom razlikuje od održavanog sadržaja vlage u skladištu.

Mikroklima skladišta, definirana je temperaturom $\vartheta'_z = \vartheta_t \approx const.$ i relativnom vlažnošću sadržanog zraka $\varphi_{p_o} \approx const.$, pa su sadržaj vlage x_{d_p} i specifična entalpija zraka

$h_{(1+x)_p} = h_p$ unutar skladišta, pri prijevozu *p-tog* živog tereta konstantnog iznosa, te se definiraju odgovarajućim izrazima kako slijedi:

$$x_{d_p} = 0,622 \frac{\varphi_{p_o} p_s(\vartheta_{S_p})}{p_z - \varphi_{p_o} p_s(\vartheta_{S_p})} \tag{7.98}$$

$$h_{(1+x)_p} = h_p = c_{p_z} \vartheta_{S_p} + x_{d_p}(r_o + c_{p_p} \vartheta_{S_p}) \tag{7.99}$$

Budući da je tijekom skladištenja omjer miješanja optočnog i svježeg zraka okolišnog stanja stalan, zbog promjenjivih veličina okolišnog zraka na ulazu u mješalište $p_z(t), \vartheta_z(t)$ i $\tilde{x}_{d_o}(t)$, stanje vlažnog zraka na izlazu iz mješališta biva vremenski promjenjivo.

Za jedinstveni skladišni prostor materijalna bilanca zraka glasi:

$$\dot{m}_z = \dot{m}_{z_o} + \dot{m}_{z_p} \tag{7.100}$$

gdje je $\dot{m}_{z_p}$ optočni maseni protok zraka, dok je $\dot{m}_{z_o}$ maseni protok svježeg, odnosno ekstrahiranog zraka, koji je razmjerno malen te leži na rasponu vrijednosti:

$$\frac{\dot{m}_{z_o}}{\dot{m}_z} = g_o = (0,02 \div 0,025) \tag{7.101}$$

Postavljanjem bilančne jednadžbe vlage za miješanje optočnog i svježeg zraka dobiva se za vremenski promjenjivi sadržaj vlage nastale mješavine $x_{d_m}(t)$:

$$x_{d_m}(t) = (1 - g_o) x_{d_p} + g_o \tilde{x}_{d_o}(t) \tag{7.102}$$

pa su ovdje, ovisno o iznosu $x_{d_m}(t)$ i $x_{d_p}(t)$, moguća dva različita pogonska stanja sustava za kondicioniranje zraka, kao i kod klimatizacijskog sustava brodskih nastambi, kako to ilustrira priložena *slika 7.27.*

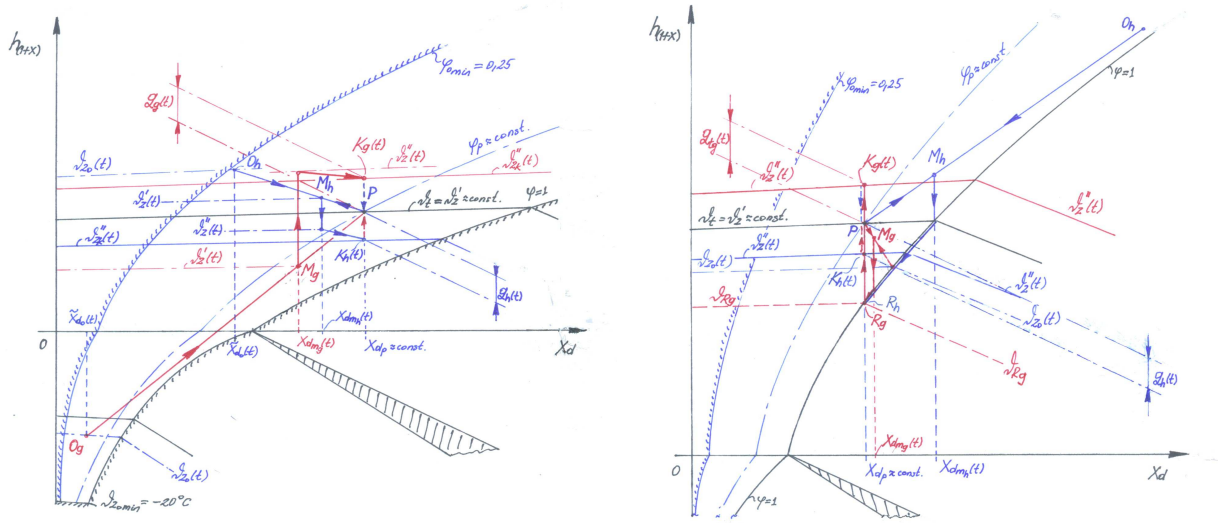
Specifične entalpije mješavine i zasićenog zraka definiraju se kako slijedi:

$$h_{m_p}(t) = (1 - g_o) h_p + g_o h_o(t) \tag{7.103}$$

$$h_{r_p} = c_{p_z} \vartheta_{r_p} + x_{d_p}(r_o + c_{p_p} \vartheta_{r_p}) \tag{7.104}$$

gdje je temperatura rošenja ϑ_{r_p} za *p-ti* teret definirana izrazom:

$$\vartheta_{r_p} = \sum_{k_x=0}^{m_x} a_{k_x} x_{d_p}^{0,25 k_x} + b_o \ln\left(1 + x_{d_k}^{0,275}\right) \tag{7.105}$$



a) ovlaživanje zraka *b) izlučivanje prekomjerne vlage*

Slika 7.27 Prikaz kondicioniranja zraka skladišnog prostora živih tereta u h-x dijagramu

Kada je $x_{d_m}(t) \prec x_{d_p}$, zrak se ovlažuje slatkom vodom temperature $\vartheta_v(t)$, pa se ovisno o postignutoj temperaturi grije u grijaču ili hladi u hladnjaku zraka, dok se pak u slučaju kada

je $x_{d_m}(t) \prec x_{d_p}$ vodi kroz hladnjak, kako bi se izlučila prekomjerna vlaga, da bi se potom vodio kroz grijač zraka u kojem se grije na kvazistatičku ravnotežnu temperaturu uvjetovanu kvazistatičkim osjetnim toplinskim opterećenjem skladišnog prostora (shematski prikaz sličan *slici 7.3*).

Kako su maseni protoci zraka konstantni u oba slučaja, kod prijevoza mrtvih tereta, kao i kod ovlaživanja zraka u slučaju živih tereta, toplinski kapacitet struje zraka konstantnog je iznosa $C_z = c_{p_e}\dot{m}_z = const.$, što nije slučaj prilikom izlučivanja vlage, kada se fiktivni specifični toplinski kapacitet zraka c_{p_e} značajno mijenja prema izrazu:

$$C_z(t) = \frac{\Phi_{rz}(t)}{\vartheta_r(t) - \vartheta_m(t)}; \quad \Rightarrow c_{p_e}(t) = c_{p_z} + c_{p_p}x_d(t) = \frac{\Phi_{rz}(t)}{\dot{m}_z\left[\vartheta_r(t) - \vartheta_m(t)\right]} \tag{7.106}$$

U oba slučaja kapaciteti struja zraka i rasoline su jednaki, tj. $C_z = C_r$ i $C_z(t) = C_r(t)$, pa se toplinska prolaznost hladnjaka zraka definira izrazom (*slika 7.28*):

$$K_{rz} = (kA)_{rz} = \frac{\left|\Phi_{rz_{\min}}\right|}{\delta_{rz}} \tag{7.107}$$

dok se za nastupajuće kvazistatičko opterećenje hladnjaka zraka može pisati:

$$\Phi_{rz}(t) = K_{rz}\delta_{rz}(t) = K_{rz}\left[\vartheta''_r(t) - \vartheta'_z\right] = K_{rz}\left[\vartheta'_r(t) - \vartheta''_z(t)\right] \tag{7.108}$$

te se temeljem bilančnih jednadžbi za struje zraka i rasoline:

$$\Phi_{rz}(t) = C_z(t)\left[\vartheta''_z(t) - \vartheta'_z\right] \tag{7.109}$$

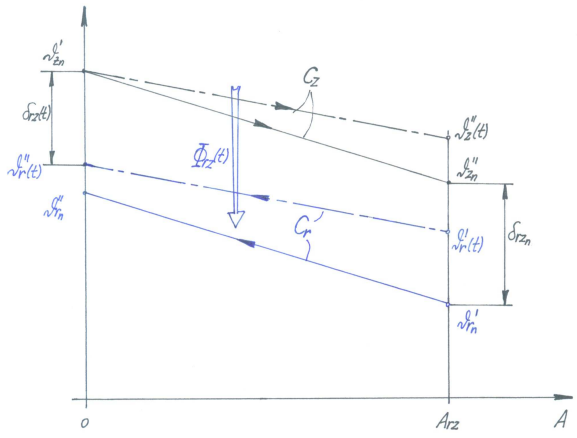
$$\Phi_{rz}(t) = C_r(t)\left[\vartheta'_{r_r}(t) - \vartheta''_{r_r}(t)\right] \tag{7.110}$$

za kvazistatičke ravnotežne temperature zraka i rasoline dobiva:

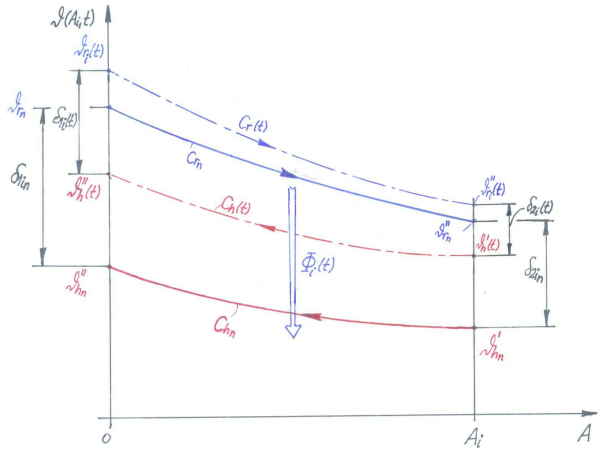
$$\vartheta''_z(t) = \vartheta'_z + \frac{\Phi_{rz}(t)}{C_z(t)} \tag{7.111}$$

$$\vartheta''_{r_r}(t) = \vartheta'_z + \frac{\Phi_{rz}(t)}{K_{rz}} \tag{7.112}$$

$$\vartheta'_{r_z}(t) = \vartheta'_z + \left(\frac{1}{C_z} + \frac{1}{K_{rz}}\right)\Phi_{rz}(t) \tag{7.113}$$



Slika 7.28 Prikaz struja u hladnjaku zraka



Slika 7.29 Prikaz struja u isparivaču

Temeljem uobičajene srednje logaritamske temperaturne razlike isparivača $\Delta\vartheta_{m_i} \approx 7^0C$, za njegovu toplinsku prolaznost K_i dobiva se:

$$k_i A_i = K_i = \frac{\Phi_{i_n}}{\Delta\vartheta_{m_i}} \tag{7.114}$$

Uravnoteženje kvazistatičkog toplinskog opterećenja u isparivaču postiže se reguliranjem ravnotežne temperature hladitelja koja se definira izrazom:

$$\vartheta_h(t) = \vartheta'_{r_i}(t) + \frac{\Phi_i(t)}{C_r(t)\left\{1-\exp\left[\frac{K_i}{C_r(t)}\right]\right\}} \tag{7.115}$$

pri čemu je kvazistatičko toplinsko opterećenje isparivača:

$$\Phi_i(t) = \Phi_{rz}(t) - \Phi_{pr} \tag{7.116}$$

dok Φ_{pr} predstavlja ukupne toplinske dobitke rasoline kroz konduktorski sustav (toplinski dobici od pumpe i više temperiranog okružja).

Koncentriranjem toplinskih dobitaka Φ_{pr} rasolini na samom izlazu iz pumpe, biva temperatura rasoline na izlazu iz isparivača $\vartheta''_{r_i}(t) = \vartheta'_{r_r}(t)$, dok je temperatura rasoline na ulazu u isparivač definirana izrazom:

$$\vartheta'_{r_i}(t) = \vartheta''_{r_r}(t) + \frac{\Phi_{pr}}{C_r(t)} \tag{7.117}$$

pa se, uzimajući u obzir da je $C_z(t) = C_r(t)$, uvrštavanjem (7.116) i (7.117) u (7.115), za kvazistatičku ravnotežnu temperaturu hladitelja dobiva:

$$\vartheta_h(t) = \vartheta'_z(t) + \frac{\Phi_{rz}(t) - \Phi_{pr}}{C_z(t)\left\{1-\exp\left[\frac{K_i}{C_z(t)}\right]\right\}} + \frac{\Phi_{rz}(t)}{K_{rz}} \tag{7.118}$$

Koncentriranjem konduktorskih toplinskih dobitaka Φ_{vz} (toplinski dobici od ventilatora i više temperiranog okružja) iza ventilatora, za temperaturu zraka na ulazu u hladnjak zraka dobiva se:

$$\vartheta'_z(t) = \vartheta_{z_v}(t) + \frac{\Phi_{vz}}{C_z} \tag{7.119}$$

gdje je temperatura zraka ispred ventilatora $\vartheta_{z_v}(t)$ definirana izrazom:

$$\left.\begin{array}{ll} \textit{mrtvi tereti}, & \vartheta_{z_v}(t) = \vartheta_{S_m} = const., \\ \textit{živi tereti}, & \vartheta_{z_v}(t) = \vartheta_m(t) \end{array}\right\} \tag{7.120}$$

7.3.3.1 Toplinsko opterećenje hladnjaka zraka pri prijevozu mrtvih tereta

Zanemarujući eventualno rošenje zraka u hladnjaku ($x_{d_p} \approx const.$), za kvazistatičko toplinsko opterećenje hladnjaka dobiva se:

$$\Phi_{rz}(t) = \Phi_{t_S}(t) - \Phi_{vz} \tag{7.121}$$

gdje je $\Phi_{t_S}(t)$ kvazistatičko ***osjetno toplinsko opterećenje*** skladišnog prostora.

Minimiziranjem $\Phi_{rz}(t)$, dobiva se minimalno rashladno opterećenje hladnjaka zraka $\Phi_{r_{\min}}$, temeljem kojeg se uz maksimalno preporučljivi temperaturni prirast zraka $\Delta\vartheta_z = \vartheta''_z(t) - \vartheta'_z \approx (3 \div 4)\,^oC$, dobiva potrebni maseni protok zraka $\dot{m}_{z_s}$, kojeg se održava tijekom cjelokupnog operativnog intervala konstantnim.

$$C_z = C_r = \frac{\left|\Phi_{r_{\min}}\right|}{\Delta\vartheta_z} = \dot{m}_{z_s}(c_{p_z} + c_{p_p} x_{d_a});\ \Rightarrow \dot{m}_{z_s} = \frac{\left|\Phi_{r_{\min}}\right|}{(c_{p_z} + c_{p_p} x_{d_a})\Delta\vartheta_z} \tag{7.122}$$

7.3.3.2 Toplinska opterećenja hladnjaka i grijača zraka pri prijevozu živih tereta

Uzimajući u obzir da je za *p-ti* teret mikroklima skladišnog prostora postojana, te polazeći od identičnih postavki kao kod klimatizacijskog sustava brodskih nastambi dobivaju se sljedeći izrazi za kvazistatičke procesne veličine sustava za kondicioniranje zraka:

(1) ovlaživanje + hlađenje ili grijanje zraka

$$\Phi_{rz_p}(t)^{(1)} = \left[\begin{array}{c}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]\right\}\left(\dot{m}_{z_p}\left\{h_p-h_{m_p}(t)-\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]c_v\vartheta_v(t)\right\}-\Phi_{vz_p}+\Phi_{t_{Sp}}(t)\right)\cdot \\ \cdot\frac{1}{4}\left[1+\operatorname{sgn}\left(\dot{m}_{z_p}\left\{h_p-h_{m_p}(t)-\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]c_v\vartheta_v(t)\right\}-\Phi_{vz_p}+\Phi_{t_{Sp}}(t)\right)\right]\end{array}\right] \tag{7.123}$$

$$\vartheta'_{z_{rp}}(t)^{(1)} = \left[\begin{array}{c}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]\right\}\dfrac{\dot{m}_{z_p}\left\{h_{m_p}(t)+\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]c_v\vartheta_v(t)-r_0x_{d_p}\right\}+\Phi_{vz_p}}{\dot{m}_{z_p}\left(c_{p_z}+c_{p_p}x_{d_p}\right)}\cdot \\ \cdot\frac{1}{4}\left[1+\operatorname{sgn}\left(\dot{m}_{z_p}\left\{h_p-h_m(t)-\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]c_v\vartheta_v(t)\right\}-\Phi_{vz_p}+\Phi_{t_{Sp}}(t)\right)\right]\end{array}\right] \tag{7.124}$$

$$\vartheta''_{z_{rp}}(t)^{(1)} = \left(\begin{array}{c}\frac{1}{4}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]\right\}\dfrac{\dot{m}_{z_p}\left(h_p-r_0x_{d_p}\right)+\Phi_{t_{Sp}}(t)}{\dot{m}_{z_p}\left(c_{p_z}+c_{p_p}x_{d_p}\right)}\cdot \\ \cdot\left[1+\operatorname{sgn}\left(\dot{m}_{z_p}\left\{h_p-h_{m_p}(t)-\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]c_v\vartheta_v(t)\right\}-\Phi_{vz_p}+\Phi_{t_{Sp}}(t)\right)\right]\end{array}\right) \tag{7.125}$$

$$\Phi_{zz_p}(t)^{(1)} = \left(\begin{array}{c}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]\right\}\left(\dot{m}_{z_p}\left\{h_{k_p}(t)-h_{m_p}(t)-c_v\vartheta_{tv}\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]\right\}-\Phi_{vz_p}\right)\cdot \\ \cdot\frac{1}{4}\left[1-\operatorname{sgn}\left(\dot{m}_{z_p}\left\{h_p-h_{m_p}(t)-c_v\vartheta_{tv}\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]\right\}-\Phi_{vz_p}+\Phi_{to_p}(t)\right)\right]\end{array}\right) \tag{7.126}$$

$$\vartheta'_{z_{zp}}(t)^{(1)} = \left(\begin{array}{c}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]\right\}\dfrac{\dot{m}_{z_p}\left\{h_{m_p}(t)+c_v\vartheta_{tv}\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]-r_0x_{d_p}\right\}+\Phi_{vz_p}}{\dot{m}_{z_p}\left(c_{p_z}+c_{p_p}x_{d_p}\right)}\cdot \\ \cdot\frac{1}{4}\left[1-\operatorname{sgn}\left(\dot{m}_{z_p}\left\{h_p-h_{m_p}(t)-c_v\vartheta_{tv}\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]\right\}-\Phi_{vz_p}+\Phi_{to_p}(t)\right)\right]\end{array}\right) \tag{7.127}$$

$$\vartheta''_{z_{zp}}(t)^{(1)} = \left(\begin{array}{c}\frac{1}{4}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]\right\}\dfrac{\dot{m}_{z_p}\left(h_p-r_0x_{d_p}\right)+\Phi_{to_p}(t)}{\dot{m}_{z_p}\left(c_{p_z}+c_{p_p}x_{d_p}\right)}\cdot \\ \cdot\left[1+\operatorname{sgn}\left(\dot{m}_{z_p}\left\{h_p-h_{m_p}(t)-c_v\vartheta_{tv}\left[x_{d_p}-x_{m_p}(t)\right]\right\}-\Phi_{vz_p}+\Phi_{to_p}(t)\right)\right]\end{array}\right) \tag{7.128}$$

(2) izlučivanje vlage (hlađenje i grijanje)

$$\Phi_{rz_p}(t)^{(2)} = \frac{1}{2}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{m_p}(t)-x_{d_p}\right]\right\}\left\{\dot{m}_{z_p}\left[h_{r_p}(t)-h_{m_p}(t)\right]-\Phi_{vz_p}\right\} \tag{7.129}$$

$$\vartheta'_{z_{rp}}(t)^{(2)} = \frac{1}{2}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{m_p}(t)-x_{d_p}\right]\right\}\frac{\dot{m}_{z_p}\left[h_{m_p}(t)-r_0x_{m_p}(t)\right]+\Phi_{vz_p}}{\dot{m}_{z_p}\left[c_{p_z}+c_{p_p}x_{m_p}(t)\right]} \tag{7.130}$$

$$\vartheta''_{z_{rp}}(t)^{(2)} = \frac{1}{2}\vartheta_{r_p}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{m_p}(t)-x_{d_p}\right]\right\} \tag{7.131}$$

$$\Phi_{zz_p}(t)^{(2)} = \frac{1}{2}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{m_p}(t)-x_{d_p}\right]\right\}\left\{\dot{m}_{z_p}\left(h_p-h_{r_p}\right)+\Phi_{to_p}(t)\right\} \tag{7.132}$$

$$\vartheta'_{z_{zp}}(t)^{(2)} = \frac{1}{2}\vartheta_{r_p}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{m_p}(t)-x_{d_p}\right]\right\} \tag{7.133}$$

$$\vartheta''_{z_{zp}}(t)^{(2)} = \frac{1}{2}\left\{1+\operatorname{sgn}\left[x_{m_p}(t)-x_{d_p}\right]\right\}\frac{h_{r_p}-r_0x_{d_p}}{c_{p_z}+c_{p_p}x_{d_p}} \tag{7.134}$$

Ravnotežne temperature hladitelja u isparivaču definiraju se izrazima:

$$\vartheta_h(t)^{(1)} = \vartheta''_{z_r}(t)^{(1)} - \frac{\Phi_{rz}(t)^{(1)}+\Phi_{pr}(t)}{K_{rz}} + \frac{\Phi_{rz}(t)^{(1)}+\Phi_{pr}(t)}{C_z(t)^{(1)}\left\{1-\exp\left[K_i/C_z(t)^{(1)}\right]\right\}} \tag{7.135}$$

$$\vartheta_h(t)^{(2)} = \vartheta''_{z_r}(t)^{(2)} - \frac{\Phi_{rz}(t)^{(2)}+\Phi_{pr}(t)}{K_{rz}} + \frac{\Phi_{rz}(t)^{(2)}+\Phi_{pr}(t)}{C_z(t)^{(2)}\left\{1-\exp\left[K_i/C_z(t)^{(2)}\right]\right\}} \tag{7.136}$$

Kvazistatički toplinski kapacitet struje zraka pri prolasku kroz hladnjak zraka definira se izrazom:

$$C_z(t) = C_r(t) = C_z(t)^{(1)} + C_z(t)^{(2)} \tag{7.137}$$

gdje je:

$$C_z(t)^{(1)} = \frac{\Phi_{rz}(t)^{(1)}}{\vartheta'_{z_r}(t)_{(1)} - \vartheta''_{z_r}(t)_{(1)}} \tag{7.138}$$

$$C_z(t)^{(2)} = \frac{\Phi_{rz}(t)^{(2)}}{\vartheta'_{z_r}(t)^{(2)} - \vartheta''_{z_r}(t)^{(2)}} \tag{7.139}$$

Znajući da minimalna rashladna opterećenja nastupaju upravo tijekom procesa izlučivanja vlage, za ***P*** karakterističnih vrsta živih tereta i ***M*** karakterističnih vrsta mrtvih tereta, nazivno rashladno opterećenje hladnjaka zraka definira se izrazom:

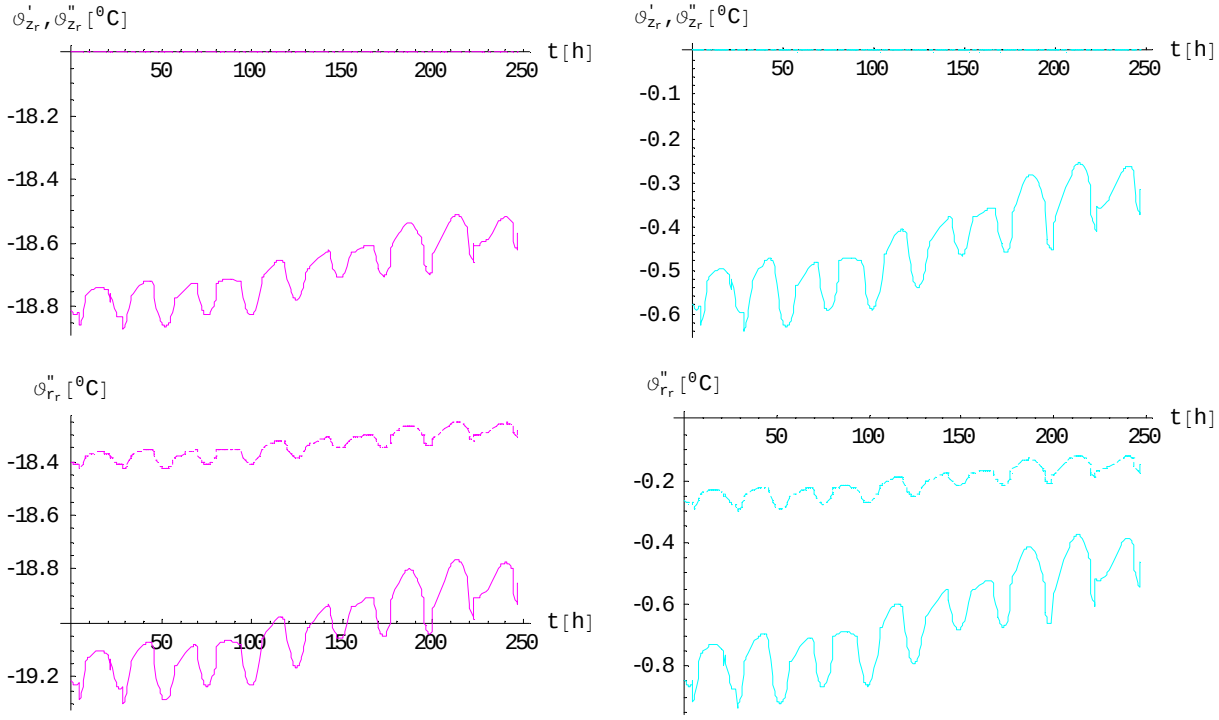
$$\Phi_{rz_n} = \inf\left(\Phi_{rz_{n_{1p}}}, \Phi_{rz_{n_{2p}}}, ..., \Phi_{rz_{np}}, \Phi_{rz_{n_{1m}}}, \Phi_{rz_{n_{2m}}}, ..., \Phi_{rz_{n_M}}\right) \tag{7.140}$$

pri čemu su nazivna rashladna opterećenja $\Phi_{r_{n_{\check{z}}}}$ *p-tog* živog i *m-tog* mrtvog tereta definirana odgovarajućim izrazima:

$$\Phi_{rz_{n_p}} = \inf\left[\left(\Phi_{rz_{P\min}}\right)_i, \left(\Phi_{rz_{P\min}}\right)_{ij}, \left(\Phi_{rz_{P\min}}\right)_j, \left(\Phi_{rz_{P\min}}\right)_{ji}\right] \tag{7.141}$$

$$\Phi_{rz_{n_m}} = \inf\left[\left(\Phi_{rz_{m\min}}\right)_i, \left(\Phi_{rz_{m\min}}\right)_{ij}, \left(\Phi_{rz_{m\min}}\right)_j, \left(\Phi_{rz_{m\min}}\right)_{ji}\right] \tag{7.142}$$

Razmatra se prijevoz tri karakteristična živa proizvoda banana, naranči i listopadnog voća, pa se temeljem pretpostavke da sva tri karakteristična tereta imaju isti faktor ispune i gustoću, postupa kako slijedi. Kako je brod namijenjen prijevozu različitih vrsta tereta, nazivnu toplinsku prolaznost hladnjaka zraka uvjetuje teret kod kojeg se pojavljuje minimalno rashladno opterećenje (u ovom slučaju naranče), pa su stoga temperaturni prirasti zraka i rasoline u hladnjaku pri prijevozu mrtvih tereta, zamjetno niži kako ilustrira *slika 7.30*.



***10. t.c. i→j**, smrznuto meso* — $\vartheta''_{z_r}(t)$, $\vartheta'_{r_r}(t)$ ---------- $\vartheta'_{z_r}(t)$, $\vartheta''_{r_r}(t)$

***10. t.c. i→j**, meso u vakuum pakovanju* — $\vartheta''_{z_r}(t)$, $\vartheta'_{r_r}(t)$ ---------- $\vartheta'_{z_r}(t)$, $\vartheta''_{r_r}(t)$

Slika 7.30 Kvazistatičke ravnotežne temperature zraka i rasoline na ulazu i izlazu iz hladnjaka pri prijevozu SM-a i VM-a tijekom 10. t.c.-a

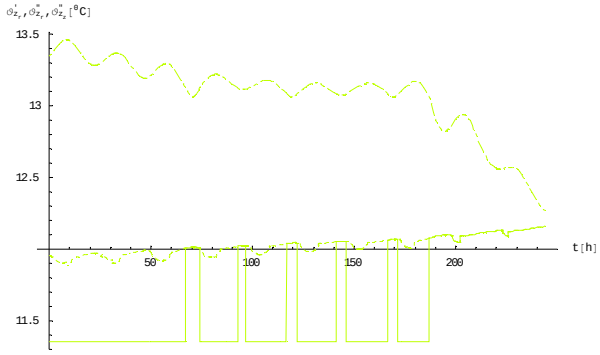
Pri plovidbi ***potpuno nakrcanog broda*** minimalno rashladno opterećenje hladnjaka zraka $\Phi_{r_{\min}} = -1750\ \text{kW}$ nastupa tijekom 10. transportnog ciklusa pri prijevozu naranči, kada je temperatura skladištenja $\vartheta_{s_n} = 5\,^0\text{C}$. Procjenjujući da je ukupni prirast tlaka u ventilatoru optočnog zraka $\Delta p_v = 0{,}15\,\text{kPa}$, uz stupanj djelovanja $\eta_v = 0{,}65$, za ukupne toplinske dobitke od ventilatora dobiva se:

$$\Phi_{vz} = \Delta p_v \dot{V}_s / \eta_v = 87{,}13\ \text{kW} \tag{7.143}$$

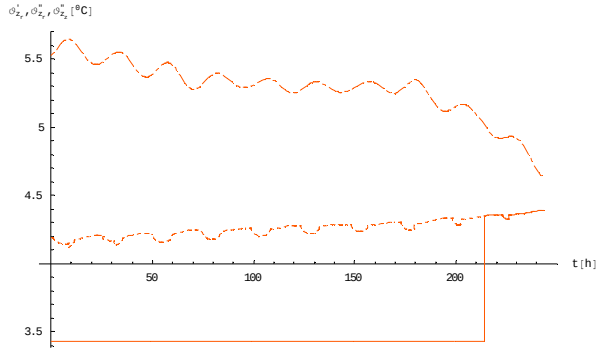
Toplinski dobici konduktorskog sustava zraka koji prolazi kroz više temperirano okružje procijenjeni su na $\Phi_{ks_z} \approx 13\ \text{kW}$, pa se napokon za rashladno opterećenje dobiva:

$$\Phi_{rz_p} = \Phi_{r_{p\min}} - \Phi_{ks_z} - \Phi_{vz} \approx -1750\ \text{kW} \tag{7.144}$$

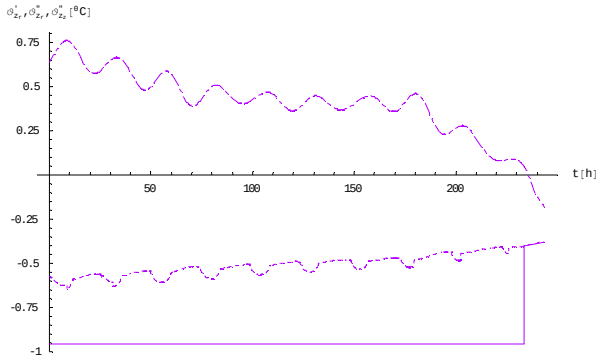
Temeljem preporučljive srednje logaritamske razlike za hladnjak zraka $\Delta\vartheta_{m_{rz}} \approx 3{,}3\,^0\text{C}$, za njegovu toplinsku prolaznost, prema (7.107) dobiva se $K_{rz} \approx 530{,}3\ \text{kW/K}$.



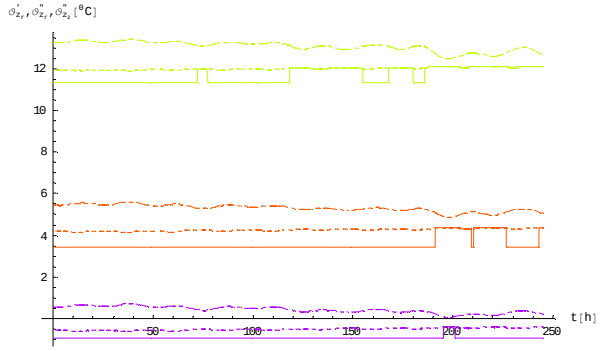
***1. t.c. i→j**, banane*



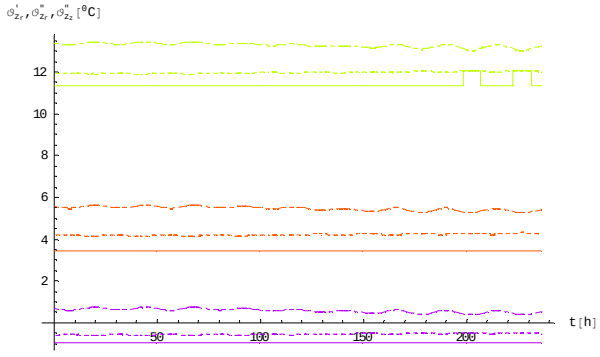
***1. t.c. i→j**, naranče*



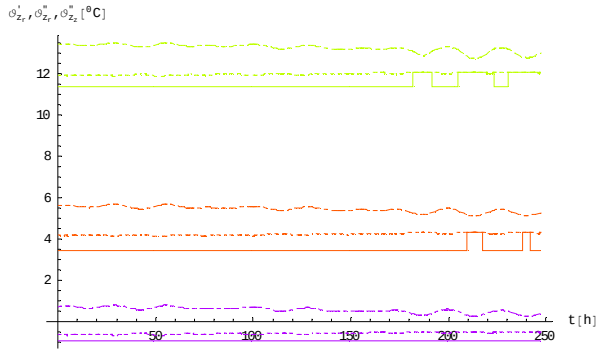
***1. t.c. i→j**, listopadno voće*



4. t.c. i→j



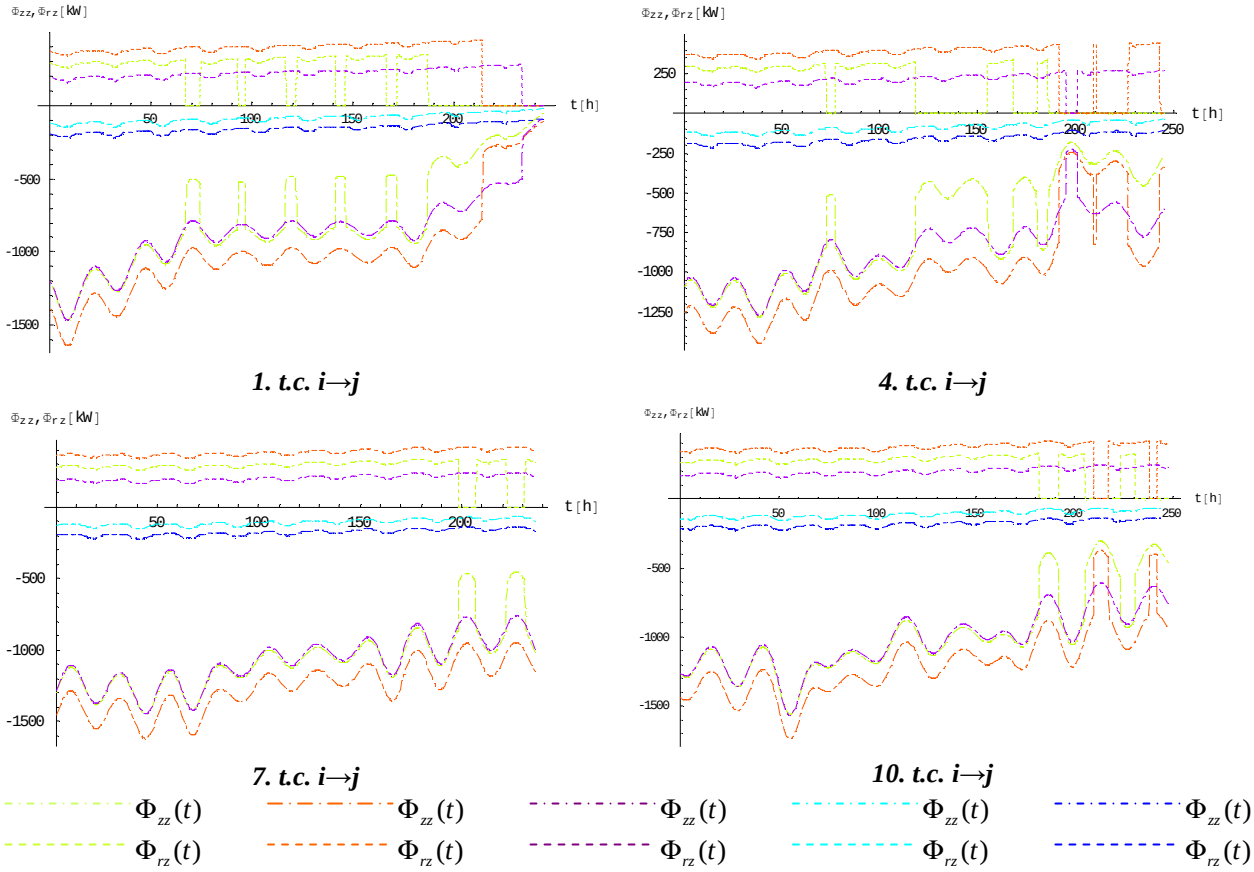
7. t.c. i→j



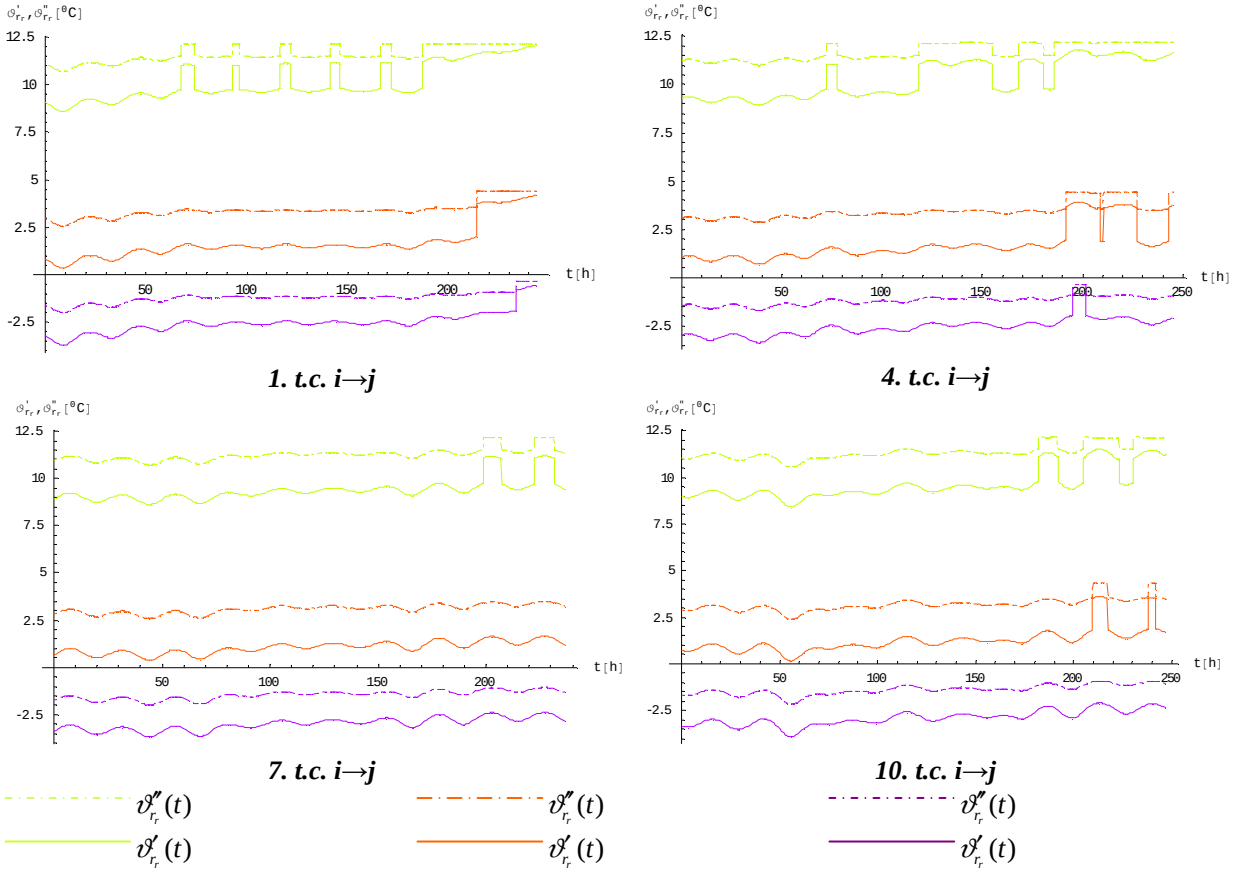
10. t.c. i→j

$\vartheta''_{z_r}(t)$ $\vartheta'_{z_r}(t)$ $\vartheta''_{z_z}(t)$ $\vartheta''_{z_r}(t)$ $\vartheta'_{z_r}(t)$
$\vartheta''_{z_z}(t)$ $\vartheta''_{z_r}(t)$ $\vartheta'_{z_r}(t)$ $\vartheta''_{z_z}(t)$

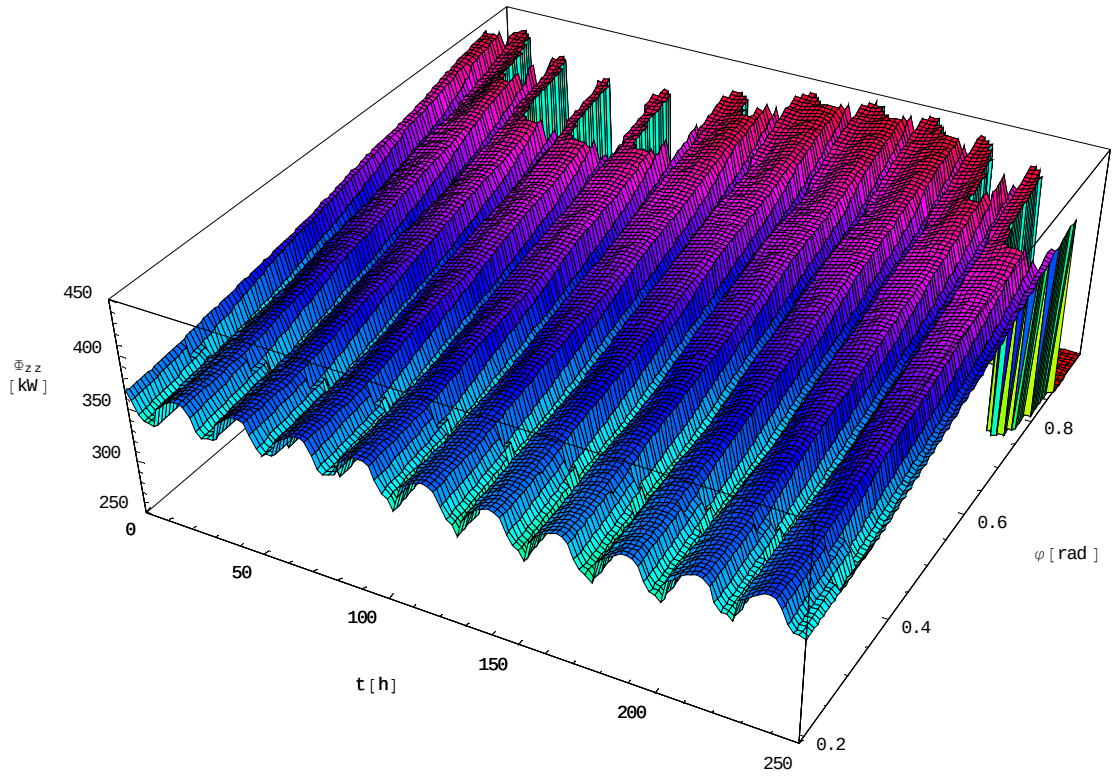
*Slika 7.31 Kvazistatičke ravnotežne temperature zraka na ulazu i izlazu iz hladnjaka, te na izlazu iz grijača zraka tijekom 1.,4.,7. i 10. t.c.-a pri plovidbi iz **i** u **j***



Slika 7.32 Toplinska opterećenja hladnjaka i grijača zraka tijekom 1., 4., 7. i 10. t.c.-a



Slika 7.33 Kvazistatičke ravnotežne temperature rasoline na ulazu i izlazu iz hladnjaka

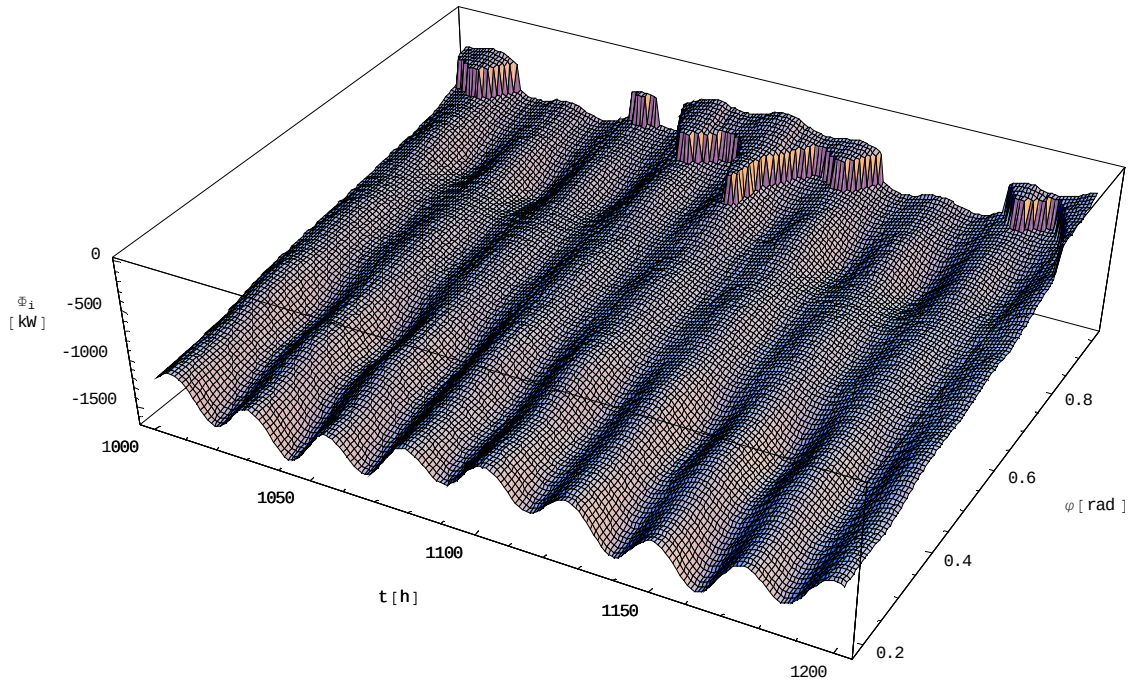


Slika 7.34 Toplinsko opterećenje grijača zraka pri prijevozu naranči

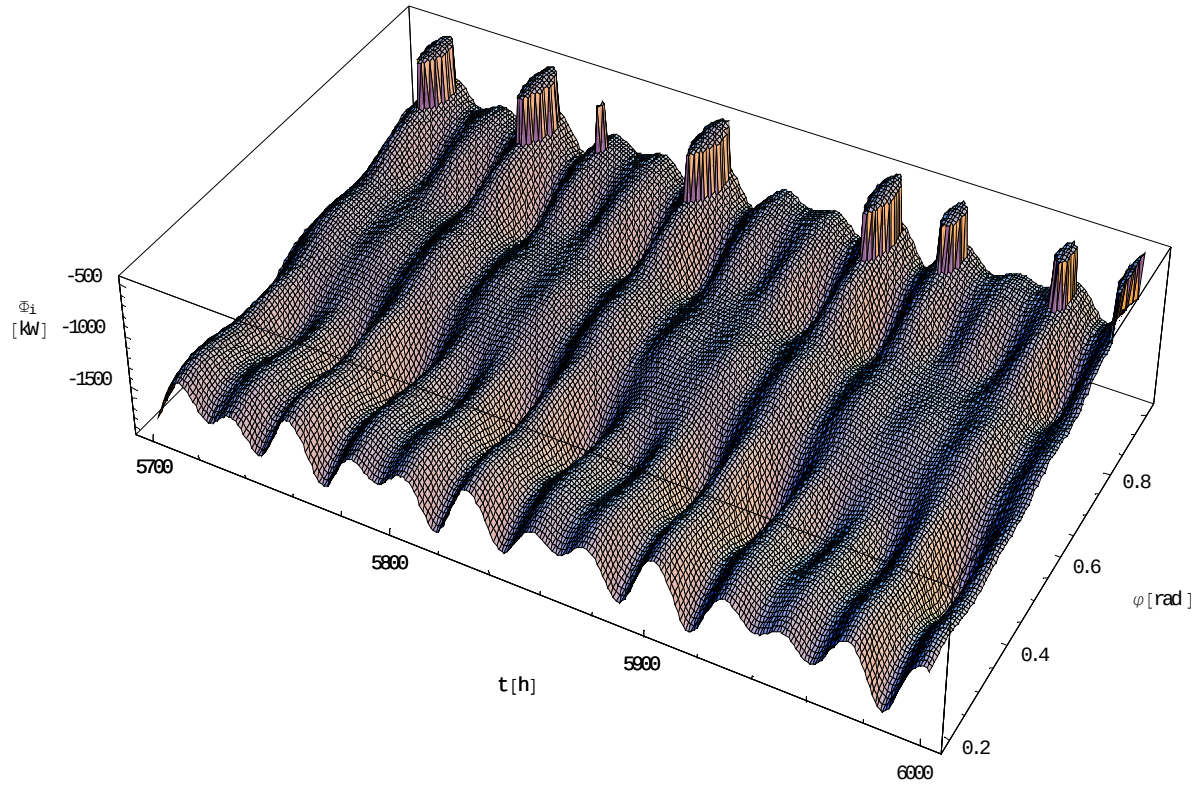
Uzimajući u obzir procijenjene toplinske dobitke od pumpe Φ_{pr} i konduktorskog sustava Φ_{ks_r} rasoline:

$$\Phi_{ra} = \Phi_{pr} + \Phi_{ks_r} \approx 100 \text{ kW} \tag{7.145}$$

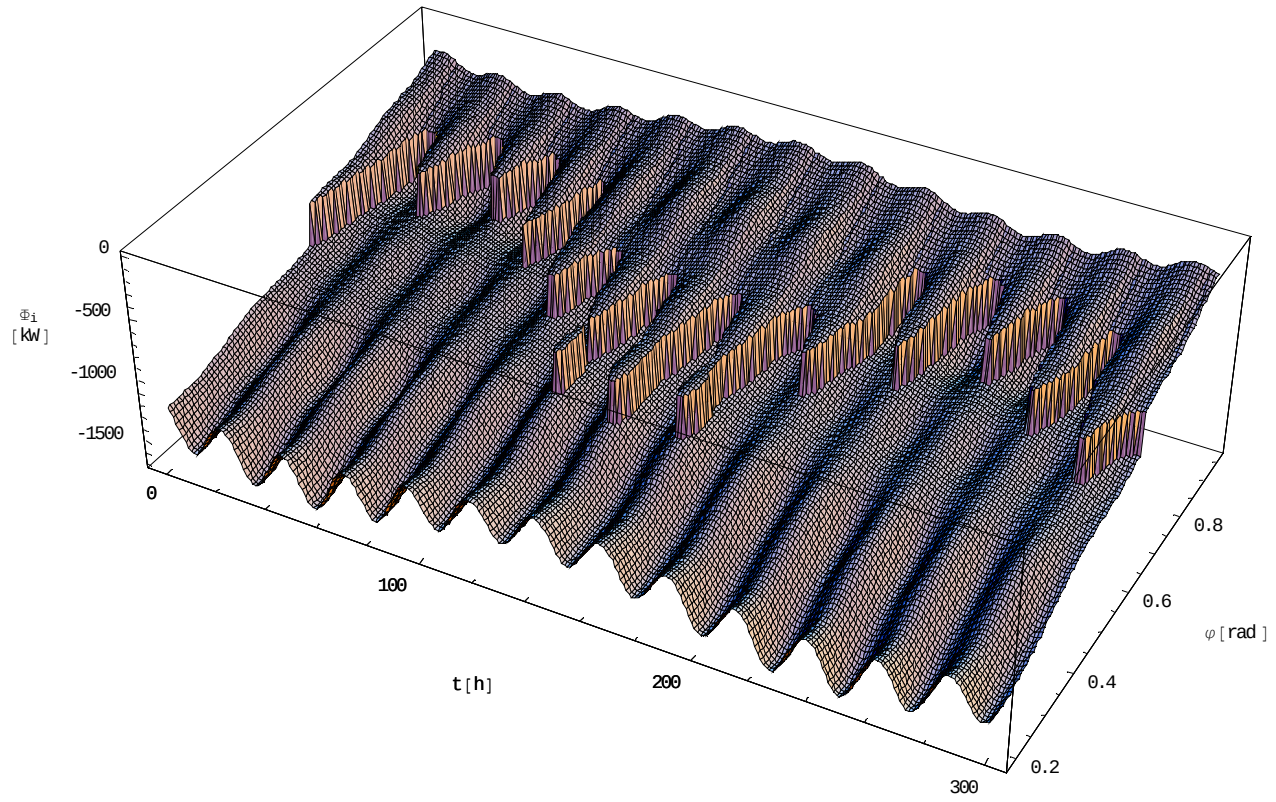
za ukupno minimalno rashladno opterećenje isparivača dobiva se $\Phi_{i_{\min}} = -1850 \text{ kW}$, pa se temeljem srednje logaritamske temperaturne razlike $\Delta\vartheta_{m_i} \approx 7\,^{0}\text{C}$ za toplinsku propusnost isparivača prema (7.114) dobiva $K_i \approx 264,286 \text{ kW/K}$.



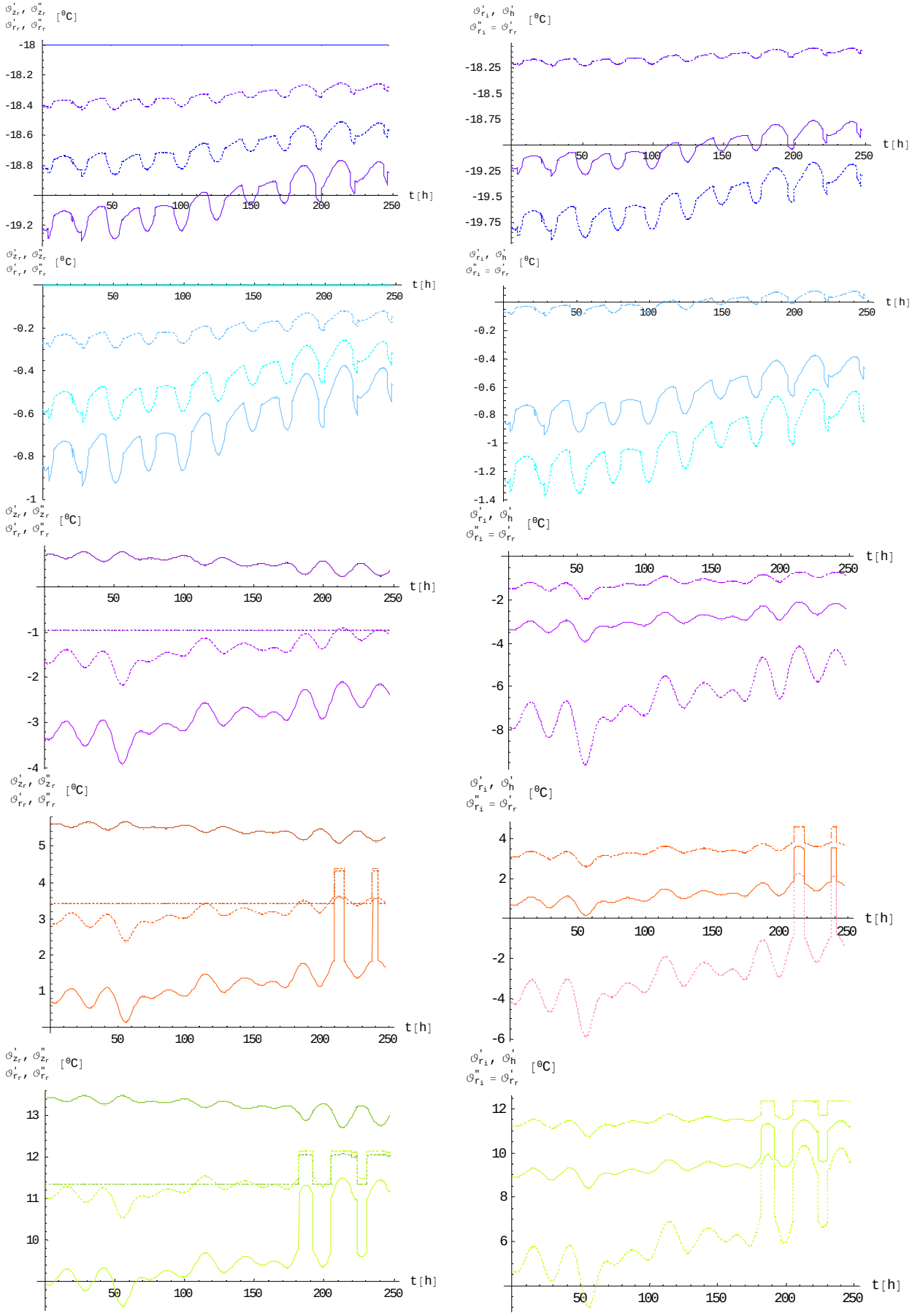
Slika 7.35 Toplinsko opterećenje isparivača pri prijevozu listopadnog voća



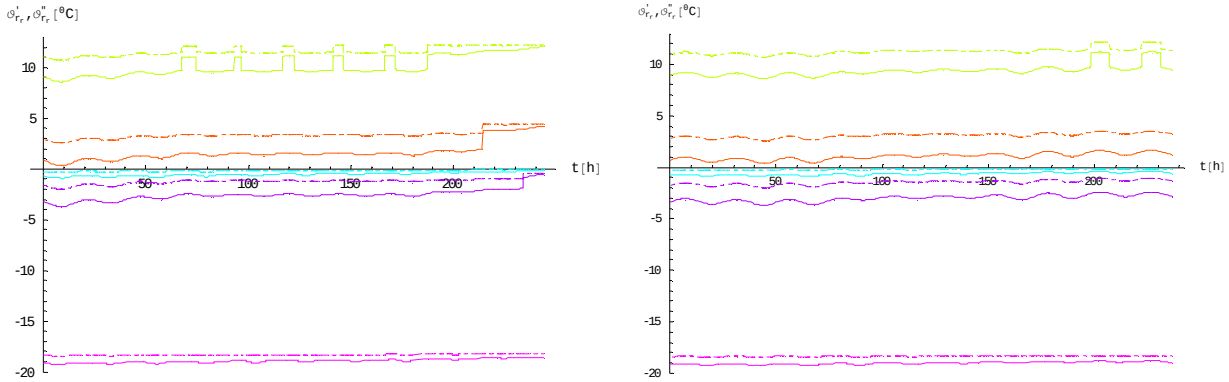
Slika7.36 Toplinsko opterećenje isparivača pri prijevozu naranči



Slika 7.37 Toplinsko opterećenje isparivača pri prijevozu banana

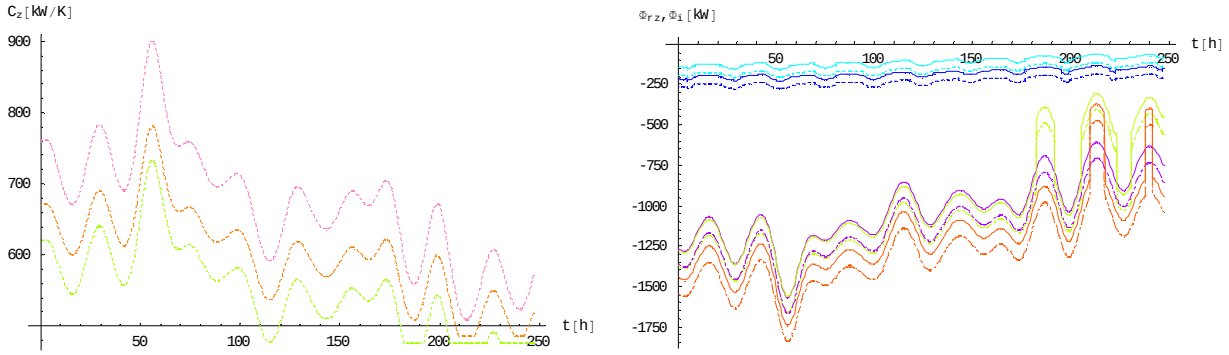


Slika 7.38 Kvazistatičke ravnotežne temperature u hladnjaku i isparivaču tijekom 10. t.c.-a

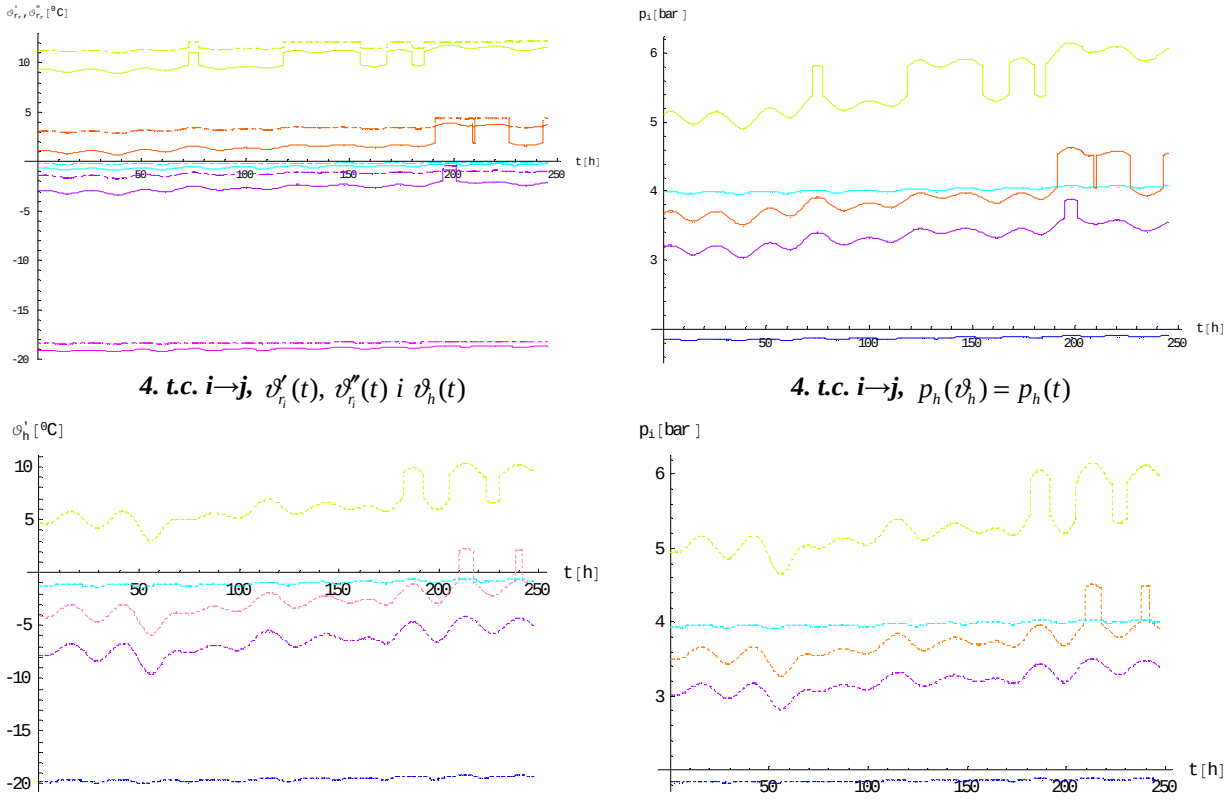


1. t.c. i→j ***7. t.c. i→j***

*Slika 7.39 Kvazistatičke temp. rasoline u hladnjaku za plovidbe iz **i** u **j** tijekom 1. i 7. t.c.-a*



*Slika 7.40 Kvazistatički iznosi: strujnih kapaciteta zraka i toplinskih opterećenja hladnjaka i isparivača pri plovidbi broda iz **i** u **j** tijekom 10. t.c.-a*



4. t.c. i→j, $\vartheta'_{r_i}(t)$, $\vartheta''_{r_i}(t)$ *i* $\vartheta_h(t)$ ***4. t.c. i→j,*** $p_h(\vartheta_h) = p_h(t)$

10. t.c. i→j, $\vartheta'_{r_i}(t)$, $\vartheta''_{r_i}(t)$ *i* $\vartheta_h(t)$ ***10. t.c. i→j,*** $p_h(\vartheta_h) = p_h(t)$

*Slika 7.41 Kvazistatičke temperature rasoline i hladitelja u isparivaču i ravnotežni tlakovi hladitelja pri plovidbi iz **i** u **j** tijekom 4 i 10. t.c.-a*

7.3.4 Toplinsko opterećenje rashladnog sustava tijekom ukrcaja

Ovaj operativni interval rashladnog sustava komercijalnog brodskog tereta karakteriziran je znatnom infiltracijom okolišnog zraka, pa se izrada odgovarajućeg matematičkog modela izmjene topline temelji na sljedećim pretpostavkama: istodoban i kontinuiran ukrcaj tereta u cjelokupni skladišni prostor, infiltracijski iznosi zraka i njegova gustoća tijekom ukrcaja konstantnog su iznosa, maseni protok optočnog zraka (bez dotoka svježeg zraka) kroz hladnjak zraka konstantnog je iznosa, kvazistatičko uravnoteženje u hladnjaku zraka postiže se konstantnim protokom rasoline i zraka, dok se kvazistatičko uravnoteženje u isparivaču hladitelja postiže konstantnim protocima rasoline i hladitelja, pri čemu je temperatura hladitelja na ulazu u isparivač konstantnog iznosa, $\vartheta'_h = const.$

Temeljem prve pretpostavke za „*maseni tok*“ tereta u skladišni prostor dobiva se:

$$\dot{m}_t = \frac{m_t}{\tau_u} \tag{7.146}$$

gdje je m_t ukupna masa tereta, dok je τ_u ukupno vrijeme ukrcaja.

Za masu tereta, koja se s vremenom *t* akumulira u cjelokupnom skladišnom prostoru dobiva se:

$$m_t(t) = \frac{m_t}{\tau_u} t \tag{7.147}$$

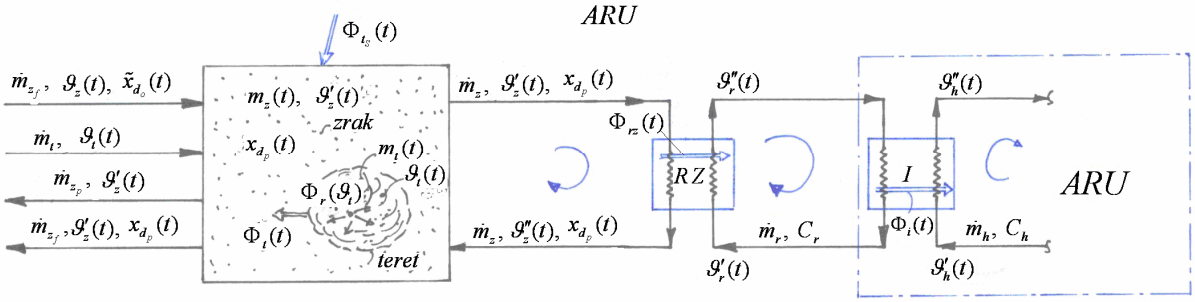
pa se uz $\rho_t = const.$, za vremenski promjenjivu masu zraka u skladištu dobiva:

$$m_z(t) = \rho_z \left[V_z - \frac{m_t(t)}{\rho_t} \right] = \rho_z \left(V_z - \frac{m_t}{\rho_t \tau_u} t \right) \tag{7.148}$$

odnosno za maseni tok, ukrcavanim teretom potiskivanog zraka iz skladišta:

$$\dot{m}_{z_p} = -\frac{d}{dt}\left[m_z(t) \right] = \frac{\rho_z m_t}{\rho_t \tau_u} \tag{7.149}$$

gdje je V_z volumen cjelokupnog skladišnog prostora.



Slika 7.42 Shematski prikaz energijskih i masenih tokova tijekom ukrcaja

Materijalna bilanca vlage tijekom ukrcaja

Tijekom ukrcaja tereta, uz pretpostavku da ne dolazi do orošavanja zraka njegovim prolaskom kroz hladnjak, materijalna bilanca vlage za skladišni prostor biva:

$$\dot{m}_{z_f}\left[\tilde{x}_{d_o}(t) - x_{d_p}(t) \right] - \dot{m}_{z_p}(t)\, x_{d_p}(t) = \frac{d}{dt}\left[m_z(t)\, x_{d_p}(t) \right] \tag{7.150}$$

Supstituiranjem (7.148) i (7.149) u (7.150), nakon provedenog deriviranja i sređivanja dobiva se diferencijalna jednadžba za sadržaj vlage $x_{d_p}(t)$ u skladišnom prostoru:

$$\rho_z \left(V_S - \frac{m_t}{\rho_t \tau_u} t \right) \dot{x}_{d_p}(t) + \dot{m}_{z_f} x_{d_p}(t) = \dot{m}_{z_f} \tilde{x}_{d_o}(t) \tag{7.151}$$

Kako je vrijeme ukrcaja razmjerno kratko, može se razmjerno složenu funkcijsku ovisnost $\tilde{x}_{d_o}(t)$ linearizirati:

$$\tilde{x}_{d_o}(t) = \tilde{x}_{d_o}(t_{o_e}) + \left[\frac{\partial \tilde{x}_{d_o}(t)}{\partial t}\right]_{t=t_{o_e}} (t - t_{o_e}) \tag{7.152}$$

pa se supstituiranjem (7.506) u (7.505) pridobiva egzaktno rješiva, nehomogena, linearna diferencijalna, jednadžba prvog reda:

$$\dot{x}_{d_p}(t) + \frac{a_p}{b_p - t} x_{d_p}(t) = \frac{\tilde{a}_p + \tilde{b}_p t}{b_p - t} \tag{7.153}$$

gdje su koeficijenti dani izrazom:

$$a_p = \frac{\rho_t \tau_u \dot{m}_{z_f}}{m_t \rho_z};\ b_p = \frac{\rho_t \tau_u V_S}{m_t},\ \tilde{a}_p = \frac{\rho_t \tau_u \dot{m}_{z_f}}{m_t \rho_z}\left\{\tilde{x}_{d_o}(t_{o_e}) - t_{o_e}\left[\frac{\partial \tilde{x}_{d_o}(t)}{\partial t}\right]_{t=t_{o_e}}\right\},\ \tilde{b}_p = \frac{\rho_t \tau_u V_S}{m_t}\left[\frac{\partial \tilde{x}_{d_o}(t)}{\partial t}\right]_{t=t_{o_e}}\Bigg\} \tag{7.154}$$

Postavljajući za početni uvjet $t = 0 \Rightarrow x_{d_p}(0) = x_{d_{Po}}$, za vremenski promjenjivi sadržaj vlage u skladištu tijekom ukrcaja tereta dobiva se:

$$x_{d_p}(t) = \frac{(-b_p)^{a_p}}{a_p(a_p - 1)}\left\{\left[b_p \tilde{b}_p + (a_p - 1)(a_p x_{d_{Po}} - \tilde{a}_p)\right](t - b_p)^{a_p} + (-b_p)^{a_p}\left[(a_p - 1)\tilde{a}_p + \tilde{b}_p(a_p t - b_p)\right]\right\} \tag{7.155}$$

pa postavljajući da je:

$$a_x = \frac{(-b_p)^{a_p}}{a_p(a_p - 1)}\left[b_p \tilde{b}_p + (a_p - 1)(a_p x_{d_{Po}} - \tilde{a}_p)\right],\qquad b_x = \frac{(-b_p)^{2a_p}\tilde{b}_p}{a_p - 1},\qquad c_x = \frac{(-b_p)^{a_p}}{a_p}\left(\tilde{a}_p - \frac{b_p \tilde{b}_p}{a_p - 1}\right)\Bigg\} \tag{7.156}$$

za vremenski promjenjivi sadržaj vlage tijekom ukrcaja, dobiva se jednostavniji zapis:

$$x_{d_p}(t) = a_x(t - b_p)^{a_p} + b_x t + c_x \tag{7.157}$$

Energijska bilanca tereta tijekom ukrcaja

Dotična jednadžba glasi:

$$\frac{d}{dt}\left[c_t m_t(t)\vartheta_t(t)\right] = \Phi_r(\vartheta_t, m_t) - k_t A_t(t)\left[\vartheta_t(t) - \vartheta'_z(t)\right] \tag{7.158}$$

gdje je: $\Phi_r(\vartheta_t, m_t)$ respiracijski toplinski tok kojeg uslijed vlastitog metabolizma specificirani živi teret oslobađa pri temperaturi $\vartheta_t(t)$, $A_t(t)$ vremenski promjenjiva zrakom oplakana površina ukrcavanog tereta i $\vartheta'_z(t)$ promjenjiva temperatura zraka u skladištu.

Respiracijski toplinski tok definira se izrazom:

$$\Phi_r(t) = m_t(t)\phi_r(\vartheta_t) \tag{7.159}$$

gdje je $\phi_r(\vartheta_t)$ temperaturno ovisni specifični respiracijski toplinski tok, kojeg se unutar razmjerno malog temperaturnog intervala jako dobro aproksimira polinomom *n-tog* stupnja, kako slijedi:

$$\phi_r(\vartheta_t) = \sum_{j_\phi=0}^{n_\phi} a_{i_\phi} \vartheta_t^{i_\phi}(t) \tag{7.160}$$

Supstituiranjem (7.147) i (7.160) u (7.159), za respiracijski toplinski tok *živog* tereta tijekom ukrcaja dobiva se:

$$\Phi_r(t) = \frac{m_t}{\tau_u} t \sum_{j_\phi=0}^{n_\phi} a_{i_\phi} \vartheta_t^{i_\phi}(t) \tag{7.161}$$

Pretpostavljajući prizmatičan volumen tereta unutar prizmatičnog skladišta, dobiva se za vremenski promjenjivo oplošje sadržanog tereta:

$$A_t(t) = a_t t^{2/3} \tag{7.162}$$

gdje je:

$$a_t = 2\left(l_b + l_h + l_b l_h\right)\left(\frac{m_t}{l_b l_h \rho_t \tau_u}\right)^{2/3},\qquad l_b = \frac{b_s}{a_s},\qquad l_h = \frac{h_s}{a_s}\Bigg\} \tag{7.163}$$

dok su: a_s, b_s, h_s duljina, širina i visina skladišta, odgovarajuće.

Supstituiranjem (7.147), (7.162) i (7.165) u (7.158), nakon provedenog deriviranja i sređivanja dobiva se diferencijalna jednadžba toplinske ravnoteže *živog* tereta tijekom ukrcaja:

$$\dot{\vartheta}_t(t)+\frac{\vartheta_t(t)}{t}-\sum_{j_\phi=0}^{n_\phi}\tilde{a}_{i_\phi}\vartheta_t^{j_\phi}(t)+\frac{\tilde{a}_t}{t^{1/3}}\left[\vartheta_t(t)-\vartheta_z'(t)\right]=0 \tag{7.164}$$

gdje je:

$$\left.\tilde{a}_{i_\phi}=\frac{a_{i_\phi}}{c_t};\quad \tilde{a}_t=a_t\frac{\tau_u}{c_t m_t}\right\} \tag{7.165}$$

Za slučaj ukrcaja mrtvog tereta je $\Phi_r(\vartheta_t,m_t)=0$, pa diferencijalna jednadžba (7.164) poprima oblik:

$$\dot{\vartheta}_t(t)+\frac{\vartheta_t(t)}{t}+\frac{a_t\tau_u}{c_t m_t\,t^{1/3}}\left[\vartheta_t(t)-\vartheta_z'(t)\right]=0 \tag{7.166}$$

Energijska bilanca zraka tijekom ukrcaja

Definira se diferencijalnom jednadžbom:

$$\frac{d}{dt}\left[c_{v_z}m_z(t)\vartheta_z'(t)\right]=k_t A_t(t)\left[\vartheta_t(t)-\vartheta_z'(t)\right]+\Phi_{t_S}(t)+\dot{m}_z\left[h_k(t)-h_p(t)\right]+\dot{m}_{z_f}\left[h_o(t)-h_p(t)\right]-\dot{m}_{z_p}h_p(t) \tag{7.167}$$

pri čemu je specifična entalpija vlažnog okolišnog zraka $h_o(t)$ definirana izrazom (7.25), dok se specifične entalpije kondicioniranog zraka i zraka u skladištu definiraju izrazima:

$$h_k(t)=c_{p_z}\vartheta_z''(t)+x_{d_{P_o}}(t)\left[r_o+c_{p_p}\vartheta_z''(t)\right] \tag{7.168}$$

$$h_p(t)=c_{p_z}\vartheta_z'(t)+x_{d_p}(t)\left[r_o+c_{p_p}\vartheta_z'(t)\right] \tag{7.169}$$

U ovom slučaju temperatura zraka $\tilde{\vartheta}_z'(t)$ na ulazu u hladnjak zraka definira se izrazom:

$$\tilde{\vartheta}_z'(t)=\vartheta_z'(t)+\frac{\Phi_{vz}}{C_z} \tag{7.170}$$

pa se temeljem izraza (7.116) i (7.118) dobiva:

$$\vartheta_z''(t)=\theta_0+\theta_1\vartheta_z'(t) \tag{7.171}$$

gdje su koeficijenti definirani izrazima:

$$\theta_0=\frac{\Phi_{vz}}{C_z}+\frac{\Phi_{pr}\exp\left(K_i/C_z\right)}{C_z\left\{1+\frac{C_z}{K_{rz}}\left[1-\exp\left(K_i/C_z\right)\right]\right\}}+\frac{\vartheta_h\left[1-\exp\left(K_i/C_z\right)\right]}{1+\frac{C_z}{K_{rz}}\left[1-\exp\left(K_i/C_z\right)\right]},\qquad \theta_1=\frac{\left(1-\frac{C_z}{K_{rz}}\right)\exp\left(K_i/C_z\right)}{1+\frac{C_z}{K_{rz}}\left[1-\exp\left(K_i/C_z\right)\right]} \tag{7.172}$$

Uzimajući u obzir da se tijekom ovog karakterističnog pogonskog ciklusa zrak iz skladišta vodi u cijelosti kroz hladnjak zraka, specifična entalpija kondicioniranog zraka (na izlazu iz hladnjaka) biva definirana izrazom:

$$h_k(t)=c_{p_z}\left[\theta_0+\theta_1\vartheta_z'(t)\right]+x_{d_p}(t)\left\{r_o+c_{p_p}\left[\theta_o+\theta_1\vartheta_z'(t)\right]\right\} \tag{7.173}$$

Ukupno vremenski promjenjivo toplinsko opterećenje skladišnog prostora i ovdje se definira izrazom:

$$\Phi_{t_S}(t)=\left[\begin{array}{l}a_s(t)\vartheta_z'(t)-a_{m_b}(t)\vartheta_{m_b}(t)-a_{m_d}\vartheta_{m_d}(t)-\bar{a}_m(t)\bar{\vartheta}_m(t)-a_{z_2}\vartheta_z^2(t)-a_{z_1}(t)\vartheta_z(t)-a_{z_0}-\Phi_{R_S}(t)-\frac{1}{4}q_{d_0}(t)\exp\left[-\frac{\tilde{B}(t)}{\sin\Theta(t)}\right]\cdot\\ \cdot\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\sin\Theta(t)\right]\right\}\sum_{j=1}^{6}\left(\hat{A}_j(t)\left[\cos\phi_j(t)\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\cos\phi_j(t)\right]\right\}+\left[(1-\hat{\alpha}_m)\sin\Theta(t)-\hat{\alpha}_m D(t)\right](1-\cos\beta_j)+2D(t)\right]\right)\end{array}\right] \tag{7.174}$$

pri čemu se u ovom slučaju sadržani vremenski promjenjivi koeficijenti određuju temeljem sljedećih postavki.

Tijekom ukrcaja tereta površina vertikalnih uronjenih stijena (bokovi broda), kontinuirano raste, dok površina vertikalnih stijena nadvođa kontinuirano opada.

Pretpostavi li se da su bokovi broda duž sveukupnog skladišnog prostora vertikalni, vremenski promjenjive površine $A_z(t)$ i $A_m(t)$ tijekom ukrcaja tereta definiraju se izrazima:

$$A_z(t) = A_{z_0} - L_s\left[T_b(t) - T_{b_0}\right] \tag{7.175}$$

$$A_m(t) = A_{m_0} + L_s\left[T_b(t) - T_{b_0}\right] \tag{7.176}$$

gdje je: L_s -duljina skladišnog prostora, T_{b_0} gaz broda bez tereta (početni gaz krcanja), $T_b(t)$ vremenski promjenjivi gaz broda tijekom ukrcaja tereta, A_{z_0}, A_{m_0} okolišnim zrakom, odnosno morem oplakana površina skladišnih stijena na početku ukrcaja.

Funkcijska ovisnost gaza broda o njegovoj istisnini Δ_b jako dobro se aproksimira polinomom n_Δ -*tog* reda kako slijedi:

$$T_b(\Delta_b) = \sum_{j_\Delta=0}^{n_\Delta} a_{j_\Delta} \Delta_b^{j_\Delta} \tag{7.177}$$

dok se vremenski promjenjiva istisnina broda tijekom ukrcaja tereta definira izrazom:

$$\Delta_b(t) = \Delta_{b_0} + m_t(t) = \Delta_{b_0} + \frac{m_t}{\tau_u} t \tag{7.178}$$

gdje je Δ_{b_0} istisnina izbalansiranog broda bez tereta.

Supstituiranjem (7.178) u (7.177), za vremenski promjenjivi gaz broda tijekom ukrcaja dobiva se:

$$T_b(\Delta_b) = \sum_{j_\Delta=0}^{n_\Delta} a_{j_\Delta} \left(\Delta_{b_0} + \frac{m_t}{\tau_u} t\right)^{j_\Delta} \tag{7.179}$$

dok se supstituiranjem (7.179) u (7.175) i (7.174) nakon sređivanja dobiva:

$$A_z(t) = \tilde{A}_{z_0} - \sum_{j_\Delta=0}^{n_\Delta} \tilde{a}_{j_\Delta} \left(\Delta_{b_0} + \frac{m_t}{\tau_u} t\right)^{j_\Delta} \tag{7.180}$$

$$A_m(t) = \tilde{A}_{m_0} + \sum_{j_\Delta=0}^{n_\Delta} \tilde{a}_{j_\Delta} \left(\Delta_{b_0} + \frac{m_t}{\tau_u} t\right)^{j_\Delta} \tag{7.181}$$

gdje su novo-navedeni koeficijenti definirani izrazom:

$$\tilde{A}_{z_0} = A_{z_0} + L_s T_{b_0}, \quad \tilde{A}_{m_0} = A_{m_0} - L_s T_{b_0}, \quad \tilde{a}_{j_\Delta} = L_s a_{j_\Delta} \Big\} \tag{7.182}$$

Uzimajući u obzir vremensku promjenjivost površina, koje su za vremenski promjenjive koeficijente sadržane u izrazu (7.174) dobiva se:

$$\left.\begin{aligned}
&a_s(t) = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7 + R_{7o}} + \frac{2}{R_4(t)} + \frac{2}{R_2(t)} + \left(\frac{1}{R_{8_4}(t)} + \frac{1}{R_{8_1}} + \sum_{k=2}^{3} \frac{1}{R_{8_k}(t)}\right)\left[R_8\left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_{8_4}(t)} + \frac{1}{R_{8_1}} + \sum_{k=2}^{3} \frac{1}{R_{8_k}(t)}\right)\right]^{-1}; \quad a_{m_b}(t) = \frac{1}{2R_4(t)}; \\
&\bar{a}_m(t) = \frac{1}{R_{8_4}(t)}; \quad a_{m_d} = \frac{1}{R_7 + R_{7o}}; \quad a_{z_1}(t) = \frac{1}{R_1} + \frac{a_{1_s}}{R_6} + \frac{2}{R_2(t)} + \left[R_8\left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_{8_4}(t)} + \frac{1}{R_{8_1}} + \sum_{k=2}^{3} \frac{1}{R_{8_k}(t)}\right)\right]^{-1}\left[\frac{1}{R_{8_1}} + \sum_{k=2}^{3} \frac{1}{R_{8_k}(t)}\right]; \quad a_{z_0} = \frac{a_{0_s}}{R_6}; \\
&a_{z_2} = \frac{a_{2_s}}{R_6}; \; \hat{A}_j(t) = \frac{R_{j_v} \hat{\alpha}_{j_v} A_{j_v}(t)}{R_j} \;\; za \;\; \tilde{j} = 1 \to 3, \; \tilde{j} = j_v; \quad \hat{A}_j(t) = \frac{R_{8v_k} \hat{\alpha}_{8_k} A_{8_k}(t)}{R_{8_k}}\left[R_8\left(\frac{1}{R_8} + \frac{1}{R_{8_4}(t)} + \frac{1}{R_{8_1}} + \sum_{k=2}^{3} \frac{1}{R_{8_k}}\right)\right]^{-1} \;\; za \;\; \tilde{j} = 4 \to 6, \; \tilde{j} = k
\end{aligned}\right\} \tag{7.183}$$

pri čemu su vremenski promjenjivi toplinski otpori definiraju izrazom:

$$\left.\begin{aligned}
&R_2(t) = \left(\frac{1}{\alpha_{2_u}} + \sum_{k=1}^{n_k=2+3} \frac{\delta_k}{\lambda_k} + \frac{1}{\alpha_{2_v}}\right)\left[\tilde{A}_{2z_0} - \sum_{j_\Delta=0}^{n_\Delta} \tilde{a}_{j_\Delta}\left(\Delta_{b_0} + \frac{m_t}{\tau_u} t\right)^{j_\Delta}\right]^{-1}; \quad R_4(t) = R_5(t) = \left(\frac{1}{\alpha_{5_u}} + \sum_{k=1}^{n_k=2+3} \frac{\delta_k}{\lambda_k} + \frac{1}{\alpha_{5_v}}\right)\left[\tilde{A}_{4m_0} + \sum_{j_\Delta=0}^{n_\Delta} \tilde{a}_{j_\Delta}\left(\Delta_{b_0} + \frac{m_t}{\tau_u} t\right)^{j_\Delta}\right]^{-1} \\
&R_{8_4}(t) = \left(\frac{1}{\alpha_{u_{8_4}}} + \frac{\delta_{s_{8_4}}}{\lambda_{s_{8_4}}} + \frac{1}{\alpha_{v_{8_4}}}\right)\left[\tilde{A}_{8_4 m_0} + \sum_{j_\Delta=0}^{n_\Delta} \tilde{a}_{j_\Delta}\left(\Delta_{b_0} + \frac{m_t}{\tau_u} t\right)^{j_\Delta}\right]^{-1}; \qquad R_{8_k}(t) = \left(\frac{1}{\alpha_{u_k}} + \frac{\delta_{s_k}}{\lambda_{s_k}} + \frac{1}{\alpha_{v_k}}\right)\left[\tilde{A}_{8_k z_0} - \sum_{j_\Delta=0}^{n_\Delta} \tilde{a}_{j_\Delta}\left(\Delta_{b_0} + \frac{m_t}{\tau_u} t\right)^{j_\Delta}\right]^{-1} \\
&A_1 = const.; \qquad A_{8_1} = const.; \qquad A_2(t) = A_3(t) = \tilde{A}_{2z_0} - \sum_{j_\Delta=0}^{n_\Delta} \tilde{a}_{j_\Delta}\left(\Delta_{b_0} + \frac{m_t}{\tau_u} t\right)^{j_\Delta}; \qquad A_{8_2}(t) = A_{8_3}(t) = \tilde{A}_{8_2 z_0} - \sum_{j_\Delta=0}^{n_\Delta} \tilde{a}_{j_\Delta}\left(\Delta_{b_0} + \frac{m_t}{\tau_u} t\right)^{j_\Delta}
\end{aligned}\right\} \tag{7.184}$$

Napokon se supstituiranjem (7.149), (7.174), (7.180) i (7.181) u (7.168) nakon provedenog deriviranja i sređivanja dobiva druga diferencijalna jednadžba, koja zajedno s (7.165) za žive terete,odnosno s (7.166) za mrtve terete, čini sustav nelinearnih diferencijalnih jednadžbi prvog rada po nepoznatim temperaturnim funkcijama $\vartheta_t(t)$ i $\vartheta_z(t)$.

$$\left\{\begin{array}{l}\rho_z\left(V_z-\dfrac{m_t}{\rho_t\tau_u}t\right)\left\{c_{v_z}+c_{v_p}\left[a_x(t-b_p)^{a_p}+b_xt+c_x\right]\right\}\dot{\vartheta}_z'(t)+a_{m_b}(t)\,\vartheta_{m_b}(t)-\Phi_{R_S}(t)+a_{z_0}+\\ +\left(\begin{array}{l}c_{p_p}\rho_z\left(V_z-\dfrac{m_t}{\rho_t\tau_u}t\right)\left[a_pa_x(t-b_p)^{a_p-1}+b_x\right]-a_s(t)\,\vartheta_z'(t)+\\ +k_ta_t t^{2/3}+\left[\dot{m}_z(1-\theta_1)+\dot{m}_{z_f}\right]\left\{c_{p_z}+c_{p_p}\left[a_x(t-b_p)^{a_p}+b_xt+c_x\right]\right\}\end{array}\right)\vartheta_z'(t)-k_ta_t t^{2/3}\vartheta_t(t)+\\ +r_o\rho_z\left(V_z-\dfrac{m_t}{\rho_t\tau_u}t\right)\left[a_pa_x(t-b_p)^{a_p-1}+b_x\right]-\dot{m}_z\theta_0(c_{p_z}+c_{p_p})\left[a_x(t-b_p)^{a_p}+b_xt+c_x\right]+\\ +a_{m_d}\vartheta_{m_d}(t)-r_o(\dot{m}_z-\dot{m}_{z_f})\left[a_x(t-b_p)^{a_p}+b_xt+c_x\right]-\dot{m}_{z_f}\left\{c_{p_z}\vartheta_z(t)+\tilde{x}_{d_o}(t)\left[r_o+c_{p_p}\vartheta_z(t)\right]\right\}+\\ +\bar{a}_m(t)\,\bar{\vartheta}_m(t)+a_{z_2}\vartheta_z^2(t)+a_{z_1}(t)\,\vartheta_z(t)+\dfrac{1}{4}q_{d_0}(t)\exp\left[-\tilde{B}(t)\csc\Theta(t)\right]\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\sin\Theta(t)\right]\right\}\cdot\\ \cdot\sum_{\tilde{j}=1}^{6}\left(\hat{A}_{\tilde{j}}(t)\left[\cos\phi_{\tilde{j}}(t)\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\cos\phi_{\tilde{j}}(t)\right]\right\}+\left[(1-\hat{\alpha}_m)\sin\Theta(t)-\hat{\alpha}_mD(t)\right](1-\cos\beta_{\tilde{j}})+2D(t)\right]\right)\end{array}\right\}=0 \tag{7.185}$$

Ova jednadžba skupa s diferencijalnom jednadžbom toplinske ravnoteže odgovarajućeg tereta (živog 7.164, mrtvog 7.166), čini sustav nelinearnih nehomogenih diferencijalnih jednadžbi, koji je rješiv tek numerički, pri čemu su početni uvjeti, karakteristični za početak ukrcaja tereta $\vartheta_t(0)=\vartheta_{t_0}$, $\vartheta_z'(0)=\vartheta_z'$, gdje je ϑ_{t_0} temperatura tereta u ukrcajnom terminalu, ϑ_z' održavana, stalna temperatura zraka u praznom skladištu.

7.3.5 Pothlađivanje ukrcanog tereta na propisanu temperaturu skladištenja

U ovom slučaju nema infiltracije okolišnog zraka, maseni iznosi zraka i tereta u skladišnom prostoru su konstantni, kao i prolazne površine koje su u kontaktu s morem odnosno okolišnim zrakom. Zanemari li se eventualno rošenje zraka prolaskom kroz hladnjak zraka, sadržaj vlage u skladišnom prostoru biva konstantnog iznosa, te se može dobiti iz jednadžbe (7.157) za $t=\tau_u$, odnosno:

$$x_{d_{p_o}}=x_{d_p}(t=\tau_u)=a_x(\tau_u-b_p)^{a_p}+b_x\tau_u+c_x \tag{7.186}$$

Energijske bilance živog i mrtvog tereta tijekom pothlađivanja nakon ukrcaja bit će:

$$c_tm_t\frac{d}{dt}\left[\vartheta_t(t)\right]=\Phi_r(\vartheta_t)-k_tA_{t_u}\left[\vartheta_t(t)-\vartheta_z'(t)\right] \tag{7.187}$$

$$c_tm_t\frac{d}{dt}\left[\vartheta_t(t)\right]=-k_tA_{t_u}\left[\vartheta_t(t)-\vartheta_z'(t)\right] \tag{7.188}$$

dok je energijska bilanca zraka u oba slučaja:

$$m_z\frac{d}{dt}\left[c_{v_z}\vartheta_z'(t)\right]=k_tA_{t_u}\left[\vartheta_t(t)-\vartheta_z'(t)\right]+\Phi_{t_S}(t)+\dot{m}_z\left[h_k(t)-h_p(t)\right] \tag{7.189}$$

U ovom slučaju za specifične entalpije zraka na ulazu i izlazu iz skladišnog prostora definirane izrazima (7.168) i (7.169), potrebno je uzeti $x_{d_{p_o}}\approx const.$, dok se funkcijska ovisnost temperature zraka na ulazu u skladišni prostor $\vartheta_z'[\vartheta_z'(t)]$ uz očuvanje konstantnih protoka zraka, primarnog i sekundarnog hladitelja definirana izrazom (7.171).

Rashladnim zrakom oplakivana površina tereta A_{t_u}, dobiva se iz izraza (7.162) uvrštavanjem $t=\tau_u$:

$$A_{t_u}=a_t\tau_u^{2/3} \tag{7.190}$$

dok se za respiracijski toplinski tok, temeljem izraza (7.161) dobiva:

$$\Phi_r(t)=m_t\sum_{i_\phi=0}^{n_\phi}\tilde{a}_{i_\phi}\vartheta_t^{i_\phi}(t) \tag{7.191}$$

Uvrštavanjem navedenih veličina u izraz (7.187), prva diferencijalna jednadžba sustava nakon sređivanja poprima oblik:

$$\dot{\vartheta}_t(t)-\sum_{i_\phi=0}^{n_\phi}\tilde{a}_{i_\phi}\vartheta_t^{i_\phi}(t)-\frac{k_t a_t \tau_u^{2/3}}{c_t m_t}\left[\vartheta_t(t)-\vartheta_z'(t)\right]=0 \tag{7.192}$$

te se napokon uvrštavanjem navedenih veličina, i izraza (7.174) za $\Phi_{t_S}(t)$ u (7.189), nakon deriviranja i sređivanja dobiva i druga diferencijalna jednadžba rashladnog sustava broda tijekom pothlađivanja tereta na propisanu temperaturu skladištenja:

$$\left\{\begin{array}{l} m_z(c_{v_z}+c_{v_p}x_{d_p})\dot{\vartheta}_z'(t)+\left[k_t A_{t_u}+(c_{p_z}+c_{p_p}x_{d_{p_0}})(1-\theta_1)-a_s\vartheta_z'(t)\right]\vartheta_z'(t)-k_t A_{t_u}\vartheta_t(t)+a_{z_0}+\Phi_{R_S}(t)- \\ \left[\dot{m}_z(c_{p_z}+c_{p_p}x_{d_{p_0}})\theta_0-a_{m_b}\vartheta_{m_b}(t)-a_{m_d}\vartheta_{m_d}(t)-\bar{a}_m\bar{\vartheta}_m(t)-a_{z_2}\vartheta_z^2(t)-a_{z_1}\vartheta_z(t)-\frac{1}{4}\{1+\mathrm{sgn}[\sin\Theta(t)]\}\cdot\right. \\ \left.\cdot q_{d_0}(t)e^{-\frac{\tilde{B}(t)}{\sin\Theta(t)}}\sum_{j=1}^{6}\left(\hat{A}_j\left[\cos\phi_j(t)\{1+\mathrm{sgn}[\cos\phi_j(t)]\}+[(1-\hat{\alpha}_m)\sin\Theta(t)-\hat{\alpha}_m D(t)](1-\cos\beta_j)+2D(t)\right]\right)\right] \end{array}\right\}=0 \tag{7.193}$$

Temeljem početnih uvjeta definiranih temperaturama tereta i zraka u skladištu na kraju ukrcaja, odnosno $\vartheta_t^{(2)}(0)=\vartheta_t^{(1)}(\tau_u)$ i $\vartheta_z'^{(2)}(0)=\vartheta_z'^{(1)}(\tau_u)$, dobiva se numeričko rješenje navedenog sustava diferencijalnih jednadžbi po nepoznatim temperaturnim funkcijama $\vartheta_z'(t)$ i $\vartheta_t(t)$.

Stvarna duljina intervala pothlađivanja τ_{p_u} određuje se iznalaženjem realnog korijena sljedeće jednadžbe:

$$\vartheta_t(t)-\vartheta_t=0 \tag{7.194}$$

gdje je $\vartheta_t(t)$ aproksimativna funkcijska ovisnost temperature tereta tijekom njegovog pothlađivanja na propisanu temperaturu skladištenja ϑ_t.

7.3.6 Toplinsko opterećenje rashladnog sustava tijekom iskrcaja

U svrhu pojednostavnjenja odgovarajućeg matematičkog modela, a bez znatnijeg utjecaja na točnost pretpostavlja se: da je gustoća zraka promjenjive mase u skladišnom prostoru konstantna, zanemaruje se prijelaz topline između zraka i tereta tijekom istovara.

Pretpostavljajući nadalje kontinuiran iskrcaj tereta, temeljem masene bilance sadržaja skladišnog prostora za vremenski promjenjivi volumen zraka dobiva se:

$$V_z(t)=V_S-\frac{m_t}{\rho_t}\left(1-\frac{t}{\tau_i}\right) \tag{7.195}$$

dok se za vremenski promjenjivu masu zraka unutar skladišnog prostora dobiva:

$$m_z(t)=\bar{\rho}_z V_z(t)=\bar{\rho}_z\left(V_S-\frac{m_t}{\rho_t}\right)+\frac{\bar{\rho}_z m_t}{\rho_t\tau_i}t \tag{7.196}$$

gdje je τ_i trajanje iskrcaja, $\bar{\rho}_z$ srednja vrijednost gustoće zraka prema izrazu:

$$\bar{\rho}_z=\frac{\bar{p}_z M_z}{\Re(\bar{\vartheta}_z+T_0)} \tag{7.197}$$

Konačno, pretpostavljajući da je volumenski dotok okolišnog zraka u skladišni prostor tijekom iskrcaja tereta upravo jednak volumenskom istoku tereta, dobiva se za maseni dotok okolišnog zraka:

$$\dot{m}_{z_f}=\bar{\rho}_z\dot{V}_{z_f}=\frac{\bar{\rho}_z m_t}{\rho_t\tau_i} \tag{7.198}$$

Uzimajući u obzir da je maseni protok zraka ka pripadajućem rashladnom sustavu konstantan, energijska bilanca zraka u skladišnom prostoru tijekom iskrcaja biva:

$$\frac{d}{dt}\left[c_{v_z}m_z(t)\vartheta_z'(t)\right]=\dot{m}_z c_{p_e}\left[\vartheta_z''(t)-\vartheta_z'(t)\right]+\dot{m}_{z_f}c_{p_e}\vartheta_z(t)-\Phi_{t_S}(t) \tag{7.199}$$

pa se uzimajući u obzir prethodno navedene relacije i izraz (7.148), njihovim uvrštavanjem u (7.199) nakon provedenog deriviranja i sređivanja dobiva:

$$c_{v_z}\left[\overline{\rho}_z\left(V_S-\frac{m_t}{\rho_t}\right)+\frac{\overline{\rho}_z m_t}{\rho_t\tau_i}t\right]\dot{\vartheta}_z'(t)+c_{p_e}\left[\dot{m}_z(1-\theta_1)+\frac{\overline{\rho}_z m_t}{\rho_t\tau_i}\right]\vartheta_z'(t)-c_{p_e}\frac{\overline{\rho}_z m_t}{\rho_t\tau_i}\vartheta_z(t)-\dot{m}_z\theta_0+\Phi_{t_S}(t)=0 \quad (7.200)$$

Nadalje se temeljem srednjih vrijednosti odgovarajućih prolaznih površina tijekom istovara tereta $\Phi_{t_S}(t)$ definira izrazom identičnim izrazu (7.96) pa se njegovim supstituiranjem u (7.200), nakon sređivanja dobiva konačni oblik diferencijalne jednadžbe zraka tijekom istovara:

$$\left(\begin{array}{c} c_{v_z}\left[\overline{\rho}_z\left(V_S-\frac{m_t}{\rho_t}\right)+\frac{\overline{\rho}_z m_t}{\rho_t\tau_i}t\right]\dot{\vartheta}_z'(t)+c_{p_e}\left[\dot{m}_z(1-\theta_1)+\frac{\overline{\rho}_z m_t}{\rho_t\tau_i}+a_s\right]\vartheta_z'(t)-a_{z_2}\vartheta_z^2(t)-c_{p_e}\left(\frac{\overline{\rho}_z m_t}{\rho_t\tau_i}+a_{z_1}\right)\vartheta_z(t)- \\ -a_{z_0}-\dot{m}_z\theta_0-a_{m_b}\vartheta_{m_b}(t)-a_{m_d}\vartheta_{m_d}(t)-\overline{a}_m\overline{\vartheta}_m(t)-\Phi_{R_S}(t)-\frac{1}{4}q_{d_0}(t)\exp\left[-\tilde{B}(t)\csc\Theta(t)\right]\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\sin\Theta(t)\right]\right\}\cdot \\ \cdot\sum_{j=1}^{6}\left(\widehat{A}_j\left[\cos\phi_j(t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\cos\phi_j(t)\right]\right\}+\left[(1-\widehat{\alpha}_m)\sin\Theta(t)-\widehat{\alpha}_m D(t)\right](1-\cos\beta_j)+2D(t)\right]\right) \end{array}\right)=0 \quad (7.201)$$

pri čemu se početni uvjeti definiraju sa: $\vartheta_z'(t=0)=\vartheta_z'$, $\dot{\vartheta}_z'(t=0)=0$ (7.202)

7.3.7 Hlađenje zraka na propisanu temperaturu nakon iskrcaja

Ovdje se, zrak sadržan u cjelokupnom skladišnom prostoru, pothlađuje s temperature postignute na kraju prethodnog intervala na propisanu temperaturu, pa se uz konstantni maseni protok zraka ka pripadajućem rashladnom sustavu (bez dotoka svježeg okolišnog zraka), temeljem njegove energijske bilance dobiva diferencijalna jednadžba:

$$m_z\dot{\vartheta}_z'(t)=\dot{m}_z\left[\vartheta_z''(t)-\vartheta_z'(t)\right]-\Phi_{t_S}(t) \quad (7.203)$$

koja uz: $$m_z=\overline{\rho}_z V_S \quad (7.204)$$

nakon supstituiranja izraza (7.174) i (7.148) i sređivanja poprima konačni oblik:

$$\left(\begin{array}{c} c_{v_z}\overline{\rho}_z V_S\dot{\vartheta}_z'(t)+c_{p_e}\left[\dot{m}_z(1-\theta_1)+a_s\right]\vartheta_z'(t)-a_{z_2}\vartheta_z^2(t)-a_{z_1}\vartheta_z(t)-a_{m_b}\vartheta_{m_b}(t)-a_{m_d}\vartheta_{m_d}(t)- \\ -\dot{m}_z\theta_0-a_{z_0}-\overline{a}_m\overline{\vartheta}_m(t)-\Phi_{R_S}(t)-\frac{1}{4}q_{d_0}(t)\exp\left[-\tilde{B}(t)\csc\Theta(t)\right]\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\sin\Theta(t)\right]\right\}\cdot \\ \cdot\sum_{j=1}^{6}\left(\widehat{A}_j\left[\cos\phi_j(t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\cos\phi_j(t)\right]\right\}+\left[(1-\widehat{\alpha}_m)\sin\Theta(t)-\widehat{\alpha}_m D(t)\right](1-\cos\beta_j)+2D(t)\right]\right) \end{array}\right)=0 \quad (7.205)$$

pri čemu je početni uvjet definiran sa: $\vartheta_z'(t=0)=\vartheta_z^{(i_i)}(\tau_i)$ (7.206)

Trajanje ovog intervala dobiva se iz sljedeće jednadžbe:

$$\vartheta_z'(t)-\vartheta_z'=0 \quad (7.207)$$

7.3.8 Toplinsko opterećenje rashladnog sustava tijekom održavanja propisane temperature zraka u skladištima bez tereta

Nastupajuće vremenski promjenjivo opterećenje skladišnog prostora uravnotežuje se na identičan način kao i u slučaju potpuno nakrcanog skladišta, uz razliku da su ovdje toplinskim opterećenjem skladišnog prostora obuhvaćeni toplinski otpori drugih iznosa. Razlog navedenom leži u činjenici da brod plovi s manjim gazom, što za posljedicu ima veću površinu nadvođa izloženu djelovanju okolišnog zraka i prispjelog Sunčevog zračenja, odnosno manju uronjenu površinu izloženu djelovanju mora.

Ovaj karakteristični interval traje do uplovljavanja broda u ukrcajno odredište, pa se njegova trajnost definira izrazom:

$$\tau_{p_p}(t)=\tau_{p_{ji}}(t)-\tau_{p_i}(t) \quad (7.208)$$

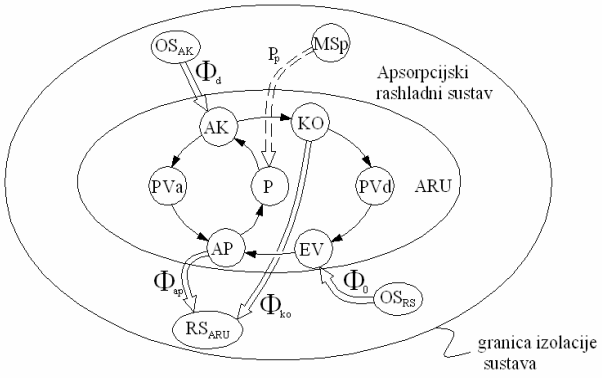
gdje je $\tau_{p_{ji}}(t)$ ukupno trajanje plovidbe od iskrcajnog odredišta ***j*** do ukrcajnog odredišta ***i***.

8 MODELIRANJE APSORPCIJSKIH RASHLADNIH UREĐAJA

8.1 Princip rada jednostavnog ARU-a

Glavnina praktično primjenjivih *ARU-a* koristi uglavnom smjese *LiBr-H_2O* (litijev bromid-voda) i *H_2O–NH_3* (voda-amonijak), pri čemu je kod prve rashladna tvar voda, dok je kod druge rashladna tvar amonijak, a isti mogu biti jednostavni jedno-stupanjski ili pak složeni više-stupanjski s rektifikatorom (samo oni sa smjesom *H_2O–NH_3*), te štednjacima topline, što ovisi o pogonskim prilikama koje su karakterizirane kako potrebnim rashladnim učinkom, tako i termodinamičkim raspoloživostima ogrjevnog i rashladnog spremnika (mora).

Litij-bromidna smjesa se gotovo uvijek koristi u sustavima za kondicioniranje zraka za stvaranje potrebnog rashladnog učinka, dok se amonijačna smjesa koristi za stvaranje rashladnog učinka u rashladnim sustavima živih proizvoda (voće i povrće) i mrtvih proizvoda (zamrznuto meso, riba i sl.). Kod litij-bromidne smjese hladitelj je *H_2O*, dok je kod amonijačne smjese hladitelj *NH_3*, odnosno općenito i za bilo koje druge rashladne smjese, uvijek je hladitelj ona tvar koja se prije i lakše uparuje.



Slika 8.1 Toplinski sustav ARU-a

Priloženom *slikom 8.1* dan je shematski prikaz toplinskog sustava jednostavnog jedno-stupanjskog *ARU-a*, iz kojeg je razvidno da su s termodinamičkog stajališta radnoj tvari (rashladnoj smjesi) sučeljena dva ogrjevna i jedan rashladni spremnik.

U slučaju brodskih kogeneracijskih sustava, prvi ogrjevni spremnik jest suhozasićena vodena para čije su glavne termodinamičke značajke tlak p_p, i temperatura ϑ_p određene temeljem analize globalnog toplinskog opterećenja brodskog energetskog sustava, pa se shodno tome za maksimalno postizivu temperaturu rashladne smjese u kuhalu dobiva:

$$\vartheta_8 = \vartheta_p + \Delta\vartheta_{8p_{\min}} \tag{8.1}$$

gdje je ϑ_8 temperatura džibre u kuhalu, dok je $\Delta\vartheta_{8p_{\min}}$ minimalna tehno-ekonomski opravdana temperaturna razlika između džibre i ogrjevne vrele kapljevine na izlazu iz kuhala.

Drugi ogrjevni spremnik u brodskim rashladnim sustavima jest sekundarni hladitelj, koji može biti rasolina ili neki alkohol u sustavima za hlađenje smrznutih i živih proizvoda, ili obična voda u sustavima za klimatizaciju brodskih nastambi. Na temelju definiranih minimalnih temperatura sekundarnog hladitelja na ulazu $\vartheta'_{ri_{\min}}$ i izlazu $\vartheta''_{ri_{\min}}$ iz isparivača, te preporučljivih minimalnih temperaturnih razlika između primarnog i sekundarnog hladitelja na ulazu $\Delta\vartheta_{rh_u}$ i izlazu $\Delta\vartheta_{rh_i}$ iz isparivača, određuju se temperature primarnog hladitelja na ulazu i izlazu iz isparivača prema izrazima:

$$\vartheta'_{h_{\min}} = \vartheta''_{ri_{\min}} - \Delta\vartheta_{rh_i} \tag{8.2}$$

$$\vartheta''_{h_{\min}} = \vartheta'_{ri_{\min}} - \Delta\vartheta_{rh_u} \tag{8.3}$$

Nadalje se temeljem definirane temperature $\vartheta'_{h_{\min}}$ određuje maksimalni pogonski tlak u isparivaču $p_{i_{\max}}$ i minimalni sadržaj hladitelja $\xi_{d_{\min}}$ u hladiteljem bogatoj smjesi (samo kod amonijačne smjese).

Rashladni spremnik–more, vremenski promjenjive temperature $\vartheta_m(t)$, uvjetuje nastupajućom maksimalnom vrijednošću $\vartheta_{m_{\max}}$ minimalno postizivu temperaturu hladitelja na izlazu iz kondenzatora, prema izrazu:

$$\vartheta''_{hk_{\min}} = \vartheta_{m_{\max}} - \Delta\vartheta_{hm_{ki}} \tag{8.4}$$

gdje je $\Delta\vartheta_{hm_{ki}}$ minimalna tehno-ekonomski preporučljiva temperaturna razlika između hladitelja i rashladnog mora.

Definirane vrijednosti $\vartheta'_{hk_{\min}}$ i $\xi_{d_{\min}}$, određuju minimalni tlak kuhala i kondenzatora p_k *ARU-a*, te se nadalje temeljem definirane temperature ϑ_8 i tlaka p_k određuje minimalni sadržaj hladitelja u džibri.

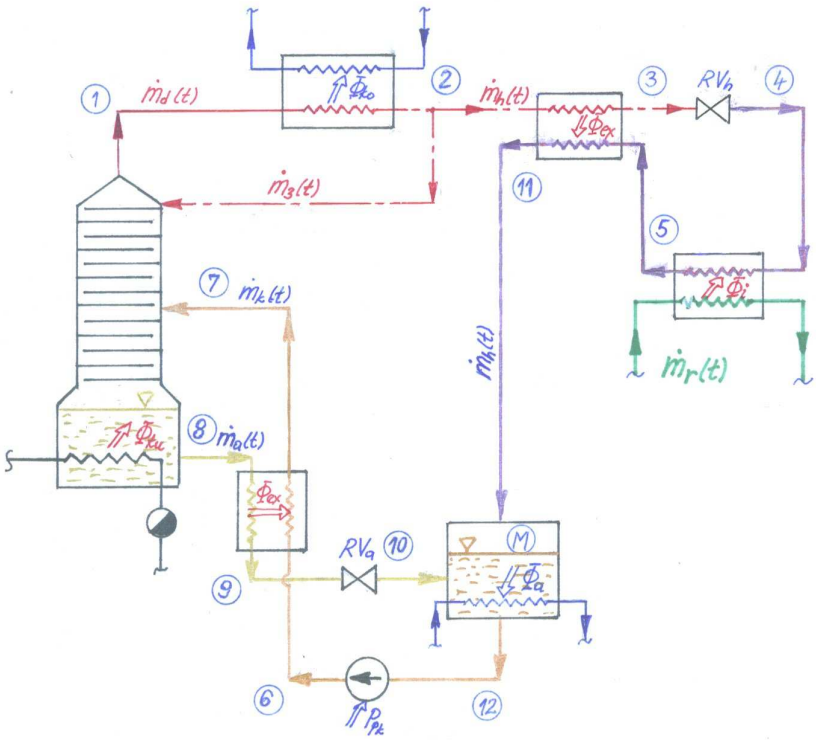
Uzimajući da je $\Delta\vartheta_{hm_{ki}} = \Delta\vartheta_{rm_{ai}}$ (minimalna temperaturna razlika između komine i rashladnog mora na izlazu iz apsorbera), minimalna temperatura komine na izlazu iz apsorbera biva $\vartheta''_{ra_{\min}} = \vartheta''_{hk_{\min}}$, što pri definiranom tlaku p_i vodi ka određivanju maksimalno dopustivog sadržaja hladitelja $\xi_{r_{\max}}$ u komini kako bi se ista mogla u cijelosti ukapljiti.

Mada je termodinamički princip rada za obje navedene smjese isti, zbog njihovih bitno različitih fizikalnih svojstava prisutna su drugačija projektna rješenja s različitim termodinamičkim procesima, koje obuhvaćaju tijekom provođenja razmatranog rashladnog ciklusa, pa će se nadalje njihovi rashladni ciklusi razmatrati zasebno.

8.2 Neustaljeno pogonsko stanje amonijačnog ARU-a

8.2.1 Postavke o vođenju procesa

Za uravnoteženje kvazistatičkog rashladnog opterećenja rashladnog sustava tereta, predviđen je jedno-stupanjski amonijačni *ARU* sa skopčanom rektifikacijskom kolonom i štednjacima topline na strani kuhala i isparivača, te istog ilustrira priložena *slika 8.2*.



Slika 8.2 Shematski prikaz jedno-stupanjskog ARU sa skopčanom rektifikacijskom kolonom

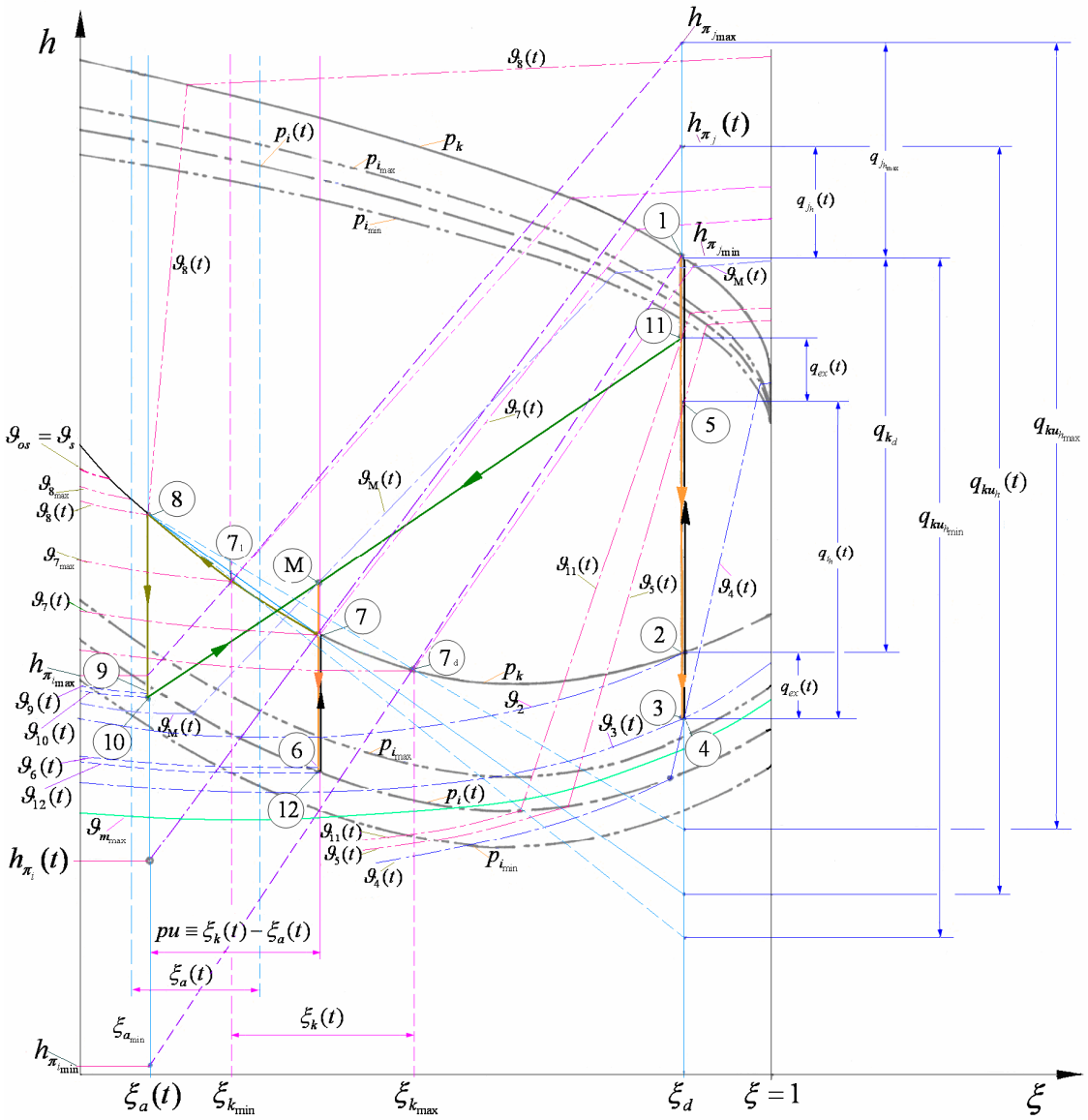
8 MODELIRANJE APSORPCIJSKIH RASHLADNIH UREĐAJA

Radnoj dvokomponentnoj smjesi H_2O–NH_3 sučeljena su dva ogrjevna i jedan rashladni spremnik, pri čemu jedino ogrjevni spremnik kuhala (suhozasićena vodena para koja se dobiva iz visokotlačnog kogeneracijskog sustava), ima postojane termodinamičke parametre (p_s i ϑ_s).

Primjenom skopčane rektifikacijske kolone, na njenom izlazu dobiva se po volji hladiteljem (amonijakom) bogata smjesa, pa tako kod stvarnih izvedbi koncentracija NH_3 na izlazu iz kolone leži u rasponu vrijednosti $0,99 \le \xi_d \le 0,999$.

Drugi ogrjevni spremnik, rasolina koja je sučeljena hladitelju u isparivaču, zbog prirode nastupajućih rashladnih procesa (širok asortiman hlađenih tereta), karakterizirana je promjenjivim toplinskim veličinama (temperature i toplinski tokovi), pa se uravnoteženje nastupajućeg rashladnog opterećenja u isparivaču odvija pri odgovarajućim ravnotežnim temperaturama hladitelja $\vartheta_{h_i}(t)$, odnosno pri odgovarajućim ravnotežnim tlakovima $p_i(t)$.

Temperatura rashladnog mora leži u zamjetno širokom intervalu, te ista pri $\xi_d \approx const.$, uvjetuje ravnotežne temperature hladitelja na izlazu iz kondenzatora $\vartheta_3(t)$ i komine na izlazu iz apsorbera $\vartheta_{12}(t)$.



Slika 8.3 Prikaz radnog procesa jedno-stupanjskog ARU-a sa rektifikacijskom kolonom i štednjacima topline u Merkelovom $h-\xi$ dijagramu

Polazeći od postavke, da su nastupajuće minimalne temperaturne razlike na izlazu iz kondenzatora $\Delta\vartheta_{\min_3}$ i apsorbera $\Delta\vartheta_{\min_{12}}$ postojane, otvara se mogućnost za regulaciju kondenzatorskog tlaka $p_k(t)$ s jedne strane, te za regulaciju sadržaja hladitelja u komini $\xi_k(t)$ pri kvazistatičkom isparivačkom tlaku $p_i(t)$.

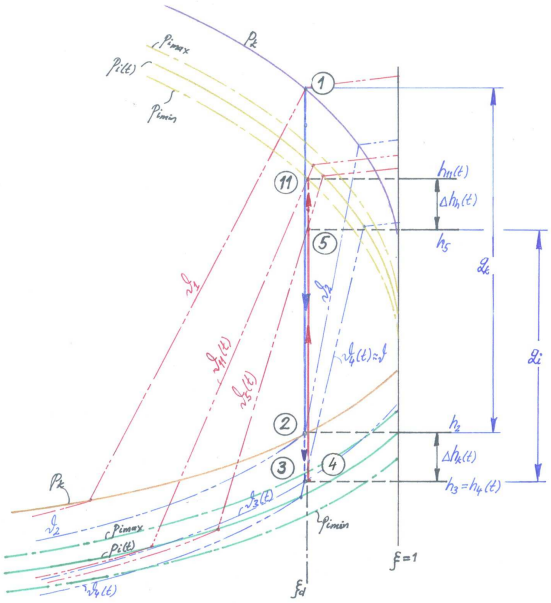
Konačno, promjenjivi iznos $p_k(t)$, uz postojanu temperaturu ϑ_s, omogućuje promjenjiv sadržaj hladitelja u džibri $\xi_a(t)$, koji skupa s $\xi_k(t)$ uvjetuje širinu pojasa uparivanja $pu \equiv \Delta\xi_{ka}(t) = \xi_k(t) - \xi_a(t)$.

Kvazistatički pojas uparivanja $\Delta\xi_{ka}(t)$ izravno utječe na kvazistatičke protoke komine $\dot{m}_k(t)$ i džibre $\dot{m}_a(t)$, koji pak izravno utječu na kvazistatičko toplinsko opterećenje kuhala $\Phi_{ku}(t)$ i to tako da su $\Delta\xi_{ka}(t)$ i $\Phi_{ku}(t)$ obrnuto proporcionalni, što podrazumijeva u okvirima postojećih mogućnosti, takvo vođenje procesa kojim se maksimizira iznos $\Delta\xi_{ka}(t)$.

Uslijed promjenjivog pojasa uparivanja $\Delta\xi_{ka}(t)$, stalno se, čak i pri postojanom rashladnom opterećenju isparivača, mijenjaju toplinske veličine struja komine i džibre na izlazu iz protustrujno izvedenog štednjaka topline, što za posljedicu može imati da je pri definiranom sadržaju hladitelja u komini $\xi_k(t)$ njena specifična entalpija $h_7(t)$ na ulazu u skopčanu kolonu različita od odgovarajuće specifične entalpije na liniji vrenja $h_v(\xi_k)$ pri $p_k(t)$. Pri modeliranju kvazistatičkog pogonskog stanja amonijačnog *ARU-a*, polazi se od pretpostavke da se komina sastava $\xi_k(t)$ prije ustrujavanja u skopčanu kolonu dovodi točno na liniju vrenja $h_v(\xi_k)$ pri $p_k(t)$.

8.2.2 Kvazistatičke toplinske veličine isparivača

Temeljem određenih kvazistatičkih rashladnih opterećenja isparivača $\Phi_i(t)$ za ***P*** živih i ***M*** mrtvih tereta i odgovarajućih kvazistatičkih temperatura hladitelja u isparivaču $\vartheta_h(t)$,



Slika 8.4 Promjene stanja u kondenzatoru, štednjaku topline i isparivaču u $h-\xi$ dijagra.

može se pristupiti razradi kvazistatičkog pogonskog stanja *ARU-a*.

Iako je koncentracija amonijaka u struji hladitelja visoka ($\xi_d \approx 0{,}99$), njegova temperatura u području mokre pare pri stalnom isparivačkom tlaku p_i nije postojana, pa u dosad navedenim izrazima $\bar{\vartheta}_h$ predstavlja njegovu srednju temperaturu, koja se definira izrazom:

$$\bar{\vartheta}_h(t) = \frac{\vartheta'_h(t) + \vartheta''_h(t)}{2} \qquad (8.5)$$

gdje su $\vartheta'_h(t)$ i $\vartheta''_h(t)$ temperature hladitelja na ulazu i izlazu iz isparivača.

Za bilo koji tlak isparivača p_i, specifična entalpija mokre pare hladitelja s definiranim sadržajem amonijaka ξ_d, definira se izrazom:

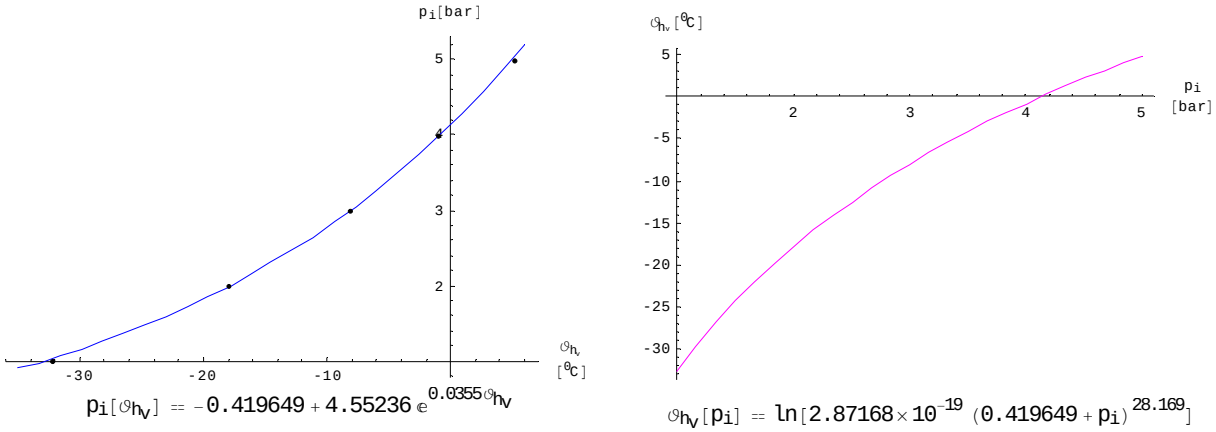
$$h_\xi(p_i,\xi_v)_{\xi_d} = h_v(p_i,\xi_v) + \frac{h_r(p_i,\xi_r) + h_v(p_i,\xi_v)}{\xi_r(p_i,\xi_v) - \xi_v}(\xi_d - \xi_v) \qquad (8.6)$$

gdje je:

$h_v(\xi_v)$ i $h_r(\xi_r)$ specifična entalpije vrele kapljevine sastava ξ_v, i suhozasićene pare sastava ξ_r, ξ_v i ξ_r sadržaj amonijaka u smjesi na linijama vrenja i rošenja pri istoj temperaturi $\vartheta_v = \vartheta_r$.

Kvazistatički ravnotežni tlak hladitelja u isparivaču $p_i(t)$ određen je njegovom ulaznom kvazistatičkom ravnotežnom temperaturom kako slijedi:

$$p_i(t) = a_0 + b_0 \exp\left[c_0 \vartheta_h'(t)\right] \tag{8.7}$$



Slika 8.5 Funkcijske ovisnosti: $p_i(\vartheta_h')$ *i* $\vartheta_h'(p_i)$ *za* $\xi_d = 0{,}99 = const.$

Koristeći se *Merkelovim* $h-\xi$ dijagramom za smjesu amonijak-voda lit. [4], generirane su funkcijske ovisnosti među karakterističnim toplinskim veličinama smjese, čije su poopćene matematičke formulacije kako slijedi:

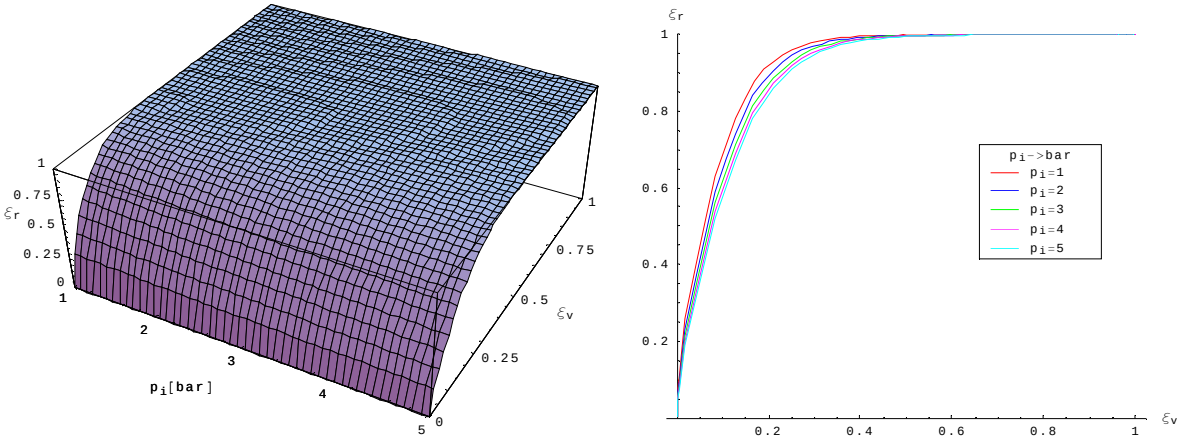
$$\xi_r(\xi_v, p_i) = \left(\sum_{j=0}^{4} a_j p_i^j\right)\tanh\left(\sqrt{\xi_v}\sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) + \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right)\tanh\left(\xi_v \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) \tag{8.8}$$

$$h_v(\xi_v, p_i) = \left(\sum_{j=0}^{4} a_j \xi_v^j\right)\sum_{j=0}^{3} b_j p_i^j \tag{8.9}$$

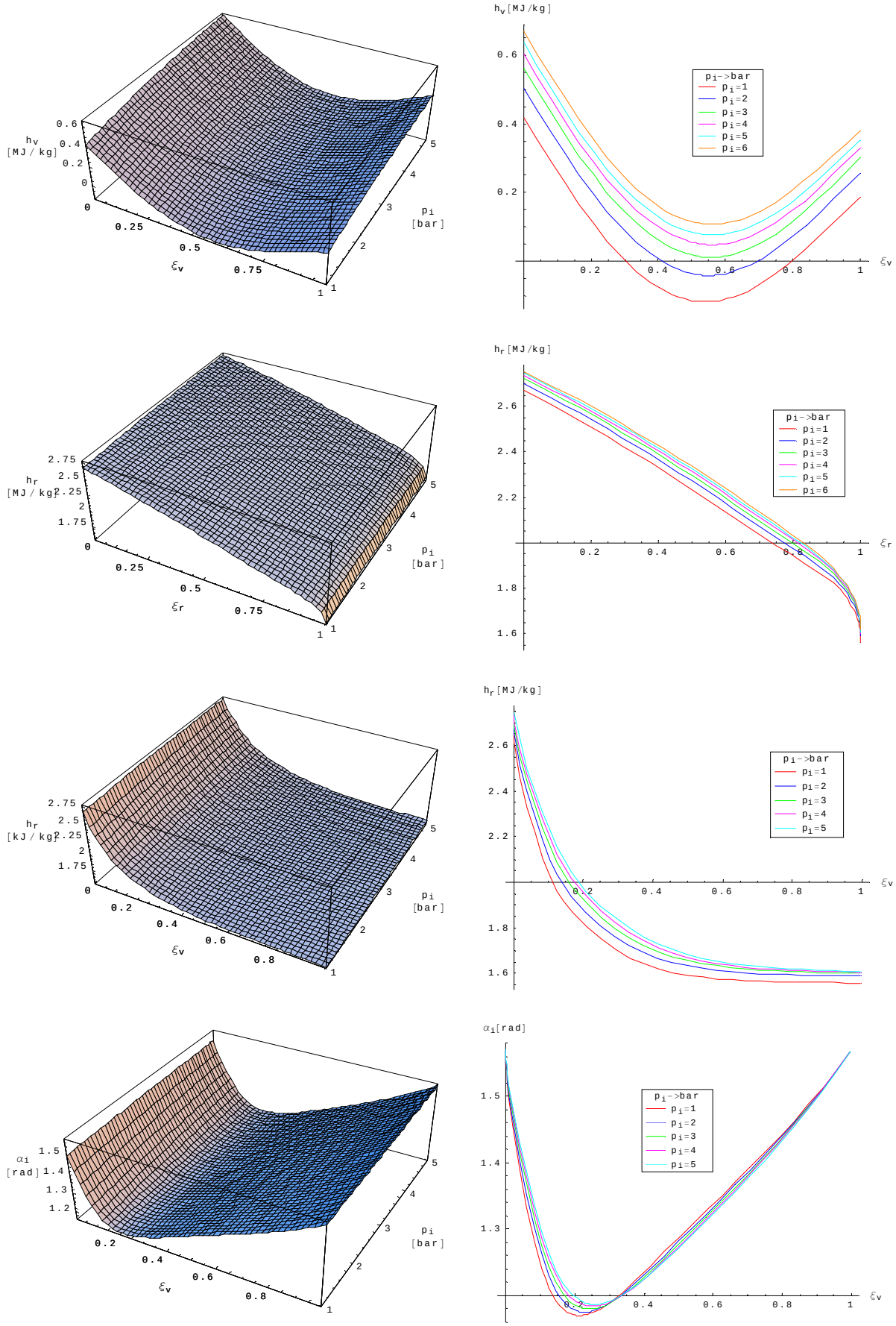
$$h_r(\xi_r, p_i) = \sum_{k=0}^{2}\left(\xi_r^k \sum_{j=0}^{4} a_{k_j} p_i^j\right) + \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right)\tanh\left[5(1-\xi_r)\right] + \left(\sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right)\sqrt{\tanh\left[5(1-\xi_r)\right]} \tag{8.10}$$

Supstituiranjem (8.8) u (8.10), dobiva se:

$$h_r(\xi_v, p_i) = \left(\begin{array}{l} \displaystyle\sum_{k=0}^{2}\left\{\left[\left(\sum_{j=0}^{4} a_j p_i^j\right)\tanh\left(\sqrt{\xi_v}\sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) + \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right)\tanh\left(\xi_v\sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right)\right]^k \sum_{j=0}^{4} a_{k_j} p_i^j\right\} + \\ + \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right)\tanh\left\{5\left[1-\left(\sum_{j=0}^{4} a_j p_i^j\right)\tanh\left(\sqrt{\xi_v}\sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) - \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right)\tanh\left(\xi_v\sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right)\right]\right\} + \\ + \left(\sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right)\sqrt{\tanh\left\{5\left[1-\left(\sum_{j=0}^{4} a_j p_i^j\right)\tanh\left(\sqrt{\xi_v}\sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) - \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right)\tanh\left(\xi_v\sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right)\right]\right\}} \end{array}\right) \tag{8.11}$$



Slika 8.6 Funkcijska ovisnost $\xi_r(\xi_v, p_i)$



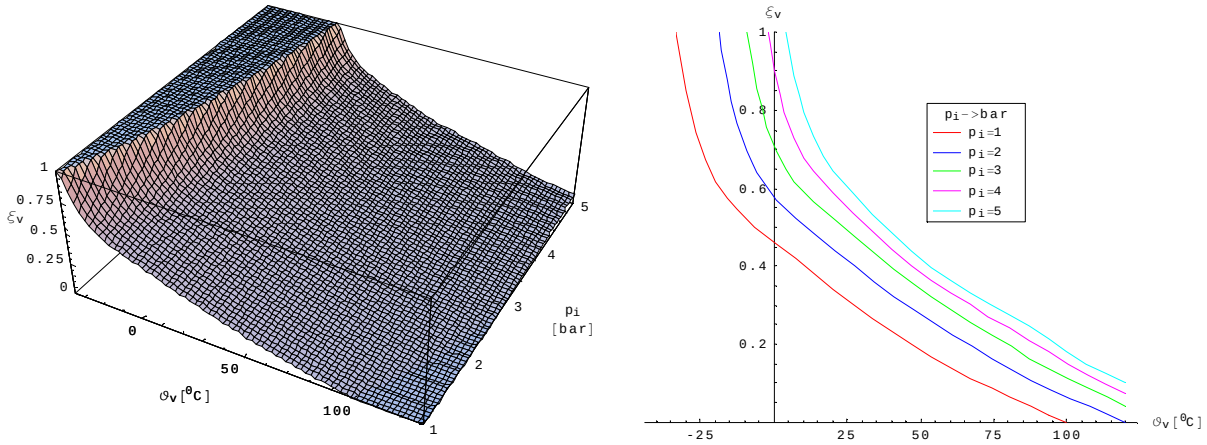
Slika 8.7 Funkcijske ovisnosti: $h_v(\xi_v, p_i)$, $h_r(\xi_r, p_i)$, $h_r(\xi_v, p_i)$ *i* $\alpha_i(\xi_v, p_i)$

Kut nagiba izotermi u području mokre pare definira se izrazom:

$$\alpha_i(\xi_v, p_i) = \arctan \frac{h_r(\xi_v, p_i) - h_v(\xi_v, p_i)}{\xi_r(\xi_v) - \xi_v} \tag{8.12}$$

dok se sadržaja amonijaka u smjesi o tlaku isparivača i temperaturi aproksimira izrazom:

$$\xi_v(\vartheta_v, p_i) = \left(\sum_{l=0}^{3} a_l\, p_i^l\right) \sum_{l=0}^{8} b_l\, \vartheta_v^l \tag{8.13}$$



Slika 8.8 Funkcijska ovisnost $\xi_v(\vartheta_v, p_i)$

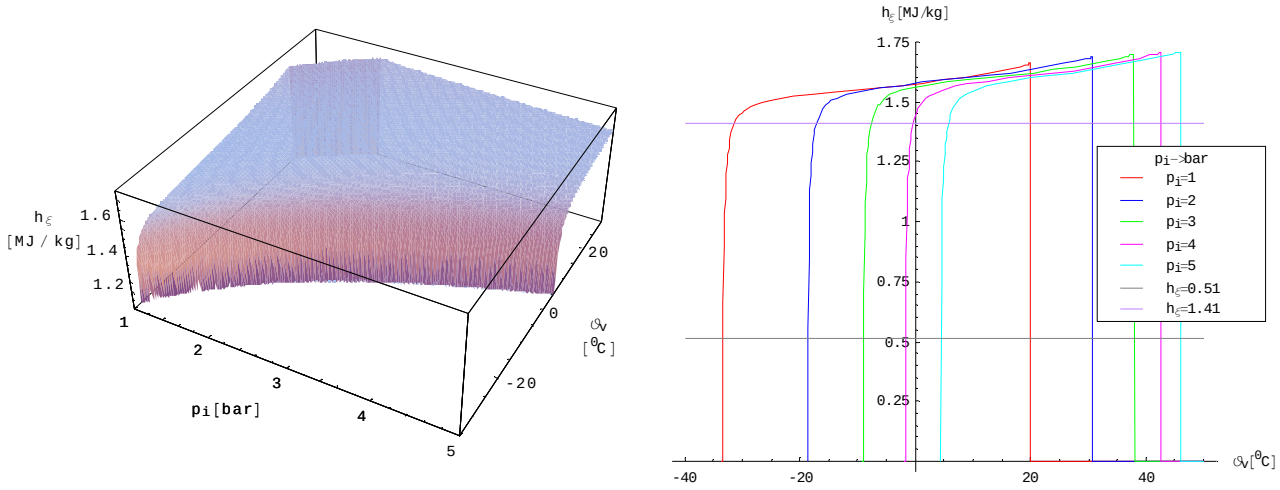
Supstituiranjem (8.8), (8.9) i (8.11) u (8.6) za specifičnu entalpiju mokre pare dobiva se:

$$h_\xi(p_i, \xi_v)_{\xi_d} = \left\{ \cdot \left[\left(\begin{array}{l} \left(\sum_{j=0}^{4} a_j \xi_v^j\right) \sum_{j=0}^{3} b_j p_i^j + (\xi_d - \xi_v) \left[\left(\sum_{j=0}^{4} a_j p_i^j\right) \tanh\left(\sqrt{\xi_v} \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) + \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right) \tanh\left(\xi_v \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) - \xi_v \right]^{-1} \cdot \\ \left(\begin{array}{l} \sum_{k=0}^{2} \left\{ \left[\left(\sum_{j=0}^{4} a_j p_i^j\right) \tanh\left(\sqrt{\xi_v} \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) + \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right) \tanh\left(\xi_v \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) \right]^k \sum_{j=0}^{4} a_{k_j} p_i^j \right\} + \\ + \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right) \tanh\left\{ 5 \left[1 - \left(\sum_{j=0}^{4} a_j p_i^j\right) \tanh\left(\sqrt{\xi_v} \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) - \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right) \tanh\left(\xi_v \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) \right] \right\} + \\ + \left(\sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) \sqrt{\tanh\left\{ 5 \left[1 - \left(\sum_{j=0}^{4} a_j p_i^j\right) \tanh\left(\sqrt{\xi_v} \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) - \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right) \tanh\left(\xi_v \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) \right] \right\}} \end{array} \right) - \left(\sum_{j=0}^{4} a_j \xi_v^j\right) \sum_{j=0}^{3} b_j p_i^j \end{array} \right] \right\} \tag{8.14}$$

te se napokon supstituiranjem (8.14) u (8.19) dobiva važna funkcijska ovisnost:

$$h_\xi(p_i, \vartheta_v)_{\xi_d} = \left\{ \cdot \left[\left(\begin{array}{l} \left\{ \sum_{j=0}^{4} a_j \left[\left(\sum_{l=0}^{3} a_l p_i^l\right) \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_v^l \right]^j \right\} \sum_{j=0}^{3} b_j p_i^j + \left[\xi_d - \left(\sum_{l=0}^{3} a_l p_i^l\right) \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_v^l \right] \cdot \left(\begin{array}{l} \left(\sum_{j=0}^{4} a_j p_i^j\right) \tanh\left[\sqrt{\left(\sum_{l=0}^{3} a_l p_i^l\right) \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_v^l} \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j \right] + \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right) \cdot \\ \cdot \tanh\left\{ \left[\left(\sum_{l=0}^{3} a_l p_i^l\right) \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_v^l \right] \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j \right\} - \left(\sum_{l=0}^{3} a_l p_i^l\right) \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_v^l \end{array} \right)^{-1} \cdot \\ \left(\begin{array}{l} \sum_{k=0}^{2} \left(\left(\sum_{j=0}^{4} a_j p_i^j\right) \tanh\left[\sqrt{\left(\sum_{l=0}^{3} a_l p_i^l\right) \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_v^l} \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j \right] + \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right) \tanh\left\{ \left[\left(\sum_{l=0}^{3} a_l p_i^l\right) \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_v^l \right] \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j \right\} \right) + \\ + \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right) \tanh\left[5 \left(1 - \left(\sum_{j=0}^{4} a_j p_i^j\right) \tanh\left[\sqrt{\left(\sum_{l=0}^{3} a_l p_i^l\right) \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_v^l} \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j \right] - \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right) \tanh\left\{ \left[\left(\sum_{l=0}^{3} a_l p_i^l\right) \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_v^l \right] \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j \right\} \right) \right] + \\ + \left(\sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j\right) \sqrt{\tanh\left[5 \left(1 - \left(\sum_{j=0}^{4} a_j p_i^j\right) \tanh\left[\sqrt{\left(\sum_{l=0}^{3} a_l p_i^l\right) \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_v^l} \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j \right] - \left(\sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j\right) \tanh\left\{ \left[\left(\sum_{l=0}^{3} a_l p_i^l\right) \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_v^l \right] \sum_{j=0}^{4} c_j p_i^j \right\} \right) \right]} \\ - \left\{ \sum_{j=0}^{4} a_j \left[\left(\sum_{l=0}^{3} a_l p_i^l\right) \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_v^l \right]^j \right\} \sum_{j=0}^{3} b_j p_i^j \end{array} \right) \right] \right\} \tag{8.15}$$

koju za raspon ravnotežnih tlakova i temperatura u isparivaču ilustrira priložena *slika 8.9*.



Slika 8.9 Funkcijska ovisnost $h_{\xi}(p_i,\xi_v)_{\xi_d=0,999}$

Za *slikom 8.2* prikazani *ARU* sa štednjakom topline ispred isparivača, odgovarajuće toplinske bilance definiraju se izrazima:

$$C_r(t)\left[\vartheta'_{r_i}(t)-\vartheta''_{r_i}(t)\right]=\dot{m}_h(t)\left[h_5(t)-h_4(t)\right] \tag{8.16}$$

$$h_{11}(t)-h_5(t)=h_2-h_3(t) \tag{8.17}$$

pri čemu su odnosi između izmijenjenih toplinskih tokova, uz pretpostavku o postojanosti odgovarajućih toplinskih prolaznosti isparivača i štednjaka topline, definirani izrazima:

$$C_r(t)\left[\vartheta'_{r_i}(t)-\vartheta''_{r_i}(t)\right]=K_i\left[\vartheta'_{r_i}(t)-\vartheta_5(t)-\vartheta''_{r_i}(t)+\vartheta_4(t)\right]\left\{\ln\left[\frac{\vartheta'_{r_i}(t)-\vartheta_5(t)}{\vartheta''_{r_i}(t)-\vartheta_4(t)}\right]\right\}^{-1} \tag{8.18}$$

$$\dot{m}_h(t)\left[h-h_3(t)\right]=K_{ex_i}\left[\vartheta_2-\vartheta_5(t)-\vartheta_3(t)+\vartheta_4(t)\right]\left\{\ln\left[\frac{\vartheta_2-\vartheta_5(t)}{\vartheta_3(t)-\vartheta_4(t)}\right]\right\}^{-1} \tag{8.19}$$

dok iz adijabatskog prigušivanja pothlađenog kondenzata proizlazi da je:

$$h_3(\vartheta_3)_{\xi_d}=h_4(t) \tag{8.20}$$

Specifična entalpija pothlađenog kondenzata u razmjerno uskom temperaturnom intervalu dobro se aproksimira izrazom:

$$h_3(\vartheta_3)_{\xi_d}=h_4(t)=a_k+b_k\vartheta_3(t) \tag{8.21}$$

dok se funkcijske ovisnosti specifičnih entalpija hladitelja $h_4(t)$, $h_5(t)$ i $h_{11}(t)$, o odgovarajućim temperaturama $\vartheta_4(t)$, $\vartheta_5(t)$ i $\vartheta_{11}(t)$, pri tlaku isparivača $p_i(t)$ iznalaze lako temeljem izraza (8.15). Supstituiranjem dobivenih funkcijskih ovisnosti $h_4\left[p_i(t),\vartheta_4(t)\right]_{\xi_d}$, $h_5\left[p_i(t),\vartheta_5(t)\right]_{\xi_d}$ i $h_{11}\left[p_i(t),\vartheta_{11}(t)\right]_{\xi_d}$, skupa s (8.21) u sustav jednadžbi (8.16)-(8.20), dobiva se sustav od pet jednadžbi sa šest nepoznatih kvazistatičkih toplinskih veličina isparivača $\vartheta_3(t)$, $\vartheta_4(t)$, $\vartheta_5(t)$, $\vartheta_{11}(t)$, $\dot{m}_h(t)$ i $p_i(t)$.

Zahvaljujući činjenici da je za bilo koji $p_i(t)$ kvazistatička temperatura $\vartheta_4(t)\approx\vartheta'_h(t)$, što je razvidno iz *slike 8.9*, temeljem izraza (8.7) dobiva se:

$$p_i(t)=a_0+b_0\exp\left[c_0\vartheta_4(t)\right] \tag{8.22}$$

pa se supstituiranjem zadnje navedenog izraza u izraze za specifične entalpije hladitelja, dobivaju njihove eksplicitne funkcijske ovisnosti o nepoznatim kvazistatičkim temperaturama $\vartheta_4(t)$, $\vartheta_5(t)$ i $\vartheta_{11}(t)$, tj. $h_4(t)=h_4\left[\vartheta_4(t)\right]$, $h_5(t)=h_5\left[\vartheta_4(t),\vartheta_5(t)\right]$ i $h_{11}(t)=h_{11}\left[\vartheta_4(t),\vartheta_{11}(t)\right]$.

Uvrštavanjem zadnje navedenih funkcijskih ovisnosti skupa sa (8.22) u sustav jednadžbi (8.16-8.20), dobiva se jednoznačno definiran sustav nelinearnih jednadžbi koji je rješiv tek numerički nad skupom kvazistatičkih toplinskih veličina rasoline $C_r(t)$, $\vartheta'_{r_i}(t)$ i $\vartheta''_{r_i}(t)$.

U svrhu pojednostavnjenja, a bez znatnijeg utjecaja na točnost, postavljajući da je $h_5(t) = h_5 \approx const.$, dobivaju se nespregnuti kvazistatički modeli štednjaka topline i isparivača.

Prema priloženoj *slici 8.9*, gornja horizontalna linija odnosi se na $h_5 \approx const.$, iz čega je razvidno da ista ne ovisi o $p_i(t)$, kao i to da je na tom djelu krivulja gotovo okomito položena, što podrazumijeva da se iznos specifične entalpije pri promjeni tlaka i temperature neznatno mijenja u području vrijednosti $h_h' \le h_h \le h_5$.

Navedeno omogućuje da se uvrštavanjem srednje temperature u isparivaču $\overline{\vartheta}_h(t)$, dane izrazom (7.115), u (8.22), ravnotežni kvazistatički tlak isparivača definira izrazom:

$$p_i(t) = a_0 + b_0 \exp\left[c_0 \left(\vartheta_{r_i}'(t) + \frac{\Phi_i(t)}{C_r(t)} \left\{ 1 - \exp\left[\frac{K_i}{C_r(t)} \right] \right\}^{-1} \right) \right] \tag{8.23}$$

pa se njegovim uvrštavanjem u izraze za specifične entalpije dobivaju funkcijske ovisnosti $h_4(t) = h_4[\vartheta_4(t)]$, $h_5(t) = h_5[\vartheta_5(t)]$ i $h_{11}(t) = h_{11}[\vartheta_{11}(t)]$, koje su dane u *prilogu V*.

Kako se kvazistatički maseni protok hladitelja definira izrazom:

$$\dot{m}_h(t) = \frac{\Phi_i(t)}{h_4(t) - h_5(t)} \tag{8.24}$$

sustav jednadžbi (8.16-8.20), svodi se na jednu transcendentnu jednadžbu, koja u potpunosti opisuje kvazistatičko pogonsko stanje štednjaka topline:

$$\ln\left\{ \frac{b_k[\vartheta_{11}(t) - \vartheta_2]}{h_{11}(\vartheta_{11}, p_i) + a_k - h_2 - h_5} \right\} = \frac{K_{ex_i}\left[b_k[\vartheta_2 + \vartheta_5(p_i)] - b_k\vartheta_{11}(t) + h_{11}(\vartheta_{11}, p_i) + a_k - h_2 - h_5 \right][h_{11}(\vartheta_{11}, p_i) - h_2]}{b_k[h_{11}(\vartheta_{11}, p_i) - h_5]\Phi_i(t)} \tag{8.25}$$

Uzimajući u obzir da je nazivno rashladno opterećenje isparivača $\Phi_{i_n} = 1850$ kW, ravnotežni tlak $p_{i_n} \approx 3$ bar, iznosi nazivnih temperatura: $\vartheta_{3_n} = 38\,^0$C, $\vartheta_{4_n} = -2{,}88\,^0$C, $\vartheta_{5_n} = -7{,}72\,^0$C i $\vartheta_{11_n} = 8{,}15\,^0$C, te odgovarajućih specifičnih entalpija: $h_{3_n} = 510$, kJ/kg, $h_{4_n} = 320$, kJ/kg, $h_{5_n} = 1400$ kJ/kg i $h_{11_n} = 1590$ kJ/kg, za nazivnu srednju logaritamsku temperaturnu razliku štednjaka topline dobiva se $\Delta\vartheta_{m_{ex_n}} = 13{,}75\,^0$C, te se za $K_{ex} = 23{,}67$ kW/K.

Temeljem dobivenih rezultata aproksimativna funkcijska ovisnost definira se izrazom:

$$\vartheta_{11}(p_i, k_i) = \left(\sum_{j=0}^{3} a_j k_i^j \right) \sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j = \left(\sum_{j=0}^{3} \tilde{a}_j \Phi_i^j \right) \sum_{j=0}^{4} b_j p_i^j \tag{8.26}$$

Priložena *slika 8.10* ilustrira ovisnost kvazistatičkih specifičnih entalpija $h_{11}(p_i, k_i)$ i $h_3(\vartheta_3)_{\xi_d} = h_4(p_i, k_i)$ i odgovarajućih temperatura $\vartheta_{11}(p_i, k_i)$ i $\vartheta_3(p_i, k_i)$, o kvazistatičkom ravnotežnom tlaku isparivača p_i i faktoru rashladnog opterećenja isparivača. $k_i = \Phi_i(t)/\Phi_{i_n}$.

Ilustrirana funkcijska ovisnost $h_3(\vartheta_3)_{\xi_d} = h_4(p_i, k_i)$ specifične entalpije pothlađenog kondenzata na izlazu iz štednjaka topline odnosno mokre pare na ulazu u isparivač prema (8.17) se definira izrazom:

$$h_3(\vartheta_3)_{\xi_d} = h_4(p_i, k_i) = h_2 + h_5 - h_{11}(p_i, k_i) \tag{8.27}$$

pa se za temperaturu pothlađenog kondenzata (*slika 8.10*), prema (8.21) dobiva:

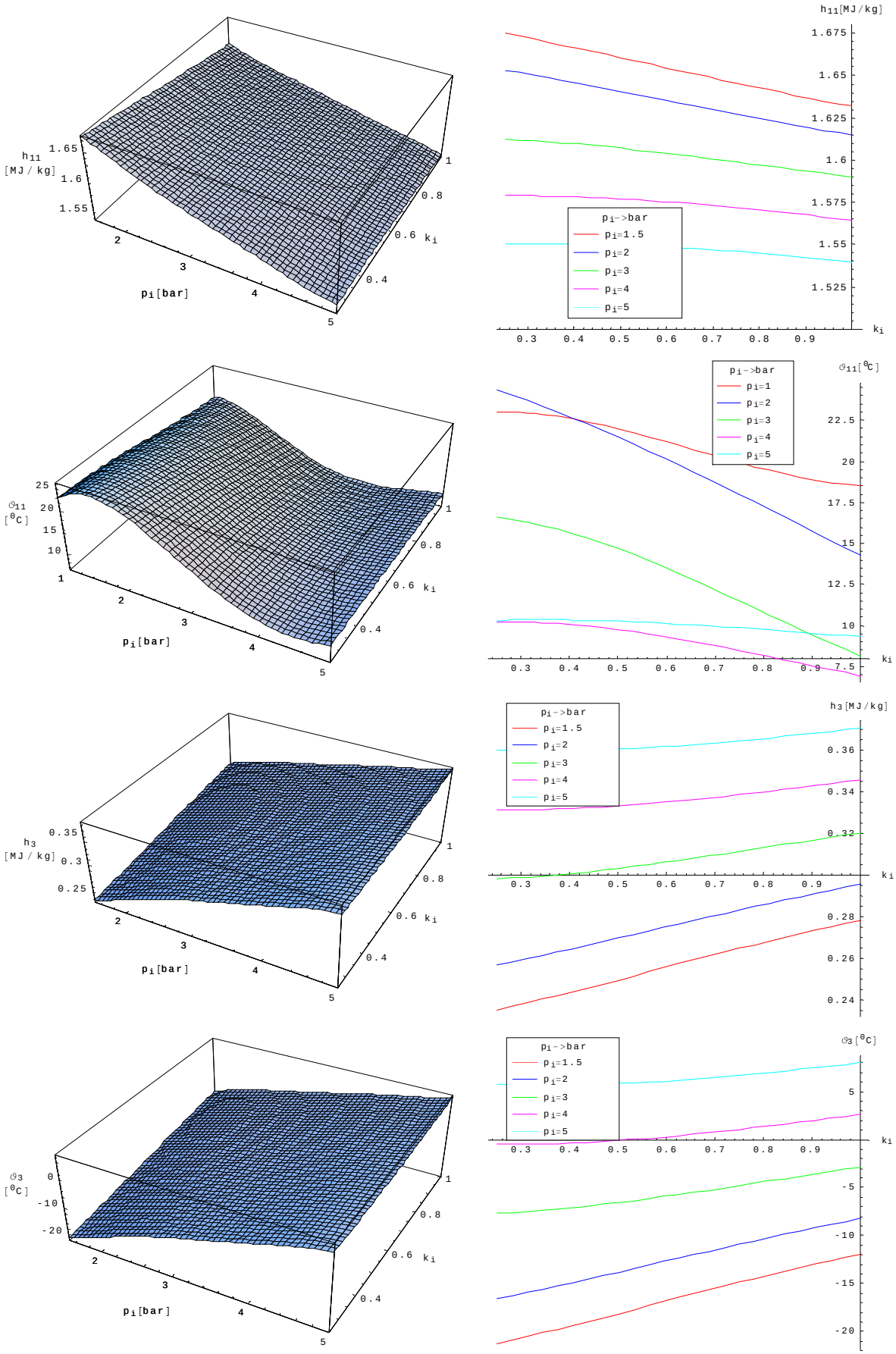
$$\vartheta_3(p_i, k_i) = \frac{h_2 + h_5 - h_{11}(p_i, k_i) - a_k}{b_k} \tag{8.28}$$

Napokon se temeljem izraza (8.16) za kvazistatički maseni protok hladitelja dobiva:

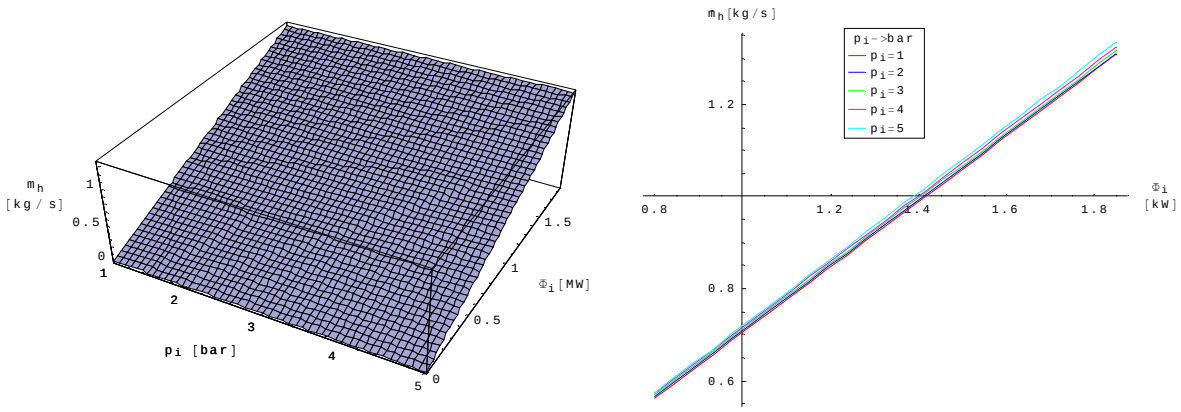
$$\dot{m}_h(p_i, \Phi_i) = \frac{\Phi_i(t)}{h_4(t) - h_5} = \frac{\Phi_i(t)}{h_{11}(p_i, \Phi_i) - h_2} \tag{8.29}$$

pa se temeljem priložene *slike 8.11* koja ilustrira navedenu funkcijsku ovisnost može istu aproksimirati s jednadžbom plohe drugog reda kako slijedi:

$$\dot{m}_h(p_i, \Phi_i) = a_m + b_m p_i + \left(c_m + d_m p_i + e_m p_i^2 \right) \Phi_i \tag{8.30}$$



Slika 8.10 Funkcijske ovisnosti: $h_{11}(k_i, p_i)$, $\vartheta_{11}(k_i, p_i)$, $h_3 = h_4(k_i, p_i)$ *i* $\vartheta_3(k_i, p_i)$



Slika 8.11 Funkcijska ovisnost $\dot{m}_h(\Phi_i, p_i)$

8.2.3 Kvazistatičke toplinske veličine kuhala sa skopčanom kolonom

Postavljanjem materijalnih bilanci (sveukupne i hladitelja sastava ξ) i energijske bilance, za *slikom 8.2* prikazano kuhalo sa skopčanom rektifikacijskom kolonom, te materijalne bilance na izlazu iz kondenzatora, dobivaju se sljedeće jednadžbe:

$$\dot{m}_a(t) + \dot{m}_d(t) = \dot{m}_k(t) + \dot{m}_3(t) \tag{8.31}$$

$$\dot{m}_d(t)\,\xi_d + \dot{m}_a(t)\,\xi_a = \dot{m}_3(t)\,\xi_d + \dot{m}_k(t)\,\xi_k(t) \tag{8.32}$$

$$\Phi_{ku}(t) + \dot{m}_3(t)\,h_2 + \dot{m}_k(t)\,h_7(t) = \dot{m}_a(t)\,h_8 + \dot{m}_d(t)\,h_1 \tag{8.33}$$

$$\dot{m}_d(t) = \dot{m}_3(t) + \dot{m}_h(t) \tag{8.34}$$

gdje su: $\dot{m}_a(t), \dot{m}_d(t), \dot{m}_k(t), \dot{m}_3(t)$ vremenski promjenjivi maseni protoci: džibre, suhozasićene pare hladiteljem obogaćene smjese, komine i refluksa (optoka) vrele kapljevine hladiteljem obogaćene smjese, odgovarajuće,

$\xi_d, \xi_a, \xi_k(t)$ konstantni sadržaj hladitelja u obogaćenoj smjesi, džibri i vremenski promjenjivi sadržaj hladitelja u komini, odgovarajuće,

$h_8, h_1, h_3, h_7(t)$ specifične entalpije: vrele kapljevine džibre, suhozasićene pare obogaćene smjese, vrele kapljevine obogaćene smjese, te vrele kapljevine komine, odgovarajuće.

Polazeći od postavke da se proces vodi tako da se u skopčanu rektifikacijsku kolonu privodi vrela kapljevina komine promjenjivog sadržaja hladitelja $\xi_k(t)$, njena specifična entalpija pri konstantnom tlaku kuhala $p_k = const.$, jednoznačno je definirana funkcijskom ovisnošću $h_7 = h_7(\xi_k)$, pa je za dobivanje nepoznatih kvazistatičkih procesnih veličina amonijačnog *ARU-a* $\dot{m}_a(t), \dot{m}_d(t), \dot{m}_k(t), \dot{m}_3(t)$ i $\Phi_{ku}(t)$, potrebno postaviti dodatnu petu jednadžbu, koju se dobiva iz uvjeta da glavna presječnica skopčane kolone mora biti položena strmije od bilo koje izoterme mokre pare koju presijeca, odnosno matematički:

$$\alpha_{gp}(t) \geq \alpha_{ik}(t), \Rightarrow \tan\left[\alpha_{gp}(t)\right] \geq \tan\left[\alpha_{ik}(t)\right] \tag{8.35}$$

gdje je: $\alpha_{gp}(t)$ kvazistatički kut nagiba kojeg glavna presječnica zatvara s osi ξ, $\alpha_{ik}(t)$ promjenjivi kut nagiba izoterme mokre pare s osi ξ, pri stalnom tlaku kuhala p_k i vremenski promjenjivom sadržaju hladitelja $\xi_k(t)$ na pripadajućoj liniji vrenja.

Kvazistatički kutovi definiraju se izrazima:

$$\alpha_{gp}(t) = \arctan\left\{\left[h_{\pi_j}(t) - h_{\pi_i}(t)\right](\xi_d - \xi_a)^{-1}\right\} = \arctan\left\{\left[h_{\pi_j}(t) - h_7(t)\right]\left[\xi_d - \xi_k(t)\right]^{-1}\right\} \tag{8.36}$$

$$\alpha_{ik}(t) = \arctan\left\{\left[h_r(\xi_r) - h_7(\xi_k)\right]\left[\xi_r(\xi_k) - \xi_k(t)\right]^{-1}\right\} \tag{8.37}$$

pa se za ordinatu pola za jačanje dobiva:

$$h_{\pi_j}(t) = h_r(\xi_r)\frac{\xi_d - \xi_k(t)}{\xi_r(\xi_k) - \xi_k(t)} - h_7(\xi_k)\frac{\xi_d - \xi_r(\xi_k)}{\xi_r(\xi_k) - \xi_k(t)} \tag{8.38}$$

gdje su vremenski promjenjive toplinske veličine:

$\xi_r(\xi_k)$ sadržaj hladitelja na liniji rošenja pri tlaku p_k za izotermu mokre pare definirane sa ξ_k,

$h_7(\xi_k)$, $h_r(\xi_r)$ specifične entalpije vrele kapljevine pri ξ_k, odnosno suhozasićene pare pri ξ_r,

$h_{\pi_j}(t)$, $h_{\pi_i}(t)$ ordinata pola za jačanje π_j, odnosno pola za iscrpljivanje π_i.

Temeljem odgovarajućih bilančnih jednadžbi za prvi (najviši) trupac gornje kolone:

$$\dot{m}_3(t) + \dot{m}_{d_{1j}}(t) = \dot{m}_d(t) + \dot{m}_{r_{1j}}(t) \tag{8.39}$$

$$\dot{m}_3(t)\,\xi_d + \dot{m}_{d_{1j}}(t)\,\xi_{d_{1j}}(t) = \dot{m}_d(t)\,\xi_d + \dot{m}_{r_{1j}}(t)\,\xi_{r_{1j}}(t) \tag{8.40}$$

$$\dot{m}_3(t)\,h_2 + \dot{m}_{d_{1j}}(t)\,h_{d_{1j}}(t) = \dot{m}_d(t)\,h_1 + \dot{m}_{r_{1j}}(t)\,h_{r_{1j}}(t) \tag{8.41}$$

te pišući da je:

$$\beta_3(t) = \frac{\dot{m}_3(t)}{\dot{m}_d(t)} \tag{8.42}$$

dobiva se jednadžba pramena pravaca koja prolazi kroz π_j:

$$h_{d_1}(\xi_{d_1}) = \frac{\xi_d - \xi_{d_1}(t)}{\xi_d - \xi_{r_1}(t)}h_{v_1}(t) + \frac{h_1 - h_2\beta_3(t)}{1-\beta_3(t)}\left[\frac{\xi_{d_1}(t) - \xi_{r_1}(t)}{\xi_d - \xi_{r_1}(t)}\right] \tag{8.43}$$

gdje su:

$\dot{m}_{d_{1j}}(t)$ i $\dot{m}_{r_1}(t)$ maseni protoci suhozasićene pare i slijevajuće vrele kapljevine (refluksa),

$\xi_{d_1}(t)$ i $\xi_{r_1}(t)$ sadržaj hladitelja u uzlaznoj struji i refluksu,

$h_{d_1}(t)$ i $h_{r_1}(t)$ specifične entalpije uzlazne struje i refluksa kroz prvi trupac kolone za jačanje.

Uzimajući u obzir da je para hladitelja $\dot{m}_d(t)$, koja napušta prvu pliticu kolone za jačanje u potpunoj toplinskoj ravnoteži s refluksom $\dot{m}_{r_1}(t)$, koji se slijeva s prve plitice, biva $\vartheta_{r_1}(t) = \vartheta_d(t) = \vartheta_1 \approx const.$, pa se uz fiksne vrijednosti $\xi_{r_1} = \xi_v(\xi_r = \xi_d)$ i $h_{r_1} = h_{r_1}(\xi_{r_1})$ na liniji vrenja pri p_k i $\vartheta_{r_1} = \vartheta_1$, dobiva ordinata sjecišta pravca danog izrazom (8.43) s pravcem $\xi_{d_1} = \xi_d$, te ista predstavlja kvazistatičku ordinatu pola za jačanje $h_{\pi_j}(t)$:

$$h_{\pi_j}(t) = \frac{h_1 - h_2\beta_3(t)}{1-\beta_3(t)} \tag{8.44}$$

iz koje se napokon za kvazistatički iznos $\beta_3(t)$ dobiva:

$$\beta_3(t) = \frac{h_{\pi_j}(t) - h_1}{h_{\pi_j}(t) - h_2} \tag{8.45}$$

Pridodajući zadnje navedeni izraz sustavu jednadžbi (8.31)-(8.34), te uzimajući u obzir da je:

$$\beta_k(t) = \frac{\dot{m}_k(t)}{\dot{m}_d(t)} \tag{8.46}$$

$$\beta_a(t) = \frac{\dot{m}_a(t)}{\dot{m}_d(t)} \tag{8.47}$$

za nepoznate kvazistatičke procesne veličine dobiva se kako slijedi:

$$\beta_a(t) = \frac{(h_1 - h_2)[\xi_d - \xi_k(t)]}{\left[h_{\pi_j}(t) - h_2\right][\xi_k(t) - \xi_a]} \tag{8.48}$$

$$\beta_k(t) = \frac{(h_1 - h_2)[\xi_d - \xi_a]}{\left[h_{\pi_j}(t) - h_2\right][\xi_k(t) - \xi_a]} \tag{8.49}$$

$$\Phi_{ku}(t) = \dot{m}_h(t)\left[h_{\pi_j}(t) + \frac{\xi_d - \xi_a}{\xi_k(t) - \xi_a}h_7(\xi_k) - \frac{\xi_d - \xi_k(t)}{\xi_k(t) - \xi_a}h_8\right] \tag{8.50}$$

Aproksimativne funkcijske ovisnosti $\xi_r(\xi_v), h_v(\xi_v)$ i $h_r(\xi_r)$, pri konstantnom tlaku kuhala p_k, definirane su izrazima (iste ilustrira priložena *slika 8.12*):

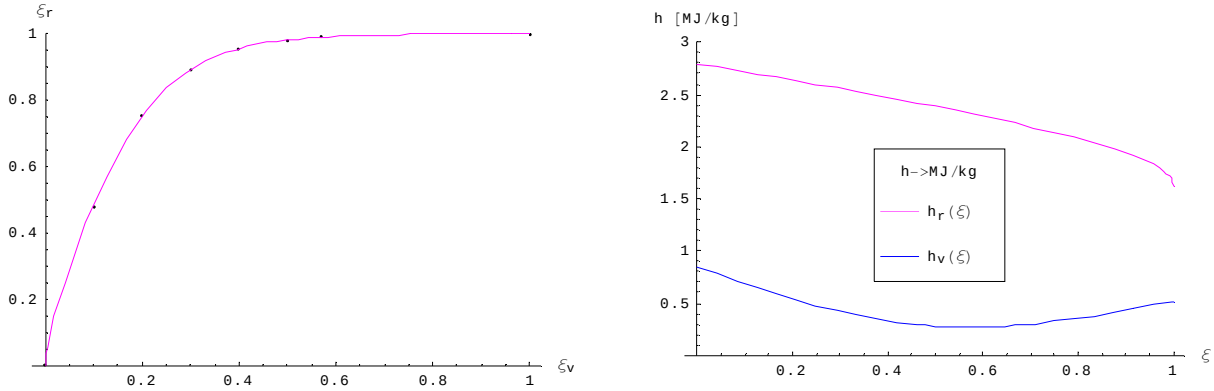
$$\xi_r(\xi_v) = a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_v(t)}\right] + b_k \tanh\left[c_k\xi_v(t)\right] \tag{8.51}$$

$$h_v(\xi_v) = \sum_{j=0}^{4} a_j \xi_v^j(t) \tag{8.52}$$

$$h_r(\xi_r) = \sum_{i=0}^{2} a_i \xi_r^i(t) + b_1 \tanh\left\{5\left[1-\xi_r(t)\right]\right\} + b_2 \tanh\left\{\sqrt{5\left[1-\xi_r(t)\right]}\right\} \tag{8.53}$$

odnosno nakon supstituiranja (8.51) u (8.53), biva specifična entalpija pri p_k, na liniji rošenja definirana izrazom:

$$h_r(\xi_r) = \left(\sum_{i=0}^{2} a_{k_r} \left\{ a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_v(t)}\right] + b_k \tanh\left[c_k\xi_v(t)\right] \right\}^i + b_1 \tanh\left\{5\left[1-a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_v(t)}\right] - b_k \tanh\left[c_k\xi_v(t)\right]\right]\right\} + b_2 \tanh\left\{\sqrt{5\left[1-a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_v(t)}\right] - b_k \tanh\left[c_k\xi_v(t)\right]\right]}\right\} \right) \tag{8.54}$$



Slika 8.12 Aproksimativne funkcijske ovisnosti za $p_k = 15\,bar$

Budući da se skopčanoj koloni dovodi vrela komina promjenjivog sastava $\xi_k(t)$, supstituiranjem $\xi_k(t)$ u navedene izraze umjesto ξ_v, te dobivenih izraza u (8.36), napokon se za kut izoterme mokre pare sastava $\xi_k(t)$ dobiva (*slika 8.13*):

$$\alpha_{ik}(t) = \arctan\left[\left(\sum_{i=0}^{2} a_i \left\{ a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_v(t)}\right] + b_k \tanh\left[c_k\xi_v(t)\right] \right\}^i + b_1 \tanh\left\{5\left[1-a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_v(t)}\right] - b_k \tanh\left[c_k\xi_v(t)\right]\right]\right\} + b_2 \tanh\left\{\sqrt{5\left[1-a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_v(t)}\right] - b_k \tanh\left[c_k\xi_v(t)\right]\right]}\right\} - \sum_{j=0}^{4} a_j \xi_v^j(t) \right) \cdot \left\{ a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_v(t)}\right] + b_k \tanh\left[c_k\xi_v(t)\right] - \xi_v(t) \right\}^{-1} \right] \tag{8.55}$$

Sadržaj hladitelja $\xi_{r_{1j}}$ u slijevajućoj komini prve plitice gornje kolone (na liniji vrenja pri p_k i $\vartheta_{r_{1j}} = \vartheta_d = \vartheta_1$), predstavlja realno rješenje transcendentne jednadžbe:

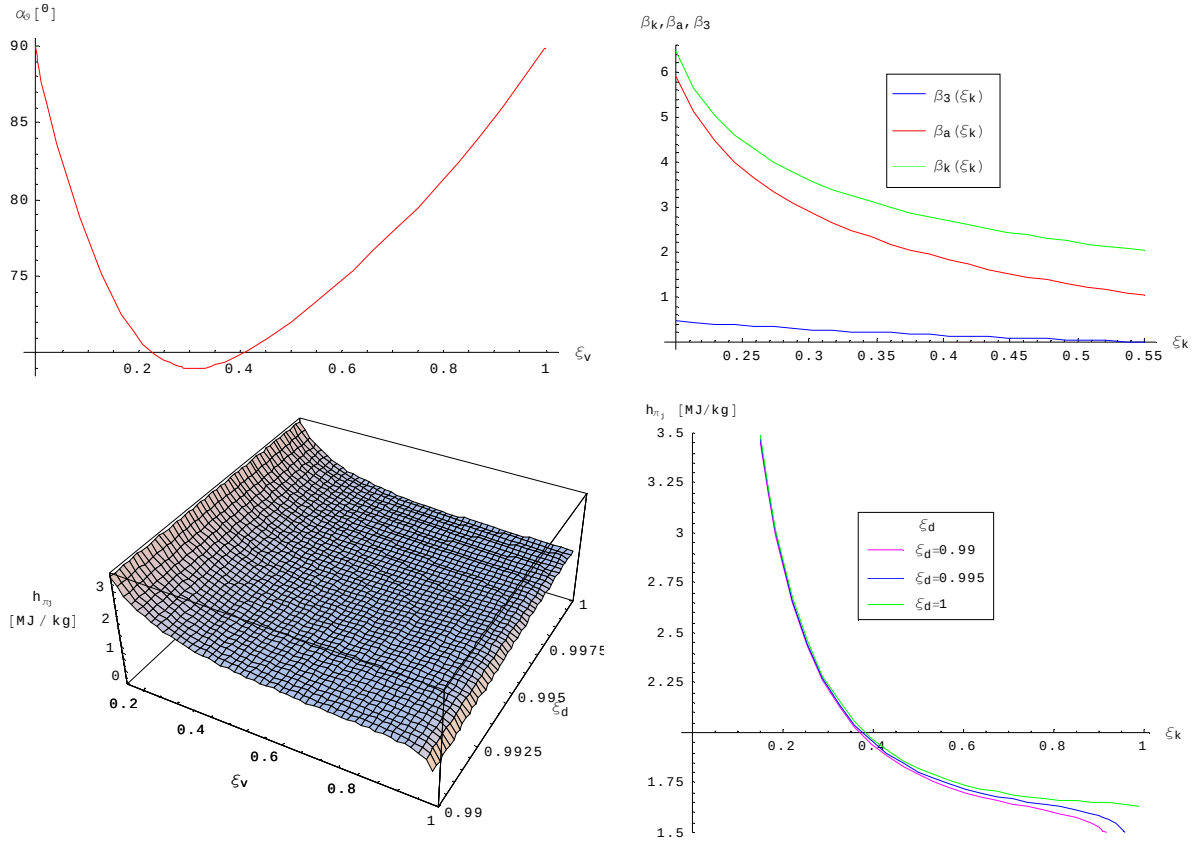
$$\xi_d = a_k \tanh\left(c_k\sqrt{\xi_{r_1}}\right) + b_k \tanh\left(c_k\xi_{r_1}\right) \tag{8.56}$$

čijim se supstituiranjem u (8.9) za specifičnu entalpiju slijevajuće komine dobiva:

$$h_{r_1} = h_v(\xi_{r_1}) = \sum_{j=0}^{4} a_j \xi_{r_1}^j(t) \tag{8.57}$$

pa se temeljem izraza (8.38), ordinatu pola za jačanje definira izrazom:

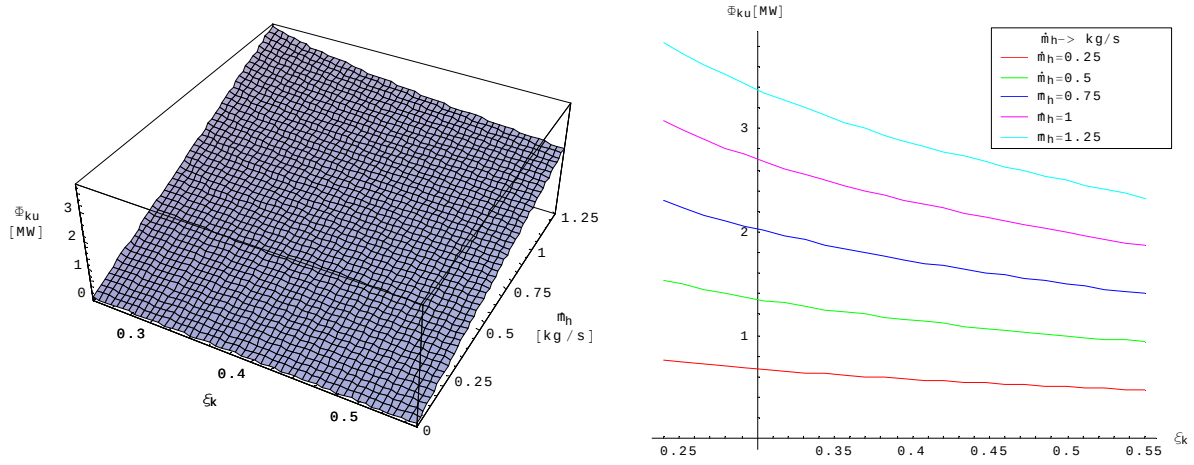
$$h_{\pi_j}(\xi_k) = \left[\left(\sum_{i=0}^{2} a_i \left\{ a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_k(t)}\right] + b_k \tanh\left[c_k\xi_k(t)\right] \right\}^i + b_1 \tanh\left\{5\left[1-a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_k(t)}\right] - b_k \tanh\left[c_k\xi_k(t)\right]\right]\right\} + b_2 \tanh\left\{\sqrt{5\left[1-a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_k(t)}\right] - b_k \tanh\left[c_k\xi_k(t)\right]\right]}\right\} \right) \cdot \frac{\xi_d - \xi_k(t)}{a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_k(t)}\right] + b_k \tanh\left[c_k\xi_k(t)\right] - \xi_k(t)} - \frac{\xi_d - a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_k(t)}\right] - b_k \tanh\left[c_k\xi_k(t)\right]}{\left\{ a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_k(t)}\right] + b_k \tanh\left[c_k\xi_k(t)\right] \right\} - \xi_k(t)} \sum_{j=0}^{4} a_j \xi_k^j(t) \right] \tag{8.58}$$



Slika 8.13 Kvazistatičke procesne veličine kuhala sa skopčanom rektifikacijskom kolonom pri $p_k = 15 bar: \alpha_\vartheta(\xi_v),\ \beta_3(\xi_k),\ \beta_a(\xi_k),\ \beta_k(\xi_k)\ i\ h_{\pi_j}(\xi_k)_{(\xi_d=0{,}99;0{,}995;1)}$

Uvrštavanjem zadnje navedenog izraza u izraz (8.50), za kvazistatički zagonski toplinski tok kuhala dobiva se:

$$\Phi_{ku}(t) = \dot{m}_h(t)\left[\left(\begin{array}{c}\sum_{i=0}^{2} a_i\left\{a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_k(t)}\right] + b_k \tanh\left[c_k\xi_k(t)\right]\right\}^i + \\ +b_1 \tanh\left\{5\left[1 - a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_k(t)}\right] - b_k \tanh\left[c_k\xi_k(t)\right]\right]\right\} + \\ +b_2 \tanh\left\{\sqrt{5\left[1 - a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_k(t)}\right] - b_k \tanh\left[c_k\xi_k(t)\right]\right]}\right\}\end{array}\right)\frac{\xi_d - \xi_k(t)}{a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_k(t)}\right] + b_k \tanh\left[c_k\xi_k(t)\right] - \xi_k(t)} + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{\xi_d - \xi_a}{\xi_k(t) - \xi_a} - \frac{\xi_d - a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_k(t)}\right] - b_k \tanh\left[c_k\xi_k(t)\right]}{\left\{a_k \tanh\left[c_k\sqrt{\xi_k(t)}\right] + b_k \tanh\left[c_k\xi_k(t)\right]\right\} - \xi_k(t)}\right)\sum_{j=0}^{4} a_j \xi_k^j(t) - \frac{\xi_d - \xi_k(t)}{\xi_k(t) - \xi_a} h_8\right] \quad (8.59)$$



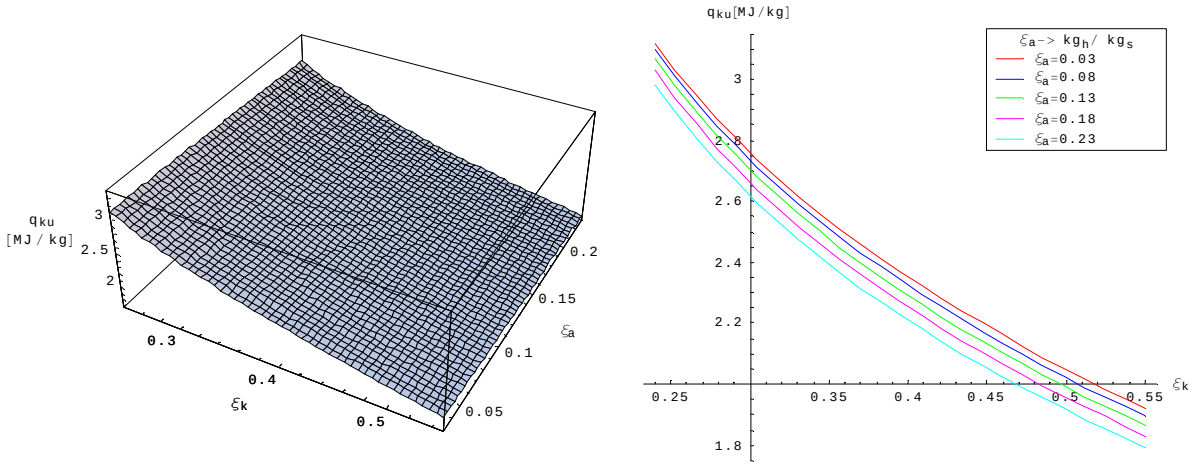
Slika 8.14 Kvazistatičko toplinsko opterećenje kuhala $\Phi_{ku}(t) = \Phi_{ku}(\dot{m}_h, \xi_k)$

Specifična pogonska toplina kuhala pri konstantnim iznosima p_k i ξ_d, definira se izrazom:

$$q_{ku}(\xi_a,\xi_k)=\frac{\Phi_{ku}(t)}{\dot{m}_h(t)} \tag{8.60}$$

Iz priložene *slike 8.14*, razvidno je da je $q_{ku}(\xi_a,\xi_k)_{p_k,\xi_d}$ tim manja što je manji ξ_k, pa navedeno upućuje na potrebu da se proces vodi tako da se maksimizira iznos ξ_k, čija je funkcijska ovisnost o kvazistatičkom ravnotežnom tlaku isparivača $p_i(t)$ i temperaturi komine na izlazu iz apsorbera $\vartheta_{12}(t)\approx\vartheta_6(t)$, definira izrazom (8.13).

Donja vrijednost $\xi_{k_{\min}}$ određena je maksimalno nastupajućom temperaturom $\vartheta_{m_{\max}}$ rashladnog mora, dok gornja vrijednost $\xi_{k_{\max}}$ predstavlja nultočku funkcije $\beta_3(\xi_k)$, koja je u razmatranom slučaju $\xi_{k_{\max}}=0,56633$ za $p_k=15bar$ i $\xi_d=0,99$, i $p_i=1bar$.



Slika 8.15 Specifična zagonska toplina kuhala $q_{ku}(t)=q_{ku}(\xi_a,\xi_k)_{p_k,\xi_d}$

Povećavanjem sadržaja hladitelja u komini smanjuje se ordinata pola za jačanja h_{π_j}, što za posljedicu ima smanjenje operativnog broja plitica gornje kolone, te povećanja operativnog broja plitica donje kolone, a isto se razmjerno lako postiže upuštanjem komine na odgovarajućoj visini gornje kolone.

U graničnom slučaju kada je $\xi_{k_{\max}}=\xi_k(\beta_3=0)$ skopčana rektifikacijska kolona za jačanje i iscrpljivanje, poprima karakter kolone za iscrpljivanje, te se komina dovodi na samom vrhu kolone (iznad prve plitice gornje kolone).

Temeljem navedenog za kvazistatički sadržaj hladitelja u komini dobiva se izraz koji je valjan nad naznačenim intervalom $\xi_{k_{\min}}\le\xi_k(t)\le\xi_{k_{\max}}$:

$$\xi_k(\tilde{\vartheta}_6,p_i)=\frac{1}{2}\left(\xi_k(\tilde{\vartheta}_6,p_i)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\xi_{k_{\max}}-\xi_k(\tilde{\vartheta}_6,p_i)\right]\right\}+\xi_{k_{\max}}\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\xi_{k_{\max}}-\xi_k(\tilde{\vartheta}_6,p_i)\right]\right\}\right) \tag{8.61}$$

a kojeg ilustrira priložena *slika 8.16*, pri čemu je teorijski moguća temperatura komine na izlazu i apsorbera definirana izrazom:

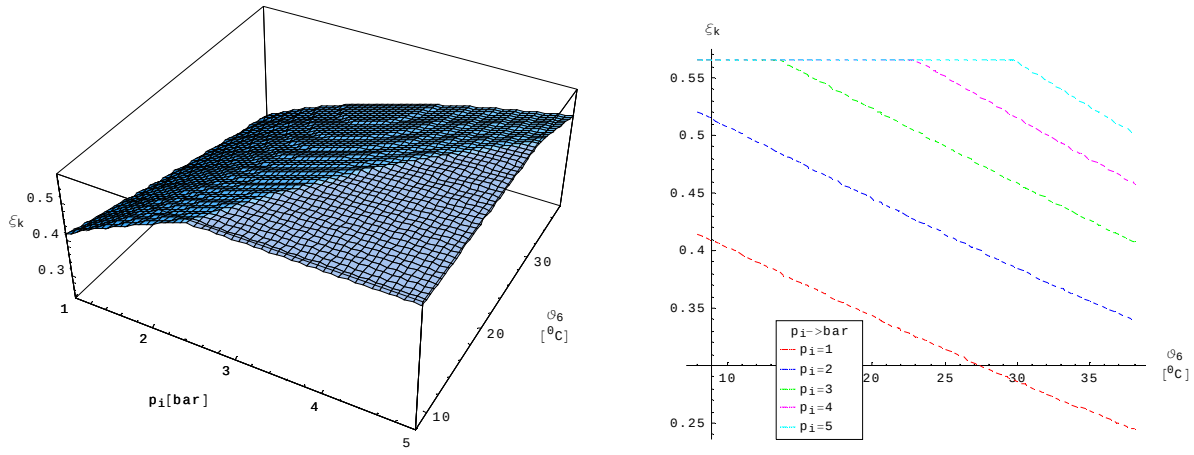
$$\tilde{\vartheta}_6(t)=\vartheta_m(t)+\Delta\vartheta_{12m} \tag{8.62}$$

Realni korijeni $\bar{\vartheta}_6(p_i)$ jednadžbe u rasponu tlakova isparivača $(1\le p_i\le 5)$ bar:

$$\xi_{k_{\max}}=\left(\sum_{l=0}^{3}a_l p_i^l\right)\sum_{l=0}^{8}b_l\tilde{\vartheta}_6^l(t) \tag{8.63}$$

dobro se aproksimiraju polinomom drugog stupnja kako slijedi:

$$\bar{\vartheta}_6(p_i)_{\xi_{k_{\max}}}=\sum_{\xi=0}^{2}a_\xi p_i^\xi(t) \tag{8.64}$$



Slika 8.16 Funkcijska ovisnost $\xi_k(\vartheta_6, p_i)$

Temeljem energijske bilance štednjaka topline:

$$\dot{m}_a(t)\left[h_8(t)-h_9(t)\right]=\dot{m}_k(t)\left[h_7(t)-h_6(t)\right] \tag{8.65}$$

uz definirane aproksimativne izraze za sadržane specifične entalpije:

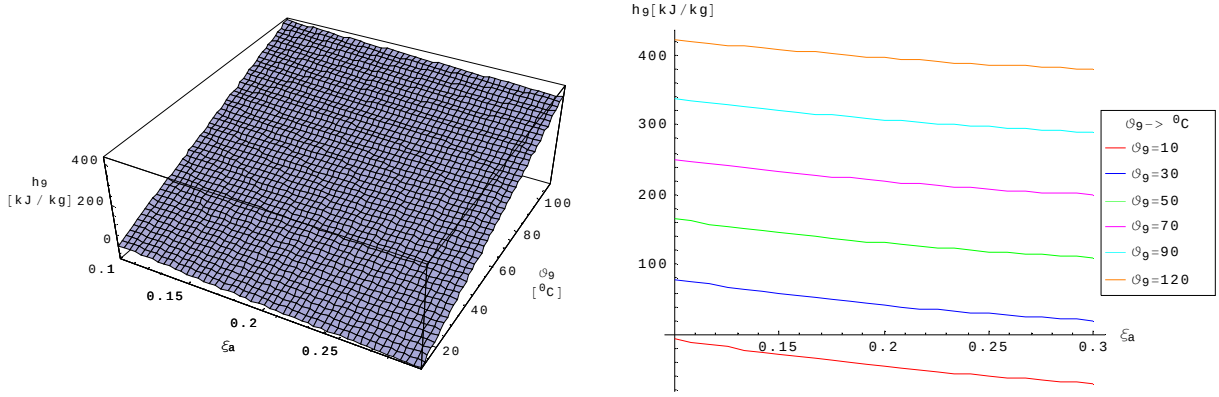
$$h_8(t)=h_8(\xi_a)=\sum_{j_h=0}^{2}\tilde{a}_{j_h}\xi_a^{j_h}(t) \tag{8.66}$$

$$h_9(t)=h_9(\xi_a,\vartheta_9)=\left[\tilde{c}_0+\tilde{c}_1\vartheta_9(t)\right]\sum_{j_h=0}^{2}\tilde{b}_{j_h}\xi_a^{j_h}(t) \tag{8.67}$$

uzimajući u obzir da je kvazistatička ravnotežna temperatura džibre na izlazu iz štednjaka topline:

$$\vartheta_9(t)=\vartheta_6(t)+\Delta\vartheta_{ex_{\min}} \tag{8.68}$$

kvazistatički sadržaj hladitelja u džibri se može izraziti $\xi_a(t)$ o veličinama $p_i(t)$, $\vartheta_6(t)$ i $\Delta\vartheta_{ex_{\min}}$.



Slika 8.17 Funkcijska ovisnost $h_9(\xi_a, \vartheta_9)$

Minimalni iznos $\xi_{a_{\min}} \approx 0{,}11$ uvjetovan je tlakom kuhala $p_k = 15\,\text{bar}$ i temperaturom ogrjevnog spremnika $\vartheta_s \approx 170\ ^0\text{C}$ (suhozasićena para), dok se temperatura komine na izlazu iz apsorbera definira izrazom:

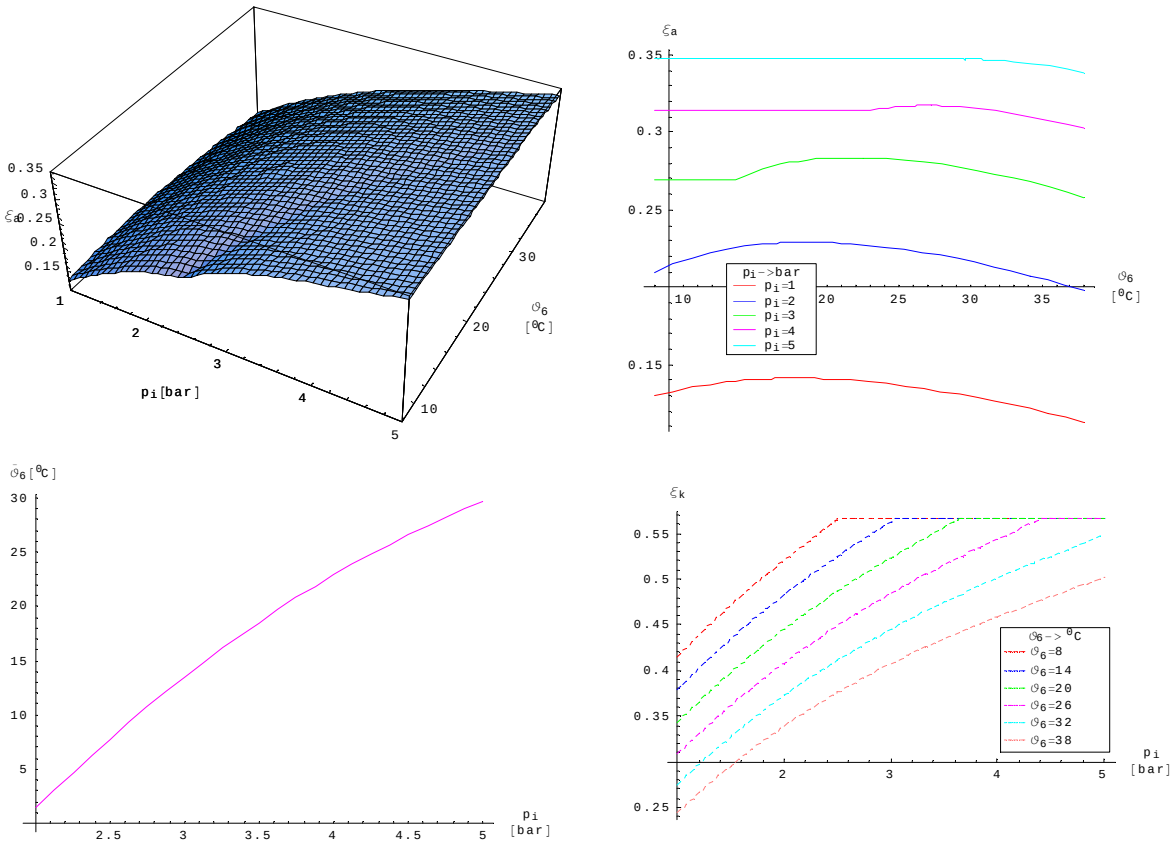
$$\vartheta_6(t)=\frac{1}{2}\left(\tilde{\vartheta}_6(t)\left\{1+\text{sgn}\left[\tilde{\vartheta}_6(t)-\bar{\vartheta}_6(p_i)_{\xi_{k_{\max}}}\right]\right\}+\bar{\vartheta}_6(p_i)_{\xi_{k_{\max}}}\left\{1-\text{sgn}\left[\tilde{\vartheta}_6(t)-\bar{\vartheta}_6(p_i)_{\xi_{k_{\max}}}\right]\right\}\right) \tag{8.69}$$

Kako je temeljem izraza (8.46) i (8.47):

$$\frac{\dot{m}_k(t)}{\dot{m}_a(t)}=\frac{\beta_k(t)}{\beta_a(t)}=\frac{\xi_d-\xi_a(t)}{\xi_d-\xi_k(t)} \tag{8.70}$$

uvrštavanjem (8.70), (8.66) i (8.67) u (8.65) dobiva se kvadratna jednadžba po $\xi_a(\vartheta_6, p_i)$, čije je realno fizikalno ispravno rješenje:

$$\xi_a(\vartheta_6, p_i, \Delta\vartheta_{ex}) = \left(\frac{[\xi_d - \xi_k(\vartheta_6, p_i)]\{\tilde{b}_1[\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6, \Delta\vartheta_{ex})]\} - \tilde{a}_1 - h_7(\vartheta_6, p_i) + h_6(\vartheta_6, p_i)}{2[\xi_d - \xi_k(\vartheta_6, p_i)]\{\tilde{a}_2 - \tilde{b}_2[\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6, \Delta\vartheta_{ex})]\}} + \right.$$
$$\left. + \sqrt{\left\{ \frac{[\xi_d - \xi_k(\vartheta_6, p_i)]\{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1[\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6, \Delta\vartheta_{ex})]\} + h_7(\vartheta_6, p_i) - h_6(\vartheta_6, p_i)}{4[\xi_d - \xi_k(\vartheta_6, p_i)]\{\tilde{a}_2 - \tilde{b}_2[\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6, \Delta\vartheta_{ex})]\}} \right\}^2 - \frac{[\xi_d - \xi_k(\vartheta_6, p_i)]\{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1[\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6, \Delta\vartheta_{ex})]\} - \xi_d[h_7(\vartheta_6, p_i) - h_6(\vartheta_6, p_i)]}{[\xi_d - \xi_k(\vartheta_6, p_i)]}} \right) \quad (8.71)$$



Slika 8.18 Funkcijske ovisnosti: $\xi_a(\vartheta_6, p_i)$ *i* $\xi_a(\tilde{\vartheta}_6, p_i)$

Uzimajući u obzir funkcijsku ovisnost $\xi_a(\vartheta_6, p_i)$, specifični protoci optočnog kondenzata, džibre i komine definiraju se izrazima:

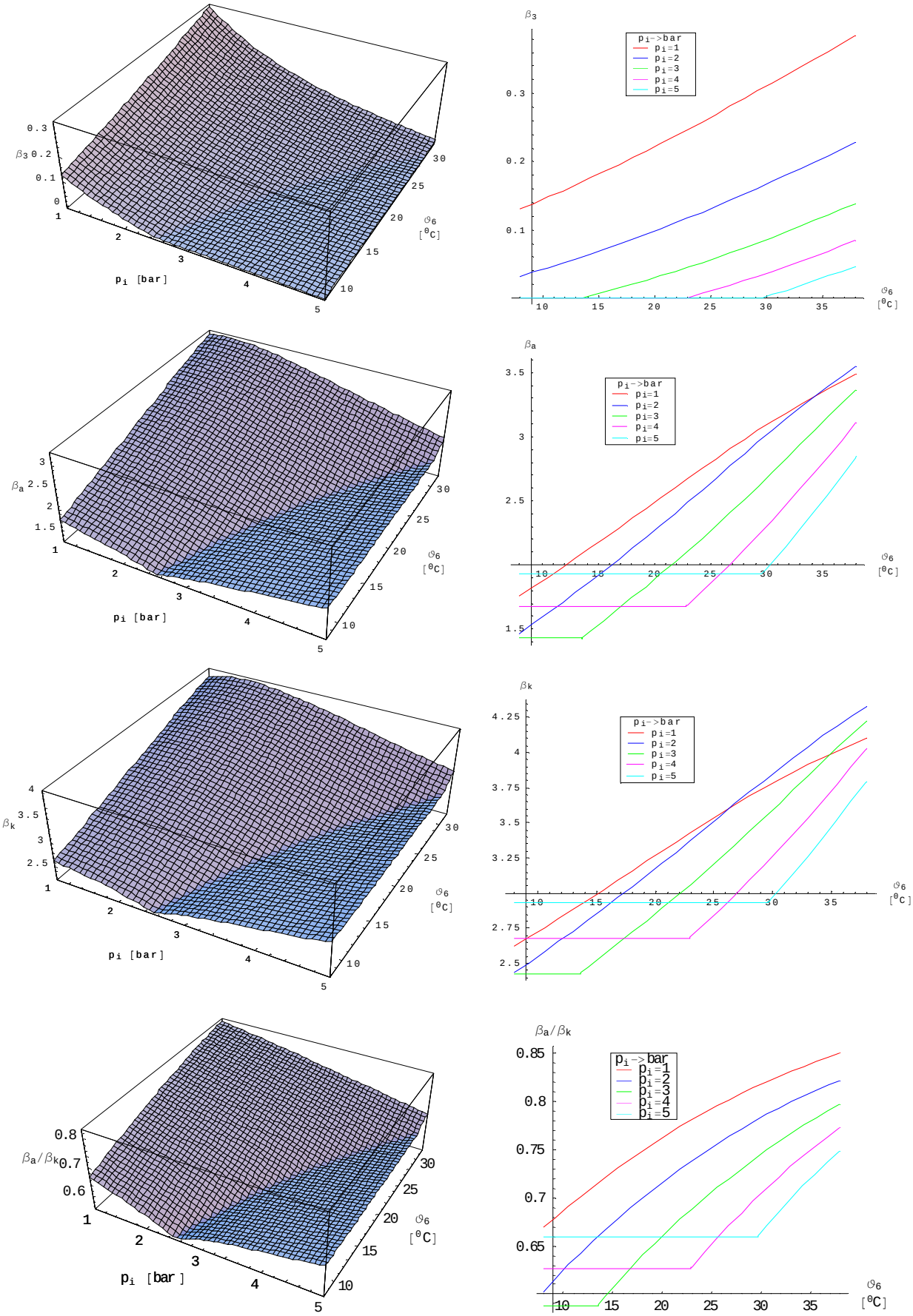
$$\beta_3(t) = \beta_3(p_i, \vartheta_6) = \frac{h_{\pi_j}(\xi_k) - h_1}{h_{\pi_j}(\xi_k) - h_2} = \frac{1}{2}\left\{1 + \mathrm{sgn}\left[\xi_{k_{\max}} - \xi_k(p_i, \vartheta_6)\right]\right\}\frac{h_{\pi_j}(p_i, \vartheta_6) - h_1}{h_{\pi_j}(p_i, \vartheta_6) - h_2} \quad (8.71)$$

$$\beta_a(t) = \beta_a(\vartheta_6, p_i, \Delta\vartheta_{ex}) = \frac{(h_1 - h_2)[\xi_d - \xi_k(p_i, \vartheta_6)]}{\left[h_{\pi_j}(p_i, \vartheta_6) - h_2\right][\xi_k(p_i, \vartheta_6) - \xi_a(\vartheta_6, p_i, \Delta\vartheta_{ex})]} \quad (8.73)$$

$$\beta_k(t) = \beta_k(\vartheta_6, p_i, \Delta\vartheta_{ex}) = \frac{(h_1 - h_2)[\xi_d - \xi_a(\vartheta_6, p_i, \Delta\vartheta_{ex})]}{\left[h_{\pi_j}(\vartheta_6, p_i) - h_2\right][\xi_k(\vartheta_6, p_i) - \xi_a(\vartheta_6, p_i, \Delta\vartheta_{ex})]} \quad (8.74)$$

Temeljem izraza (8.66) dobiva se za specifičnu entalpiju džibre na izlazu iz kuhala:

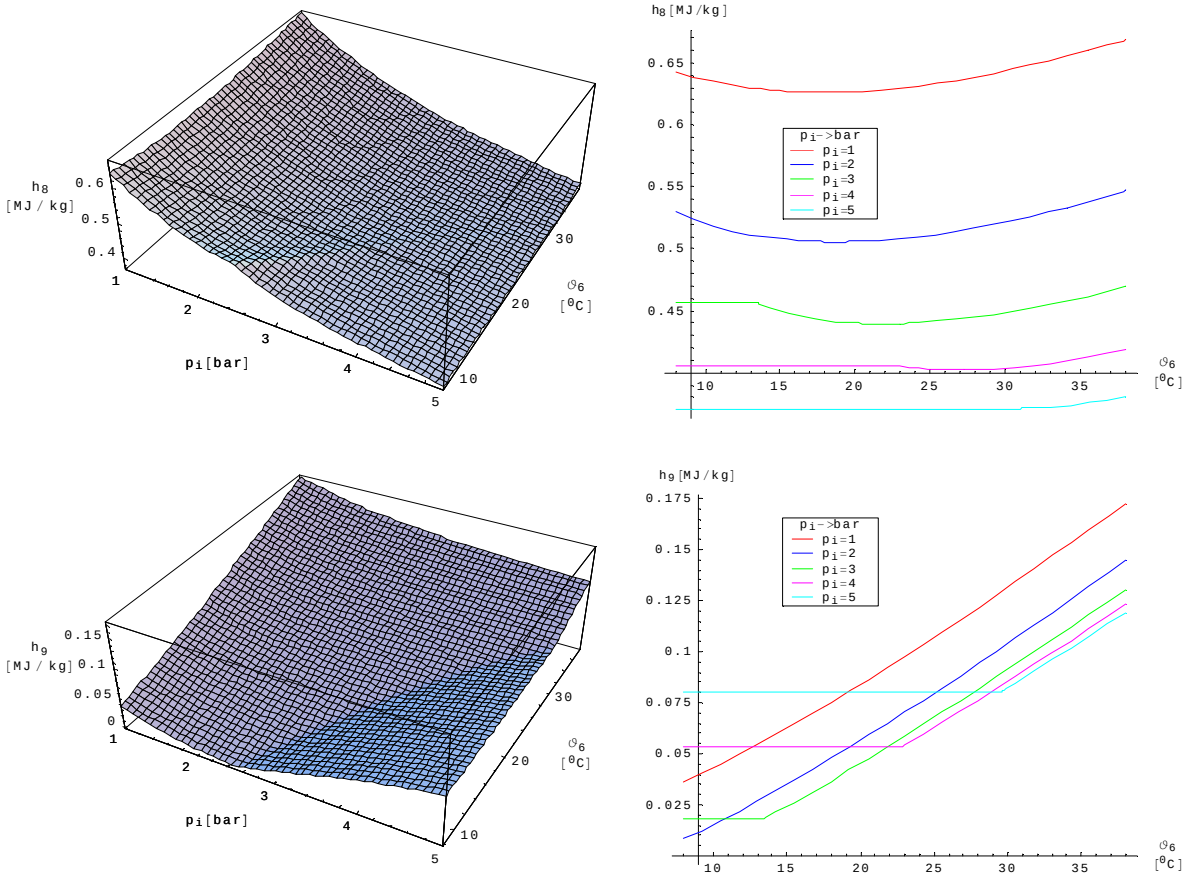
$$h_8(\vartheta_6, p_i, \Delta\vartheta_{ex}) = \sum_{j_h=0}^{2} \tilde{a}_{j_h} \left(\frac{[\xi_d - \xi_k(\vartheta_6, p_i)]\{\tilde{b}_1[\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6, \Delta\vartheta_{ex})]\} - \tilde{a}_1 - h_7(\vartheta_6, p_i) + h_6(\vartheta_6, p_i)}{2[\xi_d - \xi_k(\vartheta_6, p_i)]\{\tilde{a}_2 - \tilde{b}_2[\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6, \Delta\vartheta_{ex})]\}} + \right.$$
$$\left. + \sqrt{\left\{ \frac{[\xi_d - \xi_k(\vartheta_6, p_i)]\{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1[\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6, \Delta\vartheta_{ex})]\} + h_7(\vartheta_6, p_i) - h_6(\vartheta_6, p_i)}{4[\xi_d - \xi_k(\vartheta_6, p_i)]\{\tilde{a}_2 - \tilde{b}_2[\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6, \Delta\vartheta_{ex})]\}} \right\}^2 - \frac{[\xi_d - \xi_k(\vartheta_6, p_i)]\{\tilde{a}_1 - \tilde{b}_1[\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6, \Delta\vartheta_{ex})]\} - \xi_d[h_7(\vartheta_6, p_i) - h_6(\vartheta_6, p_i)]}{[\xi_d - \xi_k(\vartheta_6, p_i)]}} \right)^{j_h} \quad (8.75)$$



Slika 8.19 Funkcijske ovisnosti: $\beta_3 = (\vartheta_6, p_i)$, $\beta_a = (\vartheta_6, p_i)$, $\beta_k = (\vartheta_6, p_i)$ *i* $\beta_a / \beta_k = (\vartheta_6, p_i)$

dok se kombiniranjem izraza (8.68), (8.69) i (8.71), prema (8.67) za $h_9(p_i,\vartheta_6)$ dobiva:

$$h_9(p_i,\vartheta_6)=\left[\left[\tilde{c}_0+\frac{1}{2}\tilde{c}_1\left(\tilde{\vartheta}_6(t)\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\tilde{\vartheta}_6(t)-\bar{\vartheta}_6(p_i)_{\xi_{k_{\max}}}\right]\right\}+\bar{\vartheta}_6(p_i)_{\xi_{k_{\max}}}\left\{1-\operatorname{sgn}\left[\tilde{\vartheta}_6(t)-\bar{\vartheta}_6(p_i)_{\xi_{k_{\max}}}\right]\right\}\right)\right]\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\sum_{j_h=0}^{2}\tilde{b}_{j_h}\left(\frac{[\xi_d-\xi_k(\vartheta_6,p_i)]\left\{\tilde{b}_1[\tilde{c}_0+\tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6,\Delta\vartheta_{ex})]\right\}-\tilde{a}_1-h_7(\vartheta_6,p_i)+h_6(\vartheta_6,p_i)}{2[\xi_d-\xi_k(\vartheta_6,p_i)]\left\{\tilde{a}_2-\tilde{b}_2[\tilde{c}_0+\tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6,\Delta\vartheta_{ex})]\right\}}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\sqrt{\left\{\frac{[\xi_d-\xi_k(\vartheta_6,p_i)]\left\{\tilde{a}_1-\tilde{b}_1[\tilde{c}_0+\tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6,\Delta\vartheta_{ex})]\right\}+h_7(\vartheta_6,p_i)-h_6(\vartheta_6,p_i)}{4[\xi_d-\xi_k(\vartheta_6,p_i)]\left\{a_2-\tilde{b}_2[c_0+\tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6,\Delta\vartheta_{ex})]\right\}}\right\}^2-\frac{[\xi_d-\xi_k(\vartheta_6,p_i)]\left\{\tilde{a}_1-\tilde{b}_1[\tilde{c}_0+\tilde{c}_1\vartheta_9(\vartheta_6,\Delta\vartheta_{ex})]\right\}-\xi_d[h_7(\vartheta_6,p_i)-h_6(\vartheta_6,p_i)]}{[\xi_d-\xi_k(\vartheta_6,p_i)]}}\right)^{j_h}\right] \tag{8.76}$$



Slika 8.20 Funkcijske ovisnosti: $h_8(\vartheta_6,p_i)_{\Delta\vartheta_{ex}=15\,^0C}$ *i* $h_9(\vartheta_6,p_i)_{\Delta\vartheta_{ex}=15\,^0C}$

Za pogonsku specifičnu toplinu kuhala se, imajući u vidu da je $\tilde{\vartheta}_6(t)=\tilde{\vartheta}_6(p_i,\vartheta_m)$ i $\bar{\vartheta}_6(t)=\bar{\vartheta}_6(p_i)$, prema izrazu (8.60) dobiva $\vartheta_6(t)\approx\vartheta_{12}(t)=\vartheta_6\left[\tilde{\vartheta}_6(t),p_i(t),\bar{\vartheta}_6(t)\right]=\vartheta_6(p_i,\vartheta_m)$, pa slijedi funkcijska ovisnost:

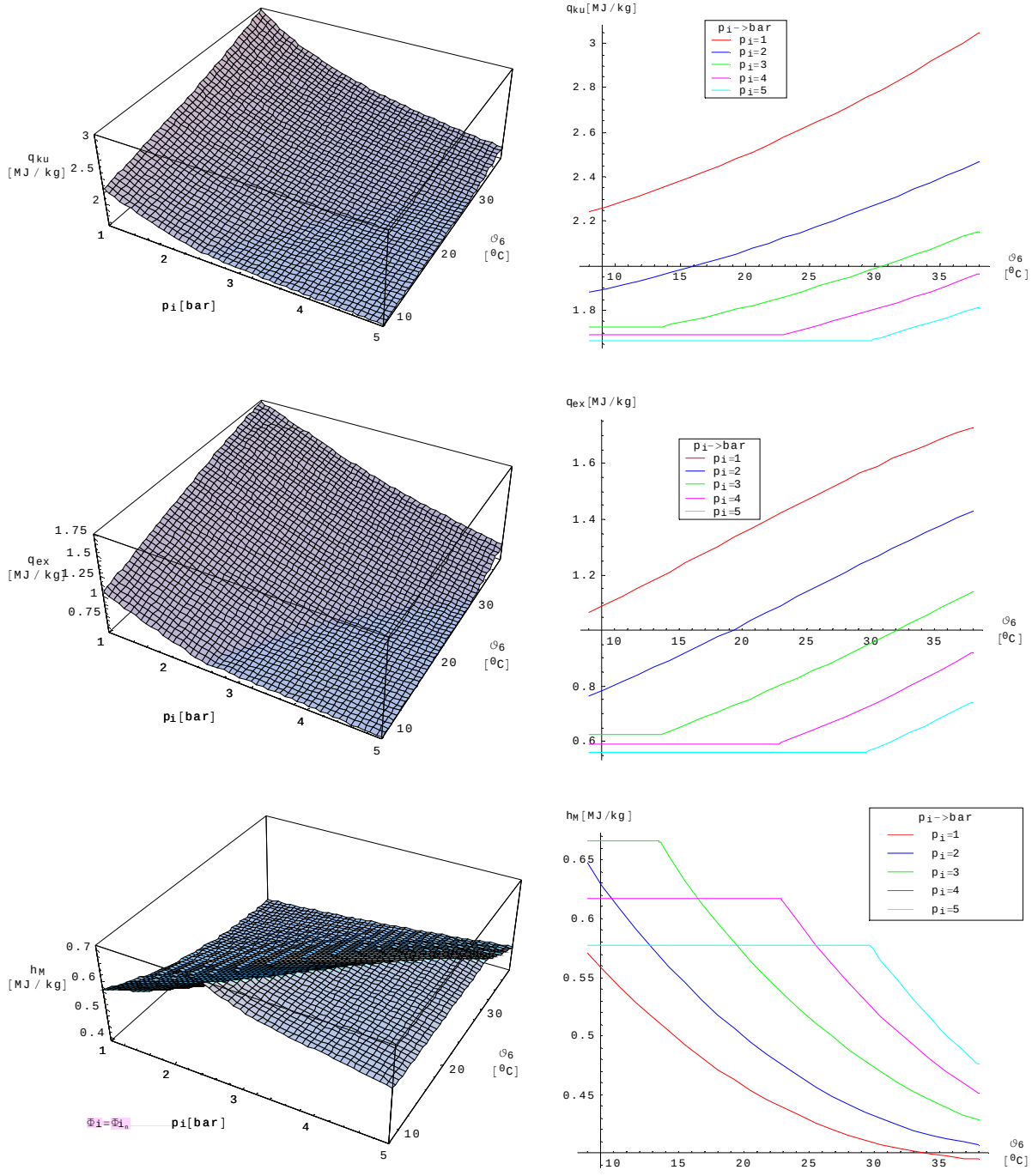
$$q_{ku}(\xi_a,\xi_k)=q_{ku}\left[\xi_a(\vartheta_6,p_i),\xi_k(\vartheta_6,p_i)\right]=q_{ku}(\vartheta_m,p_i) \tag{8.77}$$

Prema izrazu (8.69) za specifičnu izmijenjenu toplinu u štednjaku topline dobiva se:

$$q_{ex}(t)=\frac{\Phi_{ex}(t)}{\dot{m}_h(t)}=\frac{\beta_a(\vartheta_6,p_i,\Delta\vartheta_{ex})}{1-\beta_3(\vartheta_6,p_i)}\left[h_8(\vartheta_6,p_i,\Delta\vartheta_{ex})-h_9(\vartheta_6,p_i,\Delta\vartheta_{ex})\right] \tag{8.78}$$

dok se uz pretpostavku adijabatskog miješanja za specifičnu entalpiju komine u apsorberu dobiva:

$$h_M(t)=h_M(\vartheta_6,p_i,\Delta\vartheta_{ex},\Phi_i)=\frac{\beta_a(\vartheta_6,p_i,\Delta\vartheta_{ex})\,h_9(\vartheta_6,p_i,\Delta\vartheta_{ex})+[1-\beta_3(\vartheta_6,p_i)]\,h_{11}(\Phi_i,p_i)}{\beta_k(\vartheta_6,p_i,\Delta\vartheta_{ex})} \tag{8.79}$$



Slika 8.21 Funkcijske ovisnosti: $q_{ku}(\vartheta_6, p_i)_{\Delta\vartheta_{ex}=15\,^0C}$, $q_{ex}(\vartheta_6, p_i)_{\Delta\vartheta_{ex}=15\,^0C}$ *i* $h_M(\vartheta_6, p_i)_{(\Delta\vartheta_{ex}=15\,^0C, \Phi_i=\Phi_{i_n})}$

Kvazistatičko toplinsko opterećenje apsorbera definira se izrazom:

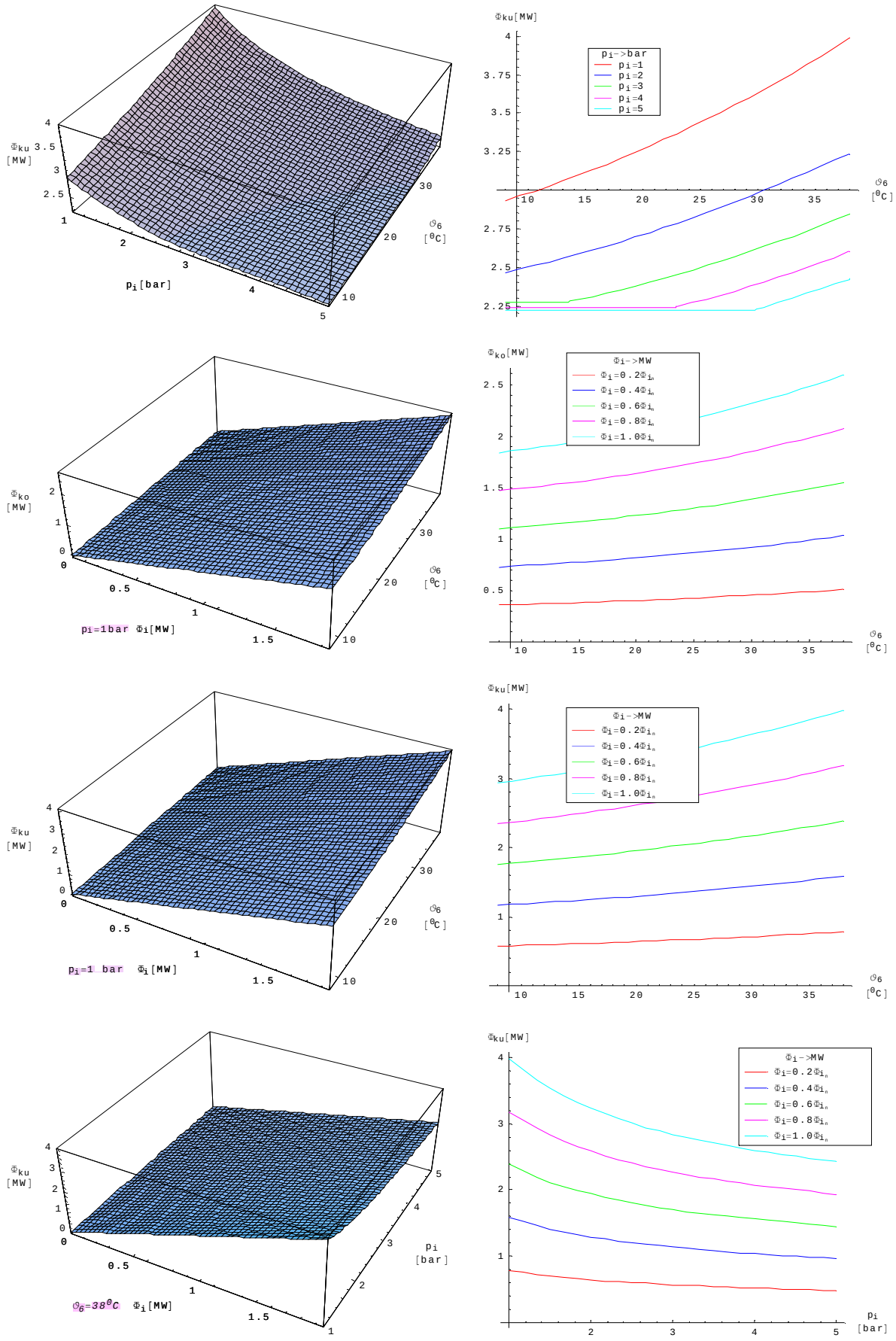
$$\Phi_a(t) = \dot{m}_k(t)\left[h_M(t) - h_{12}(t)\right] \tag{8.80}$$

pa se uzimajući u obzir da je $h_{12}(t) = h_6(t)$, uz sadržane funkcijske ovisnosti dobiva:

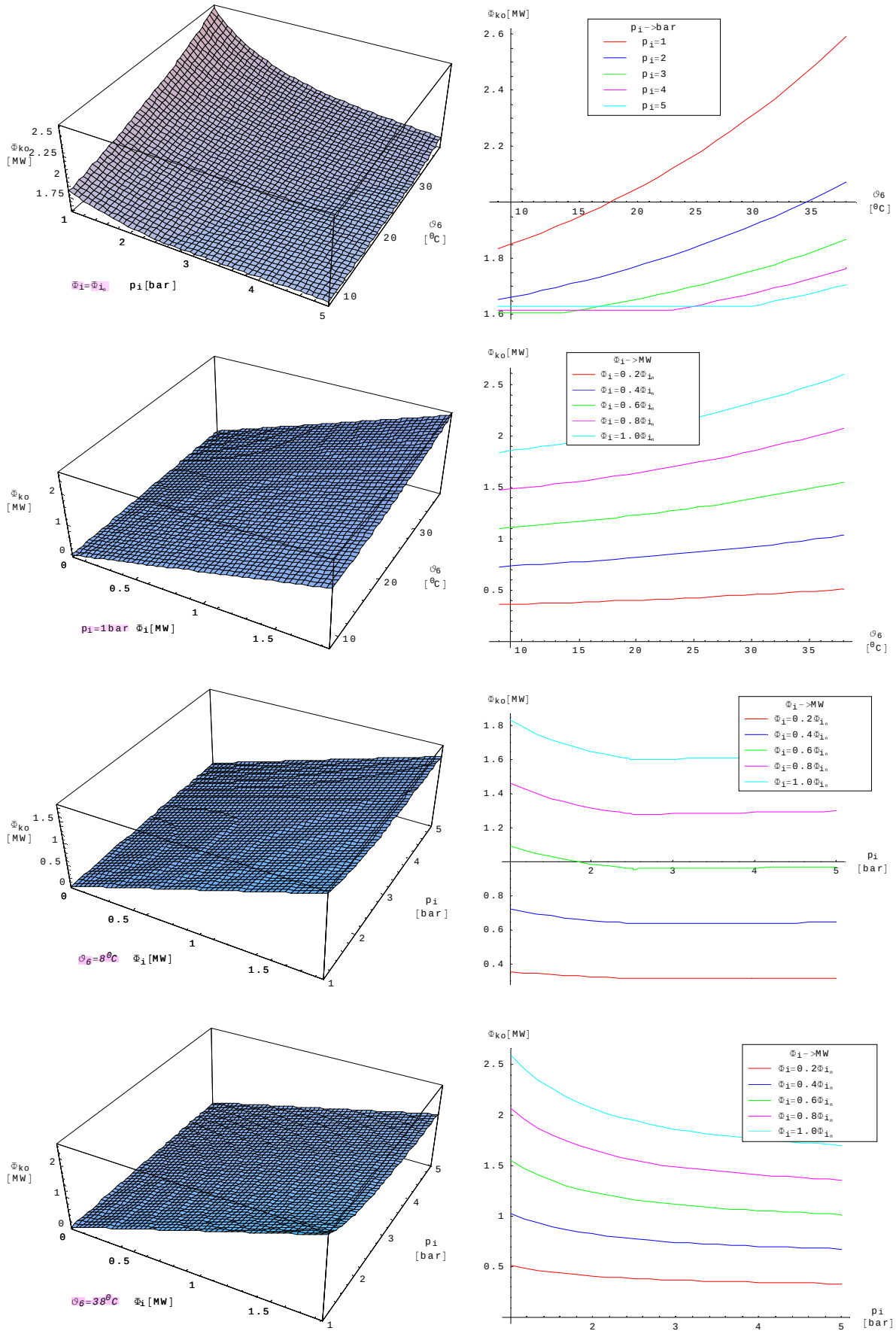
$$\Phi_a(t) = \frac{\dot{m}_h(t)}{1-\beta_3(\vartheta_6, p_i)}\left\{\beta_a(\vartheta_6, p_i, \Delta\vartheta_{ex})\,h_9(\vartheta_6, p_i, \Delta\vartheta_{ex}) + h_{11}(\Phi_i, p_i)\left[1-\beta_3(\vartheta_6, p_i)\right] - \beta_k(\vartheta_6, p_i, \Delta\vartheta_{ex})\,h_6(\vartheta_6, p_i)\right\} \tag{8.81}$$

Kvazistatičko toplinsko opterećenje kondenzatora definira se izrazom:

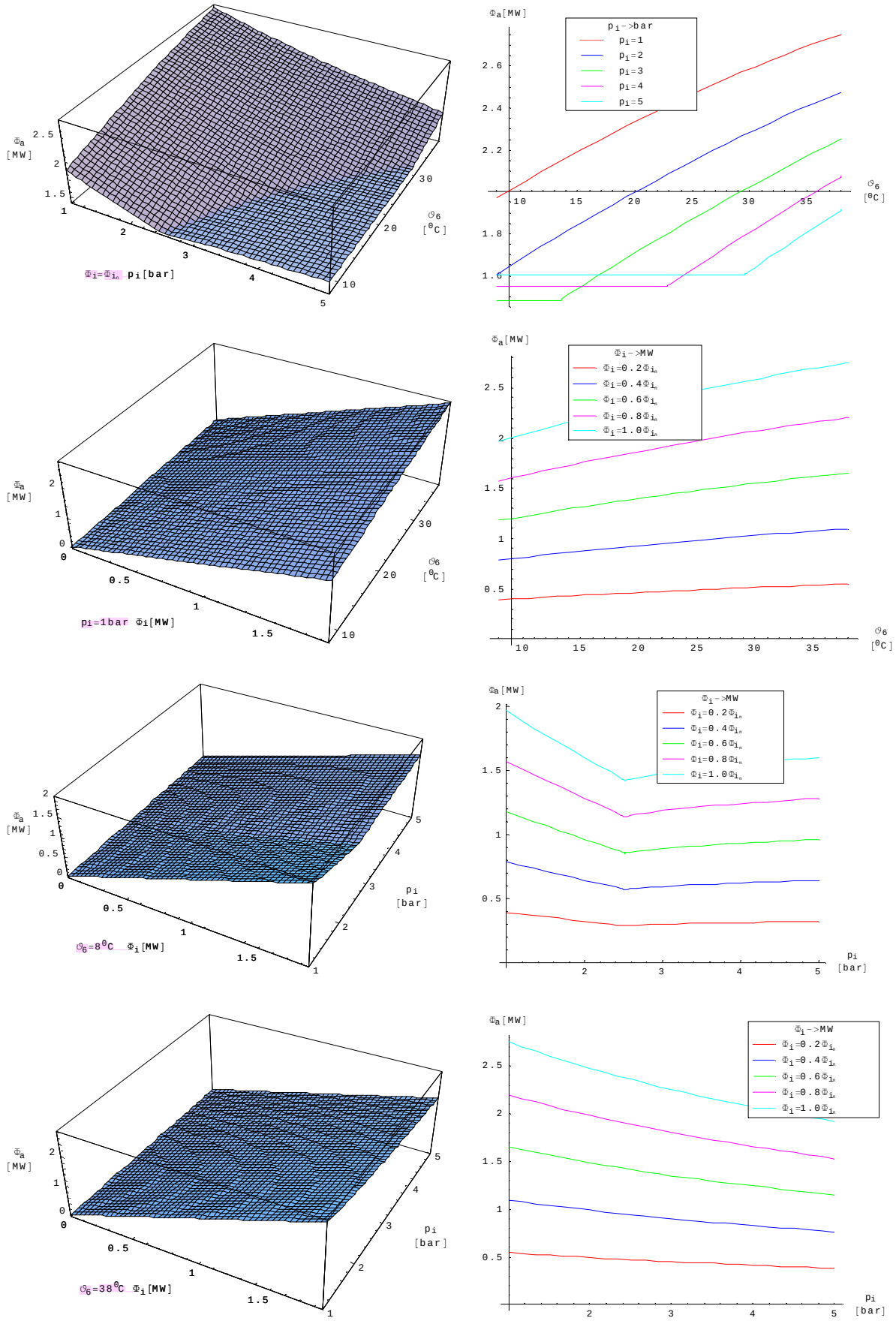
$$\Phi_{ko}(t) = (h_1 - h_2)\,\dot{m}_d(t) = \frac{\dot{m}_h(t)}{1-\beta_3(\vartheta_6, p_i)}(h_1 - h_2) \tag{8.82}$$



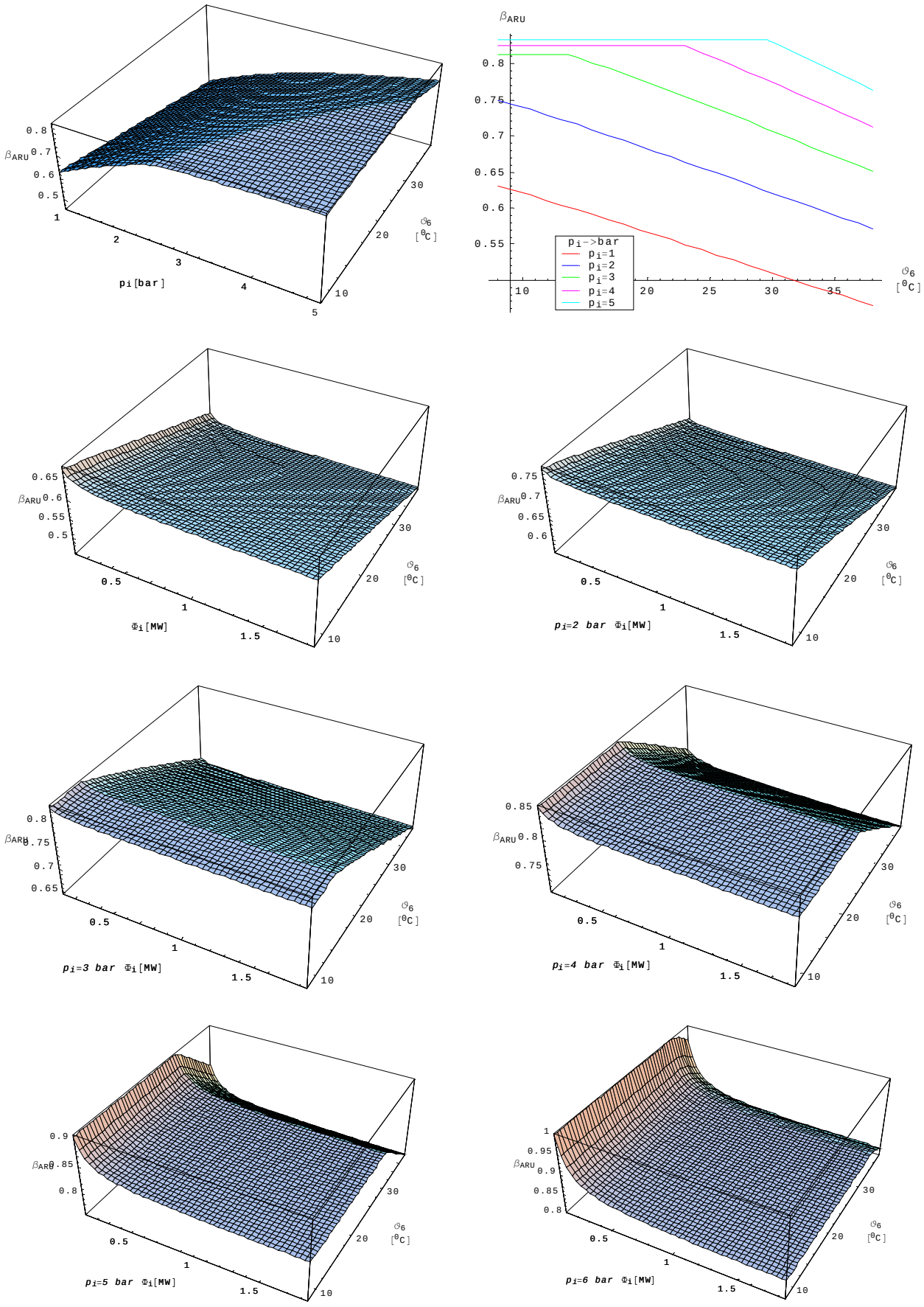
Slika 8.22 Funkcijske ovisnosti: $\Phi_{ku}(p_i,\vartheta_6)_{(\Delta\vartheta_{ex},\Phi_i=\Phi_{i_n})}$, $\Phi_{ku}(\Phi_i,\vartheta_6)_{(\Delta\vartheta_{ex},p_i)}$ *i* $\Phi_{ku}(p_i,\Phi_i)_{(\Delta\vartheta_{ex},\vartheta_6)}$



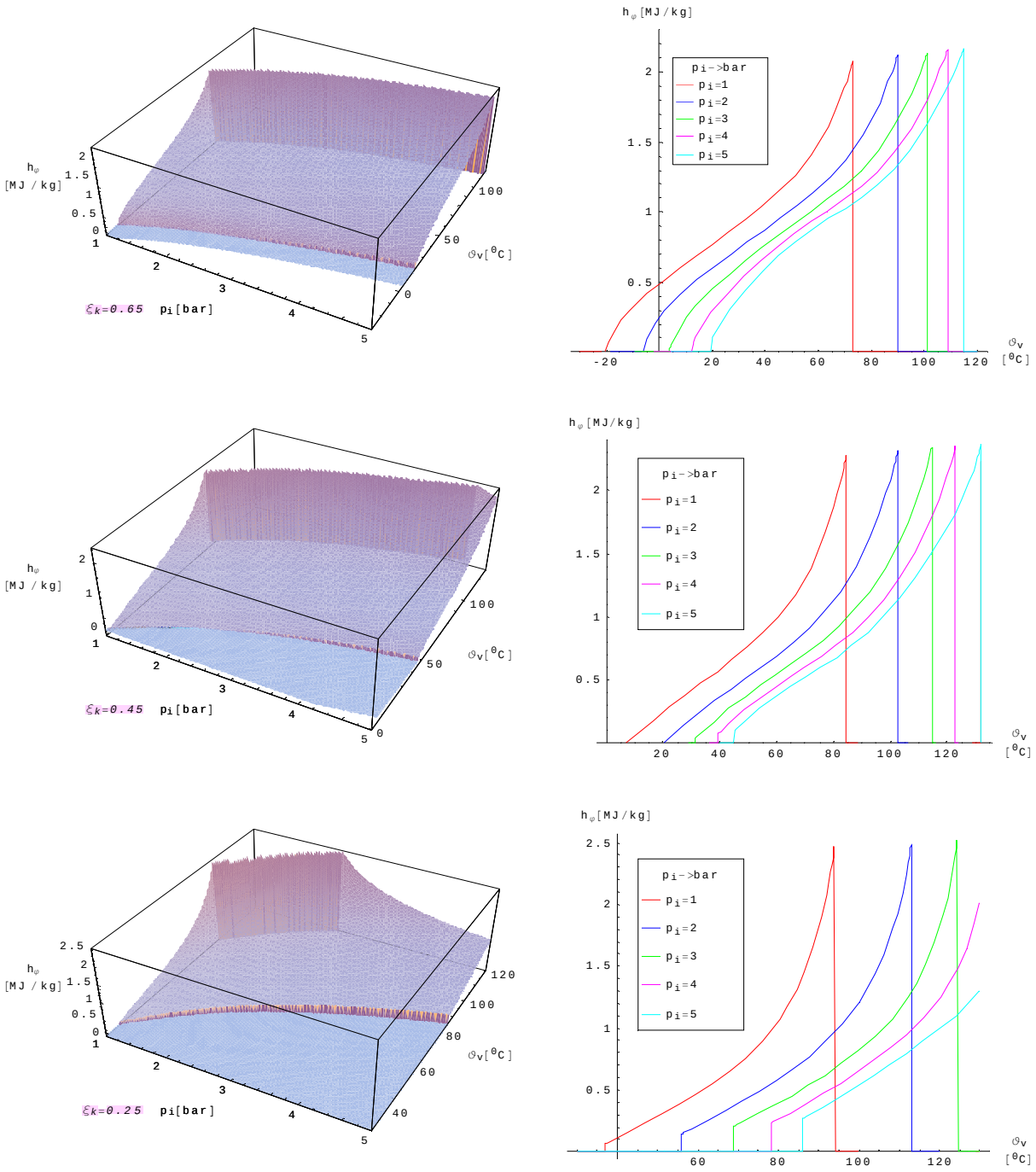
Slika 8.23 Funkcijske ovisnosti: $\Phi_{ko}(p_i,\vartheta_6)_{(\Delta\vartheta_{ex},\Phi_i=\Phi_{i_n})}$, $\Phi_{ko}(\Phi_i,\vartheta_6)_{(\Delta\vartheta_{ex},p_i)}$ *i* $\Phi_{ko}(p_i,\Phi_i)_{(\Delta\vartheta_{ex},\vartheta_6)}$



Slika 8.24 Funkcijske ovisnosti: $\Phi_a(p_i,\vartheta_6)_{(\Delta\vartheta_{ex},\Phi_i=\Phi_{i_n})}$, $\Phi_a(\Phi_i,\vartheta_6)_{(\Delta\vartheta_{ex},p_i)}$ *i* $\Phi_a(p_i,\Phi_i)_{(\Delta\vartheta_{ex},\vartheta_6)}$



Slika 8.25 Funkcijske ovisnosti: $\beta_{ARU}(p_i,\vartheta_6)_{(\Delta\vartheta_{ex}=15\,^0C,\Phi_i=0{,}75\Phi_{i_n})}$ *i* $\beta_{ARU}(\Phi_i,\vartheta_6)_{(\Delta\vartheta_{ex}=15\,^0C,\,p_i=const.)}$

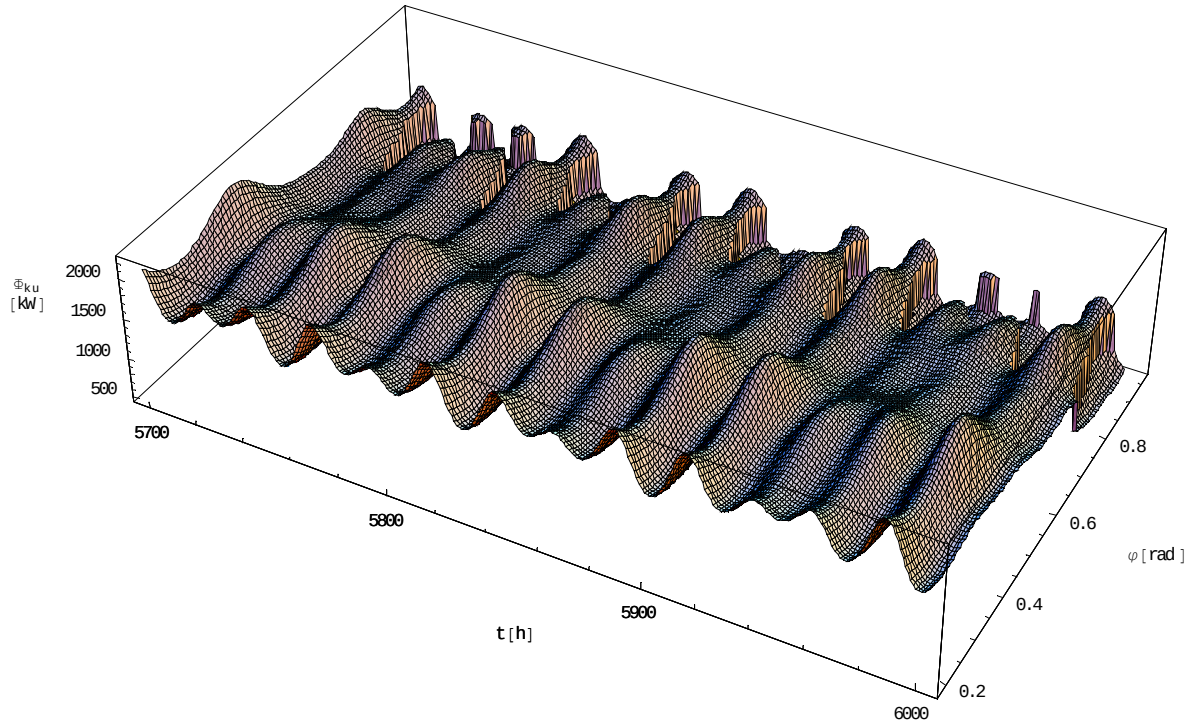


Slika 8.26 Funkcijske ovisnosti $h_{\xi}(p_i, \vartheta_v)_{\xi_k=const.}$ *za:* $\xi_k = 0.25$, $\xi_k = 0.45$ *i* $\xi_k = 0.65$

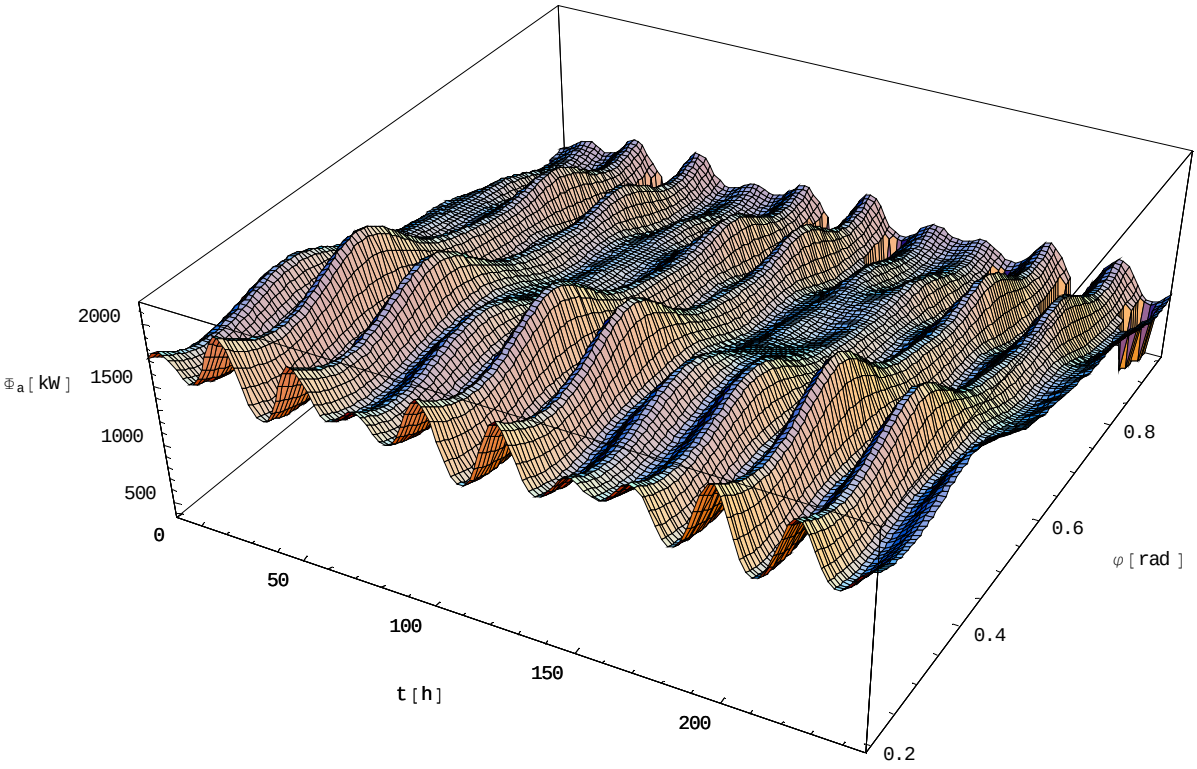
8.2.4 Kvazistatička toplinska opterećenja kuhala, apsorbera i kondenzatora tijekom plovidbe broda

Uvrštavanjem odgovarajućih kvazistatičkih toplinskih veličina na strani isparivača (ravnotežni tlak hladitelja p_i, pri nastupajućem toplinskom opterećenju Φ_i), te vremenski promjenjive temperature mora tijekom plovidbe $\vartheta_m(t)_{ij,ji}$, u odgovarajuće izraze za kvazistatička toplinska opterećenja: kuhala, apsorbera i kondenzatora, dobivaju se odnosna kvazistatička toplinska opterećenja tijekom plovidbe broda.

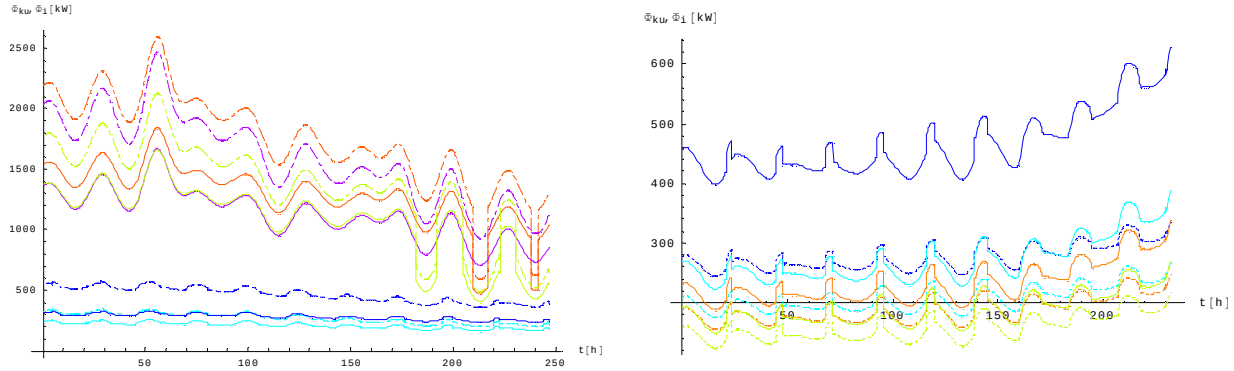
U svrhu određivanja maksimalnih (nazivnih) vrijednosti navedenih toplinskih opterećenja, prikladno je iste ponajprije prikazati u funkcijskoj ovisnosti o solarnom vremenu i zemljopisnoj širini nad definiranom plovidbenom rutom, kako to primjerice za kuhalo i apsorber ilustriraju priložene *slike 8.27* i *8.28*.



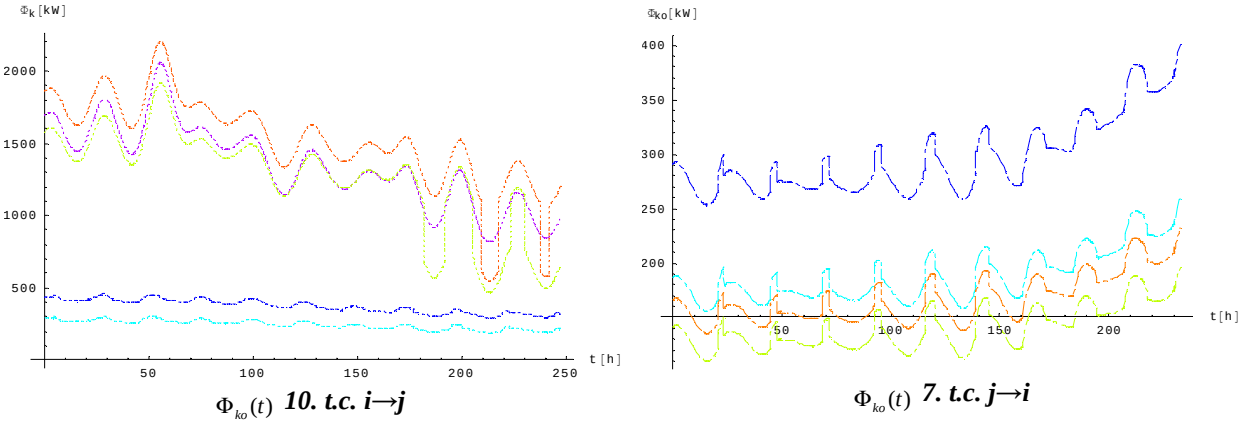
Slika 8.27 Toplinsko opterećenje kuhala pri prijevozu banana tijekom 10. t.c.-a

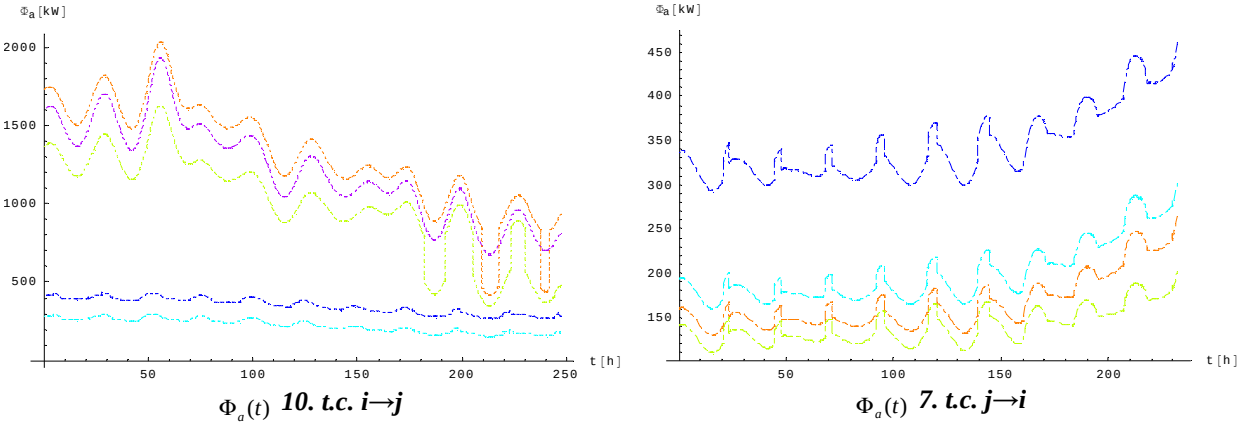


Slika 8.28 Toplinsko opterećenje apsorbera tijekom 10. t.c.-a pri prijevozu naranči

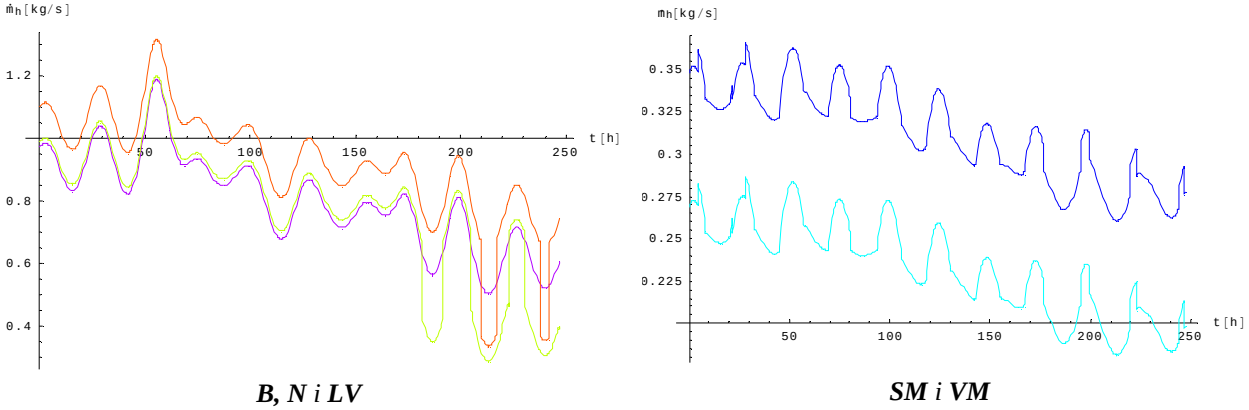


Slika 8.29 Toplinska opterećenja kuhala i isparivača za karakteristične terete

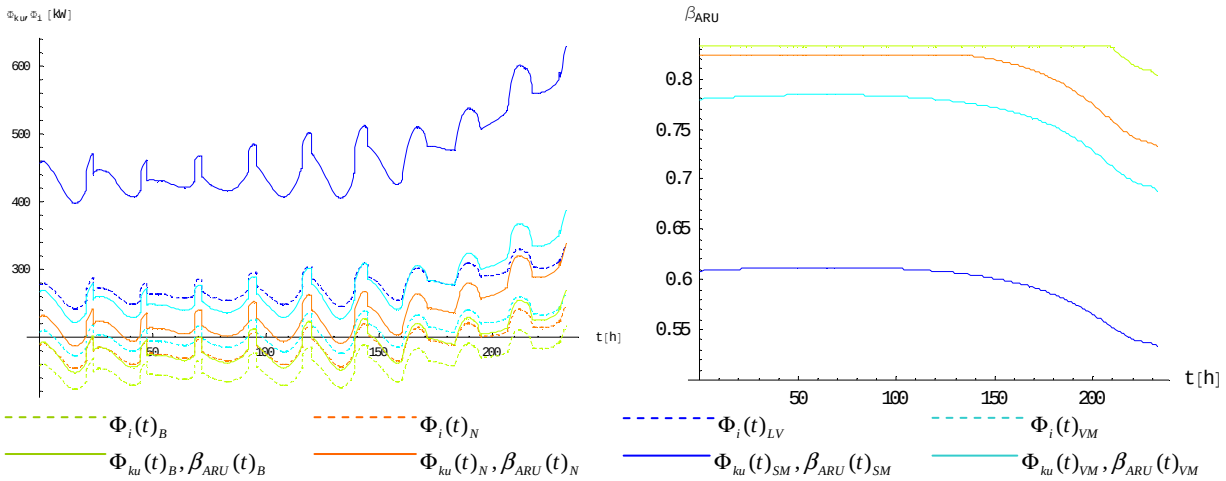




Slika 8.30 Toplinska opterećenje kondenzatora i apsorbera za karakteristične vrste tereta.



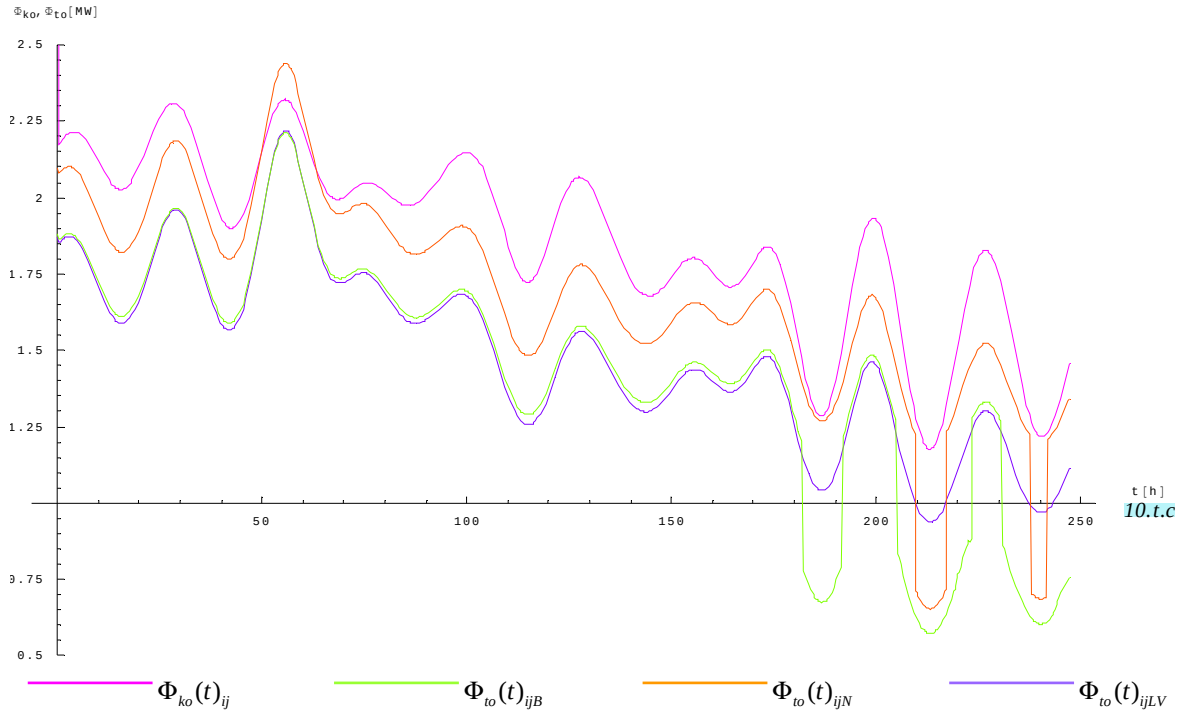
*Slika 8.31 Maseni protok hladitelja za karakteristične terete tijekom plovidbe iz **i** u **j** za 10. t.c.*



*Slika 8.32 Toplinska opterećenja kuhala i isparivača i rashladni odnos tijekom 7. t.c.-a za plovidbe u balastu iz **j** u **i***

Ukupno visokotlačno toplinsko opterećenje broda definirano je izrazom (2.109), prema kojem se toplinskom opterećenju amonijačnog kuhala za karakterističnu vrstu prevažanog tereta pribraja toplinsko opterećenje grijača goriva ispred dizelskog motora, kako to ilustrira priložena *slika 8.33* pri transportu *živih* tereta iz ***i*** u ***j*** tijekom *10. t.c.-a*.

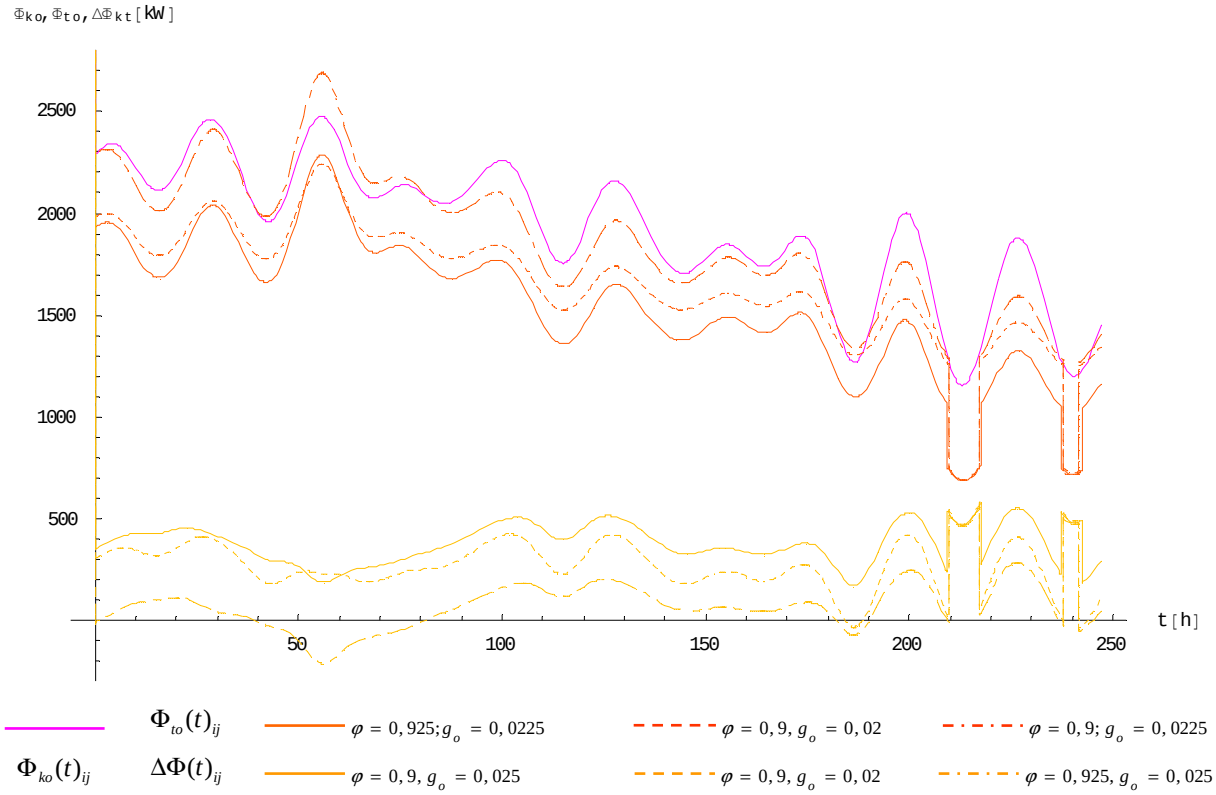
Priložena slika ilustrira i kvazistatički toplinski učinak visokotlačnog isparivača kogeneracijskog sustava $\Phi_{ko}(t)_{ij}$, iz čega je razvidna dostatnost visokotlačne kogeneracije u uravnoteženju nastupajućeg visokotlačnog opterećenja broda pri prijevozu karakterističnih *živih* tereta, s odgovarajuće propisanom mikroklimom skladišta.



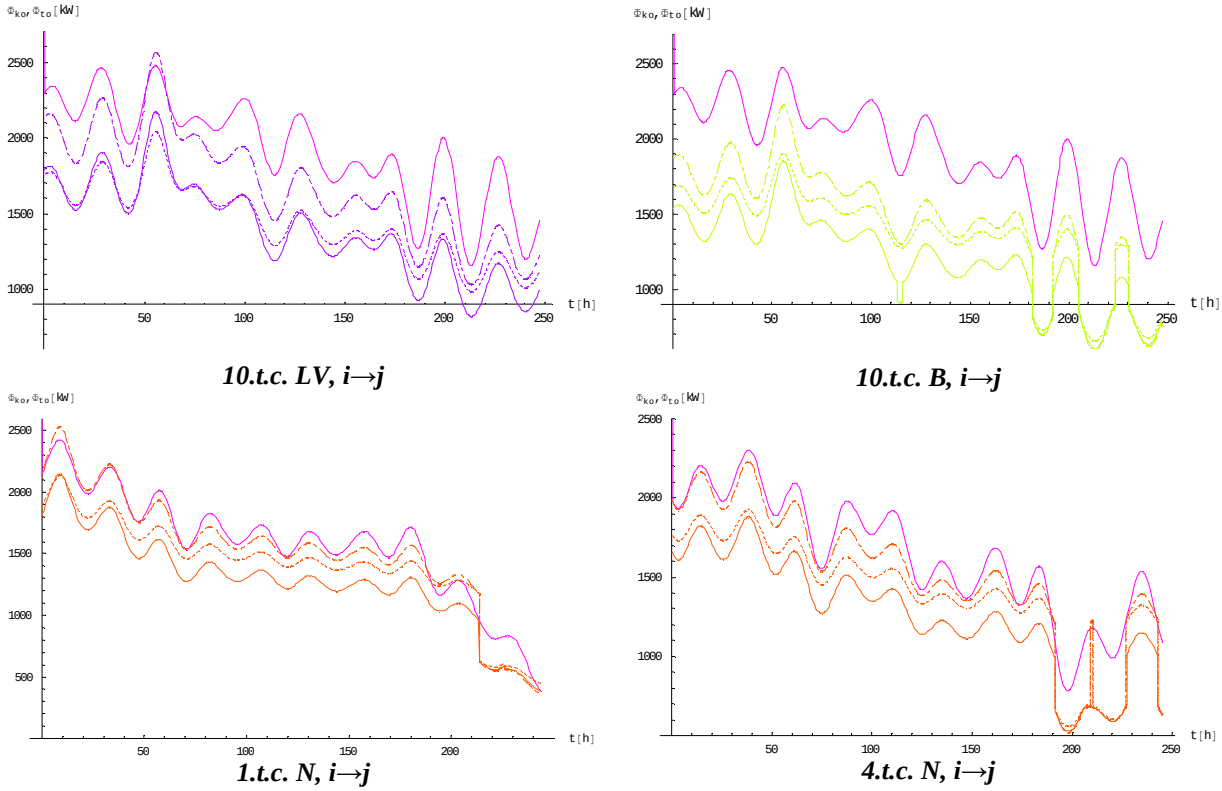
Slika 8.33 Visokotlačno toplinsko opterećenje broda $\Phi_{to}(t)_{ij}$ i raspoloživi toplinski učinak visokotlačne kogeneracije $\Phi_{ko}(t)_{ij}$ za razne terete tijekom 10. t.c.-a

Maksimalno nastupajuća toplinska opterećenja pojavljuju se pri transportu naranči, te ista pri propisanoj mikroklimi na mahove premašuju kvazistatički toplinski učinak visokotlačne kogeneracije. Zbog kratkotrajnosti, ova pojava ne narušava bitno propisanu mikroklimu skladišnog prostora, pa se namjernom promjenom ili dotoka svježeg zraka $\dot{m}_o = g_o \dot{m}_z$, ili relativne vlažnosti φ, postiže uravnoteženje nastupajućeg toplinskog

opterećenja, kako to ilustrira priložena *slika 8.34* pri transportu naranči tijekom *10. t.c.-a*, odnosno *slika 8.35* pri transportu listopadnog voća i banana tijekom *10. t.c.-a*, te naranči tijekom *1.* i *4. t.c.-a*.



*Slika 8.34 Utjecaj mikroklimatskih parametara skladišnog prostora naranči na uravnoteženje visokotlačnog toplinskog opterećenja broda za plovidbe iz **i** u **j** tijekom 10. t.c.-a*



Slika 8.35 Utjecaj mikroklimatskih parametara skladišnih prostora: B-a i LV-a tijekom 10. t.c.-a, te N-i tijekom 1. i 4. t.c.-a na iznos visokotlačnog toplinskog opterećenja

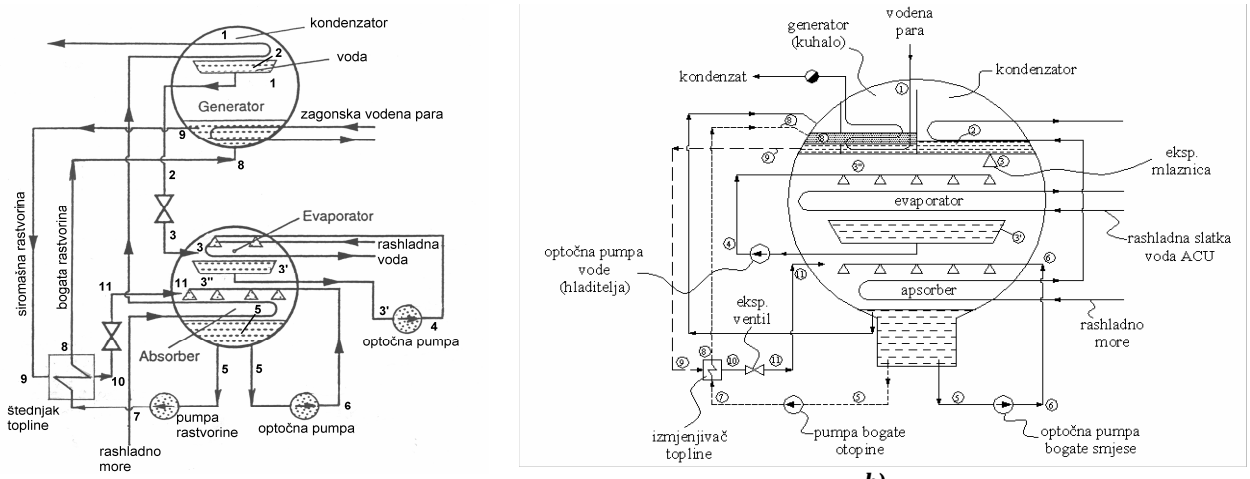
8.3 Nustaljeno pogonsko stanje litij-bromidnog ARU-a

8.3.1 Kvazistatičke karakteristike litij-bromidnog ARU-a

U ovom slučaju apsorpcijskog hlađenja, koje se primjenjuje uglavnom za stvaranje potrebnog rashladnog učinka u neizravnom hlađenju u sustavima za kondicioniranje zraka, voda je hladitelj, dok je litijev bromid higroskopna sol (apsorbent) koji lako apsorbira vodu.

Za razliku od radnog para H_2O–NH_3, zahvaljujući činjenici da je L_iB_r sol s tlakom pare približno jednakim nuli, u kuhalu se generira samo vodena para, pa stoga ovdje nema potrebe za ugradnjom rektifikacijske kolone, jer se dobiva čisti hladitelj (voda) $\tilde{\xi}_d = 1$, pa se temeljem definirane minimalne temperature hladitelja u isparivaču $\vartheta_v \geq 7\,^0\mathrm{C}$ za jedno-stupanjsku izvedbu *ARU-a*, za tlak u isparivaču dobiva $p_i = 1\,\mathrm{kPa}$.

S druge strane, kondenzatorski tlak p_k, koji ujedno vlada i u kuhalu, određen je temperaturom rashladnog mora, koja se pri postavljenom niskom usisu u najnepovoljnijem slučaju (tropima) procjenjuje na $\vartheta_{m_{\max}} = 32\,^0\mathrm{C}$, te se uzimajući za minimalnu temperaturnu razliku $\Delta\vartheta_{min} \approx 8 \div 9\,^0\mathrm{C}$, za minimalnu temperaturu pare hladitelja dobiva $\vartheta_{p\,\min} \geq 40\,^0\mathrm{C}$, pa se može za tlak zasićenja uzeti $p_k \approx 0{,}1\mathrm{bar};\ (\vartheta_z = 45{,}84\,^0\mathrm{C})$, pri čemu maksimalni sadržaj hladitelja u komini biva $\tilde{\xi}_{k_{\max}} \leq 0{,}4138$.

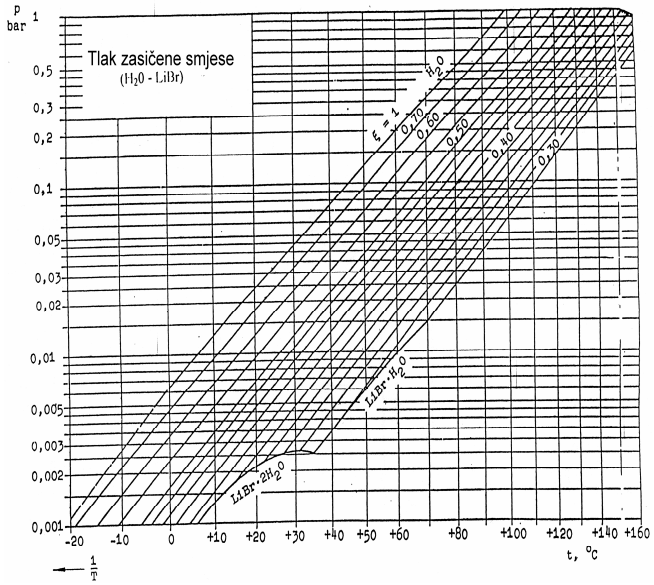


Slika 8.36 Praktične izvedbe jedno-stupanjskih litij-bromidnih ARU-a

Kako su u kod jedno-stupanjskih *ARU-a* tlakovi p_k i p_i jako niski, prisutni su ogromni protočni volumeni pare hladitelja, posebice u evaporatoru i apsorberu, pa se stoga evaporator i apsorber izvode u zajedničkom cilindričnom kućištu, dok su s druge strane generator i kondenzator postavljeni u drugo zajedničko cilindrično kućište, kako to i ilustrira priložena *slika 8.36a*. Često su, sa svrhom postizanja čim kompaktnijih izvedbi, prisutna i takva projektna rješenja kod kojih su sve četiri glavne komponente jedno-stupanjskog *ARU-a* smještene u zajedničkom, horizontalno položenom cilindričnom kućištu, pri čemu su u gornjem, razmjerno manjem dijelu postavljene visokotlačne komponente (generator i apsorber), dok su u donjem većem dijelu, koji je mehaničkom nepropusnom pregradom odijeljen od gornjeg dijela, postavljene niskotlačne komponente (isparivač i apsorber), kako to ilustrira priložena *slika 8.36b.*

Sadržaj hladitelja $\tilde{\xi}_a$ u džibri pri tlaku p_i, uvjetovan je pojavom kristalizacije soli, odnosno nastajanjem hidrata smjese L_iB_r–H_2O pri njenom pothlađivanju ispod likvidus linije, kako to ilustrira priloženi *Niebergellov* dijagram dan *slikom 8.37*, iz kojeg je razvidno da sadržaj hladitelja $\tilde{\xi}_a$ u džibri, mora biti minimalno $\tilde{\xi}_a \geq 0{,}317$.

Temeljem priloženog kvalitativnog *Merkelovog* $h-\xi$ dijagrama (*slika 8.38*), prema lit.[4] i sheme *ARU-a* (*slika 8.1*), masene (ukupne mase i mase apsorbenta), i energijske bilance kuhala *ARU-a*, glase:



Slika 8. 37 Dijagram log p-1/T za smjesu L_iB_r–H_2O, prema Niebergellu, lit.[9]

$$\dot{m}_v + \dot{m}_a = \dot{m}_k \tag{8.83}$$

$$\dot{m}_v\xi_v + \dot{m}_a\xi_a = \dot{m}_k\xi_k \tag{8.84}$$

$$\Phi_{ku} = \dot{m}_v h_1 + \dot{m}_a h_9 - \dot{m}_k h_8 \tag{8.85}$$

Kako je sadržaj apsorbenta u izlučenoj, pregrijanoj vodenoj pari na izlazu iz kuhala $\xi_v = 0$, temeljem masene bilance apsorbenta (8.84) i ukupne masene bilance (8.83), za masene protoke džibre $\dot{m}_a$ i komine $\dot{m}_k$ dobiva se:

$$\dot{m}_a = \frac{\xi_k}{\xi_a - \xi_k}\dot{m}_v \tag{8.96}$$

$$\dot{m}_r = \frac{\xi_a}{\xi_a - \xi_k}\dot{m}_v \tag{8.87}$$

pri čemu je $\dot{m}_v$ maseni protok izlučene vodene pare (hladitelja), prema izrazu:

$$\dot{m}_v = \frac{\Phi_i}{(1-x_3)r_i} \tag{8.88}$$

gdje je: Φ_i toplinsko opterećenje isparivača, x_3 sadržaj suhozasićene pare u hladitelju neposredno nakon adijabatskog prigušivanja vrele kapljevine s tlaka p_k na tlak p_i i r_i je specifična toplina isparavanja pri p_i (vidi *h-s* dijagram na *slici 8.38*).

$$x_3 = \frac{h_2' - h_3'}{r_i} \tag{8.89}$$

Nastupajući proces uparivanja rasoline u kuhalu, karakteriziran je isparavanjem vode čime se pojačava koncentracija soli (apsorbenta), što se ogleda kroz zagrijavanje smjese iz stanja *8* u stanje *1d*, pri čemu počinje izlučivanje vodene pare s početnom temperaturom ϑ_{1_d}, te završava stanjem *9*, s konačnom temperaturom $\vartheta_{1_g} = \vartheta_9$, kada nastaje apsorbentom obogaćena smjesa (džibra) sastava ξ_a. Sveukupno izlučena pregrijana vodena para, ima zamjetno nižu temperaturu ϑ_1 od konačne temperature ϑ_9 slijevajuće džibre iz kuhala ka štednjaku topline.

Pojednostavnjenja radi, za temperaturu pregrijane vodene pare na izlazu iz kuhala, uzima se srednja vrijednost prema izrazu:

$$\vartheta_1 = \frac{1}{2}(\vartheta_{1_d} + \vartheta_9) \tag{8.90}$$

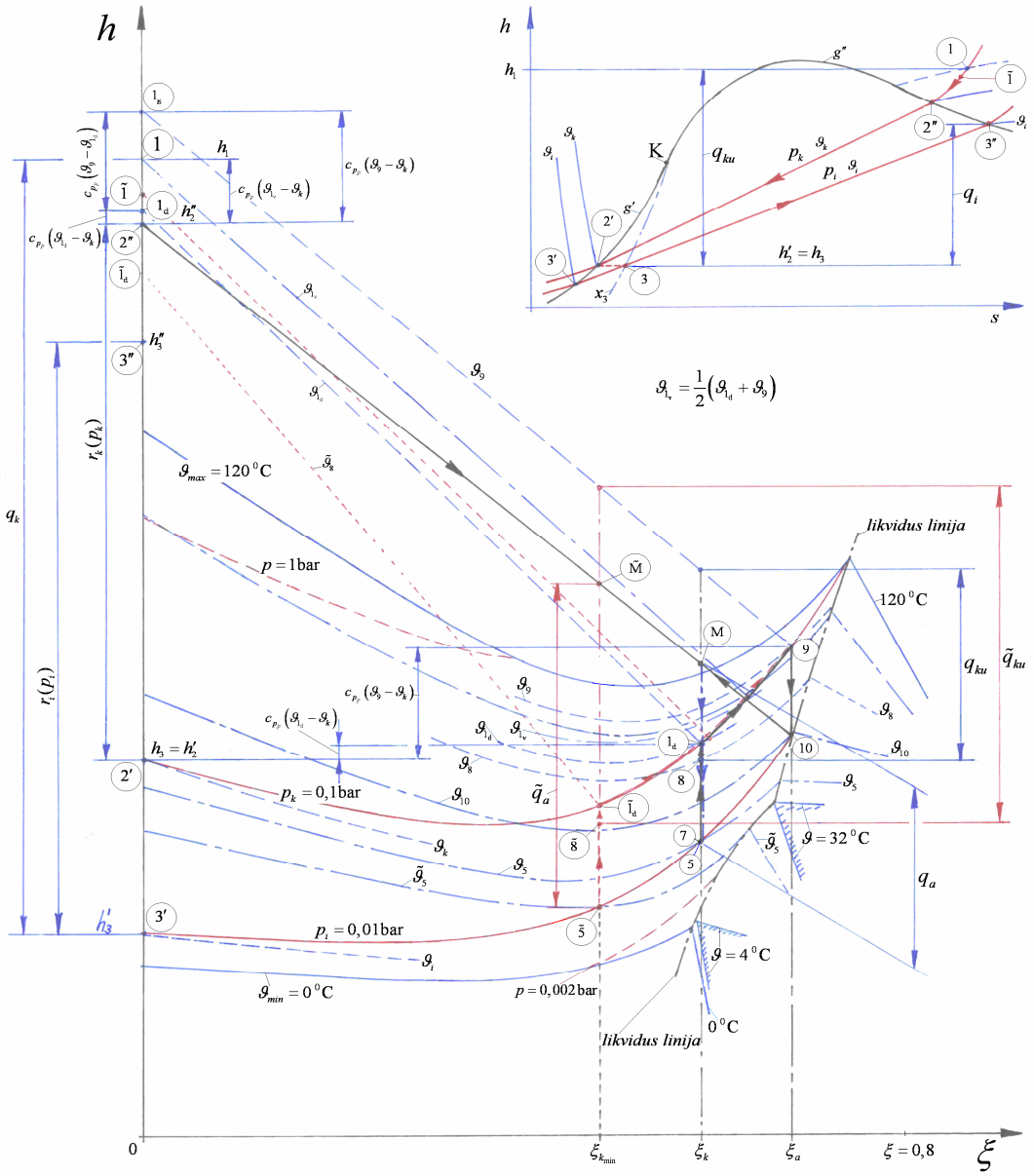
pa se temeljem izraza (8.86), (8.87) i (8.85) za specifičnu ogrjevnu toplinu kuhala dobiva:

$$q_{ku_v} = \frac{\Phi_{ku}}{\dot{m}_v} = h_1 + \frac{\xi_k}{\xi_a - \xi_k}h_9 - \frac{\xi_a}{\xi_a - \xi_k}h_8 \tag{8.91}$$

gdje su h_8 i h_9 specifične entalpije pothlađene komine, odnosno zasićene džibre, dok je h_1 specifična entalpija izlučene pregrijane vodene pare, koju se može za zadovoljavajućom točnošću definirati izrazom:

$$h_1 = h_2'' + c_{p_p}\vartheta_1 \tag{8.92}$$

pri čemu je specifični toplinski kapacitet pare $c_{p_p} \approx 1{,}93\,\mathrm{kJ/kgK}$, dok je $h_2'' = h''(p_k)$ njena specifična entalpija pri kondenzatorskom tlaku p_k.



Slika 8.38 Prikaz radnog procesa jedno-stupanjskog ARU-a u Merkelovom $h-\xi$ dijagramu

Uzimajući u obzir da je $r_i + h_3' = h_3''$, za maseni protok hladitelja dobiva se:

$$\dot{m}_v = \frac{\Phi_i}{h_3'' - h_2'} \tag{8.93}$$

pa se temeljem (8.91), (8.92) i (8.93), za toplinsko opterećenje kuhala dobiva:

$$\Phi_{ku} = \left(h_2'' + c_{p_p} \vartheta_1 + \frac{\xi_k}{\xi_a - \xi_k} h_9 - \frac{\xi_a}{\xi_a - \xi_k} h_8 \right) \frac{\Phi_i}{h_3'' - h_2'} \tag{8.94}$$

iz čega se za rashladni odnos dobiva:

$$\beta_{ARU} = \frac{\Phi_i}{\Phi_{ku}} = \frac{(\xi_a - \xi_k)(h_3'' - h_2')}{(\xi_a - \xi_k)(h_2'' + c_{p_p} \vartheta_1) + \xi_k h_9 - \xi_a h_8} \tag{8.95}$$

Uravnoteženje nastupajućeg kvazistatičkog toplinskog opterećenja isparivača $\Phi_i(t)$, pri promjenjivoj temperaturi rashladne vode na izlazu iz isparivača $\vartheta_v''(t)$, postiže se odgovarajućom ravnotežnom temperaturom hladitelja $\vartheta_s(t)$, odnosno odgovarajućim tlakom

hladitelja u isparivaču $p_i(t)$. Uzimajući u obzir da je kapacitet struje rashladne slatke vode vremenski promjenjiv $C_v(t)$, temeljem izraza za izmjenu topline u isparivaču za kvazistatičku ravnotežnu temperaturu pare dobiva se:

$$\vartheta_s(t) = \vartheta_v''(t) - \frac{\Phi_i(t)}{C_v(t)\{1-\exp[K_i / C_v(t)]\}} \tag{8.96}$$

Korištenjem aproksimativne funkcijske ovisnosti tlaka zasićenja o temperaturi:

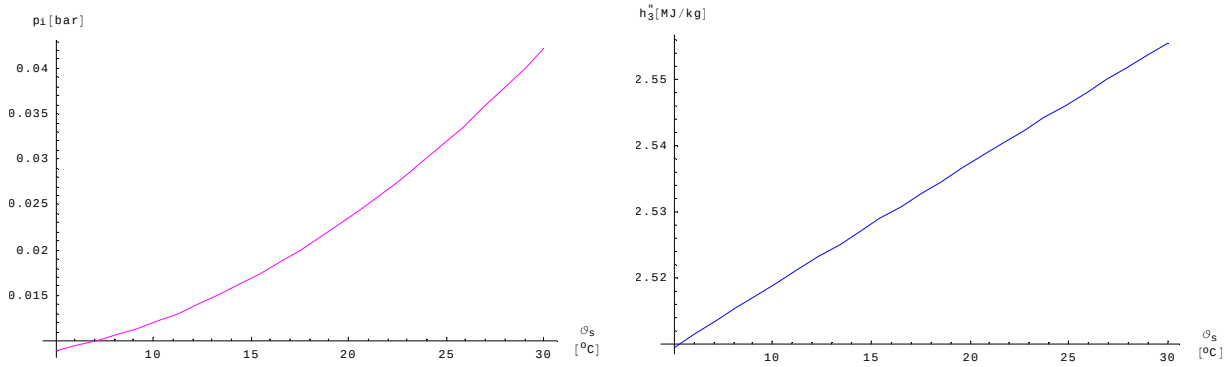
$$p_i(t) = p_i(\vartheta_s) = \sum_{i_\vartheta=0}^{n_\vartheta=2} a_{i_\vartheta} \vartheta_s^{i_\vartheta}(t) \tag{8.97}$$

dobiva se eksplicitna funkcijska ovisnost ravnotežnog tlaka u isparivaču o kvazistatičkim toplinskim veličinama $\vartheta_v''(t)$ i $\Phi_r(t)$ kako slijedi:

$$p_i(t) = \sum_{i_\vartheta=0}^{n_\vartheta=2} a_{i_\vartheta} \left(\vartheta_v''(t) - \frac{\Phi_i(t)}{C_v(t)\{1-\exp[K_i / C_v(t)]\}} \right)^{i_\vartheta} \tag{8.98}$$

Promjenjiva specifična entalpija suhozasićene pare hladitelja na izlazu iz isparivača definira se aproksimativnim izrazom:

$$h_3''(t) = h_3''(\vartheta_s) = \sum_{i_h=0}^{n_h} a_{i_h} \vartheta_s^{i_h}(t) \tag{8.99}$$



Slika 8.39 Aproksimativne funkcijske ovisnosti $p_i(\vartheta_s)$ i $h_3''(\vartheta_s)$ *za vodenu paru*

Specifična entalpija komine sastava $\xi_k(t)$, dobiva se iz energijske bilance štednjaka topline:

$$h_8(t) = h_5(\xi_k, p_i) + \frac{\xi_k(t)}{\xi_a}(h_9 - h_{10}) \tag{8.100}$$

dok se specifična entalpija i temperatura ukapljene komine na izlazu iz apsorbera definiraju odgovarajućim aproksimativnim izrazima:

$$h_5(\xi_k, p_i) = \sum_{j=0}^{n_j} a_j p_i^{p_j}(t) \xi_k^{\xi_j}(t) \tag{8.101}$$

$$\vartheta_5(\xi_k, p_i) = \sum_{j_5=0}^{n_5} a_{j_5} p_i^{p_{j_5}}(t) \xi_k^{\xi_{j_5}}(t) \tag{8.102}$$

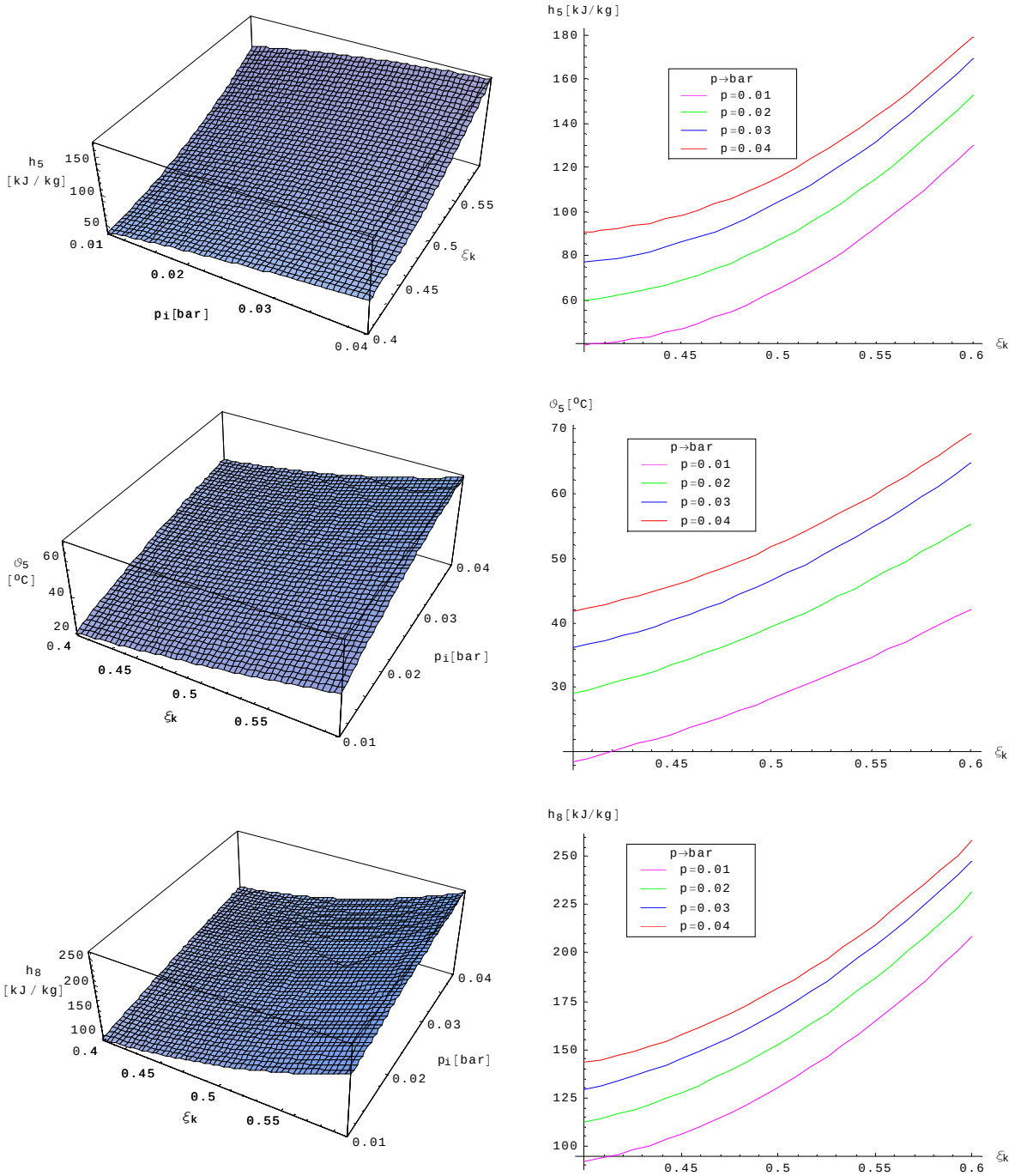
Specifična entalpija h_{10} džibre konstantnog sadržaja ξ_a, drži se tijekom cjelokupnog rashladnog procesa konstantnom da se onemogući kristalizacija soli.

Promjenjivi sadržaj apsorbenta $\xi_k(t)$ u komini uvjetovan je promjenjivom temperaturom rashladnog spremnika-mora $\vartheta_m(t)$, pa ga se temeljem temperature zasićenja $\vartheta_5(\xi_k)_{p_{i\min}}$ i minimalne temperaturne razlike $\Delta\vartheta_{5m} = \vartheta_5(\xi_k)_{p_{i_n}} - \vartheta_m(t)$ dobro aproksimira izrazom:

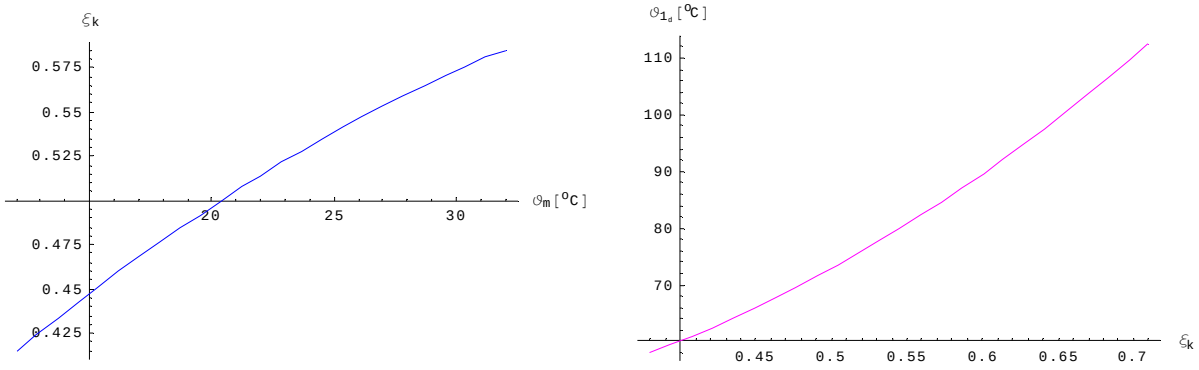
$$\xi_k(t) = \sum_{j_\vartheta=0}^{m_\vartheta} a_{j_\vartheta} \vartheta_m^{j_\vartheta}(t) \tag{8.103}$$

dok se vremenski ovisna temperatura $\vartheta_{1_d}(t)$ pri tlaku kuhala $p_k \approx const.$, definira izrazom:

$$\vartheta_{1_d}(t) = \sum_{i_\xi=0}^{n_\xi} a_{i_\xi} \xi_k^{i_\xi}(t) \tag{8.104}$$



Slika 8.40 Aproksimativne funkcijske ovisnosti smjese na liniji vrenja: $h_5(\xi_k, p_i)$ *i* $\vartheta_5(\xi_k, p_i)$



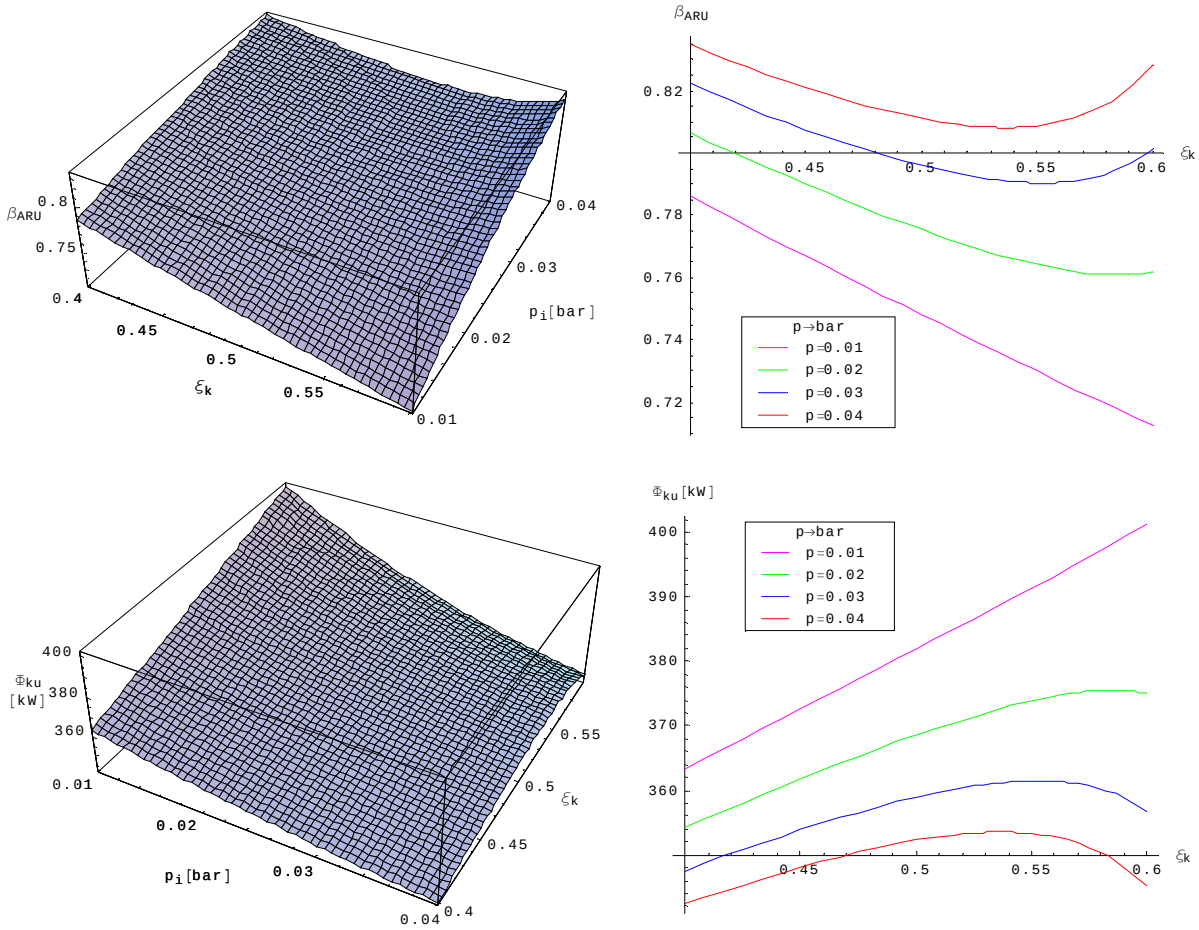
Slika 8.41 Aproksimativne funkcijske ovisnosti smjese: $\xi_k(\vartheta_m)$ *i* $\vartheta_{1_d}(\xi_k)$

Temeljem definiranih projektnih vrijednosti (za ilustracijski primjer):

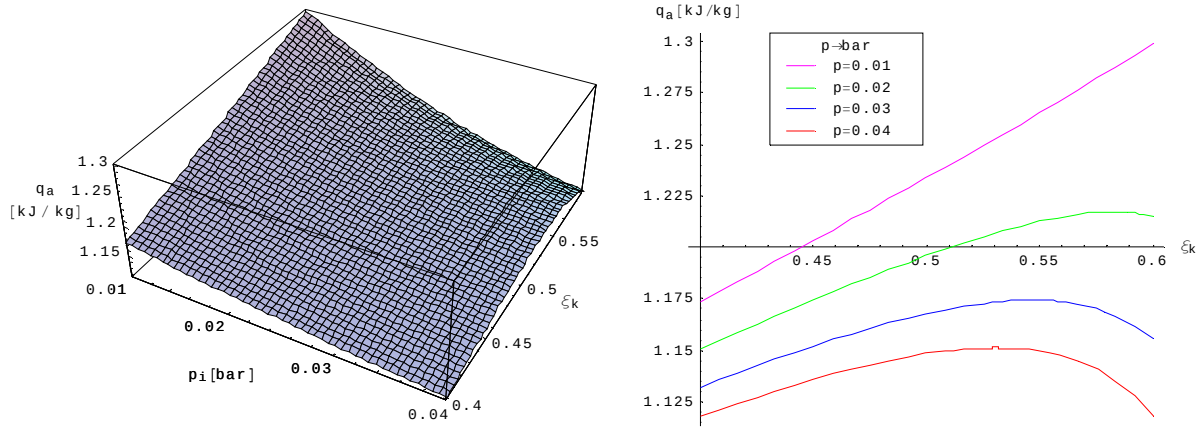
$\Phi_{i_n} = 400\,\text{kW}$, $p_{i_n} = 0,01\text{bar}$; $p_{k_n} = 0,1\text{bar}$; $\xi_{k_n} = 0,587$; $\xi_a = 0,6811 \approx const.$; $h_9 = 304,65\,\text{kJ/kg}$; $h_{10} = 215,116\,\text{kJ/kg}$;

$h_{5_n} = 118,605\,\text{kJ/kg}$; $h_{8_n} = 195,77\,\text{kJ/kg}$; $\vartheta_9 = 107\ ^\circ\text{C}$; $\vartheta_{10} = 60\ ^\circ\text{C}$; $\vartheta_{5_n} = 40\ ^\circ\text{C}$; $\vartheta_{8_n} = 81\ ^\circ\text{C}$; $\vartheta''_{v_n} = 9\ ^\circ\text{C}$; $\vartheta_{s_n} = 7\ ^\circ\text{C}$

dobivaju se kvazistatičke procesne veličine kako to ilustrira priložena *slika 8.42*.



Slika 8.42 Dobivene funkcijske ovisnosti: $\beta_{ARU}(\xi_k, p_i)$ *i* $\Phi_{ku}(\xi_k, p_i)_{\Phi_{i_n}}$



Slika 8.43 Dobivena funkcijska ovisnost $q_a(\xi_k, p_i)$

Toplinski tok kojeg je potrebno odvoditi u kondenzatoru definira se izrazom:

$$\Phi_{ko}(t) = \dot{m}_v(t)\left[h_1(t) - h'_k\right] \tag{8.105}$$

pri čemu je specifična entalpija pregrijane pare na ulazu u kondenzator definirana izrazom:

$$h_1(t) = h_k'' + \frac{1}{2} c_{p_p} \left[\vartheta_{1_d}(\xi_k)_{p_k} + \vartheta_9 \right] \tag{8.106}$$

odnosno, nakon supstituiranja (8.104) izrazom:

$$h_1(t) = h_k'' + \frac{1}{2} c_{p_p} \left[\vartheta_9 + \sum_{i_\xi=0}^{n_\xi} a_{i_\xi} \xi_k^{i_\xi}(t) \right] \tag{8.107}$$

čijim se uvrštavanjem, skupa sa (8.93) u (8.105) dobiva:

$$\Phi_{ko}(t) = \frac{\Phi_i(t)}{h_3'' - h_k'} \left\{ r_k + \frac{1}{2} c_{p_p} \left[\vartheta_9 + \sum_{i_\xi=0}^{n_\xi} a_{i_\xi} \xi_k^{i_\xi}(t) \right] \right\} \tag{8.108}$$

Uvrštavanjem (8.96) u (8.99), za specifičnu entalpiju pare na izlazu iz isparivača dobiva se:

$$h_3''(t) = \sum_{i_h=0}^{n_h} a_{i_h} \left(\vartheta_v''(t) - \frac{\Phi_i(t)}{C_v(t)\left\{1 - \exp\left[(kA)_i / C_v(t)\right]\right\}} \right)^{i_h} \tag{8.109}$$

te njenim uvrštavanjem u (8.108), i konačni izraz za kvazistatički toplinski tok kondenzatora:

$$\Phi_{ko}(t) = \Phi_i(t) \left\{ r_k + \frac{1}{2} c_{p_p} \left[\vartheta_9 + \sum_{i_\xi=0}^{n_\xi} a_{i_\xi} \xi_k^{i_\xi}(t) \right] \right\} \left[\sum_{i_h=0}^{n_h} a_{i_h} \left(\vartheta_v''(t) - \frac{\Phi_i(t)}{C_v(t)\left\{1 - \exp\left[(kA)_i / C_v(t)\right]\right\}} \right)^{i_h} - h_k' \right]^{-1} \tag{8.110}$$

Pretpostavljajući adijabatsko miješanje vodene pare i džibre, kvazistatički toplinski tok kojeg je potrebno odvoditi od smjese u apsorberu definiran se izrazom:

$$\Phi_a(t) = \dot{m}_k(t) \left[h_{M_a}(t) - h_5(\xi_k, p_i) \right] \tag{8.111}$$

gdje je specifična entalpija mješavine (komine) definirana izrazom:

$$h_{M_a}(t) = h_{M_a}(\xi_k, p_i) = \frac{\xi_k(t)}{\xi_a} h_{10} + \frac{\xi_a - \xi_k(t)}{\xi_a} h_3''(p_i) \tag{8.112}$$

odnosno nakon supstituiranja (8.109) izrazom:

$$h_{M_a}(\xi_k, \vartheta_v'', \Phi_i) = \frac{\xi_k(t)}{\xi_a} h_{10} + \frac{\xi_a - \xi_k(t)}{\xi_a} \sum_{i_h=0}^{n_h} a_{i_h} \left(\vartheta_v''(t) - \frac{\Phi_i(t)}{C_v(t)\left\{1 - \exp\left[(kA)_i / C_v(t)\right]\right\}} \right)^{i_h} \tag{8.113}$$

Temeljem materijalnih bilanci apsorbera za maseni protok komine dobiva se izraz:

$$\dot{m}_k(t) = \frac{\xi_a \Phi_i(t)}{\left[\xi_a - \xi_k(t)\right]\left[h_3''(\vartheta_v'', \Phi_i) - h_2'\right]} \tag{8.114}$$

koji nakon supstituiranja (8.109) i sređivanja postaje:

$$\dot{m}_k(t) = \frac{\xi_a \Phi_i(t)}{\left[\xi_a - \xi_k(t)\right]} \left[\sum_{i_h=0}^{n_h} a_{i_h} \left(\vartheta_v''(t) - \frac{\Phi_i(t)}{C_v\left\{1 - \exp\left[(kA)_i / C_v(t)\right]\right\}} \right)^{i_h} - h_2' \right]^{-1} \tag{8.115}$$

Nadalje se supstituiranjem (8.98) u (8.101), za funkcijsku ovisnost specifične entalpije na liniji otopine, na izlazu iz apsorbera dobiva:

$$h_5(\xi_k, p_i) = \sum_{j=0}^{n_j} a_j \left[\sum_{i_\vartheta=0}^{n_\vartheta=2} a_{i_\vartheta} \left(\vartheta_v''(t) - \frac{\Phi_i(t)}{C_v(t)\left\{1 - \exp\left[(kA)_i / C_v(t)\right]\right\}} \right)^{i_\vartheta} \right]^{p_j} \xi_k^{\xi_j}(t) \tag{8.116}$$

pa se njenim uvrštavanjem skupa sa (8.109) i (8.115) u (8.111), nakon provedenog sređivanja dobiva konačni izraz za kvazistatičko toplinsko opterećenje apsorbera:

$$\Phi_a(t) = \left\{ \begin{array}{l} \left[\dfrac{\xi_k(t)}{\xi_a} h_{10} + \dfrac{\xi_a - \xi_k(t)}{\xi_a} \displaystyle\sum_{i_h=0}^{n_h} a_{i_h} \left(\vartheta_v''(t) - \dfrac{\Phi_i(t)}{C_v(t)\left\{1 - \exp\left[(kA)_i / C_v(t)\right]\right\}} \right)^{i_h} - \right. \\ \quad - \displaystyle\sum_{j=0}^{n_j} a_j \left[\sum_{i_\vartheta=0}^{n_\vartheta=2} a_{i_\vartheta} \left(\vartheta_v''(t) - \dfrac{\Phi_i(t)}{C_v(t)\left\{1 - \exp\left[(kA)_i / C_v(t)\right]\right\}} \right)^{i_\vartheta} \right]^{p_j} \left. \xi_k^{\xi_j}(t) \right] \cdot \\ \quad \cdot \dfrac{\xi_a \Phi_i(t)}{\xi_a - \xi_k(t)} \left[\displaystyle\sum_{i_h=0}^{n_h} a_{i_h} \left(\vartheta_v''(t) - \dfrac{\Phi_i(t)}{C_v(t)\left\{1 - \exp\left[(kA)_i / C_v(t)\right]\right\}} \right)^{i_h} - h_2' \right]^{-1} \end{array} \right\} \tag{8.117}$$

Temperatura smjese u apsorberu neposredno nakon pretpostavljenog adijabatskog miješanja uz postojan sadržaj soli ξ_a dobro se aproksimira izrazom:

$$\vartheta_M(t) = \sum_{i_M=0}^{n_M} a_{i_M}\, p_i^{i_M}(t) \tag{8.118}$$

Kako je u razmatranom slučaju na raspolaganju rashladno more u neograničenim količinama, rashlađivanje smjese u apsorberu i kondenzacija pare u kondenzatoru, osiguravaju se zajedničkom rashladnom pumpom, pri čemu su apsorber i kondenzator paralelno povezani.

Napokon se, temeljem materijalnih bilanci apsorbera, za maseni protok džibre dobiva:

$$\dot{m}_a(t) = \frac{\xi_k(t)\Phi_i(t)}{\left[\xi_a - \xi_k(t)\right]\left[h_3''(\vartheta_v'', \Phi_i) - h_2'\right]} \tag{8.119}$$

odnosno nakon supstituiranja (8.122) u (8.132), dobiva se konačni izraz:

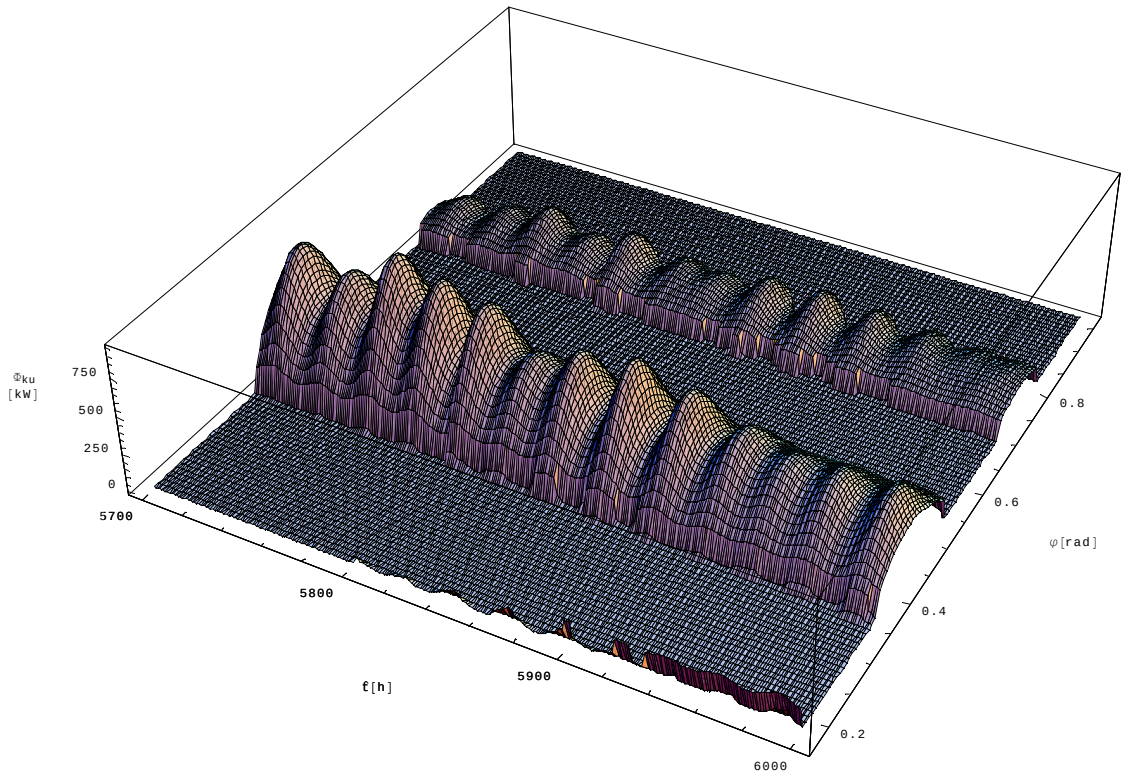
$$\dot{m}_a(t) = \frac{\xi_k(t)\ \Phi_i(t)}{\xi_a - \xi_k(t)}\left[\sum_{i_h=0}^{n_h} a_{i_h}\left(\vartheta_v''(t) - \frac{\Phi_i(t)}{C_v(t)\left\{1-\exp\left[(kA)_i / C_v(t)\right]\right\}}\right)^{i_h} - h_2'\right]^{-1} \tag{8.120}$$

u kojem je sadržani, kvazistatički protok hladitelja (vodena para) definiran izrazom:

$$\dot{m}_v(t) = \Phi_i(t)\left[\sum_{i_h=0}^{n_h} a_{i_h}\left(\vartheta_v''(t) - \frac{\Phi_i(t)}{C_v(t)\left\{1-\exp\left[(kA)_i / C_v(t)\right]\right\}}\right)^{i_h} - h_2'\right]^{-1} \tag{8.121}$$

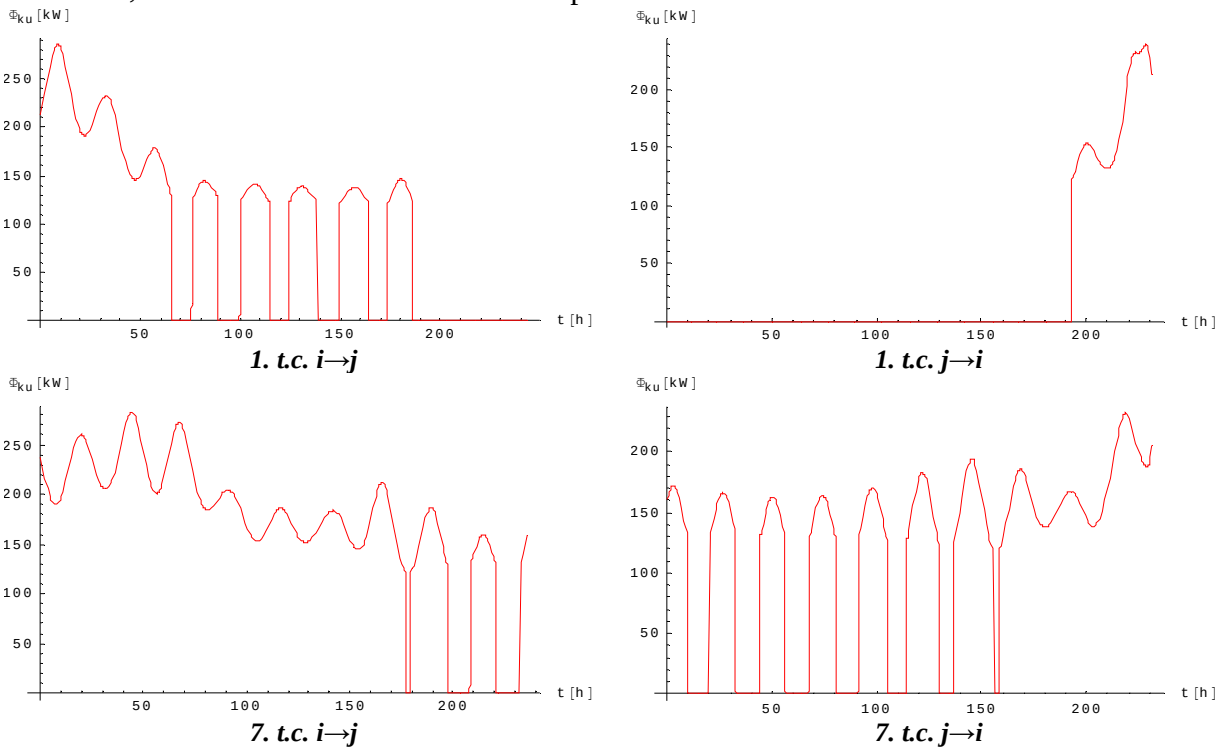
8.3.2 Kvazistatička toplinska opterećenja kuhala i klimatizacijskog sustava nastambi tijekom plovidbe broda

Maksimalno nastupajuće toplinsko opterećenje kuhala *litij-bromidnog ARU-a*, određuje se maksimizacijom funkcije $\Phi_{ku}(\hat{t}, \varphi_b)$, nad definiranom plovidbenom rutom, kako to ilustrira priložena *slika 8.44*.



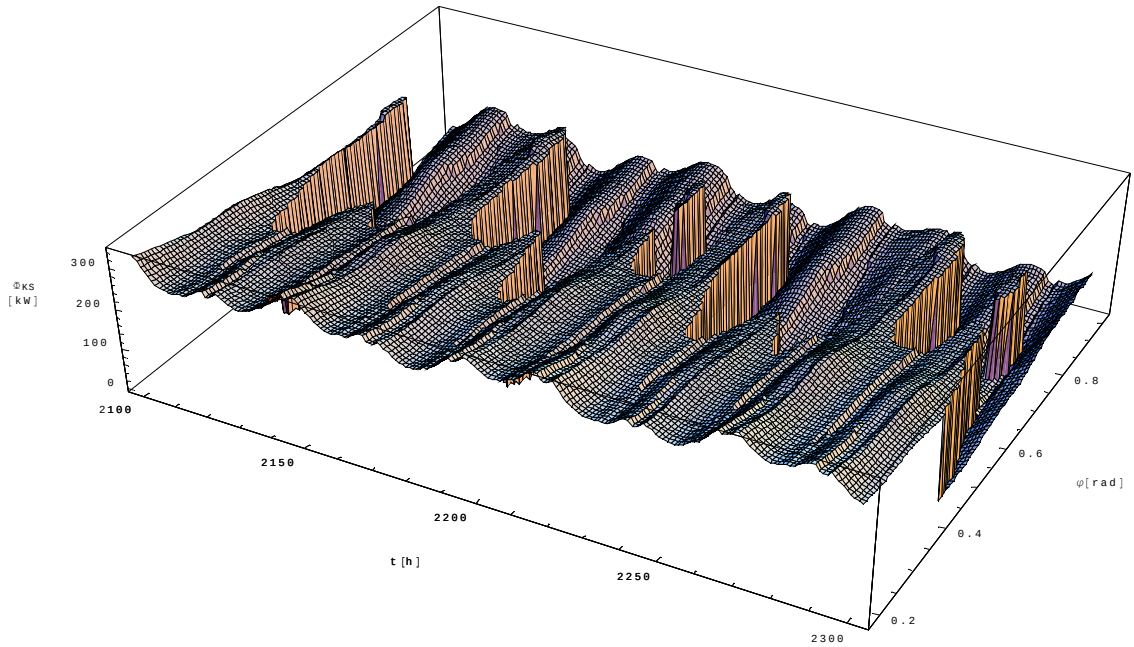
Slika 8.44 Kvazistatičko toplinsko opterećenje kuhala $\Phi_{ku}(\hat{t}, \varphi_b)$ *za* $5700 \le \hat{t} \le 6000\,\mathrm{h}$

Uvrštavanjem odgovarajućih kvazistatičkih toplinskih veličina na strani isparivača (p_i, i Φ_i), te vremenski promjenjive temperature mora tijekom plovidbe $\vartheta_m(t)_{ij,ji}$, u kvazistatičke toplinske veličine sadržane u izrazu (8.94), dobiva se kvazistatičko toplinsko opterećenje kuhala tijekom plovidbe broda između definiranih odredišta ***i*** i ***j***, i obratno, kako to ilustrira *slika 8.45*, za nekoliko karakterističnih transportnih ciklusa.



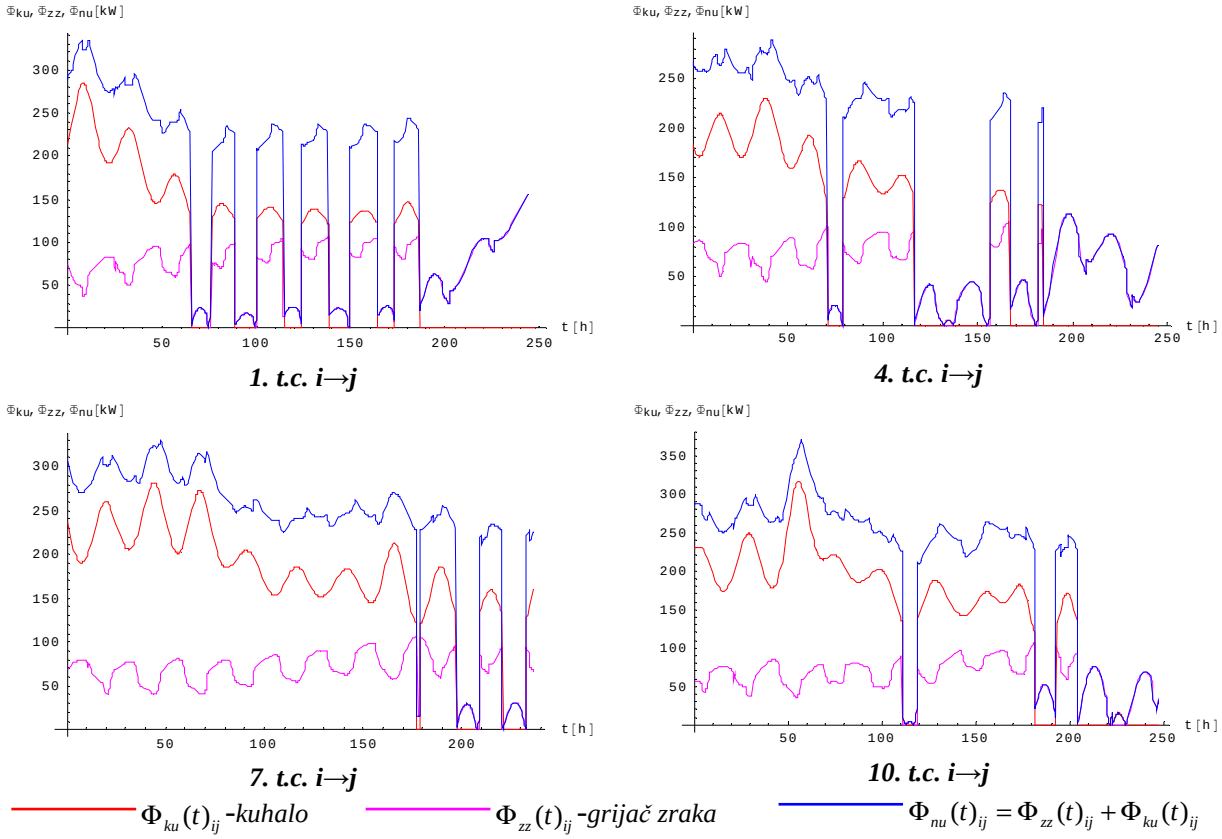
Slika 8.45 Kvazistatičko toplinsko opterećenje kuhala tijekom plovidbe za 1. i 7. t.c.

Zbrajanjem toplinskih opterećenja grijača zraka i kuhala, dobiva se ukupno toplinsko opterećenje klimatizacijskog sustava nastambi $\Phi_{KS}(\hat{t},\varphi_b)$ prema *slici 8.46*.



Slika 8.46 Toplinsko opterećenje klima. sustava nad plovidbenom rutom za $2100 \le \hat{t} \le 2300\,\mathrm{h}$

Ukupno kvazistatičko toplinsko opterećenje klimatizacijskog sustava nastambi, za nekoliko karakterističnih transportnih ciklusa broda tijekom plovidbe iz ***i*** u ***j*** ilustrira priložena *slika 8.47*.



*Slika 8.47 Kvazistatička toplinska opterećenja klimatizacijskog sustava za plovidbe iz **i** u **j** tijekom 1., 4., 7. i 10. t.c.-a*

9 MODELIRANJE ELEKTRIČNOG OPTEREĆENJA BDMTES-a

9.1 Uvod u modeliranje električnog opterećenja broda

Glavnina nastupajućeg vremenski promjenjivog (kvazistatičkog) električnog opterećenja u *BDMTES-u* otpada na elektromotorno pogonjene pumpe i ventilatore.

Uravnoteženje kvazistatičkog toplinskog opterećenja u sustavima za kondicioniranje prostora nastambi i skladišta tereta, postiže se reguliranjem temperature i relativne vlažnosti primarnog medija (zraka), pa je volumenski protok zraka kroz ventilatore približno konstantnog iznosa, te isti stalno rade u neposrednoj blizini nazivne radne točke, pri čemu su ekstrakcijski ventilatori u sustavima za kondicioniranje zraka skladišnih prostora živih tereta u pogonu jedino tijekom održavanja definirane temperature zraka (režim plovidbe potpuno nakrcanog broda nakon izvršenog pothlađivanja).

Slično je s pumpama rasoline u sekundarnom rashladnom krugu skladišnih prostora mrtvih i živih tereta, odnosno s pumpama rashladne slatke vode u sekundarnom rashladnom krugu klimatizacijskog sustava nastambi.

Rashladni sustav glavnog i pomoćnih dizelskih motora također je karakteriziran stalnim protocima primarnog hladitelja (rashladno-mazivo ulje, i slatka voda cilindarskih košuljica), a isto je s dobavnim i tlačnim (cirkulacijskim) pumpama goriva, pa i njihovi elektromotorni pogoni stalno rade u neposrednoj blizini nazivne radne točke.

Pogonsko stanje ostalih pumpi i ventilatora karakterizirano je zamjetno promjenjivim volumenskim protocima fluida, koji se uglavnom rasprostiru od nulte do nazivne vrijednosti, te isti predstavljaju hidrauličke strojeve s reguliranim protokom radnog fluida.

Zahvaljujući razvoju energetske elektronike zasnovanom na tiristorima, tranzistorima i njihovim sklopovima, u današnje vrijeme se na suvremenim brodovima za pogon hidrauličkih strojeva koriste regulirani trofazni elektromotori, posebice kavezni asinkroni elektromotori.

Bilo koji elektromotorno pogonjeni hidraulički stroj valja akceptirati energetskim sklopom ili sustavom interaktivno povezanih triju osnovnih podsustava: elektromotora, hidrauličkog stroja i cjevovodne instalacije, čiji je zadatak da na pouzdan i ekonomičan način transportira određeni iznos fluida potrošaču (izmjenjivaču topline).

Ukoliko se radi o nereguliranom elektromotornom pogonu, željeni protok fluida kroz hidraulički stroj moguće je postići jedino reguliranjem hidrauličkog otpora na strani pripadajuće cjevovodne instalacije, čime se zamjetno povećavaju energijski gubici.

S druge strane podešavanjem određenih električnih veličina na strani pogonskog elektromotora sa ili bez podešavanja hidrauličkog otpora na strani cjevovodne instalacije moguće je postići optimalno pogonsko stanje elektro-hidrauličkog sustava.

Nadalje će se u svrhu određivanja električnog opterećenja instaliranih elektromotornih pogona postaviti odgovarajući poopćeni kvazistatički i pojednostavnjeni dinamički modeli elektro-hidrauličkog sustava.

Kvazistatički model

$$p_p(n,Q) - p_c(\tilde{R}_h, Q) = 0 \tag{9.1}$$

$$M_{em}(n,e_u) - M_p(n,Q) = 0 \tag{9.2}$$

Pojednostavnjeni dinamički model

$$p_p(n,Q) - p_c(\tilde{R}_h, Q, \dot{Q}) = 0 \tag{9.3}$$

$$M_{em}(n,e_u) - M_p(n,Q) = \frac{\pi}{30} I_p \dot{n} \tag{9.4}$$

U navedenim izrazima sadržane kvazistatičke karakteristike su: $p_p(n,Q)$ proizvodna (prirasta tlaka) karakteristika hidrauličkog stroja, $p_c(\tilde{R}_h, Q)$ hidraulička karakteristika

cjevovodne instalacije, $M_p(n,Q)$ momentna karakteristika hidrauličkog stroja, $M_{em}(n,e_u)$ momentna karakteristika pogonskog elektromotora, gdje je: n brzina vrtnje elektromotornog pogona, Q volumenski protok fluida, e_u -promjenjiva električna veličina kojom se vrši regulacija brzine vrtnje elektromotornog pogona, $\tilde{R}_h$ promjenjivi hidraulički otpor cjevovodne instalacije kojim se vrši regulacija protoka.

Djelatna električna snaga koju trofazni elektromotor vuče iz brodske mreže definira se izrazom:

$$P_e(n,e_u) = 3U_f I_f(n,e_u)\cos\varphi(n,e_u) = 3U_f I_f(n,e_u)\frac{Z_{e_R}}{|Z_e|} \tag{9.5}$$

gdje je:

U_f, $I_f(n,e_u)$, $\cos\varphi(n,e_u)$ napon između stezaljki, struja u dovodu i faktor snage,

Z_{e_R},$|Z_e|$ realni dio ekvivalentne impedancije, odnosno modul impedancije.

9.2 Kvazistatička i dinamička karakteristika cjevovodne instalacije

Primjenom modificirane *Bernoullijeve* jednadžbe za nestlačivo stacionarno jednodimenzijsko strujanje lit.[25], za ukupni pad tlaka u cjevovodnoj instalaciji dobiva se:

$$\Delta p_c = p_i - p_u + \frac{1}{2}\rho(\alpha_i v_i^2 - \alpha_u v_u^2) + \rho g(z_i - z_u) + \frac{1}{2}\rho\sum_{j=1}^{n_j}\lambda_j\frac{l_j}{d_j}v_j^2 + \frac{1}{2}\rho\sum_{k=1}^{n_k}K_k v_k^2 \tag{9.6}$$

gdje je:

p statički tlak fluida, *v* srednja brzina strujanja fluida, *z* geodetska visina, λ faktor trenja u ravnoj cijevi, *l* i *d* duljina i promjer ravnog dijela cjevovoda, *K* koeficijent lokalnog otpora, α -koeficijent ispravka kinetičke energije fluida.

Sadržani indeksi su: *u*, *i* mjesta ustrujavanja odnosno istrujavanja fluida iz cjevovodne instalacije, *j*-dionica ravnog cjevovoda, *k*-lokalni otpor (koljeno, ventil, naglo proširenje ili suženje cjevovoda, itd.), dok je n_j ukupan broj serijski povezanih ravnih dionica cjevovoda, n_k ukupan broj serijski povezanih lokalnih otpora u cjevovodnoj instalaciji.

Srednje brzine strujanja *v* predstavljaju srednje brzine strujanja po poprečnom presjeku strujne cijevi, te se računaju prema izrazu:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{d^2\pi} = \int_A v(A)dA \tag{9.7}$$

dok se koeficijenti ispravka kinetičke energije fluida definiraju izrazom:

$$\alpha = \frac{1}{v^3 A}\int_A v^3(A)dA \tag{9.8}$$

Za laminarno strujanje fluida u cijevi kružnog presjeka čiji profil brzine odgovara rotacijskom paraboloidu:

$$v(r) = \frac{\Delta p_l}{4\rho\nu l}(r_0^2 - r^2) \tag{9.9}$$

dobiva se nakon integriranja da je $\alpha_{lam} = 2$, dok pri turbulentnom strujanju faktor ispravka kinetičke energije ovisi o *Reynoldsovom* broju (*Re*), tako da opada njegovim povećanjem, te leži u rasponu vrijednosti $\alpha_{turb} = 1,01 \div 1,1$.

Koeficijent otpora trenja λ_j kroz *j-te* dionice ravnog cjevovoda duljine l_j i promjera d_j računa se prema izrazima, lit.[25]:

<u>*za laminarno strujanje*</u> ($\mathrm{Re}_j \le \mathrm{Re}_{krit} = 2320$)

$$\lambda_j = \frac{64}{\mathrm{Re}_j} = \frac{16\pi\nu d_j}{Q_j} \tag{9.10}$$

<u>*za prijelazno područje*</u> (od hidraulički glatkog do potpuno hrapavog režima) vrijedi formula:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_j}} + 0{,}8686 \ln\left(\frac{\varepsilon_j}{3{,}707} + \frac{2{,}523}{\mathrm{Re}_j\sqrt{\lambda_j}}\right) = 0 \tag{9.11}$$

ili eksplicitna funkcijska ovisnost prema *Svameeiu* i *Jainu* lit.[26], za ($5000 \le \mathrm{Re}_j \le 10^8$ i $10^{-6} \le \varepsilon_j \le 10^{-2}$):

$$\lambda_j = 1{,}325\left[\ln\left(\frac{\varepsilon_j}{3{,}7} + \frac{5{,}74}{\mathrm{Re}_j^{0{,}9}}\right)\right]^{-2} \tag{9.12}$$

pri čemu je relativna hrapavost $\varepsilon_j = k_j / d_j$ gdje je k_j apsolutna hrapavost.

Za *j-tu* ravnu dionicu Re_j se definira izrazom:

$$\mathrm{Re}_j = \frac{v_j d_j}{\nu} = \frac{4Q_j}{\pi\nu d_j} \tag{9.13}$$

gdje je ν kinematski viskozitet fluida.

Temeljem navedenog za ukupni pad tlaka u cjevovodnoj instalaciji može se pisati:

$$\Delta p_c = \left(\begin{array}{l} p_i + \rho g(z_i - z_u) + \frac{8\rho}{\pi^2}\sum_{k=1}^{n_k} K_k \frac{Q_k^2}{d_k^2} + \frac{4\rho}{\pi^2}\frac{Q_i^2}{d_i^2}\left\{\alpha_{lam}\left[1+\mathrm{sgn}\left(\mathrm{Re}_{krit} - \frac{4Q_i}{\pi\nu d_i}\right)\right] + \alpha_{turb}\left[1-\mathrm{sgn}\left(\mathrm{Re}_{krit} - \frac{4Q_i}{\pi\nu d_i}\right)\right]\right\} + \frac{64\rho\nu}{\pi}\sum_{j=1}^{n_j}\frac{Q_j l_j}{d_j^3}\left[1+\mathrm{sgn}\left(\mathrm{Re}_{krit} - \frac{4Q_j}{\pi\nu d_j}\right)\right] + \\ + \frac{4\rho}{\pi^2}\frac{Q_u^2}{d_u^2}\left\{\alpha_{lam}\left[1+\mathrm{sgn}\left(\mathrm{Re}_{krit} - \frac{4Q_u}{\pi\nu d_u}\right)\right] + \alpha_{turb}\left[1-\mathrm{sgn}\left(\mathrm{Re}_{krit} - \frac{4Q_u}{\pi\nu d_u}\right)\right]\right\} + \frac{5{,}3\rho}{\pi^2}\sum_{j=1}^{n_j}\frac{Q_j l_j}{d_j^5}\left[1+\mathrm{sgn}\left(\mathrm{Re}_{krit} - \frac{4Q_j}{\pi\nu d_j}\right)\right]\left\{\ln\left[\frac{\varepsilon_j}{3{,}7} + 5{,}74\left(\frac{\pi\nu d_j}{4Q_j}\right)^{0{,}9}\right]\right\}^{-2} - p_u \end{array} \right) \tag{9.14}$$

gdje se za faktore ispravka kinetičke energije može uzeti: $\alpha_{lam} = 2$ i $\alpha_{turb} \approx 1$.

Brodograđevne cjevovodne instalacije karakterizirane su visokom relativnom hrapavošću, pa se strujanje razmjerno žitkijih fluida kao što su primjerice more i slatka voda, može akceptirati potpuno izobraženim turbulentnim strujanjem u tehnički hrapavim cijevima, za kojeg se koeficijent otpora trenja definira prema *Nikuradseu* izrazom lit.[25]:

$$\lambda_j = \lambda_j(\varepsilon_j) = \left[2\log\left(1{,}74 + 1/\varepsilon_j\right)\right]^{-2} \tag{9.15}$$

Korištenjem ovog izraza, te zanemarujući prijelazno i laminarno strujanje koje nastupa pri razmjerno malim protočnim iznosima, za pad tlaka u tehnički hrapavoj cjevovodnoj instalaciji žitkih fluida dobiva se razmjerno jednostavni izraz kako slijedi:

$$\Delta p_{c_t} = p_i - p_u + \rho g(z_i - z_u) + R_{h_t} Q^2 \tag{9.16}$$

gdje je hidrodinamička karakteristika takvog cjevovoda definirana izrazom:

$$R_{h_t} = \frac{\rho}{\pi^2}\left\{\frac{1}{d_i^4} - \frac{1}{d_u^4} + \sum_{j=1}^{n_j}\frac{l_j k_{Q_j}^2}{d_j^5}\left[2\log\left(1{,}74 + 1/\varepsilon_j\right)\right]^{-2} + \sum_{k=1}^{n_k} K_k \frac{k_{Q_k}^2}{d_k^4}\right\} \tag{9.17}$$

Bezdimenzijski koeficijenti protoka k_{Q_j} i k_{Q_k} predstavljaju omjere protoka Q_j / Q i Q_k / Q u slučaju paralelno spojenih cjevovodnih elemenata duž razmatrane strujne dionice, te se lako odrede temeljem definirane topologije cjevovodne mreže. Tako je primjerice u nekom izmjenjivaču topline koji sadrži n_c paralelno spojenih cijevi promjera d_c i duljine l_c, kroz koji struji fluid iz sadržane cjevovodne instalacije $Q = n_c Q_j \Rightarrow k_{Q_j} = n_c$, dok je za slučaj da je: $d_k = d_c$, $k_{Q_k} = n_c$, odnosno za $d_k = d_{j_k}$; $k_{Q_j} = 1$, gdje je d_{j_k} promjer glavnog ulaznog i izlaznog cjevovoda na izmjenjivaču topline.

Kod izrazito viskoznih fluida (rasolina, teško gorivo i mazivo ulje pri razmjerno niskim temperaturama), čak i pri nazivnim protocima strujanje je laminarno, pa se za prirast tlaka u cjevovodnim instalacijama takvih fluida dobiva izraz:

$$\Delta p_{c_l} = p_i - p_u + \rho g(z_i - z_u) + R_{h_1} Q + R_{h_2} Q^2 \tag{9.18}$$

gdje su hidrodinamički koeficijenti cjevovoda definirani izrazima:

$$R_{h_t} = \frac{128 \rho \nu}{\pi^2} \sum_{j=1}^{n_j} \frac{k_{Q_j} l_j}{d_j^4} \tag{9.19}$$

$$R_{h_2} = \frac{\rho}{\pi^2} \left(\frac{1}{d_i^4} - \frac{1}{d_u^4} + \sum_{k=1}^{n_k} K_k \frac{k_{Q_k}^2}{d_k^4} \right) \tag{9.20}$$

Uzimajući u obzir da je ukupni prirast statičkog tlaka:

$$\Delta p_{c_l} = p_i - p_u + \rho g(z_i - z_u) \tag{9.21}$$

dobivaju se hidrauličke karakteristike cjevovodne instalacije za turbulentno i laminarno strujanje kako slijedi:

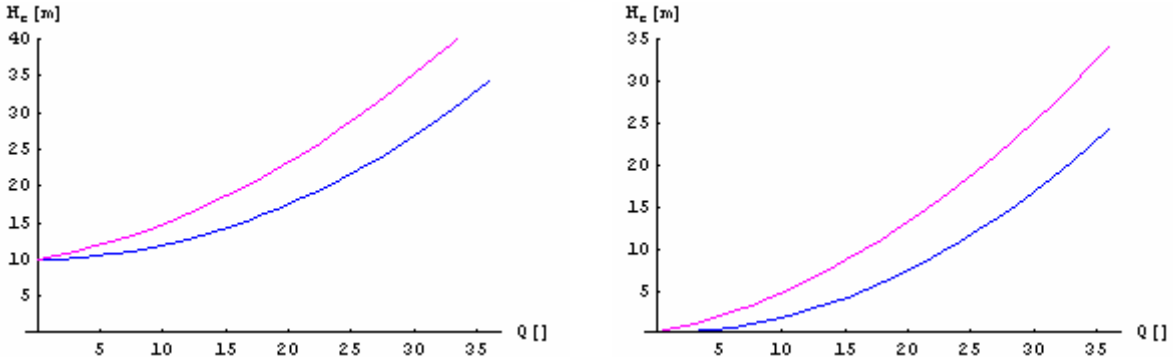
$$\Delta p_{c_t} = \Delta p_s + R_{h_t} Q^2 \tag{9.22}$$

$$\Delta p_{c_l} = \Delta p_s + R_{h_1} Q + R_{h_2} Q^2 \tag{9.23}$$

Navedeni izrazi vrijede općenito za otvorene i cirkulacijske (zatvorene) cjevovodne sustave, s tim da je kod zatvorenih cirkulacijskih sustava $\Delta p_s = 0$, pa se izrazi (9.22) i (9.23) ponešto pojednostavnjuju kako slijedi:

$$\Delta p_{c_{tc}} = R_{h_t} Q^2 \tag{9.24}$$

$$\Delta p_{c_{lc}} = R_{h_1} Q + R_{h_2} Q^2 \tag{9.25}$$



Slika 9.1 Hidrauličke karakteristike: a) otvorenog i b) zatvorenog cjevovodnog sustava

Za određivanje dinamičke karakteristike cjevovodne instalacije potrebno je osim hidrauličkih otpora odrediti hidrauličku inerciju, za što će poslužiti modificirana *Bernoullijeva* jednadžba za jednodimenzijsko nestlačivo nestacionarno strujanje, lit.[25]:

$$\Delta p_c = p_i - p_u + \frac{1}{2}\rho(\alpha_i v_i^2 - \alpha_u v_u^2) + \rho g(z_i - z_u) + \frac{1}{2}\rho \sum_{j=1}^{n_j} \lambda_j \frac{l_j}{d_j} v_j^2 + \frac{1}{2}\rho \sum_{k=1}^{n_k} K_k v_k^2 + \rho \sum_{j=1}^{n_j} \int_0^{l_j} \frac{\partial v_j}{\partial t} dl_j \tag{9.26}$$

čiji zadnji član predstavlja inercijsku komponentu prirasta tlaka fluida, te se njegovom integracijom duž l_j*-te* strujnice dobiva:

$$\rho \int_0^{l_j} \frac{\partial v_j}{\partial t} dl_j = \rho \frac{dv_j}{dt} l_j \tag{9.27}$$

Korištenjem jednadžbe kontinuiteta za nestlačivo jednodimenzijsko strujanje:

$$v_j(t) = \frac{4 Q_j(t)}{d_j^2 \pi} \tag{9.28}$$

za inercijsku tlačnu komponentu *j-te* cjevovodne dionice dobiva se:

$$p_{c_{lj}}(t)=\frac{4\rho l_j}{d_j^2\pi}\frac{dQ_j(t)}{dt}=\frac{4\rho l_j}{d_j^2\pi}\dot{Q}_j(t) \tag{9.29}$$

odnosno za ukupnu inercijsku tlačnu komponentu duž razmatrane cjevovodne strujnice:

$$p_{c_{lj}}(t)=\frac{4\rho}{\pi}\sum_{j=1}^{n_j}\frac{l_j}{d_j^2}\dot{Q}_j(t)=\frac{4\rho}{\pi}\left(\sum_{j=1}^{n_j}\frac{k_{Q_j}l_j}{d_j^2}\right)\dot{Q}(t) \tag{9.30}$$

u kojoj je sadržana ekvivalentna inercija definirana izrazom:

$$I_{fe}=\frac{4\rho}{\pi}\sum_{j=1}^{n_j}\frac{k_{Q_j}l_j}{d_j^2} \tag{9.31}$$

Dodavanjem inercijske tlačne komponente, za dinamičke hidrauličke karakteristike otvorene cjevovodne instalacije za turbulentno i laminarno strujanje dobiva se:

$$\Delta p_{c_t}=\Delta p_s+R_{h_t}Q^2(t)+I_{f_e}\dot{Q}(t) \tag{9.32}$$

$$\Delta p_{c_l}=\Delta p_s+R_{h_1}Q(t)+R_{h_2}Q^2(t)+I_{f_e}\dot{Q}(t) \tag{9.33}$$

odnosno za zatvorene cirkulacijske sustave:

$$\Delta p_{c_t}=R_{h_t}Q^2(t)+I_{f_e}\dot{Q}(t) \tag{9.34}$$

$$\Delta p_{c_l}=R_{h_1}Q(t)+R_{h_2}Q^2(t)+I_{f_e}\dot{Q}(t) \tag{9.35}$$

9.3 Kvazistatičke karakteristike hidrauličkih strojeva

Uobičajeno je za određenu grupu istorodnih i geometrijski sličnih strojeva definirati bezdimenzijske funkcijske ovisnosti: tlaka $\psi(\varphi)$ i snage $\lambda(\varphi)$ o bezdimenzijskom protoku φ. Bezdimenzijske značajke protoka, tlaka i snage definiraju se sljedećim izrazima, lit.[26]:

$$\varphi=\frac{Q}{u_2A_2}=\frac{4Q}{nD^3\pi^2} \tag{9.36}$$

$$\psi=\frac{2\Delta p_p}{\rho u_2^2}=\frac{2\Delta p_p}{\rho n^2D^2\pi^2} \tag{9.37}$$

$$\lambda=\frac{2P_p}{\rho u_2^3A_2}=\frac{8P_p}{\rho n^3D^5\pi^4} \tag{9.38}$$

te se temeljem istih, za stupanj djelovanja hidrauličkog stroja dobiva:

$$\eta=\frac{\psi\varphi}{\lambda} \tag{9.39}$$

Za glavninu centrifugalnih pumpi, te centrifugalnih i aksijalnih ventilatora funkcijske ovisnosti $\psi(\varphi)$ i $\lambda(\varphi)$ jako dobro se aproksimiraju polinomima drugog reda:

$$\psi(\varphi)=\sum_{j_\psi=0}^{2}a_{j_\psi}\varphi^{j_\psi} \tag{9.40}$$

$$\lambda(\varphi)=\sum_{j_\lambda=0}^{2}b_{j_\lambda}\varphi^{j_\lambda} \tag{9.41}$$

pa se supstituiranjem definicijskih izraza za bezdimenzijske značajke, za radne karakteristike geometrijski istovrsnog stroja (*D=const.*) dobiva:

$$\Delta p_p=\Delta p_p(n,Q)=a_pQ^2+b_pnQ+c_pn^2 \tag{9.42}$$

$$P_p=P_p(n,Q)=A_pnQ^2+B_pn^2Q+C_pn^3 \tag{9.43}$$

$$M_p=\frac{P_p(n,Q)}{n\pi}=\frac{1}{\pi}\left(A_pQ^2+B_pnQ+C_pn^2\right) \tag{9.44}$$

$$\eta_p=\frac{\Delta p_p(n,Q)Q}{P_p(n,Q)}=\frac{a_pQ^3+b_pnQ^2+c_pnQ}{A_pnQ^2+B_pn^2Q+C_pn^3} \tag{9.45}$$

gdje su sadržani koeficijenti definirani izrazima:

$$\left.\begin{aligned} a_p &= \frac{8\rho}{D^4\pi^2}a_2; \qquad b_p = \frac{2\rho}{D}a_1; \qquad c_p = \frac{1}{2}\rho D^2\pi^2 a_0 \\ A_p &= \frac{2\rho}{D}b_2; \qquad B_p = \frac{1}{2}\rho D^2\pi^2 b_1; \quad C_p = \frac{1}{8}\rho D^5\pi^4 b_0 \end{aligned}\right\} \tag{9.46}$$

Raspoložive radne karakteristike pumpe (ventilatora) za specificiranu (nazivnu) brzinu vrtnje n_n, dobro se aproksimiraju polinomima drugog reda o protoku *Q*:

$$\Delta p_p(Q)_{n_n} = \tilde{a}_p Q^2 + \tilde{b}_p Q + \tilde{c}_p \tag{9.47}$$

$$P_p(Q)_{n_n} = \tilde{A}_p Q^2 + \tilde{B}_p Q + \tilde{C}_p \tag{9.48}$$

pa se temeljem istih za bilo koju brzinu vrtnje dobivaju poopćene radne karakteristike:

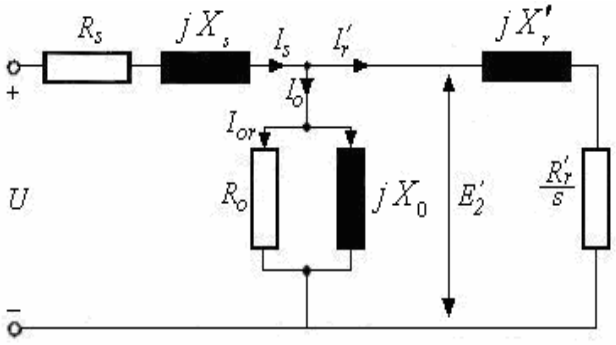
$$\Delta p_p(n,Q) = \tilde{a}_p Q^2 + \frac{\tilde{b}_p}{n_n} n Q + \frac{\tilde{c}_p}{n_n^2} n^2 \tag{9.49}$$

$$P_p(n,Q) = \frac{\tilde{A}_p}{n_n} n Q^2 + \frac{\tilde{B}_p}{n_n^2} n^2 Q + \frac{\tilde{C}_p}{n_n^3} n^3 \tag{9.50}$$

$$M_p = \frac{1}{\pi n_n}\left(\tilde{A}_p Q^2 + \frac{\tilde{B}_p}{n_n} n Q + \frac{\tilde{C}_p}{n_n^2} n^2\right) \tag{9.51}$$

9.4 Statička momentna karakteristika trofaznog asinkronog motora

Razvijeni elektromagnetski moment M_e trofaznog asinkronog elektromotora definira se izrazom: $M_e = \frac{P_e}{\omega_s} = \frac{P_e}{2\pi n_s}$ (9.52)



Slika 9.2 Nadomjesna shema asinkronog EM-a

gdje je: ω_s, n_s sinkrona kutna brzina, odnosno brzina vrtnje, P_e je snaga okretnog magnetskog polja, koja se temeljem priložene nadomjesne sheme (*slika 9.2*) definira izrazom:

$$P_e = 3I_r'^2\left(\frac{R'_r}{s}\right) \tag{9.53}$$

Električni parametri obuhvaćeni nadomjesnom shemom su:

$\mathbf{U} = \mathbf{U_s}$-statorski napon asinkronog motora, $\mathbf{E'_2}$–rotorski napon sveden na statorsku stranu,

$\mathbf{I_s}$–statorska struja ($\mathbf{I_s} = \mathbf{I'_r} + \mathbf{I_0}$), $\mathbf{I_0}$–struja praznog hoda, $\mathbf{I_{0_r}}$–djelatna komponenta struje $\mathbf{I_0}$,

$\mathbf{I_\mu}$–struja magnetiziranja, $\mathbf{I_r} = \mathbf{I'_r}$–rotorska struja svedena na statorsku stranu,

R_s–otpor statorskog namota, R'_r-otpor rotorskog namota sveden na stranu statora,

R_0-nadomjesni otpor gubitaka praznog hoda,

X_s–rasipna reaktancija statorskog namota, $X_0 = X_\mu$– reaktancija magnetiziranja,

X'_r–rasipna reaktancija rotorskog namota svedena na stranu statora.

Rotorska struja definira se izrazom:

$$\mathbf{I'_r} = \frac{\mathbf{E'_2}}{Z_r} \tag{9.54}$$

gdje je $\mathbf{E'_2}$ na stranu statora proračunati rotorski napon, dok je Z_r na statorsku stranu proračunata impedancija rotora prema izrazu:

$$Z_r = \frac{R'_r}{s} + jX'_r \tag{9.55}$$

Primjenom *Kirchhoffovog* strujnog zakona, za na statorsku stranu proračunati rotorski napon dobiva se:

$$\mathbf{E}_2' = \frac{\mathbf{U}_s}{Z_e} \tag{9.56}$$

pri čemu je Z_e ekvivalentna impedancija rotora definirana izrazom:

$$Z_e = Z_s\left(\frac{1}{Z_s}+\frac{1}{Z_0}+\frac{1}{Z_r}+\frac{1}{Z_\mu}\right) \tag{9.57}$$

u kojem se sadržane impedancije definiraju kako slijedi:

$$Z_s = R_s + jX_s \tag{9.58}$$

$$Z_0 = R_0 \tag{9.59}$$

$$Z_\mu = jX_\mu \tag{9.60}$$

Supstituiranjem sadržanih impedancija u (9.57) nakon sređivanja za ekvivalentnu impedanciju rotora dobiva se izraz:

$$Z_e = \frac{R_s\left(R_r'^2+s^2X_r'^2\right)+R_0\left[R_r'^2+sR_r'R_s+s^2X_r'\left(X_r'+X_s\right)\right]}{R_0\left(R_r'^2+s^2X_r'^2\right)}+\frac{X_s}{X_\mu}+j\left[X_s\left(\frac{1}{R_0}+\frac{sR_r'}{R_r'^2+s^2X_r'^2}\right)-R_s\left(\frac{1}{X_\mu}+\frac{s^2X_r'}{R_r'^2+s^2X_r'^2}\right)\right] \tag{9.61}$$

pa se temeljem (9.56) za rotorski napon dobiva:

$$\mathbf{E}_2' = \frac{U_s\angle 0^0}{Z_{e_R}+jZ_{e_I}} = \frac{U_s}{\sqrt{Z_{e_R}^2+Z_{e_I}^2}}\angle\varphi_{E_R} \tag{9.62}$$

gdje je: Z_{e_R} i Z_{e_I} realni i imaginarni dio ekvivalentne rotorske impedancije, dok je fazni kut φ_{E_R} zaostajanja rotorskog napona $\mathbf{E}_2'$ u odnosu na fazni napon statora $U_s\angle 0^0$ definiran izrazom:

$$\varphi_{E_R} = \arctan\left(-\frac{Z_{e_I}}{Z_{e_R}}\right) \tag{9.63}$$

Nadalje se temeljem (9.54) i (9.56) za rotorsku struju dobiva:

$$\mathbf{I_r} = \frac{\mathbf{U_s}}{Z_rZ_e} = \frac{U_s}{\sqrt{Z_{er_R}^2+Z_{er_I}^2}}\angle\varphi_{I_R} \tag{9.64}$$

pa se budući da je ekvivalentna impedancija definirana izrazom:

$$Z_{er} = \frac{\left(R_r'^2R_s-sX_r'^2X_s\right)+R_0\left[sR_s\left(X_r'+X_\mu\right)+R_r'\left(X_s+X_\mu\right)\right]}{sR_0X_\mu}+j\frac{sR_0X_r'\left(X_s+X_\mu\right)+sR_sX_r'X_\mu+sR_0X_sX_\mu-R_0R_r'R_s+R_r'X_sX_\mu}{sR_0X_\mu} \tag{9.65}$$

za njezin apsolutni iznos $I_r = |\mathbf{I_r}|$ i kut zaostajanja φ_{I_R} za faznim naponom statora dobiva:

$$|\mathbf{I_r}| = \frac{sR_0X_\mu U_s}{\sqrt{\left\{\left(R_r'^2R_s-sX_r'^2X_s\right)+R_0\left[sR_s\left(X_r'+X_\mu\right)+R'\left(X_s+X_\mu\right)\right]\right\}^2+\left\{s\left[R_0X_r'\left(X_s+X_\mu\right)+R_sX_r'X_\mu+R_0X_sX_\mu\right]-R_0R_r'R_s+R_r'X_sX_\mu\right\}^2}} \tag{9.66}$$

$$\varphi_{I_R} = \arctan\left\{-\frac{s\left[R_0X_r'\left(X_s+X_\mu\right)+R_sX_r'X_\mu+R_0X_sX_\mu\right]-R_0R_r'R_s+R_r'X_sX_\mu}{\left(R_r'^2R_s-sX_r'^2X_s\right)+R_0\left[sR_s\left(X_r'+X_\mu\right)+R'\left(X_s+X_\mu\right)\right]}\right\} \tag{9.67}$$

te se napokon supstituiranjem (9.66) u (9.53) za elektrodinamičku snagu rotora dobiva:

$$P_e = \frac{3sR_0^2R_r'X_\mu^2U_s^2}{\left\{\left(R_r'^2R_s-sX_r'^2X_s\right)+R_0\left[sR_s\left(X_r'+X_\mu\right)+R_r'\left(X_s+X_\mu\right)\right]\right\}^2+\left\{s\left[R_0X_r'\left(X_s+X_\mu\right)+R_sX_r'X_\mu+R_0X_sX_\mu\right]-R_0R_r'R_s+R_r'X_sX_\mu\right\}^2} \tag{9.68}$$

Kako je moment trenja i ventilacije elektromotora proporcionalan brzini vrtnje prema izrazu:

$$M_{tr,v} = k_m\omega = 2\pi k_m n \tag{9.69}$$

uzimajući u obzir da je klizanje *s* asinkronog elektromotora:

$$s = \frac{\omega_s-\omega}{\omega_s} = \frac{n_s-n}{n_s} \tag{9.70}$$

za raspoloživi zakretni moment asinkronog motora za pokretanje tereta dobiva se:

$$M_{e_t} = M_e - 2\pi k_m n = M_e - 2\pi k_m n_s (1-s) \tag{9.71}$$

pa se temeljem izraza (9.52) dobiva funkcijska ovisnost $M_{e_t}(s)$:

$$M_{e_t}(s) = 3sR_0^2 R_r' X_\mu^2 U_s^2 \left(\begin{array}{l} 2\pi n_s \left\{ \left(R_r'^2 R_s - s\, X_r'^2 X_s \right) + R_0 \left[sR_s \left(X_r' + X_\mu \right) + R_r' \left(X_s + X_\mu \right) \right] \right\}^2 + \\ + \left\{ s \left[R_0 X_r' \left(X_s + X_\mu \right) + R_s X_r' X_\mu + R_0 X_s X_\mu \right] - R_0 R_r' R_s + R_r' X_s X_\mu \right\}^2 \end{array} \right)^{-1} - 2\pi k_m n_s (1-s) \tag{9.72}$$

koja se lako supstituiranjem (9.70) transformira u funkcijsku ovisnost $M_{e_t}(n)$:

$$M_{e_t}(n) = 3(n_s - n) R_0^2 R_r' X_\mu^2 U_s^2 \left(\begin{array}{l} 2\pi \left\{ \left(n_s R_r'^2 R_s - (n_s - n) X_r'^2 X_s \right) + R_0 \left[(n_s - n) R_s \left(X_r' + X_\mu \right) + n_s R_r' \left(X_s + X_\mu \right) \right] \right\}^2 + \\ + \left\{ (n_s - n) \left[R_0 X_r' \left(X_s + X_\mu \right) + R_s X_r' X_\mu + R_0 X_s X_\mu \right] + n_s \left(R_r' X_s X_\mu - R_0 R_r' R_s \right) \right\}^2 \end{array} \right)^{-1} - 2\pi k_m n \tag{9.73}$$

Uzimajući u obzir da je sinkrona brzina vrtnje n_s ovisna o broju pari polova p i frekvenciji statorskog napona f_s prema izrazu:

$$n_s = \frac{f_s}{p} \tag{9.74}$$

razvidno je iz izraza za (9.73), da na iznos raspoloživog momenta za pogonjenje tereta osim nastupajuće brzine vrtnje n (odnosno klizanja s) utječu: R_s, R_r', p, f_s i U_s, pa sasvim općenito vrijedi poopćena funkcijska ovisnost:

$$M_{e_t} = M_{e_t}(n, R_s, R_r', p, f_s, U_s) \tag{9.75}$$

Upravo se namjernom promjenom barem jedne od navedenih veličina mijenja iznos, odnosno mehanička karakteristika trofaznog asinkronog elektromotora, s namjerom da se prilagodi promjenjivoj mehaničkoj karakteristici tereta.

Tako se primjerice gruba, odnosno skokovita promjena brzine vrtnje postiže promjenom broja pari polova ($2p \to 2\tilde{p}$), odnosno prespajanjem statorskog namota kaveznog motora na drugi broj polova.

Kod kolutnih asinkronih motora, regulacija brzine vrtnje je ostvariva promjenom omskog otpora rotorskog kruga (R_r'), tako da se povećanjem omskog otpora rotorskog kruga povećava klizanje i smanjuje brzina vrtnje.

S druge strane reduciranjem napona na statorskoj strani (U_s), primjenom energetskih elektroničkih pretvarača, omogućuje se također promjena brzine vrtnje asinkronih elektromotora.

Netom navedeni načini upravljanja brzinom vrtnje, predstavljaju upravljanje s gubitkom energije, pri čemu se povećanjem klizanja, uz napajanje iz mreže konstantne frekvencije povećavaju energijski gubici u motoru, bilo da se radi o promjeni impedancije rotora ili promjeni napona napajanja statora, pa su takve metode upravljanja tehno-ekonomski prihvatljive tek u elektromotornim pogonima s ograničenim zahtjevima.

Upravljanje brzinom vrtnje asinkronog motora s znatnim smanjenjem energijskih gubitaka, postiže se promjenom frekvencije i napona napajanja primjenom statičkih pretvornika frekvencije i napona, ili u kaskadnom spoju asinkronog motora gdje se energija iz rotora vraća u mrežu odnosno na vratilo asinkronog motora, pri čemu se u zadnje vrijeme zahvaljujući pojeftinjenju, statički pretvarači sve više primjenjuju.

U svrhu matematičkog modeliranja, pretpostavlja se da se napon napajanja mijenja razmjerno s frekvencijom (uvjet konstantnosti indukcije, osim kod razmjerno niskih frekvencija gdje se zbog nezanemarivog omskog pada napona zahtijeva da napon napajanja bude nešto veći u odnosu na frekvenciju), pa se može pisati, lit[45]:

$$\frac{U_s}{U_{s_n}} = \frac{f_s}{f_{s_n}} \Rightarrow U_s = \frac{U_{s_n}}{f_{s_n}} f_s \tag{9.76}$$

Uzimajući u obzir navedeno temeljem izraza (9.73), dobiva se funkcijska ovisnost zakretnog momenta reguliranog elektromotora o frekvenciji napajanja i brzini vrtnje kako slijedi:

$$M_{e_t}(n, f_s) = \frac{a_0 (f_s - p\,n) f_s^2}{(a_1 f_s - b_1 n)^2 + (a_2 f_s - b_2 n)^2} - 2\pi k_m n \tag{9.77}$$

gdje su sadržani koeficijenti definirani izrazom:

$$\left.\begin{aligned} &a_1 = R_r'^2 R_s - X_r'^2 X_s + R_0\left[R_s\left(X_r' + X_\mu\right) + R_r'\left(X_s + X_\mu\right)\right]; \quad a_2 = R_0 X_r'\left(X_s + X_\mu\right) + R_s X_r' X_\mu + R_0 X_s X_\mu + R_r' X_s X_\mu - R_0 R_r' R_s; \\ &a_0 = \frac{3p}{2\pi} R_0^2 R' X_\mu^2 \left(U_{s_n} / f_{s_n}\right)^2; \qquad b_1 = p\left[R_0 R_s\left(X_r' + X_\mu\right) - X_r'^2 X_s\right]; \qquad b_2 = p\left[R_0 X_r'\left(X_s + X_\mu\right) + R_s X_r' X_\mu + R_0 X_s X_\mu\right] \end{aligned}\right\} \tag{9.78}$$

Uzmu li se u obzir funkcijske ovisnosti statorskih X_s i X_μ, te rotorske reaktancije svedene na statorsku stranu X_r' o frekvenciji f_s i klizanju *s*:

$$X_s = \omega_s L_s = \frac{2\pi f_s}{p} L_s \tag{9.79}$$

$$X_\mu = \omega_s L_\mu = \frac{2\pi f_s}{p} L_\mu \tag{9.80}$$

$$X_r' = \alpha^2 X_r = \alpha^2 \omega_r L_r = \alpha^2 s \omega_s L_r = \alpha^2 (\omega_s - \omega) L_r \tag{9.81}$$

gdje je: L_s, L_μ, L_r induktiviteti statora, odnosno rotora, α -redukcijski faktor, prema izrazu:

$$\alpha^2 = \frac{N_s f_{ns}}{N_r f_{nr}} \tag{9.82}$$

gdje su: N_s, N_r, f_{ns}, f_{nr} broj zavoja statora i rotora, odnosno faktori namota statora i rotora, njihovim uvrštavanjem u (9.73), dobiva se precizniji matematički model za simuliranje zakretnog momenta asinkronog motora.

Ukoliko je poznata nazivna rasipna reaktancija rotora X_{r_n}', tada se lako temeljem izraza (9.79) dobiva:

$$\alpha^2 L_r \approx const = \frac{X_{r_n}'}{\omega_{s_n} - \omega_n} \tag{9.83}$$

pa se za promjenjivu rasipnu rekatanciju rotora dobiva:

$$X_r'(\omega_s, \omega) = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_{s_n} - \omega_n} X_{r_n}' = \frac{n_s - n}{n_{s_n} - n_n} X_{r_n}' \tag{9.84}$$

te se postupajući slično za promjenjive rasipne reaktancije statora i magnetiziranja dobiva:

$$X_s(\omega_s) = \frac{\omega_s}{\omega_{s_n}} X_{s_n} = \frac{n_s}{n_{s_n}} X_{s_n} \tag{9.85}$$

$$X_\mu(\omega_s) = \frac{\omega_s}{\omega_{s_n}} X_{\mu_n} = \frac{n_s}{n_{s_n}} X_{\mu_n} \tag{9.86}$$

Nadalje se temeljem nadomjesne sheme asinkronog motora za statorsku struju po fazi motora dobiva:

$$\mathbf{I_s} = \frac{\mathbf{U_s}}{Z_E} \tag{9.87}$$

gdje je ekvivalentna impedancija statora Z_E definirana izrazom:

$$Z_E = Z_s + Z_r \| Z_0 \| Z_\mu = Z_s + \left(\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{Z_r} + \frac{1}{Z_\mu}\right)^{-1} \tag{9.88}$$

Supstituiranjem sadržanih osnovnih impedancija (Z_s, Z_r, Z_0 i Z_μ) u (9.86) nakon sređivanja za ekvivalentnu impedanciju statora dobiva se:

$$Z_E(s) = Z_{E_R}(s) + jZ_{E_I}(s) \tag{9.89}$$

$$Z_{E_R}(s)=\frac{R_0^2R_s\left(R_r'^2+s^2X_r'^2\right)+2s^2R_0^2R_sX_r'X_\mu+\left\{sR_0+R_r'\left[R_r'R_s+R_0\left(R_r'+sR_s\right)\right]+s^2\left(R_s+R_0\right)X_r'^2\right\}X_\mu^2}{2sR_0R_r'X_\mu^2+\left(R_r'^2+s^2X_r'^2\right)X_\mu^2+R_0^2\left[R_r'^2+s^2\left(X_r'+X_\mu\right)^2\right]} \tag{9.90}$$

$$Z_{E_I}(s)=\frac{\left(R_r'^2+s^2X_r'^2+2sR_0R_r'^2\right)X_sX_\mu^2+R_0^2\left\{R_r'^2\left(X_s+X_\mu\right)+s^2\left(X_r'+X_\mu\right)\left[X_r'X_s+\left(X_r'+X_s\right)X_\mu\right]\right\}}{2sR_0R_r'X_\mu^2+\left(R_r'^2+s^2X_r'^2\right)X_\mu^2+R_0^2\left[R_r'^2+s^2\left(X_r'+X_\mu\right)^2\right]} \tag{9.91}$$

odnosno:

$$Z_E(n,n_s)=Z_{E_R}(n,n_s)+jZ_{E_I}(n,n_s) \tag{9.92}$$

$$Z_{E_R}(n,n_s)=\frac{R_0^2R_s\left[n_s^2R_r'^2+\left(n_s-n\right)^2X_r'^2\right]+2\left(n_s-n\right)^2R_0^2R_sX_r'X_\mu+\left(n_s\left(n_s-n\right)R_0+R_r'\left\{n_s^2R_r'R_s+R_0\left[R_r'+n_s\left(n_s-n\right)R_s\right]\right\}+\left(n_s-n\right)^2\left(R_s+R_0\right)X_r'^2\right)X_\mu^2}{2n_s\left(n_s-n\right)R_0R_r'X_\mu^2+\left[n_s^2R_r'^2+\left(n_s-n\right)^2X_r'^2\right]X_\mu^2+R_0^2\left[n_s^2R_r'^2+\left(n_s-n\right)^2\left(X_r'+X_\mu\right)^2\right]} \tag{9.93}$$

$$Z_{E_I}(n,n_s)=\frac{\left[n_s^2R_r'^2+\left(n_s-n\right)^2X_r'^2+2n_s\left(n_s-n\right)R_0R_r'\right]X_sX_\mu^2+R_0^2\left\{n_s^2R_r'^2\left(X_s+X_\mu\right)+\left(n_s-n\right)^2\left(X_r'+X_\mu\right)\left[X_r'X_s+\left(X_r'+X_s\right)X_\mu\right]\right\}}{2n_s\left(n_s-n\right)R_0R_r'X_\mu^2+\left[n_s^2R_r'^2+\left(n_s-n\right)^2X_r'^2\right]X_\mu^2+R_0^2\left[n_s^2R_r'^2+\left(n_s-n\right)^2\left(X_r'+X_\mu\right)^2\right]} \tag{9.94}$$

Sada se temeljem (9.87) za statorsku struju dobiva:

$$\mathbf{I_s}(n,n_s)=\frac{\mathbf{U_s}}{Z_E(n,n_s)}=\frac{U_s}{\sqrt{Z_{E_R}^2+Z_{E_I}^2}}\angle\varphi_{I_S} \tag{9.95}$$

čiji je apsolutni iznos:

$$I_s=\left|\mathbf{I_s}(n,n_s)\right|=\frac{U_s}{\sqrt{Z_{E_R}^2(n,n_s)+Z_{E_I}^2(n,n_s)}} \tag{9.96}$$

dok je fazni pomak u odnosu na fazni napon definiran izrazom:

$$\varphi_{I_S}(n,n_s)=\arctan\left[-\frac{Z_{E_I}(n,n_s)}{Z_{E_R}(n,n_s)}\right] \tag{9.97}$$

Temeljem navedenog, faktor snage definira se izrazom:

$$\cos\left[\varphi_{I_S}(n,n_s)\right]=\frac{Z_{E_R}(n,n_s)}{\sqrt{Z_{E_R}^2(n,n_s)+Z_{E_I}^2(n,n_s)}} \tag{9.98}$$

pa se za djelatnu električnu snagu koju asinkroni elektromotor vuče iz mreže dobiva:

$$P_{el}(n,n_s)=\sqrt{3}I_fU_s\cos\varphi=3I_s(n,n_s)U_s\cos\left[\varphi_{I_S}(n,n_s)\right]=\frac{3U_s^2Z_{E_R}(n,n_s)}{Z_{E_R}^2(n,n_s)+Z_{E_I}^2(n,n_s)} \tag{9.99}$$

Pojednostavnjeni izrazi za električne i mehaničke veličine asinkronog motora

Zanemarujući struje magnetiziranja I_μ i praznog hoda I_{0_r}, temeljem nadomjesne sheme, za zakretni moment M_e trofaznog asinkronog motora dobiva se približan izraz, lit[45]:

$$M_e=M_e(s)=\frac{3U_s^2R_r'}{\omega_ss\left[\left(R_s+\frac{R_r'}{s}\right)^2+\left(X_s+X_r'\right)^2\right]} \tag{9.100}$$

odnosno:

$$M_e(n)=\frac{3U_s^2R_r'}{2\pi(n_s-n)\left[\left(R_s+\frac{n_sR_r'}{(n_s-n)}\right)^2+\left(X_s+X_r'\right)^2\right]} \tag{9.101}$$

Maksimalni (prekretni) moment, za R_s □ , iznosi:

$$M_{e_{\max}}=M_{pr}=\frac{3U_s^2}{2\omega_s\left[R_s\pm\sqrt{R_s^2+(X_s+X_r')^2}\right]}\approx\frac{3U_s^2}{2\omega_s(X_s+X_r')} \tag{9.102}$$

a postiže se pri prekretnom klizanju:

$$s_{pr}=\frac{R_r'}{\sqrt{R_s^2+(X_s+X_r')^2}}\approx\frac{R_r'}{X_s+X_r'} \tag{9.103}$$

Glavninu iznosa struje opterećenog motora čini preračunata rotorska struja čija se približna funkcijska ovisnost o parametru klizanja definira izrazom:

$$I_r'(s) = \frac{U_s}{\sqrt{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + (X_s + X_r')^2}} \tag{9.104}$$

odnosno o brzini vrtnje opterećenog motora:

$$I_r'(n) = \frac{U_s}{\sqrt{\left(R_s + \frac{n_s R_r'}{n_s - n}\right)^2 + (X_s + X_r')^2}} \tag{9.105}$$

Ukupna djelatna snaga P_e koju asinkroni motor vuče iz pripadajuće trofazne mreže jest u odnosu na mehaničku snagu, definiranu narinutim opterećenjem P_m, uvećana za iznos ukupnih gubitaka P_g, koji se sastoje od statorskih gubitaka: u željezu P_{Fe}, bakrenom namotu P_{Cu}, te dodatnih gubitaka P_{dod}, koji nastaju zbog vrtloženja struja u konstrukcijskim dijelovima, zbog potiskivanja itd., te se procjenjuju na iznos od 0,5 % djelatne električne snage pri nazivnom opterećenju P_{e_n}, rotorskih gubitaka u namotu rotora P_{elr} (i eventualno dodatnom otporu), te mehaničkih gubitaka P_{mg} izazvanih trenjem i ventilacijom.

Pri konstantnom naponu i frekvenciji vanjskog izvora, konstantni su i gubici u željezu statorske jezgre P_{Fe}, dok su pri promjenjivom opterećenju gubici u namotu statora P_{Cu} ovisni o promjenljivoj struji statora I_s, odnosno o promjenljivoj mehaničkoj snazi P_m, te se definiraju izrazom:

$$P_{Cu_s} = 3I_s^2 R_s \approx kP_m^{k_1}; \qquad (2 \le k_1 \le 3) \tag{9.106}$$

Dodatni gubici (P_{dod}) u statoru pri reduciranom vanjskom opterećenju mogu se približno odrediti iz sljedećeg izraza:

$$P_{dod} = 0,005 P_{e_n} \left(I_s / I_{s_n}\right)^2 \tag{9.107}$$

gdje je I_{s_n} struja pri nazivnom opterećenju, odnosno pri nazivnoj snazi P_{e_n}.

Gubici u namotu rotora i eventualno dodatnom otporu definiraju se izrazom:

$$P_{el_r} = s P_\delta = (1 - n/n_s) P_\delta = s M_e(\omega) \omega_s \tag{9.108}$$

gdje je P_δ snaga okretnog magnetskog polja, a ista se temeljem navedenog može definirati izrazom:

$$P_\delta = P_e - \left[P_{Fe_s} + 3I_s^2 R_s + 0,005 P_{e_n} \left(I_s / I_{s_n}\right)^2 \right] = P_e - P_{g_s} \tag{9.109}$$

gdje P_{g_s} naznačuje ukupne gubitke u statoru.

Uzimajući u obzir da glavninu struje opterećenog motora čini rotorska struja, može se pretpostaviti da je:

$$I_s = I_r I_{s_n} / I_{r_n} \tag{9.110}$$

gdje je temeljem izraza (9.53) kvadrat rotorske struje:

$$I_r^2 = \frac{n_s - n}{3 n_s R_r'} P_{e_m} \tag{9.111}$$

dok su mehanički gubici motora, odnosno gubici trenja i ventilacije proporcionalni kvadratu brzine vrtnje prema izrazu:

$$P_{m_g} = k_m n^2 \tag{9.112}$$

pa se uzimajući u obzir da je:

$$P_e = P_m + P_{m_g} = P_m + k_m n^2 \tag{9.113}$$

za kvadrat statorske struje dobiva:

$$I_s^2 = \left(\frac{I_{s_n}}{I_{r_n}}\right)^2 \frac{(n_s - n)(P_m + k_m n^2)}{3 n_s R_r'} \tag{9.114}$$

pa se napokon za ukupne statorske gubitke dobiva:

$$P_{g_s} = P_{Fe_s} + 3I_s^2 R_s + 0,005 P_{e_n} \left(I_s / I_{s_n}\right)^2 = P_{Fe_s} + \left[3R_s \left(\frac{I_{s_n}}{I_{r_n}}\right)^2 + \frac{0,005 P_{e_n}}{I_{r_n}^2}\right] \frac{(n_s - n)(P_m + k_m n^2)}{3 n_s R_r'} \tag{9.115}$$

Kako je električna snaga rotora:

$$M_e(\omega)\,\omega_s = P_m + k_m n^2 \tag{9.116}$$

za električne gubitke rotora dobiva se:

$$P_{el_r} = s(P_m + k_m n^2) = \frac{n_s - n}{n_s}(P_m + k_m n^2) \tag{9.117}$$

pa se napokon za iznos djelatne snage koju motor vuče iz električne mreže dobiva:

$$P_e(P_m, n_s, n) = P_{Fe_s} + \frac{n_s - n}{n_s}\left[\left(1 + \frac{n_s}{n_s - n} + \frac{3R_s I_{s_n}^2 + 0,005 P_{e_n}}{3R_r' I_{r_n}^2}\right) P_m + k_m n^2\right] \tag{9.118}$$

9.5 Kvazistatičko stanje elektromotornih pogona hidrauličkih strojeva

Za slučaj ***nereguliranog elektromotornog pogona hidrauličkog stroja*** s reguliranim protokom fluida u otvorenom cjevovodnom sustavu, s pretpostavljenim turbulentnim strujanjem, kvazistatički model je definiran sustavom nelinearnih jednadžbi kako slijedi:

$$\hat{a}_p Q^2 + \hat{b}_p n Q + \hat{c}_p n^2 - \Delta p_s - (R_{h_t} + \tilde{R}_h) Q^2 = 0 \tag{9.119}$$

$$\frac{\tilde{a}_0 - b_0 n}{\left(\tilde{a}_1 - b_1 n\right)^2 + \left(\tilde{a}_2 - b_2 n\right)^2} - 2\pi k_m n - \left(a_Q Q^2 + a_{nQ} n Q + a_n n^2\right) = 0 \tag{9.120}$$

gdje su sadržani koeficijenti definirani izrazom:

$$\left.\begin{aligned} &\tilde{a}_0 = a_0 f_s^3;\ \ b_0 = a_0 p\, f_s^2;\ \ \tilde{a}_1 = a_1 f_s;\ \ \tilde{a}_2 = a_2 f_s;\ \ a_Q = \frac{\tilde{A}_p}{\pi n_n};\ \ a_{nQ} = \frac{\tilde{B}_p}{\pi n_n^2};\ \ a_n = \frac{\tilde{C}_p}{\pi n_n^3};\ \ \hat{a}_p = \tilde{a}_p;\ \ \hat{b}_p = \frac{\tilde{b}_p}{n_n};\ \ \hat{c}_p = \frac{\tilde{c}_p}{n_n^2} \end{aligned}\right\} \tag{9.121}$$

Rješenja ovog sustava su ravnotežni broj okretaja $n_r = n_r(Q)$ elektromotornog pogona, te ravnotežni hidraulički otpor cjevovodnog sustava $R_h = R_h(Q)$, kojim se regulira protok fluida. Supstituiranjem $n_r = n_r(Q)$ u (9.99), za djelatnu električnu snagu koju neregulirani elektromotor (konstantnog napona i frekvencije napajanja) vuče iz brodske mreže, dobiva se funkcijska ovisnost o volumenskom protoku fluida kako slijedi:

$$P_{el}\left[n_r(Q)\right] = P_{el}(Q) = \frac{3U_s^2 Z_{E_R}(Q)}{Z_{E_R}^2(Q) + Z_{E_I}^2(Q)} \tag{9.122}$$

U slučaju ***reguliranog elektromotornog pogona hidrauličkog stroja*** s reguliranim protokom fluida u istoj cjevovodnoj mreži bez regulacijskog hidrauličkog otpora $R_h = 0$, kvazistatički model je definiran sustavom nelinearnih jednadžbi:

$$\hat{a}_p Q^2 + \hat{b}_p n Q + \hat{c}_p n^2 - \Delta p_s - R_{h_t} Q^2 = 0 \tag{9.123}$$

$$\frac{a_0 (f_s - p\, n) f_s^2}{\left(a_1 f_s - b_1 n\right)^2 + \left(a_2 f_s - b_2 n\right)^2} - 2\pi k_m n - \left(a_Q Q^2 + a_{nQ} n Q + a_n n^2\right) = 0 \tag{9.124}$$

pa se rješenjem ovog sustava dobivaju funkcijske ovisnosti ravnotežne brzine vrtnje $n_r = n_r(Q)$ i ravnotežne frekvencije napajanja $f_{s_r} = f_{s_r}(Q)$ o volumenskom protoku fluida.

Supstituiranjem dobivenih funkcijskih ovisnosti u (9.99), dobiva se funkcijska ovisnost djelatne električne snage, koju regulirani elektromotor vuče iz brodske mreže, o volumenskom protoku fluida:

$$P_{el}\left[n(Q), n_s(f)\right] = \frac{3U_s^2(Q)\,Z_{E_R}(Q)}{Z_{E_R}^2(Q) + Z_{E_I}^2(Q)} \tag{9.125}$$

Optimalno pogonsko stanje elektromotorne centrifugalne pumpe u pripadajućoj cjevovodnoj instalaciji moguće je postići istovremenim podešavanjem hidrauličkog otpora $\tilde{R}_h(Q)$ i frekvencije napajanja $f_s(Q)$, pri čemu je kvazistatički model definiran sustavom nelinearnih jednadžbi:

$$\hat{a}_p Q^2 + \hat{b}_p n Q + \hat{c}_p n^2 - \Delta p_s - (R_{h_t} + \tilde{R}_h) Q^2 = 0 \tag{9.126}$$

$$\frac{a_0 (f_s - p\,n) f_s^2}{(a_1 f_s - b_1 n)^2 + (a_2 f_s - b_2 n)^2} - 2\pi k_m n - \left(a_Q Q^2 + a_{nQ} n Q + a_n n^2\right) = 0 \tag{9.127}$$

koje predstavljaju jednakosna ograničenja pri minimiziranju djelatne snage (funkcija cilja) koju elektromotor vuče iz mreže.

Uvrštavanjem rješenja sustava jednadžbi $n(\tilde{R}_h, Q)$ i $f_s(\tilde{R}_h, Q)$ u izraz (9.99) za djelatnu električnu snagu, za funkciju cilja koju treba minimizirati dobiva se izraz:

$$P_{el}(n, n_s) = P_{el}\left[n(\tilde{R}_h, Q),\, f_s(\tilde{R}_h, Q)\right] = \frac{3\left[U_s(\tilde{R}_h, Q)\right]^2 Z_{E_R}(\tilde{R}_h, Q)}{\left[Z_{E_R}(\tilde{R}_h, Q)\right]^2 + \left[Z_{E_I}(\tilde{R}_h, Q)\right]^2} \tag{9.128}$$

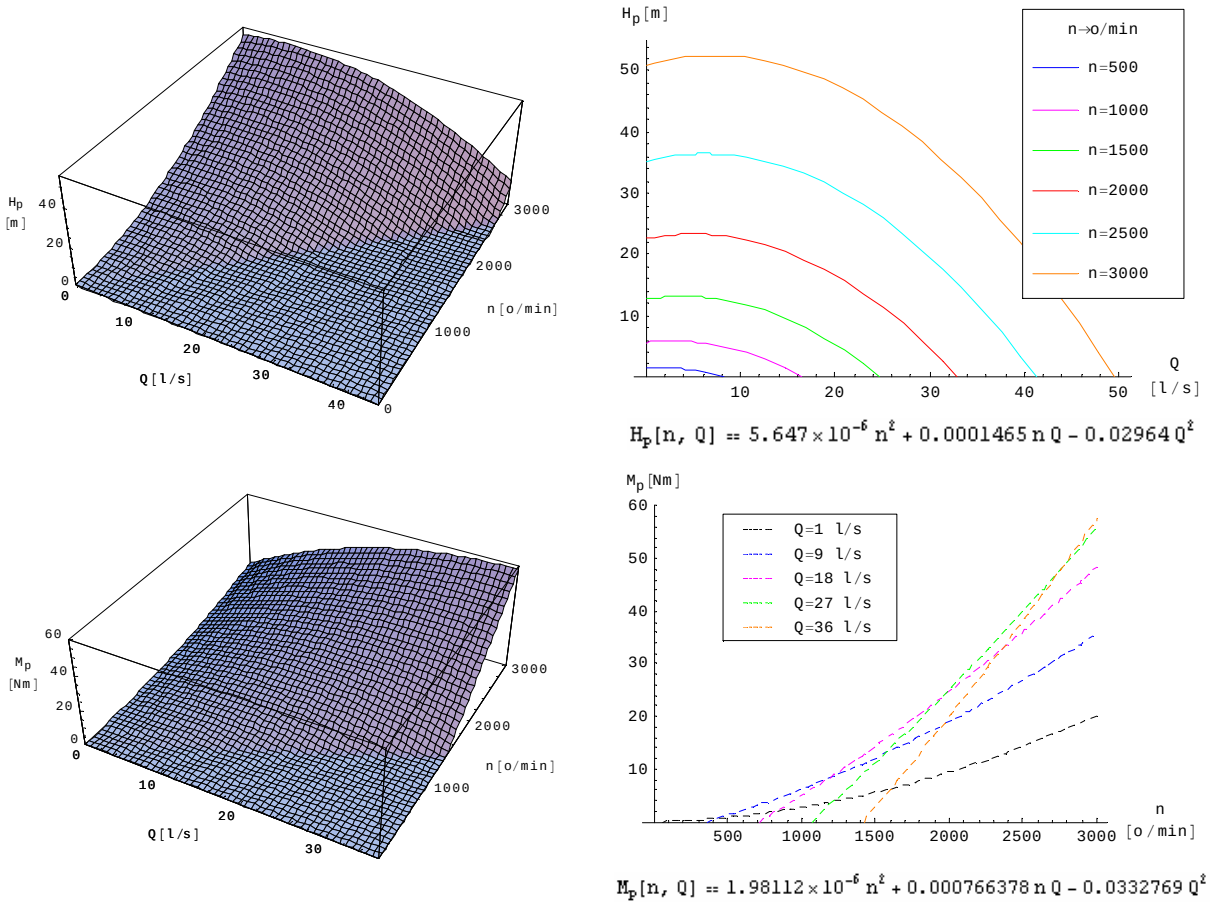
Ilustracijski primjer

Razmatra se elektromotorna centrifugalna pumpa rashladnog mora kondenzatora *ARU-a*, klimatizacijskog sustava nastambi, čije su glavne karakteristike kako slijedi:

-hidraulička karakteristika cjevovoda (kvazistatička i dinamička): $n \to$ o/min, $Q \to$ l/s

$H_t[Q] = 10 + 0.01863\,Q^2$: $H_t[Q] = 10 + 0.01863\,Q^2 + 0.22022\,\dot{Q}$

-dobavna (proizvodna) i momentna (potrošačka) karakteristika pumpe: $n \to$ o/min, $Q \to$ l/s



$H_p[n, Q] = 5.647 \times 10^{-6}\,n^2 + 0.0001465\,n\,Q - 0.02964\,Q^2$

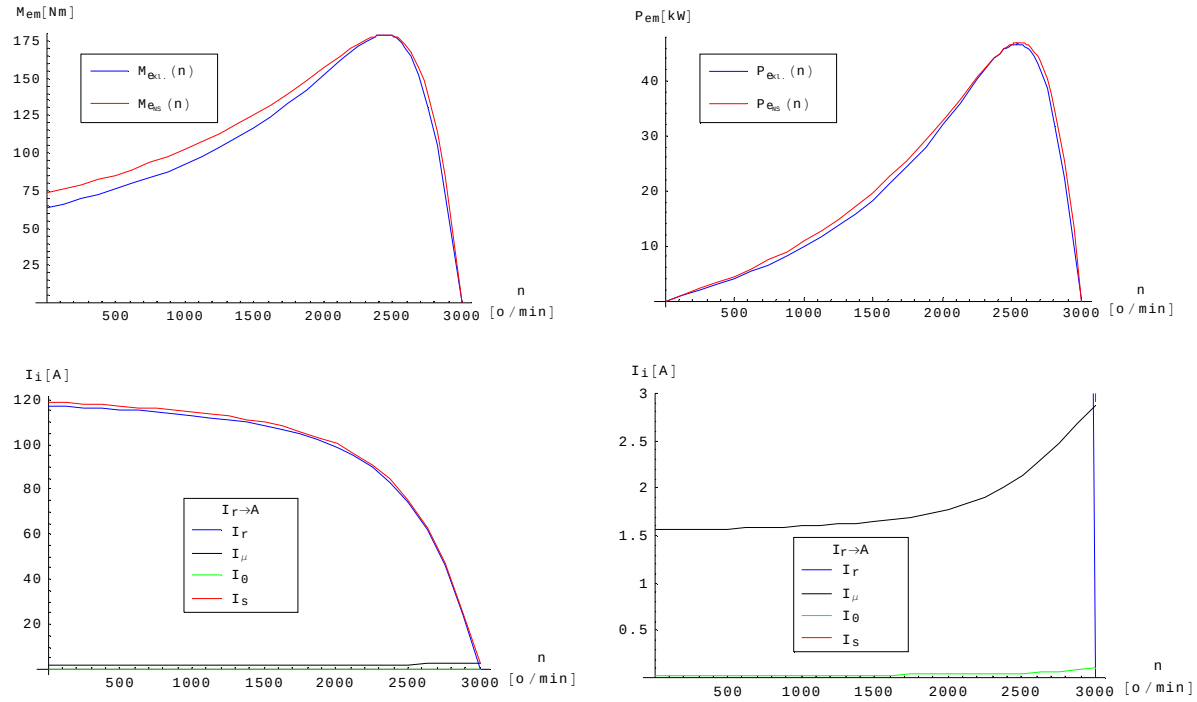
$M_p[n, Q] = 1.98112 \times 10^{-6}\,n^2 + 0.000766378\,n\,Q - 0.0332769\,Q^2$

Slika 9.3 Karakteristike pumpe: dobavna (proizvodna) i momentna (potrošačka)

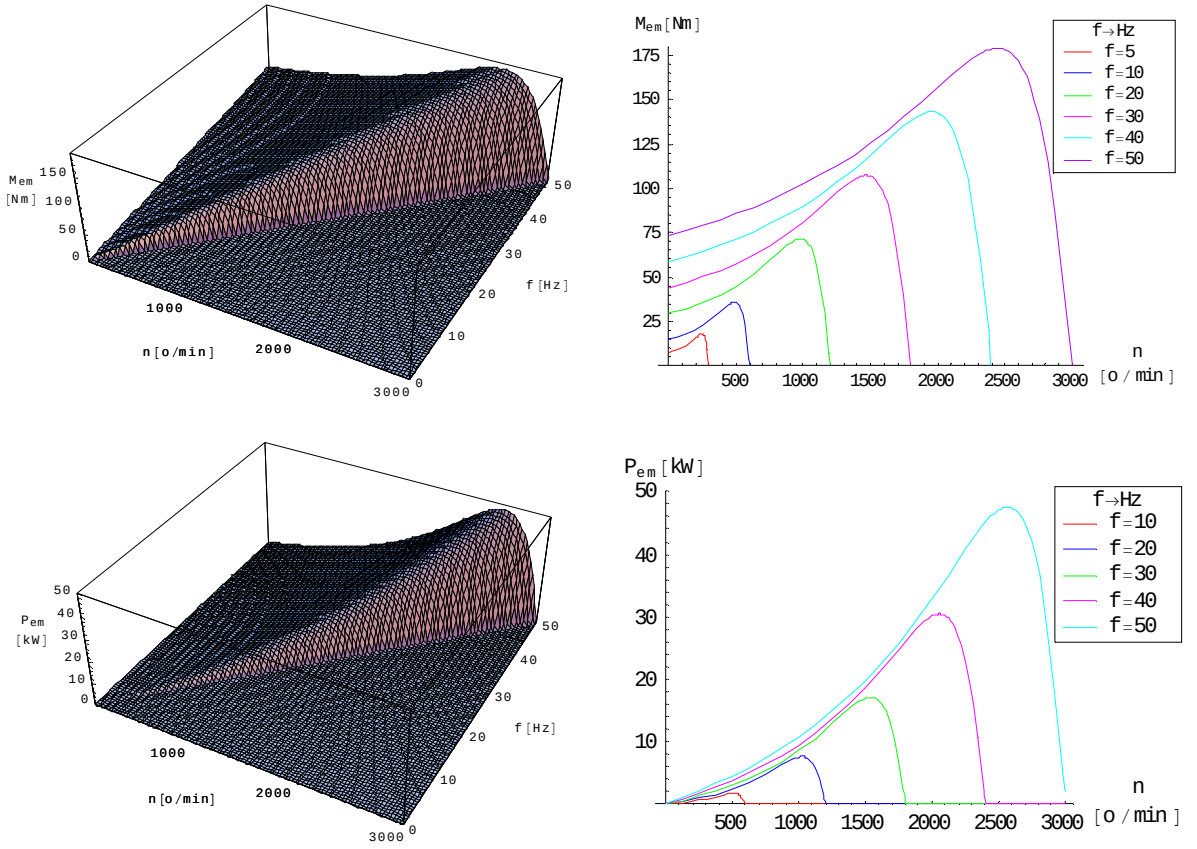
-parametri nadomjesne sheme asinkronog elektromotora:

$P_{e_n} = 16\,\text{kW};\ \ n_n = 2930\,\text{o/min};\ \ U_{s_n} = 380\,\text{V};\ \ f_{s_n} = 50\text{Hz}\ \ I_n = 29\,\text{A}; I_{s_n} = I_n/\sqrt{3}\,\text{A};\ \ M_{pr}/M_n = 2,7;\ \ I_k/I_n = 7;\ \ \cos\varphi_n = 0,9;$

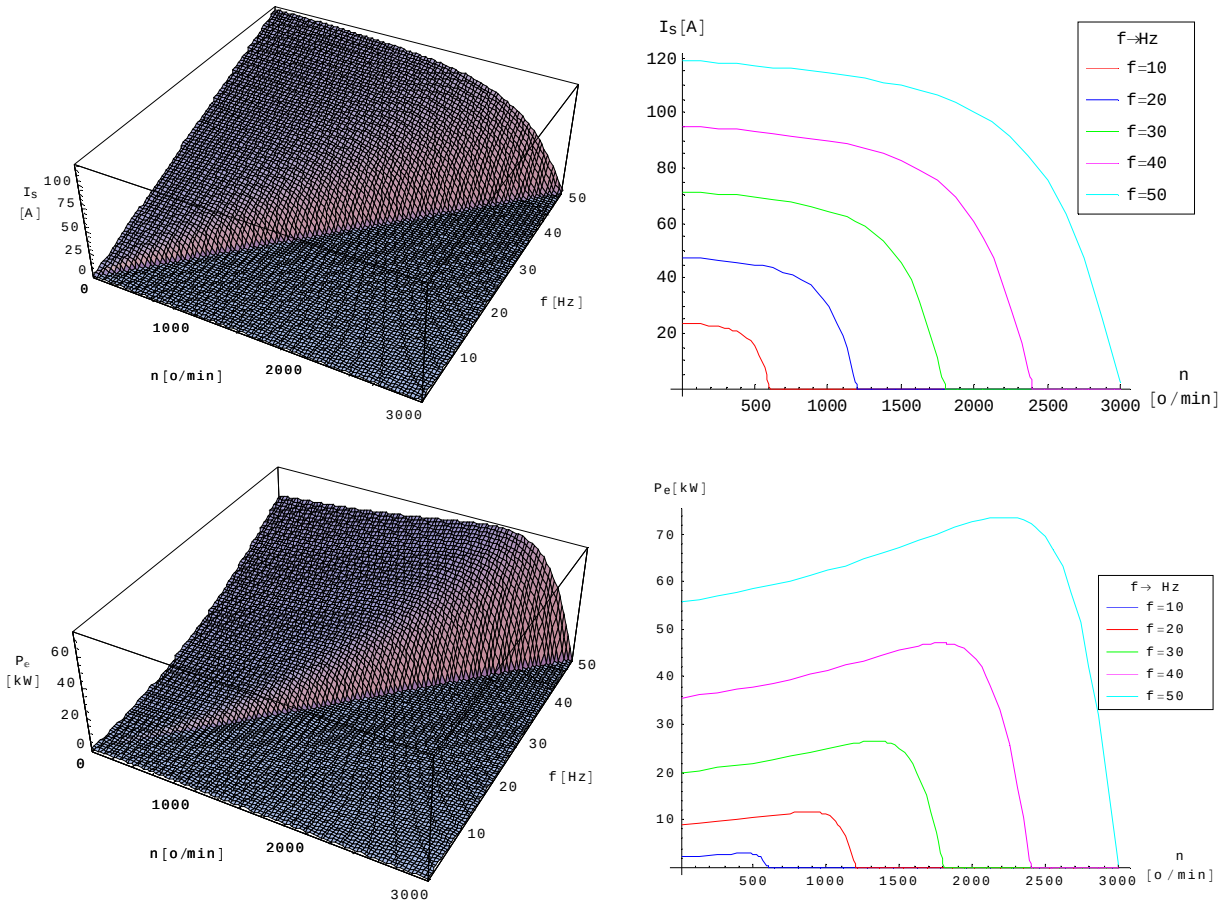
$\eta_n = 0,9;\ \ J_p = 0,063\,\text{kgm}^2;\ \ R_s = 0,76543\,\Omega;\ \ X_s = 1,2825\,\Omega;\ \ R_r' = 0,56\,\Omega;\ \ X_r' = 1,654\,\Omega;\ \ R_0 = 834,331\,\Omega;\ \ X_\mu = 131,114\,\Omega$



Slika 9.4 Statičke karakteristike nereguliranog asinkronog kaveznog elektromotora

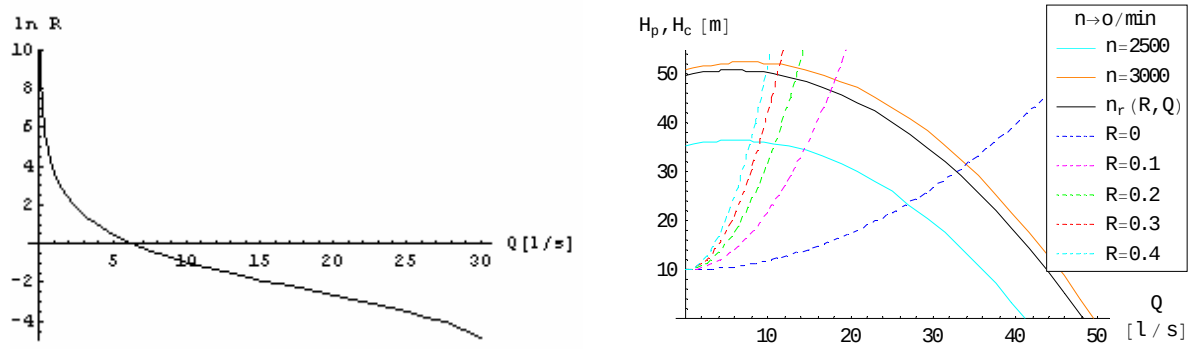


Slika 9.5 Statička momentna karakteristika i karakteristika snage okretnog magnetskog polja reguliranog asinkronog kaveznog elektromotora



Slika 9.6 Statička karakteristika statorske struje i djelatne električne snage reguliranog asinkronog kaveznog elektromotora

Za slučaj nereguliranog elektromotora, kada se protok fluida regulira podešavanjem hidrauličkog otpora, priložena *slika 9.7* ilustrira rješenje sustava jednadžbi (9.119-9.120), odnosno kvazistatički ravnotežni dodatni hidraulički otpor $\tilde{R}_h(Q)$, te kvazistatičku ravnotežnu brzinu vrtnje elektromotornog pogona $n_r(Q)$.

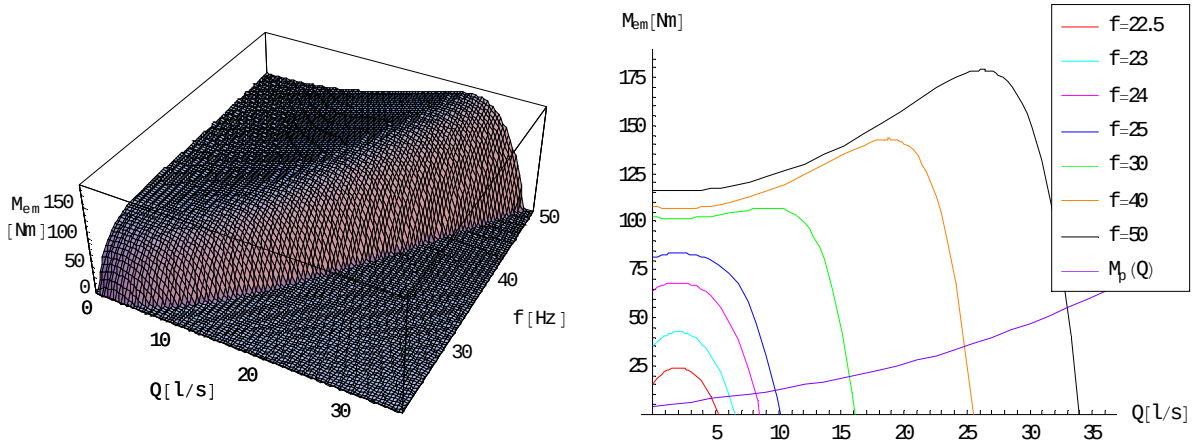


Slika 9.7 Ravnotežni hidraulički otpor cjevovoda, i ravnotežna hidraulička karakte. pumpe

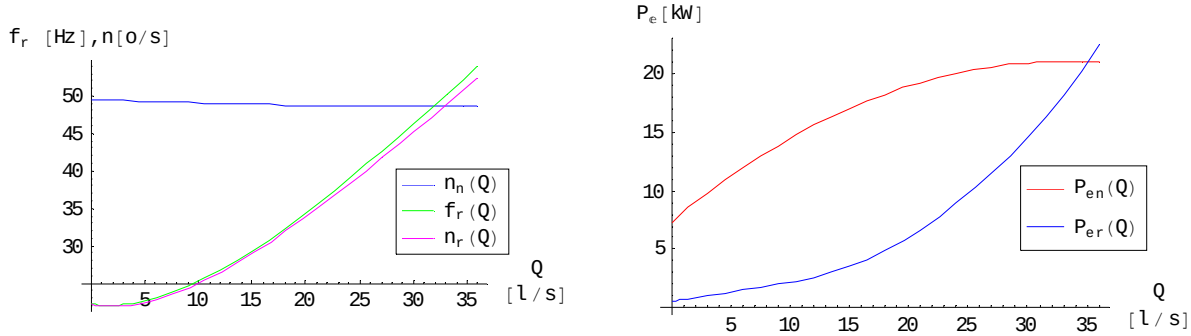
Temeljem ravnotežne brzine vrtnje $n_r(Q)$ reguliranog elektromotora (iz izraza 9.123), dobiva se funkcijska ovisnost $M_{em}[n_r(Q), f)] = M_{em}(f, Q)$, koju ilustrira priložena *slika 9.8*

Funkcijske ovisnosti ravnotežne brzine vrtnje $n_r(Q)$ i ravnotežne frekvencije $f_r(Q)$ reguliranog elektromotora odnosno rješenja sustava jednadžbi (9.123-9.124) ilustrira priložena *slika 9.10*. Temeljem ravnotežnih brzina vrtnje za neregulirani i regulirani elektromotor, te ravnotežne frekvencije za regulirani elektromotor, dobivaju se prema

odgovarajućim izrazima kvazistatički iznosi djelatnih električnih snaga nereguliranog i regulirano elektromotora, kako ilustrira priložena *slika 9.9.*



Slika 9.8 Momentna karakteristika reguliranog elektromotora pri $M_{em}[n_r(Q), f] = M_{em}(f, Q)$.



Slika 9.9 Kvazistatičke mehaničke i električne nereguliranog i reguliranog elektromotora

9.6 Tranzijentnost elektromotornih pogona hidrauličkih strojeva

Za razliku od stacionarnog (statičkog) pogonskog stanja kod kojeg su pojavne hidrauličke ($\Delta p_p, \Delta p_c, Q$), mehaničke ($n, M_{e_m}, M_p$), elektromagnetske ($I, U, R, L, \phi, B$) i toplinske veličine ($\vartheta, \Phi_g$), vremenski postojane, nestacionarno (tranzijentno) elektromotorno pogonsko stanje karakterizirano je vremenskom nepostojanošću barem jedne od navedenih fizikalnih veličina, pa ga se stoga akceptira dinamičkim pogonskim stanjem ili prijelaznom pojavom (iz jednog stacionarnog stanja u drugo). Kako su navedene veličine interaktivno povezane, vremenska promjenljivost jednih uzrokuje promjenjivost i drugih fizikalnih veličina, što čini analizu tranzijentnosti iznimno kompleksnom.

No, zahvaljujući činjenici da se razne, prirodom procesa obuhvaćene fizikalne veličine, vremenski mijenjaju znatno drugačijom brzinom (velika relativna brzina promjene), moguće je pribjeći određenim pojednostavnjenjima, pri čemu se prijelazne pojave razmatraju odijeljeno po vrstama, te se tako u najjednostavnijem slučaju analiza tranzijentnosti može provoditi zasebno za elektromagnetske, hidrauličke, mehaničke i toplinske prijelazne pojave.

Tipičan primjer za navedeno kod glavnine elektromotornih pogona su toplinske prijelazne pojave koje se odvijaju znatno sporije od ostalih, pa se uslijed toga temperatura još dugo mijenja nakon što elektromagnetske, mehaničke i hidrauličke veličine ponovno poprime konstantne vrijednosti. Zahvaljujući navedenoj činjenici, sa zadovoljavajućom točnošću može se takav elektromotorni pogon akceptirati dinamičkim u njegovoj prvoj vrlo kratkoj fazi kada se sve fizikalne veličine mijenjaju, dok se u njegovoj drugoj fazi kada se još mijenjaju samo

toplinske veličine s gledišta elektromagnetskih i mehaničkih veličina istog može smatrati stacionarnim (statičkim). Slično razmišljanje bilo bi prihvatljivo i za razmatranje elektromagnetskih veličina s jedne i mehaničkih veličina s druge strane, ukoliko je brzina promjene istih bitno različita, pa se u tom slučaju razmatranje može podijeliti na dvije vremenske faze pri čemu bi primjerice u jednoj fazi bile stacionarne elektromagnetske veličine a u drugoj mehaničke.

Dakle osnovni preduvjet za razmatranje dinamičkog stanja fizikalnih veličina samo jedne vrste, jeste taj da se ostale fizikalne veličine mijenjaju bilo znatno brže (trenutna promjena istih), bilo znatno sporije (konstantnost istih), inače je neophodno provoditi iznimno kompleksne spregnute analize.

Općenito je trajnost prijelazne pojave (trajanje promjene fizikalnih veličina), u elektromotornom pogonu hidrauličkog stroja uvjetovana iznosima hidrauličkih, mehaničkih, elektromagnetskih i toplinskih tromosti, koje karakteriziraju svojstvenu otpornost promjeni odgovarajućih vrsta fizikalnih veličina, te se tako svakoj promjeni protoka unutar hidrauličkog sustava odupire inercija fluida ($I_{fe} = 4\rho l/(\pi d^2)$), promjeni brzine vrtnje kod rotacijskih mehaničkih sustava odupire polarni moment tromosti rotirajućih masa ($I_p = mD^2$), promjeni struje u strujnom krugu odupire se tromost magnetskog polja (induktivitet strujnog kruga *L*), dok se promjeni temperature raznih dijelova elektromotora odupiru odgovarajući toplinski kapaciteti.

Trajanje mehaničke prijelazne pojave elektromotornog pogona, odnosno trajanje promjene brzine vrtnje i njome uzrokovani energijski gubici važni su ne samo s energetskog gledišta, već i zbog činjenice da izgubljena energija u znatnoj mjeri zagrijava namote pogonskog elektromotora, jer odgovarajući ventilacijski sustav pogonskog motora nije u stanju odvoditi iz namota stroja sveukupni toplinski tok proizveden elektromagnetskim gubicima tijekom prijelaznog pogonskog stanja. Za razliku od stacionarnog pogona kod kojeg su elektromagnetski gubici (u formi degradirane toplinske energije), u određenom odnosu prema, motorom proizvedenom mehaničkom radu, u dinamičkim stanjima se elektromagnetski gubici u formi toplinske energije koja zagrijava namote pojavljuju kako uslijed mehaničkog rada, tako i zbog promjene kinetičke energije (ubrzavanja) rotirajućih masa elektromotornog pogona, pa se zbog navedenog tijekom prijelazne pojave smanjuje mogućnost dobivanja mehaničkog rada iz elektromotora.

U analizi dinamičkih stanja elektromotornih pogona s asinkronim motorima posebno je važno ustanoviti trajanje prijelaznih pojava, te se (posebice kod teških pogona kaveznim motorima) pozabaviti toplinskim pitanjima. Kod asinkronih motora koji nemaju izražen efekt potiskivanja struje u rotoru (kolutni i jednokavezni motori s niskim štapovima) dinamička stanja se mogu analizirati korištenjem *Klossove* jednadžbe, kojom se na zadovoljavajući način aproksimira momentna karakteristika motora (*slika 9.4*, crvena krivulja):

$$M_{e_m}(s) = \frac{2M_{pr}}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}} \tag{9.131}$$

odnosno u funkcijskoj ovisnosti o brzini vrtnje:

$$M_{e_m}(n) = \frac{2(n_s - n_p)(n_s - n)M_{pr}}{(n_s - n_p)^2 + (n_s - n)^2} \tag{9.132}$$

gdje su M_{pr}, s_p i n_p prekretni moment, prekretno klizanje i prekretna brzina vrtnje.

Uslijed promjene brzine vrtnje, posebice tijekom zaleta kada je potrebno savladati moment tromosti rotirajućih masa, troši se znatno više energije nego što je to u slučaju ustaljenog pogona, pa se tako polazeći od diferencijalne jednadžbe gibanja asinkronog elektromotora date u zavisnosti o klizanju (*s*):

$$-I_p\omega_s\frac{ds}{M_{e_m}(s)-M_t(s)}=dt \tag{9.133}$$

te množenjem iste s $M_{e_m}(s)\omega_s s$, dobiva izraz:

$$M_{e_m}(s)\omega_s s\,dt=-I_p\omega_s^2\frac{M_{e_m}(s)}{M_{e_m}(s)-M_t(s)}s\,ds \tag{9.134}$$

u kojem član $M_{e_m}(s)\omega_s s$ upravo odgovara gubicima bakra u rotoru, pa lijeva strana jednadžbe predstavlja diferencijal energijskih gubitaka, koji kada se integrira od početka do kraja prijelazne pojave daje upravo ukupne energijske gubitke u bakru rotora:

$$E_{Cu_r}=\int_{t_1}^{t_2}M_{e_m}(s)\omega_s s\,dt=I_p\omega_s^2\int_{s_2}^{s_1}\frac{M_m(s)}{M_m(s)-M_t(s)}s\,ds \tag{9.135}$$

Podintegralna funkcija lijevog integrala predstavlja gubitke snage u bakru rotora $P_{Cu_r}(t)$, odnosno toplinski tok $\Phi_r(t)$ koji se tijekom prijelazne pojave oslobađa u namotima rotora, te ga se definira izrazom:

$$P_{Cu_r}(t)=\Phi_r(t)=M_{e_m}(s)\omega_s s=3R_r'\left\{I_r\left[n(t)\right]\right\}^2 \tag{9.136}$$

Postupajući na sličan način za gubitke snage u bakru statora $P_{Cu_s}(t)$, odnosno za toplinski tok $\Phi_s(t)$ koji se oslobađa u namotima statora tijekom prijelazne pojave dobiva se:

$$P_{Cu_s}(t)=\Phi_s(t)=\frac{3R_sI_pI_s^2(n)}{M_{e_m}(n)-M_t(n)}2\pi\frac{dn}{dt}=3R_s\left\{I_s\left[n(t)\right]\right\}^2 \tag{9.137}$$

dok se za ukupne energijske gubitke u bakru statora tijekom trajanja prijelazne pojave dobiva:

$$E_{Cu_s}=3R_s\int_{t_i}^{t_j}\left\{I_s\left[\omega(t)\right]\right\}^2dt=3R_sI_p\int_{\omega_i}^{\omega_j}\frac{2\pi I_s^2(n)}{M_{e_m}(n)-M_t(n)}dn \tag{9.138}$$

Iz navedenog je razvidno da se najveći dio izgubljene električne energije akumulira u formi toplinske energije u rotoru i statoru samog motora, pa se stoga već pri njihovoj gradnji mora posebice analizirati i termička situacija, kako bi isti mogli izdržati predvidljiva toplinska naprezanja.

Zanemarujući kondukciju topline kroz bakrene namote rotora, odnosno tijelo rotora iz zakona održanja energijskog toka dobiva se diferencijalna jednadžba po nepoznatoj temperaturnoj funkciji rotorskih namota:

$$\Phi_r(t)=c_{Cu_r}m_{Cu_r}\frac{d\vartheta_r}{dt}+\alpha_rA_r\left[\vartheta_r(t)-\tilde{\vartheta}_a\right] \tag{9.139}$$

gdje je $\tilde{\vartheta}_a$ korigirana ambijentalna temperatura (ovdje uzeta konstantnom jer je u odnosu na brzinu toplinske prijelazne pojave promjena iste vremenom zanemariva), α_r koeficijent prijelaza topline između rotorskog namota i zraka, A_r oplošje (prolazna površina) tijela rotora, c_{Cu_r}, m_{Cu_r} specifični toplinski kapacitet masa tijela rotora, $a_r=\alpha_rA_r/(c_{Cu_r}m_{Cu_r})$.

Kako se ovdje radi o nehomogenoj, linearnoj diferencijalnoj jednadžbi prvog reda njeno opće rješenje biva:

$$\vartheta_r(t)_I=\mathrm{e}^{-a_rt}\left\{\int\mathrm{e}^{a_rt}\left[\frac{\Phi_r(t)}{c_{Cu_r}m_{Cu_r}}+a_r\tilde{\vartheta}_a\right]dt+C_{r_1}\right\} \tag{9.140}$$

gdje je C_{r_1} nepoznata integracijska konstanta odrediva iz početnog uvjeta $\vartheta_r(0)=\tilde{\vartheta}_a$.

Postupajući na sličan način dobiva se i diferencijalna jednadžba po nepoznatoj temperaturnoj funkciji statorskih namota:

$$\Phi_s(t)=c_{Cu_s}m_{Cu_s}\frac{d\vartheta_s}{dt}+(\alpha_{s_u}A_{s_u}+\alpha_{s_v}A_{s_v})\left[\vartheta_s(t)-\tilde{\vartheta}_a\right] \tag{9.141}$$

čije je opće rješenje:

$$\vartheta_s(t)_I = \mathrm{e}^{-a_s t}\left\{\int \mathrm{e}^{a_s t}\left[\frac{\Phi_s(t)}{c_{Cu_s} m_{Cu_s}} + a_s \tilde{\vartheta}_a\right] dt + C_{s_I}\right\} \tag{9.142}$$

gdje je C_s nepoznata integracijska konstanta odrediva iz početnog uvjeta: $\vartheta_s(0) = \tilde{\vartheta}_a$

U navedenom izrazu je $a_s = (\alpha_{s_u} A_{s_u} + \alpha_{s_v} A_{s_v})/(c_{Cu_r} m_{Cu_r})$, pri čemu su α_{s_u} i α_{s_v} koeficijenti prijelaza topline od tijela statora na ventilacijski zrak temperature $\tilde{\vartheta}_a$, dok su A_{s_u} i A_{s_v} unutrašnja (na strani zračnog raspona) i vanjska (na strani ambijentalnog zraka) prolazna površina.

Budući da su funkcijske ovisnosti toplinskih tokova $\Phi_r(t)$ i $\Phi_s(t)$ tijekom trajanja elektromehaničke prijelazne pojave uglavnom složene, to će u glavnini slučajeva navedene diferencijalne jednadžbe biti rješive tek numerički unutar odgovarajućeg vremenskog intervala. Nakon postizanja stacionarnog pogonskog stanja, toplinski tokovi će poprimaju konstantne iznose $\Phi_r(\tau_1) = const.$ i $\Phi_s(\tau_1) = const.$, pa se lako temeljem izračunatih temperatura $\vartheta_r(\tau_1)_I = \vartheta_r(0)_{II}$ i $\vartheta_s(\tau_1)_I = \vartheta_s(\tau_1)_{II}$ dobivaju početni uvjeti za odgovarajuće diferencijalne jednadžbe nad drugim podintervalom toplinske prijelazne pojave. Diferencijalne jednadžbe izmjene topline nad ovim pogonskim intervalom glase:

$$\Phi_r(t) = c_{Cu_r} m_{Cu_r} \frac{d\vartheta_r}{dt} + \alpha_r A_r \left[\vartheta_r(t) - \tilde{\vartheta}_a\right] \tag{9.143}$$

$$\Phi_s(t) = c_{Cu_s} m_{Cu_s} \frac{d\vartheta_s}{dt} + (\alpha_{s_u} A_{s_u} + \alpha_{s_v} A_{s_v})\left[\vartheta_s(t) - \tilde{\vartheta}_a\right] \tag{9.144}$$

pa se za nepoznate temperaturne funkcije dobiva:

$$\vartheta_r(t)_{II} = \tilde{\vartheta}_a + \frac{\Phi_r}{\alpha_r A_r} + \left[\vartheta_r(\tau_1)_I - \tilde{\vartheta}_a - \frac{\Phi_r}{\alpha_r A_r}\right]\mathrm{e}^{-a_r t} \tag{9.145}$$

$$\vartheta_s(t)_{II} = \tilde{\vartheta}_a + \frac{\Phi_s}{\alpha_{s_u} A_{s_u} + \alpha_{s_v} A_{s_v}} + \left[\vartheta_s(\tau_1)_I - \tilde{\vartheta}_a - \frac{\Phi_s}{\alpha_{s_u} A_{s_u} + \alpha_{s_v} A_{s_v}}\right]\mathrm{e}^{-a_s t} \tag{9.146}$$

Nadalje se razmatraju prijelazne pojave neupravljive elektromotorne centrifugalne pumpe integrirane u otvoreni i zatvoreni cjevovodni sustav tijekom njenog upuštanja u pogon.

Zanemarujući s jedne strane elektromagnetske prijelazne pojave, čija je relativna brzina promjene u odnosu na mehaničke i hidrauličke prijelazne pojave velika, te s druge strane toplinske prijelazne pojave, čija je relativna brzina promjene u odnosu na mehaničke i hidrauličke prijelazne pojave mala, postavit će se pojednostavnjeni dinamički modeli (zanemarujući mehaničke i hidrauličke kapacitancije) elektromotorne centrifugalne pumpe u otvorenom i zatvorenom cjevovodnom sustavu.

Otvoreni cjevovodni sustav

U slučaju fluidom potpuno ispunjenog otvorenog cjevovodnog sustava prisutna su dva karakteristična dinamička pogonska stanja: prvo kod kojeg nema protoka fluida kroz sustav sve dok se ne premaši statički tlak cjevovodne instalacije, te drugo koje nastupa neposredno nakon premašivanja statičkog tlaka cjevovodne instalacije, kada dolazi do ubrzavanja fluida do konačne kvazistatičke srednje brzine strujanja.

Pojednostavnjeni dinamički model nad ***prvim pogonskim intervalom*** za kojeg je $Q(t) = 0$, definira se nelinearnom diferencijalnom jednadžbom prvog reda:

$$\frac{\tilde{a}_0 - b_0 n(t)}{\left[\tilde{a}_1 - b_1 n(t)\right]^2 + \left[\tilde{a}_2 - b_2 n(t)\right]^2} - 2\pi k_m n(t) - a_n n^2(t) = \frac{I_p}{2\pi}\dot{n}(t) \tag{9.147}$$

te traje sve dok se ne uspostavi ravnotežna brzina vrtnje, pridobiva iz izraza:

$$\hat{c}_p n^2(t) - \Delta p_s = 0 \;\Rightarrow n^2(t = \tau_1) = \sqrt{\Delta p_s / \hat{c}_p} \tag{9.148}$$

pri čemu je početni uvjet $n(0) = 0$.

Pojednostavnjeni dinamički model nad ***drugim pogonskim intervalom***, definira se sustavom nelinearnih diferencijalnih jednadžbi prvog reda:

$$\hat{a}_p Q^2(t) + \hat{b}_p n(t) Q(t) + \hat{c}_p n^2(t) - \Delta p_s - R_{h_t} Q^2(t) = I_{f_e} \dot{Q}(t) \tag{9.149}$$

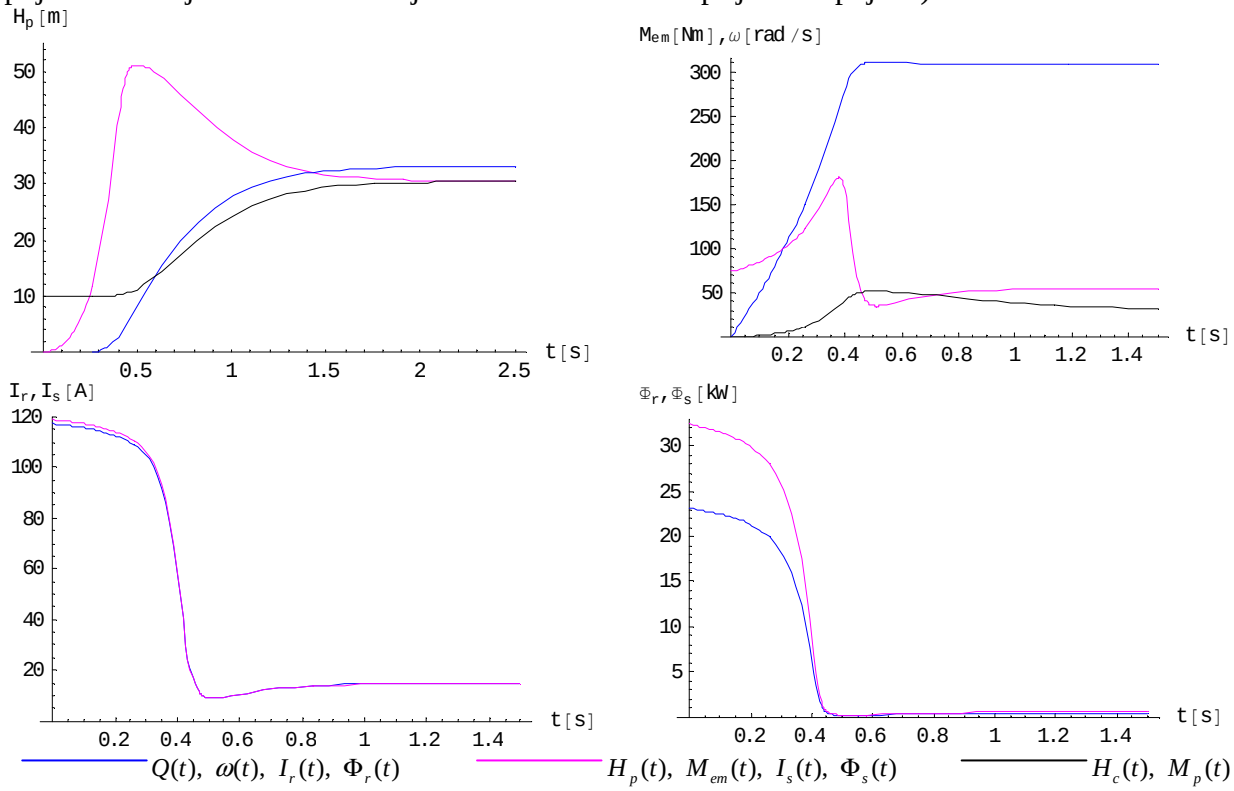
$$\frac{\tilde{a}_0 - b_0 n(t)}{\left[\tilde{a}_1 - b_1 n(t)\right]^2 + \left[\tilde{a}_2 - b_2 n(t)\right]^2} - 2\pi k_m n(t) - \left[a_Q Q^2(t) + a_{nQ} n(t) Q(t) + a_n n^2(t)\right] = \frac{I_p}{2\pi} \dot{n}(t) \tag{9.150}$$

pri čemu su početni uvjeti $n(0) = n_I(\tau_1)$ i $Q(0) = 0$.

Navedene diferencijalne jednadžbe rješive su tek numerički, pa u slučaju elektromotorne centrifugalne pumpe u otvorenom sustavu ilustracijskog primjera, rješenja karakterističnih hidrauličkih i mehaničkih veličina nad oba pogonska podintervala prikazuje priložena *slika 9.10*.

Korištenjem izraza (9.66) i (9.96) za vremenski promjenjive iznose rotorske i statorske struje tijekom prijelazne pojave upućivanja, pridobivaju se krivulje koje ilustrira priložena *slika 9.10*.

Rezistancijama rotora i statora prouzročene toplinski tokove $\Phi_r(t)$ i $\Phi_s(t)$, tijekom elektromehaničke prijelazne pojave, prikazuje priložena *slika 9.11*, te valja naglasiti da bez obzira na to što uspostavom statičkog elektromehaničkog stanja ove veličine poprimaju konstantne iznose, trajanje toplinske prijelazne pojave elektromotora traje sve dotle dok namoti rotora i statora ne poprime kvazistatičku temperaturu (trajanje toplinske prijelazne pojave barem je za red veličine je veće od hidrauličke prijelazne pojave).



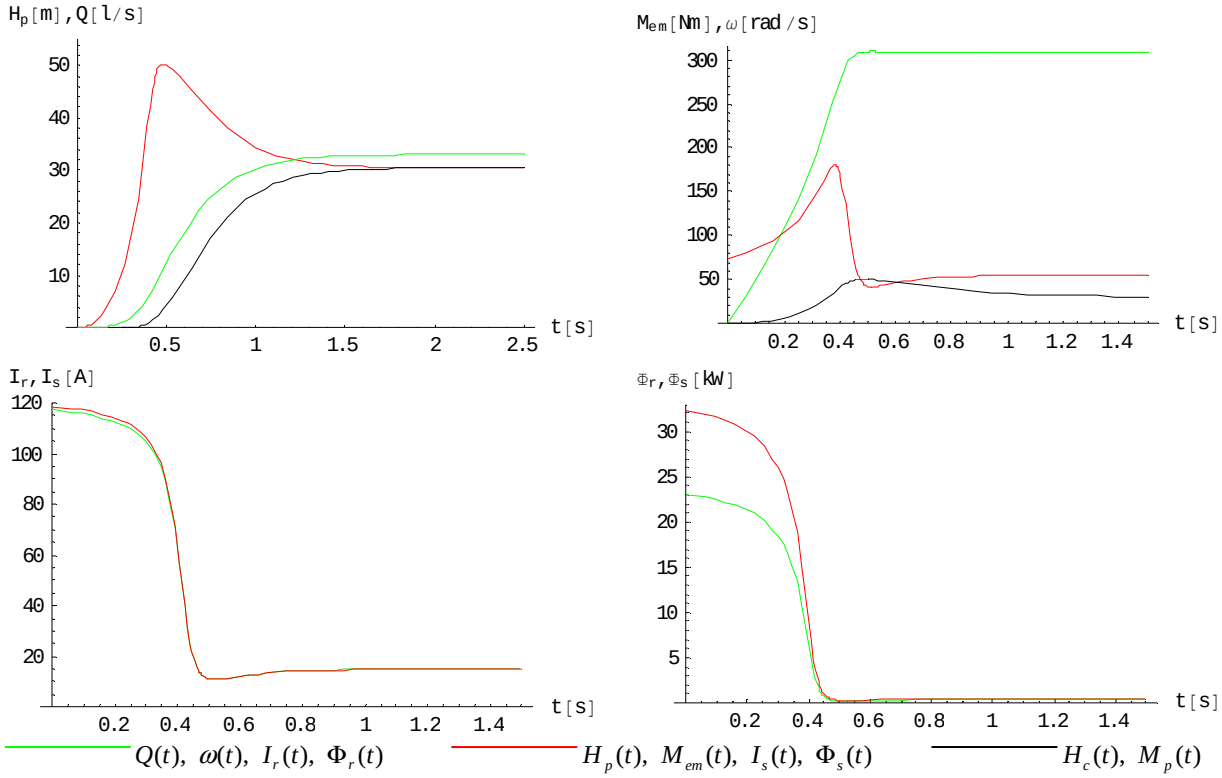
Slika 9.10 Prikaz karakterističnih: hidrauličkih, mehaničkih, električnih i toplinskih veličina tijekom prijelaznog stanja u otvorenom cjevovodnom sustavu

Zatvoreni cjevovodni sustav

U ovom slučaju, kada je cjevovod potpuno ispunjen fluidom dinamičko pogonsko stanje tijekom upuštanja u pogon jednoznačno se definira sustavom nelinearnih diferencijalnih jednadžbi (9.149) i (9.150), pri čemu su početni uvjeti $n(0) = 0$ i $Q(0) = 0$.

Numerička rješenja ovog sustava diferencijalnih jednadžbi $n(t)$ i $Q(t)$ ilustrira priložena *slika 9.11*, kao i hidrauličku karakteristike pumpe $H_p(t)$ i cjevovodnog sustava $H_c(t)$, te mehaničku elektromotora $M_{e_m}(t)$.

Uvrštavanjem dobivenih funkcijskih ovisnosti $n(t)$ i $Q(t)$ u odgovarajuće izraze za rotorsku $I_r(n)$ i statorsku struju $I_s(n)$, te u izraze za toplinske tokove $\Phi_r(n)$ i $\Phi_s(n)$ koji se generiraju u rotorskim i statorskim namotima dobivaju se funkcijske ovisnosti električnih i toplinskih veličina tijekom ove prijelazne pojave $I_r(t), I_s(t)$, te $\Phi_r(t)$ i $\Phi_s(t)$, (*slika 9.11*).



Slika 9.11 Prikaz karakterističnih: hidrauličkih, mehaničkih, električnih i toplinskih veličina tijekom prijelaznog stanja u zatvorenom cjevovodnom sustavu

9.7 Kvazistatičko električno opterećenje DMTES-a

Polazeći od pretpostavke da je konfiguracija brodske električne mreže takva da sadrži *n* paralelno spojenih grupa električnih trošila, kvazistatička ekvivalentna impedancija na pragu brodske elektrane (stezaljkama generatora) definira se izrazom:

$$Z_E(t) = Z_0(t) + \left[\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{Z_{E_i}(t)}\right]^{-1} \tag{9.151}$$

gdje je $Z_0(t)$ impedancija faze glavnog voda od generatora do glavne rasklopne ploče:

$$Z_0(t) = R_0(t) + jX_0(t) \tag{9.152}$$

pri čemu je $R_0(t)$ kvazistatički omski otpor i $X_0(t)$ je kvazistatička reaktancija.

Kod *DMTES-a* na brodovima za prijevoz rasutih umjereno pothlađenih tereta, potrošači električne energije mogu se svrstati u otprilike *12* karakterističnih grupa pri čemu svaka grupa sadrži i_u neupravljivih i $\tilde{i}_u$ upravljivih elektromotornih pogona.

Kvazistatičke impedancije i_u*-tog nereguliranog* i $i_{\tilde{u}}$*-tog reguliranog* u trokut spojenog asinkronog elektromotora definiraju se odgovarajućim izrazima kako slijedi:

$$Z_{E_{i_u}}(t) = Z_{s_{i_u}}(t) + \left[\frac{1}{Z_{r_{i_u}}(t)} + \frac{1}{Z_{\mu_{i_u}}(t)} + \frac{1}{Z_{0_{i_u}}(t)} \right]^{-1} \tag{9.153}$$

$$Z_{E_{i_{\tilde{u}}}}(t) = Z_{s_{i_{\tilde{u}}}}(t) + \left[\frac{f_s}{f_{r_{i_{\tilde{u}}}}(\phi_{e_{i_{\tilde{u}}}})} \right] \left[\frac{1}{Z_{r_{i_{\tilde{u}}}}(t)} + \frac{1}{Z_{\mu_{i_{\tilde{u}}}}(t)} + \frac{1}{Z_{0_{i_{\tilde{u}}}}(t)} \right]^{-1} \tag{9.154}$$

gdje je $f_{r_{i_{\tilde{u}}}}(\phi_{e_{i_{\tilde{u}}}})$ kvazistatička ravnotežna frekvencija potrebna za uravnoteženje kvazistatičke varijable toka $\phi_{e_{i_{\tilde{u}}}}(t)$, involvirane $i_{\tilde{u}}$*-tim* reguliranim elektromotornim pogonom.

U razmatranim hidrauličkim sustavima $\phi_{e_{i_{\tilde{u}}}}(t)$ odgovara kvazistatičkom volumenskom protoku fluida $Q_{i_{\tilde{u}}}(t)$, dok bi primjerice kod reguliranog elektromotornog pogona priteznog vitla odgovarao kvazistatičkoj brzini pritezanja $v_{i_{\tilde{u}}}(t)$.

Uzimajući u obzir impedanciju konduktorskog sustava svakog *EMP-a* u *i-toj* grupi trošila $Z_{k_{i_u}}(t)$ i $Z_{k_{i_{\tilde{u}}}}(t)$, kao i impedanciju konduktorskog sustava *i-te* grupe trošila $Z_{k_i}(t)$, za ekvivalentnu impedanciju *i-te* grupe koja sadrži m_u nereguliranih i $\tilde{m}_u$ reguliranih *EMP-a* u paralelnom spoju, dobiva se:

$$Z_{E_i}(t) = Z_{k_i}(t) + \left[\sum_{u=1}^{m_u} \left\{ \sqrt{3} Z_{k_{i_u}}(t) + Z_{s_{i_u}}(t) + \left[\frac{1}{Z_{r_{i_u}}(t)} + \frac{1}{Z_{\mu_{i_u}}(t)} + \frac{1}{Z_{0_{i_u}}(t)} \right]^{-1} \right\}^{-1} + \sum_{\tilde{u}=1}^{\tilde{m}_u} \left(\sqrt{3} Z_{k_{i_{\tilde{u}}}}(t) + \left[\frac{f_s}{f_{r_{i_{\tilde{u}}}}(\phi_{e_{i_{\tilde{u}}}})} \right] \left\{ Z_{s_{i_{\tilde{u}}}}(t) + \left[\frac{1}{Z_{r_{i_{\tilde{u}}}}(t)} + \frac{1}{Z_{\mu_{i_{\tilde{u}}}}(t)} + \frac{1}{Z_{0_{i_{\tilde{u}}}}(t)} \right]^{-1} \right\} \right)^{-1} \right]^{-1} \tag{9.155}$$

Pretpostavljajući da su sva jednofazna trošila (rasvjeta, kuhinjski uređaji, jednofazni i dvofazni motori male snage) simetrično uravnotežena, s ekvivalentnom impedancijom $Z_{\Sigma_0}(t)$, te da su u paralelnom spoju s ostalih *n* grupa koje sadrže asinkrone *EMP-e*, ekvivalentna impedancija na pragu brodske elektrane prema (9.151) definira se izrazom:

$$Z_{E_i}(t) = Z_{E_0}(t) + \left(\frac{1}{Z_{\Sigma_0}(t)} + \sum_{i=1}^{n} \left\{ Z_{k_i}(t) + \left[\begin{array}{l} \sum_{u=1}^{m_u} \left\{ \sqrt{3} Z_{k_{i_u}}(t) + Z_{s_{i_u}}(t) + \left[\frac{1}{Z_{r_{i_u}}(t)} + \frac{1}{Z_{\mu_{i_u}}(t)} + \frac{1}{Z_{0_{i_u}}(t)} \right]^{-1} \right\}^{-1} + \\ + \sum_{\tilde{u}=1}^{\tilde{m}_u} \left(\sqrt{3} Z_{k_{i_{\tilde{u}}}}(t) + \left[\frac{f_s}{f_{r_{i_{\tilde{u}}}}(\phi_{e_{i_{\tilde{u}}}})} \right] \left\{ Z_{s_{i_{\tilde{u}}}}(t) + \left[\frac{1}{Z_{r_{i_{\tilde{u}}}}(t)} + \frac{1}{Z_{\mu_{i_{\tilde{u}}}}(t)} + \frac{1}{Z_{0_{i_{\tilde{u}}}}(t)} \right]^{-1} \right\} \right)^{-1} \end{array} \right]^{-1} \right\}^{-1} \right)^{-1} \tag{9.156}$$

10 ENERGETSKI, EKONOMSKI I EKOLOŠKI UČINCI BDMTES-a

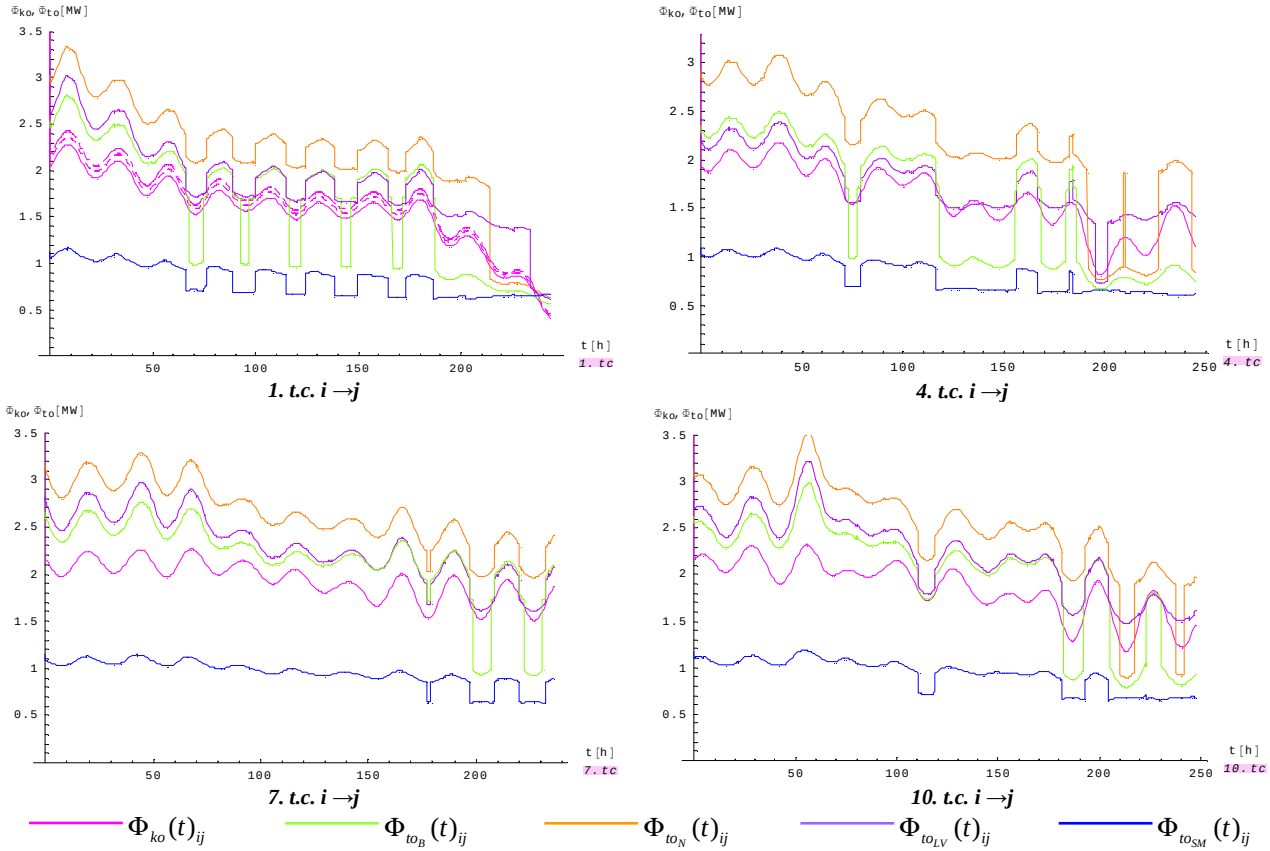
10.1 Energetska dostatnost DMTES-a u uravnoteženju toplinskog opterećenja broda namijenjenog transportu umjereno hlađenih tereta

Temeljem odgovarajućih matematičkih modela za kvazistatička visokotlačna i niskotlačna toplinska opterećenja broda, te kvazistatičkog učinka visokotlačne i niskotlačne dizel-motorne kogeneracije (definiranih u poglavlju 2), može se ispitati tehno-energetska primjenjivost *BDMTES-a* na brodovima namijenjenim transportu umjereno pothlađenih rasutih *živih* i *mrtvih* tereta.

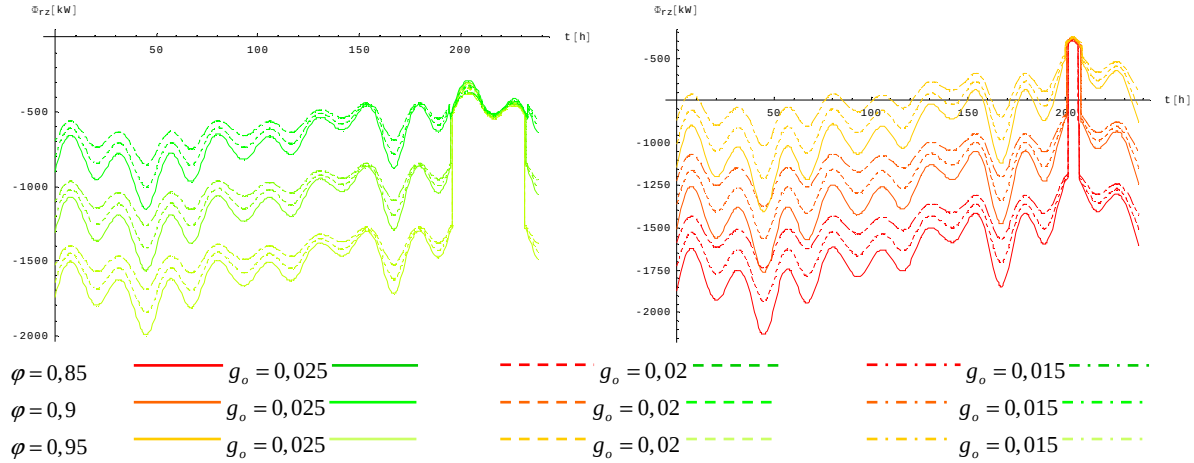
Ukupna visokotlačna i niskotlačna toplinska opterećenja broda uvjetovana su vrstom tereta, te se unutar jednogodišnjeg perioda (14 transportnih ciklusa) mijenjaju iz ciklusa u ciklus, kao i tijekom plovidbe nakrcanog i nenakrcanog broda (plovidba u balastu) između definiranih odredišta.

Zajednički prikaz ukupnog kvazistatičkog toplinskog opterećenja nakrcanog broda s karakterističnim rasutim teretima (***banane-B***, ***naranče-N***, ***listopadno voće-LV*** i ***smrznuto meso-SM***), i kvazistatičkog toplinskog učinka jednotlačnog (visokotlačnog) kogeneracijskog sustava, za nekoliko karakterističnih transportnih ciklusa ilustrira priložena *slika 10. 1*, iz koje je razvidno da je ***DMTES*** dostatan jedino za uravnoteženje nastupajućih toplinskih opterećenja mrtvih rasutih tereta (smrznuto meso i meso u vakuum pakovanjima).

Eventualnim povećavanjem površine isparivača utilizacijskog kotla (što se vidi iz priložene slike za 1. t.c.), neznatno se povećava toplinski učinak kogeneracijskog sustava, pa bi se eventualno uravnoteženje moglo postići ili odgovarajućim terećenjem loženog kotla ili namjernom promjenom mikroklimatskih parametara u skladištima živih tereta.



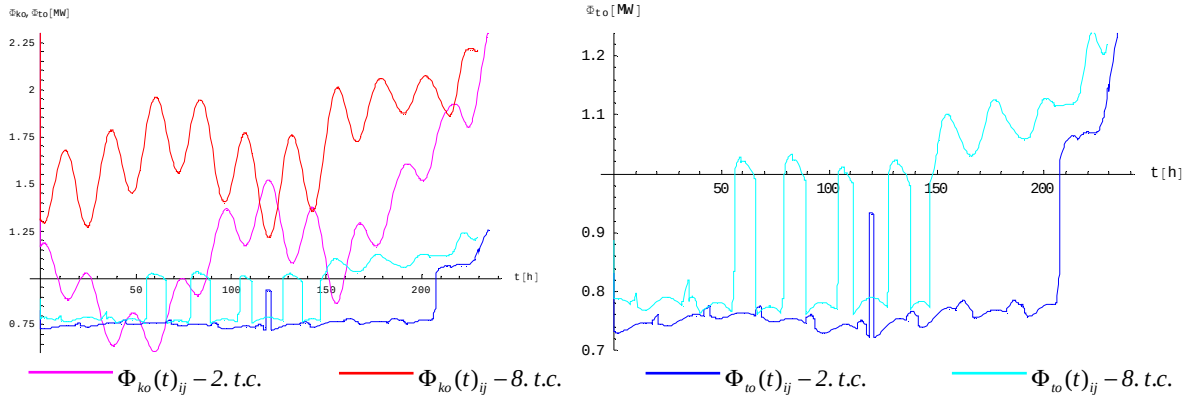
Slika 10.1 Ukupno kvazistatičko toplinsko opterećenje broda za različite terete i kvazistatički toplinski učinak jednotlačnog kogeneracijskog sustava tijekom karakteristi. t.c.-a



Slika 10.2 Kvazistatičko toplinsko opterećenje hladnjaka zraka tijekom 9. t.c.-a za različite relativne vlažnosti φ skladišnog prostora i masene udjele svježeg zraka g_o

Iz priložene *slike 10. 2*, razvidno je da na rashladno opterećenje rashladnog sustava karakterističnog živog tereta, najviše utječe održavana relativna vlažnost φ_a, čijim se neznatnim povećanjem (primjerice s 90 na 95%), rashladno opterećenje reducira na 60% prvotnog iznosa. Kako je odnosno toplinsko opterećenje kuhala amonijačnog *ARU-a*, za jednu te istu vrstu tereta, upravo proporcionalno rashladnom opterećenju isparivača, odnosno hladnjak zraka, u istom odnosu se reducira i njegovo toplinsko opterećenje, pa se shodno tome može zaključiti da se uravnoteženje nastupajućeg ukupnog toplinskog opterećenja broda, uz kratkotrajno narušavanje propisane mikroklime skladišnog prostora, može postići i jednotlačnim kogeneracijskoim sustavom.

Tijekom plovidbe u balastu, egzistira samo osjetno toplinsko opterećenje, koje je za unaprijed poznati ukrcaj definirano temperaturom odnosnog tereta, pri čemu minimalna rashladna opterećenja nastupaju pri slijednom ukrcaju smrznutog mesa, pa su shodno tome za taj slučaj i maksimalno nastupajuća toplinska opterećenja, koja skupa s toplinskim učinkom kogeneracijskog sustava za *2.* i *8. t.c.*, ilustrira *slika 10.2*, iz koje je razvidna dostatnost jednotlačnog kogeneracijskog sustava za uravnoteženje toplinskog opterećenja broda.

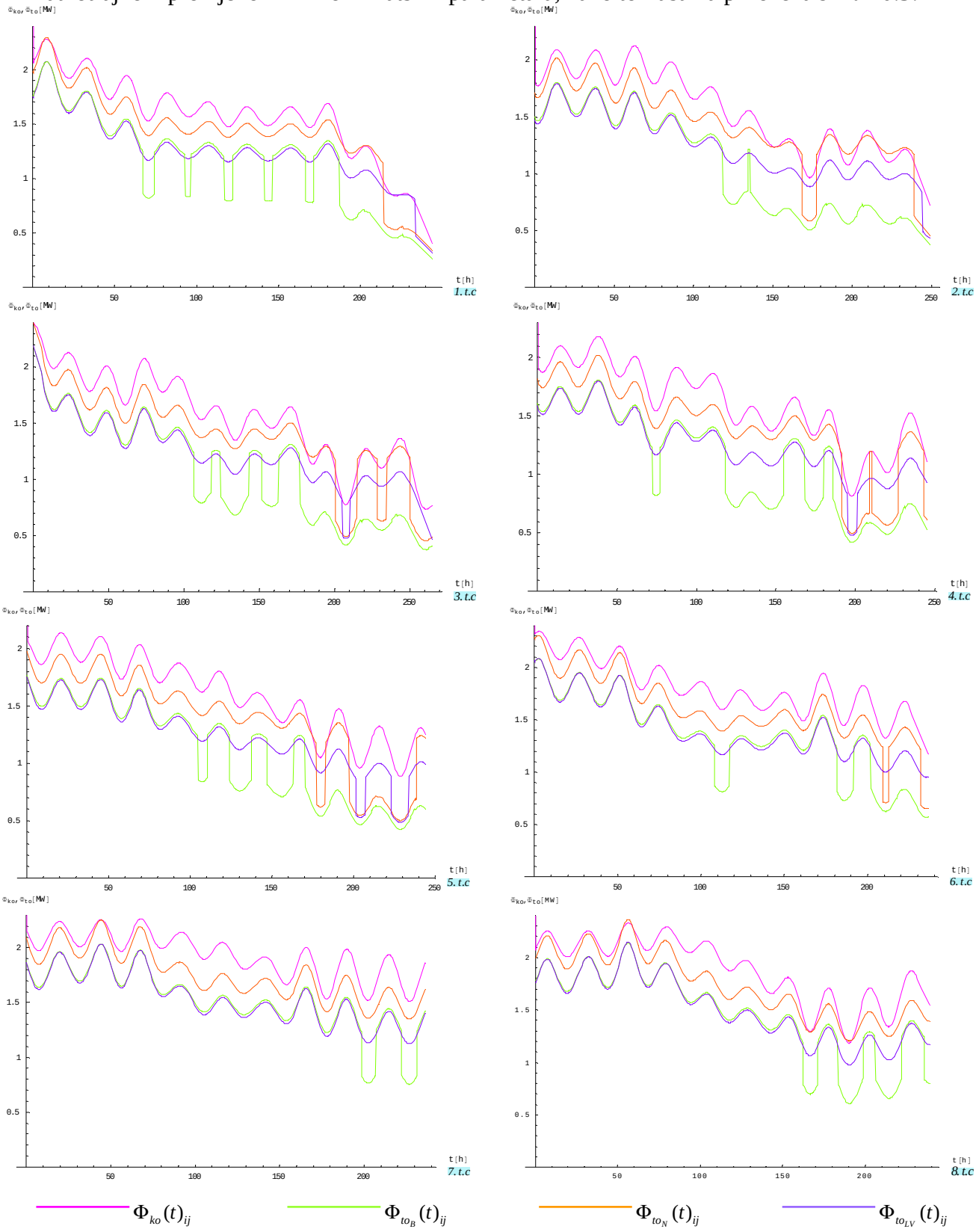


Slika 10.3 Ukupno toplinsko opterećenje za plovidbe u balastu, pri slijednom prijevozu SM-a i toplinski učinak jednotlačnog kogeneracijskog sustava tijekom 2. i 8. t.c.-a

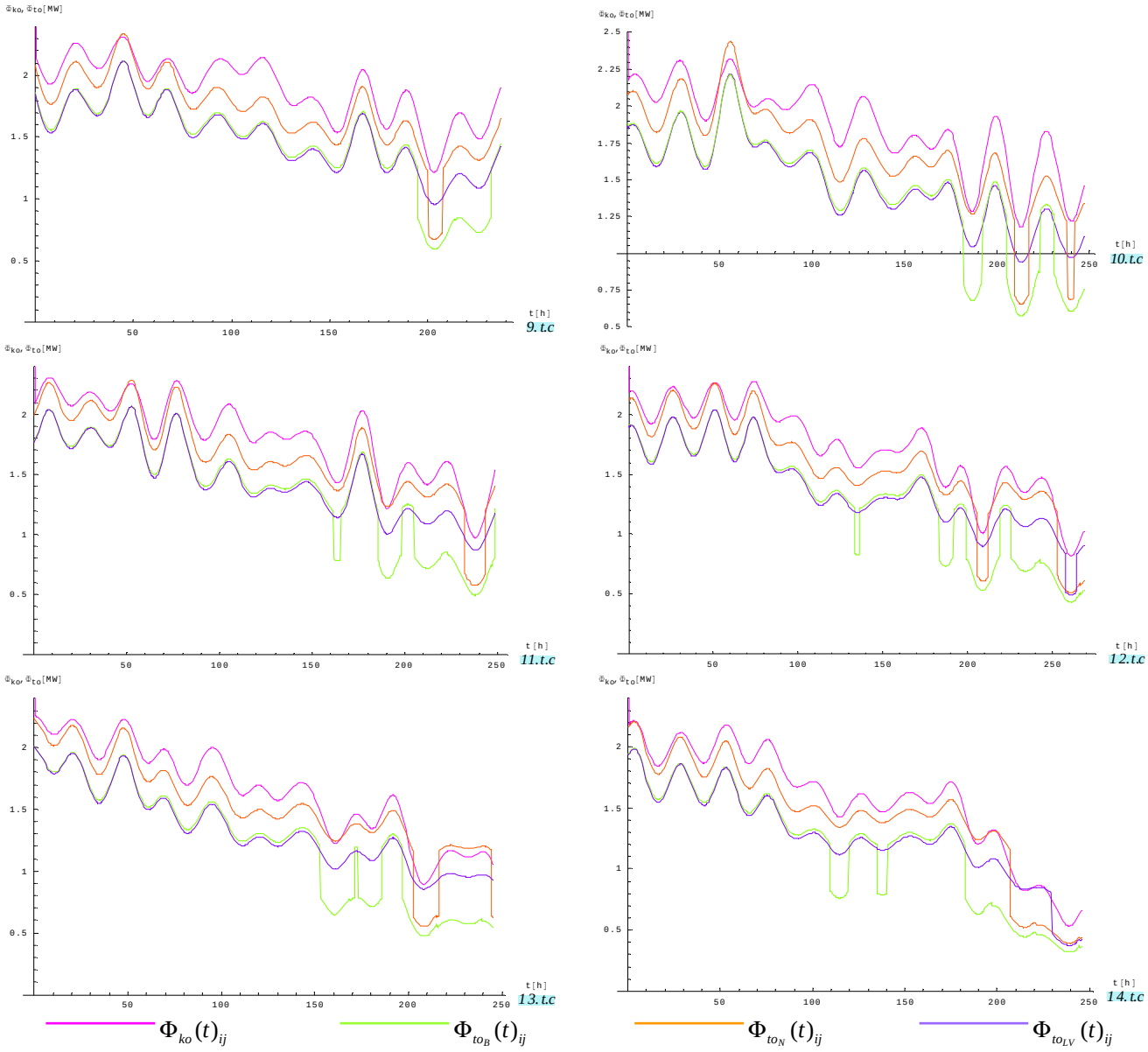
Temeljem navedenog, može se konstatirati da je energetska dostatnost jednotlačnog kogeneracijskog sustava u uravnoteženju nastupajućih toplinskih opterećenja broda namijenjenog transportu umjereno hlađenih živih tereta, na samoj granici, dok je pri transportu mrtvih tereta i prehrambenih kapljevina energetska dostatnost neupitna.

Dvotlačni kogeneracijski sustav je energetski dostatan za održavanje propisane mikroklime u skladišnom prostoru bilo koje vrste umjereno hlađenih tereta, kako to ilustrira priložena *slika 10.4*, za nakrcani brod tijekom jednogodišnjeg perioda službovanja.

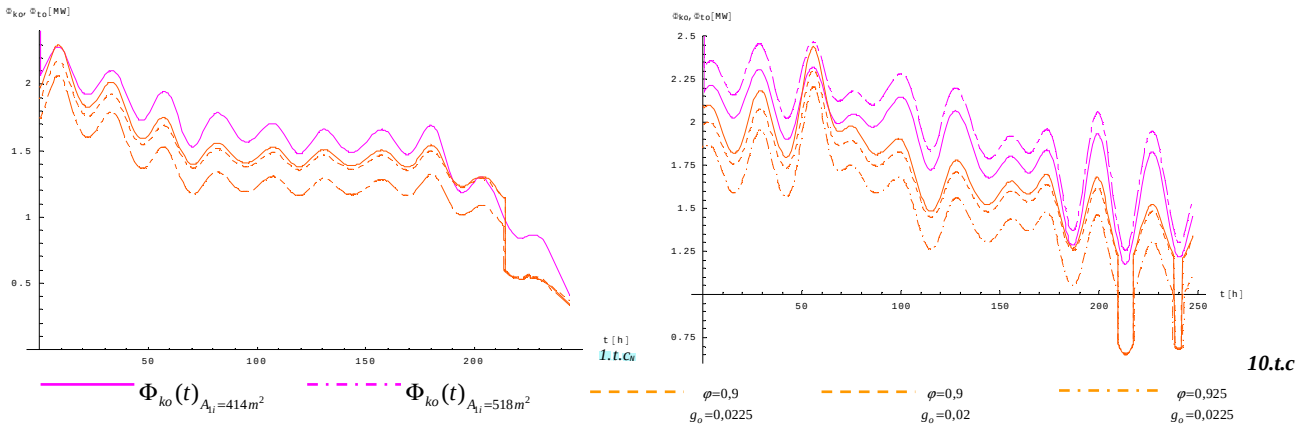
Eventualnoj, kratkotrajnoj nedostatnosti dvotlačnog kogeneracijskog sustava, u uravnoteženju nastupajućeg visokotlačnog opterećenja broda lako se može doskočiti kratkotrajnom promjenom mikroklimatskih parametara, kako to ilustrira priložena *slika 10.5*.



Slika 10.4 Visokotlačno toplinsko opterećenje $\Phi_{to}(t)_{ij}$ *i topl. učinak visokotlačne kogeneracije* $\Phi_{ko}(t)_{ij}$ *za razne terete tijekom karakterističnih t.c.-a pri plovidbi iz* ***i*** *u* ***j***



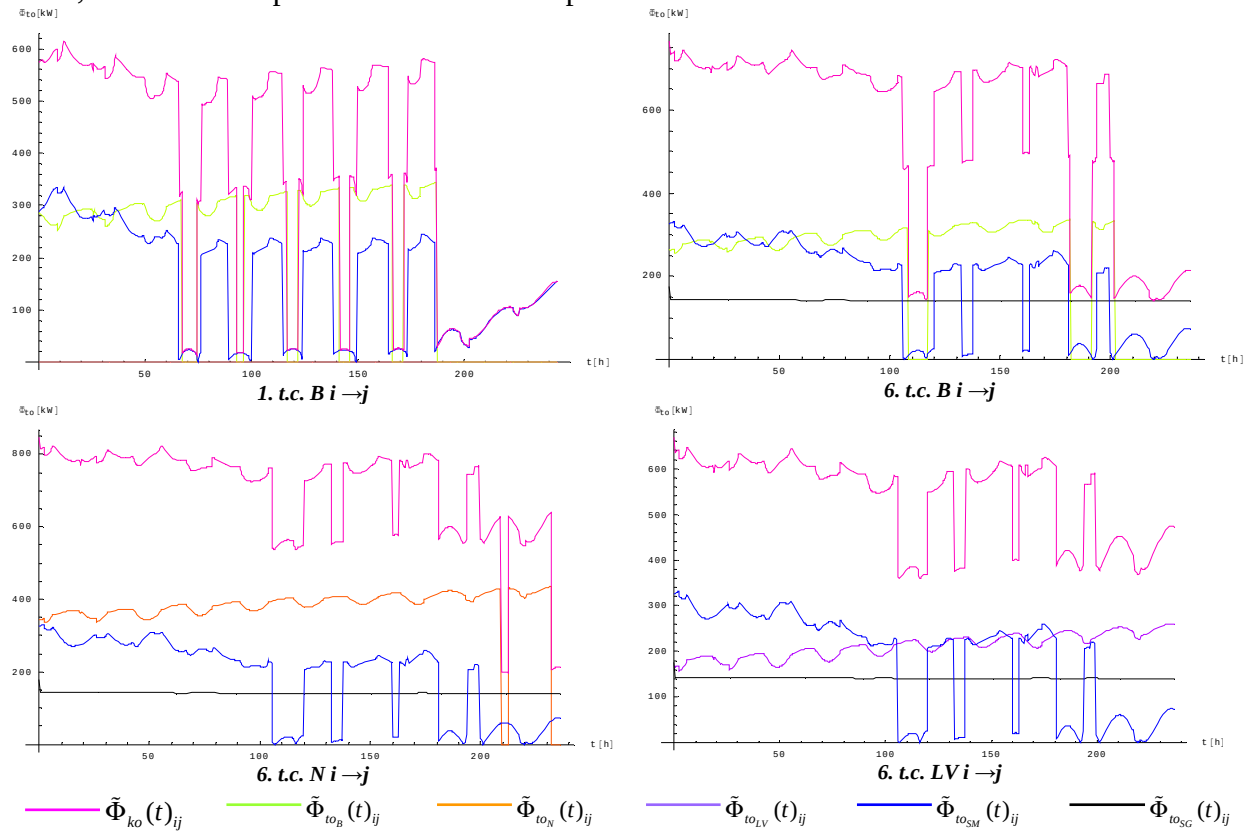
Slika 10.4 Nastavak tablično-dijagramskog prikaza $\Phi_{ko}(t)_{ij}$ *i* $\Phi_{to}(t)_{ij}$



Slika 10.5 $\Phi_{to}(t)_{ij}$ *za različite mikroklime sklad. naranči i* $\Phi_{ko}(t)_{ij}$ *ovisno o površini isparivača*

Kako se može vidjeti iz priložene slike znatnim povećanjem površine isparivača utilizacijskog kotla neznatno se poveća njegov toplinski učinak, pa je shodno tome potrebno na kratko ili malo povećati relativnu vlažnost φ, ili malo smanjiti udio svježeg zraka g_o.

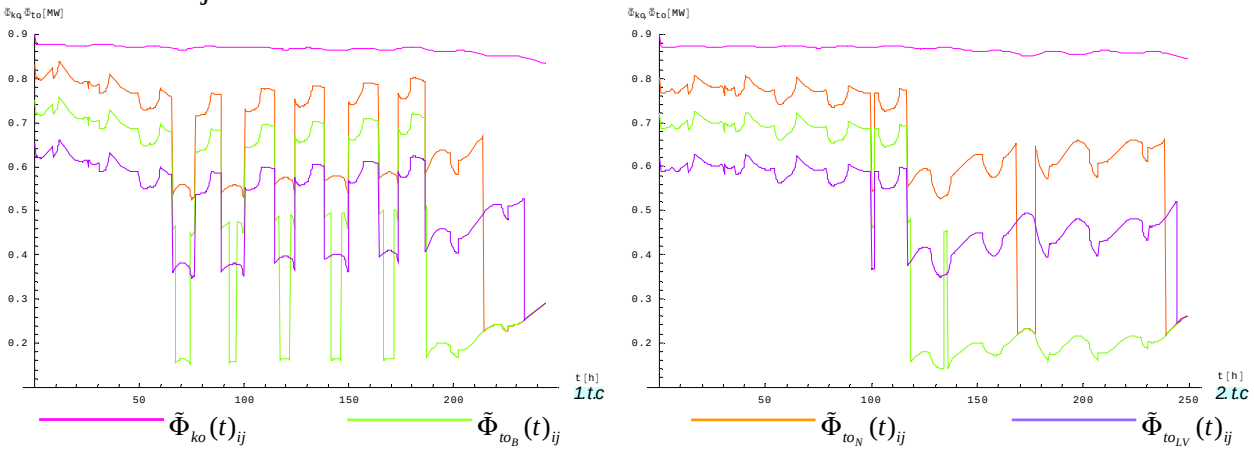
Osnovna niskotlačna toplinska opterećenja, karakterističnim teretima nakrcanog broda, za 1. i 6. transportnih ciklus ilustrira priložena *slika 10.6.*



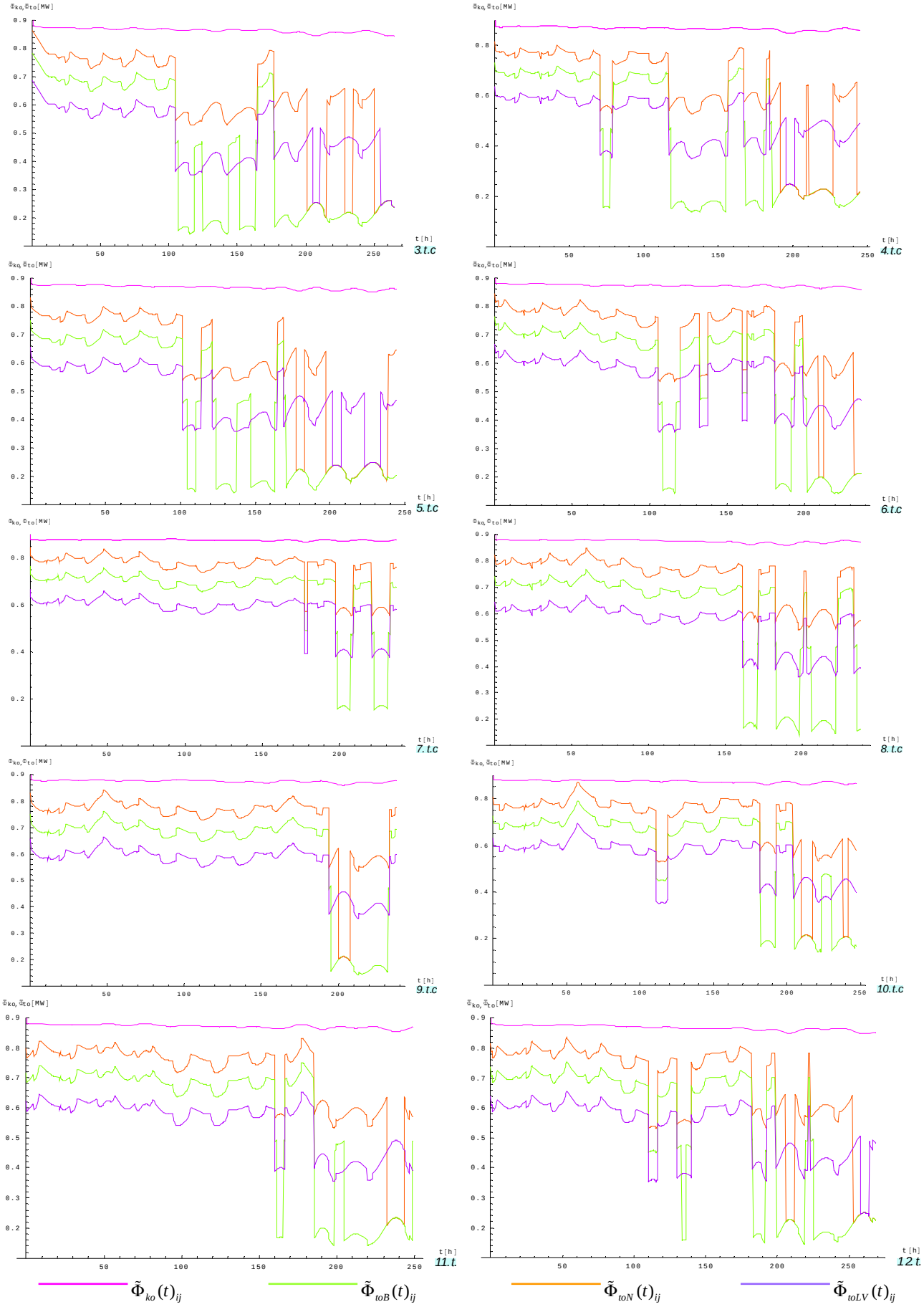
*Slika 10.6 Osnovna kvazistatička niskotlačna toplinska opterećenja za plovidbe iz **i** u **j** tijekom 1. t.c.-a za banane i 6. t.c.-a za: banane, naranče i listopadno voće*

Ukupno kvazistatičko niskotlačno toplinsko opterećenje, karakterističnim teretima nakrcanog broda, za određene transportne cikluse dobiva se zbrajanjem sadržanih osnovnih niskotlačnih opterećenja, kako to ilustrira priložena *slika 10.7*, za jednogodišnji period službovanja broda.

Osim kvazistatičkih niskotlačnih toplinskih opterećenja, priložena slika pokazuje i kvazistatički toplinski učinak niskotlačne kogeneracije, koji je uvjetovan nastupajućim visokotlačnim toplinskim opterećenjem. Iz prikazanog je razvidna dostatnost niskotlačnog kogeneracijskog sustava u uravnoteženju nastupajućeg niskotlačnog opterećenja broda za sve razmatrane umjereno hlađene terete.



*Slika 10.7 Niskotlačno toplinsko opterećenje $\tilde{\Phi}_{to}(t)_{ij}$ i topl. učinak nisokotlačne kogeneracije $\tilde{\Phi}_{ko}(t)_{ij}$ za razne terete tijekom karakterističnih t.c.-a pri plovidbi iz **i** u **j***

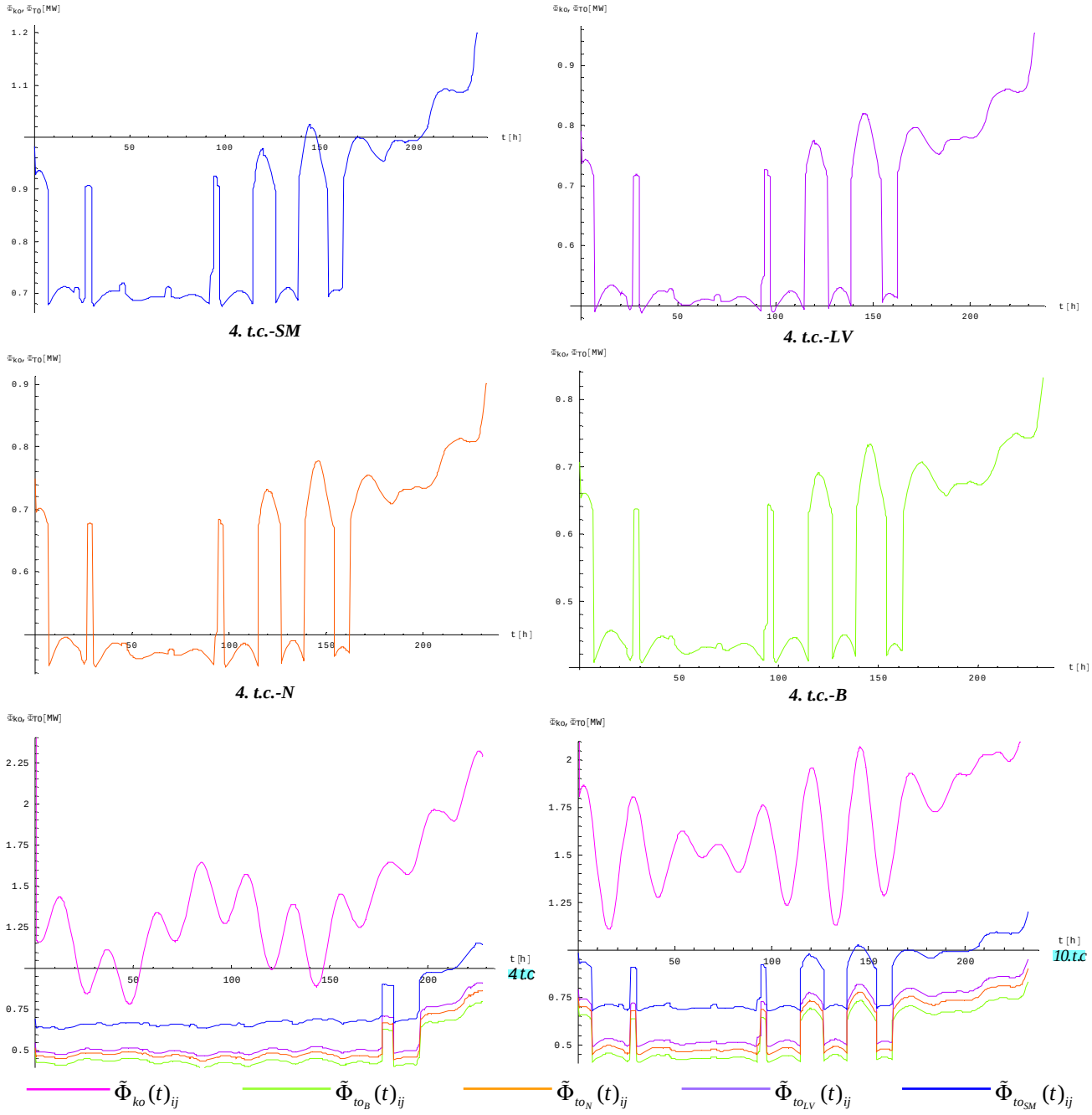


Slika 10.7 Nastavak tablično dijagramskog prikaza

Napokon, ostaje za dokazati je li dvotlačni kogeneracijski sustav u stanju uravnotežiti sveukupno nastupajuće toplinsko opterećenje broda tijekom plovidbe u balastu.

Odgovarajuća ukupna (niskotlačna i visokotlačna) kvazistatička toplinska opterećenja za plovidbe u balastu kada je održavana temperatura skladišnog tereta unaprijed određena teretom koji će biti transportiran u suprotnom smjeru, prikazuje *slika 10.8*, za toplinski najzahtjevnije terete (smrznuto meso-***SM***, listopadno voće-***LV***, naranče-***N*** i banane-***B***).

Osim toga, priložena slika pokazuje zajednički prikaz kvazistatičkog toplinskog učinka visokotlačnog kogeneracijskog sustava i karakterističnim teretom uvjetovanih sveukupnih kvazistatičkih toplinskih opterećenja broda, iz čega je razvidna energetska dostatnost visokotlanog kogeneracijskog sustava u uravnoteženju sveukupnog toplinskog opterećenja broda. Praktički tijekom bilo koje plovidbe u balastu nema potrebe za aktiviranjem niskotlačnog kogeneracijskog sustava.

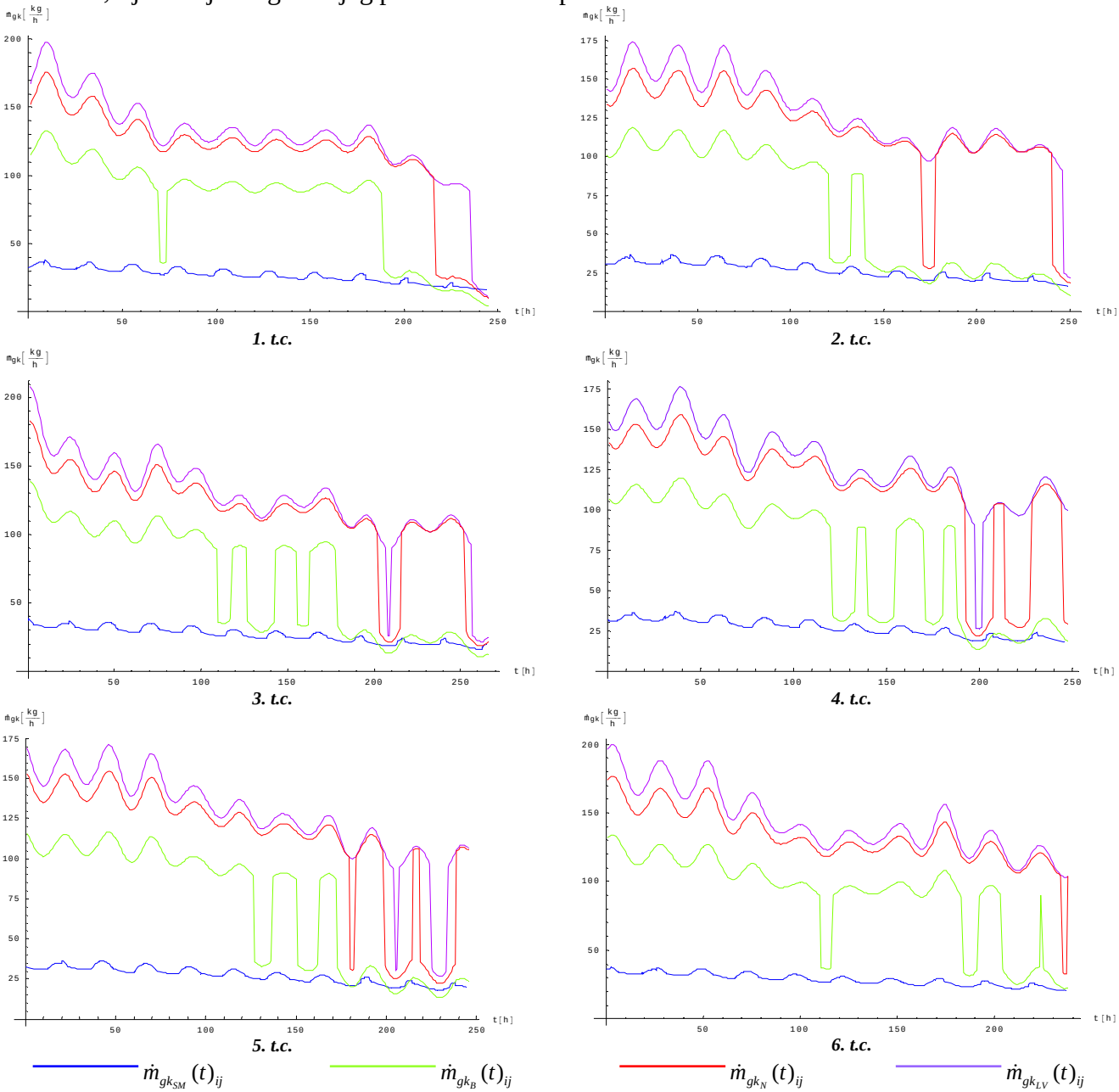


*Slika 10.8 Ukupno kvazistatičko niskotlačno toplinsko opterećenje za plovidbe iz **j** u **i** tijekom 4. i 10 t.c.-a*

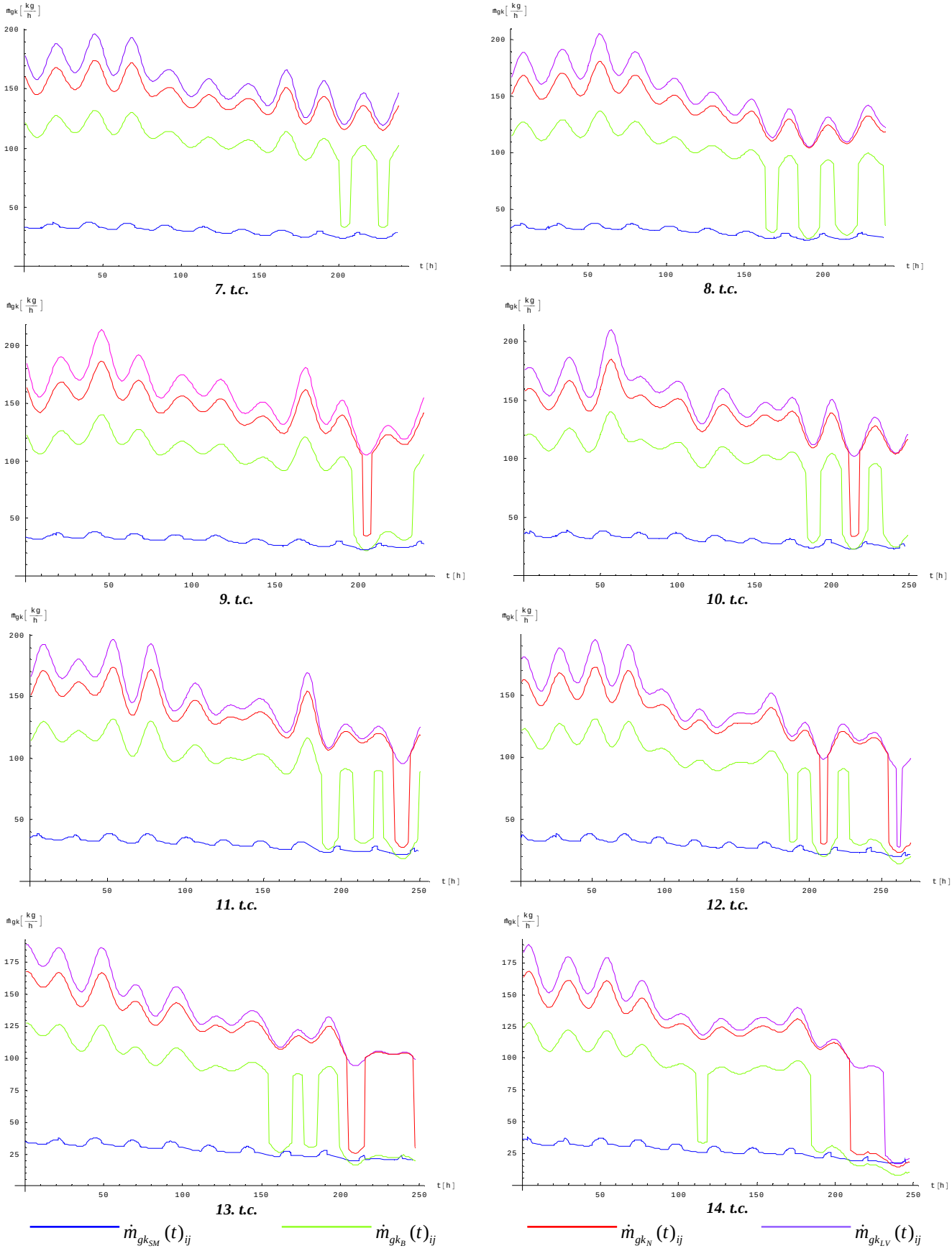
10.2 Preliminarni ekonomski pokazatelji primjene BDMTES-a

Ovdje se u kratkim crtama daje pojednostavnjeni ekonomski osvrt na pozitivne ekonomske učinke primjene dizelmotornih trigeneracijskih energetskih sustava temeljenih na dvotlačnim kogeneracijskim sustavima, na brodovima namijenjenim transportu umjereno hlađenih tereta. U tom smislu ponajprije je prema procijenjenom scenariju trgovačkog angažmana broda, utvrđena ušteda goriva u odnosu na konkurentno projektno rješenje s kompresorskim rashladnim postrojenjima u rashladnom sustavu tereta i u klimatizacijskom sustavu nastambi.

Maseni potrošak goriva koji otpada na pogon kompresorskog postrojenja za uravnoteženje nastupajućeg rashladnog opterećenja u sustavu tereta tijekom plovidbe nakrcanog broda, definiran je u točci 2, a rezultate istog, za 14 karakterističnih transportnih ciklusa, tijekom jednogodišnjeg perioda ilustrira priložena *slika 10.10.*



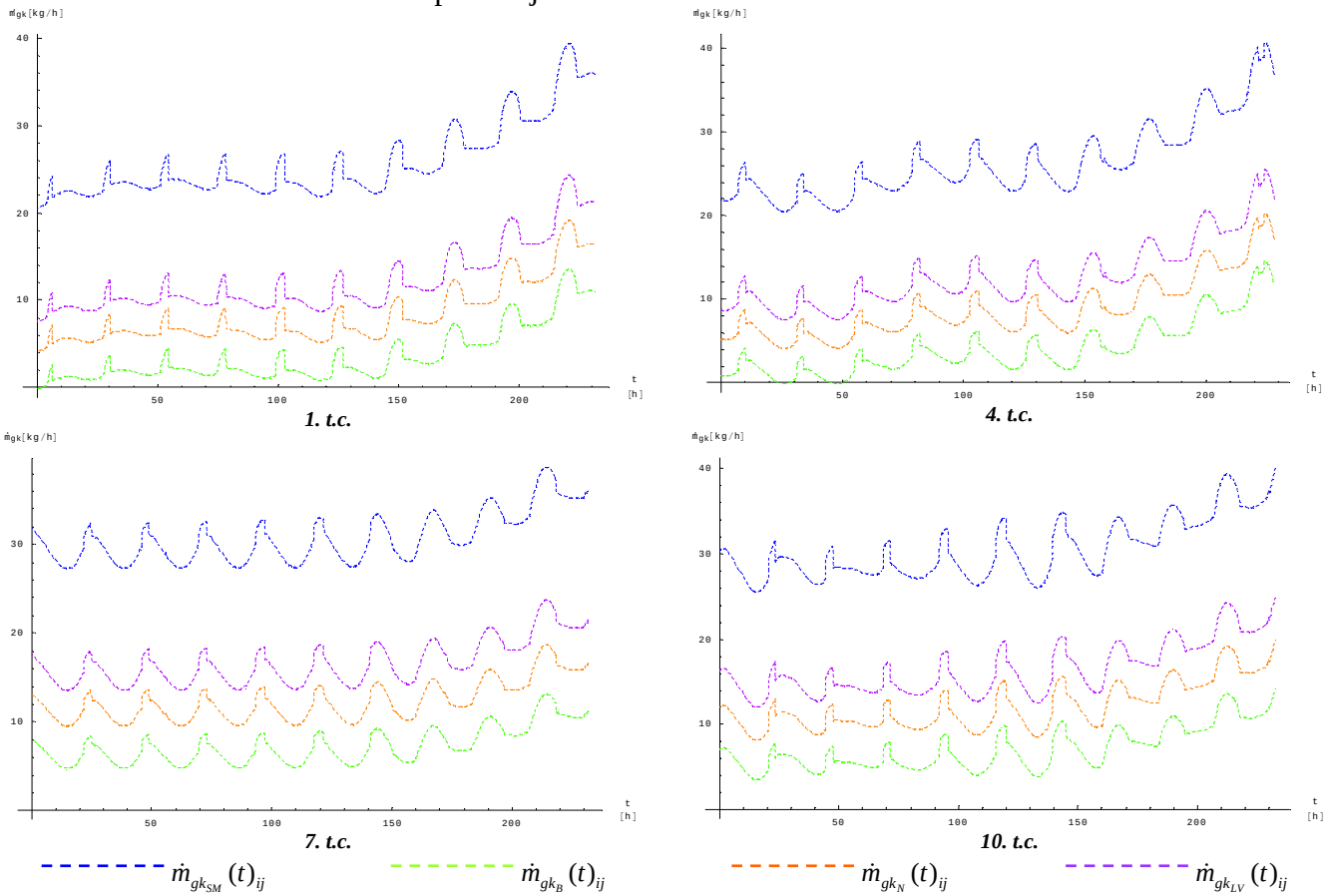
*Slika 10.9 Ušteda goriva pri održavanju propisane mikroklime u skladišnom prostoru za razne terete tijekom karakterističnih t.c-a pri plovidbi iz **i** u **j***



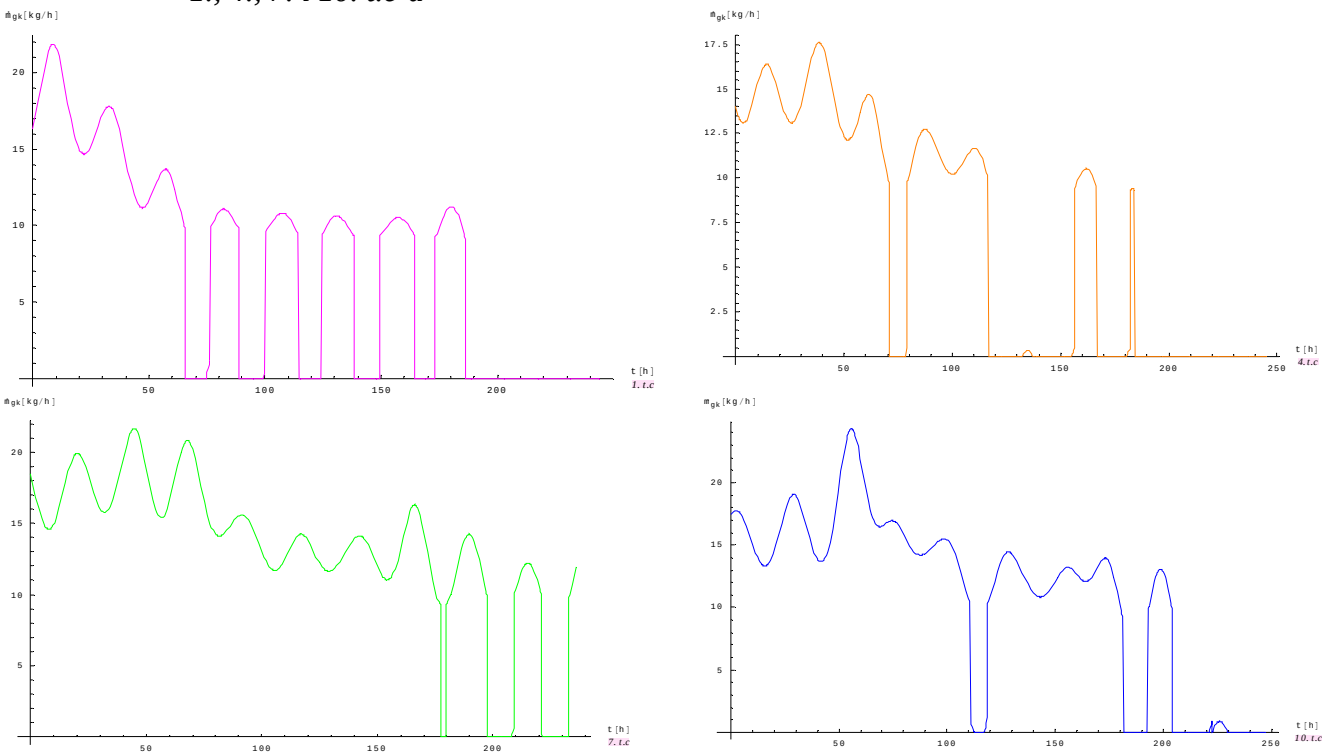
Slika 10.9 Nastavak tablično-dijagramskog prikaza

Uštedu goriva odnosno maseni potrošak goriva *KRP-a* u rashladnom sustavu karakterističnih tereta tijekom plovidbe u balastu za nekoliko karkterističnih *t.c.-a* ilustrira

priložena *slika 10.11*, dok uštedu goriva *KRP-a* klimatizacijskog sustava nastambi za nekoliko karakterističnih *t.c.-a* prikazuje *slika 10.12*.



*Slika 10.10 Ušteda goriva u rashladnom sustavu tereta za plovidbe u balastu iz **j** u **i** tijekom 1., 4., 7. i 10. t.c-a*



*Slika 10.11 Ušteda goriva u klimatizaciji nastambi za 1., 4., 7. i 10 t.c pri plovidbi iz **i** u **j***

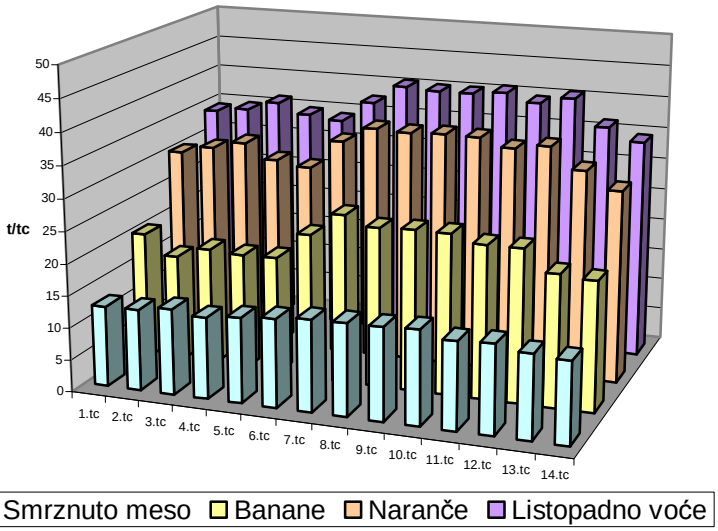
Numeričkom integracijom, dijagramima prikazanih (i neprikazanih) masenih potrošaka goriva, dobiveni su sljedeći rezultati:

Srednja ušteda goriva koja otpada na klimatizacijski sustav nastambi po jednom transportnom ciklusu je $\bar{m}_{gk_{KS}} = 2\square 2,28$ t/t.c, odnosno za 14 *t.c-a* (jedna godina službe), $m_{g_{KS}} = 63,84$ t/god., pa je ukupna ušteda za 25-to godišnjeg životnog vijeka broda $m_{g_{KS}} = 1596$ t, što uz trenutnu cijenu teškog goriva ***p=685 €/t***, daje ukupnu uštedu od ***UG_{KS}=1,1 mil. €.***

Za slučaj da brod u jednom smjeru plovi nakrcan karakterističnim teretom, a u drugom u balastu, za ukupnih 14 t.c-a, za moguće kombinacije transporta, numeričkom integracijom krivulja masenih potrošaka goriva dobiveni su rezultati koji su priloženi u *tablici 10.1*.

*Tablica 10.1 Ušteda goriva za kombinaciju: nakrcan brod iz **i** u **j** te prazan brod iz **j** u **i***

		Banane	***Naranče***	***Listopadno voće***	***Smrznuto meso***
1. t.c.	***i-j***	19,406	28,298	31,373	6,560
1. t.c.	***j-i***	0,855	1,932	2,835	5,977
2. t.c.	***i-j***	16,275	29,400	31,923	6,606
2. t.c.	***j-i***	0,875	1,988	2,917	6,035
3. t.c.	***i-j***	17,912	30,600	33,410	7,021
3. t.c.	***j-i***	0,925	2,005	2,922	6,340
4. t.c.	***i-j***	17,545	28,237	31,840	6,615
4. t.c.	***j-i***	0,962	2,037	2,942	6,062
5. t.c.	***i-j***	17,418	27,33	30,949	6,609
5. t.c.	***j-i***	1,212	2,237	3,242	6,662
6. t.c.	***i-j***	21,299	31,513	34,052	6,797
6. t.c.	***j-i***	1,454	2,655	3,482	6,934
7. t.c.	***i-j***	24,680	33,776	36,721	7,125
7. t.c.	***j-i***	1,695	2,855	3,861	7,132
8. t.c.	***i-j***	23,225	33,507	36,306	7,222
8. t.c.	***j-i***	1,705	2,915	3,902	7,144
9. t.c.	***i-j***	23,449	33,740	36,369	7,309
9. t.c.	***j-i***	1,695	2,895	3,875	7,115
10. t.c.	***i-j***	23,459	33,781	36,920	7,555
10. t.c.	***j-i***	1,663	2,825	3,830	7,109
11. t.c.	***i-j***	22,979	33,223	36,528	7,486
11. t.c.	***j-i***	0,972	2,107	2,992	6,102
12. t.c.	***i-j***	23,065	34,043	37,744	7,795
12. t.c.	***j-i***	0,912	2,011	2,900	6,058
13. t.c.	***i-j***	19,778	30,785	33,561	6,916
13. t.c.	***j-i***	0,885	1,996	2,911	6,095
14. t.c.	***i-j***	19,350	28,220	31,651	6,702
14. t.c.	***j-i***	0,865	1,944	2,856	5,985
		Σ=306,515t	Σ=468,855 t	Σ=524,814 t	Σ=189,068 t
τ_b=25 god.		**7662,875 t**	**11721,34 t**	**13120,35 t**	**4736.7 t**
***p=685* €/t**		**209963 €**	**321166 €**	**359498 €**	**129512 €**
τ_b=25 god.		**5,250 mil. €**	**8,030 mil. €**	**8,988 mil. €**	**3,238 mil. €**
τ_b=30 god.		**6,300 mil. €**	**9,636 mil. €**	**10,786 mil. €**	**3,886 mil. €**



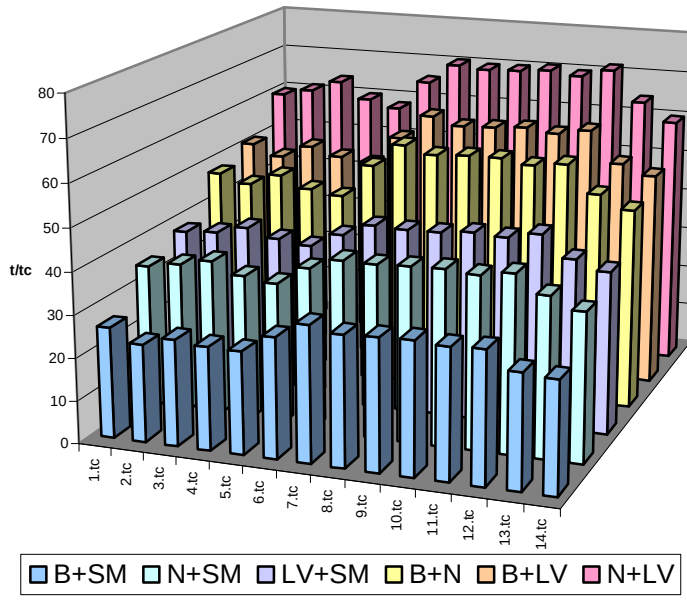
Slika 10.12 Prikaz uštede goriva za transportne kombinacije prema tablici 10.1

U ekonomski povoljnijem slučaju, odnosno u slučaju potpunog angažmana broda u transportu umjereno hlađenih tereta, moguće su raznovrsne transportne kombinacije kako to ilustrira priložena *tablica 10.2*.

Tablica 10.2 Ušteda za razne kombinacije tereta u slučaju potpunog transportnog angažmana

		Banane	***Naranče***	***Listopadno voće***	***Smrznuto meso***
1. t.c.	***i-j***	19,406	28,298	31,373	6,560
2. t.c.	***i-j***	16,275	29,400	31,923	6,606
3. t.c.	***i-j***	17,912	30,600	33,410	7,021
4. t.c.	***i-j***	17,545	28,237	31,840	6,615
5. t.c.	***i-j***	17,418	27,33	30,949	6,609
6. t.c.	***i-j***	21,299	31,513	34,052	6,797
7. t.c.	***i-j***	24,680	33,776	36,721	7,125
8. t.c.	***i-j***	23,225	33,507	36,306	7,222
9. t.c.	***i-j***	23,449	33,740	36,369	7,309
10. t.c.	***i-j***	23,459	33,781	36,920	7,555
11. t.c.	***i-j***	22,979	33,223	36,528	7,486
12. t.c.	***i-j***	23,065	34,043	37,744	7,795
13. t.c.	***i-j***	19,778	30,785	33,561	6,916
14. t.c.	***i-j***	19,350	28,220	31,651	6,702
p=685 €/t		Σ=289,840 t	Σ=436,453 t	Σ=479,340 t	Σ=98,318 t
Komb 1		**B+N=726,293 t**	**497511 €**	**12,438 mil. €**	
Komb 2		**B+LV=769,187 t**	**526893 €**	**13,172 mil. €**	
Komb 3		**B+SM=388,158 t**	**265888 €**	**6,647 mil. €**	***Prosječna ušteda***
Komb 4		**N+LV=915,800 t**	**627323 €**	**15,683 mil. €**	***ST=9,250 mil. €***
Komb 5		**N+SM=534,771**	**366318 €**	**9,158 mil. €**	
Komb 6		**LV+SM=577,665**	**395700 €**	**9,893 mil. €**	

Uštedu goriva unutar rashladnog sustava komercijalnog tereta tijekom jedno godišnjeg perioda, za razne transportne kombinacije, za slučaj potpunog transportnog angažmana broda, ilustrira priložena *slika 10.11*.



Slika 10.13 Prikaz uštede goriva za transportne kombinacije prema tablici 10.2

Napokon, uzimajući u obzir trenutne specifične cijene *KRP-a*, *ARU-a* i kogeneracijskog postrojenja (*KP*), koje su p_{KRP}*=137000* €/MW_{ru}, p_{ARU}*=411000* €/MW_{ru}, i p_{KP}*=120000* €/MW_{tu}, odgovarajuće, u ekonomski najnepovoljnijem slučaju kada se zbog *100%-tne* zalihosti (redundancije) rashladno-toplinskog sustava broda instaliraju i *KRP-i* i *ARU-i* nazivnih rashladnih učinaka, te *KP* dodatnog toplinskog učinka, dobiva se za neto ekonomsku dobit kako slijedi:

$$P_{EK} = p_g m_{g_{KRP}} - I_{ARU_I} - I_{ARU_{II}} - I_{KP} \tag{10.1}$$

gdje su: I_{ARU_I}, $I_{ARU_{II}}$ i I_{KP} trenutne investicijske vrijednosti amonijačnog *ARU-a*, litij-bromidnog *ARU-a* i *KP-a*, odgovarajuće.

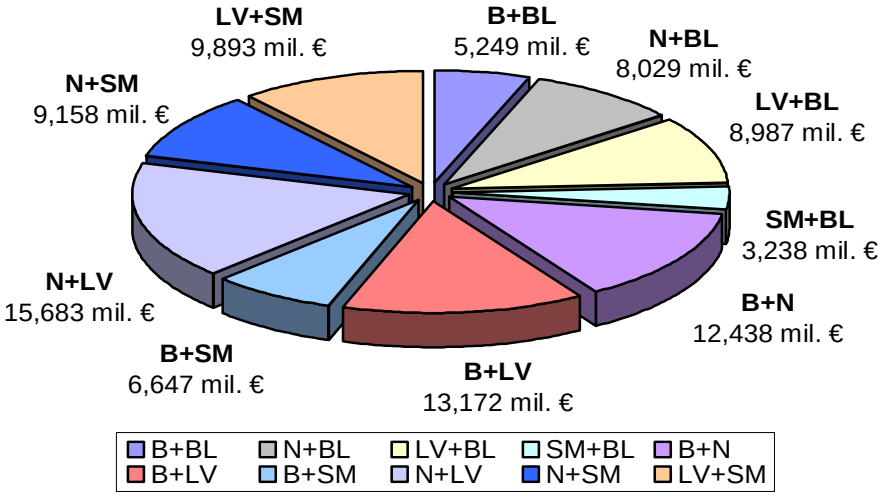
Sadržane investicijske vrijednosti definiraju se izrazima:

$$I_{ARU_{I,II}} = p_{ARU}\Phi_{ru_{I,II}} \tag{10.2}$$

$$I_{KP} = p_{KP}\left(\Phi_{ko_{ARU}} - \Phi_{ko_{KRP}}\right) \tag{10.3}$$

gdje su nazivni rashladni i toplinski učinci:
$\Phi_{ru_I} = 1{,}85$ MW -rashladni sustav tereta, $\Phi_{ru_{II}} = 0{,}35$ MW -klimatizacijski sustav nastambi, $\Phi_{ko_{ARU}} = 3$ MW -toplinski učinak dvotlačne kogeneracije u slučaj primjene trigeneracijog sustava, $\Phi_{ko_{KRP}} = 1$ MW - toplinski učinak jednotlačne kogeneracije u slučaju primjene *KRP-a*.

Slijedom navedenog za ukupni, trenutni, dodatni investicijski trošak dobiva se iznos od ***I*$_{UK}$*=1,045* mil. €,** što je približno jednako ekonomskoj uštedi na gorivu klimatizacijskog sustava (*UG*$_{KS}$*=1,1* mil. €), pa se shodno tome za ekonomske dobiti pri raznim transportnim kombinacijama, za 25-to godišnji ekonomski vijek broda, dobivaju iznosi prema *tablicama 10.1*, i *10.2*, a koje ilustrira priložena *slika 10.15*.



Slika 10.14 Procijenjena ekonomska dobit za karakteristične transportne kombinacije nad 25 godišnjim životnim vijekom broda

Temeljem navedenog može se konstatirati da su ekonomski učinci primjene trigeneracijskih energetskih sustava na motornim brodovima namijenjenim transportu umjereno hlađenih tereta pozitivni. Ekstrapoliranjem tehno-ekonomskih parametara (cijene teškog goriva i nosivosti broda), vrijednosti preliminarnih ekonomskih dobiti bi se višestruko povećale. Primjerice za brod dvostruko veće nosivosti od razmatranog, pri istoj cijeni goriva dobit bi se gotovo udvostručila, dok bi pri cijeni goriva dvostruko većoj od trenutne (što je realno za očekivati u petogodišnjem razdoblju), ekonomska dobit za razmatrani brod bila bi dvostruka, a za brod dvostruke nosivosti gotovo četverostruka.

10.3 Ekološki učinci primjene BDMTES-a

Glavnina ekološki štetnih utjecaja ogleda se kroz emisiju ekološki štetnih plinova izgaranja: CO_2, CO, SO_2, SO_3, te raznih dušičnih oksida NO_x. Reduciranjem potroška goriva, reducira se gotovo proporcionalno emisija štetnih plinova, pa se tako pri pretpostavljenom potpunom izgaranju goriva reducirani maseni iznosi CO_2 i SO_2 jednostavno dobivaju temeljem izraza:

$$\Delta m_{CO_2} = c\frac{M_{CO_2}}{M_C} m_g \tau_b \tag{10.4}$$

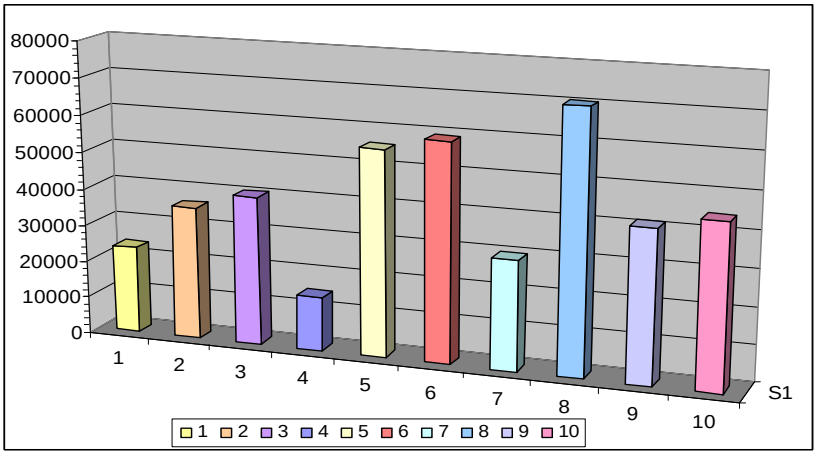
$$\Delta m_{SO_2} = s\frac{M_{SO_2}}{M_S} m_g \tau_b \tag{10.5}$$

gdje su: $c = 0,84\ \mathrm{kg_C/kg_g}$; $s = 0,03\ \mathrm{kg_S/kg_g}$ srednji maseni udjeli ugljika i sumpora u teškom gorivu prema lit.[5], $M_{CO_2} = 44$, $M_C = 12$, $M_{SO_2} = 64$ i $M_S = 32\ \mathrm{kg/kmol}$ odgovarajuće molarne mase, m_g jednogodišnja ušteda goriva i τ_b ekonomski vijek broda.

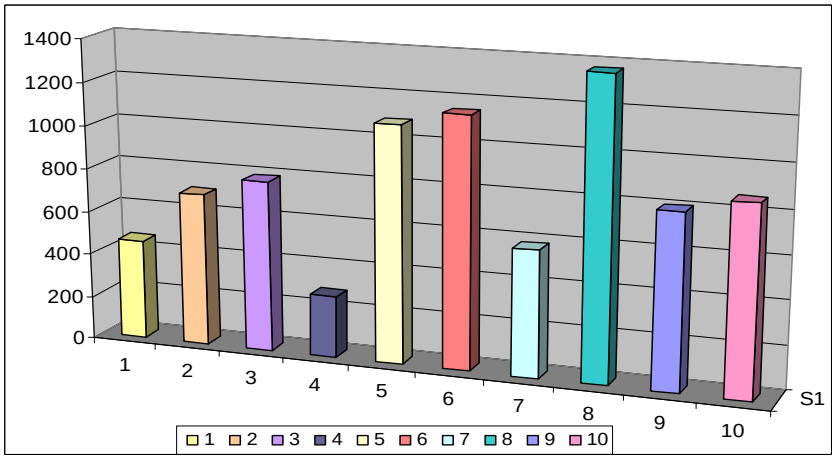
Rezultati proračuna za 25-to godišnji ekonomski vijek broda, dani su u priloženoj *tablici 10.3*, te iste ilustriraju dijagrami dani *slikama 10.17* i *10.18*, iz čega su razvidni i ekološki pozitivni učinci primjene trigeneracijskih energetskih sustava na brodovima namijenjenim transportu umjereno hlađenih tereta.

Tablica 10.3 Redukcija emisije CO_2 i SO_2 za τ_b=25 god., za razne transportne kombinacije

	Transportna kombinacija tereta	m_g	Δm_{CO_2}	Δm_{SO_2}
1	***B+BL***	306,515 t	**23601,655 t**	**459,773 t**
2	***N+BL***	468,855 t	**36101,835 t**	**703,283 t**
3	***LV+BL***	524,814 t	**40410,678 t**	**787,221 t**
4	***SM+BL***	189,068 t	**14558,236 t**	**283,602 t**
5	***B+N***	726,293 t	**55924,561 t**	**1089,440 t**
6	***B+LV***	769,187 t	**59227,399 t**	**1153,781 t**
7	***B+SM***	388,158 t	**29888,166 t**	**582,237 t**
8	***N+LV***	915,800 t	**70516,600 t**	**1373,700 t**
9	***N+SM***	534,771	**41177,367 t**	**802,157 t**
10	***LV+SM***	577,665	**44480,205 t**	**866,498 t**



Slika 10.15 Redukcija CO_2 za karakteristične transportne kombinacije



Slika 10.16 Redukcija SO_2 za karakteristične transportne kombinacije

11 ZAKLJUČAK

Primjenom izrađenih matematičkih modela karakterističnih veličina okružja, koje su u interakciji s brodskim sustavom, skupa s dobivenim i izrađenim matematičkim modelima kvazistatičkih karakteristika energetskih komponenti sadržanih u dizelmotornom trigeneracijskom energetskom sustavu, omogućena je izrada kvazistatičkih i pojednostavnjenih dinamičkih modela energetskog bilanciranja tijekom karakterističnih operativnih intervala broda.

Pri izradi dosad nedefiniranih matematičkih modela karakterističnih veličina okružja korišteni su raspoloživi podaci svjetske meteorološke organizacije, koji su aproksimirani prikladnim matematičkim formulacijama, korištenjem programskog paketa *Mathematica 5*.

Izrađeni matematički modeli karakterističnih veličina okružja, predstavljaju odgovarajuća nestacionarna skalarna i vektorska polja, koja su vezana uz isto referentno vrijeme i isti referentni prostorni položaj, pa kao takvi na jedinstven način prikazuju istovremeno pojavljivanje okolišnih veličina, koje u interakciji s brodskim sustavom generiraju razna neustaljena energetska opterećenja.

Zahvaljujući tome, matematički modeli karakterističnih veličina okružja, primjenjivi su u kvazistatičkom i dinamičkom modeliranju energetskih bilanci bilo kojeg pučinskog sredstva.

Osim toga uz odgovarajuću nadogradnju, matematički modeli vektorskih veličina valovlja, morskih struja i vjetra, primjenu mogu naći u dinamičkoj analizi pučinskih objekata, posebice tamo gdje je od postavljenog interesa strukturna analiza zamora.

S druge strane, izrađeni matematički modeli karakterističnih toplinskih veličina okružja (temperature, tlaka i stupnja zasićenja zraka, te insolacije i hoda naoblake), primjenjivi su u kvazistatičkom i dinamičkom modeliranju neustaljenih toplinskih i rashladnih opterećenja bilo kojeg kopnenog kompleksa sa svojstvenom mikroklimom.

U okviru definiranog tehnički mogućeg područja primjene apsorpcijskog hlađenja, uz primjenu litij-bromidnog *ARU-a* za uravnoteženje rashladnog opterećenja klimatizacijskog sustava nastambi, primjena apsorpcijskog hlađenja s amonijačnom smjesom u rashladnim sustavima tereta, obrađena je za nekoliko karakterističnih umjereno hlađenih tereta: smrznuto meso, ne smrznuto meso u vakuum pakovanjima, banane, naranče i listopadno voće.

Temeljem izrađenih matematičkih modela za neustaljena rashladna opterećenja, koji su primjenjivi za bilo koju vrstu tereta, pokazano je da na iznose rashladnih opterećenja najviše utječe iznos svježeg okolišnog zraka, kojim se nadomješta ekstrahirani skladišni zrak zasićen metaboličkim produktima živih proizvoda.

Nadalje je uz respiracijski toplinski tok, zamjetan i utjecaj definirane relativne vlažnosti zraka u skladišnom prostoru, čijim se smanjenjem također znatno povećava rashladno opterećenje.

Posljedica navedenog jeste to da su ukupna rashladna opterećenja pri prijevozu živih tereta pri propisanoj temperaturi skladištenja, gotovo za red veličine veća od odgovarajućih osjetnih toplinskih opterećenja.

Za zaključiti je stoga da su za procjenu energetske dostatnosti trigeneracijskog sustava u uravnoteženju ukupnog toplinskog i rashladnog opterećenja broda, meritorni živi tereti, posebice citrusi (naranče, limuni i grejpovi).

Ostali tereti (prehrambene i neke industrijske kapljevine definirane u točci 2.2), s tehnički primjenjivim apsorpcijskim hlađenjem s amonijačnom smjesom, čije je ukupno rashladno opterećenje upravo jednako odgovarajućem osjetnom toplinskom opterećenju, ovdje se niti ne razmatraju jer se opravdano smatra da su njihova sveukupna toplinska i rashladna opterećenja trigeneracijom uravnoteživa, ukoliko su uravnoteživa istovrsna pri transportu smrznutog mesa.

11 ZAKLJUČAK

Primjenom vlastitih matematičkih modela kojima se definiraju funkcijske ovisnosti među karakterističnim toplinskim veličinama termodinamičkih smjesa, omogućena je izrada vjerodostojnih matematičkih modela kvazistatičkih karakteristika: jedno-stupanjskog amonijačnog *ARU-a* sa skopčanom rektifikacijskom kolonom, štednjakom topline na strani isparivača i kuhala, kao i jedno-stupanjskog litij-bromidnog *ARU-a* sa štednjakom topline na strani kuhala.

Upravo ovi matematički modeli omogućuju modeliranje neustaljenog toplinskog opterećenja od odgovarajućih kuhala *ARU-a*, te kvazistatičkog električnog opterećenja, koje je uvjetovano pogonom pumpe rashladnog mora potrebnog za uravnoteženje neustaljenih toplinskih opterećenja apsorbera i kondenzatora.

Štoviše, primjenom ovih modela, unaprijed je omogućeno vođenje apsorpcijskog rashladnog procesa na energetski najpovoljniji način. Temeljem neustaljene temperature rashladnog mora, uz procijenjene stalne toplinske prolaznosti sadržanih izmjenjivača topline, pri bilo kojem ravnotežnom tlaku u isparivaču, smanjenjem temperature rashladnog mora omogućuje se odgovarajuće povećanje pojasa uparivanja, čime se smanjuje toplinsko opterećenje od kuhala, kojeg je potrebno uravnoteživati kogeneracijskim sustavom.

S druge strane matematički modeli kvazistatičkih karakteristika visoko i niskotlačnog isparivača kogeneracijskog sustava, dobiveni su razmjerno lako temeljem kvazistatičkih parametara ispušnih plinova, koje definira proizvođač dizelskog motora, a koji su ponajviše ovisni o neustaljenoj temperaturi okolišnog zraka.

Primjena razvijenih matematičkih modela u kvazistatičkom energetskom bilanciranju dizlmotornog trigeneracijskog sustava, omogućena je programskim paketom *Mathematica 5*, kojim se razmjerno lako rješavaju iznimno složeni matematički problemi, što se posebno očituje kroz mogućnost matematičkog modeliranja isprekidanih nelinearnih veličina kombiniranjem kompozicija numeričkih i egzaktnih matematičkih funkcija.

U slučaju jednotlačnog kogeneracijskog sustava, ukupno neustaljeno toplinsko opterećenje, koje osim bazičnog toplinskog opterećenja sadrži i toplinska opterećenja od kuhala *ARU-a*, za propisane mikroklimatske parametre skladišnog prostora živih tereta nije u potpunosti uravnoteživo, pa se može zaključiti da trigeneracijski energetski sustav temeljen na jednotlačnom kogeneracijskom sustavu nije energetski dostatan za uravnoteženje sveukupnog toplinskog opterećenja broda namijenjenog transportu umjereno hlađenih živih tereta.

Trigeneracijom neuravnoteženi iznosi toplinskog opterećenja mogli bi se uravnoteživati ili povećanjem toplinskog učinka kogeneracijskog sustava odgovarajućim terećenjem loženog kotla, ili tako da se trigeneracijom neuravnoteženi iznosi rashladnog opterećenja uravnotežuju odgovarajućim terećenjem kompresorskog rashladnog postrojenja.

Uzme li se u obzir, da je trigeneracijski sustav temeljen na jednotlačnoj kogeneraciji, energetski dostatan za uravnoteženje cjelokupnog toplinskog opterećenja pri transportu smrznutog mesa, može se konstatirati da je isti energetski dostatan pri transportu svih prehrambenih i nekih industrijskih anorganskih kapljevina.

Mada u radu nisu proračunati niti ekonomski, niti ekološki učinci primjene trigeneracijskog sustava temeljenog na jednotlačnoj kogeneraciji, zasigurno je da su njihovi učinci pozitivni, što se neizravno ogleda iz istovrsnih razmatranja za trigeneracijski sustav temeljen na dvotlačnoj kogeneraciji.

Primjenom dvotlačnog kogeneracijskog sustava, neustaljenim toplinskim učinkom visokotlačnog isparivača uravnotežuje se visokotlačno toplinsko opterećenje broda, koje uključuje toplinsko opterećenje od grijača teškog goriva ispred dizelskog motora i neustaljeno toplinsko opterećenje od kuhala amonijačnog *ARU-a*, dok se neustaljenim toplinskim učinkom niskotlačnog isparivača uravnotežuje niskotlačno toplinsko opterećenje, koje uz bazično toplinsko opterećenje broda sadrži i neustaljeno toplinsko opterećenje od kuhala litij-bromidnog *ARU-a*.

11 ZAKLJUČAK

Budući da je neustaljeni toplinski učinak niskotlačnog isparivača uvjetovan neustaljenim visokotlačnim toplinskim opterećenjem, postavljeni kvazistatički matematički modeli bilanciranja u slučaju dvotlačnog kogeneracijskog sustava, mada zamjetno složeni, na efikasan i vjerodostojan način oslikavaju energetsku dostatnost trigeneracijskog sustava u uravnoteženju sveukupnog neustaljenog toplinskog opterećenja broda.

Upravo je primjenom ovih modela, nad jednogodišnjim periodom službovanja broda, koji uključuje 14 opetovanih transportnih ciklusa, pokazano da je trigeneracijski sustav temeljen na dvotlačnoj kogeneraciji, energetski dostatan za uravnoteženje sveukupnog neustaljenog toplinskog opterećenja brodova namijenjenih transportu umjereno hlađenih mrtvih i živih tereta.

Mada u graničnim kratkotrajnim periodima, pri prijevozu citrusa, neustaljeno sveukupno toplinsko opterećenje premaši neustaljeni toplinski učinak visokotlačnog isparivača, bojazni od degradiranja organoleptičkih svojstava citrusa nema, jer se samo na kratko, praktički uz isti dotok svježeg zraka, neznatno poveća relativna vlažnost skladišnog zraka. S druge strane, neustaljeno niskotlačno toplinsko opterećenje broda, lako se uravnotežuje samo dijelom raspoloživog neustaljenog toplinskog učinka niskotlačnog isparivača kogeneracijskog sustava.

Rabeći kvazistatičke karakteristike kompresorskog rashladnog postrojenja, porivnog dizelskog motora, te osovinskog generatora s pripadajućim prijenosnikom snage, omogućuje se kvazistatičko modeliranje potroška goriva koje otpada na pogon kompresorskog rashladnog postrojenja da bi se uravnotežilo neustaljeno rashladno opterećenje tijekom plovidbe broda.

Integriranjem krivulja kvazistatičkog potroška goriva kompresorskog rashladnog postrojenja nad intervalima plovidbenih ruta za svih sadržanih 14 transportnih ciklusa, i zbrajanjem dobivenih vrijednosti, dobiva se jednogodišnji potrošak goriva, koji u slučaju energetske dostatnosti trigeneracije u uravnoteženju sveukupnog toplinskog opterećenja tijekom plovidbe, ne predstavlja ništa drugo doli jednogodišnju uštedu goriva.

Temeljem jednogodišnje uštede goriva, za procijenjeni ekonomski vijek broda, uzimajući u obzir trenutnu cijenu goriva, kao i dodatne investicijske troškove trigeneracijskog i niskotlačnog kogeneracijskog postrojenja, za određene transportne kombinacije tereta dobivene su znatne ekonomske uštede, koje u cijelosti potvrđuju ekonomski pozitivne učinke primjene trigeneracijskih sustava na brodovima namijenjenim transportu umjereno hlađenih tereta (navedeno najbolje ilustrira priložena *slika 10.14*).

Napokon, rabeći srednje referentne vrijednosti za sastav teškog goriva, primjenom odgovarajućih matematičkih modela za potpuno izgaranje, dobiveni su nezanemarivi iznosi štetnih plinova CO_2 i SO_2, koji su za procijenjenog ekonomskog vijeka broda odgovarajući potrošku goriva koje otpada na kompresorsko rashladno postrojenje.

Prema tome, za zaključiti je, da je primjena dizelmotornih trigeneracijskih energetskih sustava na brodovima namijenjenim transportu umjereno hlađenih tereta ekonomski korisna i ekološki prihvatljiva.

Osim na razmatranoj vrsti brodova, trigeneracijski energetski sustavi svoju primjenu mogu naći na suvremenim putničkim brodovima, gdje su energetski iznosi potrebni za osiguranje visokog stupnja ugode jako visoki, te često premašuju instalacijsku snagu porivnih motora.

Napokon valja zaključiti, da se u daljnjem razvoju matematičkog modeliranja brodskih dizelmotornih trigeneracijskih energetskih sustava, očekuje pristup modeliranju složenijih izvedbi amonijačnih i litij-bromidnih apsorpcijskih rashladnih sustava, kako bi se skupa s modeliranjem proširenih dizelmotornih kogeneracijskih sustava, dobili odgovarajući matematički modeli složenijih trigeneracijskih sustava, temeljem kojih bi se omogućilo kvazistatičko energetsko bilanciranje na onim pučinskim objektima gdje je istovremeno potrebno uravnoteživati nezanemarive iznose raznovrsnih toplinskih i rashladnih opterećenja.

LITERATURA

[1] G.A. ″Marine Engineering″; The Society of Naval Architectures and Marine Engineers, New Jersey 1992.

[2] I. GOSPIĆ, P. DONJERKOVIĆ: ″Primjena trigeneracijskih energetskih sustava na pučinskim objektima“, Međunarodni simpozij o energetike i procesne tehnike, Dubrovnik 2002.

[3] P.DONJERKOVIĆ, I.BALEN: ″Plin kao energent u sustavima grijanja, ventilacije i klimatizacije″; 14. Međunarodni simpozij o grijanju, klimatizaciji i ventilaciji, Interklima, Zagreb 1998.

[4] F. BOŠNJAKOVIĆ: ″Nauka o toplini III″; 1988. Zagreb

[5] S. ŠNELLER: ″Pogon broda I″; FSB 2001. Zagreb

[6] R.D.HEAP&G.R.SCRINE: ″Developments in Marine Refrigeration″; Trans. ImarE, Vol 102, 1992.

[7] K. RAŽNJEVIĆ: ″Termodinamičke tablice″; 2001. Zagreb

[8] J.C. BRUNO, J. MIQUEL, F. CASTELLS: ″Modeling of Ammonia Absorption Chillers Integration in Energy Systems of Process Plants″; Pergamon, Applied Thermal Engineering 19, pp. 1297-1328, 1999.

[9] G.A. ″ASHRAE Refrigeration Handbook (SI)″, 2003.

[10] G.A. ″ASHRAE -Solar Energy Use (SI)″, 2003.

[11] A.P. THOMAS, M.P. THEKAEKARA: ″Experimental and Theoretical Studies on Solar Energy for Energy Conversion″, *Proc. 1976 Annual Mtg. of the American Section of the Int'l Solar Energy Soc.*,Winnipeg, Canada, 1976.

[12] C.FROHLICH: ″Contemporary Measures of the Solar Constant″, in *The Solar Output and Its Variation*, ed. O.R. White, Colorado Associated University Press, Boulder, 1977., pp.93-109.

[13] R.L. HULSTROM: ″Solar Resources″, M.I.T. Press, Cambrige, Mass, 1989.

[14] J.L. THRELKELD, R:C. JORDAN: ″Direct Solar Radiation Available on Clear Days″, *ASHRAE Trans*., vol.64,p.65., 1958.

[15] H.C. HOTTEL,: ″A Simple Model for Estimating the Transmissivity of Direct Solar Radiation through Clear Atmospheres″, *Solar Energy*, vol.18, p.129, 1976.

[16] V. BARGER M. OLSSON,: ″Classisal Mechanics, A Modern Perspective″, McGraw-Hill, Inc.New York, 1995..

[17] J.F. KREIDER, A.RABL,: ″Heating and Cooling of Buildings, Design for Efficiency″, McGraw-Hill, Inc.New York, 1994.

[18] X. CAVVICCI: ″Digital Signal Processing″, John Wiley & Sons, Inc. New York, 2000.

[19] J.D. van MANEN: ″Design and Economical Considerations on Shipbuilding and Shipping″,-*Report of thr Post Graduate Course*, University of Technology Delft, The Netherlands, May, 1972.

[20] SV.AA.HARVALD: ″Resistance and Propulsion of Ships″, *Department of Ocean Engineering The Technical Unuversity of Danmark, Lyngby*, A Wiley-Inter Science Public., New York, 1983.

[21] J. S. CARLTON: ″Marine Propellers and Propulsion″, Butterworth-Heinemann Ltd, London, 1994.

[22] A.BOSNIĆ, M. VUKIČEVIĆ, M. ČAKARA, D. DEŽELJIN: ″Energetska optimalizacija brodskog poriva“-FSB-zbornik radova X, Zagreb, 1985.

[23] A.R.J.M. LLOYD: ″SEAKEEPING: Ship Behaviour in Rough Weather″; John Wiley & Sons, New York, 1989.

LITERATURA

[24] O.M.FALTINSEN: ″SEA Loads on Ships and Offshore Structures″, Cambridge Series, Cambridge University Press, 1998.

[25] M. FANCEV: ″Mehanika fluida″-Posebni otisak iz T.E, JLZ-a, Zagreb, 1982.

[26] R.L.STREET, G.Z.WATTERS, J.K.VENNARD: ″Elementary Fluid Mechanics″, John Wiley & Sons, New York, 1996.

[27] R.L. LOFTHNESS: ″Energy Handbook″; Van Nostrand Reinhold Company; New York, 1990.

[28] G.H. CLARK: ″Industrial and Marine Fuels-Reference Book″; Butterworth and Co. (Publishers) Ltd, London,1988.

[29] R.E. MACHOL: ″System Engineering Handbook″; McGraw-Hill, New York, 1988.

[30] MAN-katalog

[31] J. BARIĆ: ″Prednosti primjene trofaznih osovinskih generatora na suvremenim motornim brodovima ″ 1. i 2. dio, Brodogradnja 31, Zagreb, 1983.

[32] J. BARIĆ: ″Ekonomična proizvodnja električne energije na brodovima novim prijenosima snage na osovinske generatore ″ ; Brodogradnja 35, 2-3, Zagreb, 1987.

[33] S. ŠNELLER: ″Primjena halogeniziranih ugljikovodika na brodu i ekološki problemi″; SORTA 1998. Zadar

[34] A.D. ALTHOUSE, C.H. TURNQUIST, A.F. BRACCIANO: ″Modern Refrigeration and Air Conditioning″; The Goodhearth-Willcox Company, Inc., Tinley Park, Illionis, 2000.

[35] P.S. KATSOULAKOS, C.P.W. HORNSBY: ″Expert systems and Marine Applications″; Trans.I.Mar.E., Vol.101, pp. 17-41, 1989.

[36] A.F. HARROLD: ″Development of Merchant Ship Propulsion Machinery Over the Past 25 Years″; Trans.I.Mar.E., Vol.101, pp. 1-16, 1989.

[37] A.FOWLER: ″Microcomputer-based Simulation of Marine Propulsion Systems″; Trans.I.Mar.E., Vol.100, pp. 13-29, 1988.

[38] D.H.RIX: ″Thermodynamic Modelling of Stirling Engines″; Trans.I.Mar.E., Vol.100, pp. 13-29, 1988.

[39] J.B. WOODWARD, R.G. LATORRE: ″Modelling of Diesel Engine Transient Behavior in Marine Propulsion Analysis″; SNAME Transactions, Vol. 92, pp. 33-49, 1984.

[40] J.F.HETET, B.INOZU, P. ROY, X. TAUZIA, P. CHEESE: ″Performance Simulation of Marine Diesel Engines with SELENDIA″; Journal of Ship Research, Vol. 43, N0. 4, pp. 201-217, Dec. 1999.

[41] O. SCHNOHR: ″Design Concept of Marine GenSet Engines″; Marine Technology, Vol. 32, No. 4, pp. 297-304, Oct.1995.

[42] C. KENNELL, D.R. LAVIS, M.T. TEMPELMAN: ″High-Speed Sealift Technology″; Marine Technology, Vol. 35, No. 3, pp. 135-150, Oct.1998.

[43] C. KENNELL: ″Design Trends in High-Speed Transport″; Marine Technology, Vol. 35, No. 3, pp. 127-134, July 1998.

[44] W.A. FACINELLI, D. MUGGERIDGE: ″Integrated System Analysis and Design of Podded Ship Propulsors″; Marine Technology, Vol. 35, No. 3, pp. 151-174, July 1998.

[45] B. JURKOVIĆ: ″Elektromotorni pogoni″; Školska knjiga, Zagreb, 1990.

[46] R. WOLF: ″Osnove električnih strojeva″; Školska knjiga, Zagreb, 1991.

[47] J.M. NEWELL: ″The Electric Warship IV″; Trans.I.Mar.E., Vol.111, Part 1, pp. 25-39, 1999.

LITERATURA

[48] R. MICHALSKI, W. ZENCZAK: ″The Computer Aided Design of Ship Power Plants Using the CADES Program Package″; Trans.I.Mar.E., Vol.111, Part 2, pp. 89-105, 1999.

[49] G.A. ″EDUCOGEN- The European Educational Tool on Cogeneration″, Second Edition, Dec. 2001.

[50] E.A. TORRES, W.L.R. GALLO: ″Exergetic Evaluation of a Cogeneration System in a Petrochemical Complex″; Pergamon, Energy Convers. Mgmt Vol. 39, No. 16-18, pp. 1845-1852, 1998.

[51] G. BIDINI, U. DESIDERI, S. SAETTA, P.P.BOCCHINI: ″Internal combustion engine Combined Heat and Power Plants: Case Study of the University of Perugia Power Plant″; Pergamon, Applied Thermal Engineering Vol. 18, No. 6, pp. 401-412, 1998.

[52] Y.S.H. NAJJAR: ″Comparison of Performance for Cogeneration Systems Using Single- or Twin-shaft Gas Turbine Engines″; Pergamon, Applied Thermal Engineering, Vol. 17 No. 2, pp. 113-124, 1997.

[53] N. HAYANOSE, Y. INUI, M. ISHIKAWA, J. UMOTO: ″Stability of Open-Cycle MHD Generation System Connected to Power Transmission Line″; Pergamon, Energy Convers. Mgmt Vol. 39, No. 39, pp. 1181-1192, 1998.

[54] M. TALBI, B. AGNEW: ″Energy Recovery from Diesel Engine Exhaust Gases for Performance Enhancement and Air Conditioninig″; Pergamon, Applied Thermal Engineering 22, pp. 693-702, 2002.

[55] Y.J. WU, M.A. ROSEN: ″Assessing and Optimizing the Economic and Environmental Impacts of Cogeneration/ District Energy Systems Using an Energy Equilibrium Model″; Pergamon, Applied Thermal Engineering 62, pp. 141-154, 1999.

[56] S.A.A.G. CERQUEIRA, S.A. NEBRA: ″Cost Attribution Methodologies in Cogeneration Systems″; Pergamon, Energy Conversion & Menagement 40, pp. 1587-1597, 1999.

[57] F.GUARINELLO JR., S.A.A.G. CERQUEIRA, S.A. NEBRA: ″Thermoeconomic Evaluation of a Gas Turbine Cogeneration System″; Pergamon, Energy Conversion & Menagement 41, pp. 1191-1200, 2000.

[58] M. TAKEUCHI, Y. SAKAMOTO, S. NIWA: ″Study on CO_2 Global Recycling System″; ELSEVIER, The Science of the Total Environment 277, pp. 15-19, 2001.

[59] J. BASSOLS, B. KUCKELKORN, J. LANGRECK, R. SCHNEIDER, H. VEELKEN: ″Trigeneration in the Food Industry″; Pergamon, Applied Thermal Engineering 22, pp. 595-602, 2002.

[60] C.A. FRANGOPOULOS, G:G: DIMOPOULOS: ″Effect of Reliability Considerations on the Optimal Synthesis, Design and Operation of Cogeneration System″; Pergamon, Energy XX, 2002.

[61] S. GAMOU, R: YOKOYAMA, K. ITO: ″Optimal Unit Sizing of Cogeneration Systems in Consideration of Uncertain Energy Demands as Continuous Random Variables″; Pergamon, Energy Conversion & Menagement 43, pp. 1349-1361, 2002.

[62] S. ERICHSEN: ″Managament of Marine Design″; Butterworths&Co.,Ltd, London 1989.

[63] M.T. TSAY: ″Applying the Multi-objective Approach for Operation Strategy of Cogeneration Systems Under Environmental Constraints″; Elsevier, Electric Power and Energy Systems XX, 2002.

[64] O. GRONE: ″The Multi-fuel Diesel Engine″; Trans.I.Mar.E., Vol.102, pp. 105-114, 1990.

KRATKI ŽIVOTOPIS

Ivan Gospić rođen je 24. lipnja 1965. god. u Prkosu općina Škabrnja. Školovanje započinje u Prkosu od I-IV razreda osnovne škole, a od V-VIII razreda školu pohađa u Škabrnji. Srednju školu pohađa u Zadru, kao matematičar-informatičar, koju završava u svibnju 1983. god. Po završetku srednje škole odslužuje vojnu obvezu 1983/84. godine.

Studij brodogradnje upisuje 1984. godine na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu. U završnom dijelu studija brodogradnje upisuje modul brodsko strojarstvo te na odgovarajućoj problematici diplomira u srpnju 1991. godine, s temom „Priprema i pročišćavanje goriva, maziva i otpadnih tekućina na brodu“.

Početkom siječnja 1992. godine zaposlio se na Fakultetu strojarstva i brodogradnje u Zagrebu kao znanstveni novak pod mentorstvom prof. dr.sc. S. Šnellera, na projektu glavnog istraživača prof. dr.sc. Ž. Sladoljeva, br. 2-09-332, "Razvoj projekta plutajuće plinske termoelektrane", te iste godine upisuje poslijediplomski studij na smjeru Brodogradnja i pomorska tehnika, usmjerenje Osnivanje plovnih objekata. U sklopu navedenog projekta pretežno je radio na poslovima projektiranja i konstruiranja plutajuće plinske termoelektrane, rezultat čega je izrađeni pretprojekt plutajuće plinske termoelektrane 1996. godine. Također je zbog inovacijskog karaktera navedenog projekta potaknut organizirani znanstveno-istraživački rad, unutar kojeg se bavio istraživanjem metoda za konfiguriranje složenih pučinskih industrijskih sustava. Organizirano bavljenje znanstveno-istraživačkim radom nastavlja se kronološki na sljedećim projektima:

Tijekom 1994. godine uključuje se u rad na projektu glavnog istraživača i mentora prof. dr.sc. S. Šnellera, 2-09-297 "Unapređenje brodskog propulzijskog postrojenja", gdje je uglavnom angažiran na rješavanju brodostrojarskih problema. Nakon odobrenja novog projekta 1996. godine, 120-020, ˝Optimiranje pogonskih sustava plovnih objekata˝, glavnog istraživača prof.dr.sc. Ž. Parata, angažiran je na rješavanju problema vezanih za termodinamičko modeliranje energetskih sustava plovnih objekata, sve do današnjeg dana.

Sredinom lipnja 1995. godine izabran je za mlađeg asistenta na Katedri za strojeve i uređaje plovnih objekata Zavoda za brodogradnju i pomorsku tehniku Fakulteta strojarstva i brodogradnje, gdje mu je povjereno izvođenje vježbi iz predmeta Brodski pomoćni strojevi, Pogona broda III i Brodska motorna postrojenja.

Krajem lipnja 1999. godine završio je poslijediplomski studij na smjeru Osnivanje plovnih objekata uspješnom obranom magistarskog rada naslova: ˝Metodologija konceptualnog projektiranja plutajuće plinske termoelektrane˝, pod mentorstvom prof.dr.sc. Želimira Parata.

Od 1.01.2007. godine zaposlen je na Odjelu za promet i pomorstvo Sveučilišta u Zadru gdje mu je povjereno izvođenje nastave na brodostrojarskom usmjerenju iz sljedećih predmeta: Brodski generatori pare, Brodski motori i Brodski pomoćni strojevi i uređaji.

Koautor je nekoliko znanstvenih i stručnih radova s područja brodogradnje, brodskog strojarstva i energetike, objavljenih na međunarodnim konferencijama.

Služi se engleskim jezikom. Oženjen je i ima kćer.

SHORT BIOGRAPHY

Ivan Gospić was born on 24 June 1965 in Prkos, Škabrnja. He started his education in Prkos, attended there first four class of primary school. Than from 5th to 8th class of primary school he finished in Škabrnja. Secondary mathematic-informatics school he finished in Zadar in May 1983. After the secondary school he made his military service in 1983/84.

He started the study of naval architecture in 1984, on the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture in Zagreb. In the final year of the study he inscribed the Ship machinery subjects and received the engineer degree with the diploma theme „Preparation and Cleaninig of Fuels and Lubricating Oils as well as Treatment of Waste Fluids on the Bord“, in July 1991.

In January 1992 he was employed by the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture in Zagreb, as the researcher with prof. S. Šneller, on the project of prof. Ž.Sladoljev, project No 2-09-332 "Project Development of the Floating Gas Thermo-electric Plant". The same year he started the postgraduate study in field Shipbuilding and offshore objects, subfield Offshore object design. On the mentioned project he worked on the conceptual and structural design of the floating gas thermo-electric plant. This work was finalized by the preliminary project of the floating gas thermo-electric plant in 1996.

Due to the innovative character of the mentioned project, the research work is organised where he was in charge for the development of the method for configuration of complex offshore industrial systems. He continued systematic research activities on the following project, in chronological order:

During the 1994 he was involved in the project leaded by prof. S.Šneller, project No 2-08-297 "Advanced of Ship's Propulsion System", working on the problems related to ship machinery.

After the acceptance of the project leaded by prof. Z.Parat, project No 120-020, "Optimization of Propulsion System of the Ships" in 1996, he was engaged on the problems related to the thermodynamic modeling of the energetic systems of ships. He continued his work on these problems until today.

In June 1995 he was promoted in position of assistant in the Section for machinery and devices of offshore objects, in the Department of shipbuilding and offshore technique, giving the lecture in following subjects: Ship auxiliary systems, Ship propulsion III and Ship machinery system.

In June 1999 he finished postgraduate study in the field of Offshore object design, with the MSc final work under the title "Methodology of Conceptual Design of Floating Gas Thermo-electric Plant" leaded by prof. Ž.Parat.

In January 2007 he was employed by the Department of Traffic and Maritime Study in Zadar on the position of assistant where giving the lecture in following subjects: Marine Steam Generators, Ship auxiliary machinery and Marine Diesel Engine.

He is co-author of few scientific and research papers in the field of: shipbuilding, ship machinery and energy, published on the international conferences.

He speaks English language. He is married and has one daughter.

PRILOG I

I.1 Izvod izraza za kut između Sunčevog zračenja i pomične brodske plohe

Za bilo koju proizvoljno postavljenu ravnu plohu s pripadajućim azimutom β i elevacijskim kutom ε (slika 3.14), jedinični vektor normale $\vec{n}_{o_{\beta,\varepsilon}}(t)$, razmjerno lako se odredi primjenom vektorske analize. Prema priloženoj slici jedinični vektor normale proizvoljno orijentirane površine definira se izrazom:

$$\vec{n}_{o_{\beta,\varepsilon}}(t) = \vec{\eta}_{\mu_o}(t) \times \vec{r}_{\varepsilon_o}(t) \tag{I.1}$$

gdje su $\vec{\eta}_{\mu_o}(t)$ i $\vec{r}_{\varepsilon_o}(t)$ njezini jedinični bazni vektori, pri čemu je $\vec{\eta}_{\mu_o}(t)$ jedinični vektor položen u tangencijalnoj sfernoj ravnini, zarotiran za azimut površine $\beta(t)$ u odnosu na jedinični vektor $\vec{r}_{\mu_o}$ (vektor u smjeru tangente na paralelu), dok je $\vec{r}_{\varepsilon_o}(t)$ jedinični vektor položen na proizvoljno postavljenoj plohi okomito na $\vec{\eta}_{\mu_o}(t)$, te pod kutom $\varepsilon(t)$ u odnosu na jedinični vektor $\vec{\eta}_{\varphi_o}$ koji je položen u tangencijalnoj ravnini sfere okomito na $\vec{\eta}_{\mu_o}(t)$, odnosno pod kutom $\vec{\eta}_o(t)$ u odnosu na jedinični vektor $\vec{r}_{\varphi_o}$.

Koristeći se svojstvima skalarnog i vektorskog produkta, definiraju se odgovarajući sustavi linearnih algebarskih jednadžbi čija su rješenja komponente nedefiniranih vektora. Ponajprije je potrebno odrediti bazne vektore tangencijalne sferne plohe, kako slijedi:

$$\vec{r}_{\mu_o} = \frac{\vec{r}_\mu}{r_\mu} = \frac{1}{r_\mu}\frac{\partial \vec{n}_o}{\partial \mu} = \frac{1}{r_\mu}\frac{\partial}{\partial \mu}(\cos\mu\cos\varphi\,\vec{i} + \sin\mu\cos\varphi\,\vec{j} + \sin\varphi\,\vec{k}) \tag{I.2}$$

$$r_\mu = \left|\vec{r}_\mu\right| = \cos\varphi$$

$$\vec{r}_{\mu_o} = -\sin\mu\,\vec{i} + \cos\mu\,\vec{j} \tag{I.3}$$

$$\vec{r}_{\varphi_o} = \frac{\vec{r}_\varphi}{r_\varphi} = \frac{1}{r_\varphi}\frac{\partial \vec{n}_o}{\partial \varphi} = \frac{1}{r_\mu}\frac{\partial}{\partial \varphi}(\cos\mu\cos\varphi\,\vec{i} + \sin\mu\cos\varphi\,\vec{j} + \sin\varphi\,\vec{k}) \tag{I.4}$$

$$r_\varphi = \left|\vec{r}_\varphi\right| = 1$$

$$\vec{r}_{\varphi_o} = \cos\mu\sin\varphi\,\vec{i} - \sin\mu\sin\varphi\,\vec{j} + \cos\varphi\,\vec{k} \tag{I.5}$$

<u>dobivanje</u> $\vec{\eta}_{\mu o}$

Jedna jednadžba se dobiva iz skalarnog produkta:

$$\vec{r}_{\mu_o} \cdot \vec{\eta}_{\mu_o} = \cos\eta \tag{I.6}$$

dok se druge dvije dobivaju iz vektorskog produkta:

$$\vec{r}_{\mu_o} \times \vec{\eta}_{\mu_o} = \sin\eta\,\vec{n}_o \tag{I.7}$$

pa se rješenjem sustava za $\vec{\eta}_{\mu_o}(t)$ dobiva:

$$\vec{\eta}_{\mu_o}(t) = -(\sin\eta\sin\varphi\cos\mu + \cos\eta\sin\mu)\,\vec{i} + (\cos\eta\cos\mu - \sin\eta\sin\varphi\sin\mu)\,\vec{j} + \sin\eta\cos\varphi\,\vec{k} \tag{I.8}$$

<u>dobivanje</u> $\vec{\eta}_{\varphi_o}$

Prva jednadžba se dobiva iz skalarnog produkta:

$$\vec{r}_{\varphi_o} \cdot \vec{\eta}_{\varphi_o} = \cos\eta \tag{I.9}$$

dok se preostale dvije dobivaju iz vektorskog produkta:

$$\vec{r}_{\varphi_o} \times \vec{\eta}_{\varphi_o} = \sin\eta\,\vec{n}_o \tag{I.10}$$

te se rješenjem sustava za $\vec{\eta}_{\varphi_o}(t)$ dobiva:

$$\vec{\eta}_{\varphi_o}(t) = (\sin\eta\sin\mu - \cos\eta\sin\varphi\cos\mu)\,\vec{i} - ((\sin\eta\cos\mu + \cos\eta\sin\varphi\sin\mu)\,\vec{j} + \cos\eta\cos\varphi\,\vec{k} \tag{I.11}$$

<u>dobivanje</u> $\vec{r}_{\varepsilon_o}$

Postupajući slično, uzimajući jednu jednadžbu iz skalarnog produkta:

$$\vec{r}_{\varepsilon_o} \cdot \vec{\eta}_{\varphi_o} = \cos\varepsilon \tag{I.12}$$

te preostalih dviju iz vektorskog produkta:

$$\vec{\eta}_{\varphi_o} \times \vec{r}_{\varepsilon_o} = \sin\varepsilon\,\vec{\eta}_{\mu_o} \tag{I.13}$$

rješavanjem sustava za $\vec{r}_{\varepsilon_o}(t)$, dobiva se:

$$\vec{r}_{\varepsilon_o}(t) = \left\{ \begin{array}{c} [\cos\varphi\cos\mu\sin\varepsilon + \cos\varepsilon(\sin\eta\sin\mu - \cos\eta\cos\mu\sin\varphi)]\vec{i} + \\ +[\cos\varphi\sin\mu\sin\varepsilon - \cos\varepsilon(\sin\eta\cos\mu + \cos\eta\sin\varphi\sin\mu)]\vec{j} + (\cos\eta\cos\varphi\cos\varepsilon + \sin\varphi\sin\varepsilon)\vec{k} \end{array} \right\} \tag{I.14}$$

Uvrštavanjem izraza $\vec{\eta}_{\mu_o}(t)$ i $\vec{r}_{\varepsilon_o}(t)$ u izraz (I.1), za jedinični vektor normale proizvoljno orijentirane ravne plohe $\vec{n}_{o_{\beta,\varepsilon}}(t) = \vec{\eta}_{\mu_o}(t) \times \vec{r}_{\varepsilon_o}(t)$ dobiva se:

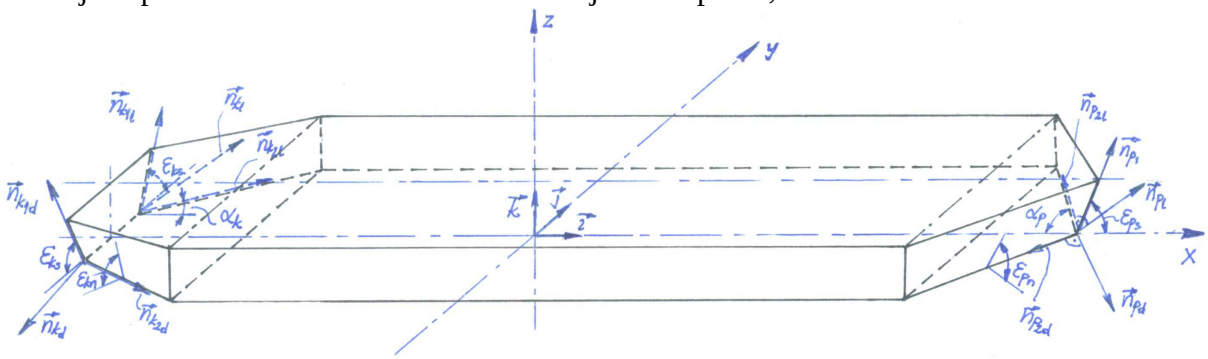
$$\vec{n}_{o_{\beta,\varepsilon}}(t) = \left\{ \begin{array}{c} [\cos\varphi\cos\mu\cos\varepsilon + \sin\varepsilon(\cos\eta\sin\varphi\cos\mu - \sin\beta\sin\mu)]\vec{i} + \\ +[\sin\eta\cos\mu\sin\varepsilon + \sin\mu\cos\varepsilon(\cos\varphi + \cos\eta\sin\varphi)]\vec{j} + (\sin\varphi\cos\varepsilon - \cos\eta\cos\varphi\sin\varepsilon)\vec{k} \end{array} \right\} \tag{I.15}$$

Kako je $\vec{q}_o = \cos\delta\vec{i} + \sin\delta\vec{k}$, korištenjem izraza (3.77), za kosinus kuta nailazećeg Sunčevog zračenja, za proizvoljno orijentiranu ravnu plohu dobiva se:

$$\cos\phi(t) = \left\{ \begin{array}{c} \sin\delta(\sin\varphi\cos\varepsilon - \cos\eta\cos\varphi\sin\varepsilon) + \cos\delta\cdot \\ \cdot[\cos\varphi\cos\mu\cos\varepsilon + \sin\varepsilon(\cos\eta\sin\varphi\cos\mu - \sin\eta\sin\mu)] \end{array} \right\} \tag{I.16}$$

I.2 Definiranje normala karakterističnih ploha nagnutog i trimanog broda

Kada je brod na ravnoj kobilici, (ne plovi niti nagnut niti triman), za bilo koju razmatranu ravnu brodsku plohu, ε je konstantna vrijednost, te je isti za sve vertikalne brodske plohe $\varepsilon = \pi/2$ (bokovi broda duž paralelnog srednjaka, stražnje i prednje uspravne stjenke i krmeno zrcalo). Za zakrivljene plohe brodskog nadvođa niti azimut niti elevacijski kut nisu konstantnog iznosa te je stoga preporučljivo, a u svrhu pojednostavnjenja, takve zakrivljene plohe diskretizirati na određeni broj ravnih ploha, kako to ilustrira slika I.1.



Slika I.1 Skica nadvođa broda za određivanje elevacijskih kutova karakterističnih površina

Iznos kuta između morske površine čiji je jedinični vektor normale $\vec{n}_m$ i proizvoljno orijentirane diskretizirane ravne plohe čiji je jedinični vektor normale $\vec{n}_k$ pridobiv je iz skalarnog produkta ovih vektora, kako slijedi:

$$\varepsilon_k = \arccos(\vec{n}_m \cdot \vec{n}_k) \tag{I.17}$$

Za slučaj nenagnutog i netrimanog broda, jedinični vektor normale morske površine je: $\vec{n}_m = \vec{k}$, dok se jedinični vektor normale $\vec{n}_k$ proizvoljno orijentirane k-te diskretizirane ravne plohe definiran vektorskim produktom njenih baznih vektora, odnosno:

$$\vec{n}_k = \vec{n}_{k_1} \times \vec{n}_{k_j} \tag{I.18}$$

Odabirući referentnim brodski koordinatni sustav, bazni vektori definiraju se izrazima:

$$\vec{n}_{k_i} = (x_{i+1} - x_i)\,\vec{i} + (y_{i+1} - y_i)\,\vec{j} \tag{I.19}$$

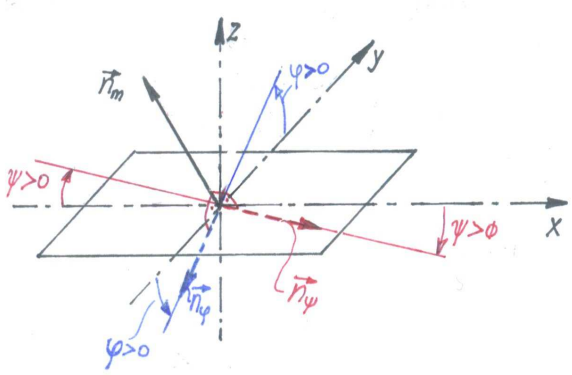
$$\vec{n}_{k_j} = (y_{i+1} - y_i)\,\vec{j} + (z_{i+1} - z_i)\,\vec{k} \tag{I.20}$$

pa se za $\vec{n}_k$ dobiva:

$$\vec{n}_k = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ (x_{i+1} - x_i) & (y_{i+1} - y_i) & 0 \\ 0 & (y_{i+1} - y_i) & (z_{i+1} - z_i) \end{vmatrix} \tag{I.21}$$

te se nadalje uvrštavanjem (I.21) u (I.17) za elevacijski kut diskretiziranog k-tog elementa zakrivljene površine dobiva:

$$\varepsilon_k = \arccos\left[(x_{i+1} - x_i)(y_{i+1} - y_i)\right] \tag{I.22}$$



Slika I. 2 Nagibanje palubne plohe broda

Za kut $\alpha_{k\beta}$ što ga vektor normale diskretizirane površine zatvara s pozitivnim smjerom osi x brodskog koordinatnog sustava dobiva se:

$$\alpha_{k_\beta} = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}\right) \tag{I.23}$$

Ukoliko je brod nagnut za kut φ_b oko x osi, te triman za kut ψ_b oko y osi, prema priloženoj skici, prividni jedinični vektor normale nagnute morske površine biva:

$$\vec{n}_m = \vec{n}_\varphi \times \vec{n}_\psi \tag{I.24}$$

gdje je:

$$\vec{n}_\varphi = -\cos\varphi_b\,\vec{j} - \sin\varphi_b\,\vec{k} \tag{I.25}$$

$$\vec{n}_\psi = \cos\psi_b\,\vec{i} - \sin\psi_b\,\vec{k} \tag{I.26}$$

$$\vec{n}_m = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -\cos\varphi_b & -\sin\varphi_b \\ \cos\psi_b & 0 & -\sin\psi_b \end{vmatrix} \tag{I.27}$$

Sada se za bilo koju diskretiziranu brodsku plohu uvrštavanjem (I.21) i (I.27) u (I.17) za elevacijski kut $\varepsilon_{k_{\varphi\psi}}(\varphi_b, \psi_b)$, dobiva kako slijedi:

$$\varepsilon_{k_{\varphi\psi}}(\varphi_b, \psi_b) = \arccos\left(\vec{n}_k \cdot \vec{n}_m\right) = \arccos\left[(x_{i+1} - x_i)(y_{i+1} - y_i)\cos\varphi_b \cos\psi_b\right] \tag{I.28}$$

U načelu je tijekom plovidbe po mirnom moru stanje nagnutosti i trimanosti jedino prisutno u slučaju oštećenja i nesimetrično naplavljenog brodskog trupa. Poseban slučaj je plovidba po uzburkanom moru kada je u načelu prisutno svih šest spregnutih gibanja brodskog trupa, što se ovdje neće razmatrati.

Nagnutost i trimanost broda najčešće se pojavljuju u lukama tijekom ukrcaja ili iskrcaja tereta, pa ih ovisno o trajnosti spomenutih radnji valja uzeti u obzir.

Najčešći je pak slučaj plovidbe broda bez nagiba $(\varphi_b = 0)$, ali s trimom (pretegom ili zategom) koji se definira izrazom:

$$\psi_b = \arctan\left(\frac{T_k - T_p}{L_{PP}}\right) \tag{I.29}$$

gdje je: T_k, T_p gaz broda na krmenoj odnosno pramčanoj okomici, L_{PP} je duljina broda između okomica. Uvrštavanjem (I.25) u (I.24) konačno se za elevacijski kut bilo koje k-te diskretizirane brodske plohe pri plovidbi trimanog broda dobiva:

$$\varepsilon_{k_{\varphi\psi}}(\psi_b) = \arccos\left\{(x_{i+1} - x_i)(y_{i+1} - y_i)\cos\left[\arctan\left(\frac{T_k - T_p}{L_{PP}}\right)\right]\right\} \tag{I.30}$$

I.3 Izrazi za gustoću ukupnog kratkovalnog zračenja na fiksnu i pomičnu brodsku plohu

plovidba iz i u j

$$
q_k(t)_{Fij} = \left(\cdot \left(\frac{1}{4}\sigma T_s^4 \bar{r}_s^{\,2} \left[a(1-\epsilon^2)\left(1+\epsilon\cos\left\{\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})+1{,}93\sin\left[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)^{-1} - \bar{r}_s - \bar{r}_a\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t-\tau_{\delta o}+\tau_{o_i})\right]+\varphi_b(t)_{ij}\right\}\right]^{-2} \cdot \right.
$$

$$
\exp\left\{ -\frac{1}{2}\left[\left(1+\operatorname{sgn}\left\{ \omega_{po}\left[t+\tau_{0_i}-\tau_{po}\left(\sum_{k_{\Gamma\varphi}=0}^{n_{\Gamma\varphi}}\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}\left\{A_{k_{\Gamma\varphi}}\sin\left[k_{\Gamma\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{\Gamma\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\Gamma_t}}\sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\right]\right\}\right)\right]\right\}\right) \cdot \right.\right.
$$

$$
\left.\left. \cdot \sum_{k_{\Psi\varphi}=0}^{n_{\Psi\varphi}}\sum_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}}\left\{A_{k_{\Psi\varphi}}\sin\left[k_{\Psi\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{\Psi\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\Psi_t}}\sin\left[k_{\Psi_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{\Psi_t}}\right]\right\} + \right.\right.
$$

$$
\left.\left. + \left(1-\operatorname{sgn}\left\{ \omega_{po}\left[t+\tau_{0_i}-\tau_{po}\left(\sum_{k_{\Gamma\varphi}=0}^{n_{\Gamma\varphi}}\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}\left\{A_{k_{\Gamma\varphi}}\sin\left[k_{\Gamma\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{\Gamma\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\Gamma_t}}\sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\right]\right\}\right)\right]\right\}\right) \right]\right\} \cdot
$$

$$
\left.\left. \cdot\left\{b_{q_1}+b_{q_2}\cos\left[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})\right]\right\}\left(\begin{array}{c} \sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\cdot \\ \cdot\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i-\arcsin\left\{\cot\alpha_s\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right) \end{array} \right)^{-1} \right\} \cdot
$$

$$
\left. \cdot\left\{ 1+\operatorname{sgn}\left[\begin{array}{c} \sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\cdot \\ \cdot\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i-\arcsin\left\{\cot\alpha_s\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right) \end{array} \right]\right\} \cdot \right.
$$

$$
\left. \cdot\left\{ \begin{array}{l} \sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\left\{\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\cos\varepsilon_{k_{ij}}-\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\sin\varepsilon_{k_{ij}}\cos\left(\alpha_{k_{\beta}}-\pi-\arcsin\left\{\cos\alpha_s\sec\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right)\right\}+ \\ +\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\left\{ \begin{array}{l} \cos\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i-\arcsin\left\{\cot\alpha_s\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right)\cos\varepsilon_{k_{ij}}+ \\ \sin\varepsilon_{k_{ij}}\left[\begin{array}{c} \cos\left(\alpha_{k_{\beta}}-\pi-\arcsin\left\{\cos\alpha_s\sec\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right)\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\cdot \\ \cdot\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i-\arcsin\left\{\cot\alpha_s\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right) \\ -\sin\left(\alpha_{k_{\beta}}-\pi-\arcsin\left\{\cos\alpha_s\sec\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right)\cdot \\ \cdot\sin\left(\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i-\arcsin\left\{\cot\alpha_s\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right) \end{array} \right] \end{array} \right\} \end{array} \right\} \cdot \right.
$$

$$
\left. \left\{ \cdot\left\{ 1+\operatorname{sgn}\left[\begin{array}{l} \sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\left\{\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\cos\varepsilon_{k_{ij}}-\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\sin\varepsilon_{k_{ij}}\cos\left(\alpha_{k_{\beta}}-\pi-\arcsin\left\{\cos\alpha_s\sec\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right)\right\}+ \\ +\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\left\{ \begin{array}{l} \cos\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i-\arcsin\left\{\cot\alpha_s\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right)\cos\varepsilon_{k_{ij}}+ \\ \sin\varepsilon_{k_{ij}}\left[\begin{array}{c} \cos\left(\alpha_{k_{\beta}}-\pi-\arcsin\left\{\cos\alpha_s\sec\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right)\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\cdot \\ \cdot\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i-\arcsin\left\{\cot\alpha_s\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right) \\ -\sin\left(\alpha_{k_{\beta}}-\pi-\arcsin\left\{\cos\alpha_s\sec\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right)\cdot \\ \cdot\sin\left(\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i-\arcsin\left\{\cot\alpha_s\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right) \end{array} \right] \end{array} \right\} \end{array} \right]\right\} + \right.
$$

$$
\left. + \left[\begin{array}{c} \sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\cdot \\ \cdot\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i-\arcsin\left\{\cot\alpha_s\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right) \end{array} \right]\cdot \right.
$$

$$
\left. \cdot(1-\cos\varepsilon_k)\left[\begin{array}{c} 1-0{,}95\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\cdot \\ \cdot\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i-\arcsin\left\{\cot\alpha_s\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right) \end{array} \right] + \right.
$$

$$
\left. + \left[\begin{array}{c} 2+0{,}95(\cos\varepsilon_k-1)\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\cdot \\ \cdot\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i-\arcsin\left\{\cot\alpha_s\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}\right) \end{array} \right]\left\{d_{q_1}+d_{q_2}\cos\left[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})\right]\right\} \right\} \right)
$$

(I.33)

plovidba iz j u i

$$
\begin{aligned}
q_k(t)_{Fji} = \Bigg(& \frac{1}{4}\sigma T_s^4 \bar{r}_s^2 \left[a(1-\epsilon^2)\left(1+\epsilon\cos\left\{\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})+1{,}93\sin\left[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_j})\right]\right\}\right)^{-1} - \bar{r}_s - \bar{r}_a\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t-\tau_{\delta o}+\tau_{o_j})\right]+\varphi_b(t)_{ji}\right\}\right]^{-2}\cdot \\
& \exp\Bigg\{-\frac{1}{2}\Bigg[\Bigg[\Bigg[\left(1+\operatorname{sgn}\left\{\omega_{po}\left[t+\tau_{0_i}-\tau_{po}\left(\sum_{k_{\Gamma_\varphi}=0}^{n_{\Gamma_\varphi}}\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}\left\{A_{k_{\Gamma_\varphi}}\sin\left[k_{\Gamma_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{\Gamma_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\Gamma_t}}\sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\right]\right\}\right)\right]\right\}\right)\cdot \\
& \cdot\sum_{k_{\Psi_\varphi}=0}^{n_{\Psi_\varphi}}\sum_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}}\left\{A_{k_{\Psi_\varphi}}\sin\left[k_{\Psi_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{\Psi_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\Psi_t}}\sin\left[k_{\Psi_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{\Psi_t}}\right]\right\}+ \\
& +\left(1-\operatorname{sgn}\left\{\omega_{po}\left[t+\tau_{0_i}-\tau_{po}\left(\sum_{k_{\Gamma_\varphi}=0}^{n_{\Gamma_\varphi}}\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}\left\{A_{k_{\Gamma_\varphi}}\sin\left[k_{\Gamma_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{\Gamma_\varphi}}\right]\right\}\left\{A_{k_{\Gamma_t}}\sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\right]\right\}\right)\right]\right\}\right)\Bigg]\Bigg]\cdot \\
& \cdot\left\{b_{q_1}+b_{q_2}\cos\left[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})\right]\right\}\left(\begin{array}{c}\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\right]\right\}\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\right]\right\}\cdot \\ \cdot\cos\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\left\{\tan\beta_s\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]\right\}\right)\end{array}\right)^{-1}\Bigg]\Bigg\}\cdot \\
& \cdot\left\{1+\operatorname{sgn}\left[\begin{array}{c}\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\right]\right\}\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\right]\right\}\cos\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]\cdot \\ \cdot\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\left\{\tan\beta_s\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]\right\}\right)\end{array}\right]\right\}\cdot \\
& \Bigg\{\cdot\Bigg\{\cdot\Bigg\{1+\operatorname{sgn}\Bigg(\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\right]\right\}\left\{\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]\cos\varepsilon_{k_{ij}}-\cos\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]\sin\varepsilon_{k_{ij}}\cos\left(\alpha_{k_\beta}-\arcsin\left\{\cos\alpha_s\sec\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]\right\}\right)\right\}+ \\
& +\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\right]\right\}\Bigg\{\cos\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]\cos\varepsilon_{k_{ij}}\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\left\{\tan\beta_s\tan\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]\right\}\right)+ \\
& \sin\varepsilon_{k_{ij}}\left[\begin{array}{c}\cos\left(\alpha_{k_\beta}-\arcsin\left\{\cos\alpha_s\sec\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]\right\}\right)\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]\cdot \\ \cdot\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\left\{\tan\beta_s\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]\right\}\right)- \\ -\sin\left(\alpha_{k_\beta}-\arcsin\left\{\cos\alpha_s\sec\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]\right\}\right)\cdot \\ \cdot\sin\left(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\left\{\tan\beta_s\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]\right\}\right)\end{array}\right]\Bigg\}\Bigg)\Bigg\}+ \\
& +\left[\begin{array}{c}\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\right]\right\}\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\right]\right\}\cos\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]\cdot \\ \cdot\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\left\{\tan\beta_s\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]\right\}\right)\end{array}\right]\cdot \\
& \cdot(1-\cos\varepsilon_k)\left[\begin{array}{c}1-0{,}95\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\right]\right\}\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\right]\right\}\cos\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]\cdot \\ \cdot\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\left\{\tan\beta_s\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]\right\}\right)\end{array}\right]+ \\
& +\left[\begin{array}{c}2+0{,}95(\cos\varepsilon_k-1)\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\right]\right\}\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\right]\right\}\cdot \\ \cdot\cos\left[\varphi_b(t)_{ji}\right]\cos\left(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\left\{\tan\beta_s\sin\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]\right\}\right)\end{array}\right]\left\{d_{q_1}+d_{q_2}\cos\left[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_j})\right]\right\}\Bigg\}\Bigg\}\Bigg)
\end{aligned}
\tag{I.34}
$$

boravak u odredištu i

$$
q_k(t)_{Fi} = \left(\begin{array}{l}
\left(\frac{1}{4}\sigma T_s^4 \bar{r}_s^2 \left[a(1-\epsilon^2)\left(1+\epsilon\cos\left\{\omega_G(t-t_o+\tau_o)+1{,}93\sin\left[\omega_G(t-t_o+\tau_o)\right]\right\}\right)^{-1} - \bar{r}_s - \bar{r}_a\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t-\tau_{\delta o}+\tau_o)\right]+\varphi_i\right\}\right]^{-2} \cdot \right. \\
\cdot\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\omega_{po}\left(t+\tau_0-\tau_{po}\left\{\sum_{k_{\Gamma\varphi}=0}^{n_{\Gamma\varphi}}\left[A_{k_{\Gamma\varphi}}\sin\left(k_{\Gamma_\varphi}\varphi_i+\gamma_{k_{\Gamma\varphi}}\right)\right]\right\}\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}\left\{A_{k_{\Gamma_t}}\sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_o)+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\right]\right\}\right)\right]\right\}\cdot\right.\right. \\
\cdot\left\{\sum_{k_{\Psi\varphi}=0}^{n_{\Psi\varphi}}\left[A_{k_{\Psi\varphi}}\sin\left(k_{\Psi_\varphi}\varphi_i+\gamma_{k_{\Psi\varphi}}\right)\right]\right\}\sum_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}}\left\{A_{k_{\Psi_t}}\sin\left[k_{\Psi_t}\omega_G(t+\tau_o)+\gamma_{k_{\Psi_t}}\right]\right\}+ \\
\left.\left.+\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\omega_{po}\left(t+\tau_0-\tau_{po}\left\{\sum_{k_{\Gamma\varphi}=0}^{n_{\Gamma\varphi}}\left[A_{k_{\Gamma\varphi}}\sin\left(k_{\Gamma_\varphi}\varphi_i+\gamma_{k_{\Gamma\varphi}}\right)\right]\right\}\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}\left\{A_{k_{\Gamma_t}}\sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_o)+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\right]\right\}\right)\right]\right\}\right)\right]\cdot \\
\cdot\frac{\left\{b_{q_1}+b_{q_2}\cos\left[\omega_G(t-t_o+\tau_o)\right]\right\}}{\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_o)\right]\right\}\sin\varphi+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_o)\right]\right\}\cos\varphi\cos\left[\omega_z(t+\tau_o-12)-\mu_i\right]}\Bigg]\Bigg\}\cdot \\
\cdot\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_o)\right]\right\}\sin\varphi+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_o)\right]\right\}\cos\varphi\cos\left[\omega_z(t+\tau_o-12)-\mu_i\right]\right]\right\}\cdot \\
\left\{\begin{array}{l}
\left[\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\left[\sin\varphi_i\cos\varepsilon_{k_i}-\cos(\alpha_{k\beta}-\beta_{g_i}-\pi)\cos\varphi_i\sin\varepsilon_{ki}\right]+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\cdot\right. \\
\cdot\left(\begin{array}{c}\cos\varphi_i\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\right]\cos\varepsilon_{k_i}+\\ +\sin\varepsilon_{k_i}\left\{\cos(\alpha_{k\beta}-\beta_{g_i}-\pi)\sin\varphi_i\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\right]-\sin(\alpha_{k\beta}-\beta_{g_i}-\pi)\sin\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\right]\right\}\end{array}\right)\Bigg]\cdot \\
\cdot\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\begin{array}{l}\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\left[\sin\varphi_i\cos\varepsilon_{k_i}-\cos(\alpha_{k\beta}-\beta_{g_i}-\pi)\cos\varphi_i\sin\varepsilon_{ki}\right]+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\cdot\\ \cdot\left(\begin{array}{c}\cos\varphi_i\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\right]\cos\varepsilon_{k_i}+\sin\varepsilon_{k_i}\cdot\\ \cdot\left\{\cos(\alpha_{k\beta}-\beta_{g_i}-\pi)\sin\varphi_i\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\right]-\sin(\alpha_{k\beta}-\beta_{g_i}-\pi)\sin\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\right]\right\}\end{array}\right)\end{array}\right]\right\}+ \\
+\left(\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_o)\right]\right\}\sin\varphi+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_o)\right]\right\}\cos\varphi\cos\left[\omega_z(t+\tau_o-12)-\mu_i\right]\right)(1-\cos\varepsilon_k)\cdot \\
\left\{1-0{,}95\left[\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_o)\right]\right\}\sin\varphi+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_o)\right]\right\}\cos\varphi\cos\left[\omega_z(t+\tau_o-12)-\mu_i\right]\right]\right\}\cdot \\
+\left\{2+0{,}95\left[\begin{array}{c}\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_o)\right]\right\}\sin\varphi+\cos\varphi\cdot\\ \cdot\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_o)\right]\right\}\cos\left[\omega_z(t+\tau_o-12)-\mu_i\right]\end{array}\right](\cos\varepsilon_k-1)\right\}\left\{d_{q_1}+d_{q_2}\cos\left[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})\right]\right\}
\end{array}\right\} \qquad \text{(I.31)}
$$

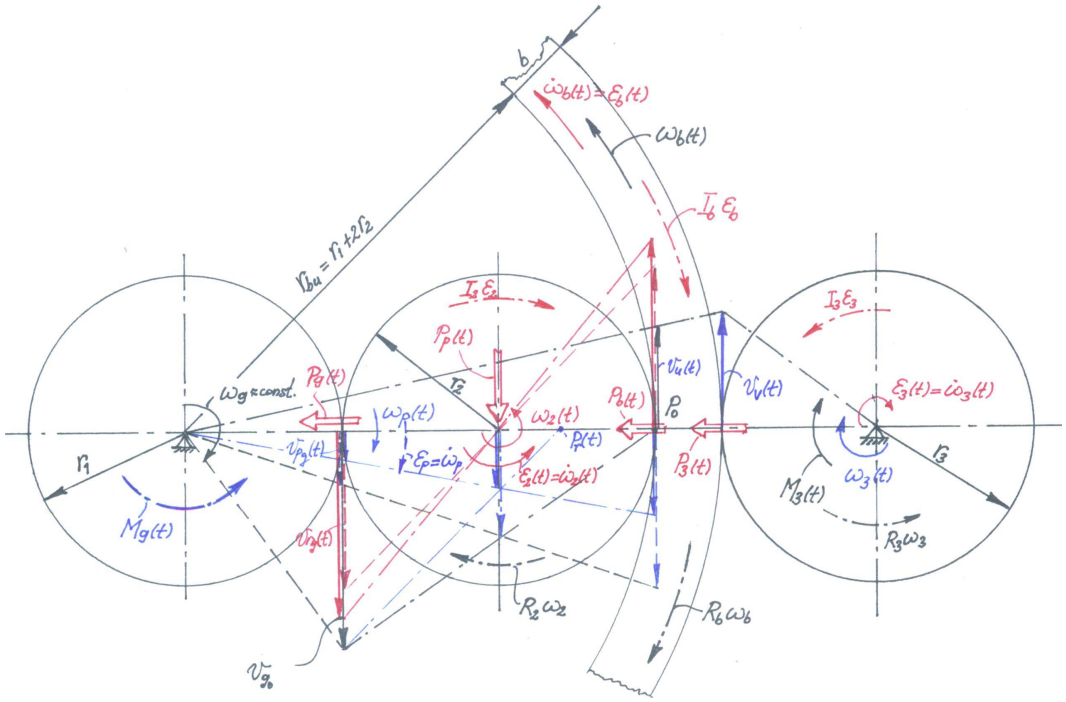
boravak u odredištu j

$$
q_k(t)_{Fj} = \left(\begin{array}{l}
\left(\frac{1}{4}\sigma T_s^4 \bar{r}_s^2 \left[a(1-\epsilon^2)\left(1+\epsilon\cos\left\{\omega_G(t-t_o+\tau_{o_{ij}})+1{,}93\sin\left[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\right)^{-1} - \bar{r}_s - \bar{r}_a\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t-\tau_{\delta o}+\tau_{o_{ij}})\right]+\varphi_j\right\}\right]^{-2} \cdot \right. \\
\cdot\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\omega_{po}\left(t+\tau_{0_{ij}}-\tau_{po}\left\{\sum_{k_{\Gamma\varphi}=0}^{n_{\Gamma\varphi}}\left[A_{k_{\Gamma\varphi}}\sin\left(k_{\Gamma_\varphi}\varphi_j+\gamma_{k_{\Gamma\varphi}}\right)\right]\right\}\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}\left\{A_{k_{\Gamma_t}}\sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{o_{ij}})+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\right]\right\}\right)\right]\right\}\cdot\right.\right. \\
\cdot\left\{\sum_{k_{\Psi\varphi}=0}^{n_{\Psi\varphi}}\left[A_{k_{\Psi\varphi}}\sin\left(k_{\Psi_\varphi}\varphi_j+\gamma_{k_{\Psi\varphi}}\right)\right]\right\}\sum_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}}\left\{A_{k_{\Psi_t}}\sin\left[k_{\Psi_t}\omega_G(t+\tau_{o_{ij}})+\gamma_{k_{\Psi_t}}\right]\right\}+ \\
\left.\left.+\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\omega_{po}\left(t+\tau_{0_{ij}}-\tau_{po}\left\{\sum_{k_{\Gamma\varphi}=0}^{n_{\Gamma\varphi}}\left[A_{k_{\Gamma\varphi}}\sin\left(k_{\Gamma_\varphi}\varphi_j+\gamma_{k_{\Gamma\varphi}}\right)\right]\right\}\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}\left\{A_{k_{\Gamma_t}}\sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{o_{ij}})+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\right]\right\}\right)\right]\right\}\right)\right]\cdot \\
\cdot\frac{b_{q_1}+b_{q_2}\cos\left[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_{ij}})\right]}{\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\sin\varphi+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\cos\varphi\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_{ij}}-12)-\mu_j\right]}\Bigg]\Bigg\}\cdot \\
\cdot\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\sin\varphi+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\cos\varphi\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_{ij}}-12)-\mu_i\right]\right]\right\}\cdot \\
\left\{\begin{array}{l}
\left[\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\left[\sin\varphi_j\cos\varepsilon_{k_j}-\cos(\alpha_{k\beta}-\beta_{g_j}-\pi)\cos\varphi_j\sin\varepsilon_{k_j}\right]+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\cdot\right. \\
\cdot\left(\begin{array}{c}\cos\varphi_i\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_{ij}}-12)-\mu_i\right]\cos\varepsilon_{k_j}+\\ +\sin\varepsilon_{k_j}\left\{\cos(\alpha_{k\beta}-\beta_{g_j}-\pi)\sin\varphi_j\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_{ij}}-12)-\mu_j\right]-\sin(\alpha_{k\beta}-\beta_{g_j}-\pi)\sin\left[\omega_z(t+\tau_{o_{ij}}-12)-\mu_j\right]\right\}\end{array}\right)\Bigg]\cdot \\
\cdot\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\begin{array}{l}\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\left[\sin\varphi_j\cos\varepsilon_{k_j}-\cos(\alpha_{k\beta}-\beta_{g_j}-\pi)\cos\varphi_j\sin\varepsilon_{k_j}\right]+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\cdot\\ \cdot\left(\begin{array}{c}\cos\varphi_i\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_{ij}}-12)-\mu_i\right]\cos\varepsilon_{k_j}+\\ +\sin\varepsilon_{k_j}\left\{\cos(\alpha_{k\beta}-\beta_{g_j}-\pi)\sin\varphi_j\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_{ij}}-12)-\mu_j\right]-\sin(\alpha_{k\beta}-\beta_{g_j}-\pi)\sin\left[\omega_z(t+\tau_{o_{ij}}-12)-\mu_j\right]\right\}\end{array}\right)\end{array}\right]\right\}+ \\
+\left(\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\sin\varphi_j+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\cos\varphi_j\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_{ij}}-12)-\mu_j\right]\right)(1-\cos\varepsilon_k)\cdot \\
\left\{1-0{,}95\left[\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\sin\varphi_j+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\cos\varphi_j\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_{ij}}-12)-\mu_j\right]\right]\right\}\cdot \\
+\left\{2+0{,}95\left[\begin{array}{c}\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\sin\varphi_j+\cos\varphi_j\cdot\\ \cdot\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_{ij}}-12)-\mu_j\right]\end{array}\right](\cos\varepsilon_k-1)\right\}\left\{d_{q_1}+d_{q_2}\cos\left[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_{ij}})\right]\right\}
\end{array}\right\} \qquad \text{(I.32)}
$$

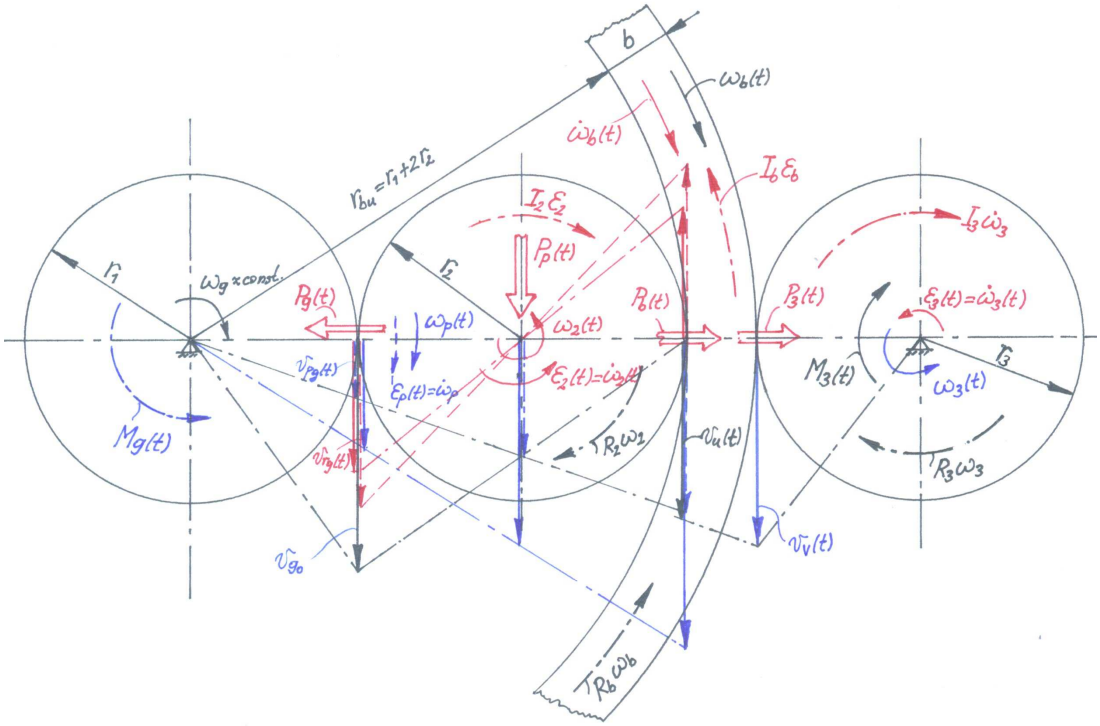
PRILOG II

II Izvod kvazistatičkog i dinamičkog zakretnog momenta PTO-sustava

Kako se radi o razmjerno složenom mehaničko-hidrauličkom energetskom podsustavu, ovdje se nadalje ponajprije razmatraju kinematika i dinamika superponiranog planetarnog prijenosnika snage s hidrauličkim djelovanjem, za što će poslužiti priložene *slike II.1 i II.2*.



Slika II.1 Kinematski prikaz motorske superpozicije planetarnog prijenosnika snage



Slika II.2 Kinematski prikaz generatorske superpozicije planetarnog prijenosnika snage

PRILOG II

Postavljanjem kinematskih veza pridobivaju se sljedeći odnosi za obodne i kutne brzine pojedinih zupčanika i poluge, pod narinutim uvjetima da je $\omega_g = const.$, odnosno $v_{g_o} = r_1\omega_g = const.$:

$$v_{g_o} = r_1\omega_g \tag{II.1}$$

$$v_{g_o} = v_{p_g}(t) + v_{r_g}(t) = r_1\,\omega_p(t) + r_2\,\omega_2(t) \tag{II.2}$$

$$v_u(t) = v_{p_u}(t) - v_{r_u}(t) = (r_1 + 2r_2)\omega_p(t) - r_2\omega_2(t) \tag{II.3}$$

$$v_u(t) = (r_1 + 2r_2)\omega_b(t) \tag{II.4}$$

$$v_v(t) = (r_1 + 2r_2 + b)\omega_b(t) \tag{II.5}$$

$$v_v(t) = r_3\omega_3(t) \tag{II.6}$$

gdje je:

ω_p -kutna brzina planetarne poluge (prijenosna kutna brzina),

ω_2 -kutna brzina planetarnog zupčanika (relativna kutna brzina) pri rotaciji oko vlastite osi,

ω_b -apsolutna kutna brzina ozubljenog obruča koji vrši čisto rotacijsko gibanje,

ω_3 -apsolutna kutna brzina čisto rotirajućeg zupčanika hidromotora,

v_{p_g}, v_{p_u} -prijenosne brzine planetarnog zupčanika u dodiru s generatorskim zupčanikom, odnosno u dodiru s unutrašnjim ozubljenjem obruča,

v_{r_g}, v_{r_u} -relativne brzine planetarnog zupčanika u dodiru s generatorskim zupčanikom, odnosno dodiru s unutrašnjim ozubljenjem obruča,

v_u, v_v -obodne brzine na unutrašnjoj, odnosno vanjskoj kinematskoj kružnici čisto rotirajućeg ozubljenog obruča.

Kombiniranjem navedenih izraza pridobivaju se odnosi među kutnim brzinama:

$$\omega_2(t) = \frac{r_1}{r_2}\left[\omega_g - \omega_p(t)\right] \tag{II.7}$$

$$\omega_b(t) = \frac{r_1}{r_1 + 2r_2}\omega_g - \frac{2(r_1 + r_2)}{r_1 + 2r_2}\omega_p(t) \tag{II.8}$$

$$\omega_3 = \frac{r_1 + 2r_2 + b}{r_3(r_1 + 2r_2)}\left[r_1\omega_g - 2(r_1 + r_2)\omega_p(t)\right] \tag{II.9}$$

čijim se deriviranjem po vremenu dobivaju sljedeći izrazi za odgovarajuća kutna ubrzanja:

$$\varepsilon_2(t) = \dot{\omega}_2(t) = -\frac{r_1}{r_2}\dot{\omega}_p(t) \tag{II.10}$$

$$\varepsilon_b(t) = \dot{\omega}_b(t) = -\frac{2(r_1 + r_2)}{r_1 + 2r_2}\dot{\omega}_p(t) \tag{II.11}$$

$$\varepsilon_3(t) = \dot{\omega}_3(t) = -\frac{2(r_1 + r_2)(r_1 + 2r_2 + b)}{r_3(r_1 + 2r_2)}\dot{\omega}_p(t) \tag{II.12}$$

Kutna brzina planetarne poluge $\omega_p(t)$ u stalnom je odnosu s kutnom brzinom koljenastog vratila dizelskog motora $\omega_d(t)$, te je definirana izrazom:

$$\omega_p(t) = i_{mp}\omega_d(t) \tag{II.13}$$

gdje je i_{mp} prijenosni omjer multiplikatora.

Referentna kutna brzina planetarne poluge definira se izrazom:

$$\omega_{po} = \frac{1}{2}i_{mp}(\omega_{d_g} - \omega_{d_d}) \tag{II.14}$$

gdje je: $\omega_{d_g} = \omega_{dn}$ -nazivna brzina vrtnje koljenastog vratila dizelskog motora, $\omega_{d_d} = 0{,}7\omega_{dn}$.

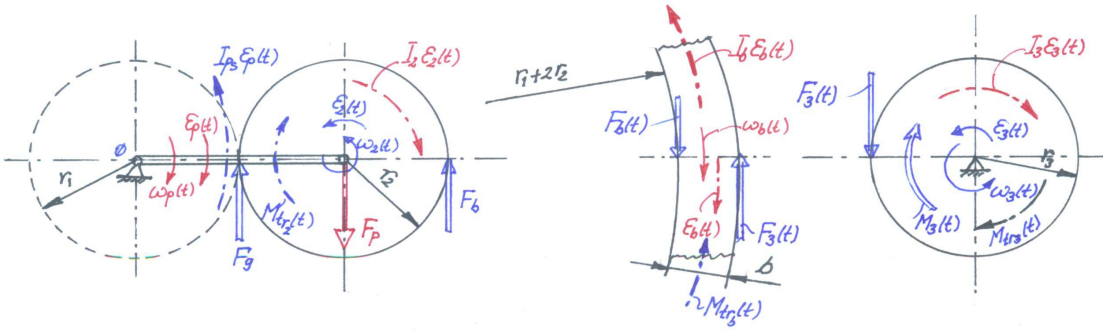
Bez obzira na to dali se radi o hidrostatičkoj ili električnoj superpoziciji, iznos vremenski promjenjivog zakretnog momenta hidromotora odnosno elektromotora $M_3(t)$ bit će uvjetovan dinamikom planetarnog prijenosnika (*slika II.3*).

Zanemare li se kapacitancije komponenti planetarnog prijenosnika, te pretpostavljajući da su nastupajuće, odgovarajuće rezistancije proporcionalne pripadajućim relativnim brzinama, to će dinamičke jednadžbe gibanja pojedinih komponenti biti kako slijedi:

***planetarna poluga s planetom*:**

$$\sum F_v = 0 \quad ; \quad F_{bu}(t) + F_g(t) - F_p(t) = 0 \tag{II.15}$$

$$\sum M_0 = 0 \quad ; \quad F_g(t)\, r_1 - F_p(t)(r_1 + r_2) + F_{bu}(t)(r_1 + 2r_2) - R_p \omega_2(t) - I_p \dot{\omega}_2(t) = 0 \tag{II.16}$$



Slika II.3 Pojednostavnjeni dinamički model superponiranog planetarnog prijenosnika

***ozubljeni obruč*:**

$$\sum M_{bo} = 0 \quad ; \quad 3F_{bu}(t)(r_1 + 2r_2) - F_{bv}(t)(r_1 + 2r_2 + b) + R_b \omega_b(t) + I_b \dot{\omega}_b(t) = 0 \tag{II.17}$$

***vanjski izvor (hidromotor ili elektromotor)*:**

$$\sum M_{3o} = 0 \quad ; \quad M_3(t) - F_{bv}(t)\, r_3 - R_3 \omega_3(t) - I_b \dot{\omega}_3(t) = 0 \tag{II.18}$$

pri čemu je:

$M_g(t) = 3 r_1 F_g(t)$ -zakretni moment generatora,

$M_{b_p}(t) = 3F_{bu}(t)(r_1 + 2r_2)$ -ukupni zakretni moment planeta na ozubljeni obruč,

$M_{b_3}(t) = F_{bv}(t)(r_1 + 2r_2 + b)$ -zakretni moment motora na ozubljeni obruč,

$M_3(t)$ -potrebni zakretni moment hidromotora odnosno elektromotora,

$M_p(t) = 3F_p(t)(r_1 + r_2)$ -zakretni moment svih planetarnih poluga.

Kombiniranjem navedenih izraza sa izrazima za kutne brzine i ubrzanja, napokon se dobiva eksplicitna funkcijska ovisnost zakretnog momenta svih planetarnih poluga $M_p(t)$ i zakretnog momenta motora $M_3(t)$ o vremenski promjenjivoj kutnoj brzini $\omega_p(t)$ i ubrzanju $\dot{\omega}_p(t)$ poluge, i vremenski promjenjivom zakretnom momentu generatora $M_g(t)$:

$$M_p(t) = 2\frac{r_1 + r_2}{r_1} M_g(t) + 3\frac{r_1(r_1 + r_2)}{r_2^2} R_p \left[\omega_g - \omega_p(t)\right] - 3\frac{r_1(r_1 + r_2)}{r_2^2} I_p \dot{\omega}_p(t) \tag{II.19}$$

$$M_3(t) = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{r_3(r_1 + 2r_2)}{r_1(r_1 + 2r_2 + b)} M_g(t) + \left[\dfrac{3r_1 r_3(r_1 + 2r_2)}{r_2^2(r_1 + 2r_2 + b)} R_p + \dfrac{r_1 r_3}{(r_1 + 2r_2)(r_1 + 2r_2 + b)} R_b + \dfrac{r_1(r_1 + 2r_2 + b)}{r_3(r_1 + 2r_2)} R_3 \right] \omega_g - \\ - \left[\dfrac{3r_1 r_3(r_1 + 2r_2)}{r_2^2(r_1 + 2r_2 + b)} R_p + \dfrac{2r_3(r_1 + r_2)}{(r_1 + 2r_2)(r_1 + 2r_2 + b)} R_b + \dfrac{2(r_1 + r_2)(r_1 + 2r_2 + b)}{r_3(r_1 + 2r_2)} R_3 \right] \omega_p(t) - \\ - \left[\dfrac{3r_1 r_3(r_1 + 2r_2)}{r_2^2(r_1 + 2r_2 + b)} I_p + \dfrac{2r_3(r_1 + r_2)}{(r_1 + 2r_2)(r_1 + 2r_2 + b)} I_b + \dfrac{2(r_1 + r_2)(r_1 + 2r_2 + b)}{r_3(r_1 + 2r_2)} I_3 \right] \dot{\omega}_p(t) \end{array} \right. \tag{II.20}$$

Zakretni momenti ozubljenog obruča su:

$$M_{bu}(t) = \frac{r_1 + r_2}{r_1} M_g(t) + \frac{3r_1(r_1 + 2r_2)}{r_2^2} R_p \left[\omega_g - \omega_p(t)\right] - \frac{3r_1(r_1 + 2r_2)}{r_2^2} I_p \dot{\omega}_p(t) \tag{II.21}$$

$$M_{bv}(t)=\frac{r_1+r_2}{r_1}M_g(t)+\left[\frac{3r_1(r_1+2r_2)}{r_2^2}R_p+\frac{r_1}{r_1+2r_2}R_b\right]\omega_g-\left[\frac{3r_1(r_1+2r_2)}{r_2^2}R_p+\frac{2(r_1+r_2)}{r_1+2r_2}R_b\right]\omega_p(t)-\left[\frac{3r_1(r_1+2r_2)}{r_2^2}I_p+\frac{2(r_1+r_2)}{r_1+2r_2}I_b\right]\dot{\omega}_p(t) \quad \text{(II.22)}$$

U navedenim izrazima R_p, R_b i R_3 predstavljaju specifične rezistancije: planetarnog prijenosnika, ozubljenog obruča i motora skupa sa zupčaničkim zahvatom obruča, a isti se mogu odrediti iz izraza:

$$R_p=\frac{(1-\eta_{pp})P_{pn}}{3\omega_{2n}^2}=\frac{r_2^2(1-\eta_{pp})M_{po}\omega_{po}}{3r_1^2(\omega_g-\omega_{po})^2}\approx\frac{2r_2^2(r_1+r_2)(1-\eta_{pp})M_{gn}\omega_{po}}{9r_1^3(\omega_g-\omega_{po})^2} \quad \text{(II.23)}$$

$$R_b=\frac{(1-\eta_b)P_{b\max}}{\omega_{b\max}^2}=\frac{(1-\eta_b)M_{b\max}}{\omega_{b\max}}\approx\frac{2(r_1+r_2)^2(1-\eta_b)M_{gn}}{r_1\left|2(r_1+r_2)\omega_{p\max}-r_1\omega_g\right|} \quad \text{(II.24)}$$

$$R_3=\frac{(1-\eta_{3m})P_{3\max}}{\omega_{3\max}^2}=\frac{(1-\eta_{3m})M_{3\max}}{\omega_{3\max}}\approx\frac{2r_3^2(r_1+2r_2)^2(1-\eta_{3m})M_{gn}}{r_1(r_1+2r_2+b)^2\left|2(r_1+r_2)\omega_{p\max}-r_1\omega_g\right|} \quad \text{(II.25)}$$

Inercije: I_p, I_b i I_3, definiraju se izrazima:

$$I_p=\frac{1}{2}m_p r_2^2 \quad \text{(II.26)}$$

$$I_b=\frac{1}{2}m_b\left[(r_1+2r_2+b)^2-(r_1+2r_2)^2\right] \quad \text{(II.27)}$$

$$I_3=\frac{1}{2}m_3 r_3^2+\frac{1}{2}m_{3o}r_{30}^2 \quad \text{(II.28)}$$

Zanemare li se krutosti i inercije u hidrauličkom krugu superponiranog planetarnog prigona, tada se za motorni operativni mod može pisati:

$$P_{hm}(t)=M_3(t)\omega_3(t)=\eta_{hs}(t)P_{hp}(t)=\eta_{hs}(t)M_{hp}(t)\omega_{hp}(t) \quad \text{(II.29)}$$

gdje je:

$P_{hp}(t)$ -vremenski promjenjiva snaga hidrauličke pumpe,

$\eta_{hs}(t)$ -stupanj djelovanja hidrauličkog sustava,

$M_{hp}(t)$ -zakretni moment hidrauličke pumpe,

$\omega_{hp}(t)$ -kutna brzina hidrauličke pumpe.

Pretpostavi li se nadalje da su sveukupni energetski gubici hidrauličkog sustava proporcionalni kvadratu kutne brzine hidro-motora, to se može pisati:

$$P_{gub_{HS}}(t)=R_{HS}\omega_3^2(t) \quad \text{(II.30)}$$

pa se za snagu hidrauličke pumpe može pisati:

$$P_{hp}(t)=M_{hp}(t)\omega_{hp}(t)=M_3(t)\omega_3(t)+R_{HS}\omega_3^2(t) \quad \text{(II.31)}$$

odnosno za vremenski promjenjivi zagonski moment hidrauličke pumpe:

$$M_{hp}(t)=\left[M_3(t)+R_{HS}\omega_3(t)\right]\frac{\omega_3(t)}{\omega_{hp}(t)} \quad \text{(II.32)}$$

Fiktivna karakteristika R_{HS} hidrauličkog sustava definira se izrazom:

$$R_{HS}=\frac{(1-\eta_{hs_n})P_{hp_n}}{\omega_{3\max}^2}=\frac{(1-\eta_{hs_n})M_{3\max}}{\omega_{3\max}} \quad \text{(II.33)}$$

gdje je: η_{hs_n} stupanj djelovanja hidrauličkog sustava pri maksimalnim vrijednostima konjugiranog energetskog para kod motorne superpozicije $M_{3\max}$ i $\omega_{3\max}$.

Uzimajući u obzir transformaciju snage kroz zupčanički prigon hidrauličke pumpe, moment zagonskog zupčanika može se definirati izrazom:

$$M_{Zhp}(t)=M_5(t)=M_{hp}(t)+\frac{r_5}{r_4}R_4\omega_p(t)+\frac{r_5}{r_4}I_4\dot{\omega}_p(t) \quad \text{(II.34)}$$

gdje su: r_5 i r_4 diobeni polumjeri pogonskog i gonjenog zupčanika odgovarajuće, R_4 specifična rezistancija zupčaničkog zahvata, I_4 je inercija gonjenog zupčanika i rotirajućeg sklopa hidrauličke pumpe prema izrazu:

$$I_4 = \frac{1}{2} m_4 r_4^2 + \frac{1}{2} m_{h4} r_{h4}^2 \tag{II.35}$$

pri čemu je: m_4 masa gonjenog zupčanika, m_{h4} je masa i r_{h4} ekvivalentni polumjer rotirajućeg sklopa hidrauličke pumpe.

Ovdje se specifična rezistancija zupčaničkog zahvata definira izrazom:

$$R_{HS} = \frac{(1-\eta_{4_n}) M_{hp_{\max}}}{\eta_{4_n} \omega_{hp_{\max}}} = \frac{r_5 (1-\eta_{4_n}) M_{hp_{\max}}}{r_4 \eta_{4_n} \omega_{p_{\max}}} \tag{II.36}$$

Supstituiranjem izraza (II.9) za $\omega_3(t)$ i izraza (II.21) za $M_3(t)$ u (II.32), te uzimajući u obzir da je kutna brzina rotirajućeg sklopa hidrauličke pumpe dana izrazom:

$$\omega_{hp}(t) = \frac{r_5}{r_4} \omega_p(t) \tag{II.37}$$

za vremenski promjenjivi zakretni moment hidrauličke pumpe dobiva se:

$$M_{hp}(t) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{r_4}{r_5}\left[\frac{\omega_g}{\omega_p(t)} - \frac{2(r_1+r_2)}{r_1}\right] M_g(t) - \left[\frac{3r_1r_4(3r_1+2r_2)}{r_2^2 r_5} R_p + \frac{4r_1r_4(r_1+r_2)}{r_5(r_1+2r_2)^2} R_b + \frac{4r_1r_4(r_1+r_2)(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5 (r_1+2r_2)^2}(R_3+R_{HS})\right]\omega_g + \\ + \left[\frac{3r_1^2 r_4}{r_2^2 r_5} R_p + \frac{r_1^2 r_4}{r_5(r_1+2r_2)^2} R_b + \frac{r_1^2 r_4 (r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5 (r_1+2r_2)^2}(R_3+R_{HS})\right]\frac{\omega_g^2}{\omega_p(t)} + \left[\frac{6r_1r_4(r_1+r_2)}{r_2^2 r_5} R_p + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2}{r_5(r_1+2r_2)^2} R_b + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2} R_3\right]\omega_p(t) - \\ - \left[\frac{3r_1^2 r_4}{r_2^2 r_5} I_p + \frac{2r_1r_4(r_1+r_2)}{r_5(r_1+2r_2)^2} I_b + \frac{2r_1r_4(r_1+r_2)(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2} I_3\right]\frac{\omega_g \dot{\omega}_p(t)}{\omega_p(t)} + \left[\frac{6r_1r_4(r_1+r_2)}{r_2^2 r_5} I_p + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2}{r_5(r_1+2r_2)^2} I_b + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2} I_3\right]\dot{\omega}_p(t) \end{array} \right\} \tag{II.38}$$

Napokon se uvrštavanjem novonastalog izraza u (II.34) za zakretni moment zupčanika hidrauličkog sustava dobiva:

$$M_{hp}(t) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{r_4}{r_5}\left[\frac{\omega_g}{\omega_p(t)} - \frac{2(r_1+r_2)}{r_1}\right] M_g(t) - \left[\frac{3r_1r_4(3r_1+2r_2)}{r_2^2 r_5} R_p + \frac{4r_1r_4(r_1+r_2)}{r_5(r_1+2r_2)^2} R_b + \frac{4r_1r_4(r_1+r_2)(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5 (r_1+2r_2)^2}(R_3+R_{HS})\right]\omega_g + \\ + \left[\frac{3r_1^2 r_4}{r_2^2 r_5} R_p + \frac{r_1^2 r_4}{r_5(r_1+2r_2)^2} R_b + \frac{r_1^2 r_4 (r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5 (r_1+2r_2)^2}(R_3+R_{HS})\right]\frac{\omega_g^2}{\omega_p(t)} + \left[\frac{6r_1r_4(r_1+r_2)}{r_2^2 r_5} R_p + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2}{r_5(r_1+2r_2)^2} R_b + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2} R_3 + \frac{r_5}{r_4} R_4\right]\omega_p(t) - \\ - \left[\frac{3r_1^2 r_4}{r_2^2 r_5} I_p + \frac{2r_1r_4(r_1+r_2)}{r_5(r_1+2r_2)^2} I_b + \frac{2r_1r_4(r_1+r_2)(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2} I_3\right]\frac{\omega_g \dot{\omega}_p(t)}{\omega_p(t)} + \left[\frac{6r_1r_4(r_1+r_2)}{r_2^2 r_5} I_p + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2}{r_5(r_1+2r_2)^2} I_b + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2} I_3 + \frac{r_5}{r_4} I_4\right]\dot{\omega}_p(t) \end{array} \right\} \tag{II.39}$$

Ukupni moment tereta na izlaznom vratilu multiplikatora dobiva se zbrajanjem zakretnog momenta hidrauličkog sustava $M_{hp}(t)$ i zakretnog momenta planetarnog prigona $M_{pp}(t)$, kako slijedi:

$$M_{3m}(t) = \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{r_4}{r_5}\frac{\omega_g}{\omega_p(t)} - \frac{2(r_1+r_2)}{r_1}\left(1-\frac{r_4}{r_5}\right)\right] M_g(t) + \left\{\frac{3r_1}{r_2^2}\left[r_1+r_2-\frac{r_4}{r_5}(3r_1+2r_2)\right] R_p - \frac{4r_1r_4(r_1+r_2)}{r_5(r_1+2r_2)^2} R_b - \frac{4r_1r_4(r_1+r_2)(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2}(R_3+R_{HS})\right\}\omega_g + \\ + \left[\frac{3r_1^2 r_4}{r_2^2 r_5} R_p + \frac{r_1^2 r_4}{r_5(r_1+2r_2)^2} R_b + \frac{r_1^2 r_4 (r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5 (r_1+2r_2)^2}(R_3+R_{HS})\right]\frac{\omega_g^2}{\omega_p(t)} + \left[\frac{3r_1(r_1+r_2)}{r_2^2}\left(2\frac{r_4}{r_5}-1\right) R_p + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2}{r_5(r_1+2r_2)^2} R_b + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2} R_3 + \frac{r_5}{r_4} R_4\right]\omega_p(t) - \\ - \left[\frac{3r_1^2 r_4}{r_2^2 r_5} I_p + \frac{2r_1r_4(r_1+r_2)}{r_5(r_1+2r_2)^2} I_b + \frac{2r_1r_4(r_1+r_2)(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2} I_3\right]\frac{\omega_g \dot{\omega}_p(t)}{\omega_p(t)} + \left[\frac{3r_1(r_1+r_2)}{r_2^2}\left(2\frac{r_4}{r_5}-1\right) I_p + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2}{r_5(r_1+2r_2)^2} I_b + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2} I_3 + \frac{r_5}{r_4} I_4\right]\dot{\omega}_p(t) \end{array} \right\} \tag{II.40}$$

Dinamički model multiplikatora definiran je sljedećim sustavom jednadžbi:

momentne jednadžbe:

$$\tilde{M}_{3m}(t) = M_{3m}(t) + R_{3m}\omega_p(t) + I_{3m}\dot{\omega}_p(t) \tag{II.41}$$

$$\tilde{M}_{2m}(t) = M_{2m}(t) + R_{2m}\omega_{2m}(t) + I_{2m}\dot{\omega}_{2m}(t) \tag{II.42}$$

$$\tilde{M}_{1m}(t) = M_{1m}(t) + R_{2m}\omega_{1m}(t) + I_{1m}\dot{\omega}_{1m}(t) \tag{II.43}$$

kinematske jednadžbe:

$$\omega_{1m}(t)\, r_{1m} = \omega_{2m}(t)\, r_{2m} \tag{II.44}$$

$$\omega_{3m}(t)\, r_{3m} = \omega_{2m}(t)\, r_{2m} \tag{II.45}$$

jednadžbe snage:

$$M_{1m}(t)\,\omega_{1m}(t) = \tilde{M}_{2m}(t)\,\omega_{2m}(t) \tag{II.46}$$

$$\tilde{M}_{3m}(t)\,\omega_{3m}(t) = M_{2m}(t)\,\omega_{2m}(t) \tag{II.47}$$

čija su rješenja kako slijedi:

$$\omega_{2m}(t) = \frac{r_{1m}}{r_{2m}}\,\omega_d(t) \tag{II.48}$$

$$\dot{\omega}_{2m}(t) = \frac{r_{1m}}{r_{2m}}\,\dot{\omega}_d(t) \tag{II.49}$$

$$\omega_{3m}(t) = \omega_p(t) = \frac{r_{1m}}{r_{3m}}\,\omega_d(t) \tag{II.50}$$

$$\dot{\omega}_{3m}(t) = \frac{r_{1m}}{r_{3m}}\,\dot{\omega}_d(t) \tag{II.51}$$

$$\tilde{M}_{3m}(t) = M_{3m}(t) + \frac{r_{1m}}{r_{3m}} R_{3m}\omega_d(t) + \frac{r_{1m}}{r_{3m}} I_{3m}\dot{\omega}_d(t) \tag{II.52}$$

$$M_{2m}(t) = \frac{r_{2m}}{r_{3m}} M_{3m}(t) + \frac{r_{1m}r_{2m}}{r_{3m}^2} R_{3m}\omega_d(t) + \frac{r_{1m}r_{2m}}{r_{3m}^2} I_{3m}\dot{\omega}_d(t) \tag{II.53}$$

$$\tilde{M}_{2m}(t) = \frac{r_{2m}}{r_{3m}} M_{3m}(t) + \left(\frac{r_{1m}}{r_{2m}} R_{2m} + \frac{r_{1m}r_{2m}}{r_{3m}^2} R_{3m}\right)\omega_d(t) + \left(\frac{r_{1m}}{r_{2m}} I_{2m} + \frac{r_{1m}r_{2m}}{r_{3m}^2} I_{3m}\right)\dot{\omega}_d(t) \tag{II.54}$$

$$M_{1m}(t) = \frac{r_{1m}}{r_{3m}} M_{3m}(t) + \left(\frac{r_{1m}^2}{r_{2m}^2} R_{2m} + \frac{r_{1m}^2}{r_{3m}^2} R_{3m}\right)\omega_d(t) + \left(\frac{r_{1m}^2}{r_{2m}^2} I_{2m} + \frac{r_{1m}^2}{r_{3m}^2} I_{3m}\right)\dot{\omega}_d(t) \tag{II.55}$$

$$\tilde{M}_{1m}(t) = \frac{r_{1m}}{r_{3m}} M_{3m}(t) + \left(R_{1m} + \frac{r_{1m}^2}{r_{2m}^2} R_{2m} + \frac{r_{1m}^2}{r_{3m}^2} R_{3m}\right)\omega_d(t) + \left(I_{1m} + \frac{r_{1m}^2}{r_{2m}^2} I_{2m} + \frac{r_{1m}^2}{r_{3m}^2} I_{3m}\right)\dot{\omega}_d(t) \tag{II.56}$$

Kako je ovdje od interesa $\tilde{M}_{1m}(t) = M_{dg}(t)$, to se nadalje uvrštavanjem (II.40) u zadnje-navedeni izraz napokon za zakretni moment *PTO* hidrostatski superponiranog planetarnog sustava dobiva:

$$M_{dg}(t) = a_1 M_g(t) + a_2\omega_g + a_3\omega_d(t) + a_4\frac{\omega_g^2}{\omega_d(t)} + a_5\dot{\omega}_d(t) + a_6\frac{\omega_g\dot{\omega}_d(t)}{\omega_d(t)} \tag{II.57}$$

$$\left.\begin{aligned}
a_1 &= \left[\frac{r_4\omega_g}{r_5\omega_d(t)} + \frac{2r_{1m}(r_1+r_2)}{r_1 r_{3m}}\left(1-\frac{r_4}{r_5}\right)\right]; \qquad a_4 = \left[\frac{3r_1^2 r_4}{r_2^2 r_5}R_p + \frac{r_1^2 r_4}{r_5(r_1+2r_2)^2}R_b + \frac{r_1^2 r_4(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2}(R_3+R_{HS})\right]\\
a_2 &= \left\{\frac{3r_1}{r_2^2}\left[r_1+r_2-\frac{r_4}{r_5}(3r_1+2r_2)\right]R_p - \frac{4r_1r_4(r_1+r_2)}{r_5(r_1+2r_2)^2}R_b - \frac{4r_1r_4(r_1+r_2)(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2}(R_3+R_{HS})\right\}\frac{r_{1m}}{r_{3m}}\\
a_3 &= \left\{\frac{r_{1m}^2}{r_{3m}^2}\left[\frac{3r_1(r_1+r_2)}{r_2^2}\left(2\frac{r_4}{r_5}-1\right)R_p + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2}{r_5(r_1+2r_2)^2}R_b + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2}R_3 + \frac{r_5}{r_4}R_4 + R_{3m}\right] + R_{1m} + \frac{r_{1m}^2}{r_{2m}^2}R_{2m}\right\}\\
a_5 &= \left\{\frac{r_{1m}^2}{r_{3m}^2}\left[\frac{3r_1(r_1+r_2)}{r_2^2}\left(2\frac{r_4}{r_5}-1\right)I_p + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2}{r_5(r_1+2r_2)^2}I_b + \frac{4r_4(r_1+r_2)^2(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2}I_3 + \frac{r_5}{r_4}I_4 + I_{3m}\right] + I_{1m} + \frac{r_{1m}^2}{r_{2m}^2}I_{2m}\right\}\\
a_6 &= -\left[\frac{3r_1^2 r_4}{r_2^2 r_5}I_p + \frac{2r_1r_4(r_1+r_2)}{r_5(r_1+2r_2)^2}I_b + \frac{2r_1r_4(r_1+r_2)(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2 r_5(r_1+2r_2)^2}I_3\right]
\end{aligned}\right\} \tag{II.58}$$

U navedenim izrazima R_{1m}, R_{2m} i R_{3m} predstavljaju specifične rezistancije odgovarajućih rotirajućih sklopova multiplikatora, a isti uključuju otpore gibanju u ležajevima i zupčaničkim zahvatima, te se definiraju izrazima:

$$R_{1m} = \frac{(1-\eta_{1m})\tilde{P}_{1m}}{\omega_{1m_n}^2} = \frac{(1-\eta_{1m})M_{1m_n}}{\eta_{1m}\omega_{1m_n}} \tag{II.59}$$

$$R_{2m} = \frac{(1-\eta_{2m})\tilde{P}_{1m}}{\omega_{2m_n}^2} = \frac{(1-\eta_{2m})M_{2m_n}}{\eta_{2m}\omega_{2m_n}} \tag{II.60}$$

$$R_{3m} = \frac{(1-\eta_{3m})\tilde{P}_{3m}}{\omega_{3m_n}^2} = \frac{(1-\eta_{3m})M_{3m_n}}{\eta_{3m}\omega_{3m_n}} \tag{II.61}$$

gdje su: η_{1m}, η_{2m} i η_{3m} stupnjevi djelovanja pri transformaciji i kondukciji nazivnih iznosa mehaničke snage kroz odgovarajuće rotirajuće sklopove multiplikatora, dok su: M_{1m_n}, M_{2m_n} i M_{3m_n} nazivni zakretni momenti na izlaznoj strani rotirajućih sklopova multiplikatora, te su ω_{1m_n}, ω_{2m_n} i ω_{3m_n} odgovarajuće nazivne brzine vrtnje.

Uzimajući u obzir da su nazivne kutne brzine definirane izrazom:

$$\left.\omega_{1m_n}=\omega_{d_n},\qquad \omega_{2m_n}=\frac{r_{1m}}{r_{2m}}\omega_{d_n},\qquad \omega_{3m_n}=\frac{r_{1m}}{r_{3m}}\omega_{d_n}=\omega_{p_n}\right\} \tag{II.62}$$

to se zanemarujući intertancijski član u izrazu za $M_3(t)$ za odgovarajući nazivni moment dobiva:

$$M_{3m_n}=\left\{\begin{array}{c}\left\{\frac{3r_1}{r_2^2}\left[r_1+r_2-\frac{r_4}{r_5}(3r_1+2r_2)\right]R_p-\frac{4r_1r_4(r_1+r_2)}{r_5(r_1+2r_2)^2}R_b-\frac{4r_1r_4(r_1+r_2)(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2r_5(r_1+2r_2)^2}(R_3+R_{HS})\right\}\omega_g+\\ +\left[\frac{r_4r_{3m}}{r_5r_{1m}}\frac{\omega_g}{\omega_{d_n}}-\frac{2(r_1+r_2)}{r_1}\left(1-\frac{r_4}{r_5}\right)\right]M_{g_n}+\left[\frac{3r_1^2r_4}{r_2^2r_5}R_p+\frac{r_1^2r_4}{r_5(r_1+2r_2)^2}R_b+\frac{r_1^2r_4(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2r_5(r_1+2r_2)^2}(R_3+R_{HS})\right]\frac{r_{3m}}{r_{1m}}\frac{\omega_g^2}{\omega_{d_n}}+\\ +\left[\frac{3r_1(r_1+r_2)}{r_2^2}\left(2\frac{r_4}{r_5}-1\right)R_p+\frac{4r_4(r_1+r_2)^2}{r_5(r_1+2r_2)^2}R_b+\frac{4r_4(r_1+r_2)^2(r_1+2r_2+b)^2}{r_3^2r_5(r_1+2r_2)^2}R_3+\frac{r_5}{r_4}R_4\right]\frac{r_{1m}}{r_{3m}}\omega_{d_n}\end{array}\right\} \tag{II.63}$$

Uzimajući u obzir da je:

$$R_{3m}=\frac{(1-\eta_{3m})\,r_{1m}\,M_{3m_n}}{\eta_{3m}r_{3m}\omega_{d_n}} \tag{II.64}$$

te zanemarujući inerciju za nazivni moment M_{2m_n} se dobiva:

$$M_{2m_n}=\frac{r_{2m}M_{3m_n}}{r_{3m}\eta_{3m}} \tag{II.65}$$

pa prema (II.60) izraz za specifičnu rezistanciju R_{2m} postaje:

$$R_{2m}=\frac{r_{2m}^2(1-\eta_{2m})\,M_{3m_n}}{r_{1m}r_{3m}\eta_{2m}\eta_{3m}\omega_{d_n}} \tag{II.66}$$

Postupajući na sličan način za nazivni moment M_{1m_n} dobiva se:

$$M_{1m_n}=\frac{r_{1m}M_{3m_n}}{r_{3m}\eta_{2m}\eta_{3m}} \tag{II.67}$$

dok se za specifičnu rezistanciju R_{1m} dobiva:

$$R_{1m}=\frac{r_{1m}(1-\eta_{1m})\,M_{3m_n}}{r_{3m}\eta_{1m}\eta_{2m}\eta_{3m}\omega_{d_n}} \tag{II.68}$$

Inercije: I_{1m}, I_{2m} i I_{3m}, se definiraju izrazima:

$$I_{1m}=\frac{1}{2}m_{1m_Z}(r_{1m}^2-r_{1m_0}^2)+\frac{1}{2}m_{1m_V}r_{1m_0}^2 \tag{II.69}$$

$$I_{2m}=\frac{1}{2}m_{2m_Z}(r_{2m}^2-r_{2m_0}^2)+\frac{1}{2}m_{2m_V}r_{2m_0}^2 \tag{II.70}$$

$$I_{2m}=\frac{1}{2}m_{3m_Z}(r_{3m}^2-r_{3m_0}^2)+\frac{1}{2}m_{3m_V}r_{3m_0}^2+\frac{1}{2}(m_{5_Z}+m_{sp})(r_5^2-r_{3m_0}^2)+3\left\{\frac{1}{3}m_{pl_r}\left[r_{2_0}^2+(r_1+r_2)^2\right]+\frac{1}{2}m_{pl_a}r_{2_0}^2+m_{pl_a}(r_1+r_2)^2+\frac{1}{2}m_p(r_2^2-r_{2_0}^2)+m_p(r_1+r_2)^2\right\} \tag{II.71}$$

gdje je: m_{1m_Z}, m_{2m_Z}, m_{3m_Z}, m_{5m_Z} -mase prvog, drugog i trećeg zupčanika multiplikatora, te masa pogonskog zupčanika hidrauličke pumpe: m_{1m_V}, m_{2m_V}, m_{3m_V}, m_{5m_V} -mase prvog, drugog i trećeg vratila multiplikatora, te masa lamelne spojke: m_{pl_r}, m_{pl_a}, m_p,-mase radijalno i aksijalno usmjerene planetarne poluge, te planetarnog zupčanika: r_{1m_0}, r_{2m_0}, r_{3m_0}, r_{2_0} -radijusi: prvog, drugog i trećeg vratila multiplikatora, te planetarne poluge.

Na kraju se ukupni zakretni moment *PTO-sustava* može prikazati kako slijedi:

$$M_{PTO}(t) = M_{dg}(t) = M_{PTO_{st}}(t) + M_{PTO_{din}}(t) \tag{II.72}$$

gdje je statički moment definiran izrazom:

$$M_{PTO_{st}}(t) = a_1 M_g(t) + \tilde{a}_2 n_g + \tilde{a}_3 n_d(t) + \tilde{a}_4 \frac{n_g^2}{n_d(t)} \tag{II.73}$$

dok je inercijski moment definiran sa:

$$M_{PTO_{din}}(t) = \tilde{a}_5 \dot{n}_d(t) + \tilde{a}_6 \frac{n_g \dot{n}_d(t)}{n_d(t)} \tag{II.74}$$

Ilustracijski primjer

Projektni parametri;

$n_g = 1500$ o/min, $\Rightarrow \omega_g = 50\pi$ rad/s; $n_{m_n} = 105$ o/min, $\Rightarrow \omega_{m_n} = 3{,}5\pi$ rad/s; $P_{e_n} = 500$ kW, $\Rightarrow M_{e_n} = 45{,}474$ kNm;

$\omega_{p_o} = \omega_g / 4, \Rightarrow n_{p_o} = 375$ o/min; $i_{mp} = \omega_{p_o} / \bar{\omega}_m = 4{,}201681$; $\bar{\omega}_m = (\omega_{m_n} + 0{,}7\omega_{m_n})/2 = 0{,}85\omega_{m_n} = 2{,}975\pi$ rad/s; $n_{m_{\min}} = 0{,}7 n_{m_n}$;

Geometrija i dinamičke karakteristike multiplikatora;

$r_{1m} = 0{,}42$ m; $r_{1m_o} = 0{,}065$ m; $r_{2m} = 0{,}26$ m; $r_{2m_o} = 0{,}055$ m; $r_{3m} = 0{,}1$ m; $r_{3m_o} = 0{,}04$ m; $b_{1m} = b_{1m} = b_{1m} = 0{,}12$ m; $l_{1m} = 4b_{1m}$;

$m_{1m} = 559{,}55$ kg; $m_{2m} = 226{,}91$ kg; $m_{3m} = 43{,}8$ kg; $I_{1m} = 43{,}97$ kgm^2; $I_{2m} = 6{,}224$ kgm^2; $I_{3m} = 0{,}923$ kgm^2;

Geometrija i dinamičke karakteristike planetarnog prijenosnika;

$r_1 = r_2 = r_3 = 0{,}08$ m; $b_1 = b_2 = b_3 = 0{,}06$ m; $b = r_1/3$; $3m_{pp} = 18{,}645$ kg; $m_{vp} = 47{,}35$ kg; $m_1 = m_2 = m_3 = 8{,}138$ kg;

$m_{hm} = 20{,}103$ kg; $m_b = 20{,}256$ kg; $I_g = 100{,}5$ kgm^2; $I_b = 0{,}13864$ kgm^2; $I_{hm} = 0{,}064$ kgm^2; $I_p = 0{,}0224$ kgm^2;

$\eta_{3_m} = 0{,}95$; $\eta_b = 0{,}975$; $\eta_{pp} = 0{,}9$; $R_3 = 0{,}027904$ kNms/rad; $R_b = 0{,}1550214$ kNms/rad; $R_p = 0{,}01441$ kNms/rad;

Vremenski promjenjiva brzina vrtnje motora tijekom plovidbe:

$$\omega_m(t) = 10{,}9956\left[0{,}9 + 0{,}1\cos\left(\frac{\pi t}{12}\right)\right]\left[0{,}95 + 0{,}055\cos\left(\frac{\pi t}{17}\right) + 0{,}05\sin\left(\frac{\pi t}{22}\right)\right] \tag{II.75}$$

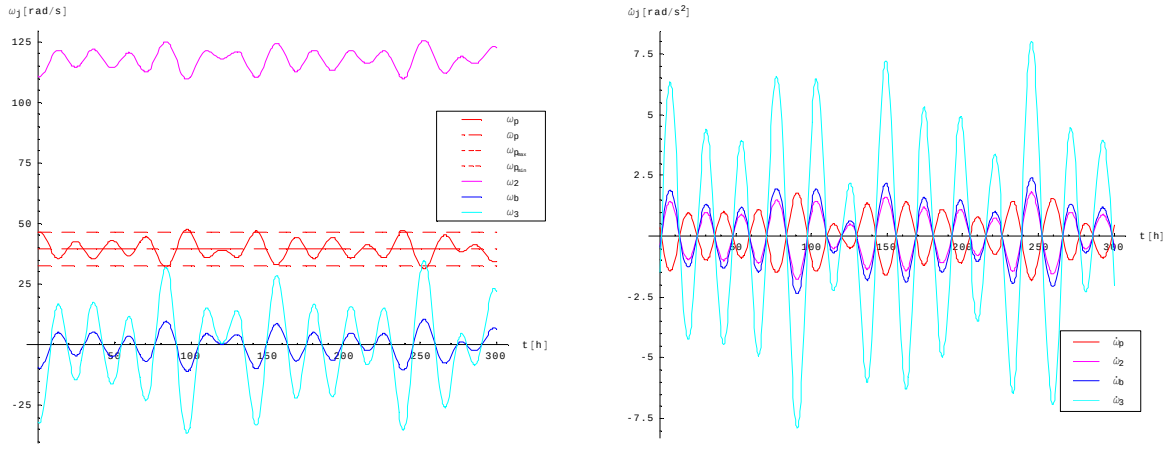
Vremenski promjenjiva mehanička snaga za pogon generatora definirana je izrazom:

$$P_g(t) = 500\left[0{,}9 + 0{,}1\cos\left(\frac{\pi t}{12}\right)\right]\left[0{,}85 + 0{,}15\sin\left(\frac{\pi t}{33}\right)\right] \tag{II.76}$$

pri čemu vrijedi:

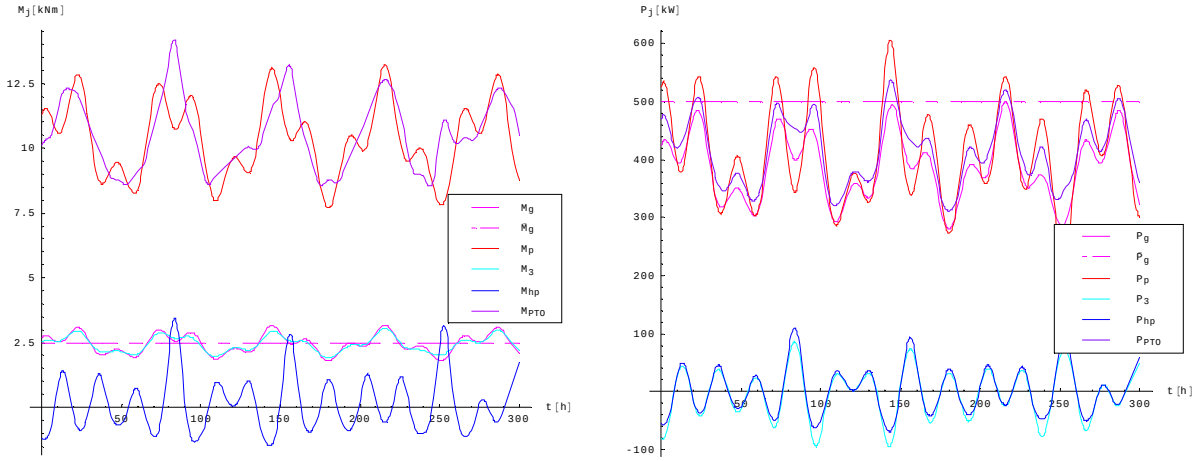
$$P_g(t) = 77{,}6 + 0{,}77822\,P_e(t) + 0{,}00018534\,P_e^2(t) \tag{II.77}$$

gdje je $P_e(t)$ vremenski promjenjivo električno opterećenje tijekom plovidbe.



a) ***b)***

Slika II.4 Kutne brzine motora i planetarne poluge a), i kutna ubrzanja planetarnih komponenti PTO prijenosnika



a) ***b)***

Slika II.5 a) Zakretni momenti i b) snage planetarnih komponenti

Karakteristični stupnjevi djelovanja definiraju se izrazima:

stupanj djelovanja osovinskog generatora

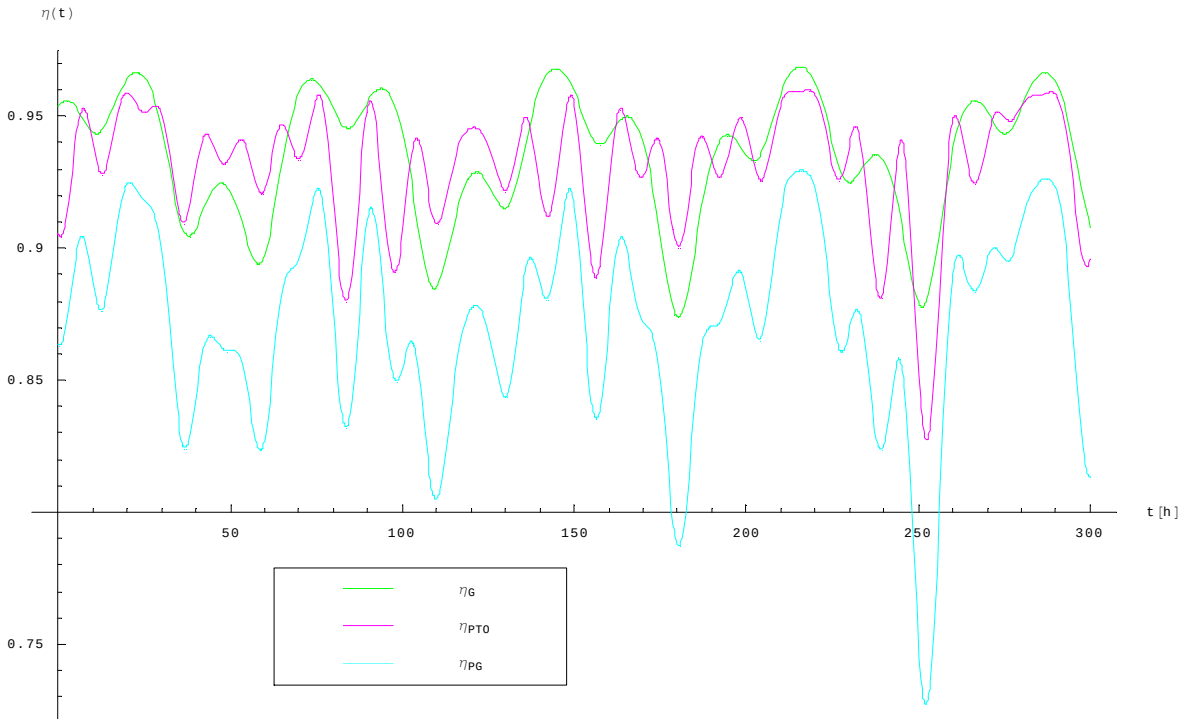
$$\eta_G = \frac{P_e(t)}{P_g(t)} \tag{II.78}$$

stupanj djelovanja PTO prijenosnika

$$\eta_{PTO} = \frac{P_g(t)}{P_{PTO}(t)} \tag{II.79}$$

stupanj djelovanja PTO prijenosnika skupa s osovinskim generatorom

$$\eta_{PG} = \frac{P_e(t)}{P_{PTO}(t)} = \eta_G \, \eta_{PTO} \tag{II.80}$$



Slika II.6 Karakteristični stupnjevi djelovanja za PTO i OG

PRILOG III

III.1 Određivanje parcijalnih derivacija masenog potroška goriva po nepoznatim vremenskim funkcijama $\varphi_b(t), \dot{\varphi}_b(t)$ i $n(t)$

$$\frac{\partial \hat{m}_g}{\partial n} = \frac{P_n}{n_n}\left[B_g + a_{b_z}\vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t) + a_{b_p}p_z(\varphi_b,t)\right]\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}\left\{(n_{b_j}+1)\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{(k_{b_j}+1)} n^{n_{b_j}} + (k_{b_j}+1)\frac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial n}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{(k_{b_j}+1)} n^{(n_{b_j}+1)}\right\} \quad \text{(III.1)}$$

$$\frac{\partial \hat{m}_g}{\partial \varphi_b} = \frac{P_n}{n_n}\left\{\begin{array}{l}\left[a_{b_z}\dfrac{\partial \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)}{\partial \varphi_b} + a_{b_p}\dfrac{\partial p_z(\varphi_b,t)}{\partial \varphi_b}\right]\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{(k_{b_j}+1)} n^{(n_{b_j}+1)} + \dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \varphi_b}\cdot \\ \cdot\left[B_g + a_{b_z}\vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t) + a_{b_p}p_z(\varphi_b,t)\right]\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}}(k_{b_j}+1)A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{k_{b_j}} n^{(n_{b_j}+1)}\end{array}\right\} \quad \text{(III.2)}$$

$$\frac{\partial \hat{m}_g}{\partial \dot{\varphi}_b} = \frac{P_n}{n_n}\left\{\begin{array}{l}a_{b_z}\dfrac{\partial \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)}{\partial \dot{\varphi}_b}\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{(k_{b_j}+1)} n^{(n_{b_j}+1)} + \dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \dot{\varphi}_b}\cdot \\ \cdot\left[B_g + a_{b_z}\vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t) + a_{b_p}p_z(\varphi_b,t)\right]\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}}(k_{b_j}+1)A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{k_{b_j}} n^{(n_{b_j}+1)}\end{array}\right\} \quad \text{(III.3)}$$

$$\frac{\partial \hat{m}_g}{\partial t} = \frac{P_n}{n_n}\left\{\begin{array}{l}\left[a_{b_z}\dfrac{\partial \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)}{\partial t} + a_{b_p}\dfrac{\partial p_z(\varphi_b,t)}{\partial t}\right]\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{(k_{b_j}+1)} n^{(n_{b_j}+1)} + \dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial t}\cdot \\ \cdot\left[B_g + a_{b_z}\vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t) + a_{b_p}p_z(\varphi_b,t)\right]\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}(k_{b_j}+1)\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{k_{b_j}} n^{(n_{b_j}+1)}\end{array}\right\} \quad \text{(III.4)}$$

$$\frac{\partial^2 \hat{m}_g}{\partial \dot{\varphi}_b^2} = \frac{P_n}{n_n}\left\{\begin{array}{l}a_{b_z}\dfrac{\partial^2 \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)}{\partial \dot{\varphi}_b^2}\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{(k_{b_j}+1)} n^{(n_{b_j}+1)} + 2a_{b_z}\dfrac{\partial \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)}{\partial \dot{\varphi}_b}\dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \dot{\varphi}_b}\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}(k_{b_j}+1)\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{k_{b_j}} n^{(n_{b_j}+1)} + \\ +\left[B_g + a_{b_z}\vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t) + a_{b_p}p_z(\varphi_b,t)\right]\left\{\begin{array}{l}\dfrac{\partial^2 k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \dot{\varphi}_b^2}\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}}(k_{b_j}+1)A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{k_{b_j}} n^{(n_{b_j}+1)} + \\ +\dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \dot{\varphi}_b}\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}}(k_{b_j}+1)k_{b_j}A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{(k_{b_j}-1)} n^{(n_{b_j}+1)}\end{array}\right.\end{array}\right\} \quad \text{(III.5)}$$

$$\frac{\partial^2 \hat{m}_g}{\partial \dot{\varphi}_b \partial \varphi_b} = \frac{P_n}{n_n}\left\{\begin{array}{l}a_{b_z}\dfrac{\partial^2 \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)}{\partial \varphi_b \partial \dot{\varphi}_b}\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{(k_{b_j}+1)} n^{(n_{b_j}+1)} + \left[a_{b_z}\dfrac{\partial \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)}{\partial \varphi_b} + a_{b_p}\dfrac{\partial p_z(\varphi_b,t)}{\partial \varphi_b}\right]\dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \dot{\varphi}_b}\cdot \\ \cdot\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}(k_{b_j}+1)\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{k_{b_j}} n^{(n_{b_j}+1)} + \dfrac{\partial^2 k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \varphi_b \partial \dot{\varphi}_b}\left[B_g + a_{b_z}\vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t) + a_{b_p}p_z(\varphi_b,t)\right]\cdot \\ \cdot\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}}(k_{b_j}+1)A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{k_{b_j}} n^{(n_{b_j}+1)} + a_{b_z}\dfrac{\partial \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)}{\partial \dot{\varphi}_b}\dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \varphi_b}\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}}(k_{b_j}+1)A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{k_{b_j}} n^{(n_{b_j}+1)} + \\ +\dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \varphi_b}\left[B_g + a_{b_z}\vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t) + a_{b_p}p_z(\varphi_b,t)\right]\dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \dot{\varphi}_b}\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}}(k_{b_j}+1)k_{b_j}A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{(k_{b_j}-1)} n^{(n_{b_j}+1)}\end{array}\right\} \quad \text{(III.6)}$$

$$\frac{\partial^2 \hat{m}_g}{\partial \dot{\varphi}_b \partial t} = \frac{P_n}{n_n}\left\{\begin{array}{l}a_{b_z}\dfrac{\partial^2 \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)}{\partial \dot{\varphi}_b \partial t}\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{(k_{b_j}+1)} n^{(n_{b_j}+1)} + \left[a_{b_z}\dfrac{\partial \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)}{\partial t} + a_{b_p}\dfrac{\partial p_z(\varphi_b,t)}{\partial t}\right]\dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \dot{\varphi}_b}\cdot \\ \cdot\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}(k_{b_j}+1)\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{k_{b_j}} n^{(n_{b_j}+1)} + \dfrac{\partial^2 k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \dot{\varphi}_b \partial t}\left[B_g + a_{b_z}\vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t) + a_{b_p}p_z(\varphi_b,t)\right]\cdot \\ \cdot\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}(k_{b_j}+1)\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{k_{b_j}} n^{(n_{b_j}+1)} + a_{b_z}\dfrac{\partial \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)}{\partial \dot{\varphi}_b}\dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial t}\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}(k_{b_j}+1)\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{k_{b_j}} n^{(n_{b_j}+1)} + \\ +\dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial t}\left[B_g + a_{b_z}\vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t) + a_{b_p}p_z(\varphi_b,t)\right]\dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \dot{\varphi}_b}\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}(k_{b_j}+1)k_{b_j}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{(k_{b_j}-1)} n^{(n_{b_j}+1)}\end{array}\right\} \quad \text{(III.7)}$$

$$\frac{\partial^2 \hat{m}_g}{\partial \dot{\varphi}_b \partial n} = \frac{P_n}{n_n}\left\{\begin{array}{l}a_{b_z}\dfrac{\partial \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)}{\partial \dot{\varphi}_b}\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}\left\{(n_{b_j}+1)\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{(k_{b_j}+1)} n^{n_{b_j}} + (k_{b_j}+1)\dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial n}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{k_{b_j}} n^{(n_{b_j}+1)}\right\} + \\ +\left[B_g + a_{b_z}\vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t) + a_{b_p}p_z(\varphi_b,t)\right]\displaystyle\sum_{j=0}^{n_{b_e}} A_{b_j}\left(\begin{array}{l}(n_{b_j}+1)(k_{b_j}+1)\dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\dot{\varphi}_b}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{k_{b_j}} n^{n_{b_j}} + \left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]^{(k_{b_j}-1)} n^{(n_{b_j}+1)}\cdot \\ \cdot(k_{b_j}+1)\left\{\dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial n}k_{b_j}\dfrac{\partial k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \dot{\varphi}_b} + \dfrac{\partial^2 k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)}{\partial \dot{\varphi}_b \partial n}\left[k_F(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)\right]\right\}\end{array}\right)\end{array}\right\} \quad \text{(III.8)}$$

Polazeći od izraza (6.58) za faktor opterećenja dizelskog motora, bit će odgovarajuće parcijalne derivacije kako slijedi:

$$\frac{\partial k_F}{\partial \varphi_b}=\frac{2\pi n_n \rho_m D_o^3}{P_n \eta_r}\left[\sum_{i=0}^{3} a_{p_i}(t+\tau_{ep})^i\right]\sum_{i=0}^{2}\left(\begin{array}{l}\left\{a_{M_i}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2+b_{M_i}nD_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+c_{M_i}n^2D_o^2\right\}i\,p^{(i-1)}\frac{\partial p}{\partial \varphi_b}+\\ +\left[2a_{M_i}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{M_i}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{k_{wa}}\right]p^i\frac{\partial v_b}{\partial \varphi_b}\end{array}\right) \quad \text{(III.9)}$$

$$\frac{\partial k_F}{\partial \dot{\varphi}_b}=\frac{2\pi n_n \rho_m D_o^3}{P_n \eta_r}\left[\sum_{i=0}^{3} a_{p_i}(t+\tau_{ep})^i\right]\sum_{i=0}^{2}\left(\begin{array}{l}\left\{a_{M_i}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2+b_{M_i}nD_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+c_{M_i}n^2D_o^2\right\}i\,p^{(i-1)}\frac{\partial p}{\partial \dot{\varphi}_b}+\\ +\left[2a_{M_i}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{M_i}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{k_{wa}}\right]p^i\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b}\end{array}\right) \quad \text{(III.10)}$$

$$\frac{\partial k_F}{\partial n}=\frac{2\pi n_n}{P_n}\left\{R_{KS}+\tilde{a}_3-\tilde{a}_4\frac{n_{s_g}^2}{n^2}+\frac{\rho_m D_o^3}{\eta_r}\left[\sum_{i=0}^{3} a_{p_i}(t+\tau_{ep})^i\right]\sum_{i=0}^{2}\left(\begin{array}{l}\left\{a_{M_i}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2+b_{M_i}nD_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+c_{M_i}n^2D_o^2\right\}\cdot\\ \cdot i\frac{\partial p}{\partial n}+\left[b_{M_i}D_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+2c_{M_i}D_o^2\right]p\end{array}\right)p^{(i-1)}\right\} \quad \text{(III.11)}$$

$$\frac{\partial k_F}{\partial t}=\frac{2\pi n_n \rho_m D_o^3}{P_n \eta_r}\left(\begin{array}{l}\left[\sum_{i=0}^{3} a_{p_i}i(t+\tau_{ep})^{(i-1)}\right]\sum_{i=0}^{2}\left\{a_{M_i}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2+b_{M_i}nD_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+c_{M_i}n^2D_o^2\right\}p^i+\\ +\left[\sum_{i=0}^{3} a_{p_i}(t+\tau_{ep})^i\right]\sum_{i=0}^{2}\left\{a_{M_i}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2+b_{M_i}nD_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+c_{M_i}n^2D_o^2\right\}i\,p^{(i-1)}\frac{\partial p}{\partial t}\end{array}\right) \quad \text{(III.12)}$$

$$\frac{\partial^2 k_F}{\partial \dot{\varphi}_b^2}=\frac{2\pi n_n \rho_m D_o^3}{P_n \eta_r}\left[\sum_{i=0}^{3} a_{p_i}(t+\tau_{ep})^i\right]\sum_{i=0}^{2}\left(\begin{array}{l}2\left[2a_{M_i}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_F}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{M_i}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{k_{wa}}\right]i\,p^{(i-1)}\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b}\frac{\partial p}{\partial \dot{\varphi}_b}+\\ +\left(\begin{array}{l}\left\{\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}k_{wa}(1+k_{wa})v_b^{(k_{wa}-1)}\right]+\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{k_{wa}}\right]^2\right\}\cdot\\ \cdot 2a_{M_i}+b_{M_i}nD_o\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}k_{wa}(1+k_{wa})v_b^{(k_{wa}-1)}\right]\end{array}\right)p^i\left(\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b}\right)^2+\\ +\left\{a_{M_i}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2+b_{M_i}nD_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+c_{M_i}n^2D_o^2\right\}i\,p^{(i-2)}\left[(i-1)\left(\frac{\partial p}{\partial \dot{\varphi}_b}\right)^2+p\frac{\partial^2 p}{\partial \dot{\varphi}_b^2}\right]\end{array}\right) \quad \text{(III.13)}$$

$$\frac{\partial^2 k_F}{\partial \dot{\varphi}_b \partial t}=\left(\begin{array}{l}\frac{2\pi n_n \rho_m D_o^3}{P_n \eta_r}\left[\sum_{i=0}^{3} a_{p_i}i(t+\tau_{ep})^{(i-1)}\right]\sum_{i=0}^{2}\left(\begin{array}{l}\left\{a_{M_i}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2+b_{M_i}nD_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+c_{M_i}n^2D_o^2\right\}i\frac{\partial p}{\partial \dot{\varphi}_b}+\\ +\left[2a_{M_i}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{M_i}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{k_{wa}}\right]p\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b}\end{array}\right)p^{(i-1)}+\\ +\left[\sum_{i=0}^{3} a_{p_i}(t+\tau_{ep})^i\right]\sum_{i=0}^{2}\left(\begin{array}{l}\left\{a_{M_i}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2+b_{M_i}nD_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+c_{M_i}n^2D_o^2\right\}\left[(i-1)\frac{\partial p}{\partial \dot{\varphi}_b}\frac{\partial p}{\partial t}+p\frac{\partial^2 p}{\partial \dot{\varphi}_b \partial t}\right]+\\ +\left[2a_{M_i}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{M_i}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{k_{wa}}\right]p\frac{\partial p}{\partial t}\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b}\end{array}\right)i\,p^{(i-2)}\end{array}\right) \quad \text{(III.14)}$$

$$\frac{\partial^2 k_F}{\partial \varphi_b \partial \dot{\varphi}_b}=\frac{2\pi n_n \rho_m D_o^3}{P_n \eta_r}\left[\sum_{i=0}^{3} a_{p_i}(t+\tau_{ep})^i\right]\sum_{i=0}^{2}\left(\begin{array}{l}\left[2a_{M_i}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{M_i}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{k_{wa}}\right]i\,p\frac{\partial v_b}{\partial \varphi_b}\frac{\partial p}{\partial \dot{\varphi}_b}+\\ +\left\{a_{M_i}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2+b_{M_i}nD_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+c_{M_i}n^2D_o^2\right\}i\left[(i-1)\frac{\partial p}{\partial \varphi_b}\frac{\partial p}{\partial \dot{\varphi}_b}+\frac{\partial^2 p}{\partial \varphi_b \partial \dot{\varphi}_b}\right]+\left(p\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b}\right)^2\cdot\\ \cdot\left\{2a_{M_i}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{k_{wa}}\right]^2+\left[2a_{M_i}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{M_i}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})k_{wa}v_b^{(k_{wa}-1)}\right]\right\}+\\ +\left[2a_{M_i}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{M_i}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{k_{wa}}\right]\left(i\,p\frac{\partial p}{\partial \varphi_b}\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b}+p^2\frac{\partial^2 v_b}{\partial \varphi_b \partial \dot{\varphi}_b}\right)\end{array}\right)p^{(i-2)} \quad \text{(III.15)}$$

$$\frac{\partial^2 k_F}{\partial n \partial \dot{\varphi}_b}=\frac{2\pi n_n \rho_m D_o^3}{P_n \eta_r}\left[\sum_{i=0}^{3} a_{p_i}(t+\tau_{ep})^i\right]\sum_{i=0}^{2}\left[\left(\begin{array}{l}\left(\left[b_{M_i}D_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+2c_{M_i}nD_o^2\right]p\frac{\partial p}{\partial \dot{\varphi}_b}+\left[(i-1)\frac{\partial p}{\partial n}\frac{\partial p}{\partial \dot{\varphi}_b}+\frac{\partial^2 p}{\partial n \partial \dot{\varphi}_b}\right]\cdot\right)\\ \cdot\left\{a_{M_i}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]^2+b_{M_i}nD_o\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+c_{M_i}n^2D_o^2\right\}\end{array}\right)i\,p^{(i-2)}+p^{(i-1)}\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b}\cdot\right.$$
$$\left.\cdot\left\{b_{M_i}D_o\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}\right]p+\left[2a_{M_i}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{M_i}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{k_{wa}}\right]i\frac{\partial p}{\partial n}\right\}\right] \quad \text{(III.16)}$$

Nadalje se na temelju izraza (3.146) i (3.159) za temperaturu i tlaka zraka (plovidba iz ***i*** u ***j***), za tražene parcijalne derivacije dobiva:

$$\frac{\partial \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t,\tau_{o_i})}{\partial \varphi_b}=\left[\begin{array}{l}
-\frac{1}{2}\sin\left(\left\{\omega_z+\frac{\sin\beta_s\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]}{\cos\varphi_b(t)_{ij}\sqrt{\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}}}\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\right\}(t+\tau_{o_i})-\arccos\left(\frac{\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]}{\cot\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}}\right)\right)\cdot \\
\cdot\left\{\begin{array}{c}\sec\varphi_b(t)_{ij}\tan\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\left(1-\tan^2\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\tan^2\varphi_b(t)_{ij}\right)^{-\frac{1}{2}}+\\
\left(\begin{array}{c}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\sin\varphi_j\sec\varphi_b(t)_{ij}\left\{\cos 2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]-\cos 2\beta_s\right\}+\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cdot\\
\cdot\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_j\right]\left\{\cos 2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]+\cos 2\beta_s\right\}+2\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_j\right]\sin^3\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\end{array}\right)\cdot\\
\cdot\frac{1}{2}\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-\frac{3}{2}}(t+\tau_{o_i})\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\end{array}\right\}\cdot \\
\cdot\sum_{k_{d\varphi}=0}^{n_{d\varphi}}\sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}}\left\{a_{k_{d\varphi}}\sin\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]+b_{k_{d\varphi}}\cos\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{d_t}}\sin\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{d_t}}\cos\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}+ \\
+\sum_{k_{g\varphi}=0}^{n_{g\varphi}}\sum_{k_{g_t}=0}^{n_{g_t}}k_{g_\varphi}\left\{a_{k_{g\varphi}}\cos\left[k_{g_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]-b_{k_{g\varphi}}\sin\left[k_{g_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{g_t}}\sin\left[k_{g_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{g_t}}\cos\left[k_{g_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}+ \\
+\left(\sum_{k_{m\varphi}=0}^{n_{m\varphi}}\sum_{k_{m_t}=0}^{n_{m_t}}\left\{a_{k_{m\varphi}}\sin\left[k_{m_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]+b_{k_{m\varphi}}\cos\left[k_{m_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{m_t}}\sin\left[k_{m_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{m_t}}\cos\left[k_{m_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)\cdot \\
\cdot\frac{1}{2}k_{\omega_K}(t+\tau_{o_i})\cos\left\{\left[\omega_{K_o}+k_{\omega_K}\varphi_b(t)\right](t+\tau_{o_i})\right\}+\frac{1}{2}\sin\left\{\left[\omega_{K_o}+k_{\omega_K}\varphi_b(t)\right](t+\tau_{o_i})\right\}\cdot \\
\cdot\left(\sum_{k_{m\varphi}=0}^{n_{m\varphi}}\sum_{k_{m_t}=0}^{n_{m_t}}k_{m_\varphi}\left\{a_{k_{m\varphi}}\cos\left[k_{m_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]-b_{k_{m\varphi}}\sin\left[k_{m_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{m_t}}\sin\left[k_{m_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{m_t}}\cos\left[k_{m_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)- \\
-\frac{1}{2}\cos\left(\left\{\omega_z+\frac{\sin\beta_s\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]}{\cos\varphi_b(t)_{ij}\sqrt{\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}}}\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\right\}(t+\tau_{o_i})-\arccos\left(\frac{\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]}{\cot\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}}\right)\right)\cdot \\
\cdot\sum_{k_{d\varphi}=0}^{n_{d\varphi}}\sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}}k_{d_\varphi}\left\{a_{k_{d\varphi}}\cos\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]-b_{k_{d\varphi}}\sin\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{d_t}}\sin\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{d_t}}\cos\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}
\end{array}\right] \tag{III.17}$$

$$\frac{\partial \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t,\tau_{o_i})}{\partial \dot{\varphi}_b}=\left[\begin{array}{l}
-\frac{1}{2}\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}\cdot \\
\cdot\cos\left(\left\{\omega_z+\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\right\}\cdot\right. \\
\left.\cdot(t+\tau_{o_i})-\arccos\left(\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\tan\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)\right)\cdot \\
\cdot\sum_{k_{d\varphi}=0}^{n_{d\varphi}}\sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}}\left\{a_{k_{d\varphi}}\sin\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]+b_{k_{d\varphi}}\cos\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{d_t}}\sin\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{d_t}}\cos\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}
\end{array}\right] \tag{III.18}$$

$$\frac{\partial^2 \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t,\tau_{o_i})}{\partial \dot{\varphi}_b^2}=\left[\begin{array}{l}
\frac{1}{2}\left\{\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}^2\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-2}\cdot \\
\cdot\sin\left(\left\{\omega_z+\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\right\}\cdot\right. \\
\left.\cdot(t+\tau_{o_i})-\arccos\left(\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\tan\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)\right)\cdot \\
\cdot\sum_{k_{d\varphi}=0}^{n_{d\varphi}}\sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}}\left\{a_{k_{d\varphi}}\sin\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]+b_{k_{d\varphi}}\cos\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{d_t}}\sin\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{d_t}}\cos\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}
\end{array}\right] \tag{III.19}$$

$$\frac{\partial^2 \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t,\tau_{o_i})}{\partial\varphi_b\partial\dot{\varphi}_b}=\left[\begin{array}{l}
-\frac{1}{2}\left(\sum_{k_{d_\varphi}=0}^{n_{d_\varphi}}\sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}}\left\{a_{k_{d\varphi}}\sin\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]+b_{k_{d\varphi}}\cos\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{d_t}}\sin\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{d_t}}\cos\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)\cdot\\
\left(\begin{array}{l}
\frac{1}{2}\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{\frac{3}{2}}(t+\tau_{o_i})\sin\left(\begin{array}{l}\left\{\omega_z+\frac{\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]}{\sqrt{\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}}}\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\right\}\cdot\\
\cdot(t+\tau_{o_i})-\arccos\left(\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\tan\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)\end{array}\right)\cdot\\
\cdot\left(\begin{array}{l}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\sin\varphi_j\sec\varphi_b(t)_{ij}\left\{\cos2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]-\cos2\beta_s\right\}+\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cdot\\
\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_j\right]\left\{\cos2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]+\cos2\beta_s\right\}+2\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_j\right]\sin^3\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\end{array}\right)+\\
+\left[\begin{array}{l}\sec\varphi_b(t)_{ij}\tan\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\left(1-\tan^2\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\tan^2\varphi_b(t)_{ij}\right)^{-\frac{1}{2}}+\\
+\frac{1}{2}\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{\frac{3}{2}}(t+\tau_{o_i})\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\cdot\\
\cdot\left(\begin{array}{l}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\sin\varphi_j\sec\varphi_b(t)_{ij}\left\{\cos2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]-\cos2\beta_s\right\}+\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cdot\\
\cdot\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_j\right]\left\{\cos2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]+\cos2\beta_s\right\}+2\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_j\right]\sin^3\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\end{array}\right)\end{array}\right]\cdot\\
\cdot\cos\left(\begin{array}{l}\left\{\omega_z+\frac{\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]}{\sqrt{\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}}}\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\right\}\cdot\\
\cdot(t+\tau_{o_i})-\arccos\left(\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\tan\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)\end{array}\right)\frac{\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]}{\sqrt{\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}}}+\\
+\frac{1}{2}\sin\left[\begin{array}{l}\left(\omega_z+\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\right)\cdot\\
\cdot(t+\tau_{o_i})-\arccos\left(\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\tan\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)\end{array}\right]\cdot\\
\cdot\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}\cdot\\
\cdot\sum_{k_{d_\varphi}=0}^{n_{d_\varphi}}\sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}}k_{d_\varphi}\left\{a_{k_{d\varphi}}\cos\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]-b_{k_{d\varphi}}\sin\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{d_t}}\sin\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{d_t}}\cos\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}
\end{array}\right]\tag{III.20}$$

$$\frac{\partial^2 \vartheta_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t,\tau_{o_i})}{\partial\dot{\varphi}_b\partial t}=\left[\begin{array}{l}
\frac{1}{2}\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}\cdot\\
\left(\begin{array}{l}\delta_o\omega_G\sin\left(\begin{array}{l}\left\{\omega_z+\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\right\}\cdot\\
\cdot(t+\tau_{o_i})-\arccos\left(\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\tan\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)\end{array}\right)\cdot\\
\cdot\left(\begin{array}{l}\left\{\omega_z+\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\right\}-\\
-\left(1-\tan^2\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\tan^2\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)^{-\frac{1}{2}}\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\frac{\sin\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]}{\cos^2\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}}\end{array}\right)\cdot\\
\cdot\sum_{k_{d_\varphi}=0}^{n_{d_\varphi}}\sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}}\left\{a_{k_{d\varphi}}\sin\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]+b_{k_{d\varphi}}\cos\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{d_t}}\sin\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{d_t}}\cos\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}-\\
-\sum_{k_{d_\varphi}=0}^{n_{d_\varphi}}\sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}}\left\{a_{k_{d\varphi}}\sin\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]+b_{k_{d\varphi}}\cos\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{d\varphi}}k_{d_t}\omega_G\cos\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]-b_{k_{d\varphi}}k_{d_t}\omega_G\sin\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}\cdot\\
\cdot\cos\left(\begin{array}{l}\left\{\omega_z+\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\right\}\cdot\\
\cdot(t+\tau_{o_i})-\arccos\left(\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\tan\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)\end{array}\right)
\end{array}\right]\tag{III.21}$$

$$\frac{\partial p_z(\varphi_b,t,\tau_{o_i})}{\partial\varphi_b}=\left[\begin{array}{l}
\left(\sum_{k_{\Delta p_\varphi}=0}^{n_{\Delta p_\varphi}}\sum_{k_{\Delta p_t}=0}^{n_{\Delta p_t}}\left\{a_{k_{\Delta p_\varphi}}\sin\left[k_{\Delta p_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]+b_{k_{\Delta p_\varphi}}\cos\left[k_{\Delta p_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{\Delta p_t}}\sin\left[k_{\Delta p_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{\Delta p_t}}\cos\left[k_{\Delta p_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)\cdot\\
\cdot\frac{k_{\tau_{m_p}}\pi(t+\tau_{o_i})}{\left[\tau_{m_{P_{o_i}}}-k_{\tau_{m_p}}\varphi_b(t)_{ij}\right]^2}\cos\left[\frac{2\pi(t+\tau_{o_i})}{\tau_{m_{P_{o_i}}}-k_{\tau_{m_p}}\varphi_b(t)_{ij}}\right]+\frac{1}{2}\sin\left[\frac{2\pi(t+\tau_{o_i})}{\tau_{m_{P_{o_i}}}-k_{\tau_{m_p}}\varphi_b(t)_{ij}}\right]\cdot\\
\cdot\sum_{k_{\Delta p_\varphi}=0}^{n_{\Delta p_\varphi}}\sum_{k_{\Delta p_t}=0}^{n_{\Delta p_t}}k_{\Delta p_\varphi}\left\{a_{k_{\Delta p_\varphi}}\cos\left[k_{\Delta p_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]-b_{k_{\Delta p_\varphi}}\sin\left[k_{\Delta p_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{\Delta p_t}}\sin\left[k_{\Delta p_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{\Delta p_t}}\cos\left[k_{\Delta p_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}+\\
+\sum_{k_{p_\varphi}=0}^{n_{p_\varphi}}\sum_{k_{p_t}=0}^{n_{p_t}}\left(k_{p_\varphi}\left\{a_{k_{p_\varphi}}\cos\left[k_{p_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]-b_{k_{p_\varphi}}\sin\left[k_{p_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{p_t}}\sin\left[k_{p_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{p_t}}\cos\left[k_{p_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)
\end{array}\right]\tag{III.22}$$

$$\frac{\partial^2 v_z(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t,\tau_{o_i})}{\partial\varphi_b\partial\dot{\varphi}_b}=\left[\begin{array}{l}
-\frac{1}{2}\left(\sum_{k_{d_\varphi}=0}^{n_{d_\varphi}}\sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}}\left\{a_{k_{d\varphi}}\sin\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]+b_{k_{d\varphi}}\cos\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{d_t}}\sin\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{d_t}}\cos\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)\cdot\\
\left(\begin{array}{l}
\frac{1}{2}\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{\frac{3}{2}}(t+\tau_{o_i})\sin\left(\begin{array}{l}\left\{\omega_z+\frac{\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]}{\sqrt{\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}}}\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\right\}\cdot\\
\cdot(t+\tau_{o_i})-\arccos\left(\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\tan\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)\end{array}\right)\cdot\\
\cdot\left(\begin{array}{l}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\sin\varphi_j\sec\varphi_b(t)_{ij}\left\{\cos2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]-\cos2\beta_s\right\}+\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cdot\\
\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_j\right]\left\{\cos2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]+\cos2\beta_s\right\}+2\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_j\right]\sin^3\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\end{array}\right)+\\
+\left[\begin{array}{l}\sec\varphi_b(t)_{ij}\tan\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\left(1-\tan^2\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\tan^2\varphi_b(t)_{ij}\right)^{-\frac{1}{2}}+\\
+\frac{1}{2}\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{\frac{3}{2}}(t+\tau_{o_i})\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\cdot\\
\cdot\left(\begin{array}{l}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\sin\varphi_j\sec\varphi_b(t)_{ij}\left\{\cos2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]-\cos2\beta_s\right\}+\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cdot\\
\cdot\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_j\right]\left\{\cos2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]+\cos2\beta_s\right\}+2\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_j\right]\sin^3\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\end{array}\right)\end{array}\right]\cdot\\
\cdot\cos\left(\begin{array}{l}\left\{\omega_z+\frac{\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]}{\sqrt{\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}}}\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\right\}\cdot\\
\cdot(t+\tau_{o_i})-\arccos\left(\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\tan\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)\end{array}\right)\frac{\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]}{\sqrt{\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}}}+\\
+\frac{1}{2}\sin\left[\begin{array}{l}\left(\omega_z+\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}\dot{\varphi}_b(t)_{ij}\right)\cdot\\
\cdot(t+\tau_{o_i})-\arccos\left(\tan\left[\varphi_b(t)_{ij}\right]\tan\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)\end{array}\right]\cdot\\
\cdot\sin\beta_s\sec\varphi_b(t)_{ij}\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^{-\frac{1}{2}}\cdot\\
\cdot\sum_{k_{d_\varphi}=0}^{n_{d_\varphi}}\sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}}k_{d_\varphi}\left\{a_{k_{d\varphi}}\cos\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]-b_{k_{d\varphi}}\sin\left[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\left\{a_{k_{d_t}}\sin\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{d_t}}\cos\left[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\}
\end{array}\right] \tag{III.23}$$

Temeljem izraza (6.52), (6.53), (6.54) i (6.55) za uspon krila vijka može se pisati:

$$p(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t,\tau_o)=\frac{1}{2}\left[A(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{-1}\left\{\left[B^2(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)-4A(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)C(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t,\tau_o)\right]^{\frac{1}{2}}-B(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right\} \tag{III.24}$$

pa se za tražene prve parcijalne derivacije uspona krila vijka dobivaju sljedeći poopćeni izrazi, koji su važeći za bilo koji smjer plovidbe:

$$\frac{\partial p}{\partial n}=-\frac{1}{2}A^{-1}\left\{A^{-1}\left[\left(B^2-4AC\right)^{\frac{1}{2}}-B\right]+2C\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\right\}\frac{\partial A}{\partial n}+\frac{1}{2}A^{-1}\left[B\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}-1\right]\frac{\partial B}{\partial n}-\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial C}{\partial n} \tag{III.25}$$

$$\frac{\partial p}{\partial\varphi_b}=-\frac{1}{2}A^{-1}\left\{A^{-1}\left[\left(B^2-4AC\right)^{\frac{1}{2}}-B\right]+2C\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\right\}\frac{\partial A}{\partial\varphi_b}+\frac{1}{2}A^{-1}\left[B\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}-1\right]\frac{\partial B}{\partial\varphi_b}-\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial C}{\partial\varphi_b} \tag{III.26}$$

$$\frac{\partial p}{\partial\dot{\varphi}_b}=-\frac{1}{2}A^{-1}\left\{A^{-1}\left[\left(B^2-4AC\right)^{\frac{1}{2}}-B\right]+2C\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\right\}\frac{\partial A}{\partial\dot{\varphi}_b}+\frac{1}{2}A^{-1}\left[B\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}-1\right]\frac{\partial B}{\partial\dot{\varphi}_b}-\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial C}{\partial\dot{\varphi}_b} \tag{III.27}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t}=-\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial C}{\partial t} \tag{III.28}$$

gdje su parcijalne derivacije sadržanih funkcija definirane izrazima:

$$\frac{\partial A(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial n}=D_o^3\left[b_{T_2}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b{}^{(1+k_{wa})}+2c_{T_2}nD_o\right] \tag{III.29}$$

$$\frac{\partial B(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial n}=D_o^3\left[b_{T_1}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b{}^{(1+k_{wa})}+2c_{T_1}nD_o\right] \tag{III.30}$$

$$\frac{\partial C(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial n}=D_o^3\left[b_{T_0}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b{}^{(1+k_{wa})}+2c_{T_0}nD_o\right] \tag{III.31}$$

$$\frac{\partial A(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial\varphi_b}=D_o^2\left[2a_{T_2}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b{}^{(1+k_{wa})}+b_{T_2}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}(1+k_{wa})\tilde{b}_{k_{wa}}v_b{}^{k_F}\right]\frac{\partial v_b}{\partial\varphi_b} \tag{III.32}$$

$$\frac{\partial B(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \varphi_b} = D_o^2\left[2a_{T_1}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{T_2}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}(1+k_{wa})\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{k_F}\right]\frac{\partial v_b}{\partial \varphi_b} \quad \text{(III.33)}$$

$$\frac{\partial C}{\partial \varphi_b} = \left\{D_o^2\left[2a_{T_0}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{T_0}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{k_{wa}}\right]+\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{k_{tr}}\right)^{-2}\left[\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}k_{tr}v_b^{(k_{tr}-1)}\right]\sum_{i=1}^{n_r}R_i\right\}\frac{\partial v_b}{\partial \varphi_b}-\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{k_{tr}}\right)^{-1}\sum_{i=1}^{n_r}\frac{\partial R_i}{\partial \varphi_b} \quad \text{(III.34)}$$

$$\frac{\partial A(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \dot{\varphi}_b} = D_o^2\left[2a_{T_2}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{T_2}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}(1+k_{wa})\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{k_F}\right]\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b} \quad \text{(III.35)}$$

$$\frac{\partial B(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \dot{\varphi}_b} = D_o^2\left[2a_{T_1}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{T_2}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}(1+k_{wa})\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{k_F}\right]\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b} \quad \text{(III.36)}$$

$$\frac{\partial C}{\partial \dot{\varphi}_b} = \left\{D_o^2\left[2a_{T_0}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{T_0}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{k_{wa}}\right]+\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{k_{tr}}\right)^{-2}\left[\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}k_{tr}v_b^{(k_{tr}-1)}\right]\sum_{i=1}^{n_r}R_i\right\}\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b}-\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{k_{tr}}\right)^{-1}\sum_{i=1}^{n_r}\frac{\partial R_i}{\partial \dot{\varphi}_b} \quad \text{(III.37)}$$

$$\frac{\partial C(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)}{\partial t} = -\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{k_{tr}}\right)^{-1}\sum_{i=1}^{n_r}\frac{\partial R_i(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)}{\partial t} \quad \text{(III.38)}$$

$$\frac{\partial^2 A(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \dot{\varphi}^2} = D_o^2\left\{2a_{T_2}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{k_{wa}}\right]^2+\left[2a_{T_2}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{T_2}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}k_{wa}(1+k_{wa})v_b^{(k_{wa}-1)}\right]\right\}\left(\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b}\right)^2 \quad \text{(III.39)}$$

$$\frac{\partial^2 B(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \dot{\varphi}^2} = D_o^2\left\{2a_{T_1}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{k_{wa}}\right]^2+\left[2a_{T_1}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{T_1}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}k_{wa}(1+k_{wa})v_b^{(k_{wa}-1)}\right]\right\}\left(\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b}\right)^2 \quad \text{(III.40)}$$

$$\frac{\partial^2 A(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \dot{\varphi}_b \partial n} = b_{T_2}nD_o^3\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}(1+k_{wa})\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{k_{wa}} \quad \text{(III.41)}$$

$$\frac{\partial^2 B(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \dot{\varphi}_b \partial n} = b_{T_1}nD_o^3\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}(1+k_{wa})\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{k_{wa}} \quad \text{(III.42)}$$

$$\frac{\partial^2 C(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \dot{\varphi}_b \partial n} = b_{T_0}nD_o^3\frac{\partial v_b}{\partial \dot{\varphi}_b}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}(1+k_{wa})\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{k_{wa}} \quad \text{(III.43)}$$

Za parcijalne derivacije plovidbene brzine na temelju izraza (3.24) za slučaj plovidbe iz ***i*** u ***j*** dobiva se:

$$\left[\frac{\partial v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \varphi_b}\right]_{ij} = \frac{\overline{r}_z\cos^2\alpha_s\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]}{\sqrt{\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^3}}\dot{\varphi}_b(t)_{ij} \quad \text{(III.44)}$$

$$\left[\frac{\partial v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \dot{\varphi}_b}\right]_{ij} = \frac{\overline{r}_z\cos\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]}{\sqrt{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]}} \quad \text{(III.45)}$$

$$\left[\frac{\partial^2 v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \dot{\varphi}_b^2}\right]_{ij} = 0 \quad \text{(III.46)}$$

$$\left[\frac{\partial^2 v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \varphi_b \partial \dot{\varphi}_b}\right]_{ij} = \frac{\overline{r}_z\cos^2\alpha_s\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]}{\sqrt{\left\{\sin^2\alpha_s-\sin^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_i\right]\right\}^3}} \quad \text{(III.47)}$$

odnosno na temelju izraza (3.29) za slučaj plovidbe iz ***j*** u ***i***:

$$\left[\frac{\partial v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \varphi_b}\right]_{ji} = \frac{\overline{r}_z\cos\beta_s\sin^2\beta_s\sin\left\{2\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}}{\left\{1-\sin^2\beta_s\cos^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_j\right]\right\}^2}\dot{\varphi}_b(t)_{ij} \quad \text{(III.48)}$$

$$\left[\frac{\partial v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \dot{\varphi}_b}\right]_{ji} = \frac{\overline{r}_z\cos\beta_s}{1-\sin^2\beta_s\cos^2\left[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\right]} \quad \text{(III.49)}$$

$$\left[\frac{\partial^2 v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \dot{\varphi}_b^2}\right]_{ji} = 0 \quad \text{(III.50)}$$

$$\left[\frac{\partial^2 v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\partial \varphi_b \partial \dot{\varphi}_b}\right]_{ji} = \frac{\overline{r}_z\cos\beta_s\sin^2\beta_s\sin\left\{2\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}}{\left\{1-\sin^2\beta_s\cos^2\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_j\right]\right\}^2} \quad \text{(III.51)}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \dot{\varphi}_b^2} = -\frac{1}{2}A^{-1}\left(\begin{array}{l}\left(B^2-4AC\right)^{\frac{3}{2}}\left(B\frac{\partial B}{\partial \dot{\varphi}_b}-2C\frac{\partial A}{\partial \dot{\varphi}_b}-2A\frac{\partial C}{\partial \dot{\varphi}_b}\right)^2-2A^{-1}\frac{\partial A}{\partial \dot{\varphi}_b}\left[\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\left(B\frac{\partial B}{\partial \dot{\varphi}_b}-2C\frac{\partial A}{\partial \dot{\varphi}_b}-2A\frac{\partial C}{\partial \dot{\varphi}_b}\right)-\frac{\partial B}{\partial \dot{\varphi}_b}\right]+2A^{-1}\cdot \\ \cdot\left[\left(B^2-4AC\right)^{\frac{1}{2}}-B\right]\left[A^{-1}\left(\frac{\partial A}{\partial \dot{\varphi}_b}\right)^2-\frac{1}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial \dot{\varphi}_b^2}\right]-\left\{\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\left[\left(\frac{\partial B}{\partial \dot{\varphi}_b}\right)^2+B\frac{\partial^2 B}{\partial \dot{\varphi}_b^2}-2C\frac{\partial^2 A}{\partial \dot{\varphi}_b^2}-2A\frac{\partial^2 C}{\partial \dot{\varphi}_b^2}-4\frac{\partial A}{\partial \dot{\varphi}_b}\frac{\partial C}{\partial \dot{\varphi}_b}\right]-\frac{\partial^2 B}{\partial \dot{\varphi}_b^2}\right\}\end{array}\right) \quad \text{(III.52)}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial\dot{\varphi}_b\partial t}=\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{3}{2}}\left(B\frac{\partial B}{\partial\dot{\varphi}_b}-\frac{\partial A}{\partial\dot{\varphi}_b}-2A\frac{\partial C}{\partial\dot{\varphi}_b}\right)\frac{\partial C}{\partial t}-\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial^2 C}{\partial\dot{\varphi}_b\partial t} \tag{III.53}$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial\dot{\varphi}_b\partial t}=\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{\,k_{tr}}\right)^{-1}\left\{\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{\,k_{tr}}\right)^{-1}\left[\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}k_{tr}v_b^{(k_{tr}-1)}\right]\frac{\partial v_b}{\partial\dot{\varphi}_b}\sum_{i=1}^{n_r}\frac{\partial R_i}{\partial t}-\sum_{i=1}^{n_r}\frac{\partial^2 R_i}{\partial\dot{\varphi}_b\partial t}\right\} \tag{III.54}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial\dot{\varphi}_b\partial\varphi_b}=\left\{\begin{array}{c}\left(\begin{array}{c}\left\{\frac{1}{2}A^{-3}\left[\left(B^2-4AC\right)^{\frac{1}{2}}-B\right]+A^{-2}C\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}-A^{-1}C^2\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{3}{2}}\right\}\frac{\partial A}{\partial\varphi_b}+\\+\left\{BA^{-1}\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\left[C\left(B^2-4AC\right)^{-2}-\frac{1}{2}A^{-1}\right]+\frac{1}{2}A^{-2}\right\}\frac{\partial B}{\partial\varphi_b}-C\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{3}{2}}\frac{\partial C}{\partial\varphi_b}\end{array}\right)\frac{\partial A}{\partial\dot{\varphi}_b}+\\+\frac{1}{2}A^{-1}\left\{A^{-1}\left[\left(B^2-4AC\right)^{\frac{1}{2}}-B\right]+2C\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\right\}\left(A^{-1}\frac{\partial A}{\partial\varphi_b}\frac{\partial A}{\partial\dot{\varphi}_b}-\frac{\partial^2 A}{\partial\varphi_b\partial\dot{\varphi}_b}\right)-\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial^2 C}{\partial\dot{\varphi}_b\partial\varphi_b}+\\+\frac{1}{2}A^{-1}\left[B\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}-1\right]\frac{\partial^2 B}{\partial\dot{\varphi}_b\partial\varphi_b}+\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{3}{2}}\left(B\frac{\partial B}{\partial\varphi_b}-2A\frac{\partial C}{\partial\varphi_b}-2C\frac{\partial A}{\partial\varphi_b}\right)\frac{\partial C}{\partial\dot{\varphi}_b}+\\\left(\begin{array}{c}A^{-1}\left\{BC\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{3}{2}}-\frac{1}{2}A^{-1}\left[\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}-1\right]\right\}\frac{\partial A}{\partial\varphi_b}+\frac{\partial B}{\partial\varphi_b}\cdot\\\cdot\left\{\frac{1}{2}A^{-1}\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\left[1-B^2\left(B^2-4AC\right)^{-2}\right]\right\}+B^2\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{3}{2}}\frac{\partial C}{\partial\varphi_b}\end{array}\right)\frac{\partial B}{\partial\dot{\varphi}_b}+\end{array}\right\} \tag{III.55}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial\dot{\varphi}_b\partial n}=\left\{\begin{array}{c}\left(\begin{array}{c}\left\{\frac{1}{2}A^{-3}\left[\left(B^2-4AC\right)^{\frac{1}{2}}-B\right]+A^{-2}C\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}-A^{-1}C^2\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{3}{2}}\right\}\frac{\partial A}{\partial n}+\\+\left\{BA^{-1}\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\left[C\left(B^2-4AC\right)^{-2}-\frac{1}{2}A^{-1}\right]+\frac{1}{2}A^{-2}\right\}\frac{\partial B}{\partial n}-C\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{3}{2}}\frac{\partial C}{\partial n}\end{array}\right)\frac{\partial A}{\partial\dot{\varphi}_b}+\\+\frac{1}{2}A^{-1}\left(A^{-1}\frac{\partial A}{\partial n}\frac{\partial A}{\partial\dot{\varphi}_b}-\frac{\partial^2 A}{\partial n\partial\dot{\varphi}_b}\right)\left\{A^{-1}\left[\left(B^2-4AC\right)^{\frac{1}{2}}-B\right]+2C\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\right\}+\frac{1}{2}A^{-1}\left[B\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}-1\right]\frac{\partial^2 B}{\partial\dot{\varphi}_b\partial n}-\\-\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\frac{\partial^2 C}{\partial\dot{\varphi}_b\partial n}+\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{3}{2}}\left(B\frac{\partial B}{\partial n}-2A\frac{\partial C}{\partial n}-2C\frac{\partial A}{\partial n}\right)\frac{\partial C}{\partial\dot{\varphi}_b}+\frac{\partial B}{\partial\dot{\varphi}_b}\cdot\\\cdot\left(A^{-1}\left\{BC\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{3}{2}}-\frac{1}{2}A^{-1}\left[\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}-1\right]\right\}\frac{\partial A}{\partial n}+\left\{\frac{1}{2}A^{-1}\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{1}{2}}\left[1-B^2\left(B^2-4AC\right)^{-2}\right]\right\}\frac{\partial B}{\partial n}+B^2\left(B^2-4AC\right)^{-\frac{3}{2}}\frac{\partial C}{\partial n}\right)\end{array}\right\} \tag{III.56}$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial\varphi_b\partial\dot{\varphi}_b}=D_o^2\left(\begin{array}{c}\left\{2a_{T_2}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}(1+k_{wa})\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{\,k_F}\right]^2+\left[2a_{T_2}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{T_2}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}(1+k_{wa})k_{wa}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(k_{wa}-1)}\right]\right\}\cdot\\\cdot\frac{\partial v_b}{\partial\varphi_b}\frac{\partial v_b}{\partial\dot{\varphi}_b}+\left[2a_{T_2}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{T_2}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{\,k_{wa}}\right]\frac{\partial^2 v_b}{\partial\varphi_b\partial\dot{\varphi}_b}\end{array}\right) \tag{III.57}$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial\varphi_b\partial\dot{\varphi}_b}=D_o^2\left(\begin{array}{c}\left\{2a_{T_1}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}(1+k_{wa})\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{\,k_F}\right]^2+\left[2a_{T_1}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{T_1}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}(1+k_{wa})k_{wa}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(k_{wa}-1)}\right]\right\}\cdot\\\cdot\frac{\partial v_b}{\partial\varphi_b}\frac{\partial v_b}{\partial\dot{\varphi}_b}+\left[2a_{T_1}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{T_1}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{\,k_{wa}}\right]\frac{\partial^2 v_b}{\partial\varphi_b\partial\dot{\varphi}_b}\end{array}\right) \tag{III.58}$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial\varphi_b\partial\dot{\varphi}_b}=\left[\begin{array}{c}\left\{D_o^2\left[2a_{T_0}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{T_0}nD_o\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}(1+k_{wa})\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{\,k_{wa}}+\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{k_{tr}}\right)^{-2}\left[\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}k_{tr}v_b^{(k_{tr}-1)}\right]\sum_{i=1}^{n_r}R_i\right\}\cdot\\\cdot\frac{\partial^2 v_b}{\partial\varphi_b\partial\dot{\varphi}_b}+\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{k_{tr}}\right)^{-1}\left\{\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{k_{tr}}\right)^{-1}\left[\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}k_{tr}v_b^{(k_{tr}-1)}\right]\frac{\partial v_b}{\partial\varphi_b}\sum_{i=1}^{n_r}\frac{\partial R_i}{\partial\dot{\varphi}_b}-\sum_{i=1}^{n_r}\frac{\partial^2 R_i}{\partial\varphi_b\partial\dot{\varphi}_b}\right\}+\frac{\partial v_b}{\partial\varphi_b}\frac{\partial v_b}{\partial\dot{\varphi}_b}\cdot\\\cdot\left(\begin{array}{c}D_o^2\left\{2a_{T_0}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}(1+k_{wa})\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{\,k_{wa}}\right]^2+\left[2a_{T_0}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{T_0}nD_o\right]\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}(1+k_{wa})k_{wa}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(k_{wa}-1)}\right\}+\\+\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{k_{tr}}\right)^{-2}\left\{\left[\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}k_{tr}(k_{tr}-1)v_b^{(k_{tr}-2)}-\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{k_{tr}}\right)^{-2}\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}k_{tr}v_b^{(k_{tr}-1)}\right]\sum_{i=1}^{n_r}R_i+\left[\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}k_{tr}v_b^{(k_{tr}-1)}\right]\sum_{i=1}^{n_r}\frac{\partial R_i}{\partial\dot{\varphi}_b}\right\}\end{array}\right)\end{array}\right] \tag{III.59}$$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial\dot{\varphi}_b^2}=\left[\begin{array}{c}\left(\begin{array}{c}D_o^2\left\{2a_{T_0}\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}(1+k_{wa})v_b^{\,k_{wa}}\right]^2+\left[2a_{T_0}\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}v_b^{(1+k_{wa})}+b_{T_0}nD_o\right]\left[\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}k_{wa}(1+k_{wa})v_b^{(k_{wa}-1)}\right]\right\}+\\+\left\{\left[\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}k_{tr}(k_{tr}-1)v_b^{(k_{tr}-2)}\right]-2\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{\,k_{tr}}\right)^{-1}\left[\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}k_{tr}v_b^{(k_{tr}-1)}\right]\right\}\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{\,k_{tr}}\right)^{-1}\sum_{i=1}^{n_r}R_i\end{array}\right)\cdot\\\cdot\left(\frac{\partial v_b}{\partial\dot{\varphi}_b}\right)^2+2\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{\,k_{tr}}\right)^{-2}\left[\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}k_{tr}v_b^{(k_{tr}-1)}\right]\left(\sum_{i=1}^{n_r}\frac{\partial R_i}{\partial\dot{\varphi}_b}\right)\frac{\partial v_b}{\partial\dot{\varphi}_b}-\left(\sum_{k_{tr}=0}^{\hat{n}_{tr}}\hat{b}_{k_{tr}}v_b^{\,k_{tr}}\right)^{-1}\sum_{i=1}^{n_r}\frac{\partial^2 R_i}{\partial\dot{\varphi}_b^2}\end{array}\right] \tag{III.60}$$

Nadalje je za potpuno definiranje funkcijske ovisnosti $C(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)$, te njenih parcijalnih derivacija potrebno definirati nastupajuće plovidbene otpore $R_i(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)$, pa je tako primjerice pretpostavljajući plovidbu obraštenog broda po valovlju ekvivalentni plovidbeni otpor definiran izrazom (6.39), te se dobiva:

$$C(n,\varphi_b,\dot{\varphi}_b,t)=\left(\begin{array}{c} a_{T_0}D_o^2\left\{\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right\}^2+b_{T_0}nD_o^3\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}+c_{T_0}n^2D_o^4- \\ -\left\{1-\sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}}\tilde{b}_{k_{tr}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_{tr}}\right\}^{-1}\left\{a_\tau\sum_{i_r=1}^{n_r}\tau_{sl_{ir}}+b_\tau\left[t+\tau_{e_{ij}}-\sum_{i_r=1}^{n_r}(\tau_{sl_{ir}}+\tau_{r_{ir}})\right]\right\}(1+x_r)\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^2\cdot \\ \cdot\left[\frac{1}{2}\rho_m S_{\nabla ij}\left(0,075\log^{-2}\left\{\frac{0,01L_{ij}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]}{\nu_m}\right\}+\sum_{k_i=0}^{n_R}a_{k_i}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_i}\right)+0,04\rho_z A_{N_{yz}ij}\right]+ \\ +\left\{a_{o_H}+a_{1_H}\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{m_H}\right\}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{m_v}\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}\sin\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\} \end{array}\right) \tag{III.61}$$

pa se njihovim uvrštavanjem u (6.52) za ravnotežni uspon krila vijka dobiva:

$$p(\varphi_b,\dot{\varphi}_b,n,t)=\left[\begin{array}{c} \frac{1}{2}\left[a_{T_2}D_o^2\left(\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right)^2+b_{T_2}n(t)D_o^3\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}+c_{T_2}n^2(t)D_o^4\right]^{-1}\cdot \\ \left\{\left\{\left[a_{T_1}D_o^2\left(\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right)^2+b_{T_1}n(t)D_o^3\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}+c_{T_1}n^2(t)D_o^4\right]-\right.\right. \\ \left.\left.-4\left[a_{T_2}D_o^2\left(\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right)^2+b_{T_2}n(t)D_o^3\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}+c_{T_2}n^2(t)D_o^4\right]\cdot\right\}^{\frac{1}{2}}\cdot \\ \left\{\begin{array}{c} a_{T_0}D_o^2\left(\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right)^2+b_{T_0}n(t)D_o^3\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}+c_{T_0}n^2(t)D_o^4- \\ -\left(1-\sum_{k_{tr}=0}^{\tilde{n}_{tr}}\tilde{b}_{k_{tr}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_{tr}}\right)^{-1}\left\{a_\tau\sum_{i_r=1}^{n_r}\tau_{sl_{ir}}+b_\tau\left[t+\tau_{e_{ij}}-\sum_{i_r=1}^{n_r}(\tau_{sl_{ir}}+\tau_{r_{ir}})\right]\right\}(1+x_r)\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^2\cdot \\ \cdot\left[\frac{1}{2}\rho_m S_{\nabla ij}\left(0,075\log^{-2}\left\{\frac{0,01L_{ij}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]}{\nu_m}\right\}+\sum_{k_i=0}^{n_R}a_{k_i}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_i}\right)+0,04\rho_z A_{N_{yz}ij}\right]+ \\ +\left[a_{o_H}+a_{1_H}\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{m_H}\right]\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{m_v}\sum_{k_w=1}^{n_w}A_{k_w}\sin\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\} \end{array}\right\}- \\ -\left[a_{T_1}D_o^2\left(\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}\right)^2+b_{T_1}n(t)D_o^3\sum_{k_{wa}=0}^{n_{wa}}\tilde{b}_{k_{wa}}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(1+k_{wa})}+c_{T_1}n^2(t)D_o^4\right] \end{array}\right] \tag{III.62}$$

Za slučaj plovidbe iz ***i*** u ***j*** ekvivalentni plovidbeni otpor definiran izrazom (6.39) može se prikazati u reduciranom obliku:

$$R_e\left[\varphi_b(t),\dot{\varphi}_b(t),t\right]=\left[\begin{array}{c} (1+x_r)\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^2\left(\frac{1}{2}\rho_m S_{\nabla ij}\left\{0,075\log^{-2}\left[\frac{0,01L_{ij}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\nu_m}\right]+\sum_{k_i=0}^{n_R}a_{k_i}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_i}\right\}+0,04\rho_z A_{N_{yz}ij}\right)\cdot \\ \left\{a_\tau\sum_{i_r=1}^{n_r}\tau_{sl_{ir}}+b_\tau\left[t+\tau_{e_{ij}}-\sum_{i_r=1}^{n_r}(\tau_{sl_{ir}}+\tau_{r_{ir}})\right]\right\}+\left\{a_{o_H}+a_{1_H}\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{m_H}\right\}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{m_v}\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}\sin\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\} \end{array}\right] \tag{III.63}$$

pa se za tražene parcijalne derivacije dobiva kako slijedi:

$$\frac{\partial R_e}{\partial\varphi_b}=\left(\begin{array}{c} \left[\rho_m S_{\nabla ij}\left(0,075\log^{-2}\left[\frac{0,01L_{ij}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\nu_m}\right]\left\{1-\log e\log^{-1}\left[\frac{0,01L_{ij}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\nu_m}\right]\right\}+\sum_{k_i=0}^{n_R}a_{k_i}\left(1+\frac{1}{2}k_i\right)\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_i}\right)+0,08\rho_z A_{N_{yz}ij}\right]\cdot \\ \cdot(1+x_r)\left\{a_\tau\sum_{i_r=1}^{n_r}\tau_{sl_{ir}}+b_\tau\left[t+\tau_{e_{ij}}-\sum_{i_r=1}^{n_r}(\tau_{sl_{ir}}+\tau_{r_{ir}})\right]\right\}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\frac{\partial v_b}{\partial\varphi_b}+a_{1_H}m_H\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{(m_H-1)}\frac{\partial H_s}{\partial\varphi_b}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{m_v}\cdot \\ \cdot\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}\sin\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\}+\left\{a_{o_H}+a_{1_H}\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{m_H}\right\}m_v\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(m_v-1)}\frac{\partial v_b}{\partial\varphi_b}\cdot \\ \cdot\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}\sin\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\}+\left\{a_{o_H}+a_{1_H}\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{m_H}\right\}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{m_v}\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}k_w\cos\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\}\frac{\partial\varphi_w}{\partial\varphi_b} \end{array}\right) \tag{III.64}$$

$$\frac{\partial R_e}{\partial \dot{\varphi}_b}=\left(\begin{array}{l} v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\left[\rho_m S_{\nabla ij}\left(0,075\log^{-2}\left[\frac{0,01L_{ij}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\nu_m}\right]\left\{1-\log e\log^{-1}\left[\frac{0,01L_{ij}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\nu_m}\right]\right\}+\sum_{k_i=0}^{n_R}a_{k_i}\left(1+\frac{1}{2}k_i\right)\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_i}\right)+0,08\rho_z A_{N_{yz}ij}\right]\cdot \\ \cdot(1+x_r)\left\{a_\tau\sum_{i_r=1}^{n_r}\tau_{sl_{ir}}+b_\tau\left[t+\tau_{e_{ij}}-\sum_{i_r=1}^{n_r}(\tau_{sl_{ir}}+\tau_{r_{ir}})\right]\right\}\frac{\partial v_b}{\partial\dot{\varphi}_b}+\left\{a_{o_H}+a_{1_H}\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{m_H}\right\}m_v\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(m_v-1)}\frac{\partial v_b}{\partial\dot{\varphi}_b}\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}\sin\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\} \end{array}\right) \quad \text{(III.65)}$$

$$\frac{\partial R_e}{\partial t}=\left[\begin{array}{l} b_\tau(1+x_r)\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^2\left(\frac{1}{2}\rho_m S_{\nabla ij}\left\{0,075\log^{-2}\left[\frac{0,01L_{ij}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\nu_m}\right]+\sum_{k_i=0}^{n_R}a_{k_i}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_i}\right\}+0,04\rho_z A_{N_{yz}ij}\right)+\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{m_v}\cdot \\ \cdot\left(a_{1_H}m_H\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{(m_H-1)}\frac{\partial H_s}{\partial t}\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}\sin\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\}+\left\{a_{o_H}+a_{1_H}\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{m_H}\right\}\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}k_w\cos\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\}\frac{\partial\varphi_w}{\partial t}\right) \end{array}\right] \quad \text{(III.66)}$$

$$\frac{\partial^2 R_e}{\partial\varphi_b\partial\dot{\varphi}_b}=\left\{\begin{array}{l} \left[\rho_m S_{\nabla ij}\left(0,075\log^{-2}\left[\frac{0,01L_{ij}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\nu_m}\right]\left\{1-\log e\log^{-1}\left[\frac{0,01L_{ij}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\nu_m}\right]\right\}+\sum_{k_i=0}^{n_R}a_{k_i}\left(1+\frac{1}{2}k_i\right)\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_i}\right)+0,08\rho_z A_{N_{yz}ij}\right]\cdot \\ \cdot(1+x_r)\left\{a_\tau\sum_{i_r=1}^{n_r}\tau_{sl_{ir}}+b_\tau\left[t+\tau_{e_{ij}}-\sum_{i_r=1}^{n_r}(\tau_{sl_{ir}}+\tau_{r_{ir}})\right]\right\}\left[\frac{\partial v_b}{\partial\varphi_b}\frac{\partial v_b}{\partial\dot{\varphi}_b}+v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\frac{\partial^2 v_b}{\partial\varphi_b\partial\dot{\varphi}_b}\right]+\left\{a_{o_H}+a_{1_H}\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{m_H}\right\}\frac{\partial v_b}{\partial\dot{\varphi}_b}\frac{\partial\varphi_w}{\partial\varphi_b}\cdot \\ \cdot\left(\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}k_w\cos\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\}\right)m_v\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(m_v-1)}+m_v\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(m_v-2)}\left(\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}\sin\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\}\right)\cdot \\ \left[\frac{\partial v_b}{\partial\dot{\varphi}_b}\left(\begin{array}{l} a_{1_H}m_H\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{(m_H-1)}\frac{\partial H_s}{\partial\varphi_b}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{m_v}+ \\ +(m_v-1)\left\{a_{o_H}+a_{1_H}\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{m_H}\right\}\frac{\partial v_b}{\partial\varphi_b} \end{array}\right)+\left\{a_{o_H}+a_{1_H}\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{m_H}\right\}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\frac{\partial^2 v_b}{\partial\varphi_b\partial\dot{\varphi}_b}+\left\{a_\tau\sum_{i_r=1}^{n_r}\tau_{sl_{ir}}+b_\tau\left[t+\tau_{e_{ij}}-\sum_{i_r=1}^{n_r}(\tau_{sl_{ir}}+\tau_{r_{ir}})\right]\right\}\right]\cdot \\ \cdot(1+x_r)\frac{\partial v_b}{\partial\varphi_b}\frac{\partial v_b}{\partial\dot{\varphi}_b}\rho_m S_{\nabla ij}\left(\sum_{k_i=0}^{n_R}a_{k_i}k_i\left(1+\frac{1}{2}k_i\right)\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_i}+\log e\log^{-3}\left[\frac{0,01L_{ij}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\nu_m}\right]\left\{0,225\log e\log^{-1}\left[\frac{0,01L_{ij}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\nu_m}\right]-0,15\right\}\right) \end{array}\right\} \quad \text{(III.67)}$$

$$\frac{\partial^2 R_e}{\partial\varphi_b\partial t}=\left[\begin{array}{c} a_{1_H}m_H\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{(m_H-2)}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{m_v}\left\{(m_H-1)\frac{\partial H_s}{\partial\varphi_b}\frac{\partial H_s}{\partial t}+\left[H_s(\varphi_b,t)\right]\left[\frac{\partial^2 H_s}{\partial\varphi_b\partial t}+m_v v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\frac{\partial v_b}{\partial\varphi_b}\frac{\partial H_s}{\partial t}\right]\right\}\cdot \\ \cdot\left(\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}\sin\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\}\right)+\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(m_v-1)}\frac{\partial\varphi_w}{\partial t}\left(\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}k_w\cos\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\}\right)\cdot \\ \cdot\left(2a_{1_H}m_H\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{(m_H-1)}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\frac{\partial H_s}{\partial t}+m_v\left\{a_{o_H}+a_{1_H}\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{m_H}\right\}\frac{\partial v_b}{\partial\varphi_b}+v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\left\{a_{o_H}+a_{1_H}\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{m_H}\right\}\frac{\partial^2\varphi_w}{\partial\varphi_b\partial t}\right)- \\ -v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\left\{a_{o_H}+a_{1_H}\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{m_H}\right\}\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}k_w^2\sin\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\}\frac{\partial\varphi_w}{\partial\varphi_b}\frac{\partial\varphi_w}{\partial t}+ \\ +b_\tau(1+x_r)v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\frac{\partial v_b}{\partial\varphi_b}\left(\begin{array}{l} \rho_m S_{\nabla ij}\left\{0,075\log^{-2}\left[\frac{0,01L_{ij}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\nu_m}\right]+\sum_{k_i=0}^{n_R}a_{k_i}\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_i}\right\}+0,08\rho_z A_{N_{yz}ij}- \\ -\frac{1}{2}\rho_m S_{\nabla ij}\left\{0,15\log e\log^{-3}\left[\frac{0,01L_{ij}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\nu_m}\right]-\sum_{k_i=0}^{n_R}a_{k_i}k_i\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_i}\right\} \end{array}\right) \end{array}\right] \quad \text{(III.68)}$$

$$\frac{\partial^2 R_e}{\partial\dot{\varphi}_b\partial t}=\left\{\begin{array}{l} \left[\rho_m S_{\nabla ij}\left(0,075\log^{-2}\left[\frac{0,01L_{ij}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\nu_m}\right]\left\{1-\log e\log^{-1}\left[\frac{0,01L_{ij}v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)}{\nu_m}\right]\right\}+\sum_{k_i=0}^{n_R}a_{k_i}\left(1+\frac{1}{2}k_i\right)\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{k_i}\right)+0,08\rho_z A_{N_{yz}ij}\right]\cdot \\ \cdot b_\tau(1+x_r)v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\frac{\partial v_b}{\partial\dot{\varphi}_b}+m_v\left[v_b(\varphi_b,\dot{\varphi}_b)\right]^{(m_v-1)}\frac{\partial v_b}{\partial\dot{\varphi}_b}\cdot \\ \left(\left\{a_{o_H}+a_{1_H}\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{m_H}\right\}\frac{\partial\varphi_w}{\partial t}\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}k_w\cos\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\}+a_{1_H}m_H\left[H_s(\varphi_b,t)\right]^{(m_H-1)}\frac{\partial H_s}{\partial t}\sum_{k_w=0}^{n_w}A_{k_w}\sin\left\{k_w\left[\varphi_w(\varphi_b,t)\right]+\tilde{\gamma}_{k_w}\right\}\right) \end{array}\right\} \quad \text{(III.69)}$$

Za slučaj plovidbe broda iz ***i*** u ***j*** za parcijalne derivacije valnih značajki (prema izrazima (3.180) i (3.181) dobiva se:

$$\frac{\partial\varphi_w(\varphi_b,t)}{\partial\varphi_b}=\left[\sum_{k_{w_\varphi}=0}^{n_{w_\varphi}}\sum_{k_{w_t}=0}^{n_{w_t}}\left(\begin{array}{l} k_{w_\varphi}\left\{a_{k_{w_\varphi}}\cos\left[k_{w_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]-b_{k_{w_\varphi}}\sin\left[k_{w_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}\cdot \\ \cdot\left\{a_{k_{w_t}}\sin\left[k_{w_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]+b_{k_{w_t}}\cos\left[k_{w_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\} \end{array}\right)+\sin\beta_s\sin\left[\varphi_b(t)_{ij}-\varphi_j\right]\left(1-\left\{\sin\beta_s\cos\left[\varphi_j-\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}^2\right)^{-\frac{1}{2}}\right] \quad \text{(III.70)}$$

$$\frac{\partial\varphi_w(\varphi_b,t)}{\partial t}=\sum_{k_{w_\varphi}=0}^{n_{w_\varphi}}\sum_{k_{w_t}=0}^{n_{w_t}}\left\{a_{k_{w_\varphi}}\sin\left[k_{w_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]+b_{k_{w_\varphi}}\cos\left[k_{w_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}k_{w_t}\omega_G\left\{a_{k_{w_t}}\cos\left[k_{w_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]-b_{k_{w_t}}\sin\left[k_{w_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\} \quad \text{(III.71)}$$

$$\frac{\partial^2\varphi_w(\varphi_b,t)}{\partial\varphi_b\partial t}=\sum_{k_{w_\varphi}=0}^{n_{w_\varphi}}\sum_{k_{w_t}=0}^{n_{w_t}}k_{w_\varphi}\left\{a_{k_{w_\varphi}}\cos\left[k_{w_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]-b_{k_{w_\varphi}}\sin\left[k_{w_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}\right]\right\}k_{w_t}\omega_G\left\{a_{k_{w_t}}\cos\left[k_{w_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]-b_{k_{w_t}}\sin\left[k_{w_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})\right]\right\} \quad \text{(III.72)}$$

$$\frac{\partial H_s(\varphi_b,t)}{\partial\varphi_b}=\sum_{k_{H_\varphi}=0}^{n_{H_\varphi}}\sum_{k_{H_t}=0}^{n_{H_t}}k_{H_\varphi}\left\{a_{k_H}\cos\left[k_{H_\varphi}\varphi_b(t)\right]-b_{k_H}\sin\left[k_{H_\varphi}\varphi_b(t)\right]\right\}\left\{a_{k_{H_t}}\sin\left[k_{H_t}\omega_G(t+\tau_o)\right]+b_{k_{H_t}}\cos\left[k_{H_t}\omega_G(t+\tau_o)\right]\right\} \quad \text{(III.73)}$$

$$\frac{\partial H_s(\varphi_b,t)}{\partial t}=\sum_{k_{H_\varphi}=0}^{n_{H_\varphi}}\sum_{k_{H_t}=0}^{n_{H_t}}\left\{a_{k_H}\sin\left[k_{H_\varphi}\varphi_b(t)\right]+b_{k_H}\cos\left[k_{H_\varphi}\varphi_b(t)\right]\right\}k_{H_t}\omega_G\left\{a_{k_{H_t}}\cos\left[k_{H_t}\omega_G(t+\tau_o)\right]-b_{k_{H_t}}\sin\left[k_{H_t}\omega_G(t+\tau_o)\right]\right\} \quad \text{(III.74)}$$

$$\frac{\partial^2 H_s(\varphi_b,t)}{\partial\varphi_b\partial t}=\sum_{k_{H_\varphi}=0}^{n_{H_\varphi}}\sum_{k_{H_t}=0}^{n_{H_t}} k_{H_\varphi}\left\{a_{k_H}\cos\left[k_{H_\varphi}\varphi_b(t)\right]-b_{k_H}\sin\left[k_{H_\varphi}\varphi_b(t)\right]\right\}k_{H_t}\omega_G\left\{a_{k_{H_t}}\cos\left[k_{H_t}\omega_G(t+\tau_o)\right]-b_{k_{H_t}}\sin\left[k_{H_t}\omega_G(t+\tau_o)\right]\right\} \quad \text{(III.75)}$$

III.2 Prikaz karakterističnih transportnih intervala tijekom jednogodišnjeg službovanja broda po definiranoj trgovačkoj ruti

–I transportni ciklus (01.01; 00 *h*)

$\tau_{0tc_1}=\tau_{0i_1}=0;\ \ \tau_{tc_1}=\tau_{i_1}+\tau_{ij_1}+\tau_{j_1}+\tau_{ji_1}=72+243,73+72+231,49=619,22\,h$

$\tau_{0ij_1}=\tau_{0i_1}+\tau_{i_1}=72\ h;\ \ \tau_{0j_1}=\tau_{0i_1}+\tau_{i_1}+\tau_{ij_1}=387,73\ h;\ \ \tau_{0ji_1}=\tau_{0i_1}+\tau_{i_1}+\tau_{ij_1}+\tau_{j_1}=619,22\ h;$

–II transportni ciklus (29.01; 19 *h*,13 min)

$\tau_{0tc_2}=\tau_{0i_2}=\tau_{0tc_1}+\tau_{tc_1}=619,22\ \ h;\ \ \tau_{tc_2}=\tau_{i_2}+\tau_{ij_2}+\tau_{j_2}+\tau_{ji_2}=72+248,93+105,05+235,43=661,41\ \ h;$

$\tau_{0ij_2}=\tau_{0i_2}+\tau_{i_2}=691,22\ h;\ \ \tau_{0j_2}=\tau_{0i_2}+\tau_{i_2}+\tau_{ij_2}=940,15\ h;\ \ \tau_{0ji_2}=\tau_{0i_2}+\tau_{i_2}+\tau_{ij_2}+\tau_{j_2}=1045,2\ h;$

–III transportni ciklus (26.02; 8 *h*, 38 min)

$\tau_{0tc_3}=\tau_{0i_3}=\tau_{0tc_1}+\sum_{j=1}^{2}\tau_{tc_j}=1280,63\ \ h;\ \ \tau_{tc_3}=\tau_{i_3}+\tau_{ij_3}+\tau_{j_3}+\tau_{ji_3}=72+264,67+186,59+231,15=754,41\ \ h;$

$\tau_{0ij_3}=\tau_{0i_3}+\tau_{i_3}=1352,63\ h;\ \ \tau_{0j_3}=\tau_{0i_3}+\tau_{i_3}+\tau_{ij_3}=1617,3\ h;\ \ \tau_{0ji_3}=\tau_{0i_3}+\tau_{i_3}+\tau_{ij_3}+\tau_{j_3}=1803,89\ h;$

–IV transportni ciklus (29.03; 13 *h*)

$\tau_{0tc_4}=\tau_{0i_4}=\tau_{0tc_1}+\sum_{j=1}^{3}\tau_{tc_j}=2035,04\ \ h;\ \ \tau_{tc_4}=\tau_{i_4}+\tau_{ij_4}+\tau_{j_4}+\tau_{ji_4}=72+245,12+72+228,14=617,26\ \ h;$

$\tau_{0ij_4}=\tau_{0i_4}+\tau_{i_4}=2107,04\ h;\ \ \tau_{0j_4}=\tau_{0i_4}+\tau_{i_4}+\tau_{ij_4}=2352,16\ h;\ \ \tau_{0ji_4}=\tau_{0i_4}+\tau_{i_4}+\tau_{ij_4}+\tau_{j_4}=2424,16\ h;$

–V transportni ciklus (24.04; 6 *h*;18 min)

$\tau_{0tc_5}=\tau_{0i_5}=\tau_{0tc_1}+\sum_{j=1}^{4}\tau_{tc_j}=2652,3\ \ h;\ \ \tau_{tc_5}=\tau_{i_5}+\tau_{ij_5}+\tau_{j_5}+\tau_{ji_5}=72+244,125+72+229,495=617,26\ \ h;$

$\tau_{0ij_5}=\tau_{0i_5}+\tau_{i_5}=2724,3\ h;\ \ \tau_{0j_5}=\tau_{0i_5}+\tau_{i_5}+\tau_{ij_5}=2968,425\ h;\ \ \tau_{0ji_5}=\tau_{0i_5}+\tau_{i_5}+\tau_{ij_5}+\tau_{j_5}=3040,425\ h;$

–VI transportni ciklus (24.04; 6 *h*;18 min)

$\tau_{0tc_6}=\tau_{0i_6}=\tau_{0tc_1}+\sum_{j=1}^{5}\tau_{tc_j}=3341,92\ \ h;\ \ \tau_{tc_6}=\tau_{i_6}+\tau_{ij_6}+\tau_{j_6}+\tau_{ji_6}=72+236,415+72+227,1=607,515\ \ h;$

$\tau_{0ij_6}=\tau_{0i_6}+\tau_{i_6}=3413,92\ h;\ \ \tau_{0j_6}=\tau_{0i_6}+\tau_{i_6}+\tau_{ij_6}=3650,335\ h;\ \ \tau_{0ji_6}=\tau_{0i_6}+\tau_{i_6}+\tau_{ij_6}+\tau_{j_6}=3722,335\ h;$

–VII transportni ciklus

$\tau_{0tc_7}=\tau_{0i_7}=\tau_{0tc_1}+\sum_{j=1}^{6}\tau_{tc_j}=3877,435\ \ h;\ \ \tau_{tc_7}=\tau_{i_7}+\tau_{ij_7}+\tau_{j_7}+\tau_{ji_7}=72+236,415+72+231,415=611,83\ \ h;$

$\tau_{0ij_7}=\tau_{0i_7}+\tau_{i_7}=3949,435\ h;\ \ \tau_{0j_7}=\tau_{0i_7}+\tau_{i_7}+\tau_{ij_7}=4185,85\ h;\ \ \tau_{0ji_7}=\tau_{0i_7}+\tau_{i_7}+\tau_{ij_7}+\tau_{j_7}=4257,85\ h;$

–VIII transportni ciklus

$\tau_{0tc_8}=\tau_{0i_8}=\tau_{0tc_1}+\sum_{j=1}^{7}\tau_{tc_j}=4489,265\ \ h;\ \ \tau_{tc_8}=\tau_{i_8}+\tau_{ij_8}+\tau_{j_8}+\tau_{ji_8}=72+238,66+72+229,32=611,98\ \ h;$

$\tau_{0ij_8}=\tau_{0i_8}+\tau_{i_8}=4561,265\ h;\ \ \tau_{0j_8}=\tau_{0i_8}+\tau_{i_8}+\tau_{ij_8}=4799,925\ h;\ \ \tau_{0ji_8}=\tau_{0i_8}+\tau_{i_8}+\tau_{ij_8}+\tau_{j_8}=4871,925\ h;$

– IX transportni ciklus

$\tau_{0tc_9} = \tau_{0i_9} = \tau_{0tc_2} + \sum_{j=1}^{8} \tau_{tc_j} = 5101,245\ h;\ \tau_{tc_9} = \tau_{i_9} + \tau_{ij_9} + \tau_{j_9} + \tau_{ji_9} = 72 + 237,595 + 72 + 232,95 = 614,545\ h;$

$\tau_{0ij_9} = \tau_{0i_9} + \tau_{i_9} = 5173,245\ h;\ \tau_{0j_9} = \tau_{0i_9} + \tau_{i_9} + \tau_{ij_9} = 5410,84\ h;\ \tau_{0ji_9} = \tau_{0i_9} + \tau_{i_9} + \tau_{ij_9} + \tau_{j_9} = 5482,84\ h;$

– X transportni ciklus

$\tau_{0tc_{10}} = \tau_{0i_{10}} = \tau_{0tc_1} + \sum_{j=1}^{9} \tau_{tc_j} = 5715,79\ h;\ \tau_{tc_{10}} = \tau_{i_{10}} + \tau_{ij_{10}} + \tau_{j_{10}} + \tau_{ji_{10}} = 72 + 247,15 + 72 + 232,6 = 623,75\ h;$

$\tau_{0ij_{10}} = \tau_{0i_{10}} + \tau_{i_{10}} = 5787,79\ h;\ \tau_{0j_{10}} = \tau_{0i_{10}} + \tau_{i_{10}} + \tau_{ij_{10}} = 6035,04\ h;\ \tau_{0ji_{10}} = \tau_{0i_{10}} + \tau_{i_{10}} + \tau_{ij_{10}} + \tau_{j_{10}} = 6106,94\ h;$

– XI transportni ciklus

$\tau_{0tc_{11}} = \tau_{0i_{11}} = \tau_{0tc_1} + \sum_{j=1}^{10} \tau_{tc_j} = 6339,54\ h;\ \tau_{tc_{11}} = \tau_{i_{11}} + \tau_{ij_{11}} + \tau_{j_{11}} + \tau_{ji_{11}} = 72 + 248,84 + 72 + 235,13 = 627,97\ h;$

$\tau_{0ij_{11}} = \tau_{0i_{11}} + \tau_{i_{11}} = 6411,54\ h;\ \tau_{0j_{11}} = \tau_{0i_{11}} + \tau_{i_{11}} + \tau_{ij_{11}} = 6660,38\ h;\ \tau_{0ji_{11}} = \tau_{0i_{11}} + \tau_{i_{11}} + \tau_{ij_{11}} + \tau_{j_{11}} = 6732,38\ h;$

– XII transportni ciklus

$\tau_{0tc_{12}} = \tau_{0i_{12}} = \tau_{0tc_1} + \sum_{j=1}^{11} \tau_{tc_j} = 6967,51\ h;\ \tau_{tc_{12}} = \tau_{i_{12}} + \tau_{ij_{12}} + \tau_{j_{12}} + \tau_{ji_{12}} = 72 + 268,66 + 72 + 238,76 = 651,42\ h;$

$\tau_{0ij_{12}} = \tau_{0i_{12}} + \tau_{i_{12}} = 7039,51h;\ \tau_{0j_{12}} = \tau_{0i_{12}} + \tau_{i_{12}} + \tau_{ij_{12}} = 7308,17\ h;\ \tau_{0ji_{12}} = \tau_{0i_{12}} + \tau_{i_{12}} + \tau_{ij_{12}} + \tau_{j_{12}} = 7380,17\ h;$

– XIII transportni ciklus

$\tau_{0tc_{13}} = \tau_{0i_{13}} = \tau_{0tc_1} + \sum_{j=1}^{12} \tau_{tc_j} = 7618,93\ h;\ \tau_{tc_{13}} = \tau_{i_{13}} + \tau_{ij_{13}} + \tau_{j_{13}} + \tau_{ji_{13}} = 72 + 245,32 + 72 + 228,95 = 618,27\ h;$

$\tau_{0ij_{13}} = \tau_{0i_{13}} + \tau_{i_{13}} = 7690,93h;\ \tau_{0j_{13}} = \tau_{0i_{13}} + \tau_{i_{13}} + \tau_{ij_{13}} = 7936,25h;\ \tau_{0ji_{13}} = \tau_{0i_{13}} + \tau_{i_{13}} + \tau_{ij_{13}} + \tau_{j_{13}} = 8008,25h;$

– XIV transportni ciklus

$\tau_{0tc_{14}} = \tau_{0i_{14}} = \tau_{0tc_1} + \sum_{j=1}^{13} \tau_{tc_j} = 8237,2\ h;\ \tau_{tc_{14}} = \tau_{i_{14}} + \tau_{ij_{14}} + \tau_{j_{14}} + \tau_{ji_{14}} = 72 + 245,93 + 72 + 233,53 = 623,46\ h;$

$\tau_{0ij_{14}} = \tau_{0i_{14}} + \tau_{i_{14}} = 8309,2h;\ \tau_{0j_{14}} = \tau_{0i_{14}} + \tau_{i_{14}} + \tau_{ij_{14}} = 8555,13h;\ \tau_{0ji_{14}} = \tau_{0i_{14}} + \tau_{i_{14}} + \tau_{ij_{14}} + \tau_{j_{14}} = 8627,13h;$

– XV transportni ciklus

$\tau_{0tc_{15}} = \tau_{0i_{15}} = \tau_{0tc_1} + \sum_{j=1}^{14} \tau_{tc_j} = 8860,66h;\ \tau_{tc_{15}} = \tau_{i_{15}} + \tau_{ij_{15}} + \tau_{j_{15}} + \tau_{ji_{15}} = 72 + 244,95 + 72 + 230,48 = 619,43\ h;$

$\tau_{0ij_{15}} = \tau_{0i_{15}} + \tau_{i_{15}} = 8932,66h;\ \tau_{0j_{15}} = \tau_{0i_{15}} + \tau_{i_{15}} + \tau_{ij_{15}} = 9177,61h;\ \tau_{0ji_{15}} = \tau_{0i_{15}} + \tau_{i_{15}} + \tau_{ij_{15}} + \tau_{j_{15}} = 9249,61h;$

– XVI transportni ciklus

$\tau_{0tc_{16}} = \tau_{0i_{16}} = \tau_{0tc_1} + \sum_{j=1}^{15} \tau_{tc_j} = 9480,09h;\ \tau_{tc_{16}} = \tau_{i_{16}} + \tau_{ij_{16}} + \tau_{j_{16}} + \tau_{ji_{16}} = 72 + 246,53 + 72 + 234,57 = 625,1\ h;$

$\tau_{0ij_{16}} = \tau_{0i_{16}} + \tau_{i_{16}} = 9552,09h;\ \tau_{0j_{16}} = \tau_{0i_{16}} + \tau_{i_{16}} + \tau_{ij_{16}} = 9798,62h;\ \tau_{0ji_{16}} = \tau_{0i_{16}} + \tau_{i_{16}} + \tau_{ij_{16}} + \tau_{j_{16}} = 9870,62h;$

– XVII transportni ciklus

$\tau_{0tc_{17}} = \tau_{0i_{17}} = \tau_{0tc_1} + \sum_{j=1}^{16} \tau_{tc_j} = 10105,19h;\ \tau_{tc_{17}} = \tau_{i_{17}} + \tau_{ij_{17}} + \tau_{j_{17}} + \tau_{ji_{17}} = 72 + 263,61 + 72 + 230,67 = 638,28\ h;$

$\tau_{0ij_{17}} = \tau_{0i_{17}} + \tau_{i_{17}} = 10177,19h;\ \tau_{0j_{17}} = \tau_{0i_{17}} + \tau_{i_{17}} + \tau_{ij_{17}} = 10440,8h;\ \tau_{0ji_{17}} = \tau_{0i_{17}} + \tau_{i_{17}} + \tau_{ij_{17}} + \tau_{j_{17}} = 10512,8h;$

PRILOG IV

IV.1 Prilog klimatizacijskom sustavu nastambi

Uvrštavanjem sadržanih funkcijskih ovisnosti za temperaturu zraka (*poglavlje 3*), i izraza za gustoću ukupnog kratkovalnog zračenja (*prilog I.3*), dobivaju se odgovarajući izraz za kvazistatičko toplinsko opterećenje brodskih nastambi tijekom boravka broda u krajnjim odredištima, te tijekom plovidbe.

boravak u odredištu i (ili ***j***)

$$
\begin{aligned}
\Phi_{t_a}(t)_i = \Bigg[& \sum_{J=1}^{9}\Bigg[R_J^{-1}\sum_{a=0}^{2} a_{aJ}\Bigg(\sum_{k_{g_i}=0}^{n_{g_i}} A_{k_{g_i}} \sin\Big[k_{g_i}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{g_i}}\Big] + \frac{1}{2}\sin\Big[\omega_{K_i}(t+\tau_{o_i})\Big]\sum_{k_{m_i}=0}^{n_{m_i}} A_{k_{m_i}} \sin\Big[k_{m_i}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{m_i}}\Big] - \\
& -\frac{1}{2}\Big\{\sum_{k_{d_i}=0}^{n_{d_i}} A_{k_{d_i}} \sin\Big[k_{d_i}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{d_i}}\Big]\Big\}\cos\Big[\omega_z(t+\tau_{o_i}) - \frac{1}{2}\arccos\Big(\tan\varphi_i \tan\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\Big]\Big\}\Big) - \mu_i\Big]\Bigg)^a\Bigg] - \\
& -\Phi_{R_a}(t) - \frac{1}{4}\sigma T_s^4 \bar{r}_s^{-2}\Big[a(1-\epsilon^2)\Big(1+\epsilon\cos\Big\{\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})+1{,}93\sin\Big[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})\Big]\Big\}\Big)^{-1} - \bar{r}_s - \bar{r}_a\cos\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t-\tau_{\delta o}+\tau_{o_i})\Big]+\varphi_i\Big\}\Big]^{-2}\cdot \\
& \cdot e^{-\frac{1}{2}\left[\left\{\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\omega_{po}\left(t+\tau_{o_i}-\tau_{po}\left\{\sum_{k_{T_\varphi}=0}^{n_{T_\varphi}}\left[A_{k_{T_\varphi}}\sin(k_{T_\varphi}\varphi_i+\gamma_{k_{T_\varphi}})\right]\right\}\right)\right]\right\}\left\{\sum_{k_{T_t}=0}^{n_{T_t}}\left\{A_{k_{T_t}}\sin\left[k_{T_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{T_t}}\right]\right\}\right\}\left\{\sum_{k\Psi_\varphi=0}^{n\Psi_\varphi}\left[A_{k\Psi_\varphi}\sin(k_{\Psi_\varphi}\varphi_i+\gamma_{k\Psi_\varphi})\right]\right\}\sum_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}}\left\{A_{k_{\Psi_t}}\sin\left[k_{\Psi_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{\Psi_t}}\right]\right\}+\right.\right.} \\
& \left.\left.+\left\{1+\mathrm{sgn}\left[\omega_{po}\left(t+\tau_{o_i}-\tau_{po}\left\{\sum_{k_{T_\varphi}=0}^{n_{T_\varphi}}\left[A_{k_{T_\varphi}}\sin(k_{T_\varphi}\varphi_i+\gamma_{k_{T_\varphi}})\right]\right\}\right)\right]\right\}\left\{\sum_{k_{T_t}=0}^{n_{T_t}}\left\{A_{k_{T_t}}\sin\left[k_{T_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{T_t}}\right]\right\}\right\}\right] \\
& \cdot\left\{b_{t1}+b_{t2}\cos\left[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})\right]\right\}\left\{\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\sin\varphi+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\cos\varphi\cos\left[\omega_z(t+\tau_o-12)-\mu_i\right]\right\}^{-1}\Bigg]\cdot \\
& \cdot\Big\{1+\mathrm{sgn}\Big[\sin\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\Big]\Big\}\sin\varphi_i+\cos\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\Big]\Big\}\cos\varphi\cos\Big[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\Big]\Big]\Big\}\cdot \\
& \cdot\sum_{J=1}^{5}\Bigg(\widehat{A}_J\Bigg\{\cdot\Bigg\{\Bigg[\sin\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\Big]\Big\}\Big[\sin\varphi_i\cos\varepsilon_{J_i}-\cos(\alpha_{J_\beta}-\beta_{g_i}-\pi)\cos\varphi_i\sin\varepsilon_{Ji}\Big]+\cos\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\Big]\Big\}\cdot \\
& \cdot\Big(\cos\varphi_i\cos\Big[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\Big]\cos\varepsilon_{J_i}+ \\
& +\sin\varepsilon_{J_i}\Big\{\cos(\alpha_{J_\beta}-\beta_{g_i}-\pi)\sin\varphi_i\cos\Big[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\Big]-\sin(\alpha_{J_\beta}-\beta_{g_i}-\pi)\sin\Big[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\Big]\Big\}\Big)\Bigg]\cdot \\
& \cdot\Big\{1+\mathrm{sgn}\Big[\sin\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\Big]\Big\}\Big[\sin\varphi_i\cos\varepsilon_{J_i}-\cos(\alpha_{J_\beta}-\beta_{g_i}-\pi)\cos\varphi_i\sin\varepsilon_{Ji}\Big]+\cos\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\Big]\Big\}\cdot \\
& \cdot\Big(\cos\varphi_i\cos\Big[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\Big]\cos\varepsilon_{J_i}+\sin\varepsilon_{J_i}\cdot \\
& \cdot\Big\{\cos(\alpha_{J_\beta}-\beta_{g_i}-\pi)\sin\varphi_i\cos\Big[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\Big]-\sin(\alpha_{k_\beta}-\beta_{g_i}-\pi)\sin\Big[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\Big]\Big\}\Big)\Big]\Big\}+ \\
& +\Big(\sin\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\Big]\Big\}\sin\varphi_i+\cos\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_o)\Big]\Big\}\cos\varphi_i\cos\Big[\omega_z(t+\tau_o-12)-\mu_i\Big]\Big)(1-\cos\varepsilon_{J_i})\cdot \\
& \Big\{1-0{,}95\Big[\sin\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\Big]\Big\}\sin\varphi_i+\cos\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_o)\Big]\Big\}\cos\varphi_i\cos\Big[\omega_z(t+\tau_o-12)-\mu_i\Big]\Big]\Big\}\cdot \\
& +\Big\{2+0{,}95\Big[\sin\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\Big]\Big\}\sin\varphi_i+\cos\varphi_i\cdot \\
& \cdot\cos\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\Big]\Big\}\cos\Big[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\Big]\Big](\cos\varepsilon_{J_i}-1)\Big\}\Big\{d_{q_1}+d_{q_2}\cos\Big[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})\Big]\Big\}
\end{aligned}
\tag{IV.1}
$$

gdje su sadržani koeficijenti dani izrazom:

$$
\left.
\begin{aligned}
& a_{21}=a_{22}=a_{23}=a_{24}=a_{25}=a_{2a}; \quad a_{26}=a_{27}=a_{2a}-a_{2s}; \quad a_{28}=a_{29}=0; \qquad \widehat{A}_J = R_{J_v}\widehat{\alpha}_{J_v}A_{J_v}/R_J \\
& a_{11}=a_{12}=a_{13}=a_{14}=a_{15}=a_{1a}; \quad a_{16}=a_{17}=a_{1a}-a_{1s}; \quad a_{18}=a_{19}=0; \\
& a_{01}=a_{02}=a_{03}=a_{04}=a_{05}=a_{0a}; \quad a_{06}=a_{0a}-a_{0s}; \quad a_{07}=a_{0a}-a_{06}-\Delta\vartheta_{67}; \quad a_{08}=a_{0a}-\vartheta_8; \quad a_{09}=a_{0a}-\vartheta_9
\end{aligned}
\right\}
\tag{IV.2}
$$

– Karakteristične veličine brodskih nastambi;

$\widehat{\alpha}_{1_v}=\widehat{\alpha}_{2_v}=...=\widehat{\alpha}_{5_v}=0{,}85; \quad \varepsilon_1=0, \quad \varepsilon_2=\varepsilon_3=\varepsilon_4=\varepsilon_5=\pi/2; \quad \alpha_{1_\beta}=0; \quad \alpha_{2_\beta}=-\pi/2; \quad \alpha_{3_\beta}=\pi/2; \quad \alpha_{4_\beta}=0; \quad \alpha_{5_\beta}=\pi;$

$A_{1_v}=A_6=297{,}5\,\mathrm{m}^2; \quad A_{2_v}=A_{3_v}=288{,}75\,\mathrm{m}^2; \quad A_{4_v}=A_{5_v}=280{,}5\,\mathrm{m}^2; \quad A_7=275{,}25\,\mathrm{m}^2; \quad A_8=55{,}5\,\mathrm{m}^2; \quad A_9=32{,}5\,\mathrm{m}^2;$

$R_{1_v}=R_{2_v}=...=R_{5_v}=0{,}02\ \mathrm{K/W}; \quad R_1=R_2=...=R_5=0{,}287\ \mathrm{K/W}; \quad R_6=R_7=0{,}333\ \mathrm{K/W}; \quad R_8=R_9=0{,}555\,\mathrm{K/W};$

$\Delta\vartheta_{67}=2{,}5\,^0\mathrm{C}; \quad \vartheta_8=2\,^0\mathrm{C}; \quad \vartheta_9=-18\,^0\mathrm{C}; \quad a_{2a}=0{,}00213; \quad a_{1a}=0{,}0824\ ; a_{0a}=20{,}797; \quad a_{2s}=0{,}0104\ ; a_{1s}=0{,}539\ ; a_{0s}=15{,}878;$

plovidba iz i u j

$$
\Phi_{t_o}(t)_{ij} = \left[\left\{ \sum_{J=1}^{9} \left\{ R_J^{-1} \sum_{a=0}^{2} a_{aJ} \left[\begin{array}{c} \sum_{k_{g_\varphi}=0}^{n_{g_\varphi}} \sum_{k_{g_t}=0}^{n_{g_t}} \left\{ A_{k_{g_\varphi}} \sin\left[k_{g_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{g_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{g_t}} \sin\left[k_{g_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{g_t}} \right] \right\} + \\ + \frac{1}{2} \left(\sum_{k_{m_\varphi}=0}^{n_{m_\varphi}} \sum_{k_{m_t}=0}^{n_{m_t}} \left\{ A_{k_{m_\varphi}} \sin\left[k_{m_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{m_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{m_t}} \sin\left[k_{m_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{m_t}} \right] \right\} \right) \sin\left\{ \left[\omega_{K_o} + k_{\omega_K} \varphi_b(t) \right] (t+\tau_{o_i}) \right\} - \\ - \frac{1}{2} \left(\sum_{k_{d_\varphi}=0}^{n_{d_\varphi}} \sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}} \left\{ A_{k_{d_\varphi}} \sin\left[k_{d_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{d_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{d_t}} \sin\left[k_{d_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{d_t}} \right] \right\} \right) \cdot \\ \cdot \cos\left[\omega_z (t+\tau_{o_i}) - \frac{1}{2} \arccos\left(\tan\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \tan\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t+\tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \right) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right] \end{array} \right]^a \right\} - \right.
$$

$$
- \Phi_{R_a}(t) - \frac{1}{4} \sigma T_s^4 \bar{r}_s^2 \left[a(1-\epsilon^2) \left(1 + \epsilon \cos\left\{ \omega_G (t - t_o + \tau_{o_i}) + 1{,}93 \sin\left[\omega_G (t - t_o + \tau_{o_i}) \right] \right\} \right)^{-1} - \bar{r}_s - \bar{r}_a \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t - \tau_{\delta o} + \tau_{o_i}) \right] + \varphi_b(t)_{ij} \right\} \right]^{-2} \cdot
$$

$$
e^{-\frac{1}{2} \left[\begin{array}{c} \left[\left(1 + \mathrm{sgn}\left\{ \omega_{po} \left[t + \tau_{o_i} - \tau_{po} \left(\sum_{k_{\Gamma_\varphi}=0}^{n_{\Gamma_\varphi}} \sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}} \left\{ A_{k_{\Gamma_\varphi}} \sin\left[k_{\Gamma_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{\Gamma_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{\Gamma_t}} \sin\left[k_{\Gamma_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{\Gamma_t}} \right] \right\} \right) \right] \right\} \right) \right] \sum_{k_{\Psi_\varphi}=0}^{n_{\Psi_\varphi}} \sum_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}} \left\{ A_{k_{\Psi_\varphi}} \sin\left[k_{\Psi_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{\Psi_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{\Psi_t}} \sin\left[k_{\Psi_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{\Psi_t}} \right] \right\} + \\ + \left(1 - \mathrm{sgn}\left\{ \omega_{po} \left[t + \tau_{o_i} - \tau_{po} \left(\sum_{k_{\Gamma_\varphi}=0}^{n_{\Gamma_\varphi}} \sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}} \left\{ A_{k_{\Gamma_\varphi}} \sin\left[k_{\Gamma_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{\Gamma_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{\Gamma_t}} \sin\left[k_{\Gamma_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{\Gamma_t}} \right] \right\} \right) \right] \right\} \right) \right] \\ \left\{ b_{q_1} + b_{q_2} \cos\left[\omega_G (t - t_o + \tau_{o_i}) \right] \right\} \left[\sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \right]^{-1} \end{array} \right]} \cdot
$$

$$
\cdot \left\{ 1 + \mathrm{sgn} \left[\begin{array}{c} \left\{ \sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \right\} \cdot \\ \cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \end{array} \right] \right\} \cdot
$$

$$
\cdot \sum_{J=1}^{5} \left\{ \bar{A}_J \left\{ \cdot \left\{ 1 + \mathrm{sgn} \left(\begin{array}{c} \left\{ \sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \left\{ \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cos\varepsilon_{J_{ij}} - \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \sin\varepsilon_{J_{ij}} \cos\left(\alpha_{J_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \right\} + \\ + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \left\{ \begin{array}{c} \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \cos\varepsilon_{J_{ij}} + \\ \sin\varepsilon_{J_{ij}} \left[\begin{array}{c} \cos\left(\alpha_{J_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cdot \\ \cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \\ - \sin\left(\alpha_{J_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \cdot \\ \cdot \sin\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \end{array} \right] \end{array} \right\} \end{array} \right) \right\} + \right.
$$

$$
\left. \left\{ \begin{array}{c} \left\{ \sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \left\{ \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cos\varepsilon_{J_{ij}} - \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \sin\varepsilon_{J_{ij}} \cos\left(\alpha_{J_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \right\} + \\ + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \left\{ \begin{array}{c} \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \cos\varepsilon_{k_{ij}} + \\ \sin\varepsilon_{J_{ij}} \left[\begin{array}{c} \cos\left(\alpha_{J_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cdot \\ \cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \\ - \sin\left(\alpha_{J_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \cdot \\ \cdot \sin\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \end{array} \right] \end{array} \right\} \end{array} \right\} + \right\} +
$$

$$
+ \left[\begin{array}{c} \left\{ \sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \right\} \cdot \\ \cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \end{array} \right] \cdot
$$

$$
\cdot (1 - \cos\varepsilon_{J_{ij}}) \left[\begin{array}{c} \left\{ 1 - 0{,}95 \sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \right\} \cdot \\ \cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \end{array} \right] +
$$

$$
+ \left[\begin{array}{c} \left\{ 2 + 0{,}95 (\cos\varepsilon_{J_{ij}} - 1) \sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \right\} \cdot \\ \cdot \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \end{array} \right] \left\{ d_{q_1} + d_{q_2} \cos\left[\omega_G (t - t_o + \tau_{o_i}) \right] \right\}
$$

(IV.3)

plovidba iz j u i

$$
\begin{aligned}
\Phi_{t_a}(t)_{ji} = \Bigg[& \sum_{J=1}^{9}\Bigg\{ R_J^{-1}\sum_{a=0}^{2} a_{aJ}\Bigg[\sum_{k_{g_\varphi}=0}^{n_{g_\varphi}}\sum_{k_{g_t}=0}^{n_{g_t}}\Big\{A_{k_{g_\varphi}}\sin\Big[k_{g_\varphi}\varphi_b(t)_{ji}+\gamma_{k_{g_\varphi}}\Big]\Big\}\Big\{A_{k_{g_t}}\sin\Big[k_{g_t}\omega_G(t+\tau_{o_j})+\gamma_{k_{g_t}}\Big]\Big\}+ \\
& +\frac{1}{2}\Bigg(\sum_{k_{m_\varphi}=0}^{n_{m_\varphi}}\sum_{k_{m_t}=0}^{n_{m_t}}\Big\{A_{k_{m_\varphi}}\sin\Big[k_{m_\varphi}\varphi_b(t)_{ji}+\gamma_{k_{m_\varphi}}\Big]\Big\}\Big\{A_{k_{m_t}}\sin\Big[k_{m_t}\omega_G(t+\tau_{o_j})+\gamma_{k_{m_t}}\Big]\Big\}\Bigg)\sin\Big\{\Big[\omega_{K_o}+k_{\omega_K}\varphi_b(t)_{ji}\Big](t+\tau_{o_j})\Big\}- \\
& -\frac{1}{2}\Bigg(\sum_{k_{d_\varphi}=0}^{n_{d_\varphi}}\sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}}\Big\{A_{k_{d_\varphi}}\sin\Big[k_{d_\varphi}\varphi_b(t)_{ji}+\gamma_{k_{d_\varphi}}\Big]\Big\}\Big\{A_{k_{d_t}}\sin\Big[k_{d_t}\omega_G(t+\tau_{o_j})+\gamma_{k_{d_t}}\Big]\Big\}\Bigg)\cdot \\
& \cdot\cos\Big[\omega_z(t+\tau_{o_j})-\frac{1}{2}\arccos\Big(\tan\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]\tan\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\Big)-\mu_j-\arctan\Big\{\tan\beta_s\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\Big]\Big\}\Big]\Bigg]^a\Bigg\}- \\
& -\Phi_{R_a}(t)-\frac{1}{4}\sigma T_s^4\,\overline{r}_s^{\,2}\Big[a(1-\epsilon^2)\Big(1+\epsilon\cos\Big\{\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})+1{,}93\sin\Big[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\Big)^{-1}-\overline{r}_s-\overline{r}_a\cos\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t-\tau_{\delta o}+\tau_{o_j})\Big]+\varphi_b(t)_{ji}\Big\}\Big]^{-2}\cdot \\
& e^{-\frac{1}{2}\left[\left\{\left(1+\mathrm{sgn}\left\{\omega_{po}\left[t+\tau_{0_i}-\tau_{po}\left(\sum_{k_{\Gamma_\varphi}=0}^{n_{\Gamma_\varphi}}\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}\Big\{A_{k_{\Gamma_\varphi}}\sin\Big[k_{\Gamma_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{\Gamma_\varphi}}\Big]\Big\}\Big\{A_{k_{\Gamma_t}}\sin\Big[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\Big]\Big\}\right)\right]\right\}\sum_{k_{\Psi_\varphi}=0}^{n_{\Psi_\varphi}}\sum_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}}\Big\{A_{k_{\Psi_\varphi}}\sin\Big[k_{\Psi_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{\Psi_\varphi}}\Big]\Big\}\Big\{A_{k_{\Psi_t}}\sin\Big[k_{\Psi_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{\Psi_t}}\Big]\Big\}+\right.\right.} \\
& \left.\left.+\left(1-\mathrm{sgn}\left\{\omega_{po}\left[t+\tau_{0_i}-\tau_{po}\left(\sum_{k_{\Gamma_\varphi}=0}^{n_{\Gamma_\varphi}}\sum_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}}\Big\{A_{k_{\Gamma_\varphi}}\sin\Big[k_{\Gamma_\varphi}\varphi_b(t)_{ij}+\gamma_{k_{\Gamma_\varphi}}\Big]\Big\}\Big\{A_{k_{\Gamma_t}}\sin\Big[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{o_i})+\gamma_{k_{\Gamma_t}}\Big]\Big\}\right)\right]\right\}\right)\right] \\
& \left.\left\{b_{q_1}+b_{q_2}\cos\Big[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})\Big]\right\}\Big[\sin\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]+\cos\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\cos\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]\cos\Big(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\Big\{\tan\beta_s\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\Big]\Big\}\Big)\Big]\right]^{-1}}\Bigg]. \\
& \cdot\Bigg\{1+\mathrm{sgn}\Bigg[\sin\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]+\cos\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\cos\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]\cdot \\
& \cdot\cos\Big(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\Big\{\tan\beta_s\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\Big]\Big\}\Big)\Bigg]\Bigg\}\cdot \\
& \cdot\sum_{J=1}^{5}\widehat{A}_J\Bigg\{\cdot\Bigg\{1+\mathrm{sgn}\Bigg[\sin\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\Big\{\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]\cos\varepsilon_{J_{ji}}-\cos\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]\sin\varepsilon_{J_{ji}}\cos\Big(\alpha_{J_\beta}-\arcsin\Big\{\cos\alpha_s\sec\Big[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\Big]\Big\}\Big)\Big\}+ \\
& +\cos\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\Bigg\{\cos\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]\cos\varepsilon_{J_{ji}}\cos\Big(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\Big\{\tan\beta_s\tan\Big[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\Big]\Big\}\Big)+ \\
& \sin\varepsilon_{J_{ji}}\Bigg[\begin{array}{c}\cos\Big(\alpha_{J_\beta}-\arcsin\Big\{\cos\alpha_s\sec\Big[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\Big]\Big\}\Big)\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]\cdot \\ \cdot\cos\Big(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\Big\{\tan\beta_s\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\Big]\Big\}\Big)- \\ -\sin\Big(\alpha_{J_\beta}-\arcsin\Big\{\cos\alpha_s\sec\Big[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\Big]\Big\}\Big)\cdot \\ \cdot\sin\Big(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\Big\{\tan\beta_s\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\Big]\Big\}\Big)\end{array}\Bigg]\Bigg\}\Bigg]\Bigg\}+ \\
& +\Bigg[\begin{array}{c}\sin\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]+\cos\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\cos\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]\cdot \\ \cdot\cos\Big(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\Big\{\tan\beta_s\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\Big]\Big\}\Big)\end{array}\Bigg]\cdot \\
& \cdot(1-\cos\varepsilon_{J_{ji}})\Bigg[\begin{array}{c}1-0{,}95\sin\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]+\cos\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\cos\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]\cdot \\ \cdot\cos\Big(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\Big\{\tan\beta_s\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\Big]\Big\}\Big)\end{array}\Bigg]+ \\
& +\Bigg[\begin{array}{c}2+0{,}95(\cos\varepsilon_{J_{ji}}-1)\sin\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]+\cos\Big\{\delta_o\cos\Big[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\cdot \\ \cdot\cos\Big[\varphi_b(t)_{ji}\Big]\cos\Big(\omega_z(t+\tau_{o_j}-12)-\mu_j-\arctan\Big\{\tan\beta_s\sin\Big[\varphi_b(t)_{ji}-\varphi_j\Big]\Big\}\Big)\end{array}\Bigg]\Big\{d_{q_1}+d_{q_2}\cos\Big[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_j})\Big]\Big\}\Bigg\}\Bigg\}\Bigg]
\end{aligned}
\tag{IV.4}
$$

Nazivne vrijednosti hladnjaka i isparivača

$\Phi_{rz_{\min}}=-250\,\mathrm{kW};\quad \left(\dot{m}_z=10{,}68\,\mathrm{kg/s},\ \vartheta_m=\vartheta'_z=27\,^0\mathrm{C},\ \vartheta_r=\vartheta''_z=16{,}5\,^0\mathrm{C};\ \vartheta'_{v_{rz}}=\vartheta''_{v_i}=7\,^0\mathrm{C},\ \vartheta''_{v_{rz}}=\vartheta'_{v_i}=12{,}5\,^0\mathrm{C},\ \vartheta_{s_n}=5\,^0\mathrm{C}\right)$

toplinske prolaznosti hladnjaka i isparivača, te kapaciteti struja;

$(kA)_{rz}=K_{rz}=-\Phi_{rz_{\min}}/\Delta\vartheta_{m_{rz}}=21{,}14344\,\mathrm{kW/K};\ \Delta\vartheta_{m_{rz}}=11{,}824\,^0\mathrm{C};\qquad (kA)_i=K_i=-\Phi_{i_{\min}}/\Delta\vartheta_{m_i}=60{,}08\,\mathrm{kW/K};\ \Delta\vartheta_{m_i}=4{,}16113\,^0C;$

$C_{z_{\max}}=-\Phi_{rz_{\min}}/\Delta\vartheta_{z_n}=23{,}81\mathrm{kW/K},\ \Delta\vartheta_{z_n}=27-16{,}5=11{,}5\,^0\mathrm{C};\quad C_v\approx const.=-\Phi_{rz_{\min}}/\Delta\vartheta_{v_n}=45{,}455\,\mathrm{kW/K},\ \Delta\vartheta_{v_n}=12{,}5-7=5{,}5\,^0C.$

IV.1 Prilog rashladnom sustavu tereta

SKLADIŠTA

Plovidba punog broda

$A_{1v}=2200\ \mathrm{m}^2-pal.;\ A_{2v}=A_{3v}=420\ \mathrm{m}^2-nadv.;\ A_{4v}=A_{5v}=1392,23\ \mathrm{m}^2-bok;\ A_{6v}=247,1\ \mathrm{m}^2-stroj.;\ A_{7v}=1482,02\ \mathrm{m}^2-dno;$

$A_{8v}=154,44\ \mathrm{m}^2-kol.pre.;\ A_{8_1}=136,5\ \mathrm{m}^2-pal.\ kašt.;\ A_{8_2}=A_{8_3}=69\ \mathrm{m}^2-nad.pram.;\ A_{8_4}=255,6\ \mathrm{m}^2-uronj.pram;$

$R_1=0,9091\,\mathrm{K/kW};\ R_2=R_3=4,762\,\mathrm{K/kW};\ R_{1v}=0,009091\,\mathrm{K/kW};\ R_{2v}=R_{3v}=0,04762\,\mathrm{K/kW};\ R_4=R_5=1,3813\,\mathrm{K/kW};$

$R_6=8,094\,\mathrm{K/kW};\ R_7=1,227\,\mathrm{K/kW};\ R_8=10,233\,\mathrm{K/kW};\ R_{8_1}=97,68\,\mathrm{K/kW};\ R_{8_2}=R_{8_3}=193,24\,\mathrm{K/kW};$

$R_{8_4}=0,5608\,\mathrm{K/kW};\ R_{8_{1v}}=0,1465\,\mathrm{K/kW};\ R_{8_{2v}}=R_{8_{3v}}=0,2898\,\mathrm{K/kW};$

$a_{2_s}=0,010375;\ a_{1_s}=0,539036;\ a_{0_s}=15,8779;\ \Delta\vartheta_{h_b}=3\,^0C;\ \Delta\vartheta_{h_d}=5\,^0C;\ \Delta\vartheta_{\bar{h}}=4\,^0C;\ \hat{\alpha}_1=\hat{\alpha}_2=\hat{\alpha}_3=\hat{\alpha}_{8_1}=\hat{\alpha}_{8_2}=\hat{\alpha}_{8_3}=0,85$

$\varepsilon_1=0;\ \varepsilon_2=\varepsilon_3=\pi/2;\ \varepsilon_{8_1}=0;\ \varepsilon_{8_2}=\varepsilon_{8_3}=5\pi/12;\ \alpha_{1_\beta}=0;\ \alpha_{2_\beta}=\pi/2;\ \alpha_{3_\beta}=-\pi/2;\ \alpha_{8_{1\beta}}=0;\ \alpha_{8_{2\beta}}=\pi/4;\ \alpha_{8_{3\beta}}=-\pi/4;$

$\Phi_{R_{sm}}=\Phi_{R_{vm}}=\Phi_{vz_{sp}}=12,811\ \mathrm{kW};\ \Phi_{vz_{\check{z}p}}=87,13\ \mathrm{kW};$

$\Phi_{R_b}=384,125\ \mathrm{kW}\ pri\ \vartheta_{S_b}=13\,^0C;\ \Phi_{R_b}=246,9375\ \mathrm{kW}\ pri\ \vartheta_{S_n}=5\,^0C;\ \Phi_{R_{lv}}=120\ \mathrm{kW}\ pri\ \vartheta_{S_n}=0\,^0C;$

Plovidba broda u balastu;

$A_{1v}=2200\ \mathrm{m}^2;\ A_{2v}=A_{3v}=783,24\ \mathrm{m}^2;\ A_{4v}=A_{5v}=923,27\ \mathrm{m}^2;\ A_{6v}=247,1\ \mathrm{m}^2;\ A_{7v}=1482,02\ \mathrm{m}^2;\ A_{8v}=154,44\ \mathrm{m}^2;$

$A_{8_1}=136,5\ \mathrm{m}^2;\ A_{8_2}=A_{8_3}=93,5\ \mathrm{m}^2;\ A_{8_4}=206,6\ \mathrm{m}^2;$

$\tilde{R}_1=R_1=0,9091\,\mathrm{K/kW};\ \tilde{R}_2=\tilde{R}_3=2,554\,\mathrm{K/kW};\ \tilde{R}_{1v}=R_{1v}=0,0091\,\mathrm{K/kW};\ \tilde{R}_{2v}=\tilde{R}_{3v}=0,02554\,\mathrm{K/kW};\ \tilde{R}_4=\tilde{R}_5=2,083\,\mathrm{K/kW};$

$\tilde{R}_6=R_6=8,094\,\mathrm{K/kW};\ \tilde{R}_7=R_7=1,227\,\mathrm{K/kW};\ \tilde{R}_8=R_8=10,233\,\mathrm{K/kW};\ \tilde{R}_{8_1}=R_{8_1}=97,68\,\mathrm{K/kW};\ \tilde{R}_{8_2}=\tilde{R}_{8_3}=193,24\,\mathrm{K/kW};$

$\tilde{R}_{8_4}=0,69377\,\mathrm{K/kW};\ \tilde{R}_{8_{1v}}=R_{8_{1v}}=0,1465\,\mathrm{K/kW};\ \tilde{R}_{8_{2v}}=\tilde{R}_{8_{3v}}=0,03514\,\mathrm{K/kW};$

Ukupni volumen skladišnog prostora i ukupna masa tereta; $V_s=16990\ \mathrm{m}^3,\ m_t=10975\ \mathrm{t}$

Parametri skladištenja ($\varphi_a-rel.vlaž.,\vartheta_a-temp.sklad.,\ \rho_a-gust.zraka,\ \phi_r-spec.resp.topl.tok,\ \Phi_r-resp.topl.tok$);

1. *Banane*; $\varphi_{a_b}=0,85\div0,95;\ \vartheta_{a_b}=13^0\mathrm{C};\ \rho_{a_b}=1,233\ \mathrm{kg/m}^3;\ \phi_{r_b(\vartheta_{a_b}=13^0\mathrm{C})}=0,035\ \mathrm{kW/t}\Rightarrow\Phi_{r_b}=m_t\,\phi_{r_b}=384,125\ \mathrm{kW}$

2. *Naranče*; $\varphi_{a_n}=0,85\div0,95;\ \vartheta_{a_n}=5^0\mathrm{C};\ \rho_{a_n}=1,268\ \mathrm{kg/m}^3;\ \phi_{r_n(\vartheta_{a_n}=5^0\mathrm{C})}=0,0225\ \mathrm{kW/t}\Rightarrow\Phi_{r_n}=m_t\,\phi_{r_n}=246,938\ \mathrm{kW}$

3. *List. voće*; $\varphi_{a_{lv}}=0,8\div0,95;\ \vartheta_{a_{lv}}=0^0\mathrm{C};\ \rho_{a_b}=1,292\ \mathrm{kg/m}^3;\ \phi_{r_{lv}(\vartheta_{a_{lv}}=0^0\mathrm{C})}=0,011\ \mathrm{kW/t}\Rightarrow\Phi_{r_{lv}}=m_t\,\phi_{r_{lv}}=120\,\mathrm{kW}$

4. *Meso u vakuum pakovanjima*; $\varphi_{a_{lv}}=0,7\div0,8;\ \vartheta_{a_{vm}}=0^0\mathrm{C};\quad\rho_{a_{vm}}=1,292\ \mathrm{kg/m}^3;\ \phi_{r_{vm}(\vartheta_{a_{vm}}=0^0\mathrm{C})}\approx0\Rightarrow\Phi_{r_{lv}}\approx0$

5. *Smrznuto meso i riba*; $\varphi_{a_{sm}}=0,7\div0,8;\ \vartheta_{a_{sm}}=-18^0\mathrm{C};\ \rho_{a_{sm}}=1,383\ \mathrm{kg/m}^3;\ \phi_{r_{vm}(\vartheta_{a_{vm}}=-18^0\mathrm{C})}=0\Rightarrow\Phi_{r_{lv}}=0$

Parametri izmjene zraka ;

$-$*živi proizvodi*; *optočni zrak* $Z_{oz}=70\div100\ \mathrm{V_s h^{-1}},$ *svježi zrak* $Z_{sz}=1\div2,25\ \mathrm{V_s h^{-1}};$

odabrano; $Z_{oz}=80\ \mathrm{V_s h^{-1}}\Rightarrow\dot{V}_s=388,558\ \mathrm{m^3/s};\quad g_o=\dot{m}_o/\dot{m}_z=0,0225$

$-$*mrtvi proizvodi*; *optočni zrak* $Z_{oz}=35\div50\ \mathrm{V_s h^{-1}},$ *svježi zrak* $Z_{sz}=0$

odabrano; $Z_{oz}=40\ \mathrm{V_s h^{-1}}\Rightarrow\dot{V}_s=194,3\ \mathrm{m^3/s};\quad g_o=\dot{m}_o/\dot{m}_z=0$

Plovidba broda u balastu (*prazan brod*) *uz slijednu plovidbu s* $p-tim\ teretom$;

1. *Banane*; $\tilde{\varphi}_{a_b}=0,8;\ \tilde{\vartheta}_{a_b}=8^0\mathrm{C};\quad\tilde{\rho}_{a_b}=1,255\ \mathrm{kg/m}^3;\quad\Phi_{r_b}=0$

2. *Naranče*; $\tilde{\varphi}_{a_n}=0,8;\ \tilde{\vartheta}_{a_n}=0^0\mathrm{C};\quad\tilde{\rho}_{a_n}=1,292\ \mathrm{kg/m}^3;\quad\Phi_{r_n}=0$

3. *List. voće*; $\tilde{\varphi}_{a_{lv}}=0,8;\ \tilde{\vartheta}_{a_{lv}}=-5^0\mathrm{C};\quad\tilde{\rho}_{a_{lv}}=1,316\ \mathrm{kg/m}^3;\quad\Phi_{r_{lv}}=0$

4. *Meso u vakuum pakovanjima*; $\tilde{\varphi}_{a_{lv}}=0,7;\ \tilde{\vartheta}_{a_{vm}}=-5^0\mathrm{C};\quad\tilde{\rho}_{a_{vm}}=1,316\ \mathrm{kg/m}^3;\ \Phi_{r_{lv}}=0$

5. *Smrznuto meso i riba*; $\tilde{\varphi}_{a_{sm}}=0,7;\ \tilde{\vartheta}_{a_{sm}}=-23^0\mathrm{C};\ \tilde{\rho}_{a_{sm}}=1,410\ \mathrm{kg/m}^3;\quad\Phi_{r_{lv}}=0$

Parametri izmjene zraka;

$-$*samo optočni zrak* $Z_{oz}=35\div50\ \mathrm{V_s h^{-1}},$ *svježi zrak* $Z_{sz}=0;$ *odabrano*; $Z_{oz}=40\ \mathrm{V_s h^{-1}}\Rightarrow\dot{V}_s=194,3\ \mathrm{m^3/s};$

Uzimajući u obzir karakteristične operativne intervale unutar bilo kojeg transportnog ciklusa broda, temeljem bazičnog izraza (7.95), za kvazistatička toplinska opterećenja skladišnog prostora tijekom boravka broda u krajnjim odredištima ***i*** i ***j***, te tijekom plovidbe iz

i u ***j*** i obratno, supstituiranjem odgovarajućih funkcijskih ovisnosti za temperature mora i zraka, sadržanih u *poglavlju 3*, te za gustoću ukupnog kratkovalnog sunčevog zračenja (prilog I.3), dobivaju se modeli kvazistatičkog osjetnog toplinskog opterećenja skladišnog prostora kako slijedi:

Boravak broda u krajnjim odredištima

$$
\Phi_{to_p}(t)_i = \left[\begin{array}{l}
a_s \vartheta_{S_p}(t) - \tilde{b}_m - \tilde{a}_m \sum\limits_{k_{m_i}=0}^{n_{m_i}} A_{k_{m_i}} \sin\left[k_{m_i}\omega_G(t+\tau_{o_i}) + \gamma_{m_i}\right] - \Phi_{R_p}(t) - \\
-\sum\limits_{k=0}^{2} a_{z_k} \left(\begin{array}{c}
\sum\limits_{k_{g_i}=0}^{n_{g_i}} A_{k_{g_i}} \sin\left[k_{g_i}\omega_G(t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{g_i}}\right] + \frac{1}{2}\sin\left[\omega_{K_i}(t+\tau_{o_i})\right] \sum\limits_{k_{m_i}=0}^{n_{m_i}} A_{k_{m_i}} \sin\left[k_{m_i}\omega_G(t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{m_i}}\right] - \\
-\frac{1}{2}\left\{ \sum\limits_{k_{d_i}=0}^{n_{d_i}} A_{k_{d_i}} \sin\left[k_{d_i}\omega_G(t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{d_i}}\right] \right\} \cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}) - \frac{1}{2}\arccos\left(\tan\varphi_i \tan\left\{\delta_o \cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\right) - \mu_i \right]
\end{array} \right)^k - \\
-\frac{1}{4}\sigma T_s^4 \bar{r}_s^2 \left[a(1-\epsilon^2)\left(1+\epsilon\cos\left\{\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})+1{,}93\sin\left[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})\right]\right\}\right)^{-1} - \bar{r}_s - \bar{r}_a \cos\left\{\delta_o \cos\left[\omega_G(t-\tau_{\delta o}+\tau_{o_i})\right] + \varphi_i\right\} \right]^{-2} \cdot \\
\cdot \exp\left\{ -\frac{1}{2} \left[\begin{array}{l}
\left(\left\{ 1+\mathrm{sgn}\left[\omega_{po}\left(t+\tau_{o_i} - \tau_{po}\left\{ \sum\limits_{k_{\Gamma_\varphi}=0}^{n_{\Gamma_\varphi}} \left[A_{k_{\Gamma_\varphi}} \sin\left(k_{\Gamma_\varphi}\varphi_i + \gamma_{k_{\Gamma_\varphi}}\right)\right]\right\} \sum\limits_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}} \left\{ A_{k_{\Gamma_t}} \sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{\Gamma_t}}\right]\right\}\right)\right]\right\} \cdot \right. \\
\cdot \left\{ \sum\limits_{k_{\Psi_\varphi}=0}^{n_{\Psi_\varphi}} \left[A_{k_{\Psi_\varphi}} \sin\left(k_{\Psi_\varphi}\varphi_i + \gamma_{k_{\Psi_\varphi}}\right)\right]\right\} \sum\limits_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}} \left\{ A_{k_{\Psi_t}} \sin\left[k_{\Psi_t}\omega_G(t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{\Psi_t}}\right]\right\} + \\
+ \left\{ 1+\mathrm{sgn}\left[\omega_{po}\left(t+\tau_{o_i} - \tau_{po}\left\{ \sum\limits_{k_{\Gamma_\varphi}=0}^{n_{\Gamma_\varphi}} \left[A_{k_{\Gamma_\varphi}} \sin\left(k_{\Gamma_\varphi}\varphi_i + \gamma_{k_{\Gamma_\varphi}}\right)\right]\right\} \sum\limits_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}} \left\{ A_{k_{\Gamma_t}} \sin\left[k_{\Gamma_t}\omega_G(t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{\Gamma_t}}\right]\right\}\right)\right]\right\} \cdot \\
\left. \cdot \left\{ b_{q_1} + b_{q_2}\cos\left[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})\right]\right\} \left(\begin{array}{c}
\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\sin\varphi + \cos\varphi \cdot \\
+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\cos\left[\omega_z(t+\tau_o-12)-\mu_i\right]
\end{array} \right)^{-1} \right]
\end{array} \right\} \cdot \\
\cdot \left\{ 1+\mathrm{sgn}\left[\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\sin\varphi_i + \cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\cos\varphi\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\right]\right]\right\} \cdot \\
\cdot \sum\limits_{J=1}^{6} \left(\widehat{A}_J \left\{ \begin{array}{l}
\left[\begin{array}{c}
\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\left[\sin\varphi_i\cos\varepsilon_{J_i} - \cos(\alpha_{J_\beta} - \beta_{g_i} - \pi)\cos\varphi_i\sin\varepsilon_{Ji}\right] + \\
+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}
\end{array} \right] \cdot \left(\begin{array}{c}
\cos\varphi_i\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\right]\cos\varepsilon_{J_i} + \sin\varepsilon_{J_i} \cdot \\
\cdot\left\{ \begin{array}{c}
\cos(\alpha_{J_\beta} - \beta_{g_i} - \pi)\sin\varphi_i\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\right] - \\
-\sin(\alpha_{J_\beta} - \beta_{g_i} - \pi)\sin\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\right]
\end{array} \right\}
\end{array} \right) \cdot \\
\cdot \left\{ 1+\mathrm{sgn}\left[\begin{array}{c}
\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\left[\sin\varphi_i\cos\varepsilon_{J_i} - \cos(\alpha_{J_\beta} - \beta_{g_i} - \pi)\cos\varphi_i\sin\varepsilon_{Ji}\right] + \\
+\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}
\end{array} \left(\begin{array}{c}
\cos\varphi_i\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\right]\cos\varepsilon_{J_i} + \sin\varepsilon_{J_i} \cdot \\
\cdot\left\{ \begin{array}{c}
\cos(\alpha_{J_\beta} - \beta_{g_i} - \pi)\sin\varphi_i\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\right] - \\
-\sin(\alpha_{J_\beta} - \beta_{g_i} - \pi)\sin\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\right]
\end{array} \right\}
\end{array} \right) \right] \right\} + \\
+\left(\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\sin\varphi_i + \cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_o)\right]\right\}\cos\varphi_i\cos\left[\omega_z(t+\tau_o-12)-\mu_i\right]\right) \cdot \\
\cdot(1-\cos\varepsilon_{J_i})\left\{ 1-0{,}95\left[\begin{array}{c}
\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\sin\varphi_i + \cos\varphi_i \cdot \\
\cdot\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_o)\right]\right\}\cos\left[\omega_z(t+\tau_o-12)-\mu_i\right]
\end{array} \right] \right\} \cdot \\
+\left\{ 2+0{,}95\left[\begin{array}{c}
\sin\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\sin\varphi_i + \cos\varphi_i \cdot \\
\cdot\cos\left\{\delta_o\cos\left[\omega_G(t+\tau_{\delta_o}+\tau_{o_i})\right]\right\}\cos\left[\omega_z(t+\tau_{o_i}-12)-\mu_i\right]
\end{array} \right](\cos\varepsilon_{J_i}-1) \right\} \left\{ d_{q_1} + d_{q_2}\cos\left[\omega_G(t-t_o+\tau_{o_i})\right]\right\}
\end{array} \right) \right]
\end{array} \right.
$$

(IV.5)

plovidba iz i u j

$$
\Phi_{t_{ij}}(t)_{ij} = \left[\begin{array}{l}
a_s \vartheta_{S_p}(t)_{ij} - \tilde{b}_{m\,ij} - \tilde{a}_{m\,ij} \sum\limits_{k_{m_\varphi}=0}^{n_{m_\varphi}} \sum\limits_{k_{m_t}=0}^{n_{m_t}} \left\{ A_{k_{m_\varphi}} \sin\left[k_{m_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{m_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{m_t}} \sin\left[k_{m_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{m_t}} \right] \right\} - \\
-\sum\limits_{k=0}^{2} a_{z_k\,ij} \left[\begin{array}{l}
\sum\limits_{k_{g_\varphi}=0}^{n_{g_\varphi}} \sum\limits_{k_{g_t}=0}^{n_{g_t}} \left\{ A_{k_{g_\varphi}} \sin\left[k_{g_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{g_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{g_t}} \sin\left[k_{g_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{g_t}} \right] \right\} + \\
+\frac{1}{2} \left(\sum\limits_{k_{m_\varphi}=0}^{n_{m_\varphi}} \sum\limits_{k_{m_t}=0}^{n_{m_t}} \left\{ A_{k_{m_\varphi}} \sin\left[k_{m_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{m_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{m_t}} \sin\left[k_{m_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{m_t}} \right] \right\} \right) \sin\left\{ \left[\omega_{K_o} + k_{\omega_K} \varphi_b(t) \right] (t+\tau_{o_i}) \right\} - \\
-\frac{1}{2} \left(\sum\limits_{k_{d_\varphi}=0}^{n_{d_\varphi}} \sum\limits_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}} \left\{ A_{k_{d_\varphi}} \sin\left[k_{d_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{d_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{d_t}} \sin\left[k_{d_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{d_t}} \right] \right\} \right) \cdot \\
\cdot \cos\left[\omega_z (t+\tau_{o_i}) - \frac{1}{2} \arccos\left(\tan\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \tan\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t+\tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \right) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right]
\end{array} \right]^k - \\
-\Phi_{R_p}(t)_{ij} - \frac{1}{4} \sigma T_s^4 \overline{r}_s^2 \left[a(1-\epsilon^2) \left(1 + \epsilon \cos\left\{ \omega_G (t - t_o + \tau_{o_i}) + 1{,}93 \sin\left[\omega_G (t - t_o + \tau_{o_i}) \right] \right\} \right)^{-1} - \overline{r}_s - \overline{r}_a \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t - \tau_{\delta o} + \tau_{o_i}) \right] + \varphi_b(t)_{ij} \right\} \right]^{-2} \cdot \\
e^{-\frac{1}{2} \left[\left[\left(1 + \operatorname{sgn}\left\{ \omega_{po} \left[t + \tau_{0_{ij}} - \tau_{po} \left(\sum\limits_{k_{\Gamma_\varphi}=0}^{n_{\Gamma_\varphi}} \sum\limits_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}} \left\{ A_{k_{\Gamma_\varphi}} \sin\left[k_{\Gamma_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{\Gamma_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{\Gamma_t}} \sin\left[k_{\Gamma_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{\Gamma_t}} \right] \right\} \right) \right] \right\} \right) \sum\limits_{k_{\Psi_\varphi}=0}^{n_{\Psi_\varphi}} \sum\limits_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}} \left\{ A_{k_{\Psi_\varphi}} \sin\left[k_{\Psi_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{\Psi_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{\Psi_t}} \sin\left[k_{\Psi_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{\Psi_t}} \right] \right\} + \right. \right. \right. \\
\left. \left. \left. + \left(1 - \operatorname{sgn}\left\{ \omega_{po} \left[t + \tau_{0_{ij}} - \tau_{po} \left(\sum\limits_{k_{\Gamma_\varphi}=0}^{n_{\Gamma_\varphi}} \sum\limits_{k_{\Gamma_t}=0}^{n_{\Gamma_t}} \left\{ A_{k_{\Gamma_\varphi}} \sin\left[k_{\Gamma_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{\Gamma_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{\Gamma_t}} \sin\left[k_{\Gamma_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{\Gamma_t}} \right] \right\} \right) \right] \right\} \right) \right] \cdot \right. \\
\left. \left\{ b_{0_{ij}} + b_{02} \cos\left[\omega_G (t - t_o + \tau_{o_i}) \right] \right\} \left[\sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \right]^{-1} \right] \cdot \\
\cdot \left\{ 1 + \operatorname{sgn} \left[\begin{array}{l}
\sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cdot \\
\cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right)
\end{array} \right] \right\} \cdot \\
\cdot \sum\limits_{j=1}^{6} \bar{A}_{j\,ji} \left\{ \cdot \left\{ 1 + \operatorname{sgn} \left(\begin{array}{l}
\sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \left\{ \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cos\varepsilon_{J_{ij}} - \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \sin\varepsilon_{J_{ij}} \cos\left(\alpha_{J_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \right\} + \\
+ \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i} \right] \right\} \left\{ \begin{array}{l}
\cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \cos\varepsilon_{J_{ij}} + \\
\sin\varepsilon_{J_{ij}} \left[\begin{array}{l}
\cos\left(\alpha_{J_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cdot \\
\cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \\
- \sin\left(\alpha_{J_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \cdot \\
\cdot \sin\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right)
\end{array} \right]
\end{array} \right\}
\end{array} \right) \right] \right\} + \\
\left\{ \begin{array}{l}
\left\{ 1 + \operatorname{sgn} \left(\begin{array}{l}
\sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \left\{ \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cos\varepsilon_{J_{ij}} - \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \sin\varepsilon_{k_{ij}} \cos\left(\alpha_{J_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \right\} + \\
+ \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i} \right] \right\} \left\{ \begin{array}{l}
\cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \cos\varepsilon_{k_{ij}} + \\
\sin\varepsilon_{J_{ij}} \left[\begin{array}{l}
\cos\left(\alpha_{J_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cdot \\
\cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \\
- \sin\left(\alpha_{J_\beta} - \pi - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right) \cdot \\
\cdot \sin\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right)
\end{array} \right]
\end{array} \right\}
\end{array} \right) \right] \right\} + \\
+ \left[\begin{array}{l}
\sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cdot \\
\cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right)
\end{array} \right] \cdot \\
\cdot (1 - \cos\varepsilon_{J_{ij}}) \left[\begin{array}{l}
1 - 0{,}95 \sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cdot \\
\cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right)
\end{array} \right] + \\
+ \left[\begin{array}{l}
2 + 0{,}95 (\cos\varepsilon_{J_{ij}} - 1) \sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_i}) \right] \right\} \cdot \\
\cdot \cos\left[\varphi_b(t)_{ij} \right] \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_i} - 12) - \mu_i - \arcsin\left\{ \cot\alpha_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ij} - \varphi_i \right] \right\} \right)
\end{array} \right] \left\{ d_{q_1} + d_{q_2} \cos\left[\omega_G (t - t_o + \tau_{o_i}) \right] \right\}
\end{array} \right\}
\end{array} \right\}
\end{array} \right]
$$

(IV.6)

plovidba iz j u i

$$
\Phi_{t_o}(t)_{ji} = \left[\begin{array}{l}
a_s \vartheta_{S_p}(t)_{ji} - \tilde{b}_{m\,ji} - \tilde{a}_{m\,ji} \sum_{k_{m_\varphi}=0}^{n_{m_\varphi}} \sum_{k_{m_t}=0}^{n_{m_t}} \left\{ A_{k_{m_\varphi}} \sin\left[k_{m_\varphi} \varphi_b(t)_{ji} + \gamma_{k_{m_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{m_t}} \sin\left[k_{m_t} \omega_G (t+\tau_{o_j}) + \gamma_{k_{m_t}} \right] \right\} - \\
\sum_{k=0}^{2} a_{z_k\,ji} \left[\begin{array}{l}
\sum_{k_{g_\varphi}=0}^{n_{g_\varphi}} \sum_{k_{g_t}=0}^{n_{g_t}} \left\{ A_{k_{g_\varphi}} \sin\left[k_{g_\varphi} \varphi_b(t)_{ji} + \gamma_{k_{g_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{g_t}} \sin\left[k_{g_t} \omega_G (t+\tau_{o_j}) + \gamma_{k_{g_t}} \right] \right\} + \\
+ \frac{1}{2} \left(\sum_{k_{m_\varphi}=0}^{n_{m_\varphi}} \sum_{k_{m_t}=0}^{n_{m_t}} \left\{ A_{k_{m_\varphi}} \sin\left[k_{m_\varphi} \varphi_b(t)_{ji} + \gamma_{k_{m_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{m_t}} \sin\left[k_{m_t} \omega_G (t+\tau_{o_j}) + \gamma_{k_{m_t}} \right] \right\} \right) \sin\left\{ \left[\omega_{K_o} + k_{\omega_K} \varphi_b(t)_{ji} \right] (t+\tau_{o_j}) \right\} - \\
- \frac{1}{2} \left(\sum_{k_{d_\varphi}=0}^{n_{d_\varphi}} \sum_{k_{d_t}=0}^{n_{d_t}} \left\{ A_{k_{d_\varphi}} \sin\left[k_{d_\varphi} \varphi_b(t)_{ji} + \gamma_{k_{d_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{d_t}} \sin\left[k_{d_t} \omega_G (t+\tau_{o_j}) + \gamma_{k_{d_t}} \right] \right\} \right) \cdot \\
\cdot \cos\left[\omega_z (t+\tau_{o_j}) - \frac{1}{2} \arccos\left(\tan\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \tan\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t+\tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \right) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right]
\end{array} \right]^k - \\
- \Phi_{R_p}(t)_{ji} - \frac{1}{4} \sigma T_s^4 \bar{r}_s^2 \left[a(1-\epsilon^2) \left(1 + \epsilon \cos\left\{ \omega_G (t - t_o + \tau_{o_i}) + 1{,}93 \sin\left[\omega_G (t - t_o + \tau_{o_j}) \right] \right\} \right)^{-1} - \bar{r}_s - \bar{r}_a \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t - \tau_{\delta o} + \tau_{o_j}) \right] + \varphi_b(t)_{ji} \right\} \right]^{-2} \cdot \\
e^{-\frac{1}{2} \left[\left[\left(1 + \mathrm{sgn}\left\{ \omega_{po} \left[t + \tau_{0_i} - \tau_{po} \left(\sum_{k_{T_\varphi}=0}^{n_{T_\varphi}} \sum_{k_{T_t}=0}^{n_{T_t}} \left\{ A_{k_{T_\varphi}} \sin\left[k_{T_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{T_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{T_t}} \sin\left[k_{T_t} \omega_G (t+\tau_{o_j}) + \gamma_{k_{T_t}} \right] \right\} \right) \right] \right\} \right) \sum_{k_{\Psi_\varphi}=0}^{n_{\Psi_\varphi}} \sum_{k_{\Psi_t}=0}^{n_{\Psi_t}} \left\{ A_{k_{\Psi_\varphi}} \sin\left[k_{\Psi_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{\Psi_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{\Psi_t}} \sin\left[k_{\Psi_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{\Psi_t}} \right] \right\} + \right. \right. \right. \\
\left. \left. \left. + \left(1 - \mathrm{sgn}\left\{ \omega_{po} \left[t + \tau_{0_i} - \tau_{po} \left(\sum_{k_{T_\varphi}=0}^{n_{T_\varphi}} \sum_{k_{T_t}=0}^{n_{T_t}} \left\{ A_{k_{T_\varphi}} \sin\left[k_{T_\varphi} \varphi_b(t)_{ij} + \gamma_{k_{T_\varphi}} \right] \right\} \left\{ A_{k_{T_t}} \sin\left[k_{T_t} \omega_G (t+\tau_{o_i}) + \gamma_{k_{T_t}} \right] \right\} \right) \right] \right\} \right) \right\} \right] \right. \\
\left. \left\{ b_{q_1} + b_{q_2} \cos\left[\omega_G (t - t_o + \tau_{o_i}) \right] \right\} \left[\sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \cos\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) \right]^{-1} \right]} \cdot \\
\cdot \left\{ 1 + \mathrm{sgn} \left[\begin{array}{c}
\sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \cos\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \cdot \\
\cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right)
\end{array} \right] \right\} \cdot \\
\cdot \sum_{J=1}^{5} \left(\bar{A}_{J\,ji} \left\{ \cdot \left\{ 1 + \mathrm{sgn} \left(\begin{array}{l}
\left\{ \sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \left\{ \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \cos\varepsilon_{J_{ji}} - \cos\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \sin\varepsilon_{J_{ji}} \cos\left(\alpha_{J_\beta} - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) \right\} + \right. \\
\left. + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \left\{ \begin{array}{l}
\cos\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \cos\varepsilon_{J_{ji}} \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) + \\
\sin\varepsilon_{J_{ji}} \left[\begin{array}{c}
\cos\left(\alpha_{J_\beta} - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \cdot \\
\cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) - \\
- \sin\left(\alpha_{J_\beta} - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) \cdot \\
\cdot \sin\left(\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right)
\end{array} \right]
\end{array} \right\}
\end{array} \right) \right\} + \right. \\
\left. \left\{ \cdot \left\{ 1 + \mathrm{sgn} \left(\begin{array}{l}
\left\{ \sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \left\{ \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \cos\varepsilon_{J_{ji}} - \cos\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \sin\varepsilon_{J_{ji}} \cos\left(\alpha_{J_\beta} - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) \right\} + \right. \\
\left. + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \left\{ \begin{array}{l}
\cos\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \cos\varepsilon_{J_{ji}} \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \tan\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) + \\
\sin\varepsilon_{J_{ji}} \left[\begin{array}{c}
\cos\left(\alpha_{J_\beta} - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \cdot \\
\cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) - \\
- \sin\left(\alpha_{J_\beta} - \arcsin\left\{ \cos\alpha_s \sec\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right) \cdot \\
\cdot \sin\left(\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right)
\end{array} \right]
\end{array} \right\}
\end{array} \right) \right\} + \right. \\
+ \left[\begin{array}{c}
\sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \cos\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \cdot \\
\cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right)
\end{array} \right] \cdot \\
\cdot (1 - \cos\varepsilon_{J_{ji}}) \left[\begin{array}{c}
1 - 0{,}95 \sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \cos\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \cdot \\
\cdot \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right)
\end{array} \right] + \\
+ \left[\begin{array}{c}
2 + 0{,}95 (\cos\varepsilon_{J_{ji}} - 1) \sin\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] + \cos\left\{ \delta_o \cos\left[\omega_G (t + \tau_{\delta_o} + \tau_{o_j}) \right] \right\} \cdot \\
\cdot \cos\left[\varphi_b(t)_{ji} \right] \cos\left(\omega_z (t + \tau_{o_j} - 12) - \mu_j - \arctan\left\{ \tan\beta_s \sin\left[\varphi_b(t)_{ji} - \varphi_j \right] \right\} \right)
\end{array} \right] \left\{ d_{q_1} + d_{q_2} \cos\left[\omega_G (t - t_o + \tau_{o_j}) \right] \right\}
\end{array} \right) \right)
\end{array} \right]
$$

(IV.7)

PRILOG V

V Funkcijske ovisnosti karakterističnih specifičnih entalpija amonijakom obogaćene smjese o kvazistatičkim temperaturama i tlakovima

$$h_4(\vartheta_4)_{\xi_d} = \left\{ \left\{ \sum_{j=0}^{4} a_j \left[\left(\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right) \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_4^l \right]^j \right\} \sum_{j=0}^{3} b_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j + \left\{ \xi_d - \left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_4^l \right\} \cdot \right.$$
$$\cdot \left(\begin{array}{c} \left[\sum_{j=0}^{4} a_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \tanh \left\{ \sqrt{\left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_4^l \right)} \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right\} + \left[\sum_{j=0}^{4} b_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \cdot \\ \cdot \tanh \left\{ \left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_4^l \right) \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right\} - \left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_4^l \end{array} \right)^{-1} \cdot$$
$$\cdot \left[\left(\begin{array}{c} \sum_{k=0}^{2} \left[\begin{array}{c} \left[\sum_{j=0}^{4} a_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \tanh \left[\sqrt{\left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_4^l \right)} \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] + \\ + \left[\sum_{j=0}^{4} b_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \tanh \left(\left\{ \left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_4^l \right) \right\} \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right) \end{array} \right] + \left[\sum_{j=0}^{4} b_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \cdot \\ \cdot \tanh \left\{ 5 \left[\begin{array}{c} 1 - \left[\sum_{j=0}^{4} a_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \tanh \left[\sqrt{\left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_4^l \right)} \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] - \\ - \left[\sum_{j=0}^{4} b_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \tanh \left(\left\{ \left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_4^l \right) \right\} \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right) \end{array} \right] \right\} + \\ + \left[\sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \sqrt{\tanh \left\{ 5 \left[\begin{array}{c} 1 - \left[\sum_{j=0}^{4} a_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \tanh \left[\sqrt{\left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_4^l \right)} \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] - \\ - \left[\sum_{j=0}^{4} b_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \tanh \left(\left\{ \left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_4^l \right) \right\} \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right) \end{array} \right] \right\}} \\ - \left(\sum_{j=0}^{4} a_j \left\{ \left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_4^l \right\}^j \right) \sum_{j=0}^{3} b_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \end{array} \right) \right] \right\} \tag{V.1}$$

$$h_5(\vartheta_4, \vartheta_5)_{\xi_d} = \left\{ \left\{ \sum_{j=0}^{4} a_j \left[\left(\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right) \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_5^l \right]^j \right\} \sum_{j=0}^{3} b_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j + \left\{ \xi_d - \left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_5^l \right\} \cdot \right.$$
$$\cdot \left(\begin{array}{c} \left[\sum_{j=0}^{4} a_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \tanh \left\{ \sqrt{\left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_5^l \right)} \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right\} + \left[\sum_{j=0}^{4} b_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \cdot \\ \cdot \tanh \left\{ \left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_5^l \right) \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right\} - \left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_5^l \end{array} \right)^{-1} \cdot$$
$$\cdot \left[\left(\begin{array}{c} \sum_{k=0}^{2} \left[\begin{array}{c} \left[\sum_{j=0}^{4} a_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \tanh \left[\sqrt{\left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_5^l \right)} \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] + \\ + \left[\sum_{j=0}^{4} b_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \tanh \left(\left\{ \left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_5^l \right) \right\} \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right) \end{array} \right] + \left[\sum_{j=0}^{4} b_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \cdot \\ \cdot \tanh \left\{ 5 \left[\begin{array}{c} 1 - \left[\sum_{j=0}^{4} a_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \tanh \left[\sqrt{\left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_5^l \right)} \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] - \\ - \left[\sum_{j=0}^{4} b_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \tanh \left(\left\{ \left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_5^l \right) \right\} \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right) \end{array} \right] \right\} + \\ + \left[\sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \sqrt{\tanh \left\{ 5 \left[\begin{array}{c} 1 - \left[\sum_{j=0}^{4} a_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \tanh \left[\sqrt{\left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_5^l \right)} \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] - \\ - \left[\sum_{j=0}^{4} b_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right] \tanh \left(\left\{ \left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \left(\sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_5^l \right) \right\} \sum_{j=0}^{4} c_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \right) \end{array} \right] \right\}} \\ - \left(\sum_{j=0}^{4} a_j \left\{ \left[\sum_{l=0}^{3} a_l \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^l \right] \sum_{l=0}^{8} b_l \vartheta_5^l \right\}^j \right) \sum_{j=0}^{3} b_j \left(a_0 + b_0 e^{c_0 \vartheta_4} \right)^j \end{array} \right) \right] \right\} \tag{V.2}$$

$$h_{11}(\vartheta_4,\vartheta_{11})_{\xi_d}=\left\{\begin{array}{l}\left\{\sum_{j=0}^{4}a_j\left[\left(\sum_{l=0}^{3}a_l\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^l\right)\sum_{l=0}^{8}b_l\vartheta_{11}^l\right]^j\right\}\sum_{j=0}^{3}b_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j+\left\{\xi_d-\left[\sum_{l=0}^{3}a_l\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^l\right]\sum_{l=0}^{8}b_l\vartheta_{11}^l\right\}\cdot\\ \cdot\left(\begin{array}{l}\left[\sum_{j=0}^{4}a_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^l\right]\tanh\left\{\sqrt{\left[\sum_{l=0}^{3}a_l\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^l\right]\left(\sum_{l=0}^{8}b_l\vartheta_{11}^l\right)}\sum_{j=0}^{4}c_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right\}+\left[\sum_{j=0}^{4}b_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right]\cdot\\ \cdot\tanh\left\{\left[\sum_{l=0}^{3}a_l\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^l\right]\left(\sum_{l=0}^{8}b_l\vartheta_{11}^l\right)\sum_{j=0}^{4}c_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right\}-\left[\sum_{l=0}^{3}a_l\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^l\right]\sum_{l=0}^{8}b_l\vartheta_{11}^l\end{array}\right)^{-1}\cdot\\ \left\{\left[\begin{array}{l}\left(\begin{array}{l}\sum_{k=0}^{2}\left[\begin{array}{l}\left[\sum_{j=0}^{4}a_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right]\tanh\left[\sqrt{\left[\sum_{l=0}^{3}a_l\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^l\right]\left(\sum_{l=0}^{8}b_l\vartheta_{11}^l\right)}\sum_{j=0}^{4}c_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right]+\\ +\left[\sum_{j=0}^{4}b_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right]\tanh\left(\left\{\left[\sum_{l=0}^{3}a_l\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^l\right]\left(\sum_{l=0}^{8}b_l\vartheta_{11}^l\right)\right\}\sum_{j=0}^{4}c_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right)\end{array}\right]+\left[\sum_{j=0}^{4}b_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right]\cdot\\ \cdot\tanh\left\{\left[\begin{array}{l}5\left[1-\left[\sum_{j=0}^{4}a_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right]\tanh\left[\sqrt{\left[\sum_{l=0}^{3}a_l\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^l\right]\left(\sum_{l=0}^{8}b_l\vartheta_{11}^l\right)}\sum_{j=0}^{4}c_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right]-\right.\\ \left.-\left[\sum_{j=0}^{4}b_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right]\tanh\left(\left\{\left[\sum_{l=0}^{3}a_l\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^l\right]\left(\sum_{l=0}^{8}b_l\vartheta_{11}^l\right)\right\}\sum_{j=0}^{4}c_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right)\end{array}\right]\right\}+\\ +\left[\sum_{j=0}^{4}c_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right]\sqrt{\tanh\left\{5\left[\begin{array}{l}1-\left[\sum_{j=0}^{4}a_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right]\tanh\left[\sqrt{\left[\sum_{l=0}^{3}a_l\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^l\right]\left(\sum_{l=0}^{8}b_l\vartheta_{11}^l\right)}\sum_{j=0}^{4}c_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right]-\right.\\ \left.-\left[\sum_{j=0}^{4}b_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right]\tanh\left(\left\{\left[\sum_{l=0}^{3}a_l\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^l\right]\left(\sum_{l=0}^{8}b_l\vartheta_{11}^l\right)\right\}\sum_{j=0}^{4}c_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\right)\end{array}\right]\right\}}\\ -\left(\sum_{j=0}^{4}a_j\left\{\left[\sum_{l=0}^{3}a_l\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^l\right]\sum_{l=0}^{8}b_l\vartheta_{11}^l\right\}^j\right)\sum_{j=0}^{3}b_j\left(a_0+b_0e^{c_0\vartheta_4}\right)^j\end{array}\right]\right\}\end{array}\right.\tag{V.3}$$

$$h_{11}(p_i,k_i)=\left\{\begin{array}{l}\left(\sum_{j=0}^{4}a_j\left\{\left(\sum_{l=0}^{3}a_l\,p_i^l\right)\sum_{l=0}^{8}b_l\left[\left(\sum_{j=0}^{3}a_j k_i^j\right)\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right]^l\right\}^j\right)\sum_{j=0}^{3}b_j\,p_i^j+\left\{\left(\xi_d-\sum_{l=0}^{3}a_l\,p_i^l\right)\sum_{l=0}^{8}b_l\left[\left(\sum_{j=0}^{3}a_j k_i^j\right)\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right]^l\right\}\cdot\\ \cdot\left(\begin{array}{l}\left(\sum_{j=0}^{4}a_j\,p_i^j\right)\tanh\left[\sqrt{\left(\sum_{l=0}^{3}a_l\,p_i^l\right)\left\{\sum_{l=0}^{8}b_l\left[\left(\sum_{j=0}^{3}a_j k_i^j\right)\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right]^l\right\}}\sum_{j=0}^{4}c_j\,p_i^j\right]+\left(\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right)\cdot\\ \cdot\tanh\left\{\left(\sum_{l=0}^{3}a_l\,p_i^l\right)\left\{\sum_{l=0}^{8}b_l\left[\left(\sum_{j=0}^{3}a_j k_i^j\right)\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right]^l\right\}\sum_{j=0}^{4}c_j\,p_i^j\right\}-\left(\sum_{l=0}^{3}a_l\,p_i^l\right)\sum_{l=0}^{8}b_l\left[\left(\sum_{j=0}^{3}a_j k_i^j\right)\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right]^l\end{array}\right)^{-1}\cdot\\ \left\{\left[\begin{array}{l}\left(\begin{array}{l}\sum_{k=0}^{2}\left[\begin{array}{l}\left(\sum_{j=0}^{4}a_j\,p_i^j\right)\tanh\left[\sqrt{\left(\sum_{l=0}^{3}a_l\,p_i^l\right)\left\{\sum_{l=0}^{8}b_l\left[\left(\sum_{j=0}^{3}a_j k_i^j\right)\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right]^l\right\}}\sum_{j=0}^{4}c_j\,p_i^j\right]+\\ +\left(\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right)\tanh\left(\left(\sum_{l=0}^{3}a_l\,p_i^l\right)\left\{\sum_{l=0}^{8}b_l\left[\left(\sum_{j=0}^{3}a_j k_i^j\right)\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right]^l\right\}\sum_{j=0}^{4}c_j\,p_i^j\right)\end{array}\right]+\\ +\left(\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right)\tanh\left\{5\left[\begin{array}{l}1-\left(\sum_{j=0}^{4}a_j\,p_i^j\right)\tanh\left[\sqrt{\left(\sum_{l=0}^{3}a_l\,p_i^l\right)\left\{\sum_{l=0}^{8}b_l\left[\left(\sum_{j=0}^{3}a_j k_i^j\right)\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right]^l\right\}}\sum_{j=0}^{4}c_j\,p_i^j\right]-\right.\\ \left.-\left(\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right)\tanh\left(\left(\sum_{l=0}^{3}a_l\,p_i^l\right)\left\{\sum_{l=0}^{8}b_l\left[\left(\sum_{j=0}^{3}a_j k_i^j\right)\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right]^l\right\}\sum_{j=0}^{4}c_j\,p_i^j\right)\end{array}\right]\right\}+\\ +\left(\sum_{j=0}^{4}c_j\,p_i^j\right)\sqrt{\tanh\left[5\left[\begin{array}{l}1-\left(\sum_{j=0}^{4}a_j\,p_i^j\right)\tanh\left[\sqrt{\left(\sum_{l=0}^{3}a_l\,p_i^l\right)\left\{\sum_{l=0}^{8}b_l\left[\left(\sum_{j=0}^{3}a_j k_i^j\right)\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right]^l\right\}}\sum_{j=0}^{4}c_j\,p_i^j\right]-\right.\\ \left.-\left(\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right)\tanh\left(\left(\sum_{l=0}^{3}a_l\,p_i^l\right)\left\{\sum_{l=0}^{8}b_l\left[\left(\sum_{j=0}^{3}a_j k_i^j\right)\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right]^l\right\}\sum_{j=0}^{4}c_j\,p_i^j\right)\end{array}\right]\right]}\\ -\left(\sum_{j=0}^{4}a_j\left\{\left(\sum_{l=0}^{3}a_l\,p_i^l\right)\sum_{l=0}^{8}b_l\left[\left(\sum_{j=0}^{3}a_j k_i^j\right)\sum_{j=0}^{4}b_j\,p_i^j\right]^l\right\}^j\right)\sum_{j=0}^{3}b_j\,p_i^j\end{array}\right]\right\}\end{array}\right.\tag{V.4}$$