Modeliranje i robusno upravljanje višerotorskim bespilotnim letjelicama s potpuno upravljanim konfiguracijama

Kotarski, Denis

Doctoral thesis / Disertacija

2020

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:354601

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-20**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

Sveučilište u Zagrebu

Fakultet strojarstva i brodogradnje

Denis Kotarski

MODELIRANJE I ROBUSNO UPRAVLJANJE VIŠEROTORSKIM BESPILOTNIM LETJELICAMA S POTPUNO UPRAVLJANIM KONFIGURACIJAMA

DOKTORSKI RAD

Zagreb, 2020.

Sveučilište u Zagrebu

Fakultet strojarstva i brodogradnje

Denis Kotarski

MODELIRANJE I ROBUSNO UPRAVLJANJE VIŠEROTORSKIM BESPILOTNIM LETJELICAMA S POTPUNO UPRAVLJANIM KONFIGURACIJAMA

DOKTORSKI RAD

Mentor: prof.dr.sc. Josip Kasać

Zagreb, 2020.

University of Zagreb

Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture

Denis Kotarski

MODELING AND ROBUST CONTROL OF FULLY ACTUATED MULTIROTOR UNMANNED AERIAL VEHICLES

DOCTORAL DISSERTATION

Supervisor: Josip Kasać, PhD, Full professor

Zagreb, 2020.

Podaci za blibliografsku karticu

UDK:	623.746
Ključne riječi:	višerotorske letjelice, upravljačka alokacijska shema, potpuno upravljane konfiguracije letjelice, kut nagiba rotora, algebarski estimator poremećaja, AlgDRC
Znanstveno područje:	Tehničke znanosti
Znanstveno polje:	Strojarstvo
Institucija:	Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje
Mentor:	prof. dr. sc. Josip Kasać
Broj stranica:	182
Broj slika:	207
Broj tablica:	37
Broj korištenih bibliografskih jedinica:	115
Datum obrane:	10.07.2020.
Povjerenstvo:	prof. dr. sc. Milan Vrdoljak, predsjednik (Fakultet strojarstva i brodogradnje) prof. dr. sc. Josip Kasać, mentor (Fakultet strojarstva i brodogradnje) prof. dr. sc. Stjepan Bogdan, član (Fakultet elektrotehnike i računarstva)
Institucija u kojoj je rad pohranjen:	Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje

Podaci o mentoru

Josip Kasać rođen je 31.07.1969. godine u Vinkovcima. Srednju školu elektrotehničkog usmjerenja završio je u Vinkovcima 1988. godine. Diplomirao je fiziku 1995. godine na Prirodoslovno matematičkom fakultetu, Sveučilišta u Zagrebu. Iste godine upisuje se na sveučilišni poslijediplomski studij ”Vođenje i upravljanje pokretnim objektima” na kojem je magistrirao 1998. godine. Od 1999. do 2001. godine radi u Institutu za obrambene studije, istraživanje i razvoj. Od listopada 2001. godine zaposlen je na Fakultetu strojarstva i brodogradnje, na Zavodu za robotiku i automatizaciju proizvodnih sustava, gdje je trenutno u statusu redovnog profesora. Doktorsku disertaciju naslova ”Analiza stabilnosti nelinearnih sustava vođenih analitičkim neizrazitim regulatorom”, obranio je 2005. godine, pod mentorstvom prof. dr. sc. Branka Novakovića.

Na Zavodu za robotiku i automatizaciju proizvodnih sustava Fakulteta strojarstva i brodogradnje u Zagrebu aktivno sudjeluje u izvođenju nastave. Nositelj je i sunositelj kolegija Opća teorija sustava, Neizrazita logika, Vođenje tehničkih sustava, Neizrazito i digitalno upravljanje te Upravljanje i regulacija.

Od 2001. godine sudjeluje na više projekata Ministarstva znanosti i tehnologije Republike Hrvatske vezanim uz primjenu umjetne inteligencije u robotici i proizvodnim sustavima. Od 2010. do 2014. godine voditelj je znanstvenog projekta br. 120–1201842–3048 ”Umjetna inteligencija u upravljanju složenim nelinearnim dinamičkim sustavima”. Trenutno je uključen u istraživačke aktivnosti na projektu ”Istraživanje i razvoj specijaliziranih multirotornih bespilotnih letjelica” financiranim od strane Europskih strukturnih fondova. Sudjelovao je na više domaćih i međunarodnih stručnih projekata.

Autor je ili koautor 16 radova objavljenih u CC časopisima s međunarodnom recenzijom te 59 radova objavljenih u zbornicima međunarodnih i domaćih skupova. Znanstveno istraživačka djelatnost vezana mu je uz metode regulacije nelinearnih mehaničkih sustava, numeričke metode optimalnog upravljanja složenim nelinearnim sustavima te upravljanje i identifikaciju sustava s distribuiranim parametrima.

Zahvale

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. sc. Josipu Kasaću na iskazanom povjerenju, vodstvu te na pruženoj podršci tijekom istraživanja i izrade ovog rada.

Zahvaljujem se prijatelju i kolegi dr. sc. Petru Piljeku na neizmjernoj pomoći tijekom istraživanja.

Zahvaljujem se članovima Povjerenstva za obranu doktorskog rada, prof. dr. sc. Milanu Vrdoljaku i prof. dr. sc. Stjepanu Bogdanu na korisnim savjetima i komentarima.

Zahvaljujem se prijatelju i kolegi Matiji Krznaru za brojne diskusije tijekom istraživanja, kolegama na projektu i poslu te svim ostalim prijateljima na podršci tijekom svih ovih godina.

Zahvaljujem se svojoj obitelji, posebno majci na velikoj podršci tijekom cijelog školovanja i odrastanja.

Na kraju, posebna hvala mojoj Barbari za veliku ljubav, podršku i neizmjerno strpljenje.

Denis Kotarski

Sadržaj

Predgovor ..... *iv*
Sažetak ..... *v*
Summary ..... *vi*
Popis oznaka ..... *vii*
Popis tablica ..... *x*
Popis slika ..... *xi*

1. UVOD **1**

1.1 MOTIVACIJA 1
1.2 PREGLED DOSADAŠNJIH ISTRAŽIVANJA 2
1.3 CILJ I HIPOTEZA RADA 4
1.4 METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA 5
1.5 DOPRINOS I PRIKAZ SADRŽAJA RADA 7

2 PRELIMINARNI OPIS REALNOG SUSTAVA BESPILOTNIH LETJELICA **9**

2.1 TIPOVI I PRIMJENE BESPILOTNIH LETJELICA 10
2.2 OPIS SUSTAVA VIŠEROTORSKOG TIPA BESPILOTNIH LETJELICA 11
2.2.1 Značajke sustava višerotorske letjelice *11*
2.2.2 Podjela sustava letjelice na ključne podsustave *12*
2.2.3 Oprema i teret *13*
2.3 ELEKTROMOTORNI POGONSKI PODSUSTAV VIŠEROTORSKE LETJELICE 14
2.3.1 Propeleri s konstantnim kutom nagiba elise *15*
2.3.2 Bezkolektorski istosmjerni motor *18*
2.3.3 Elektronički regulator brzine *19*
2.4 ENERGETSKI PODSUSTAV 22
2.4.1 Litij-polimerne baterije *23*
2.4.2 Elementi distribucije energije *24*
2.5 UPRAVLJAČKI PODSUSTAV 25
2.5.1 Upravljačka jedinica *26*
2.5.2 Daljinsko upravljanje *29*
2.5.3 Telemetrija *31*
2.5.4 Globalni navigacijski satelitski sustavi *31*
2.5.5 Komunikacija i upravljanje podsustavom opreme *32*

3 MATEMATIČKI MODEL VIŠEROTORSKE LETJELICE **33**

3.1 DINAMIKA KRUTOG TIJELA 34
3.1.1 Referentni koordinatni sustavi *34*
3.1.2 Kinematika letjelica *36*
3.1.3 Jednadžbe gibanja krutog tijela *39*
3.1.4 Sile i momenti koji djeluju na višerotorsku letjelicu *41*

3.1.5 Ukupni dinamički model višerotorske letjelice ... 43
3.2 UPRAVLJAČKA ALOKACIJSKA SHEMA VIŠEROTORSKE LETJELICE ... 43
3.2.1 Aerodinamička opterećenja rotora ... 44
3.2.2 Konfiguracije višerotorskih letjelica ... 45
3.2.3 Geometrijski raspored rotora ... 46
3.2.4 Preslikavanje aerodinamičkih sila i momenata na upravljački vektor ... 49
3.2.5 Matrica upravljačke alokacijske sheme ... 50
3.2.6 Upravljanost (aktuiranost) sustava ... 51
3.3 VERIFIKACIJA I IMPLEMENTACIJA MATEMATIČKOG MODELA ... 52
3.3.1 Verifikacija upravljačke alokacijske matrice planarnih konfiguracija ... 52
3.3.2 Verifikacija upravljačke alokacijske matrice neplanarnih konfiguracija ... 55
3.3.3 Implementacija matematičkog modela višerotorske letjelice ... 56
3.3.4 Testiranje inverza upravljačke alokacijske matrice ... 58
4 PROJEKTIRANJE SUSTAVA VIŠEROTORSKE LETJELICE ... 62
4.1 IDENTIFIKACIJA PARAMETARA ELEKTROMOTORNIH POGONSKIH JEDINICA ... 63
4.1.1 Eksperimentalni postav za identifikaciju parametara elektromotornih jedinica ... 63
4.1.2 Rezultati eksperimentalnih mjerenja ... 65
4.1.3 Statičke mape pogonskih jedinica ... 67
4.2 KARAKTERIZACIJA ELEKTROMOTORNIH POGONSKIH JEDINICA ... 73
4.2.1 Faktori aerodinamičkih sila i momenata ... 73
4.2.2 Korisnost pogonskih jedinca ... 76
4.2.3 Interferencija protoka rotora ... 79
4.3 ANALIZA UTJECAJA PARAMETARA POGONSKOG I ENERGETSKOG PODSUSTAVA NA PERFORMANSE VIŠEROTORSKE LETJELICE ... 80
4.3.1 Raspodjela mase sustava letjelice ... 81
4.3.2 Numerička procjena vremena stacionarnog leta višerotorskih letjelica ... 84
4.3.3 Analiza utjecaja orijentacije rotora na upravljanost i performanse višerotorske letjelice ... 87
4.4 OPTIMIRANJE PARAMETARA GEOMETRIJSKOG RASPOREDA ROTORA LETJELICE ... 90
4.4.1 Optimiranje kuta nagiba rotora potpuno upravljanih konfiguracija s pasivnim nagibom rotora ... 91
4.4.2 Metodologija za određivanje optimalnih parametara geometrijskog rasporeda ... 94
5 SINTEZA ROBUSNIH ALGORITAMA UPRAVLJANJA ZA POTPUNO UPRAVLJANE KONFIGURACIJE VIŠEROTORSKIH LETJELICA ... 95
5.1 METODE UPRAVLJANJA VIŠEROTORSKIM LETJELICAMA ... 96
5.1.1 Linearizacija modela ... 97
5.1.2 Metoda eksterne linearizacije - FLC ... 99
5.1.3 Robusno upravljanje primjenom regulatora s kliznim stanjem ... 101
5.1.4 SMC regulator za potpuno upravljane konfiguracije letjelice ... 103
5.1.5 SMC regulator drugog reda – RISE ... 106

5.1.6 Aktivno upravljanje s kompenzacijom poremećaja 108
5.2 ALGEBARSKA ESTIMACIJA DERIVACIJA SIGNALA 111
5.2.1 Višestruko filtriranje 113
5.2.2 Upravljanje po izlaznoj povratnoj vezi temeljeno na estimatoru derivacija signala 114
5.3 ROBUSNO UPRAVLJANJE S ALGEBARSKOM KOMPENZACIJOM POREMEĆAJA 115
5.3.1 Algebarska estimacija poremećaja 115
5.3.2 Upravljanje s povratnom vezom i kompenzacijom poremećaja 117
5.3.3 Algoritam upravljanja s algebarskim kompenzatorom poremećaja - AlgDRC 122
5.3.4 Realizacija AlgDRC-a u formi prostora stanja 123
5.3.5 Usporedba AlgDRC-a i GLADRC-a 126
5.4 ROBUSNO UPRAVLJANJE POTPUNO UPRAVLJANIM KONFIGURACIJAMA VIŠEROTORSKIH LETJELICA 133
5.4.1 Izvedba AlgDRC-a za potpuno upravljani sustav sa 6 DOF 133
5.4.2 Rezultati simulacija 135
6 EKSPERIMENTALNE VIŠEROTORSKE LETJELICE 144
6.1 KONCEPT MODULARNE VIŠEROTORSKE LETJELICE 145
6.1.1 Razvoj i testiranje pogonskog modula letjelice veličine D550 147
6.1.2 Konstruiranje i izvedba eksperimentalne modularne letjelice – EMMR500 149
6.1.3 Razvoj eksperimentalne letjelice s varijabilnim kutom nagiba rotora - VTMR1000 153
6.2 PROGRAMSKO OKRUŽENJE UPRAVLJAČKOG PODSUSTAVA 155
6.2.1 Upravljačka jedinica 156
6.2.2 Daljinsko upravljanje sustavom – RC 159
6.2.3 PX4 vanjski način rada 163
6.3 TESTIRANJE EKSPERIMENTALNIH LETJELICA 164
6.3.1 Testiranje koncepta svesmjerne letjelice VTMR1000 167
7 ZAKLJUČAK 169
LITERATURA 172
Životopis 179
Biography 181

Predgovor

U prvom razdoblju razvoja robotike glavni je fokus bio na razvoju industrijskih robota, dok su mobilni roboti omogućili većinu važnog napretka u narednom razdoblju. U današnje vrijeme izrazito je veliki interes na istraživanju bespilotnih letjelica. Zbog sve većeg spektra zadataka javlja se potreba za razvojem novih i poboljšanih letjelica adekvatnih za obavljanje kompleksnijih misija. Višerotorske letjelice tipični su predstavnik autonomnih ili daljinski upravljanih zračnih robota, a karakterizirane su kao inherentno nestabilni te izrazito nelinearni viševarijabilni sustavi. Tijekom obavljanja misija, prisutni su vanjski poremećaji koji negativno utječu na ponašanje sustava.

Konvencionalne (komercijalne) konfiguracije višerotorskih letjelica karakterizira podupravljanost sustava pa samim time postoje ograničenja u gibanju letjelice kroz prostor. Stupanj upravljanosti letjelice ovisi o geometrijskom rasporedu konfiguracije. Za korištenje višerotorskih letjelica kao zračnih robota, potrebno je povećati stupanj upravljanosti letjelice odabirom parametara konfiguracije. S obzirom na visoku potrošnju energije takvog tipa letjelice, potrebno je odabrati komponente sustava koje omogućuju postizanje željenih performansi uz smanjenu potrošnju energije.

Nužan preduvjet za praktičnu primjenu višerotorskih letjelica kao zračnih robota je robusnost s obzirom na neodređenosti u sustavu i prisutnost vanjskih poremećaja. Unatoč velikom broju istraživanja još uvijek postoje mogućnosti povećanja robusnosti sustava, a samim time i spektra primjena letjelica. To je ujedno glavna motivacija za novi pristup sintezi robusnog algoritma upravljanja koji osim spomenutih neodređenosti i poremećaja može kompenzirati i kvar rotora letjelice.

Sažetak

Višerotorski tip bespilotnih letjelica zbog svojih je karakteristika tipični predstavnik zračnih mobilnih robota. U odnosu na ostale tipove bespilotnih letjelica, posjeduje puno veći spektar manevarskih sposobnosti pa samim time može izvoditi precizna i kompleksna gibanja. S aspekta upravljanja, višerotorske letjelice predstavljaju vrlo konfigurabilnu platformu za sintezu robusnog upravljanja.

U radu je predstavljena poopćena upravljačka alokacijska shema za višerotorski tip letjelica koja opisuje konfiguraciju letjelice. Upravljačka alokacijska shema determinira stupanj upravljanosti letjelice te omogućuje efikasnije projektiranje sustava. Inverz sheme omogućava implementaciju upravljanja za proizvoljne parametre konfiguracije. Prikazan je metodološki pristup projektiranju višerotorske letjelice pri čemu je ključno odabrati komponente i parametre konfiguracije s obzirom na opremu, odnosno misiju koju letjelica treba obaviti. Projektiranje je prikazano kroz eksperimentalnu identifikaciju i karakterizaciju pogonskih jedinica, analizu pogonskog i energetskog podsustava te optimiranje parametara konfiguracije letjelice. Provedena je sinteza robusnog regulatora za potpuno upravljane konfiguracije višerotorskih letjelica, koji se temelji na algebarskom estimatoru derivacija signala visoke razine točnosti. Simulacijskim usporedbama s konvencionalnom strukturom aktivnog upravljanja s kompenzacijom poremećaja, pokazano je da se predloženim pristupom upravljanju mogu ostvariti bolje performanse sustava. Osim kompenzacije vanjskih poremećaja i nemodelirane dinamike, pokazana je i robusnost na kvar rotora. Za potrebe testiranja performansi, konstruirane su i izrađene eksperimentalne modularne višerotorske letjelice.

Ključne riječi: višerotorske letjelice, upravljačka alokacijska shema, potpuno upravljane konfiguracije letjelice, kut nagiba rotora, algebarski estimator poremećaja, AlgDRC

Summary

Due to its characteristics, the multirotor type of UAV is a typical representative of aerial mobile robots. Compared to other types of UAVs, it has a much larger range of maneuverability and thus can perform precise and complex movements. From a control perspective, multirotor UAVs are a highly configurable platform for the synthesis of robust control.

In this research, a generalized control allocation scheme is presented which describes the multirotor UAV configuration. The control allocation scheme determines the degree of control of the system and enables more efficient aircraft design. The inverse schema enables the control system implementation for arbitrary configuration parameters. A methodological approach to multirotor design is presented, where it is crucial to select components and configuration parameters concerning the mission that the aircraft is to perform. The design is demonstrated through experimental identification and characterization of propulsion units, analysis of propulsion and energy subsystems and optimization of multirotor configuration parameters. Robust control design for fully actuated multirotor configurations is proposed based on an algebraic signal derivatives estimator. Simulation results have shown that the proposed control approach can achieve better performance in relation to the conventional structure of active disturbance rejection control. In addition to compensation for external disturbances and unmodeled dynamics, robustness to rotor failure has also been demonstrated. For performance testing, experimental modular multirotor aircraft have been constructed and produced.

Keywords: multirotor UAV, control allocation scheme, fully actuated multirotor, rotor tilt angle, algebraic disturbance estimator, AlgDRC control

Popis oznaka

Oznaka	Opis
m	masa sustava letjelice
m_{AV}	masa upravljačkog podsustava
m_{PS}	masa pogonskog podsustava
m_{ES}	masa energetskog podsustava
m_{PL}	masa opreme i tereta
N	broj rotora
$\mathcal{F}^E$	inercijski koordinatni sustav
$\mathcal{F}^B$	koordinatni sustav letjelice
$\boldsymbol{\xi}$	pozicija letjelice
$\boldsymbol{\eta}$	orijentacija letjelice
$\mathbf{v}^B$	translacijske (linearne) brzine letjelice
$\boldsymbol{\omega}^B$	rotacijske (kutne) brzine letjelice
$\mathbf{R}$	matrica rotacije
$\boldsymbol{\Omega}_B$	matrica transformacije
$\boldsymbol{\nu}$	vektor brzine letjelice u $\mathcal{F}^B$
$\boldsymbol{\varepsilon}$	vektor pozicije i orijentacije letjelice u $\mathcal{F}^E$
$\mathbf{F}$	vektor sila koje djeluju na tijelo s obzirom na $\mathcal{F}^B$
$\mathbf{T}$	vektor momenata koji djeluju na tijelo s obzirom na $\mathcal{F}^B$
$\mathbf{I}$	matrica momenata inercije letjelice
$\mathbf{M}_B$	matrica inercije sustava
$\mathbf{C}_B\ \boldsymbol{\nu}$	matrica centripetalnih i Coriolisovih sila
$\mathbf{g}_B$	vektor gravitacijske sile
$\mathbf{d}_f$	vektor sila vanjskih poremećaja
$\mathbf{f}$	vektor sila pogonskog podsustava
$\mathbf{o}_B$	vektor žiroskopskog momenta
$\mathbf{d}_\tau$	vektor momenata vanjskih poremećaja
$\boldsymbol{\tau}$	vektor momenata pogonskog podsustava
$\mathbf{u}_B$	upravljački vektor

$\mathbf{\Gamma}_B$	matrica upravljačke alokacijske sheme
$\mathbf{\Omega}$	vektor kvadrata kutnih brzina rotora
f_{R_i}	Sila potiska *i*-tog rotora
k_f	faktor sile potiska
ω_i	kutna brzina *i*-tog rotora
τ_{R_i}	moment otpora *i*-tog rotora
k_τ	faktor momenta otpora
$\mathcal{F}^{R_i}$	koordinatni sustav rotora
$\boldsymbol{\xi}_{R_i}$	pozicija *i*-tog rotora
l_i	duljina kraka *i*-tog rotora
$\boldsymbol{\chi}$	vektor kutova pozicije rotora
$\boldsymbol{\beta}$	vektor kutova otvora orijentacije rotora
$\boldsymbol{\gamma}$	vektor kutova nagiba orijentacije rotora
$\boldsymbol{\eta}_{R_i}$	orijentacija *i*-tog rotora
$\mathbf{f}_i$	vektor sile *i*-tog rotora s obzirom na $\mathcal{F}^B$
$\boldsymbol{\tau}_i$	vektor momenata *i*-tog rotora s obzirom na $\mathcal{F}^B$
F_{Zmax}	maksimalna sila potiska pogonskog podsustava u vertikalnoj osi
TWR	omjer potiska i težine letjelice
i_{dem}	jakost električne struje na traženoj sili potiska
t_{est}	procjenjeno vrijeme leta
$e\ t$	regulacijska pogreška
K_P	konstanta pojačanja proporcionalnog djelovanja
K_D	konstanta pojačanja derivacijskog djelovanja
K_I	konstanta pojačanja integralnog djelovanja
$\boldsymbol{\xi}_{des}(t)$	referentna trajektorija pozicije
$\boldsymbol{\xi}$	regulacijske pogreške pozicije
u_{iSMC}	djelovanje SMC regulatora
s_i	varijabla klizne površine
$\mathbf{s}_f, \mathbf{s}_\tau$	vektor varijabli kliznih površina
$\boldsymbol{\Upsilon}$	vektor varijabli RISE algoritma upravljanja

$u(t)$	vremenski kontinuirani signal s omeđenim derivacijama
$\mathbf{u}\ t$	vektor estimiranih derivacija signala
n	red filtera
a	parametar filtera
$\mathbf{x}\ t$	vektor stanja filtera
$\mathbf{A}$	matrica sustava filtera
$\mathbf{b}$	matrica ulaza filtera
$\mathbf{C}$	matrica izlaza filtera
$\overline{\mathbf{M}}$, $\mathbf{W}$	gornja trokutasta Toeplitzova matrica
$\mathbf{k}$	matrica pojačanja
$\overline{m}$	nepoznata masa sustava s poznatom gornjom granicom
$d(t)$	ukupni poremećaj
$\mathbf{d}\ t$	izlazni vektor filtera (estimatora)
k	„koeficijent sustava letjelice“
$\mathbf{z}_1$	vektor stanja transformirane prve jednadžbe filtera
$\mathbf{z}_2$	vektor stanja transformirane druge jednadžbe filtera
$\mathbf{z}_0$	vektor stanja estimacije pozicije i brzine
$\mathbf{z}$	ukupni vektor stanja filtera
$\mathbf{A}_0$	ukupna matrica sustava filtera
$\mathbf{B}_0$	ukupna matrica ulaza filtera
$\mathbf{C}_0$	ukupna matrica izlaza filtera
$\mathbf{D}_0$	ukupna matrica prijenosa filtera
$\overline{\mathbf{u}}$	vektor ulaza filtera
$\mathbf{y}$	vektor estimirane pozicije, brzine i poremećaja
$\overline{\mathbf{y}}_d$	vektor derivacija referentnog stanja
$\mathbf{K}_0$	vektor pojačanja upravljačke varijable
$\otimes$	Kroneckerov produkt matrica

Napomena: Sve gore navedene oznake, kao i preostale, objašnjene su detaljnije u tekstu na mjestu pojavljivanja.

Popis tablica

Tablica 2.1: Klasifikacija letjelica. 9
Tablica 2.2: Klasifikacija bespilotnih letjelica. 10
Tablica 2.3: Propeleri s konstantnim kutom nagiba elise. 16
Tablica 2.4: Karakteristike tipičnih BLDC motora. 19
Tablica 2.5: Karakteristike tipičnih ESC-ova. 20
Tablica 2.6: Izvedba i testiranje pogonskog sustava letjelice promjera (dijagonale) D=160 mm. 21
Tablica 2.7: Izvedba i testiranje letjelice promjera (dijagonale) D=90 mm. 21
Tablica 2.8: Karakteristike tipičnih LiPo baterija. 24
Tablica 2.9: Pixawk autopiloti i njihove karakteristike. 27
Tablica 2.10: Eksperimentalna letjelica za testiranje PX4 upravljačkog podsustava. 28
Tablica 2.11: Povezanost kanala s upravljačkim signalima. 30
Tablica 2.12 FrSKY Rx moduli i njihove karakteristike. 30
Tablica 3.1: Kutovi orijentacije letjelice. 35
Tablica 3.2: Rezultati testiranja FX4 konfiguracije. 59
Tablica 3.3: Rezultati testiranja NFX6 konfiguracije. 60
Tablica 3.4: Rezultati testiranja NFX8 konfiguracije. 61
Tablica 4.1: BLDC motori s pripadnim komponentama. 63
Tablica 4.2: Parametri i segmenti mjerenja. 80
Tablica 4.3: Margine sila za NFX8 – MN1806. 88
Tablica 4.4: Margine sila za NFX6 – MN2214. 88
Tablica 4.5: Margine sila za NFX8 – MN2214. 89
Tablica 4.6: Margine sila za NFX6 – MN4014. 89
Tablica 4.7: Margine sila za NFX8 – MN4014. 90
Tablica 5.1: Parametri višerotorske letjelice. 104
Tablica 5.2: Parametri nelinearnog sustava i zakona upravljanja. 118
Tablica 5.3: Parametri nelinearnog sustava i zakona upravljanja. 126
Tablica 5.4: Parametri sustava višerotorske letjelice sa šest rotora za prvi slučaj. 136
Tablica 5.5: Parametri sustava višerotorske letjelice sa šest rotora za drugi slučaj. 138
Tablica 5.6: Parametri sustava višerotorske letjelice sa šest rotora za treći slučaj. 139
Tablica 5.7: Parametri sustava višerotorske letjelice sa osam rotora za četvrti slučaj. 141
Tablica 6.1: Parametarska konstrukcija okvira – IndoorCopter_pv1. 144
Tablica 6.2: Faze izvedbe realnog sustava. 145
Tablica 6.3: Moguće konfiguracije pogonskog modula – D550. 148
Tablica 6.4: Geometrijski raspored konvencionalnih konfiguracija letjelice EMMR500. 150
Tablica 6.5: Modeli i dijelovi kraka rotora. 151
Tablica 6.6: Karaktersitike elektromotornog servo pogona FR5311M. 155
Tablica 6.7: Kanali RC odašiljača. 160

Popis slika

Slika 2.1: Konfiguracija quadrotora - 3DR Solo. 11
Slika 2.2: Quadrotor - 3DR Solo. 11
Slika 2.3: Shematski prikaz sustava elektromotorne višerotorske bespilotne letjelice. 12
Slika 2.4: CLDC quadrotor. 13
Slika 2.5: Flying glass drone. 13
Slika 2.6: DJI Agrass. 13
Slika 2.7: Shematski prikaz elektromotorne pogonske jedinice. 14
Slika 2.8: Letjelica s elektormotornim BLDC pogonom. 15
Slika 2.9: Temeljni parametri propelera. 16
Slika 2.10: Potpuno preklapanje propelera. 17
Slika 2.11: Koaksijalna izvedba pogona. 17
Slika 2.12: Efikasnost propelera u kombinaciji s BLDC motorom EMAX RS2205, 12 V [51]. 17
Slika 2.13: Pojednostavljeni prikaz BLDC motora [53]. 18
Slika 2.14: Strujni krug pogonske jedinice a), protu-elektromotorne sile motora b) [56]. 20
Slika 2.15: Shematski prikaz energetskog podsustava. 22
Slika 2.16: Spoj ćelija 3S LiPo baterije. 23
Slika 2.17: Specifični kapacitet Turnigy LiPo baterija [32]. 23
Slika 2.18: PDB s konektorom. 24
Slika 2.19: MAUCH power cube 4. 24
Slika 2.20: Shematski prikaz upravljačkog podsustava. 25
Slika 2.21: Očitanje s troosnog akcelerometra za vrijeme testiranja letjelice. 28
Slika 2.22: Shematski prikaz daljinskog upravljanja. 29
Slika 2.23: Prikaz orbitalnih ravnina i satelita. 31
Slika 2.24: Pixhawk 2 Here RTK GPS. 32
Slika 2.25: Teensy 3.2 razvojna pločica. 32
Slika 2.26: Teensy 4.0 razvojna pločica. 32
Slika 3.1: Podjela matematičkog modela višerotorske letjelice. 33
Slika 3.2: Referentni koordinatni sustavi letjelice. 34
Slika 3.3: Rotacija oko Z osi. 36
Slika 3.4: Rotacija oko Y1 osi. 37
Slika 3.5: Rotacija oko XB osi. 37
Slika 3.6: Aerodinamički oblik propelera. 44
Slika 3.7: Model protoka zraka rotora. 44
Slika 3.8: Quadrotor - X4 [70]. 45
Slika 3.9: Hexarotor - X6 [70]. 45
Slika 3.10: Octorotor - +8 [70]. 45
Slika 3.11: Coaxial hexarotor - CY6 [70]. 46

Slika 3.12: Coaxial octorotor - CX8 [70]. 46
Slika 3.13: Koordinatni sustav i-tog rotora. 47
Slika 3.14: Kutovi orijentacije i-tog rotora. 48
Slika 3.15: Pogonski podsustav NFX6. 52
Slika 3.16: Quadrotor – F+4 [70]. 52
Slika 3.17: Prototip letjelice Co-Axial Y6-Rotor UAV [8]. 54
Slika 3.18: Shematski prikaz upravljačkih varijabli trokutaste konfiguracije quadrotora. 55
Slika 3.19: FX4 konfiguracija letjelice. 59
Slika 3.20: NFX6 konfiguracija letjelice. 60
Slika 3.21: NFX8 konfiguracija letjelice. 61
Slika 4.1: Podjela sustava višerotorskog tipa letjelica. 62
Slika 4.2: RCbenchamrk 1580. 64
Slika 4.3: Shematski prikaz RCbenchamrk 1580. 64
Slika 4.4:Upravljački (PWM) signal mjerenja. 65
Slika 4.5: Mjerenje broja okretaja rotora optičkom sondom. 66
Slika 4.6: Mjerenje sile potiska dinamometrom. 66
Slika 4.7: Mjerenje jakosti električne struje. 66
Slika 4.8: Mjerenje vibracija. 67
Slika 4.9: Statičke mape broja okretaja - 1806 motori. 68
Slika 4.10: Statičke mape broja okretaja - MN2214 motor. 68
Slika 4.11: Statičke mape broja okretaja - MN4014 motor. 68
Slika 4.12: Statičke mape sila potiska - 1806 motori. 69
Slika 4.13: Statičke mape sila potiska - MN2214 motor. 69
Slika 4.14: Statičke mape sila potiska - MN4014 motor. 69
Slika 4.15: Statičke mape momenata otpora - 1806 motori. 70
Slika 4.16: Statičke mape momenata otpora - MN2214 motor. 70
Slika 4.17: Statičke mape momenata otpora - MN4014 motor. 70
Slika 4.18: Statičke mape jakosti električne struje - 1806 motori. 71
Slika 4.19: Statičke mape jakosti električne struje - MN2214 motor. 71
Slika 4.20: Statičke mape jakosti električne struje - MN4014 motor 71
Slika 4.21: Statičke mape električne snage - 1806 motori. 72
Slika 4.22: Statičke mape električne snage - MN2214 motor. 72
Slika 4.23: Statičke mape električne snage - MN4014 motor. 72
Slika 4.24: Karakteristike sile potiska - 1806 motori. 74
Slika 4.25: Karakteristike sile potiska - MN2214 motor. 74
Slika 4.26: Karakteristike sile potiska - MN4014 motor. 74
Slika 4.27: Karakteristike momenta otpora - 1806 motor. 75
Slika 4.28: Karakteristike momenta otpora - MN2214 motor. 75

Slika 4.29: Karakteristike momenta otpora - MN4014 motor. 75
Slika 4.30: Karakteristike sile potiska odabranih jedinica. 76
Slika 4.31: Karakteristike električne snage - 1806 motori. 77
Slika 4.32: Karakteristike električne snage - MN2214 motor. 77
Slika 4.33: Karakteristike električne snage - MN4014 motor. 77
Slika 4.34: Ukupna korisnost - 1806 motori. 78
Slika 4.35: Ukupna korisnost - MN2214 motor. 78
Slika 4.36: Ukupna korisnost - MN4014 motor. 78
Slika 4.37: Karakteristike jakosti električne struke odabranih jedinica. 79
Slika 4.38: Ukupna korisnost odabranih jedinica. 79
Slika 4.39: Segment konfiguracije. 80
Slika 4.40: Shematski prikaz razmatranog pogonskog podsuatava. 80
Slika 4.41: Raspodjela masa sustava prve serije letjelica (TWR = 1.7). 81
Slika 4.42: Raspodjela masa sustava druge serije letjelica (TWR = 1.8). 82
Slika 4.43: Raspodjela masa sustava treće serije letjelica (TWR = 1.8). 82
Slika 4.44: Raspodjela masa sustava četvrte serije letjelica (TWR = 1.8). 83
Slika 4.45: Raspodjela masa sustava pete serije letjelica (TWR = 1.8). 83
Slika 4.46: Estimirano vrijeme stacionarnog leta prve serije letjelica. 84
Slika 4.47: Estimirano vrijeme stacionarnog leta druge serije letjelica. 85
Slika 4.48: Estimirano vrijeme stacionarnog leta treće serije letjelica. 85
Slika 4.49: Estimirano vrijeme stacionarnog leta četvrte serije letjelica. 86
Slika 4.50: Estimirano vrijeme stacionarnog leta pete serije letjelica. 86
Slika 4.51: Pogonski podsustav NFX6 letjelice. 87
Slika 4.52: Pogonski podsustav NFX8 letjelice. 87
Slika 4.53: Procjenjeno vrijeme leta u ovisnosti o kutu nagiba rotora. 91
Slika 4.54: Vrijeme leta za NFX8 – MN1806 letjelicu. 92
Slika 4.55: Vrijeme leta za NFX8 – MN2214 letjelicu. 92
Slika 4.56: Vrijeme leta za NFX6 – MN4014 letjelicu. 93
Slika 4.57: Vrijeme leta za NFX8 – MN4014 letjelicu. 93
Slika 4.58: Metodologija za određivanje optimalnih parametara geometrijskog rasporeda pogonskog podsustava. 94
Slika 5.1: Elementi autonomnog leta. 95
Slika 5.2: Shema upravljanja potpuno upravljanih višerotorskih letjelica. 96
Slika 5.3: FLC – odziv sustava u prisustvu vanjskog poremećaja. 103
Slika 5.4: SMC– odziv sustava u prisustvu vanjskog poremećaja. 103
Slika 5.5: Odziv sustava u zatvorenoj petlji SMC uz prisustvo vanjskih poremćaja. 105
Slika 5.6: Greške pozicije u zatvorenoj petlji SMC uz prisustvo vanjskih poremćaja. 105
Slika 5.7: Upravljačke sile letjelice u zatvorenoj petlji SMC uz prisustvo vanjskih poremćaja. 106

Slika 5.8: Upravljačke sile letjelice u zatvorenoj petlji RISE uz prisustvo vanjskih poremćaja. 106
Slika 5.9: Greške pozicije u zatvorenoj petlji RISE uz prisustvo vanjskih poremćaja. 107
Slika 5.10: SMC– odziv sustava u prisustvu vanjskog poremećaja. 107
Slika 5.11: RISE– odziv sustava u prisustvu vanjskog poremećaja. 107
Slika 5.12: Gornje granice grešaka estimacije za nultu, prvu i drugu derivaciju signala u ovisnosti o parametru a i dimenziji filtera n [29]. 113
Slika 5.13: Odziv sustava bez kompenzacije poremećaja 118
Slika 5.14: Odziv sustava s kompenzacijom poremećaja 118
Slika 5.15: Pogreška estimacije ukupnog poremećaja u ovisnosti o dimenziji filtera. 119
Slika 5.16: Pogreška estimacije ukupnog poremećaja u ovisnosti o parametru filtera. 119
Slika 5.17: Odziv sustava u slučaju zašumljnog mjerenog signala, n=6, a=6. 120
Slika 5.18: Odziv sustava u slučaju zašumljnog mjerenog signala, n=3 a=6. 121
Slika 5.19: Odziv sustava u slučaju zašumljnog mjerenog signala, n=6, a=3. 121
Slika 5.20: Odziv sustava u slučaju zašumljnog mjerenog signala, n=6, a=3, s jednim dodatnim filtriranjem. 121
Slika 5.21: Odziv sustava u slučaju zašumljnog mjerenog signala, n=6, a=3, s dva dodatna filtriranja. 122
Slika 5.22: Rezultati simulacija za AlgDRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=6. . 127
Slika 5.23: Rezultati simulacija za GLADRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=6. 127
Slika 5.24: Rezultati simulacija za AlgDRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=9. . 128
Slika 5.25: Rezultati simulacija za GLADRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=9. 128
Slika 5.26: Rezultati simulacija za AlgDRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=12. 129
Slika 5.27: Rezultati simulacija za GLADRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=12. 129
Slika 5.28: Rezultati simulacija za AlgDRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=6, uz početni uvjet. 130
Slika 5.29: Rezultati simulacija za GLADRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=6, uz početni uvjet. 130
Slika 5.30: Rezultati simulacija za AlgDRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja veće amplitude i frekvencije kada je n=6. 131
Slika 5.31: Rezultati simulacija za GLADRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja veće amplitude i frekvencije kada je n=6. 132
Slika 5.32: Rezultati simulacija za AlgDRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja veće amplitude i frekvencije kada je n=12. 132
Slika 5.33: Rezultati simulacija za GLADRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja veće amplitude i frekvencije kada je n=12. 133
Slika 5.34: Odziv sustava u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja za prvi slučaj. ... 136
Slika 5.35: Regulacijske pogreške pozicije u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja za prvi slučaj. 136

Slika 5.36: Upravljačke sile letjelice u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja za prvi slučaj. ... 137
Slika 5.37: Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za prvi slučaj. ... 137
Slika 5.38: AlgDRC– odziv sustava 3D za prvi slučaj. ... 137
Slika 5.39: AlgDRC– odziv sustava 2D za prvi slučaj. ... 137
Slika 5.40: Odziv sustava u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja za drugi slučaj. ... 138
Slika 5.41: Regulacijske pogreške pozicije i orijentacije u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja za drugi slučaj. ... 138
Slika 5.42: Upravljačke sile i momenti letjelice u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja za drugi slučaj. ... 139
Slika 5.43: Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za drugi slučaj. ... 139
Slika 5.44: Regulacijske pogreške pozicije i orijentacije u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja za treći slučaj. ... 140
Slika 5.45: Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za treći slučaj. ... 140
Slika 5.46: Odziv sustava u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja i kvar aktuatora za četvrti slučaj. ... 141
Slika 5.47: Regulacijske pogreške pozicije i orijentacije u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja i kvar aktuatora za četvrti slučaj. ... 141
Slika 5.48 Upravljačke sile i momenti letjelice u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja i kvar aktuatora za četvrti slučaj. ... 142
Slika 5.49: Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za četvrti slučaj. ... 142
Slika 5.50: Odziv sustava u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja i kvar aktuatora ($R1$ i $R2$) za četvrti slučaj. ... 143
Slika 6.1: 3D model - NFH6. ... 146
Slika 6.2: Pogonski modul – NFH6. ... 146
Slika 6.3: Moguće topologije modularne višerotorske letjelice. ... 146
Slika 6.4: D500. ... 147
Slika 6.5: D550. ... 147
Slika 6.6: D1000. ... 147
Slika 6.7: 3D model pogonskog modula - FX6. ... 148
Slika 6.8: Prototip unutarnjeg prstena. ... 148
Slika 6.9: Testiranje konvencionalne konfiguracije sa 6 rotora. ... 148
Slika 6.10: Testiranje potpuno upravljane konfiguracije sa 6 rotora. ... 149
Slika 6.11: Moguće izvedbe pogonskog modula. ... 149
Slika 6.12: 3D model kućišta upravljačkog modula. ... 150
Slika 6.13: Upravljački modul – PX4. ... 150
Slika 6.14: Pogonska jedinica – MN1806 – 7024. ... 151
Slika 6.15: 3D model unutarnjeg prstena. ... 152

Slika 6.16: Unutarnji prsten s pričvrsnim elementima. 152
Slika 6.17: 3D model vanjskog prstena - 6 rotora. 152
Slika 6.18.: 3D model vanjskog prstena - 8 rotora. 152
Slika 6.19: Izvedba F+8. 153
Slika 6.20: Izvedba NFX6 153
Slika 6.21: 3D model pogonskog modula NFX8. 153
Slika 6.22: Dijelovi okvira kraka rotora. 154
Slika 6.23: Sklop pogonske jedinice. 154
Slika 6.24: 3D model kućišta modula za aktivno upravljanje nagibom krakova rotora. 154
Slika 6.25: Modul za aktivno upravljanje nagibom krakova rotora. 154
Slika 6.26: 3D model letjelice – VTX4. 155
Slika 6.27: 3D model letjelice - VTX6. 155
Slika 6.28: Simulink blok vehicle_attitude. 156
Slika 6.29: Prvo testiranje upravljačkog podsustava. 157
Slika 6.30: Simulink blok sensor_combined. 157
Slika 6.31: Simulink model za ispisivanje vrijednosti senzora. 158
Slika 6.32: Drugo testiranje upravljačkog podsustava. 158
Slika 6.33: Simulink blok battery_measure. 159
Slika 6.34: Shematski prikaz RC odašiljača Taranis X7S. 160
Slika 6.35: Simulink blok input_rc. 161
Slika 6.36: Blok za prilagodbu signala palica. 161
Slika 6.37: Blok za prilagodbu signala sklopki. 161
Slika 6.38: Simulink blok PWM_output. 162
Slika 6.39: Izlazni portovi Pixhawk FC-a. 162
Slika 6.40: Robot za testiranje daljinskog upravljanja. 162
Slika 6.41: Simulink modul za podešavanje parametara regulatora. 163
Slika 6.42: Simulink model za testiranje vanjskog načina rada. 164
Slika 6.43: Odziv senzora za vrijeme testiranja vanjskog načina rada. 164
Slika 6.44: QGroundControl – kalibracija senzora. 165
Slika 6.45: Upravljačke naredbe (RC upravljanje). 165
Slika 6.46: Odziv sustava – kut valjanja (roll). 166
Slika 6.47: Odziv sustava – kut propinjanja (pitch). 166
Slika 6.48: Odziv sustava – kut skretanja (yaw). 166
Slika 6.49: Električne veličine za vrijeme testnog leta. 167
Slika 6.50: Shematski prikaz upravljačkog sustava za testiranje svesmjerne VTMR1000 letjelice. 167
Slika 6.51: Pogonski podsustav VTX1000 letjelice. 168
Slika 6.52: Testiranje koncepta aktivnog zakretanja kraka rotora. 168

1. Uvod

1.1 Motivacija

Bespilotne letjelice (engl. *Unmanned Aerial Vehicles - UAV*) mogu se definirati kao autonomne ili daljinski vođene letjelice koje tijekom misije ne zahtijevaju posadu. Posljednjih desetak godina istraživanja su u predmetnom području doživjela ogroman porast što je omogućeno razvojem komponenti koje čine sustav, prije svega MEMS[1] senzora, a zatim i mikrokontrolera te komponenti pogona i baterija. Postoji nekoliko kategorija letjelica (rotokopteri, letjelice s fiksnim krilima, mahokrilci, hibridne letjelice) koje su u različitim fazama istraživanja, razvoja i korištenja. Ovisno o kategorijama i namjeni, izvedbe mogu biti veličine zrakoplova pa sve do mikro letjelica (engl. *Micro Aerial Vehicles - MAV*) [1]. Zbog sposobnosti obavljanja vertikalnog polijetanja i slijetanja (engl. *Vertical Take-off and Landing - VTOL*), rotokopteri (višerotorske letjelice i helikopteri) ne trebaju pistu ili rampu za lansiranje. To ih čini pogodnima za nadziranja, inspekciju, primjene u građevinskom sektoru [2], poljoprivredi [3], misijama potrage i spašavanja [4], manipulaciji i međudjelovanju s okolinom [5] i mnoge druge primjene koje između ostalog podrazumijevaju elemente stacionarnog leta i preciznija gibanja.

Višerotorski tip UAV zbog svoje se jednostavnosti i raznovrsnosti trenutno najviše istražuje i primjenjuje. Ove letjelice promatraju se kao kruto tijelo sa šest stupnjeva slobode gibanja koje se sastoji od N rotora na čije su osi montirani propeleri. Propeleri svojom rotacijom stvaraju aerodinamičke sile i momente iz čega proizlazi da dinamika letjelice direktno ovisi o kutnim brzinama rotora. Karakterizira ih velika agilnost i manevarske sposobnosti što dolazi uz cijenu visoke potrošnje energije. S upravljačke točke gledišta, višerotorske letjelice su inherentno nestabilni te izrazito nelinearni viševarijabilni sustavi. Za postizanje stabilnog leta potrebno je kombinirati senzore visoke točnosti te efikasan algoritam upravljanja. Kompleksni sustav takvog tipa letjelica otvara nova područja u projektiranju i upravljanju te potencijalnim primjenama letjelica kao letećih robota (engl. *flying, aerial robots*). Obavljanje zadataka u misijama potrage i spašavanja, međudjelovanja s okolinom [6], dizanja i prenašanja tereta [7], zahtijeva kompleksnije konfiguracije i robusno upravljanje s ciljem postizanja željenih performansi.

[1] MEMS - mikro-elektro-mehanički sustavi (engl. *Micro-Electro-Mechanical Systems*).

1.2 Pregled dosadašnjih istraživanja

U brojnoj literaturi, uglavnom su opisane konvencionalne konfiguracije višerotorskih letjelica koje karakterizira paralelni (planarni) i simetrični raspored parnog broja rotora, a većina izvedbi sastoji se od četiri rotora, kvadrotora (engl. *quadrotor, quadcopter*), koje u osnovi čini elektromotorni pogon. Osim kvadrotora, najčešće su izvedbe sa šest (engl. *hexarotor*) [3] i osam rotora (engl. *octorotor*) [6], a postoje i kompaktne letjelice s koaksijalnom izvedbom pogona [8]. Glavni im je nedostatak svojstvo podupravljanosti (engl. *underactuated*) sustava zbog planarnog rasporeda rotora iz čega proizlazi spregnutost sustava letjelice budući da je za promjenu pozicije potrebno promijeniti i orijentaciju.

Veliki broj istraživanja usmjeren je na matematičko modeliranje i projektiranje novih konfiguracija letjelica s različitim poboljšanjima poput trokutaste konfiguracije sa četiri rotora [9] koja kombinira energetsku učinkovitost helikoptera i mehaničku jednostavnost kvadrotora. Osim aspekta uštede energije, jedan od ciljeva je prevladavanje svojstva podupravljanosti pa je tako u radu [10] predstavljena ne-paralelna platforma sa šest pasivno nagnutih rotora. Osim što su potpuno upravljane (engl. *fully actuated*), takve konfiguracije otpornije su na vanjske poremećaje te su pogodne za međudjelovanje s okolinom [11]. Za potrebe manipulacije objektima u prostoru, postoje novi koncepti s aktivnim nagibom rotora, poput preupravljanog (engl. *overactuated*) kvadrotora predloženog u radu [12], čime je omogućeno potpuno upravljanje zračnim mobilnim robotom.

Ključnu ulogu u projektiranju višerotorskog tipa letjelice ima odabir pogonskog podsustava i potrebnog izvora energije (LiPo baterije). Eksperimentalnim putem moguće je verificirati specifikacije proizvođača pogonskih komponenti i nadalje istražiti korisnost pogonskih jedinica. Identifikacija i karakterizacija pogonskih jedinica (rotora) [13] prvi je korak u odabiru pogonskog podsustava, budući da dinamika letjelice direktno ovisi o karakteristikama pogona. Osim geometrijskog rasporeda konvencionalnih letjelica, istražuju se i rasporedi s djelomičnim preklapanjem susjednih površina propelera pri čemu se istražuje učinak međudjelovanja rotora na ukupni potisak letjelice [14].

Budući da se letjelice mogu koristiti za različite namjene, strategije projektiranja ovise o projektnim parametrima, ali i o ekonomskoj računici. Razvoj višerotorske letjelice, pogotovo MAV izvedbi, znatno je određen s obzirom na ograničenja u njihovoj veličini, težini i potrošnji električne energije [15]. Analiza i optimiranje parametara s ciljem smanjenja potrošnje energije te posljedično povećanja autonomije letjelice predmet su brojnih istraživanja. Preliminarna

metodologija za projektiranje hibridne VTOL letjelice predstavljena je u istraživanju [16], a u radu [17] istražen je problem duljine vremena leta. Na temelju procijenjenih fizikalnih parametara pogona, u radu [18] je predstavljena optimizacija višerotorske letjelice.

Metode upravljanja autonomnim letjelicama ovise o komponentama upravljačkog podsustava koji se u osnovi sastoji od upravljačke jedinice (engl. *Flight Controller – FC*) s integriranom inercijskom jedinicom koja pruža informacije o orijentaciji letjelice te GPS-a pomoću kojeg se letjelica može pozicionirati. Komercijalni sustavi letjelica pretežito koriste poznate tehnike linearnog upravljanja (uglavnom PID regulatori), a osnovne varijante opisane su u radu [19]. Tijekom obavljanja misija letjelice su često izložene naletima vjetra ili drugim poremećajima okoliša koje linearno upravljanje ne može kompenzirati, zbog čega je operabilnost sustava ograničena.

U radu [20] je predložen robusni algoritam upravljanja koji zahtijeva mjerenje pozicije u inercijskom koordinatnom sustavu te kut skretanja. Upravljanje s kliznim režimom rada (engl. *Sliding Mode Control – SMC*) podložno je pojavi istitravanja (engl. *chattering*) upravljačkih varijabli, stoga je u radu [21] predložen modificirani robusni algoritam upravljanja drugog reda. Problemi implementacije razmatranih algoritama jesu potreba za estimiranjem translacijske brzine letjelice te pojačano istitravanje uzrokovano šumom. U radu [22] je predloženo robusno upravljanje s kompenzacijom poremećaja koje se sastoji od observera poremećaja (engl. *disturbance observer – DOB*) i nelinearnog algoritma upravljanja te je validirano za slučaj slijeđenja referentnih kutova kvadrotora.

Primjena observera poremećaja nameće pitanje, razmatrano u radu [23], što zapravo treba znati o procesu da bi se njime moglo upravljati. Primjena konvencionalnih observera poremećaja ograničena je zahtjevom za poznavanjem matematičkog modela objekta upravljanja. Zadnjih godina veliki interes pobudile su metode kompenzacije poremećaja zasnovane na proširenom observeru stanja (engl. *Extended State Observers - ESO*) koje umjesto eksplicitnog matematičkog modela zahtijevaju poznavanje samo reda dinamičkog sustava i ocjenu jednog parametra. Navedeni pristup aktivnog upravljanja s kompenzacijom poremećaja (engl. *Active Disturbance Rejection Control - ADRC*) pokazao se vrlo učinkovitim u brojnim primjenama [24, 25]. Temeljem analize različitih pristupa robusnom upravljanju letjelicom, nadalje su istražene mogućnosti poboljšanja i primjene za upravljanje sustavima višerotorskih letjelica.

Poboljšanje performansi ADRC metodologije predmet je intenzivnih istraživanja zadnjih godina [26], uključujući i upravljanje letjelicama [27, 28]. Osnovni nedostaci ADRC metodologije su ograničena točnost estimacije poremećaja, visokoamplitudne tranzijentne oscilacije (engl. *peaking phenomenon*), kao i osjetljivost na šum i nagle poremećaje. Algebarski pristup estimaciji stanja i derivaciji signala, prikazan u nedavno objavljenim radovima [29, 30], pruža mogućnost prevladavanja navedenih ograničenja ADRC metodologije i do sada nije bilo istraživanja u tom pravcu.

1.3 Cilj i hipoteza rada

Cilj istraživanja je razrada metodološkog pristupa modeliranju i projektiranju višerotorskog tipa bespilotnih letjelica te sinteza robusnog algoritma upravljanja za potpuno upravljane konfiguracije višerotorske letjelice što će u konačnici rezultirati poboljšanjem performansi. Pri tome je važno:

- definirati i matematički opisati sustav bespilotnih letjelica višerotorskog tipa s naglaskom na općeniti prikaz proizvoljnih konfiguracija;
- provesti eksperimentalna mjerenja tipičnih elektromotornih pogonskih jedinica u svrhu identifikacije parametara i karakterizacije;
- definirati parametre pogonskog i energetskog podsustava letjelice te analizirati utjecaj parametara na performanse letjelice;
- provesti optimiranje parametara geometrijskog rasporeda potpuno upravljanih konfiguracija letjelice;
- osigurati robusnost sustava prilikom obavljanja različitih vrsta zadataka uz prisutnost vanjskih poremećaja;
- učinkovito riješiti problem šuma;
- izvesti modularne eksperimentalne letjelice u svrhu implementacije dobivenih rješenja i testiranja performansi.

Iz prethodno izloženog, može se postaviti temeljna hipoteza istraživanja: odabirom i optimiranjem odgovarajućih parametara konfiguracije višerotorske letjelice, koja je opisana upravljačkom alokacijskom shemom, u kombinaciji s novom tipom kompenzatora poremećaja mogu se postići veća robusnost i bolje performanse upravljanja, u usporedbi s postojećim metodama.

1.4 Metodologija istraživanja

Predloženo istraživanje je numeričkog, analitičkog i eksperimentalnog karaktera, a metodologija istraživanja temelji se na rezultatima objavljenima u radovima [31-34]. Nakon pregleda literature u području modeliranja, projektiranja i upravljanja višerotorskim tipom letjelica, provedeno je istraživanje međusobno kompatibilnih komponenti koje se koriste za eksperimentalna mjerenja i izvedbu eksperimentalnih letjelica. Sustav letjelice podijeljen je na četiri ključna međuzavisna podsustava koji čine komponente i okvir letjelice. Razmatraju se komponente elektromotornih pogona i LiPo baterije te upravljačke jedinice s otvorenim kodom (engl. *open source*). Istraživanje je podijeljeno u šest faza.

U prvoj fazi postavljen je matematički model višerotorskog tipa letjelica koji je podijeljen na dva dijela. Prvi dio sastoji se od kinematike i dinamike krutog tijela sa šest stupnjeva slobode gibanja koja je izvedena Newton-Eulerovom metodom. Drugi dio modela sastoji se od poopćene upravljačke alokacijske sheme (engl. *control allocation scheme*) proizvoljne konfiguracije letjelice. Shema opisuje konfiguraciju višerotorske letjelice, odnosno preslikava ulazni vektor sustava (u osnovi kutne brzine rotora) na upravljački vektor (sile i momenti) sustava. Rang matrice alokacije definira stupanj upravljanosti sustava, a inverz (pseudoinverz) matrice omogućuje analizu sustava i implementaciju upravljanja na realni sustav s proizvoljnim parametrima. Definirana upravljačka alokacijska shema verificirana je pomoću postojećih opisa konvencionalnih i nekonvencionalnih konfiguracija. Matematički model je zatim implementiran u programski paket MATLAB Simulink koji omogućuje simulacije fizikalnog ponašanja nereguliranog sustava ovisno o odabranim parametrima konfiguracije, odnosno o geometrijskom rasporedu rotora pogonskog podsustava.

U drugoj fazi eksperimentalnim su putem ispitane tipične elektromotorne pogonske jedinice za različite veličine (snage) letjelica. Pogonske jedinice sastoje se od propelera s konstantnim kutom nagiba elise različitih geometrijskih značajki, bezkolekorskih istosmjernih motora i elektroničkih regulatora broja okretaja. Na temelju mjerenja dobivaju se statičke mape (karakteristike) parametara pogonskih jedinica (RPM, sila potiska, moment otpora, jakost električne struje, električna snaga) u ovisnosti o upravljačkom signalu. Nakon mjerenja i identifikacije parametara, provedena je karakterizacija pogonskih jedinica u vidu faktora aerodinamičkih sila i momenata te efikasnosti koja je predstavljena omjerom dobivene sile potiska i potrebne snage. U svrhu ispitivanja međudjelovanja susjednih rotora, izmjerene su sile potiska segmenata pogonskog podsustava za konfiguracije s neparalelnim rasporedom rotora.

U trećoj se fazi, na temelju rezultata eksperimentalnih mjerenja, analiziraju parametri pogonskog i energetskog podsustava letjelice. Glavni parametar koji se uzima u obzir prilikom projektiranja višerotorske letjelice je masa komponenti koje čine podsustave, tj. sustav letjelice. S obzirom na zadatak koji letjelica treba obaviti, potrebno je odabrati komponente i parametre konfiguracije koja će imati zadovoljavajuće performanse. To uključuje snagu pogonske jedinice, potrebni kapacitet baterije, broj i geometrijski raspored rotora. Glavni cilj analize je odabir optimalnih parametara geometrijskog rasporeda potpuno upravljanih konfiguracija prema zadanom kriteriju tj. zadatku koji treba obaviti.

U četvrtoj fazi provodi se sinteza robusnog algoritma upravljanja za potpuno upravljane konfiguracije višerotorskih letjelica. Budući da stupanj upravljanosti sustava određuje strukturu algoritma upravljanja, potpuno upravljane konfiguracije omogućuju odvojeno upravljanje (engl. *decoupled control*) orijentacijom i pozicijom letjelice. Dinamika pogreške u zatvorenoj petlji drugog je reda za sve stupnjeve slobode gibanja. Razmotreno je upravljanje s kliznim režimom rada u svrhu kompenzacije vanjskih poremećaja u obliku sila i momenata. Zbog problema implementacije u vidu nepoznate translacijske brzine i istitravanja, simulacijski rezultati služe za usporedbu s ADRC izvedbama. ADRC može kompenzirati veliki raspon nesigurnosti, nemodelirane dinamike i vanjskih poremećaja, no osnovne izvedbe imaju inherentno ograničenu točnost estimacije te su osjetljive na nagle poremećaje. S ciljem prevladavanja navedenih ograničenja razmatra se algoritam upravljanja s observerom poremećaja koji se temelji na algebarskom estimatoru derivacija signala visoke razine točnosti. Predloženi algoritam upravljanja integriran je s matematičkim modelom i simulacijski uspoređen s generaliziranim linearnim ADRC algoritmom.

U petoj su fazi prvo konstruirane, a zatim i izrađene eksperimentale modularne letjelice. Podjela sustava na četiri temeljna podsustava omogućava modularnost sklopa letjelice te parametarsko konstruiranje dijelova okvira pogonskog podsustava. Konstruiranje je provedeno u programskom paketu Solidworks. Dijelovi okvira izrađeni su tehnologijama brze izrade prototipova. Prototipovi letjelica omogućuju testiranje performansi konfiguracija s različitim parametrima, uključujući i potpuno upravljane višerotorske letjelice.

U šestoj su fazi testirane performanse konfiguracija letjelica pomoću izvedenih modularnih eksperimentalnih platformi. U tu svrhu razvijen je ekperimentalni postav za testiranje sustava koji se sastoji od tro-stupanjskog okretnog zgloba (engl. *gimbal*) na koji je montirana mjerna oprema. Testiranja uključuju daljinsko upravljanje konvencionalnim konfiguracijama višerotorskih letjelica te upravljanje orijentacijom potpuno upravljanih konfiguracija.

1.5 Doprinos i prikaz sadržaja rada

Očekivani znanstveni doprinos doktorskog rada sadrži sljedeće:

1) Modeliranje i validacija poopćene upravljačke alokacijske sheme za višerotorski tip bespilotnih letjelica.

2) Metodologija za određivanje optimalnih parametara geometrijskog rasporeda pogonskog podsustava potpuno upravljanih konfiguracija višerotorskih letjelica prema zadanim kriterijima, poput minimalne potrošnje energije ili minimalnog odstupanja od zadane trajektorije.

3) Novi pristup robusnom upravljanju višerotorskim bespilotnim letjelicama primjenom algebarskog kompenzatora poremećaja, koji će omogućiti kompenzaciju vanjskih poremećaja, nemodelirane dinamike i perturbacije pogonskog podsustava.

Doktorski rad podijeljen je u sedam poglavlja uključujući uvod i zaključak. U nastavku su sažeto opisana poglavlja rada.

Drugo poglavlje: *Preliminarni opis realnog sustava bespilotnih letjelica*. Nakon uvodnog razmatranja u prvom poglavlju, u drugom poglavlju opisane su značajke sustava letjelice i podjela na ključne podsustave. Zatim su opisane komponente i njihovi parametri koji bitno utječu na rad pojedinih podsustava, a samim time i na letjelicu kao cjelinu.

Treće poglavlje: *Matematički model višerotorske letjelice*. Prikazuje se cjeloviti izvod punog nelinearnog modela višerotorske letjelice podijeljen na dvije cjeline. Kinematika i dinamika krutog tijela sa šest stupnjeva slobode gibanja je vrlo dobro istražen i poznat problem te je izložena kako bi se povezala s drugom cjelinom koja opisuje konfiguraciju letjelice. Naglasak u ovom poglavlju je na modelu poopćene upravljačke alokacijske sheme koja opisuje konfiguraciju letjelice s proizvoljnim parametrima što omogućuje učinkovitije projektiranje sustava i sintezu algoritma upravljanja.

Četvrto poglavlje: *Projektiranje sustava višerotorske letjelice*. Na tragu podjele realnog sustava na podsustave koji su opisani u drugom poglavlju, projektiranje se sastoji od četiri faze. Prva i druga faza prikazuju eksperimentalnu identifikaciju i karakterizaciju parametara elektromotornih pogonskih jedinica koje čine pogonski podsustav letjelice. U trećoj fazi analiziraju se parametri pogonskog i energetskog podsustava o kojima bitno ovisi dinamika letjelice i potrošnja energije. U četvrtoj fazi projektiranja provodi se optimiranje parametara geometrijskog rasporeda te se definira metodologija za projektiranje sustava.

Peto poglavlje: *Sinteza robusnih algoritama upravljanja za potpuno upravljane konfiguracije višerotorskih letjelica*. Prikazane su metode robusnog upravljanja konvencionalnim i potpuno upravljanim konfiguracijama letjelica. Razmatra se robusno upravljanje s algebarskim kompenzatorom poremećaja koje se temelji na algebarskoj estimaciji derivacija signala. Nakon provedene sinteze, algoritam je simulacijski uspoređen s konvencionalnim ADRC-om za jedan stupanj slobode gibanja. Zatim je izveden algoritam za potpuno upravljane konfiguracije letjelica te je simulacijski ispitan za tri vrste poremećaja (nemodeliranu dinamiku, vanjske poremećaje i perturbacije pogonskog podsustava).

Šesto poglavlje: *Eksperimentalne višerotorske letjelice*. Prvo je opisan postupak konstruiranja modularnih eksperimentalnih letjelica i razvoj pojedinih dijelova okvira. Zatim je opisano programsko okruženje za kreiranje upravljačkih programa i moduli koji se koriste za testiranje sustava. U zadnjem dijelu su provedena i opisana testiranja eksperimentalnih višerotorskih letjelica.

Sedmo poglavlje: *Zaključak*. Na temelju rezultata istraživanja, prikazanih u prethodnim poglavljima, u sedmom poglavlju iznjeti su zaključci te su predložene smjernice za daljnje istraživanje.

2 Preliminarni opis realnog sustava bespilotnih letjelica

Letjelice su prema definiciji naprave koje se same mogu održavati i kretati u zraku. S obzirom na način održavanja u zraku dijele se na dvije osnovne vrste, aerostate i aerodine. Aerostati su letjelice lakše od zraka, a u zraku se održavaju zbog aerostatičkog uzgona koji nastaje zbog njihove manje specifične mase u odnosu na specifičnu masu okolnog zraka. Aerodini su letjelice teže od zraka, a u zraku se održavaju aerodinamičkim silama i momentima nastalima kretanjem same letjelice kroz zrak ili pomicanjem njezinih dijelova. Prema načinu nastajanja aerodinamičkih sila i momenata postoje dvije temeljne kategorije aerodina, aeroplani i rotoplani. Aeroplani su letjelice s nepomičnim krilima (engl. *fixed wing*), a rotoplani ili rotokopteri su letjelice s pomičnim, rotirajućim krilima (engl. *rotary wing*). Aerodini se uglavnom pokreću radom motora, a prvi let takvom vrstom letjelice obavila su braća Wright 1903. godine. U tablici 2.1 prikazane su najčešće vrste letjelica koje su ujedno značajno utjecale na razvoj zrakoplovstva kroz povijest.

Tablica 2.1: Klasifikacija letjelica.

AEROSTATI	**AERODINI**	
	Rotoplani (Rotokopteri)	**Aeroplani**
Zračni brod klase *Hindenburg* (1936.g)	Helikopter *Bell 47* (1946.g)	Nadzvučni zrakoplov *MiG-21* (1959.g)

Tehnologija je odredila smjerove razvoja letjelica pri čemu je, s aspekta automatike i robotike, ključna prekretnica razvoj sustava upravljanja letjelicama preko žice (engl. *Fly by wire*). Mehaničko upravljanje letjelicama zamijenjeno je upravljačkim sustavom koji na temelju upravljačkih naredbi stvara električne signale potrebne za pokretanje i rad pogona letjelice. Pomak na upravljačkim palicama pretvara se u električni impuls koji se prenosi preko žice do upravljačkog dijela. Bespilotne letjelice upravljaju se pomoću daljinskog (bežičnog) upravljanja ili u slučaju autonomnih (polu-autonomnih) letjelica na temelju zadane misije i povratne veze koja uključuje podatke sa senzora.

2.1 Tipovi i primjene bespilotnih letjelica

Bespilotne letjelice (UAV) su prema definiciji leteće naprave bez posade koje mogu biti autonomne ili daljinski vođene. Često se u literaturi upotrebljava termin bespilotnih zračnih sustava (engl. *Unmanned Aircraft Systems – UAS*) koji osim letjelice obuhvaća zemaljske upravljačke stanice, komunikacijske module i sustave za pokretanje i pronalaženje same letjelice [35]. Daljinsko upravljanje letjelicama i ostalim sustavima omogućio je Nikola Tesla koji je već 1898. godine patentirao, konstruirao i predstavio bežični upravljački mehanizam. Nove tehnologije omogućile su značajan iskorak u primjenama sustava bespilotnih letjelica.

Bespilotne letjelice mogu se klasificirati (tablica 2.2) na rotokoptere, gdje je najzastupljeniji višerotorski tip [36-38], i na letjelice s fiksnim krilima [39, 40]. Posebna kategorija jesu hibridne letjelice [41, 42] koje se u zraku održavaju kombinacijom sila i momenata nastalih zbog kretanja letjelice kroz zrak i pomicanja dijelova (rotacija propelera), a u literaturi su najzastupljenije tzv. VTOL letjelice [43, 44]. Bespilotne letjelice mogu biti veličine zrakoplova pa sve do mikroletjelica s bioinspiriranim (ptice, insekti) mehanizmima lokomocije[2] [45-47].

Tablica 2.2: Klasifikacija bespilotnih letjelica.

Rotokopter UAV	**Aeroplan UAV**	**Hibrid UAV**
DJI Phantom 2 Vision+	*Northrop Grumman RQ-4*	*Parrot Swing*

Primjene bespilotnih letjelica svakim danom sve su šire [48], budući da je dostupnost komponenti stvorila preduvjet istraživanjima ne samo u vojnom, nego i u civilnom sektoru. Prve primjene su dakako bile u vojnom sektoru još za vrijeme Prvog svjetskog rata, a ekspanziju su doživjele za vrijeme Drugog svjetskog rata i Hladnog rata prvenstveno za izviđanja, elektronička protudjelovanja, ali i oružane akcije. U civilnom sektoru najviše se koriste VTOL (rotokopteri i hibridne) letjelice manjih dimenzija, s obzirom da ne trebaju pistu ili rampu za lansiranje. Male višerotorske letjelice s elektromotornim pogonima, opremljene kamerama, zbog male su cijene postale pristupačne širokom krugu korisnika koji ih rabe ponajviše za fotografije i snimke kao i u rekreativne svrhe.

[2] Lokomocija - proces koji uzrokuje gibanje robota.

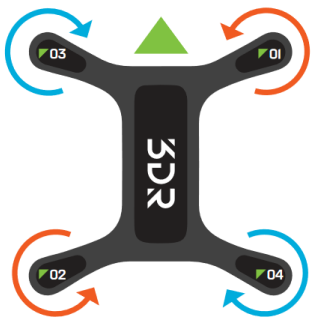
2.2 Opis sustava višerotorskog tipa bespilotnih letjelica

Višerotorske letjelice klasificiraju se kao rotokopteri, letjelice koje su teže od zraka, a pokreću se radom motora. Sposobnost vertikalnog polijetanja i slijetanja, stacionarnog i leta umjerenom brzinom, omogućuje izvođenje složenih gibanja što ih čini pogodnima za obavljanje širokog raspona zadataka. Tipični su predstavnik mobilnih robota koji egzistiraju u trodimenzionalnom prostoru te predstavljaju vrlo zanimljivu istraživačku platformu s obzirom na kompleksnost sustava što zahtjeva interdisciplinarni pristup iz polja strojarstva, elektrotehnike i računarstva.

2.2.1 Značajke sustava višerotorske letjelice

Višerotorske letjelice su mehanički sustavi sa šest stupnjeva slobode gibanja, tri translacije i tri rotacije, koji se sastoje od N rotora. Mehanički su jednostavni i pretpostavlja se krutost i simetričnost okvira letjelice. Kod konvencionalnih višerotorskih letjelica rotori predstavljaju elektromotorne pogonske jedinice gdje su na osi rotora motora montirani propeleri s konstantnim kutom nagiba elise (engl. *fixed pitch*). Slijedi da su kutne brzine rotora jedine varijable koje imaju izravan utjecaj na dinamiku leta s obzirom da propeleri svojom rotacijom stvaraju aerodinamičke sile i momente. Takav tip letjelica karakterizira visoka potrošnja energije što direktno utječe na vrijeme trajanja leta. Većinom pripadaju kategoriji malih letjelica koju odlikuje velika agilnost i manevarske sposobnosti.

Višerotorski tip letjelica je matematički opisan dinamičkim modelom krutog tijela sa šest diferencijalnih jednadžbi drugog reda, dvanaest varijabli stanja i N ulaznih varijabli, što ih čini viševarijabilnim sustavom. Broj upravljačkih varijabli ovisi o konfiguraciji letjelice koja je određena geometrijskim rasporedom rotora. Konvencionalne konfiguracije karakterizira planarni raspored rotora, a tipična i najčešća izvedba je konfiguracija s četiri rotora, tzv. quadrotor ili quadcopter, prikazana na slikama 2.1 i 2.2.



Slika 2.1: Konfiguracija quadrotora - 3DR Solo.

Slika 2.2: Quadrotor - 3DR Solo.

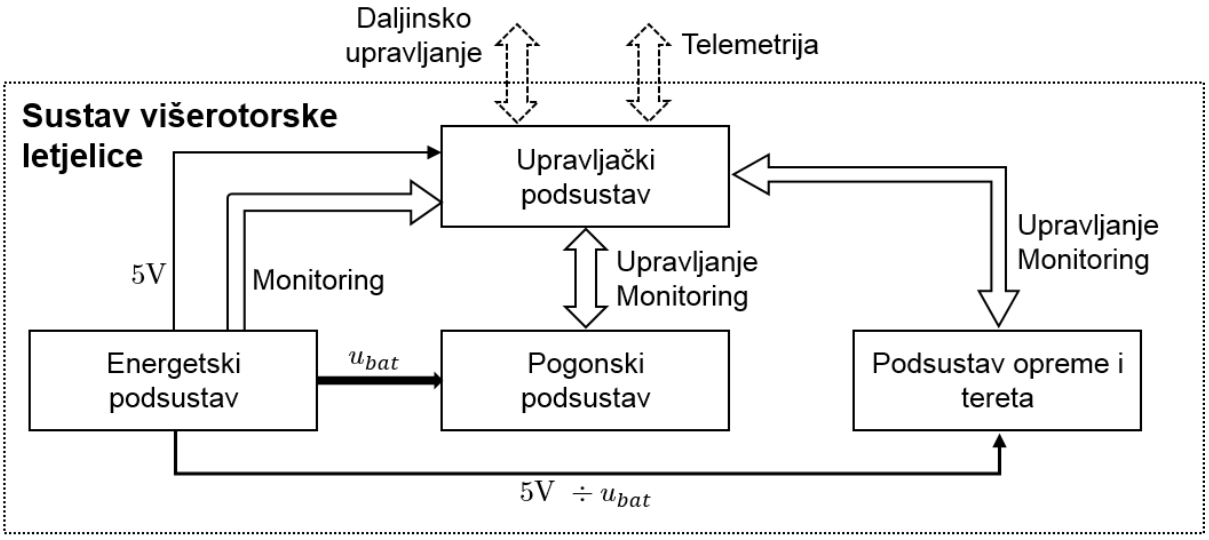
S upravljačke točke gledišta, višerotorske letjelice su inherentno nestabilni i izrazito nelinearni sustavi. Inherentna nestabilnost proizlazi iz činjenice da se takav tip letjelice ne može samostalno vratiti u točku ravnoteže ukoliko izgubi funkcionalnost upravljačkih petlji, već će pasti ili se početi nekontrolirano gibati u prostoru. Nadalje, višerotorske letjelice su izrazito nelinearni sustavi budući da su aerodinamičke sile i momenti propelera proporcionalni kvadratu kutne brzine rotora, a transformacije koordinatnih sustava uključuju trigonometrijske funkcije.

2.2.2 Podjela sustava letjelice na ključne podsustave

Za osiguranje općenitih performansi leta, nužno je odrediti potrebni omjer potiska i težine letjelice (engl. *thrust-to-weight ratio - TWR*). U pravilu se letjelice projektiraju s dvostruko većim potiskom od same težine, iz čega se može zaključiti da masa letjelice predstavlja ključni parametar u projektiranju sustava. Razvoj i projektiranje višerotorskih letjelica znatno je ograničeno i njihovom veličinom i potrošnjom energije. Zbog jednostavnije analize, projektiranja i konstruiranja letjelica, sustav letjelice podijeljen je na četiri ključna podsustava (slika 2.3) bez obzira na konfiguraciju ili namjenu letjelice. Ukupna masa sustava letjelice tada je jednaka zbroju masi svih njegovih podsustava

$$m = m_{AV} + m_{PS} + m_{ES} + m_{PL}, \tag{2.1}$$

gdje je m_{AV} masa upravljačkog podsustava, m_{PS} je masa pogonskog podsustava, m_{ES} je masa energetskog podsustava, a m_{PL} je masa opreme i tereta. Podsustavi su međusobno mehanički spojeni konstrukcijom okvira koja mora biti lagana, čvrsta i kruta te jednostavna za spajanje. Za projektiranje i izvedbu višerotorske letjelice nužno je analizirati sve podsustave i njihovo međudjelovanje.



Slika 2.3: Shematski prikaz sustava elektromotorne višerotorske bespilotne letjelice.

Pogonski podsustav sastoji se od N rotora koji generiraju potrebne sile i momente za gibanje letjelice u trodimenzionalnom prostoru. Energetski podsustav sastoji se od jedne ili više litij-polimernih baterija s pripadnim komponentama koje trebaju isporučiti veliku količinu energije potrebnu za ostvarivanje željenih performansi. Upravljački podsustav brine o funkcioniranju sustava na način da upravlja s ostalim podsustavima te istovremeno prati njihov rad. Druga zadaća je da bude sučelje između letjelice i pilota na zemlji ili bazne stanice. Podsustav opreme i tereta višerotorske letjelice uključuje svu opremu i teret potreban za obavljanje pojedine misije.

2.2.3 Oprema i teret

Oprema višerotorske letjelice ovisi prvenstveno o misiji koju letjelica treba obaviti. O podsustavu opreme i tereta ovisi odabir ostalih podsustava. Osim za zabavu (slika 2.4), letjelice se najčešće koriste u misijama za prikupljanje podataka, uglavnom pomoću različitih tipova kamera. Za potrebe kvalitetnije slike i videa gotovo standardno uz kamere dolazi i oprema za stabilizaciju, tzv. gimbal, koji može biti dvo ili tro-osni (slika 2.5). Za dobivanje slike u realnom vremenu koriste se kamere s nižom rezolucijom slike i odašiljači video signala. Osim spomenutih primjena, višerotorske letjelice koriste se i u poljoprivredi (slika 2.6), građevinskom sektoru, u misijama potrage i spašavanja, dostavi predmeta, manipulaciji i interakciji s okolinom i mnogim drugima. Masa opreme i tereta ne mora biti konstantna, može se tijekom misije i mijenjati.

Slika 2.4: CLDC quadrotor.

Slika 2.5: Flying glass drone.

Slika 2.6: DJI Agrass.

Budući da se oprema nalazi uglavnom ispod ostalih podsustava, bitno utječe na odabir komponenti koje su potrebne za polijetanje i slijetanje pa i one potpadaju u podsustav opreme i tereta. Masa podsustava opreme i tereta jednaka je

$$m_{PL} = m_{lg} + m_{eq} + m_{cargo}, \tag{2.2}$$

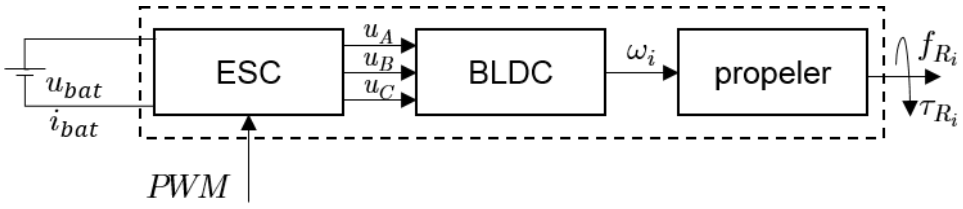
gdje je m_{lg} masa opreme za slijetanje (engl. *landing gear*), m_{eq} masa opreme potrebne za obavljanje misije, a m_{cargo} masa tereta koja može biti vremenski invarijantna ili varijabilna.

2.3 Elektromotorni pogonski podsustav višerotorske letjelice

Pogonski podsustav pruža sustavu letjelice potrebnu snagu za gibanje u trodimenzionalnom prostoru. Odabir konfiguracije pogonskog podsustava i tipa pogonskih jedinica utječe na performanse leta te je ključni korak u projektiranju višerotorskog tipa letjelica. Elektromotorni pogoni omogućuju preciznu i brzu regulaciju upravljačkih sila i momenata kojima direktno utječemo na poziciju i orijentaciju letjelice. Pouzdanost električnih sustava smanjuje mogućnost pada letjelice zbog kvara ili zatajenja motora. Za pogon bespilotnih letjelica većih dimenzija (uglavnom aeroplani i helikopteri) [35] mogu se između ostalih koristiti i motori s unutarnjim izgaranjem (engl. *Internal Combustion Engine – ICE*). S obzirom da su tromi, kompliciraniji za operiranje, korištenje i održavanje te manje pouzdani, nisu se pokazali kao potencijal za višerotorske letjelice.

Elektromotorni pogoni uglavnom se kombiniraju s propelerima s konstantnim kutom nagiba elise. Zahtjevane performanse letjelice koje ovise o tipu i profilu misije determiniraju odabir pogonske konfiguracije i komponenti. Svim izvedbama pogonskog podsustava višerotorskih letjelica zajedničko je da ih čini N pogonskih jedinica koje se sastoje od upravljačkog sklopa te od mehaničkog sklopa rotora i propelera koji svojom rotacijom stvara sile i momente. Za pogon mikro letjelica, koje uglavnom služe za zabavu, koriste se bezjezgreni istosmjerni (engl. *coreless DC*) motori. Specijalna su izvedba DC motora optimirana za velika ubrzanja te vrlo visoki broj okretaja. Upravljaju se NMOS tranzistorima koji mogu biti integrirani na upravljačkim jedinicama. U svrhu smanjenja broja okretaja i povećavanja zakretnog momenta za pogon letjelica s propelerima većeg promjera (slika 2.4), koriste se reduktori.

Razmatraju se pogonske jedinice s bezkolektorskim istosmjernim (engl. *Brushless DC – BLDC*) motorima i pripadnim elektroničkim regulatorima brzine (engl. *Electronic Speed Controller – ESC*) pogodne zbog širokog izbora snage motora kod komercijalno dostupnih komponenti i brzine odziva. Na slici 2.7 shematski je prikazana elektromotorna pogonska jedinica koja se sastoji od ESC-a koji pokreće BLDC motor na čiji rotor je montiran propeler s konstantnim kutom nagiba elise.



Slika 2.7: Shematski prikaz elektromotorne pogonske jedinice.

Masa pogonskog podsustava jednaka je

$$m_{PS} = Nm_{PU} + m_{PC}, \tag{2.3}$$

gdje je m_{PU} masa pogonske jedinice, a m_{PC} masa središnjeg sklopa pogonskog podsustava. Masa elektromotorne pogonske jedinice shematski prikazane slikom 2.7 jednaka je

$$m_{PU} = m_{prop} + m_{BLDC} + m_{ESC} + m_{PU_{af}}, \tag{2.4}$$

gdje je m_{prop} masa propelera, m_{BLDC} masa BLDC motora, m_{ESC} masa ESC-a i $m_{PU_{af}}$ masa konstrukcije kraka pogonske jedinice. Na slici 2.8 prikazana je izvedba letjelice sa četiri rotora ukupnog potiska 11 N.

Slika 2.8: Letjelica s elektormotornim BLDC pogonom.

2.3.1 Propeleri s konstantnim kutom nagiba elise

Propeler svojom rotacijom stvara aerodinamičke sile i momente koji izravno utječu na dinamiku višerotorske letjelice. Pretpostavka je da se aerodinamičke sile i momenti sastoje od sile potiska propelera i momenta otpora, dok se ostale komponente zanemaruju. S obzirom da se za pogon višerotorskih letjelica uglavnom koriste propeleri s konstantnim kutom nagiba elise, potrebne aerodinamičke sile i momenti postižu se promjenom kutne brzine, odnosno broja okretaja rotora (engl. *revolutions per minute – RPM*). Za pogon višerotorske letjelice potrebno je kombinirati geometrije propelera koji rotiraju u smjeru kazaljke na satu (engl. *clockwise – CW*) i u smjeru suprotnom od kazaljke na satu (engl. *counterclockwise – CCW*) kako bi se poništio moment skretanja oko vertikalne osi letjelice.

Temeljni parametri geometrije propelera potrebni za fizikalni opis pogonske jedinice jesu promjer d (slika 2.9) i korak propelera. O geometrijskim karakteristikama propelera ovisi količina obrađenog (potisnutog) zraka po rotaciji. Povećanje promjera ili kuta nagiba ili broja elisa uz konstantni RPM rezultira većom količinom obrađenog zraka. Veća količina obrađenog zraka pruža veći otpor rotaciji, a time se povećava moment otpora. To rezultira povećanjem zakretnog momenta motora, odnosno povećanjem struje motora i potrošnje električne energije. Različite geometrije pružaju različite performanse. Povećanje kuta nagiba i broja elisa povećava sile i momente, ali smanjuje učinkovitost pogona. Povećanje promjera propelera općenito je učinkovitije, uz pretpostavku da ostatak pogonske jedinice može podnjeti teret. Propeleri većeg promjera mogu na manjem broju okretaja proizvoditi jednaku količinu potiska što omogućava pad inducirane brzine, čime se povećava učinkovitost pogona. Lakši propeleri imaju manji moment inercije pa zahtjevaju manje zakretnog momenta motora za isti RPM.

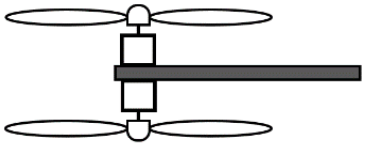
Slika 2.9: Temeljni parametri propelera.

Propeleri različitih geometrijskih karakteristika i od različitih materijala prikazani su u tablici 2.3. Izrađuju se uglavnom od plastike, ugljičnih kompozita ili drva, a odabir materijala isto utječe na učinkovitost propelera. Kod propelera malih promjera koji se koriste za pogon trkačih letjelica često se koriste propeleri s tzv. bull nose geometrijom. Geometrijske karakteristike trebaju se pravilno odabrati u skladu s motorom i naponom baterije. Raspodjela težine znatno utječe na količinu vibracija i performanse leta pa je prije montiranja poželjno propelere balansirati.

Tablica 2.3: Propeleri s konstantnim kutom nagiba elise.

Tiger BW 1760	DJI 9450-3	Graupner Cprop 1040

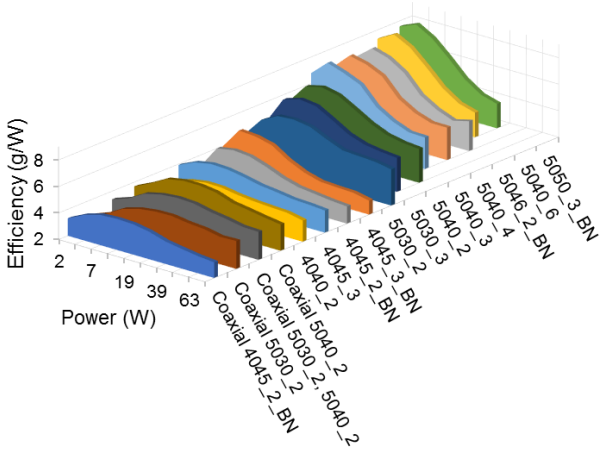
Osim geometrijskih karakteristika propelera, na performanse letjelice utječe i geometrijski raspored rotora koji može biti izveden s ili bez interakcije (interferencije) protoka rotora [49]. Rasporedi bez interakcije obično se sastoje od rotora kod kojih propeleri rotiraju u istoj ravnini s dovoljnim razmakom između površina djelovanja propelera. Ovisno o izvedbi, propeleri smješteni iznad konstrukcije (tijela) vuku (engl. *tractor*) letjelicu dok propeleri smješteni ispod guraju (engl. *puller*) letjelicu. Interakcija protoka rotora degradira ukupni potisak letjelice pa je prilikom projektiranja potrebno analizirati negativne učinke. Najčešće su to izvedbe gdje se potpuno preklapaju površine propelera (slika 2.10), tzv. koaksijalni pogoni (slika 2.11) [50].



Slika 2.10: Potpuno preklapanje propelera.

Slika 2.11: Koaksijalna izvedba pogona.

Preliminarnim mjerenjima različitih geometrija propelera i konfiguracija pogona prikazani su grafovi učinkovitosti [51] koji predstavljaju temeljnu informaciju prilikom projektiranja pogonskog podsustava (slika 2.12). Oznake propelera na slici opisuju njegovu geometriju gdje prva dva broja označavaju promjer propelera, druga dva korak propelera, a treća oznaka je za broj elisa. Primjerice propeler oznake 5050_3_BN ima promjer 5“, korak 5“, sastoji se od tri elise s tzv. bull nose geometrijom.

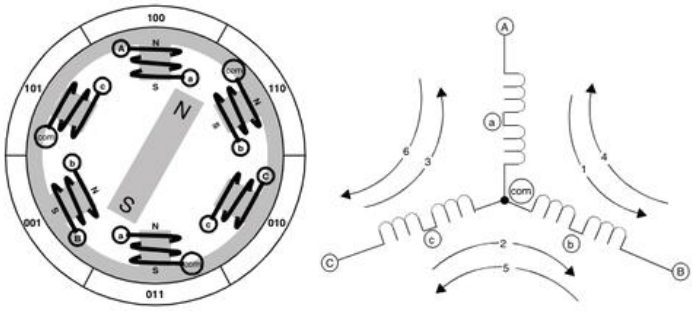


Slika 2.12: Efikasnost propelera u kombinaciji s BLDC motorom EMAX RS2205, 12 V [51].

Postoje izvedbe pogonskih podsustava s kombinacijom elektromotornih aktuatora i propelera s promijenjivim kutom nagiba elise (engl. *variable pitch*) [52]. Takvi propeleri su karakteristični za helikoptere gdje se potrebna sila potiska postiže mijenjanjem kuta profila. Promijenjiv kut zahtijeva dodatni aktuator po pogonskoj jedinici, najčešće su to mikro servo motori, koji povećava složenost i masu pogonske jedinice.

2.3.2 Bezkolektorski istosmjerni motor

Bezkolektorski istosmjerni (engl. *Brushless DC – BLDC*) motor, u daljnjem tekstu BLDC, sinkroni je električni motor s elektroničkim komutacijskim sustavom koji zamjenjuje mehaničku komutaciju (četkice u DC motoru). Pokreće se pravokutnim (trapeznim) oblikom ulaznog napona koji daje elektronički regulator brzine. Elektromagneti (armatura) nalaze se na statoru motora, dok su permanentni magneti smješteni na rotoru (slika 2.13). U odnosu na klasične DC motore, BLDC motori imaju veću učinkovitost, povećanu pouzdanost, veći zakretni moment po težini, smanjenu buku i jednostavnije održavanje. Postoje dva osnovna tipa BLDC motora. Kod prvog tipa rotor se nalazi unutar statora (engl. *inrunner*), dok se kod drugog tipa rotor nalazi oko statora pa zapravo kućište rotira (engl. *outrunner*). Za pogon višerotorskih letjelica koristi se drugi tip motora na čiji se rotor montira propeler.



Slika 2.13: Pojednostavljeni prikaz BLDC motora [53].

Oznaka motora definira promjer i visinu statora motora, primjerice oznaka 2212 označava BLDC motor promjera statora 22mm i visine 12mm. Konfiguracija motora definira broj polova statora i rotora, primjerice motor konfiguracije 12N14P sastoji se od 12 polova statora i 14 polova rotora koji su najčešće izrađeni od neodimijskih magneta. Konstanta brzine motora (engl. *motor velocity constant, back EMF constant*) K_v definira broj okretaja po jednom voltu kada na rotor motora nije montiran teret (propeler). Od ostalih parametara, definirani su maksimalnom strujom, maksimalnom snagom i unutarnjim otporom. Masa motora (m_{BLDC}) ovisi o konstrukciji i korištenim materijalima, novije i naprednije konstrukcije su lakše te imaju odlike poboljšanog odvođenja topline.

Zbog velikog spektra namjena višerotorskih letjelica, postoji isto tako veliki raspon BLDC motora koji mogu biti snage nekoliko desetaka W pa sve do nekoliko kW. Motori malih dimenzija i velikih konstanti brzine motora ($K_v > 2000$) koriste se uglavnom za pogon mikro i malih letjelica namijenjenih za zabavu ili sport (utrke dronova). Motori srednjih dimenzija i srednjih konstanti motora ($2000 > K_v > 500$) koriste se za pogon letjelica koje su namijenjene

snimanju ili sličnim zadaćama gdje su mase tereta do ≈ 5 kg. Motori velikih dimenzija s malim konstantama motora ($K_v < 500$) namijenjeni su za tešku opreme i terete (engl. *heavy lift*), a razmatraju se i za pogon zračnih taksija čije se uvođenje planira u sljedećem desetljeću [54].

Preporučenu geometriju propelera (promjer i kut nagiba elise) i raspon radnih napona propisuje proizvođač motora. Većina komercijalno dostupnih BLDC motora koji se koriste za pogon bespilotnih letjelica dolazi sa specifikacijama potrebnima za pravilan odabir i projektiranje pogonskog podsustava, a neki proizvođači prilažu i tablicu performansi motora i propelera. U tablici 2.4 prikazane su karakteristike tipičnih BLDC motora korištenih tijekom istraživanja.

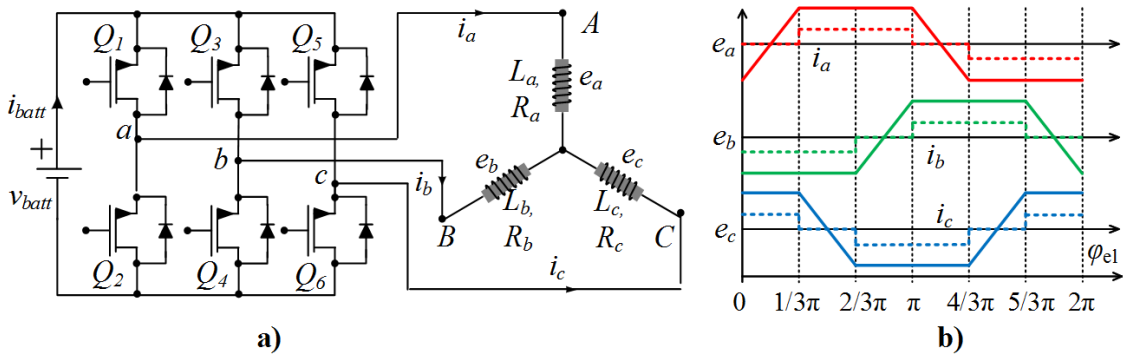
Tablica 2.4: Karakteristike tipičnih BLDC motora.

	EMAX	TIGER Navigator	TIGER Antigravity	TIGER Navigator
oznaka	RS2205	MN1806	MN2214	MN4014
K_v	2300	1400	920	400
u_{bat}	3-4S (12 – 16 V)	3-4S (8 – 16 V)	3-4S (12 – 16 V)	4-6S (16 – 24 V)
d	4-6"	5-9"	8-10"	15-17"
m_{BLDC}	30 g	20 g	57 g	171 g

2.3.3 Elektronički regulator brzine

U slučaju regulacije brzine elektromotornog pogona upravlja se naponom kojim se izravno utječe na kutnu brzinu rotora. Elektronički regulator brzine (engl. *Electronic Speed Controller – ESC*), u daljnjem tekstu ESC, integrirani je inverter napajanja koji regulira RPM BLDC motora, odnosno generira redoslijed paljenja faza motora za željeni RPM koji je zadan od upravljačke jedinice. Digitalni signal putem pulsno-širinskog modulatora (engl. *Pulse Width Modulation - PWM*) mijenja napon na motoru. S većim udjelom radnog ciklusa (engl. *duty cycle*) perioda PWM signala, povećava se fazni napon pa time i kutna brzina motora.

ESC se sastoji od šest tranzistora čija brzina prebacivanja ovisi o PWM signalu (slika 2.14 a). Slijed uključivanja tranzistora određen je komutacijom te ovisi o položaju rotora koji se može odrediti pomoću senzorskih ili bez-senzorskih (engl. *sensorless*) metoda [55]. Položaj motora mjeren preko protu-elektromotorne sile (engl. *back EMF*) (slika 2.14 b) spada u bez-senzorske metode. Dodatne informacije su brzina i smjer vrtnje motora te stanje motora, primjerice da li je motor zapeo u radu ili se ne može pokrenuti. Glavni parametar za odabir ESC-a je maksimalna dopuštena struja regulatora te radni naponi izraženi u broju ćelija baterije. Maksimalna dopuštena struja mora biti 20 do 50% veća od maksimalne struje motora kako bi se izbjeglo pregrijavanje ili kvar. Što su veće struje, to su i ESC-i veći te sadrže dodatne značajke poput hladnjaka.



Slika 2.14: Strujni krug pogonske jedinice a), protu-elektromotorne sile motora b) [56].

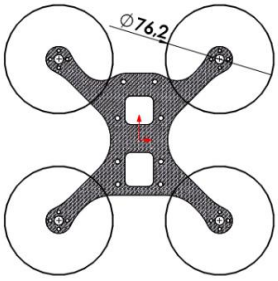
Većina modernih ESC-a sastoji se od mikrokontrolera koji obrađuje (interpretira) ulazni PWM signal s upravljačke jedinice i upravlja BLDC motorom pomoću ugrađenog programa, a tvorničke postavke moguće je promijeniti pomoću ESC programatora, poput mogućnost dinamičkog kočenja. U posljednje vrijeme razvijeni su brojni protokoli za komunikaciju između ESC-a i upravljačke jedinice (Oneshot, Multishot i Dshot) koji nude određene prednosti u odnosu na PWM signal, poput brže komunikacije. U tablici 2.5 prikazane su karakteristike tipičnih ESC-ova koji su korišteni tijekom istraživanja.

Tablica 2.5: Karakteristike tipičnih ESC-ova.

	Little Bee	Tiger Air	Afro	Tiger Air
i_{max}	20 A	15 A	30 A	40 A
u_{bat}	2-4S	2-3S	2-4S	2-6S
m_{ESC}	6 g	10.5 g	26.5 g	26 g

U svrhu testiranja sustava višerotorske letjelice, prvi korak je testiranje pogonskog podsustava tzv. servo testerom čime se provjerava rad motora i smjer vrtnje. Ukoliko se motor vrti u smjeru suprotnom od traženog prema odabranoj konfiguraciji, potrebno je zamijeniti dvije faze hardverski ili softverskim podešavanjem. U tablici 2.6 prikazana je letjelica s četiri rotora čije se pogonske jedinice sastoje od 3030_2_BN propelera, DYS BX 1306 4000 Kv motora i DYS 10A ESC-a. Konstrukciju okvira čini ploča od ugljičnog kompozita iz jednog komada (engl. *unibody frame*).

Tablica 2.6: Izvedba i testiranje pogonskog sustava letjelice promjera (dijagonale) D=160 mm.

		
Konstrukcija okvira iz jednog komada.	Testiranje pogonskog podsustava.	Izrađena letjelica.

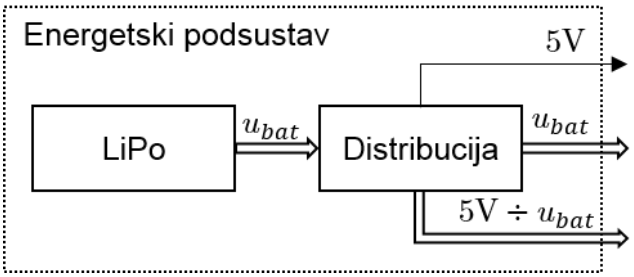
ESC-i mogu imati integrirani strujni krug za spuštanje napona baterije (engl. *battery eleminator circuit – BEC*) na 5 V za napajanje ostalih komponenti. BEC obično nije učinkovit te može uzrokovati nepotrebno zagrijavanje i gubitak energije pa se češće koriste izvedbe bez BEC-a koje su optički izolirane (OPTO). Za male i mikro letjelice postoje kompaktne izvedbe gdje su četiri ESC-a smještena na jednoj pločici. U tablici 2.7 prikazana je izvedba mikro letjelice čije se pogonske jedinice sastoje od 2030_3 propelera i DYS BE 1102 10000 Kv motora, a 4u1 ESC Racerstar 4in1 20A smješten je u centru okvira.

Tablica 2.7: Izvedba i testiranje letjelice promjera (dijagonale) D=90 mm.

Konstrukcija okvira iz jednog komada.	Izrađena letjelica	Testiranje letjelice

2.4 Energetski podsustav

Energetski podsustav treba osigurati dovoljno energije za obavljanje predviđenih misija. Višerotorske letjelice karakterizira visoka potrošnja energije budući da se sastoje od minimalno četiri pogonske jedinice. Prilikom odabira energetskog podsustava, potrebno je uzeti u obzir nekoliko parametara od kojih je najvažniji tip pogonskog podsustava. Budući da se razmatraju elektromotorni pogoni s BLDC motorima, logičan izbor predstavljaju litij-polimerne – LiPo baterije. Njihova vrlo važna karakteristika je velika gustoća energije, što je povoljno za uporabu u sustavima višerotorskih bespilotnih letjelica. U odnosu na ostale tipove baterija poput nikal-metal-hidridnih – NiMh, posjeduju veću stopu pražnjenja što omogućava više snage i konzistento strujanje energije do pogona. Na slici 2.15 shematski je prikazan konvencionalni energetski podsustav koji se sastoji od jedne ili više LiPo baterija i elemenata za distribuciju energije.



Slika 2.15: Shematski prikaz energetskog podsustava.

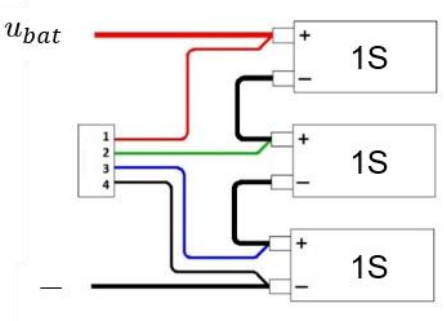
Prilikom izbora baterija obavezno se trebaju uzeti u obzir zahtjevi za energijom pogonskog podsustava koji pak ovise o masi i veličini letjelice te broju pogonskih jedinica. Slijedi da je prilikom projektiranja sustava odnos između mase i kapaciteta baterije jedan od ključnih podataka. Masa konvencionalnog energetskog podsustava koji se sastoji od jedne ili više LiPo baterija jednaka je

$$m_{ES} = m_{bat} + m_{PDB} + m_{ES_{af}}, \tag{2.5}$$

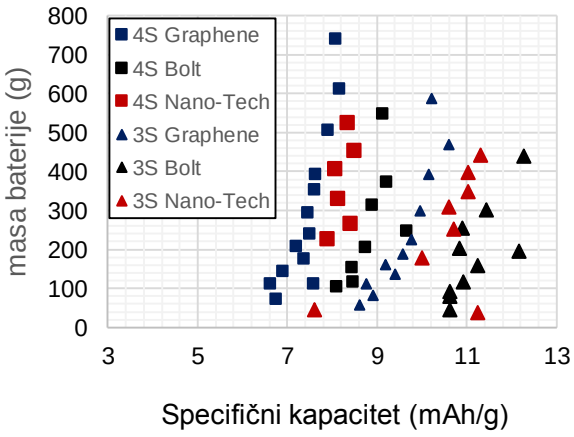
gdje je m_{bat} masa jedne ili više baterija (paketa baterija), m_{PDB} masa sklopa za distribuciju energije (snage), a $m_{ES_{af}}$ masa konstrukcije energetskog podsustava. S obzirom da masa baterija u odnosu na ostale mase sustava dominanto utječe na dinamiku letjelice, poželjno je smjestiti energetski podsustav centralno, čim bliže težištu letjelice. Postoje i varijante kada svaki pogonski krak ima svoju bateriju, što je pogodno sa sigurnosnog aspekta, međutim to uvelike komplicira operabilnost sustava i negativno utječe na dinamički model.

2.4.1 Litij-polimerne baterije

Litij-polimerne baterije, u daljnjem tekstu LiPo, punjive su baterije koje koriste litijeve ione za prijenos naboja između elektroda. Sastoje se od jedne ili više elektrokemijskih ćelija kako bi se osiguralo kontinuirano strujanje energije za napajanje pogonskog i upravljačkog podsustava te opreme višerotorske letjelice. Baterije su definirane brojem ćelija koje određuju radni napon u_{bat}, kapacitetom te brzinom pražnjenja (engl. *discharge rate*) C. Na slici 2.16 shematski je prikazana baterija koja se sastoji od tri ćelije (3S). Za pravilan odabir baterija potrebno je provesti istraživanje ovisnosti traženih performansi sustava o radnom naponu i kapacitetu baterija pri čemu prednost imaju baterije većeg specifičnog kapaciteta (slika 2.17).



Slika 2.16: Spoj ćelija 3S LiPo baterije.



Slika 2.17: Specifični kapacitet Turnigy LiPo baterija [32].

Nazivni napon pojedinačne ćelije baterije, kada je ćelija „zdrava“, iznosi 3.7 V, a napon potpuno napunjene ćelije iznosi 4.2 V. Punjenje iznad 4.2 V i pražnjenje ispod 3 V ne preporučuje se zbog opasnosti od oštećenja ili čak zapaljenja. Stanje napunjenosti baterije (engl. *state-of-charge* - *SoC*) [57] iznimno je važan parametar koji je potrebno pratiti tijekom obavljanja misije. Kapacitet baterije izražen je u mAh, primjerice baterija kapaciteta 5000 mAh pri potrošnji struje od 25 A može davati energiju najviše 12 minuta. Brzina pražnjenja C definira koliko maksimalno struje može baterija dati. Primjerice baterija kapaciteta 5000 mAh s brzinom pražnjenja 20 C sposobna je u operativnom stanju održavati 100 A. U tablici 2.8. prikazane su karakteristike tipičnih LiPo baterija koje su korištene tijekom istraživanja.

Nedostaci LiPo baterija su relativno visoka cijena i kraći vijek trajanja, između 300 i 400 ciklusa. Od opreme koja dolazi uz baterije važno je spomenuti punjač, sigurnosne torbe za skladištenje te uređaj za mjerenje napona baterije (engl. *battery checker*). S ciljem povećanja autonomije bespilotnih letjelica postoje različite varijante hibridnih energetskih podsustava gdje najčešće ICE služi za pokretanje elektrogeneratora.

Tablica 2.8: Karakteristike tipičnih LiPo baterija.

	Turnigy Bolt 3S	Turnigy 3S	Zippy 4S	Gens ace 6S
mAh	2400	5000	5000	10000
C	65	20	40	25
plug	XT60	XT60	5.5mm Bullet	-
m_{bat}	197 g	360 g	566 g	1382 g

2.4.2 Elementi distribucije energije

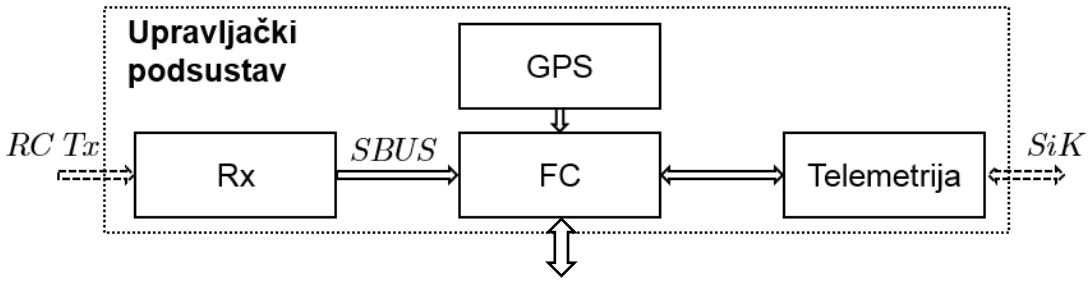
Zbog zahtjeva za različitim naponskim razinama, energetski podsustav se osim baterija sastoji i od pretvarača napona i distribucijskih komponenti. Općenita je podjela na visokoenergetski strujni krug na koji se spajaju komponente pogonskog podsustava te niskoenergetski strujni krug na koji se spaja upravljački podsustav. U jednostavnijim izvedbama za male letjelice, distribucija energije izvedena je kao tiskana pločica napajanja (engl. *power distribution board - PDB*), poput prikazane na slici 2.18. Kod energetskih podsustava velikih letjelica koje imaju više instalirane opreme, razvijeni su sofisticiraniji sklopovi za distribuciju energije (slika 2.19) koji pružaju različite razine napona. Osim distribucije energije, takvi sklopovi imaju i funkciju mjerenja električnih parametara baterije koje se prosljeđuju upravljačkoj jedinici u svrhu aktivnog praćenja stanja.

Slika 2.18: PDB s konektorom.

Slika 2.19: MAUCH power cube 4.

2.5 Upravljački podsustav

Temeljna zadaća upravljačkog podsustava vođenje je višerotorske letjelice u 3D prostoru prema zadanim ulaznim varijablama. Upravljački podsustav primarno se sastoji od upravljačke jedinice (FC), senzora za estimaciju stanja, telemetrije te prijamnika daljinskog upravljanja. S obzirom da višerotorski tip bespilotnih letjelica karakterizira inherentna nestabilnost, ključna komponenta letjelice je FC i može se slobodno reći da predstavlja mozak letjelice. Algoritam upravljanja generira upravljačke signale koje šalje pogonskim jedinicama u svrhu ostvarivanja željenog gibanja u 3D prostoru, odnosno obavljanja misije. Senzori orijentacije uglavnom su integrirani u FC, dok se pozicija estimira pomoću perifernih kompatibilnih senzora. Najčešće se koristi globalni pozicijski sustav - GPS, a u nekim izvedbama senzor optičkog toka (engl *optic flow*). Na slici 2.20 shematski je prikazan upravljački podsustav (engl. *avionics*) letjelice.



Slika 2.20: Shematski prikaz upravljačkog podsustava.

FC upravljačke signale koji dolaze s radio odašiljača (RC-Tx) dobiva putem jedsnosmjerne bežične veze s prijamnikom radio signala (RC-Rx). Telemetrija je dvosmjerna bežična veza koja se spaja na FC i služi za praćenje rada letjelice (stanje baterije, očitanje senzora i drugo) te slanje upravljačkih signala u slučaju kada se algoritam upravljanja izvodi na baznoj stanici (računalu). Dodatno se upravljački podsustav može sastojati od VTx modula koji služi za slanje videa s letjelice na baznu stanicu (VRx) u realnom vremenu, što je bitno s aspekta praćenja obavljanja misije. Sve komponente upravljačkog podsustava uglavnom rade na naponu 5V.

Masa upravljačkog podsustava puno je manja od mase ostalih podsustava, a jednaka je

$$m_{AV} = m_{FC} + m_{Rx} + m_{tele} + m_{GPS} + m_{VTx} + m_{AV_{af}}, \tag{2.6}$$

gdje je m_{FC} masa upravljačke jedinice, m_{Rx} masa prijamnika radio signala, m_{tele} masa modula telemetrije koja je smještena na letjelici, m_{GPS} masa GPS-a, m_{VTx} masa modula kamere i odašiljača video signala, a $m_{AV_{af}}$ masa konstrukcije upravljačkog podsustava.

2.5.1 Upravljačka jedinica

Upravljačka jedinica, u daljnjem tekstu FC, zapravo je minijaturno računalo koje se sastoji od procesora, memorije, integriranih senzora i priključaka za periferne uređaje. Glavna zadaća FC-a je generiranje i slanje upravljačkih signala potrebnih za ostvarivanje gibanja letjelice temeljem estimiranog stanja letjelice. Ostale zadaće mogu se sažeti u praćenje rada ostalih podsustava i komponenti letjelice. Do pojave prvih FC-a dovelo je povećanje računalne snage mikrokontrolera te razvoj MEMS senzora čime je direktno omogućen razvoj i ekspanzija primjena višerotorskih letjelica.

Standardna značajka svih modernih izvedbi FC-a je hardverska integracija inercijske mjerne jedinice (engl. *Inertial Measurement Unit – IMU*). IMU je orijentacijski (propriocepcijski) MEMS senzor koji mjeri fizikalne veličine potrebne za stabilno funkcioniranje višerotorske letjelice. U osnovnoj izvedbi sastoji se od troosnog akcelerometra koji mjeri translacijska ubrzanja i troosnog žiroskopa koji mjeri rotacijske (kutne) brzine letjelice. Naprednije verzije sastoje se od troosnog magnetometra (kompasa) za određivanje orijentacije letjelice u odnosu na Zemljino magnetsko polje. Dodatno od senzora može biti integriran i barometar za određivanje visine letjelice. Poželjno je da postoji redundantnost senzora i procesora kako bi se smanjio rizik od pada letjelice uslijed kvara ili greške primarnih komponenti FC-a.

Na tržištu postoji veliki broj izvedbi FC-a sa softverom otvorenog koda (engl. *open sourc*e) koje se osim razlika u hardveru razlikuju i prema firmware-u[3]. Klasificiraju se prema brzini STM32 procesora pa tako postoje F1 i F3 (takt 72 MHz), F4 (takt 168 MHz) te novije F7 jedinice (takt 216 MHz). Osim po brzini takta, razlikuju se i po veličini flash memorije te broju UART (engl. *Universal Asynchronous Receiver-Transmitter*) priključaka. Zahvaljujući razvoju malih i mikro letjelica prvenstveno namijenjenih zabavi i sportu postoji sve veći broj izvedbi harvera i programske podrške. Programska podrška uglavnom je u obliku aplikacija koje se mogu besplatno preuzeti te ih je potrebno kontinuirano ažurirati. U istraživanju malih i mikro letjelica korištene su *Baseflight*, *Betaflight*, *Cleanflight* i *Openpilot* aplikacije. U početnim fazama testiranja letjelica programska podrška je služila za odabir referentnog okvira (engl. *airframe reference*), odnosno konfiguracije letjelice, kalibraciju senzora, podešavanje parametara upravljanja, odabir modova, testiranje motora i drugo. Izvedbe upravljačkog podsustava eksperimentalnih letjelica temelje se na PX4 Autopilotu koji je odabran zbog potrebnih značajki i kompatibilnosti s MATLAB programskim paketom.

[3] Firmware - stalni (permanentni) softver pohranjen u stalnu memoriju (engl. *read-only memory*).

PX4 Autopilot je projekt s otvorenim kodom razvijen na temelju Arduino platforme registriran pod BSD licencom te je dio Dronecode projekta pod vodstvom organizacije The Linux Foundation. Glavni cilj projekta bio je razviti jeftinu i dostupnu tehnologiju kako bi se olakšalo njeno korištenje u akademskoj zajednici. Projekt je započeo Lorenz Meier 2009. godine u Computer Vision and Geometry Lab-u na ETH Zürich [58]. Projekt obuhvaća niz rješenja za upravljanje mobilnim robotima, prvenstveno bespilotnim letjelicama. Upravljačku jedinicu predstavlja serija Pixhawk s pripadajućim PX4 firmware-om. Standardna programska podrška koja dolazi uz PX4 Autopilot je QgroundControl ili Mission Planner.

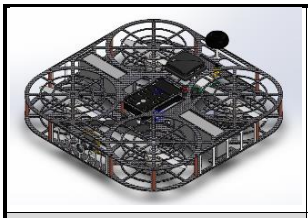
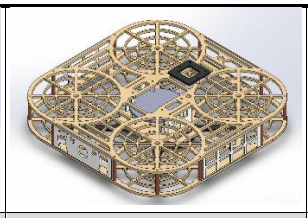
PX4 firmware je kod koji se izvršava na FC-u (Pixhawk), a sastoji se od dva glavna sloja: PX4 flight stack i PX4 middleware. PX4 flight stack je sustav za estimaciju i upravljanje koji se sastoji od skupa algoritama za vođenje, navigaciju i regulaciju autonomnih letjelica. Algoritmi su pisani u obliku modula koji čine samostalne programske jedinice i lako ih je zamijeniti. PX4 middleware je općeniti robotski sloj koji podržava bilo koju vrstu autonomnog robota, a sastoji se od skupa softverskih alata koji čine poveznicu između operativnog sustava i hardverskih ulaza/izlaza. Čine ga upravljački programi za pojedine hardverske komponente te aplikacije za internu komunikaciju. Cijeli sustav je reaktivan i u potpunosti paraleliziran.

Tablica 2.9: Pixawk autopiloti i njihove karakteristike.

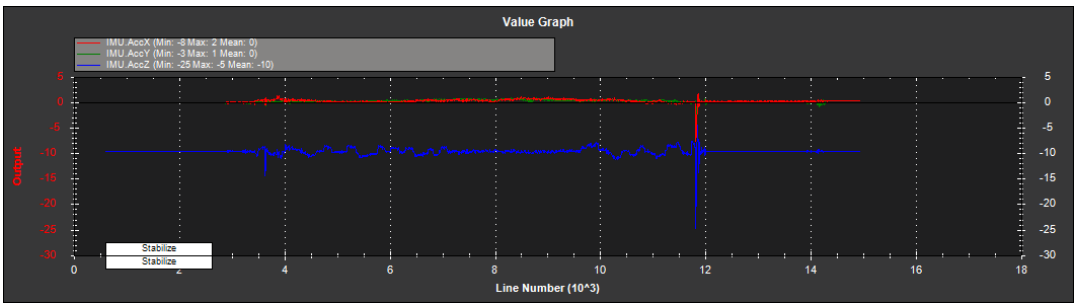
	Pixhawk 1 FMUv2	**Pixhawk 2 FMUv3**
CPU	STM32F427 Cortex-M4F 32-bit / 168 MHz	STM32F427 Cortex-M4F 32-bit / 168 MHz
RAM/FLASH	256 KB / 2 MB	256 KB / 2 MB
Izlazi	14 PWM / servo izlaza	14 PWM / servo izlaza
Dimenzije	81.5 x 50 x 15.5 mm	95 x 45 x 31.5 mm
m_{FC}	38 g	49 g
Značajke	Redundantni CPU, NuttX RTOS, microSD logiranje, nadogradnja cjelokupnog senzorskog sklopovlja.	+ Ugrađena stabilizacija za senzore, grijanje senzorskog sklopovlja pri niskim temperaturama, trostruka redundancija senzora, podrška za više GPS modula, podrška za RTK tehnologiju, utor za Intel Edison modul.

Pixhawk FC predstavlja hardversko rješenje visokih performansi i brojnih mogućnosti za PX4 firmware koji se izvodi na NuttX RTOS (engl. *real-time operating system*). Kombinacija je PX4FMU i PX4IO modula s integriranom IMU. Uz Pixhawk FC dolaze i periferni uređaji (senzori, telemetrija) koji se dodaju upravljačkom podsustavu ovisno o namjeni letjelice. Pogodan je za različite tipove bespilotnih letjelica, bezposadnih kopnenih vozila (engl. *Unmanned Ground Vehicle – UGV*), podmornica i ostalih mobilnih robotskih platformi. Serija FMUv2 podržava MATLAB Simulink modul Pixhawk Target Blocks. Uz razvoj FC-a, razvijene su i brojne platforme koje ga koriste, a najčešće su to višerotorske letjelice poput 3DR Solo i Iris RTF (engl. *Ready to Fly*).

Tablica 2.10: Eksperimentalna letjelica za testiranje PX4 upravljačkog podsustava.

			
Konstruiranje koncepta	Prilagodba konstrukcije okvira	Sastavljeni prototip	Testiranje letjelice

U svrhu testiranja Pixhawk 1 FMUv2 jedinice, konstruirana je i izvedena letjelica s četiri rotora prikazana tablicom 2.10. Sastavni dio Pixhawk jedinice je micro SD kartica na kojoj se nalazi firmware i koja služi za spremanje (logiranje) podataka leta (engl. *flight data*). Ti podaci mogu uključivati očitanja sa senzora, stanje baterije, upravljačke signale te ostale parametre leta koji se mogu kasnije grafički prikazati. To omogućava pregledavanje, obrađivanje i analiziranje leta i performansi letjelice. Na slici 2.21 prikazano je očitanje akcelerometra za vrijeme testiranja letjelice.

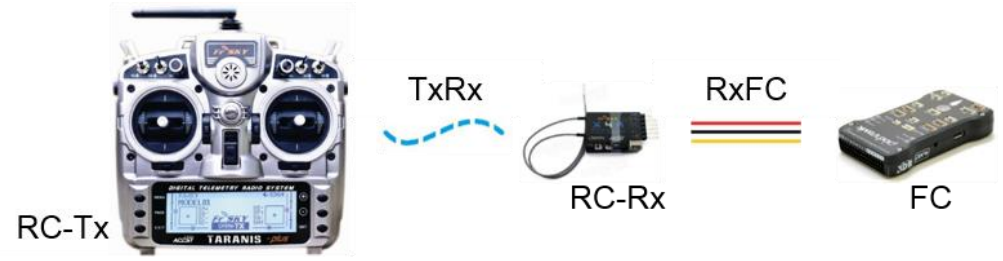


Slika 2.21: Očitanje s troosnog akcelerometra za vrijeme testiranja letjelice.

2.5.2 Daljinsko upravljanje

Daljinsko upravljanje (engl. *Remote Control – RC*), u daljnjem tekstu RC, omogućuje slanje upravljačkih signala s radio odašiljača daljinskog upravljanja na FC. Koristi se kod teleoperatorskog (manualnog) i poluautonomnog leta te tijekom testiranja prototipova i algoritama upravljanja. Frekvencija odašiljanja signala strogo je definirana i propisana te ne smije biti u spektru radijsko-televizijskih, GSM, vojnih i drugih signala. Za daljinsko upravljanje koriste se frekvencije koje su namijenjene općoj upotrebi. Više frekvencije (2.4 GHz) imaju veću brzinu komunikacije, odnosno manje kašnjenje signala, dok niže frekvencije (900 MHz) omogućavaju komunikaciju na većim udaljenostima.

RC koristi dvije vrste protokola, TxRx i RxFC (slika 2.22). TxRx označava protokol koji služi za bežičnu višekanalnu komunikaciju između radio odašiljača (engl. *RC Transmitter – RC-Tx*) i radio prijamnika (engl. *RC Receiver – RC-Rx*) letjelice. Karaktersitike protokola ovise o RC opremi (D8, D16, LR12, DSM, AFHDS, A-FHSS, FASST i drugi). RxFC označava univerzalni protokol (PWM, PPM, SBUS i drugi) za žičanu višekanalnu komunikaciju koja se odvija između RC-Rx i FC-a letjelice.



Slika 2.22: Shematski prikaz daljinskog upravljanja.

Kod PWM komunikacijskog protokola duljina signalnog impulsa najčešće varira između 1000 i 2000 mikrosekundi što je ekvivalentno duljini impulsa kojim se upravlja BLDC motor. S obzirom da višerotorski tip letjelica zahtjeva više PWM kanala, hardverski problem moguće je riješiti korištenjem „kompaktnije“ forme protokola. Kod PPM (engl. *Pulse Position Modulation*) protokola se u osnovi niz PWM signala modulira u jedan i šalje koristeći jedan signalni kabel. SBUS je serijski komunikacijski Rx protokol koji podržava do 18 kanala koristeći samo jedan signalni kabel, a koriste ga FrSky i Futaba telemetrijski RC sustavi. SBUS je zapravo invertirani UART komunikacijski signal, stoga je nužno da FC ima ugrađeni pretvornik signala za tu svrhu. Bitnije prednosti SBUS-a naspram PPM Rx protokola su veća brzina prijenosa i bolja rezolucija signala.

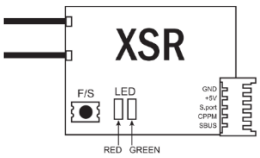
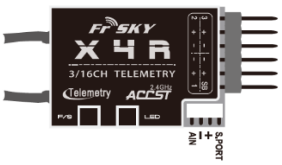
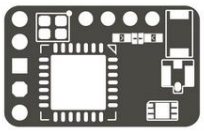
U istraživanju je korištena FrSky RC oprema. U osnovi se svaki RC-Tx uređaj sastoji od četiri palice te nekoliko analognih i digitalnih sklopki. Razlikuju se prema modu palica pri čemu se tijekom istraživanja koristi tzv. mod 2 kod kojeg lijeva palica nema oprugu za vertikalno centriranje. Raspored upravljačkih signala može se programirati u RC-Tx uređaju, a tijekom istraživanja korišteni su RC-Tx uređaji Taranis X7S i X9S. Upravljački signali (tablica 2.11.) nazvani su prema upravljačkim površinama letjelica s fiksnim krilima [59].

Tablica 2.11: Povezanost kanala s upravljačkim signalima.

Broj kanala	Upravljačka površina i potisak	Os	Sile i momenti
Ch1	Aileron	Uzdužna - X	Moment valjanja
Ch2	Elevator	Bočna - Y	Moment propinjanja
Ch3	Thrust	Ovisno o vrsti UAV	Sila potiska
Ch4	Rudder	Vertikalna - Z	Moment skretanja

RC-Rx osim standardnih značajki (tablica 2.12.) posjeduje i Smart Port koji omogućava dvosmjernu komunikaciju između RC-Tx i RC-Rx. Neke izvedbe RC-Rx posjeduju i dodatne PWM kanale što otvara mogućnosti za daljinsko upravljanje podsustavom opreme. Prije testiranja i korištenja odabrane RC opreme, RC-Tx i RC-Rx je potrebno međusobno upariti (engl. *bind*) kako bi se izbjegnula interferencija s drugom RC opremom.

Tablica 2.12 FrSKY Rx moduli i njihove karakteristike.

	FrSKY XSR	FrSKY X4RSB	FrSKY R9 Mini
			
Frekvencija	2.4 GHz	2.4 GHz	900 MHz
Raspon	> 1.5km	> 1.5km	> 10km
Broj kanala	16 SBUS, 8 CPPM	16 SBUS, 8 CPPM, 3 PWM	16 SBUS
Radni napon	4 - 10V	4 - 10V	3.5V – 10V
Struja	100mA@5V	100mA@5V	100mA@5V
Dimenzije	26x19.2x5 mm	40x22.5x6 mm	16x10x2.8mm
m_{Rx}	3.8g	5.8g	1.1g
Dodatak	Smart Port	Smart Port	Smart Port

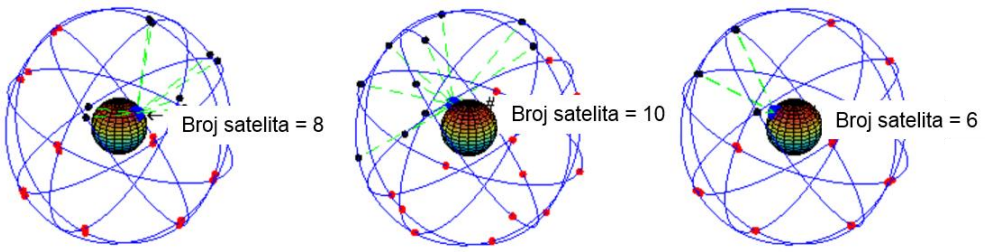
2.5.3 Telemetrija

Telemetrija omogućava bežičnu dvosmjernu komunikaciju izmedju FC-a i operatora ili bazne stanice i obrnuto te služi za praćenje rada sustava te za prijenos informacija. Kod višerotorskih letjelica koristi se za praćenje stanja baterije, očitanja senzora, parametara upravljanja, itd. te za podešavanje parametara i slanje upravljačkih signala u slučaju kada se algoritam upravljanja izvršava na baznoj stanici. Telemetrija pruža bežičnu MAVLink vezu između bazne upravljačke stanice i letjelice na kojoj se izvršava PX4 firmware.

PX4 firmware podržava različite tipove telemetrija, a u istraživanju će se koristiti SiK radio moduli uz pripadajući firmware i programske alate. Komplet se sastoji od dva modula i pripadnih kabela, čiji su protokoli kompatibilni s FC-om. Ovisno o tržištu, dolazi u verzijama 915MHz (SAD) i 433MHz (Europa). Modul koji se spaja na baznu stanicu (računalo) koristi USB priključak, dok se modul na letjelici spaja na TELEM1 ili SERIAL 4/5 port FC-a. SiK radio omogućuje tzv. vanjski način rada (engl. *external mode*) koji omogućuje komunikaciju u realnom vremenu s programskim paketom MATLAB.

2.5.4 Globalni navigacijski satelitski sustavi

PX4 Autopilot podržava globalne navigacijske satelitske sustave – GNSS, uključujući GPS, GLONASS, Galileo, BeiDou, QZSS i SBAS. FC koristi prijamnike koji komuniciraju putem Ublox, MTK ili Ashtech protokola ili putem UAVCAN-a. Rad GPS-a omogućuju sateliti koji cirkuliraju oko Zemlje te šalju svoju poziciju i vrijeme. GPS prijamnik prima te poruke i mjeri vremensku razliku između individualnih poruka sa satelita. Vrednovanjem te razlike, tzv. pseudoudaljenosti, prijamnik može izračunati poziciju na Zemlji. Svi sateliti dijele istu frekvenciju za odašiljanje orbitalne pozicije i vremena zbog čega je brzina odašiljanja jako niska. Svaki satelit u GPS sustavu ima 12-satnu orbitu i leti na visini od 20190 kilometara. Oko Zemlje postoji šest orbitalnih ravnina od kojih svaka ima barem četiri satelita. Smješteni su na otprilike 60° jedan od drugog ovisno o samom broju satelita po orbiti. To osigurava da su u svakom trenutku vidljiva barem četiri satelita, a u pravilu puno više (slika 2.23).



Slika 2.23: Prikaz orbitalnih ravnina i satelita.

U standardnom (normalnom) modu rada koji koristi većina pametnih telefona i računala, nazivna se pozicija dobiva iz pseudoudaljenosti. U tom modu prijamnik treba vidjeti barem četiri različita satelita kako bi mogao estimirati trenutnu poziciju (tri koordinate) i trenutno vrijeme. Ovaj mod daje apsolutnu poziciju na Zemlji, ali je relativno netočan, s točnošću pozicioniranja između 3 i 15 metara, a ovisi o korištenoj opremi i atmosferskom stanju. RTK GPS (engl. *Real Time Kinematic*) je precizniji mod rada koji zahtijeva dodatnu baznu (referentnu) stanicu [60]. Ideja je da se odrede točni fazni pomaci signala između GPS prijamnika i bazne stanice čime se mogu postići visoke točnosti pozicioniranja, obično ispod jednog centimetra. Pozicija dobivena na taj način nije apsolutna na Zemlji nego relativna u odnosu na baznu stanicu koja se može koristiti za više GPS prijamnika smještenih na letjelicama. U istraživanju je korišten Here RTK GPS modul kompatibilan s Pixhawk 2 FC-om (slika 2.24).

Slika 2.24: Pixhawk 2 Here RTK GPS.

2.5.5 Komunikacija i upravljanje podsustavom opreme

Za potrebe dobivanja podataka od podsustava opreme i upravljanja pogonskim komponentama opreme, razmatra se korištenje Teensy serije mikrokontrolera s ARM Cortex-M4 i M7 procesorima. Zbog visokih performansi i izrazito malih dimenzija, Teensy razvojne pločice pogodne su za integraciju u upravljački podsustav letjelice gdje se spajaju na FC i RC-Rx. Na slici 2.25 prikazana je Teensy 3.2 razvojna pločica radnog takta 72 MHz, a na slici 2.26 Teensy 4.0 radnog takta 600 MHz.

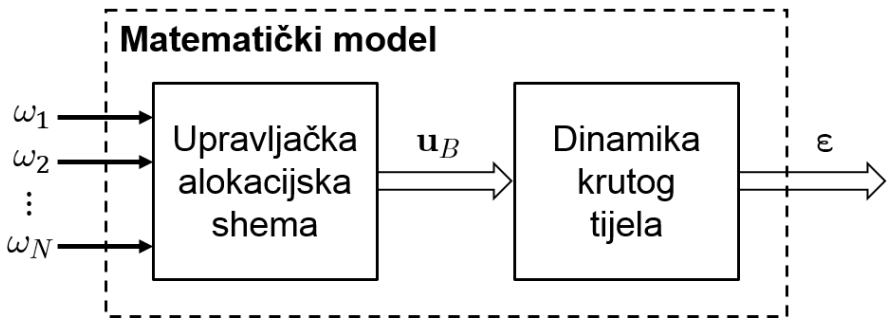
Slika 2.25: Teensy 3.2 razvojna pločica.

Slika 2.26: Teensy 4.0 razvojna pločica.

3 Matematički model višerotorske letjelice

Matematički model opisuje dinamiku, odnosno ponašanje sustava višerotorske letjelice sa zadanim fizikalnim parametrima, u odnosu na ulazne varijable i modelirane vanjske utjecaje na sustav. Predstavlja funkciju koja preslikava ulaze na izlaze pomoću koje je moguće odrediti poziciju i orijentaciju letjelice u prostoru, s obzirom na ulazne varijable pogonskog podsustava ω_i. Matematički opis aproksimacija je i apstrakcija realnog sustava te je ujedno i prvi korak u razumijevanju matematičkih načela i fizičkih zakona koji se primjenjuju na izrazito nelinearni viševarijabilni sustav. Cilj je definirati matematički model koji će opisati ponašanje letjelice sa zadovoljavajućom točnošću. Potrebno je pronaći kompromis između složenosti i točnosti modela budući da detaljniji matematički model preciznije opisuje ponašanje sustava, ali također zahtijeva više računalnih resursa. Model je podijeljen na dinamiku krutog tijela u kojoj je uključena i kinematika letjelice te na upravljačku alokacijsku shemu (slika 3.1). Jednadžbe gibanja letjelice izvedene su pomoću Newton-Eulerove metode. Preko translacijske i rotacijske kinematike dobiva se izlaz iz matematičkog modela koji je predstavljen vektorom pozicije i orijentacije letjelice ε.

U ovom istraživanju naglasak će biti na modeliranju općenite (generalizirane) upravljačke alokacijske sheme koja opisuje proizvoljnu konfiguraciju letjelice, odnosno preslikavanje ulaznih varijabli, kutnih brzina rotora ω_i, na upravljački vektor letjelice $\mathbf{u}_B$. Modeliranje sheme bitno je iz nekoliko aspekata: projektiranja i konstruiranja sustava, projektiranja i sinteze algoritama upravljanja te planiranja leta. Alokacijska shema određena je geometrijskim rasporedom i fizikalnim parametrima rotora. U svrhu provedbe računalnih simulacija, koje predstavljaju jednostavnu, jeftinu i bezopasnu metodu analize performansi letjelice, matematički model će se nakon verifikacije implemetnirati u programski paket MATLAB.



Slika 3.1: Podjela matematičkog modela višerotorske letjelice.

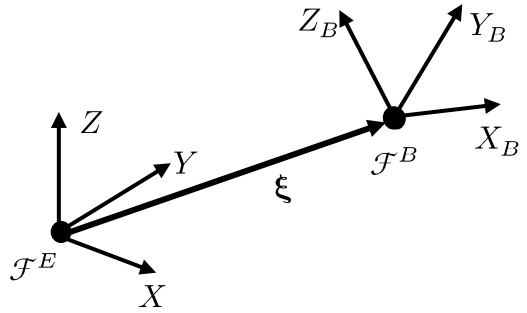
3.1 Dinamika krutog tijela

Višerotorske letjelice promatraju se kao kruta tijela koja egzistiraju u trodimenzionalnom prostoru, stoga imaju šest stupnjeva slobode gibanja (6 DOF). Propeleri s konstantnim kutom nagiba elise, montirani na rotore motora, jedini su pokretni dijelovi iz čega proizlazi da gibanje takvog tipa letjelice izravno ovisi o kutnim brzinama rotora. Pretpostavljena je krutost elise propelera te simetričnost konfiguracije letjelice, što s mehaničke točke gledišta, uvelike pojednostavljuje matematički opis dinamike sustava.

3.1.1 Referentni koordinatni sustavi

Prostorne koordinate svake točke zadate su uređenim skupom od tri broja definirana konvencijom o osima (engl. *axes conventions*). Konvencije o osima predstavljaju standardizirane načine utvrđivanja pozicije i orijentacije letjelica ili ostalih kategorija mobilnih robota. Postoje osnovne dvije konvencije za koordinatne sustave, Istok, Sjever, Gore (engl. *East, North, Up – ENU*) te Sjever, Istok, Dolje (engl. *North, East, Down – NED*) [61]. Za potrebe opisivanja kinematike i dinamike višerotorske letjelice definirana su dva desnokretna ENU Kartezijeva koordinatna sustava (slika 3.2):

- Inercijski koordinatni sustav (*Earth frame*) $\mathcal{F}^E$, $\{O_E, X, Y, Z\}$,
- Koordinatni sustav letjelice (*Body frame*) $\mathcal{F}^B$, $\{O_B, X_B, Y_B, Z_B\}$.



Slika 3.2: Referentni koordinatni sustavi letjelice.

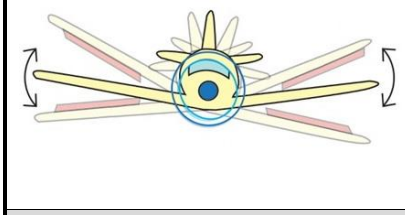
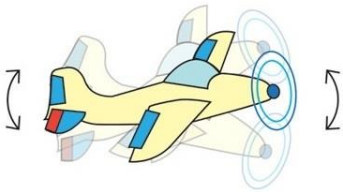
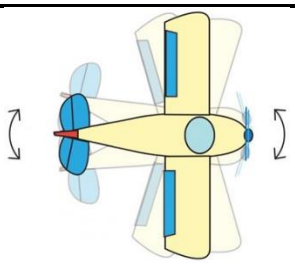
$\mathcal{F}^E$ je inercijski desnokretni Kartezijev koordinatni sustav vezan za nepomičnu točku na površini Zemlje kod kojeg je smjer Z osi u smjeru normale od razine tla prema gore. Zato što $\mathcal{F}^E$ ne rotira, zakon tromosti izravno je primjenjiv. U $\mathcal{F}^E$ sustavu definirane su pozicija (3.1) i orijentacija (3.2) višerotorske letjelice. Pozicija je određena koordinatama vektora koji povezuje ishodište $\mathcal{F}^E$ s ishodištem $\mathcal{F}^B$

$$\boldsymbol{\xi} = [X \quad Y \quad Z]^{\mathrm{T}}. \tag{3.1}$$

Letjelice se mogu okretati (rotirati) oko tri osi (tablica 3.1) pa je orijentacija višerotorske letjelice određena s tri Eulerova kuta koji opisuju orijentaciju $\mathcal{F}^B$ u odnosu na $\mathcal{F}^E$. Rotacija oko uzdužne (longitudinalne) X osi definirana je kao kut valjanja (engl. *roll angle*) ϕ, rotacija oko bočne (lateralne) Y osi kao kut propinjanja (engl. *pitch angle*) θ i rotacija oko vertikalne Z osi kao kut skretanja (engl. *yaw angle*) ψ,

$$\boldsymbol{\eta} = [\phi \quad \theta \quad \psi]^{\mathrm{T}}. \tag{3.2}$$

Tablica 3.1: Kutovi orijentacije letjelice.

		
kut valjanja ϕ	kut propinjanja θ	kut skretanja ψ

$\mathcal{F}^B$ je također desnokretni Kartezijev koordinatni sustav. Pretpostavka je da se ishodište $\mathcal{F}^B$ podudara s težištem (engl. *Center of Mass – COM*) letjelice. $\mathcal{F}^B$ je kruto vezan uz tijelo višerotorske letjelice koja rotira, stoga se Newtonovim zakonima gibanja dodaju inercijske (d'Alambertove) sile. Translacijske (linearne) brzine (3.3), rotacijske (kutne) brzine (3.4), sile **F** i momenti **T** definirani su u $\mathcal{F}^B$,

$$\mathbf{v}^B = [u \quad v \quad w]^{\mathrm{T}}, \tag{3.3}$$

$$\boldsymbol{\omega}^B = [p \quad q \quad r]^{\mathrm{T}}. \tag{3.4}$$

Jednadžbe gibanja prikladnije je formulirati u $\mathcal{F}^B$ iz sljedećih razloga:

- matrica inercije vremenski je nepromjenjiva,
- jednadžbe gibanja se zbog simetričnosti tijela letjelice mogu pojednostaviti,
- mjerenja dobivena sa senzora vezana su za $\mathcal{F}^B$,
- vektor upravljačkih sila i momenata djeluje u $\mathcal{F}^B$.

$\mathcal{F}^E$ koordinatni sustav definira se iz sljedećih razloga:

- definiranje pozicije letjelice u prostoru potrebno za planiranje leta,
- nema inercijskih sila,
- jednostavna definicija gravitacijske sile.

3.1.2 Kinematika letjelica

Kinematika je grana mehanike koja se bavi proučavanjem i opisivanjem gibanja pri čemu ne razmatra uzroke gibanja. Kruto tijelo je idealizirano tijelo nepromjenjiva oblika i volumena u kojem se ne mijenja međusobni položaj čestica. Pod pretpostavkom da je višerotorska letjelica kruto tijelo, translacijska gibanja mogu se opisati kao gibanje čestice smještene u težište tijela. Iz te konstatacije proizlazi da se translacijsko gibanje krutog tijela sa 6 DOF može opisati translacijom ishodišta $\mathcal{F}^B$. Slijedi da se i rotacija krutog tijela može opisati rotacijom $\mathcal{F}^B$ koordinatnog sustava. Opis gibanja letjelice svodi se na opis translacije i rotacije $\mathcal{F}^B$, a kinematika općeg krutog tijela sa 6 DOF definirana je sljedećim izrazom

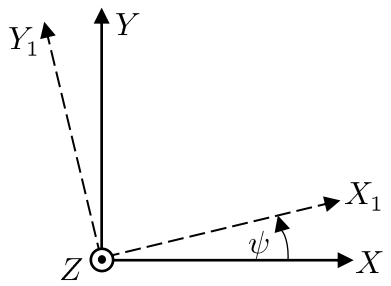
$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\xi}\\ \boldsymbol{\eta}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{R} & \mathbf{0}_{3\times3}\\ \mathbf{0}_{3\times3} & \boldsymbol{\Omega}_B\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{v}^B\\ \boldsymbol{\omega}^B\end{bmatrix}, \tag{3.5}$$

gdje je $\mathbf{R}$ matrica rotacije koja preslikava translacijski vektor brzina iz $\mathcal{F}^B$ u $\mathcal{F}^E$, $\mathbf{0}_{3\times3}$ je nul matrica, a $\boldsymbol{\Omega}_B$ je matrica transformacije koja preslikava rotacijski vektor brzina iz $\mathcal{F}^B$ u $\mathcal{F}^E$.

Prema Eulerovom orijentacijskom teoremu, svaka složena rotacija može se rastaviti na elementarne rotacije oko poznatih osi. Primjenom Eulerovog teorema, rotacija $\mathcal{F}^E$ u $\mathcal{F}^B$ opisana je s tri uzastopne rotacije oko poznatih osi. S obzirom da matrica rotacije preslikava vektore iz $\mathcal{F}^B$ u $\mathcal{F}^E$, potrebno je izračunati inverzne matrice rotacija. Matrica rotacije je ortogonalna matrica iz čega proizlazi da je njen inverz jednak transponiranoj matrici ($\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^{\mathrm{T}}$). U ovom radu koristi se redosljed kutova "skretanje – propinjanje – valjanje" (engl. *yaw-pitch-roll*) te je matrica rotacije definirana izrazom

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\ \psi, Z\ \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\ \theta, Y\ \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\ \phi, X\ . \tag{3.6}$$

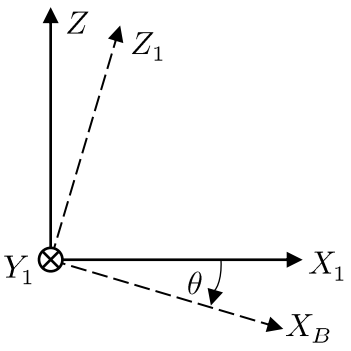
Matrica $\mathbf{R}\ \psi, Z\ $ opisuje rotaciju oko Z osi za kut skretanja ψ. Rezultat rotacije je pomoćni koordinatni sustav s osima (X_1, Y_1, Z) prikazan na slici 3.3.



Slika 3.3: Rotacija oko Z osi.

$$\mathbf{R}\ \psi, Z\ = \begin{bmatrix} c_\psi & s_\psi & 0\\ -s_\psi & c_\psi & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}. \tag{3.7}$$

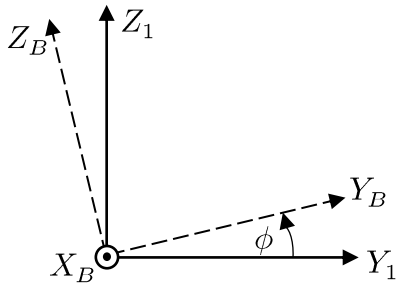
Matrica $\mathbf{R}\ \theta, Y\ $ opisuje rotaciju oko Y_1 osi za kut propinjanja θ. Rezultat rotacije je pomoćni koordinatni sustav s osima (X_B, Y_1, Z_1) prikazan na slici 3.4.



Slika 3.4: Rotacija oko Y_1 osi.

$$\mathbf{R}\ \theta, Y\ = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & -s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix}. \tag{3.8}$$

Matrica $\mathbf{R}(\phi, X)$ opisuje rotaciju oko X_B osi za kut valjanja ϕ. Rezultat rotacije je koordinatni sustav letjelice ($\mathcal{F}^B$) s osima (X_B, Y_B, Z_B) prikazan na slici 3.5.



Slika 3.5: Rotacija oko X_B osi.

$$\mathbf{R}\ \phi, X\ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\phi \end{bmatrix}, \tag{3.9}$$

gdje je: $\mathrm{c}_i = \cos\ i\ \ , \mathrm{s}_j = \sin(j)$.

Transponiranjem matrica 3.7, 3.8 i 3.9 te uvrštavanjem u jednadžbu 3.6 dobije se matrica rotacije koja preslikava složenu rotaciju iz $\mathcal{F}^B$ sustava letjelice u $\mathcal{F}^E$ inercijski koordinatni sustav.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c_\psi c_\theta & c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi & c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi \\ s_\psi c_\theta & s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi & s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix}. \tag{3.10}$$

Matrica rotacije sastoji se od devet elemenata, jednostavna je za spajanje (engl. *concatenate*) i invertiranje. Nedostatak matrice rotacije je preparametriranost s obzirom da postoji devet parametara za tri stupnja slobode gibanja pa se u nekim slučajevima za definiranje translacijske kinematike koriste alternativni prikazi. Neki od njih su prikaz preko Eulerovih kutova, os/kut ili najčešće korišteni alternativni prikaz pomoću kvaterniona [62]. U radu će se nadalje za definiranje translacijske kinematike koristiti matrica rotacije

$$\boldsymbol{\xi} = \mathbf{R}\mathbf{v}^B. \tag{3.11}$$

Budući da se kutne brzine događaju oko pojedine osi, iste se ne preslikavaju pomoću matrice rotacije. Promjena kuta skretanja događa se oko Z osi (slika 3.3), promjena kuta propinjanja oko Y_1 osi (slika 3.4), dok se promjena kuta valjanja događa oko X_B osi (slika 3.5). Pomoću elementarnih matrica rotacije, moguće je transformirati vektor kutnih brzina iz $\mathcal{F}^E$ u $\mathcal{F}^B$ izrazom

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}\ \phi, X \begin{bmatrix} 0 \\ \theta \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{R}\ \phi, X\ \mathbf{R}\ \theta, Y \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi \end{bmatrix}. \tag{3.12}$$

Izraz 3.12 može se zapisati kao

$$\boldsymbol{\omega}^B = \boldsymbol{\Omega}_B{}^{-1}\boldsymbol{\eta}. \tag{3.13}$$

Iz izraza 3.12 dobije se inverzna matrica transformacije koja opisuje preslikavanje kutnih brzina višerotorske letjelice iz $\mathcal{F}^E$ u $\mathcal{F}^B$

$$\boldsymbol{\Omega}_B{}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\phi & c_\theta s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix}. \tag{3.14}$$

Iz 3.14 slijedi da je matrica transformacije jednaka

$$\boldsymbol{\Omega}_B = \begin{bmatrix} 1 & s_\phi t_\theta & c_\phi t_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi / c_\theta & c_\phi / c_\theta \end{bmatrix} = \frac{1}{c_\theta} \begin{bmatrix} c_\theta & s_\phi s_\theta & c_\phi s_\theta \\ 0 & c_\phi c_\theta & -s_\phi c_\theta \\ 0 & s_\phi & c_\phi \end{bmatrix}, \tag{3.15}$$

gdje je $t_i = \tan\ i$. Slijedi da je rotacijska kinematika jednaka

$$\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\Omega}_B \boldsymbol{\omega}^B. \tag{3.16}$$

Kinematika krutog tijela sa 6 DOF može se sažeto zapisati izrazom

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\nu}, \tag{3.17}$$

gdje je $\boldsymbol{\varepsilon}$ vektor brzine letjelice u $\mathcal{F}^E$ jednak

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\xi} \quad \boldsymbol{\eta}]^{\mathrm{T}} = [X \quad Y \quad Z \quad \phi \quad \theta \quad \psi]^{\mathrm{T}}. \tag{3.18}$$

Vektor brzine letjelice u $\mathcal{F}^B$ jednak je

$$\boldsymbol{\nu} = [\mathbf{v}^B \quad \boldsymbol{\omega}^B]^{\mathrm{T}} = [u \quad v \quad w \quad p \quad q \quad r]^{\mathrm{T}}. \tag{3.19}$$

Generalizirana matrica preslikavanja vektora brzina iz $\mathcal{F}^B$ u $\mathcal{F}^E$ jednaka je

$$\boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \boldsymbol{\Omega}_B \end{bmatrix}. \tag{3.20}$$

3.1.3 Jednadžbe gibanja krutog tijela

Dinamika je grana mehanike koja se bavi proučavanjem djelovanja sila i momenata na gibanje tijela. Jednadžbe gibanja krutog tijela sa 6 DOF opisane su sa šest diferencijalnih jednadžbi drugog reda. Postoje dva osnovna načina izvoda jednadžbi gibanja, Newton-Eulerova metoda temeljena na Eulerovim zakonima gibanja krutog tijela (engl. *Euler's laws of motion*) te Euler-Lagrangeova metoda temeljena na energetskom pristupu. U radu se nadalje koristi Newton-Eulerova metoda za formulaciju jednadžbi, uz pretpostavku da se osi koordinatnog sustava letjelice podudaraju s glavnim osima inercije tijela višerotorske letjelice. Slijedi da je vektor koji povezuje ishodište koordinatnog sustava letjelice $\mathcal{F}^B$ s težištem letjelice $\mathbf{r}_G = [x_G \quad y_G \quad z_G]^{\mathrm{T}} = \mathbf{0}_{3\times 1}$ [63]. Prilikom projektiranja i konstruiranja letjelice poželjna je simetričnost sklopa letjelice te da je masa koncentrirana u središtu letjelice.

Jednadžbe gibanja izvedene su osnovnom kinematičkom jednadžbom koja povezuje derivaciju vektora između dva koordinatna sustava [64, 65]. Ako je $\mathbf{Q}$ proizvoljni vektor, derivacija vektora $\mathbf{Q}$ promatrana u koordinatnom sustavu A iznosi ${}^{d\mathbf{Q}}/_{dt}$. Ako promatramo iz drugog koordinatnog sustava B, derivacija iznosi ${}^{D\mathbf{Q}}/_{Dt}$. Razlika iznosa derivacije s obzirom na dva koordinatna sustava postoji ako sustav A rotira oko sustava B te je dana izrazom

$$\frac{D\mathbf{Q}}{Dt} = \frac{d\mathbf{Q}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{Q}, \tag{3.21}$$

gdje je $\boldsymbol{\omega}$ kutna brzina rotacije koordinatnog sustava A u odnosu na sustav B. Osnovna kinematička jednadžba sastoji se od komponente derivacije vektora koju bilježimo u koordinatnom sustavu A te dodatne komponente ubrzanja zbog rotacije koordinatnog sustava A u odnosu na sustav B.

Translacijsko (linearno) gibanje krutog tijela temeljeno na prvom Eulerovom zakonu opisano u $\mathcal{F}^E$ definirano je sljedećim izrazom

$$m\boldsymbol{\xi} = \mathbf{F}^E, \tag{3.22}$$

gdje je $\mathbf{F}^E$ vektor sume svih vanjskih sila koje djeluju na tijelo s obzirom na $\mathcal{F}^E$, a m je masa sustava višerotorske letjelice. Translacijska dinamika u $\mathcal{F}^B$ izražena primjenom osnovne kinematičke jednadžbe, uz $\mathbf{r}_G = \mathbf{0}_{3\times 1}$, definirana je sljedećim izrazom

$$m\mathbf{v}^B + \boldsymbol{\omega}^B \times (m\mathbf{v}^B) = \mathbf{F}, \tag{3.23}$$

gdje je $\mathbf{F}$ vektor sila koje djeluju na tijelo s obzirom na $\mathcal{F}^B$, $\mathbf{F} = [F_X \quad F_Y \quad F_Z]^{\mathrm{T}}$.

Rotacijsko gibanje krutog tijela temeljeno na drugom Eulerovom zakonu opisano u $\mathcal{F}^E$ definirano je sljedećim izrazom

$$\mathbf{I}\boldsymbol{\eta} = \mathbf{T}^E, \tag{3.24}$$

gdje je $\mathbf{T}^E$ vektor sume svih vanjskih momenata koji djeluju na tijelo s obzirom na $\mathcal{F}^E$, a $\mathbf{I}$ je matrica momenata inercije letjelice (engl. *body's inertia tensor*). Rotacijska dinamika u $\mathcal{F}^B$ izražena primjenom osnovne kinematičke jednadžbe, uz $\mathbf{r}_G = \mathbf{0}_{3\times1}$, definirana je sljedećim izrazom

$$\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^B + \boldsymbol{\omega}^B \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^B) = \mathbf{T}, \tag{3.25}$$

gdje je $\mathbf{T}$ vektor momenata koji djeluju na tijelo s obzirom na $\mathcal{F}^B$, $\mathbf{T} = [T_\phi \quad T_\theta \quad T_\psi]^{\mathrm{T}}$. Moment inercije krutog tijela u trodimenzionalnom prostoru izražen je matricom

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{XX} & I_{XY} & I_{XZ} \\ I_{YX} & I_{YY} & I_{YZ} \\ I_{ZX} & I_{ZY} & I_{ZZ} \end{bmatrix}. \tag{3.26}$$

Ako je zadovoljena pretpostavka da se osi koordinatnog sustava letjelice podudaraju s glavnim osima inercije tijela višerotorske letjelice, matrica momenata inercije postaje dijagonalna matrica

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{XX} & 0 & 0 \\ 0 & I_{YY} & 0 \\ 0 & 0 & I_{ZZ} \end{bmatrix}. \tag{3.27}$$

Matrični izraz generalne formulacije jednadžbe gibanja krutog tijela [63] jednak je

$$\mathbf{M}_B\boldsymbol{\nu} + \mathbf{C}_B\ \boldsymbol{\nu}\ \boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{\Lambda}, \tag{3.28}$$

gdje je $\mathbf{M}_B$ matrica inercije sustava, $\mathbf{C}_B\ \boldsymbol{\nu}$ matrica centripetalnih i Coriolisovih sila, a $\boldsymbol{\Lambda}$ je vektor vanjskih sila i momenata koji djeluju na kruto tijelo, $\boldsymbol{\Lambda} = [\mathbf{F} \quad \mathbf{T}]^{\mathrm{T}}$.

Matrica inercije sustava $\mathbf{M}_B$ sadrži članove koji pružaju otpor gibanju tijela, njezina parametrizacija je jedinstvena [63]. Prikazana je pomoću matričnog prikaza $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{S}(\mathbf{a})\mathbf{b}$, gdje je $\mathbf{S}$ anti-simetrična (engl. *skew-symmetric*) matrica, $\mathbf{S}\ \mathbf{a}\ = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}$.

$$\mathbf{M}_B = \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_3 & -m\mathbf{S}(\mathbf{r}_G) \\ m\mathbf{S}(\mathbf{r}_G) & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \tag{3.29}$$

gdje je $\mathbf{I}_3$ dijagonalna matrica. S obzirom na pretpostavku da je $\mathbf{r}_G = \mathbf{0}_{3\times1}$, matrica inercije sustava postaje

$$\mathbf{M}_B = \begin{bmatrix} m\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{XX} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{YY} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{ZZ} \end{bmatrix}. \tag{3.30}$$

Matrica centripetalnih i Coriolisovih sila $\mathbf{C}_B\ \boldsymbol{\nu}$ opisuje inercijske sile s obzirom na $\mathcal{F}^B$ ako isti rotira. Za razliku od matrice inercija, moguće je na različite načine parametrizirati matricu centripetalnih i Coriolisovih sila [63], a da vrijedi $\mathbf{C}_B\ \boldsymbol{\nu}\ = -\mathbf{C}_B{}^{\mathrm{T}}\ \boldsymbol{\nu}$

$$\mathbf{C}_B\ \boldsymbol{\nu}\ = \begin{bmatrix} m\mathbf{S}\ \boldsymbol{\omega}^B & -m\mathbf{S}\ \boldsymbol{\omega}^B\ \mathbf{S}\ \mathbf{r}_G \\ m\mathbf{S}\ \mathbf{r}_G\ \mathbf{S}\ \boldsymbol{\omega}^B & -\mathbf{S}(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^B) \end{bmatrix}. \tag{3.31}$$

S obzirom na pretpostavku da je $\mathbf{r}_G = \mathbf{0}_{3\times1}$, te budući da vrijedi $\mathbf{S}\ \mathbf{a}\ \mathbf{b} = -\mathbf{S}\ \mathbf{b}\ \mathbf{a}$, matrica centripetalnih i Coriolisovih sila postaje

$$\mathbf{C}_B\ \boldsymbol{\nu}\ = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3\times3} & -\mathbf{S}(m\mathbf{v}^B) \\ \mathbf{0}_{3\times3} & -\mathbf{S}(\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^B) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv & -mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz}r & -I_{yy}q \\ 0 & 0 & 0 & -I_{zz}r & 0 & I_{xx}p \\ 0 & 0 & 0 & I_{yy}q & -I_{xx}p & 0 \end{bmatrix}. \tag{3.32}$$

3.1.4 Sile i momenti koji djeluju na višerotorsku letjelicu

Na dinamiku sustava višerotorske letjelice utječu vanjske sile i momenti koji nastaju zbog djelovanja okoline te sile i momenti pogonskog podsustava letjelice. Vektor sila jednak je

$$\mathbf{F} = \mathbf{g}_B + \mathbf{d}_f + \mathbf{f}, \tag{3.33}$$

gdje je $\mathbf{g}_B$ vektor gravitacijske sile u $\mathcal{F}^B$, $\mathbf{d}_f = [d_{mX} \quad d_{mY} \quad d_{mZ}]^{\mathrm{T}}$ je vektor sila vanjskih poremećaja, a $\mathbf{f} = [f_X \quad f_Y \quad f_Z]^{\mathrm{T}}$ je vektor sila pogonskog podsustava.
Vektor momenata jednak je

$$\mathbf{T} = \mathbf{o}_B\ + \mathbf{d}_\tau + \boldsymbol{\tau}, \tag{3.34}$$

gdje je $\mathbf{o}_B$ vektor žiroskopskog momenta u $\mathcal{F}^B$, $\mathbf{d}_\tau = [d_{m\phi} \quad d_{m\theta} \quad d_{m\psi}]^{\mathrm{T}}$ je vektor momenata vanjskih poremećaja, a $\boldsymbol{\tau} = [\tau_\phi \quad \tau_\theta \quad \tau_\psi]^{\mathrm{T}}$ je vektor momenata pogonskog podsustava.

Vektor gravitacijske sile u $\mathcal{F}^E$ označen s $\mathbf{g}_E$ djeluje na sva tijela koja imaju masu, a nalaze se dovoljno blizu Zemlje. Smjer gravitacijske sile paralelan je sa Z osi $\mathcal{F}^E$ koordinatnog sustava. Preslikavanje vektora gravitacijske sile iz $\mathcal{F}^E$ u $\mathcal{F}^B$ obavlja se množenjem s izvedenom inverznom matricom rotacije

$$\mathbf{g}_B = \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\mathbf{g}_E = \mathbf{R}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix}, \tag{3.35}$$

gdje je g gravitacijska konstanta. Gravitacijska sila utječe samo na translacijsku dinamiku sustava višerotorske letjelice te se može generalno zapisati u obliku

$$\mathbf{G}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_B \\ \mathbf{0}_{3\times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mgs_\theta \\ -mgc_\theta s_\phi \\ -mgc_\theta c_\phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{3.36}$$

Vektor žiroskopskog momenta uvodi u model istoimeni efekt. Prilikom rotacije letjelice oko željene osi, počinje rotirati i oko osi koja je okomita na osi rotora i željenu os rotacije. Definiran je izrazom

$$\mathbf{o}_B = -\sum_{i=1}^{N} J_{TP}\ \ \boldsymbol{\omega}^B \times \mathbf{e}_3\ P_i\omega_i, \tag{3.37}$$

gdje je J_{TP} ukupni moment inercije motora (oko osi rotora) izražen u Nms^2, P_i je predznak rotacije, a ω_i je kutna brzina *i*-tog rotora izražena u s^{-1}. Vektor žiroskopskog momenta utječe samo na rotacijsku dinamiku sustava letjelice te se može generalno zapisati u obliku

$$\mathbf{O}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3\times 1} \\ \mathbf{o}_B \end{bmatrix}. \tag{3.38}$$

Vektor žiroskopskog momenta se vrlo često zanemaruje u dinamičkom modelu zbog malog ili zanemarivog utjecaja.

Vektor vanjskih poremećaja čine sile i momenti poremećaja $\mathbf{d} = [\mathbf{d}_f \quad \mathbf{d}_\tau]^{\mathrm{T}}$, koji predstavljaju utjecaje okoline poput naleta vjetra,

$$\mathbf{d} = [d_{mX} \quad d_{mY} \quad d_{mZ} \quad d_{m\phi} \quad d_{m\theta} \quad d_{m\psi}]^{\mathrm{T}}. \tag{3.39}$$

Upravljački vektor sastoji se od vektora sila i vektora momenata pogonskog podsustava, $\mathbf{u}_B = [\mathbf{f} \quad \boldsymbol{\tau}]^{\mathrm{T}}$,

$$\mathbf{u}_B = [f_X \quad f_Y \quad f_Z \quad \tau_\phi \quad \tau_\theta \quad \tau_\psi]^{\mathrm{T}}. \tag{3.40}$$

Upravljački vektor jedini je vektor preko kojeg je moguće direktno utjecati na dinamiku sustava, a definiran je izrazom

$$\mathbf{u}_B = \boldsymbol{\Gamma}_B\boldsymbol{\Omega}, \tag{3.41}$$

gdje je $\boldsymbol{\Gamma}_B$ matrica upravljačke alokacijske sheme, a $\boldsymbol{\Omega}$ je vektor kvadrata kutnih brzina rotora

$$\boldsymbol{\Omega} = [{\omega_1}^2\ {\omega_2}^2 \ldots\ {\omega_N}^2]^{\mathrm{T}}. \tag{3.42}$$

U svrhu definiranja ukupnog dinamičkog modela sustava letjelice, sile i momenti koji djeluju na kruto tijelo definirani su matričnim izrazom

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{G}_B + \mathbf{O}_B + \mathbf{d} + \mathbf{u}_B. \tag{3.43}$$

3.1.5 Ukupni dinamički model višerotorske letjelice

Matrični izraz ukupnog dinamičkog modela sustava na temelju matričnih jednadžbi (3.28) i (3.43) jednak je

$$\mathbf{M}_B\boldsymbol{\nu} + \mathbf{C}_B\ \boldsymbol{\nu}\ \boldsymbol{\nu} = \mathbf{G}_B + \mathbf{O}_B + \mathbf{d} + \mathbf{u}_B. \tag{3.44}$$

Jednadžba (3.44) može se preformulirati na način da se izluči vektor ubrzanja $\boldsymbol{\nu} = [u \quad v \quad w \quad p \quad q \quad r]^{\mathrm{T}}$ definiran u $\mathcal{F}^B$ te se dobiva

$$\boldsymbol{\nu} = \mathbf{M}_B{}^{-1}(-\mathbf{C}_B\ \boldsymbol{\nu}\ \boldsymbol{\nu} + \mathbf{G}_B + \mathbf{O}_B + \mathbf{d} + \mathbf{u}_B). \tag{3.45}$$

Matrični zapis dinamičkog modela sustava može se zapisati i pomoću šest diferencijalnih jednadžbi drugog reda, za svaki stupanj slobode gibanja. Tada je translacijska dinamika definirana sa sljedeće tri jednadžbe

$$\begin{aligned}
u &= \ vr - wq \ + g\sin\theta + \frac{d_{mX}}{m} + \frac{f_X}{m},\\
v &= \ wp - ur \ - g\cos\theta\sin\phi + \frac{d_{mY}}{m} + \frac{f_Y}{m},\\
w &= \ uq - vp \ - g\cos\theta\cos\phi + \frac{d_{mZ}}{m} + \frac{f_Z}{m}.
\end{aligned} \tag{3.46}$$

Rotacijska dinamika definirana je sa sljedeće tri jednadžbe

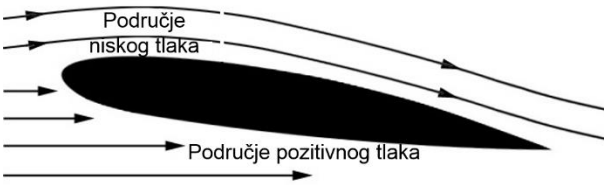
$$\begin{aligned}
p &= \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} qr - \frac{J_{TP}}{I_{xx}} q\Omega + \frac{d_{m\phi}}{I_{xx}} + \frac{\tau_\phi}{I_{xx}},\\
q &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} pr + \frac{J_{TP}}{I_{yy}} p\Omega + \frac{d_{m\theta}}{I_{yy}} + \frac{\tau_\theta}{I_{yy}},\\
r &= \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} pq + \frac{d_{m\psi}}{I_{zz}} + \frac{\tau_\psi}{I_{zz}}.
\end{aligned} \tag{3.47}$$

3.2 Upravljačka alokacijska shema višerotorske letjelice

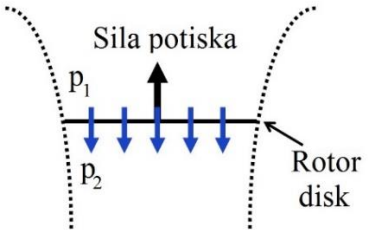
Upravljačka alokacijska shema (engl. *control allocation scheme*) opisuje preslikavanje kutnih brzina rotora na upravljački vektor letjelice (3.41), a determinirana je parametrima pogonskog podsustava koji se sastoji od N rotora. Propeleri montirani na rotore svojom rotacijom stvaraju aerodinamičke sile i momente potrebne za gibanje letjelice čiji parametri ovise o komponentama rotora (pogonskih jedinica). Konfiguracija letjelice određena je geometrijskim rasporedom rotora.

3.2.1 Aerodinamička opterećenja rotora

Poprečni presjek kraka propelera rotora svojim gibanjem (rotacijom) kroz zrak zbog aerodinamičkog oblika (slika 3.6), stvara aerodinamičke sile i momente. Prednji dio profila propelera (napadni rub) je zaobljen dok je stražnji dio (izlazni rub) sužen, a spaja ih imaginarna crta krila (engl. *wing chord*). Prema Bernoullijevom principu, tlak fluida se smanjuje na mjestima gdje se povećala brzina fluida. Zbog razlike tlakova na donjoj i gornjoj površini profila propelera javlja se sila uzgona presudna za stvaranje sile potiska (engl. *thrust force*) koja djeluje u osi rotora (slika 3.7). Pretpostavka je da se aerodinamička opterećenja sastoje od sile potiska i momenta otpora (engl. *drag torque*) koji se javlja zbog prevladavanja otpora zraka i postizanja željene kutne brzine. Veza između sile potiska i momenta otpora s kutnom brzinom rotora izvedena je pomoću faktora aerodinamičkih opterećenja.



Slika 3.6: Aerodinamički oblik propelera.



Slika 3.7: Model protoka zraka rotora.

Sila potiska *i*-tog rotora jednaka je

$$f_{R_i} = k_{f_i}\omega_i{}^2, \tag{3.48}$$

gdje je k_{f_i} faktor sile potiska, a ω_i kutna brzina *i*-tog rotora. Faktor sile potiska, izražen u Ns^2, ovisi o geometriji propelera i gustoći zraka, a definiran je izrazom

$$k_f = C_T \rho A r^2, \tag{3.49}$$

gdje je C_T koeficijent potiska propelera, ρ gustoća zraka, A površina diska propelera, r radijus propelera [66].

Moment otpora *i*-tog rotora jednak je

$$\tau_{R_i} = k_{\tau_i}\omega_i{}^2, \tag{3.50}$$

gdje je k_{τ_i} faktor momenta otpora *i*-tog rotora izražen u Nms^2. Ovisi o geometriji propelera, gustoći zraka te snazi pogona, a definiran je izrazom

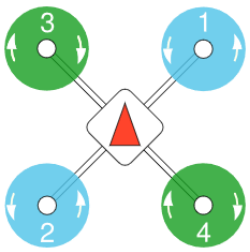
$$k_\tau = C_P \rho A r^3, \tag{3.51}$$

pri čemu je C_P koeficijent snage rotora [66].

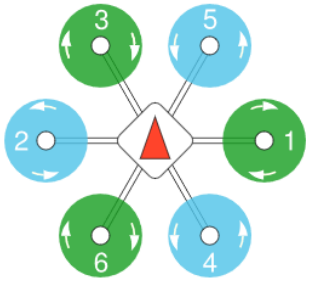
Uzimajući u obzir aerodinamičke efekte, iz jednadžbi (3.48) i (3.50) proizlazi da su u teoriji sila potiska i moment otpora proporcionalni kvadratu kutne brzine rotora. Faktori sile potiska i momenta otpora mogu se dobiti iz identificiranih statičkih mapa pogonskih jedinica na temelju provedenih eksperimentalnih mjerenja pogona višerotorskih letjelica.

3.2.2 Konfiguracije višerotorskih letjelica

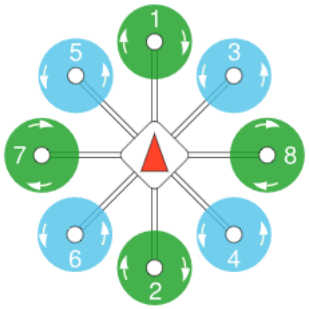
Konvencionalne konfiguracije višerotorskih letjelica uglavnom se sastoje od parnog broja jednakih rotora simetrično raspoređenih u jednoj ili više paralelnih ravnina. Svaki par sastoji se od CW i CCW rotora u svrhu poništavanja reaktivnog momenta oko vertikalne osi letjelice. Najčešće korištena konfiguracija ima četiri rotora (slika 3.8), takozvani quadrotor (quadcopter). U toj izvedbi rotori su smješteni u istoj ravnini na krajevima dijagonala koje su postavljene u X ili + konfiguraciji [67] u odnosu na X_B os koja je na slikama ispod označena crvenom strelicom. Osim quadrotora, često se zbog mase opreme koriste i konfiguracije sa šest rotora (slika 3.9), takozvani hexarotor (hexacopter) ili osam rotora (slika 3.10), takozvani octorotor (octocopter). Odabir pogonskog podsustava ovisi o zahtjevima poput nosivosti, duljine trajanja leta, potrošnje električne energije ili o drugim specifičnim zahtjevima [68, 69]. Važno je napomenuti da povećanje broja rotora povećava cijenu letjelice te troškove rada i održavanja. Spomenutim konfiguracijama zajednički je raspored rotora u jednoj ravnini, pri čemu su površine propelera dovoljno udaljene pa nema (ili je zanemariva) interakcija rotora.



Slika 3.8: Quadrotor - X4 [70].

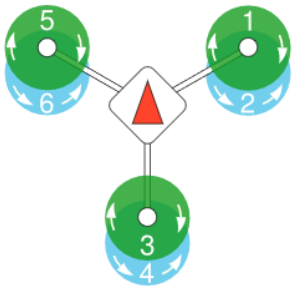


Slika 3.9: Hexarotor - X6 [70].

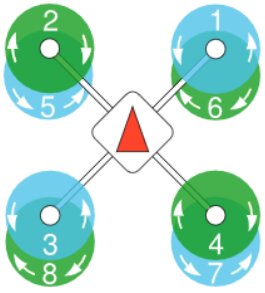


Slika 3.10: Octorotor - +8 [70].

Konfiguracije s preklapanjem površina propelera koriste se kada je potrebna veća nosivost višerotorske letjelice u kompaktnoj izvedbi, odnosno kada postoje ograničenja u veličini letjelice (promjeru *D*). Najčešće izvedbe su s tzv. koaksijalnim rasporedom rotora (slike 3.11 i 3.12) koje karakterizira potpuno preklapanje površina diska propelera [71]. U odnosu na konfiguracije bez preklapanja, imaju smanjenu učinkovitost pogonskih jedinica, što se manifestira kroz kraće vrijeme leta ili smanjenu nosivost za isti broj rotora.



Slika 3.11: Coaxial hexarotor - CY6 [70].



Slika 3.12: Coaxial octorotor - CX8 [70].

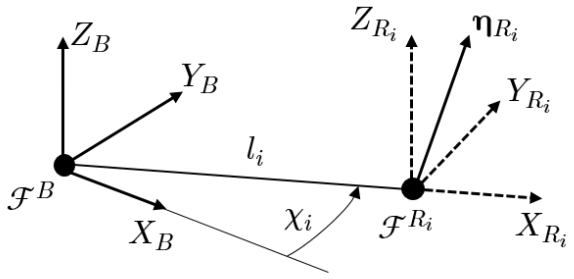
Većina komercijalnih upravljačkih jedinica podržava spomenute konvencionalne konfiguracije. Štoviše, arhitektura upravljanja osigurava jednostavnu implementaciju bez posebnih zahtjeva za promjenama u algoritmu upravljanja. Invertirana upravljačka alokacijska shema, koja se obično naziva motor mixer, preslikava upravljački vektor na upravljačke (PWM) signale kojima se upravljaju pogonske jedinice. PX4 autopilot ima preddefinirane referentne koordinatne sustave spomenutih konfiguracija (engl. *airframe references*) [70], od kojih su neke prikazane na slikama 3.8 - 3.12. Osim opisanih i prikazanih konfiguracija, istražuju se i konfiguracije s nepotpunim preklapanjem površina propelera (engl. *overlapping*) u svrhu smanjenja gubitaka potiska kod kompaktnijih izvedbi letjelica, odnosno povećanja korisnosti pogonskog podsustava [15, 49]. Za sve navedene konfiguracije višerotorskih letjelica stupanj upravljanosti je isti što definira dinamiku i performanse letjelice te pristup projektiranju regulatora. S obzirom da se sastoje od parnog broja simetrično postavljenih rotora u jednoj ili više ravnina paralelnih s $X_B Y_B$ ravninom, vektor potisaka rotora paralelan je sa Z_B osi koordinatnog sustava letjelice. Takve konfiguracije mogu se klasificirati kao ravne ili planarne konfiguracije višerotorskih letjelica (engl. *flat multirotor configuration – FMRC*) [31].

U ovom radu razmatrat će se konfiguracije letjelica s neplanarno postavljenim rotorima (engl. *non-flat multirotor configuration – NFMRC*) [31]. Njih karakteriziraju zaokrenuti rotori čije osi više nisu paralelne sa Z_B osi. Rotori mogu biti pasivno ili aktivno zakretani oko dvije osi. Pravilnim odabirom konfiguracije moguće je postići puni stupanj upravljanosti sustava uz nužno zadržavanje ravnoteže u radnoj točci višerotorske letjelice [11, 72].

3.2.3 Geometrijski raspored rotora

Konfiguracije pogonskog podsustava višerotorskih letjelica određene su geometrijskim rasporedom rotora (pogonskih jedinica). Za svaki rotor nužno je definirati desnokretni koordinatni sustav rotora $\mathcal{F}^{R_i}$ (slika 3.13) pomoću kojeg je određena pozicija i orijentacija rotora u odnosu na $\mathcal{F}^B$. Os kraka rotora, koja spaja ishodište sustava letjelice i sustava rotora,

označena je s X_{R_i} te ima pozitivan smjer iz $\mathcal{F}^B$prema $\mathcal{F}^{R_i}$. Vertikalna os Z_{R_i} ima istu orijentaciju i smjer kao i Z_B.



Slika 3.13: Koordinatni sustav i-tog rotora.

Pozicija *i*-tog rotora ξ_{R_i} definirana je s dva parametra: duljinom kraka rotora l_i i kutom između osi X_B i X_{R_i}. Vektor kutova pozicije, definiranih u horizontalnoj ravnini letjelice X_BY_B, predstavlja temeljni parametar konvencionalnih konfiguracija (FMRC) opisanih u prethodnom potpoglavlju

$$\boldsymbol{\chi} = [\chi_1 \quad \chi_2 \quad \cdots \quad \chi_N]. \tag{3.52}$$

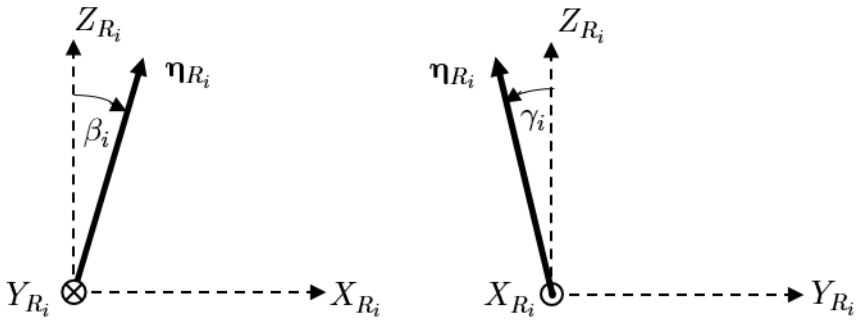
Pozicija se može odrediti pomoću elementarne matrice rotacije oko poznate Z_B osi letjelice za kut χ_i te je jednaka

$$\mathbf{R}_{R_i}\ \chi_i, Z_B\ = \begin{bmatrix} c_{\chi_i} & s_{\chi_i} & 0 \\ -s_{\chi_i} & c_{\chi_i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{3.53}$$

S obzirom da je cilj preslikati aerodinamičke sile i momente rotora u $\mathcal{F}^B$ u kojem je definiran upravljački vektor, potrebno je izračunati inverzne (transponirane) matrice rotacija. Zbog pojednostavljenja koje proizlazi iz pretpostavke da su rotori smješteni na X_BY_B ravnini, vektor pozicije *i*-tog rotora jednak je

$$\boldsymbol{\xi}_{R_i} = \mathbf{R}_{R_i}{}^{\mathrm{T}}\ \chi_i, Z_B\ \begin{bmatrix} l_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\chi_i} l_i \\ s_{\chi_i} l_i \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{3.54}$$

Konfiguracije višerotorskih letjelica s neplanarno postavljenim rotorima (NFMRC) definirane su i orijentacijom rotora (slika 3.14). Osim kutova pozicije $\boldsymbol{\chi}$, uvode se i parametri orijentacije rotora, kutovi otvora β i kutovi nagiba γ koji determiniraju raspodjelu aerodinamičkih sila i momenata pojedinih rotora na upravljački vektor letjelice.



Slika 3.14: Kutovi orijentacije i-tog rotora.

Vektor kutova otvora neplanarne konfiguracije jednak je

$$\boldsymbol{\beta} = [\beta_1 \quad \beta_2 \quad \dots \quad \beta_N], \tag{3.55}$$

gdje je β_i kut otvora *i*-tog rotora pomoću kojeg je definirana elementarna matrica rotacije oko poznate Y_{R_i} osi izrazom

$$\mathbf{R}_{R_i}(\beta_i, Y_{R_i}) = \begin{bmatrix} c_{\beta_i} & 0 & -s_{\beta_i} \\ 0 & 1 & 0 \\ s_{\beta_i} & 0 & c_{\beta_i} \end{bmatrix}. \tag{3.56}$$

Vektor kutova nagiba (engl. *tilt angle*) neplanarne konfiguracije jednak je

$$\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \cdots \quad \gamma_N], \tag{3.57}$$

gdje je γ_i kut nagiba *i*-tog rotora pomoću kojeg je definirana elementarna matrica rotacije oko poznate X_{R_i} osi kraka rotora izrazom

$$\mathbf{R}_{R_i}(\gamma_i, X_{R_i}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{\gamma_i} & s_{\gamma_i} \\ 0 & -s_{\gamma_i} & c_{\gamma_i} \end{bmatrix}. \tag{3.58}$$

S obzirom da je upravljački vektor definiran u $\mathcal{F}^B$, potrebno je izračunati inverzne (transponirane) matrice rotacija. Vektor orijentacije *i*-tog rotora jednak je

$$\boldsymbol{\eta}_{R_i} = \mathbf{R}_{R_i}{}^{\mathrm{T}}(\chi_i, Z_B)\mathbf{R}_{R_i}{}^{\mathrm{T}}(\beta_i, Y_{R_i})\mathbf{R}_{R_i}{}^{\mathrm{T}}(\gamma_i, X_{R_i})\mathbf{e}_3, \tag{3.59}$$

gdje je $\mathbf{e}_3 = [0 \quad 0 \quad 1]^{\mathrm{T}}$ jedinični vektor s obzirom da su aerodinamičke sile predstavljene u vertikalnoj osi rotora.

3.2.4 Preslikavanje aerodinamičkih sila i momenata na upravljački vektor

Iznosi aerodinamičkih sila i momenata koje rotor može isporučiti ovise o komponentama pogonskih jedinica, a opisane su pomoću faktora sile potiska i momenta otpora. Geometrijski raspored konfiguracije (pozicije i orijentacije rotora) određuje raspodjelu aerodinamičkih sila i momenata na upravljački vektor letjelice.

Vektor sile *i*-tog rotora s obzirom na $\mathcal{F}^B$ dobije se preslikavanjem sile potiska pomoću vektora orijentacije, a definiran je izrazom

$$\mathbf{f}_i = (k_{f_i}\boldsymbol{\eta}_{R_i})\omega_i{}^2. \tag{3.60}$$

Vektor momenata *i*-tog rotora s obzirom na $\mathcal{F}^B$ sastoji se od dvije komponente. Prva komponenta proizlazi iz djelovanja sile potiska, a izračunava se vektorskim produktom pozicije i orijentacije rotora. Druga komponenta proizlazi iz djelovanja momenta otpora i ovisi o orijentaciji rotora. Vektor momenata *i*-tog rotora definiran je izrazom

$$\boldsymbol{\tau}_i = (k_{f_i}\boldsymbol{\xi}_{R_i} \times \boldsymbol{\eta}_{R_i} + k_{\tau_i}\boldsymbol{\eta}_{R_i})\omega_i{}^2, \tag{3.61}$$

a izveden pomoću matričnog prikaza vektorskog produkta jednak je

$$\boldsymbol{\tau}_i = (k_{f_i}\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_{R_i})\boldsymbol{\eta}_{R_i} + k_{\tau_i}\boldsymbol{\eta}_{R_i})\omega_i{}^2. \tag{3.62}$$

Upravljački vektor definiran izrazima (3.40) i (3.41) sastoji se od vektora sila i vektora momenata pogonskog podsustava. S obzirom da su aerodinamičke sile rotora preslikane u $\mathcal{F}^B$, vektor sila pogonskog podsustava jednak je sumi vektora sila rotora te je definiran izrazom

$$\mathbf{f} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{f}_i. \tag{3.63}$$

Isto vrijedi i za vektor momenata koji je definiran izrazom

$$\boldsymbol{\tau} = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{\tau}_i, \tag{3.64}$$

Sile i momenti čine upravljački vektor koji je ulaz modela dinamike krutog tijela, a ulazne varijable u ukupni model koji se sastoji od upravljačke alokacijske sheme za višerotorski tip bespilotnih letjelica jesu kutne brzine rotora.

3.2.5 Matrica upravljačke alokacijske sheme

Model upravljačke alokacijske sheme opisuje preslikavanje ulaznih varijabli pogonskog podsustava na upravljački vektor višerotorske letjelice. Sastoji se od upravljačke alokacijske matrice $\mathbf{\Gamma}_B \in \mathbb{R}^{6\times N}$ koja je izvedena iz jednadžbi (3.63) i (3.64). Redovi matrice predstavljaju stupnjeve slobode gibanja, dok kolone matrice predstavljaju rotore (pogonske jedinice). Matrica upravljačke alokacijske sheme proizvoljne konfiguracije višerotorske letjelice definirana je sljedećim izrazom

$$\mathbf{\Gamma}_B = \begin{bmatrix} k_{f_1}\boldsymbol{\eta}_{R_1} & \cdots & k_{f_N}\boldsymbol{\eta}_{R_N} \\ k_{f_1}\mathbf{S}\left(\boldsymbol{\xi}_{R_1}\right)\boldsymbol{\eta}_{R_1} + k_{\tau_1}\boldsymbol{\eta}_{R_1} & \cdots & k_{f_N}\mathbf{S}\left(\boldsymbol{\xi}_{R_N}\right)\boldsymbol{\eta}_{R_N} + k_{\tau_N}\boldsymbol{\eta}_{R_N} \end{bmatrix}. \tag{3.65}$$

Rang matrice određuje broj upravljanih stupnjeva slobode gibanja sustava, odnosno determinira stupanj upravljanosti višerotorske letjelice što direktno utječe na projektiranje upravljanja i planiranje leta. Kada rang matrice nije punog reda, konfiguracija je podupravljana (engl. *underactuated*), što je karakteristično za konvencionalne konfiguracije letjelica. Konfiguracije s punim rangom matrice alokacije potpuno su upravljane (engl. *fully actuated*), stoga mogu ubrzati u proizvoljnom smjeru u prostoru.

Radi lakše implementacije modela i kompaktnijeg zapisa, napravljena je dekompozicija upravljačke alokacijske matrice. Ako izdvojimo geometrijski raspored pogonskog podsustava gdje je $\mathbf{H} = [\boldsymbol{\eta}_{R_1} \quad \cdots \quad \boldsymbol{\eta}_{R_N}]$ i $\mathbf{\Xi} = [\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_{R_1})\boldsymbol{\eta}_{R_1} \quad \cdots \quad \mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_{R_N})\boldsymbol{\eta}_{R_N}]$ matrica alokacije definirana je izrazom

$$\mathbf{\Gamma}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{\Xi} \end{bmatrix} \mathbf{k}_f + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3\times N} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} \mathbf{k}_\tau. \tag{3.66}$$

Komponente rotora predstavljene su dijagonalnom matricom faktora sila potisaka rotora

$$\mathbf{k}_f = \operatorname{diag}\{k_{f_1} \quad k_{f_2} \quad \ldots \quad k_{f_N}\}, \tag{3.67}$$

i dijagonalnom matricom faktora momenata otpora rotora

$$\mathbf{k}_\tau = \operatorname{diag}\{k_{\tau_1} \quad k_{\tau_2} \quad \ldots \quad k_{\tau_N}\}. \tag{3.68}$$

Predznak faktora momenta otpora ovisi o smjeru vrtnje rotora, CW rotori imaju pozitivan predznak, CCW rotori negativan.

S aspekta implementacije upravljanja na realni sustav s proizvoljnim parametrima potrebno je iz upravljačkog vektora koji je ujedno izlaz iz algoritma upravljanja dobiti potrebne kutne brzine. Budući da letjelice s manje ili više od šest rotora nemaju kvadratne matrice alokacije, vektor kvadrata kutnih brzina rotora izračunava se pomoću pseudoinverza alokacijske matrice

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Gamma}_B{}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Gamma}_B\boldsymbol{\Gamma}_B{}^{\mathrm{T}})^{-1}\mathbf{u}_B, \tag{3.69}$$

na temelju traženih performansi koje su zadane upravljačkim vektorom. Iz $\boldsymbol{\Omega}$ proizlaze potrebne brzine rotora koje se mapiraju na upravljačke (PWM) signale.

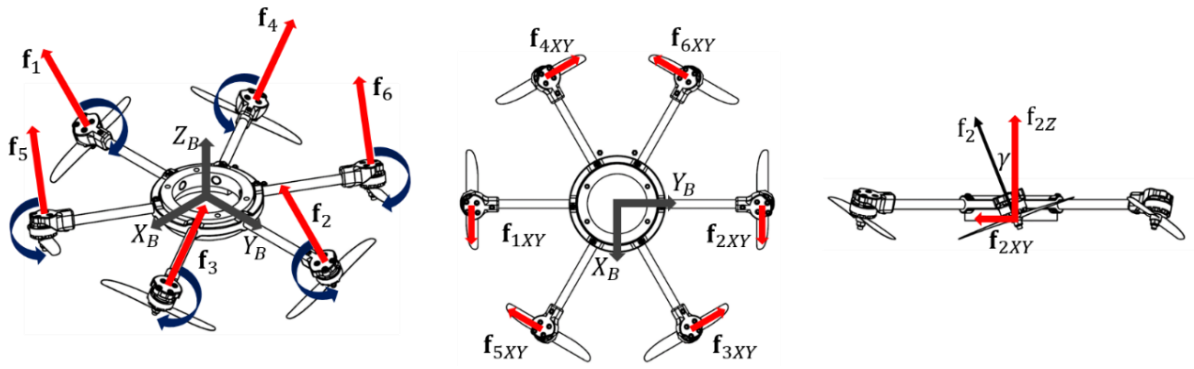
3.2.6 Upravljanost (aktuiranost) sustava

Konvencionalne konfiguracije višerotorskih letjelica karakterizira simetrični raspored rotora u jednoj ili više paralelnih ravnina. S obzirom da su kutovi nagiba i otvora jednaki nuli, vektor orijentacije *i*-tog rotora $\boldsymbol{\eta}_{R_i}$ postaje jedinični vektor $\mathbf{e}_3$. U tom slučaju, upravljačka alokacijska matrica ima rang jednak četiri pa slijedi da letjelica ima samo četiri neovisne upravljačke varijable. Planarnim, ravnim konfiguracijama (FMRC) svojstvena je podupravljanost sustava, bez obzira na broj rotora. Za postizanje željene pozicije u prostoru, potrebno je promijeniti orijentaciju letjelice, a postizanje željene orijentacije uzrokuje promjenu pozicije. Podupravljane konfiguracije su, dakle, čvrsto spregnuti (engl. *strongly coupled*) sustavi. Upravljačka alokacijska matrica planarnih konfiguracija jednaka je

$$\boldsymbol{\Gamma}_{FMRC} = \begin{bmatrix} k_{f_1}\mathbf{e}_3 & \dots & k_{f_N}\mathbf{e}_3 \\ k_{f_1}\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_{R_1})\mathbf{e}_3 + k_{\tau_1}\mathbf{e}_3 & \dots & k_{f_N}\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_{R_N})\mathbf{e}_3 + k_{\tau_N}\mathbf{e}_3 \end{bmatrix}. \tag{3.70}$$

Za povećanje stupnja upravljanosti sustava nužno je odabrati geometrijski raspored koji omogućuje odgovarajuću raspodjelu aerodinamičkih sila i momenata, prvenstveno sile potiska [73]. Na raspodjelu sile potiska utječe vektor orijentacije rotora (3.59) pa je potrebno provesti analizu utjecaja vektora kuta nagiba rotora na stupanj upravljanosti i performanse letjelice. Cilj je postići puni stupanj upravljanosti sustava uz zadržavanje ravnoteže u radnoj točci za konfiguracije koje se sastoje od minimalno šest rotora. U tom slučaju rang matrice alokacije jednak je šest što znači da postoji šest neovisno upravljanih stupnjeva slobode gibanja.

Na slici 3.15 prikazana je jedna od mogućih izvedbi potpuno upravljane konfiguracije s pasivno nagnutim rotorima koja je opisana u radu [33]. Shematski prikazani geometrijski raspored rotora NFX6 omogućuje izvođenja preciznih i kompleksnih gibanja letjelice u trodimenzionalnom prostoru. Dinamika pogreške u zatvorenoj petlji drugog je reda za sve stupnjeve slobode gibanja. Nedostatak prikazane konfiguracije je očito u većim zahtjevima za energijom prilikom obavljanja vertikalnog i stacionarnog leta budući da se dio sile potiska alocira na sile u horizontalnoj ravnini. U tu svrhu, potrebno je razmotriti aktivno upravljanje kutom nagiba rotora s ciljem poboljšanja performansi i stupnja korisnosti letjelice, što je postalo predmet istraživanja novijeg datuma [74, 75, 12].



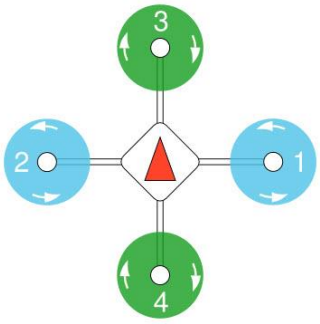
Slika 3.15: Pogonski podsustav NFX6.

3.3 Verifikacija i implementacija matematičkog modela

Matrica upravljačke alokacijske sheme verificirana je za četiri poznate konfiguracije višerotorskog tipa bespilotnih letjelica s različitim parametrima geometrijskog rasporeda rotora i karakteristika pogonskih jedinica.

3.3.1 Verifikacija upravljačke alokacijske matrice planarnih konfiguracija

Prva verifikacija napravljena je za slučaj konvencionalne konfiguracije letjelice sa četiri rotora. U komercijalnoj upotrebi najčešće se koriste quadrotori koji mogu biti u + (slika 3.16) ili X (slika 3.8) konfiguraciji. Konfiguracija quadrotora dvostruko je simetrična, iz čega proizlazi da su svi krakovi rotora iste duljine l. Sastoji se od dva para pogonskih jedinica istovjetnih karakteristika koje su simetrično postavljene u X_BY_B ravnini, a razlikuju se u smjeru kutne brzine rotora. Geometrijski raspored planarnog + quadrotora F+4 (slika 3.16) određen je vektorom kutova pozicije $\chi = [\frac{3\pi}{2} \quad \frac{\pi}{2} \quad 0 \quad \pi]$. Predznaci kutne brzine rotora definirani su dijagonalnom matricom faktora momenata otpora rotora $\mathbf{k}_\tau = \mathrm{diag}\{-k_\tau \quad -k_\tau \quad k_\tau \quad k_\tau\}$. Uvrštavanjem parametara geometrijskog rasporeda konfiguracije u (3.54), zatim parametara pogonskih jedinica u (3.66), odnosno u (3.70), dobije se upravljačka alokacijska matrica



$$\mathbf{\Gamma}_{F+4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_f & k_f & k_f & k_f \\ -k_f l & k_f l & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_f l & k_f l \\ -k_\tau & -k_\tau & k_\tau & k_\tau \end{bmatrix}. \tag{3.71}$$

Slika 3.16: Quadrotor – F+4 [70].

Definiranje upravljačkih varijabli quadrotora u + rasporedu opisano je u radu [76]. Upravljački vektor planarnih konfiguracija sastoji se od sile u vertikalnoj osi i tri momenta oko osi letjelice s obzirom na $\mathcal{F}^B$. Budući da se sastoji od četiri upravljačke varijable, upravljački vektor planarnih konfiguracija postaje

$$\mathbf{u}_{FMRC} = [0 \quad 0 \quad u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4]^{\mathrm{T}}. \tag{3.72}$$

Upravljačka varijabla u_1 predstavlja vertikalnu silu f_Z koja je usmjerena u pozitivnom smjeru Z_B osi letjelice. Povećavanjem ili smanjivanjem kutnih brzina rotora za isti iznos, f_Z raste ili pada što omogućava vertikalno gibanje letjelice i stacionarni let. Upravljačka varijabla u_1 quadrotora definirana je izrazom

$$u_1 = f_Z = \sum_{i=1}^{4} f_{R_i} = k_f({\omega_1}^2 + {\omega_2}^2 + {\omega_3}^2 + {\omega_4}^2). \tag{3.73}$$

Ukoliko horizontalna ravnina letjelice nije paralelna s horizontalnom ravninom inercijskog koordinatnog sustava, sile potiska rotora stvaraju vertikalna i horizontalna ubrzanja. Upravljačka varijabla u_2 predstavlja moment valjanja τ_ϕ oko longitudinalne X_B osi letjelice. Povećanjem kutne brzine drugog rotora i smanjenjem prvog, postiže se rotacija letjelice oko X_B osi za kut valjanja ϕ. To uzrokuje gibanje u negativnom smjeru lateralne Y_B osi. Upravljačka varijabla u_2 quadrotora u + rasporedu definirana je izrazom

$$u_2 = \tau_\phi = k_f l({\omega_2}^2 - {\omega_1}^2). \tag{3.74}$$

Upravljačka varijabla u_3 predstavlja moment propinjanja τ_θ oko Y_B osi letjelice. Povećanjem kutne brzine četvrtog rotora i smanjenjem trećeg, postiže se rotacija letjelice oko osi Y_B za kut propinjanja θ. To uzrokuje gibanje u pozitivnom smjeru X_B osi. Upravljačka varijabla u_3 quadrotora u + rasporedu definirana je izrazom

$$u_3 = \tau_\theta \ = k_f l({\omega_4}^2 - {\omega_3}^2). \tag{3.75}$$

Upravljačka varijabla u_4 predstavlja moment skretanja τ_ψ oko vertikalne Z_B osi letjelice. Povećanjem kutne brzine CW para rotora (trećeg i četvrtog) i smanjenjem CCW para rotora (prvog i drugog), postiže se rotacija letjelice oko osi Z_B za kut skretanja ψ. Upravljačka varijabla u_4 definirana je izrazom

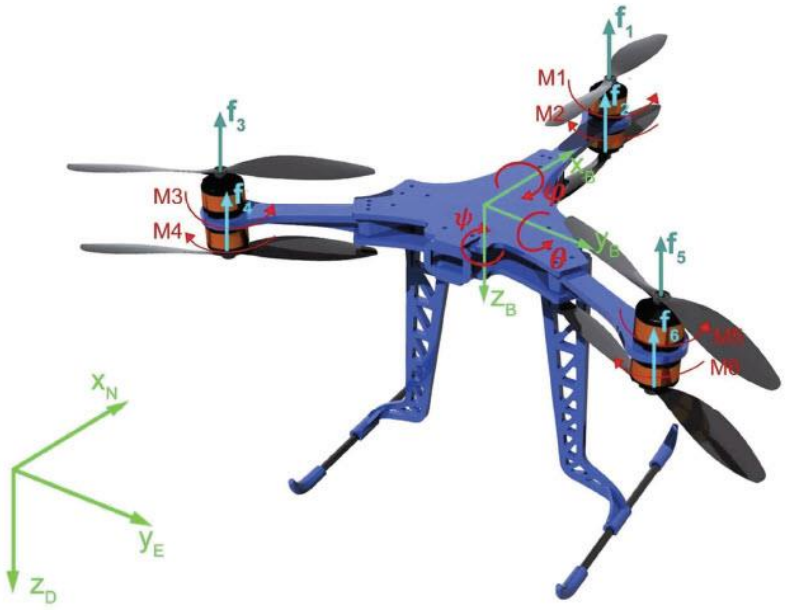
$$u_4 = \tau_\psi = k_\tau(-{\omega_1}^2 - {\omega_2}^2 + {\omega_3}^2 + {\omega_4}^2). \tag{3.76}$$

Ako jednadžbe (3.73 do 3.76) zapišemo matričnim izrazom

$$\mathbf{u}_{F+4} = \mathbf{\Gamma}_{F+4}\mathbf{\Omega}, \tag{3.77}$$

gdje je $\mathbf{\Omega} = [{\omega_1}^2 \quad {\omega_2}^2 \quad {\omega_3}^2 \quad {\omega_4}^2]^{\mathrm{T}}$, dobije se upravljačka alokacijska matrica za opisanu guadrotor konfiguraciju letjelice definirana izrazom (3.71).

Druga verifikacija napravljena je za slučaj planarne konfiguracije sa šest rotora s potpunim preklapanjem oznake FCY6, opisane u radu [8]. Jednostruko je simetrična, a sastoji se od tri para CW i CCW rotora istovjetnih karakteristika u tzv. koaksijalnoj konfiguraciji. Rotori su smješteni u dvije ravnine paralelne s $X_B Y_B$ ravninom. Geometrijski raspored planarne FCY6 konfiguracije (slika 3.17) određen je kao i u prethodnom slučaju vektorom kutova pozicije $\boldsymbol{\chi} = [0 \quad 0 \quad \frac{\pi}{3} \quad \frac{\pi}{3} \quad \frac{2\pi}{3} \quad \frac{2\pi}{3}]$ i duljinom kraka l koja je jednaka za sve rotore. Predznaci kutnih brzina rotora definirani su dijagonalnom matricom faktora momenata otpora rotora $\mathbf{k}_\tau = \mathrm{diag}\{k_\tau \quad -k_\tau \quad k_\tau \quad -k_\tau \quad k_\tau \quad -k_\tau\}$, a u odnosu na konfiguraciju prikazanu na slici 3.11, razlikuje se samo u oznakama rotora.



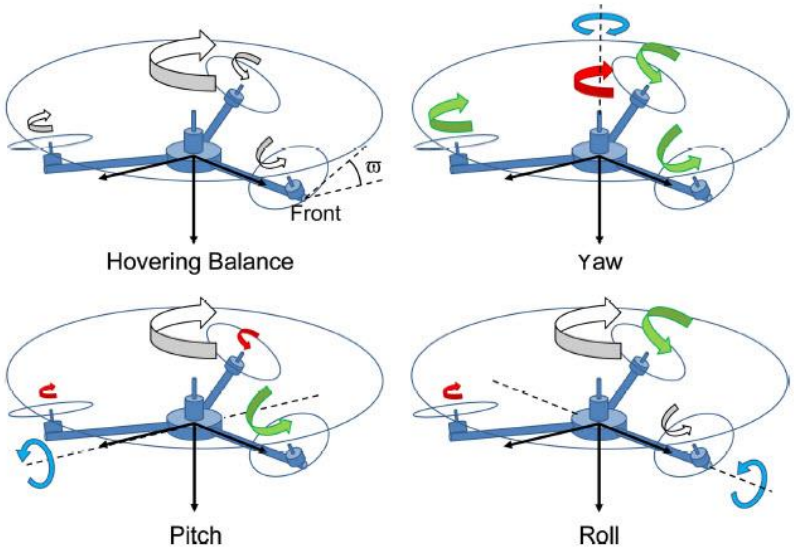
Slika 3.17: Prototip letjelice Co-Axial Y6-Rotor UAV [8].

Uvrštavanjem parametara geometrijskog rasporeda konfiguracije u (3.54), zatim parametara pogonskih jedinica u (3.66), odnosno u (3.70), dobije se upravljačka alokacijska matrica $\boldsymbol{\Gamma}_{FCY6}$ koja pomnožena s vektorom $\boldsymbol{\Omega} = [{\omega_1}^2 \quad {\omega_2}^2 \quad {\omega_3}^2 \quad {\omega_4}^2 \quad {\omega_5}^2 \quad {\omega_6}^2]^{\mathrm{T}}$ daje upravljački vektor letjelice koji je jednak izrazima (9 i 10) u radu [8].

$$\boldsymbol{\Gamma}_{FCY6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_f & -k_f & -k_f & -k_f & -k_f & -k_f \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}k_f l & \frac{\sqrt{3}}{2}k_f l & -\frac{\sqrt{3}}{2}k_f l & -\frac{\sqrt{3}}{2}k_f l \\ k_f l & k_f l & -\frac{1}{2}k_f l & -\frac{1}{2}k_f l & -\frac{1}{2}k_f l & -\frac{1}{2}k_f l \\ k_\tau & -k_\tau & k_\tau & -k_\tau & k_\tau & -k_\tau \end{bmatrix}. \tag{3.78}$$

3.3.2 Verifikacija upravljačke alokacijske matrice neplanarnih konfiguracija

Treća verifikacija napravljena je za slučaj neplanarne konfiguracije s četiri rotora u trokutastoj strukturi koja je predložena i opisana u radovima [9 i 77]. Sastoji se od glavnog CW rotora definiranog faktorima k_{Mf} i $k_{M\tau}$ koji je smješten u težište letjelice, a čija je temeljna zadaća generiranje vertikalne sile f_Z. Tri manja CCW rotora istovjetnih karakteristika smještena su na X_BY_B ravnini i nagnuta oko osi kraka pod kutom γ. Služe za generiranje potrebnih momenata i poništavanje momenta oko Z_B osi koji stvara glavni središnji rotor. Geometrijski raspored trokutaste konfiguracije quadrotora (slika 3.18) određen je vektorom kutova pozicije $\boldsymbol{\chi} = [0 \quad \frac{\pi}{3} \quad \frac{2\pi}{3} \quad 0]$ te vektorom kutova nagiba $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma \quad \gamma \quad \gamma \quad 0]$. Predznaci kutne brzine rotora definirani su dijagonalnom matricom faktora momenata otpora rotora $\mathbf{k}_\tau = \mathrm{diag}\{k_\tau \quad k_\tau \quad k_\tau \quad -k_{M\tau}\}$.



Slika 3.18: Shematski prikaz upravljačkih varijabli trokutaste konfiguracije quadrotora [9].

Uvrštavanjem parametara geometrijskog rasporeda konfiguracije u (3.54), zatim parametara pogonskih jedinica u (3.66) dobije se upravljačka alokacijska matrica $\boldsymbol{\Gamma}_{triang,quad}$. Dobivena matrica istovjetna je matrici (20) u [9], razlikuje se samo po korištenim oznakama parametara geometrijskog rasporeda te faktora aerodinamičkih sila i momenata. Pri tome je važno napomenuti da se elementi trećeg reda matrice alokacije razlikuju predznakom. Ta razlika je u radu [9] poništena jednadžbom (15), budući da su vektori potiska suprotnog smjera od smjera Z_B osi. U matrici su zanemarene horizontalne sile manjih CCW rotora, što je u radu [9] napomenuto u tekstu ispod jednadžbe (20).

$$\mathbf{\Gamma}_{triang,quad} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_f c_\gamma & -k_f c_\gamma & -k_f c_\gamma & -k_{Mf} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} l k_f c_\gamma & \frac{\sqrt{3}}{2} l k_f c_\gamma & 0 \\ l k_f c_\gamma & -\frac{1}{2} l k_f c_\gamma & -\frac{1}{2} l k_f c_\gamma & 0 \\ l k_f s_\gamma + k_\tau c_\gamma & l k_f s_\gamma + k_\tau c_\gamma & l k_f s_\gamma + k_\tau c_\gamma & -k_{M\tau} \end{bmatrix}. \tag{3.79}$$

Četvrta verifikacija napravljena je za slučaj neplanarne konfiguracije sa šest pasivno nagnutih rotora koja je opisana u radu [33]. Pozicija rotora konfiguracije dvostruko je simetrična, svi krakovi rotora iste su duljine l, a sastoji se od tri para rotora istovjetnih karakteristika postavljena u $X_B Y_B$ ravnini. Rotori su nagnuti oko osi kraka pod kutom γ u svrhu generiranja sila u horizontalnoj ravnini letjelice. Predznak kutova nagiba odabran je s ciljem postizanja punog ranga matrice alokacije, odnosno potpune upravljanosti sustava. Geometrijski raspored NFX6 konfiguracije (slika 3.15) određen je vektorom kutova pozicije $\boldsymbol{\chi} = [\frac{3\pi}{2} \quad \frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{6} \quad \frac{7\pi}{6} \quad \frac{11\pi}{6} \quad \frac{5\pi}{6}]$ te vektorom kutova nagiba $\boldsymbol{\gamma} = [-\gamma \quad \gamma \quad -\gamma \quad \gamma \quad \gamma \quad -\gamma]$. Predznaci kutne brzine rotora definirani su dijagonalnom matricom faktora momenata otpora rotora $\mathbf{k}_\tau = \mathrm{diag}\{k_\tau \quad -k_\tau \quad k_\tau \quad -k_\tau \quad -k_\tau \quad k_\tau\}$.

Uvrštavanjem parametara geometrijskog rasporeda konfiguracije u (3.54), zatim parametara pogonskih jedinica u (3.66), dobije se upravljačka alokacijska matrica $\mathbf{\Gamma}_{NFX6}$. Matrica je punog ranga što znači da upravljački sustav ima šest neovisno upravljanih stupnjeva slobode gibanja.

$$\mathbf{\Gamma}_{NFX6} = \begin{bmatrix} k_f s_\gamma & k_f s_\gamma & -\frac{1}{2} k_f s_\gamma & -\frac{1}{2} k_f s_\gamma & -\frac{1}{2} k_f s_\gamma & -\frac{1}{2} k_f s_\gamma \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} k_f s_\gamma & \frac{\sqrt{3}}{2} k_f s_\gamma & -\frac{\sqrt{3}}{2} k_f s_\gamma & -\frac{\sqrt{3}}{2} k_f s_\gamma \\ k_f c_\gamma & k_f c_\gamma & k_f c_\gamma & k_f c_\gamma & k_f c_\gamma & k_f c_\gamma \\ -k_f l c_\gamma + k_\tau s_\gamma & k_f l c_\gamma - k_\tau s_\gamma & \frac{1}{2} k_f l c_\gamma - \frac{1}{2} k_\tau s_\gamma & -\frac{1}{2} k_f l c_\gamma + \frac{1}{2} k_\tau s_\gamma & -\frac{1}{2} k_f l c_\gamma + \frac{1}{2} k_\tau s_\gamma & \frac{1}{2} k_f l c_\gamma - \frac{1}{2} k_\tau s_\gamma \\ 0 & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} k_f l c_\gamma + \frac{\sqrt{3}}{2} k_\tau s_\gamma & \frac{\sqrt{3}}{2} k_f l c_\gamma - \frac{\sqrt{3}}{2} k_\tau s_\gamma & -\frac{\sqrt{3}}{2} k_f l c_\gamma + \frac{\sqrt{3}}{2} k_\tau s_\gamma & \frac{\sqrt{3}}{2} k_f l c_\gamma - \frac{\sqrt{3}}{2} k_\tau s_\gamma \\ k_f l s_\gamma + k_\tau c_\gamma & -k_f l s_\gamma - k_\tau c_\gamma & k_f l s_\gamma + k_\tau c_\gamma & -k_f l s_\gamma - k_\tau c_\gamma & -k_f l s_\gamma - k_\tau c_\gamma & k_f l s_\gamma + k_\tau c_\gamma \end{bmatrix}. \tag{3.80}$$

3.3.3 Implementacija matematičkog modela višerotorske letjelice

Puni nelinearni matematički model višerotorskog tipa letjelice implementiran je u računalni programski paket koji omogućuje simulacije ponašanja modela s obzirom na parametre i ulazne varijable modela. Odabran je MATLAB/Simulink koji ima razvijene funkcije za operacije s matricama te je kompatibilan s upravljačkom jedinicom koja će se koristiti na eksperimentalnim letjelicama. Model je podijeljen na upravljačku alokacijsku shemu čije su ulazne varijable kutne brzine rotora te na dinamiku krutog tijela čiji su izlazi veličine stanje višerotorske letjelice, pozicija i orijentacija.

Upravljačka alokacijska shema implementirana je kao funkcija koja preslikava ulazne kutne brzine rotora na upravljački vektor letjelice. Funkcija je definirana parametrima geometrijskog rasporeda rotora te parametrima aerodinamičkih sila i momenata pogonskih jedinica. Množenje upravljačke alokacijske matrice s vektorom kvadrata ulaznih kutnih brzina rotora daje izlaz funkcije, upravljački vektor letjelice, koji je ujedno i ulaz u model dinamike krutog tijela. Upravljački vektor sastoji se od vektora sila pogonskog podsustava $\mathbf{f}$ koji djeluje na translacijsku dinamiku te od vektora momenata pogonskog podsustava $\boldsymbol{\tau}$ koji djeluje na rotacijsku dinamiku letjelice.

Dinamika krutog tijela implementirana je kao sljedeća funkcija modela definirana parametrima letjelice (masom i momentima inercije), a opisuje dinamiku letjelice s obzirom na ulazni upravljački vektor. Podijeljena je na translacijsku i rotacijsku dinamiku, a izlazne veličine funkcije, pozicija i orijentacija letjelice u prostoru, dobivaju se preko jednadžbi kinematike letjelice. Simulacije nereguliranog modela letjelice s četiri rotora prikazane su u radu [76]. Model dinamike krutog tijela je za potrebe simulacija i kasnije sinteze algoritama upravljanja moguće prilagoditi i pod određenim pretpostavkama pojednostaviti. Dodatni modeli translacijske i rotacijske dinamike implementirani su dodatnim funkcijama modela.

Translacijska dinamika s obzirom na $\mathcal{F}^B$ opisana je jednadžbama (3.23) i (3.33), a translacijski vektor ubrzanja definiran je izrazom

$$\mathbf{v}^B = m^{-1}(-\boldsymbol{\omega}^B \times (m\mathbf{v}^B) + \mathbf{g}_B + \mathbf{d}_f + \mathbf{f}). \tag{3.81}$$

Budući da dinamički model u $\mathcal{F}^E$ ne sadrži članove imaginarnih sila, a gravitacijska sila se podudara sa Z osi $\mathcal{F}^E$, translacijsku dinamiku je često pogodnije prikazati u $\mathcal{F}^E$. Prema kinematičkim jednadžbama, vektor sila pogonskog podsustava preslikava se u $\mathcal{F}^E$ množenjem s matricom rotacije (3.10). Poremećaj se po prirodi ne modelira pa se može dodati neovisno o koordinatnom sustavu u kojem se opisuje dinamika. Ukupna translacijska dinamika s obzirom na $\mathcal{F}^E$ jednaka je

$$\boldsymbol{\xi} = -g\mathbf{e}_3 + m^{-1}(\mathbf{R}\mathbf{f} + \mathbf{d}_f), \tag{3.82}$$

a može se izraziti i sa sljedeće tri diferencijalne jednadžbe drugog reda

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{m}\big((c_\psi c_\theta) f_X + (c_\psi s_\theta s_\phi - s_\psi c_\phi) f_Y + (c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi) f_Z + d_{mX}\big), \\ Y &= \frac{1}{m}\big((s_\psi c_\theta) f_X + (s_\psi s_\theta s_\phi + c_\psi c_\phi) f_Y + (s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi) f_Z + d_{mY}\big), \\ Z &= -g + \frac{1}{m}(-s_\theta f_X + (c_\theta s_\phi) f_Y + (c_\theta c_\phi) f_Z + d_{mZ}). \end{aligned} \tag{3.83}$$

Planarne konfiguracije, koje su uglavnom razmatrane u brojnoj literaturi, spadaju u kategoriju podupravljanih sustava. S obzirom da imaju četiri neovisne upravljačke varijable $\mathbf{u}_{FMRC}$, jednadžbe translacijske dinamike s obzirom na $\mathcal{F}^E$ jednake su

$$\begin{aligned} X &= \left(c_\psi s_\theta c_\phi + s_\psi s_\phi\right)\frac{u_1}{m} + \frac{d_{mX}}{m}, \\ Y &= \left(s_\psi s_\theta c_\phi - c_\psi s_\phi\right)\frac{u_1}{m} + \frac{d_{mY}}{m}, \\ Z &= -g + \left(c_\theta c_\phi\right)\frac{u_1}{m} + \frac{d_{mZ}}{m}. \end{aligned} \tag{3.84}$$

Rotacijska dinamika s obzirom na $\mathcal{F}^B$ opisana je jednadžbama (3.25) i (3.34), dok je rotacijski vektor ubrzanja definiran izrazom

$$\boldsymbol{\omega}^B = \mathbf{I}^{-1}\ -\boldsymbol{\omega}^B \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega}^B\ + \mathbf{o}_B + \boldsymbol{\tau} + \mathbf{d}_\tau), \tag{3.85}$$

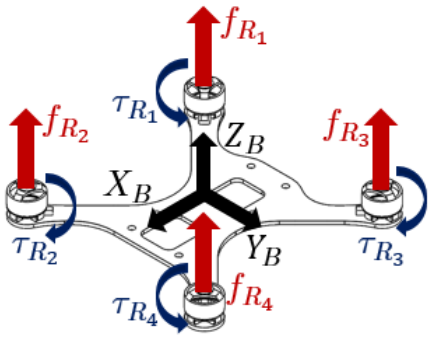
a može se prikazati i s tri diferencijalne jednadžbe drugog reda (3.47). U jednadžbe se može uvesti pretpostavka malih kutova, s obzirom da je pretpostavljena radna točka višerotorske letjelice stacionarno stanje, lebdenje (engl. hover). Time matrica transformacije (3.15) postaje približno jednaka jediničnoj matrici pa vrijedi $\boldsymbol{\eta} \approx \boldsymbol{\omega}^B$. Također se mogu zanemariti članovi koji se odnose na žiroskopski efekt zbog vrlo malog utjecaja na ukupnu dinamiku letjelice pa je pojednostavljena rotacijska dinamika definirana sa sljedeće tri jednadžbe

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}}\theta\psi + \frac{u_2}{I_{xx}} + \frac{d_{m\phi}}{I_{xx}}, \\ \theta &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}\phi\psi + \frac{u_3}{I_{yy}} + \frac{d_{m\theta}}{I_{yy}}, \\ \psi &= \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}}\phi\theta + \frac{u_4}{I_{zz}} + \frac{d_{m\psi}}{I_{zz}}. \end{aligned} \tag{3.86}$$

3.3.4 Testiranje inverza upravljačke alokacijske matrice

Unutar funkcije upravljačke alokacijske sheme, izračunava se i inverzna (pseudoinverzna) upravljačka alokacijska matrica prema jednadžbi (3.69). Inverz (pseudoinverz) je nužan prilikom implementacije upravljanja na realni sustav s proizvoljnim parametrima i komponentama pogonskih jedinica. Inverz (pseudoinverz) matrice alokacije testiran je za tri konfiguracije višerotorske letjelice, a rezultati testiranja tablično prikazuju kutne brzine rotora s obzirom na zadane upravljačke vektore.

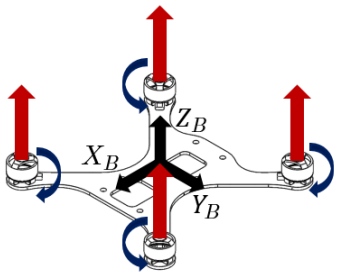
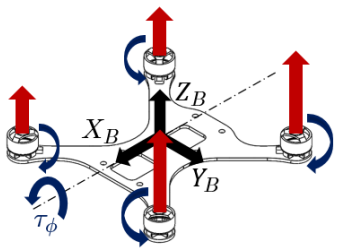
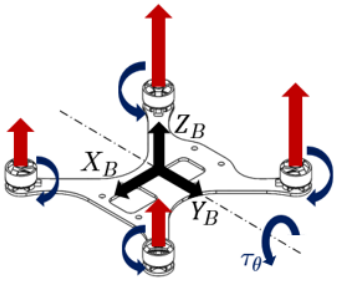
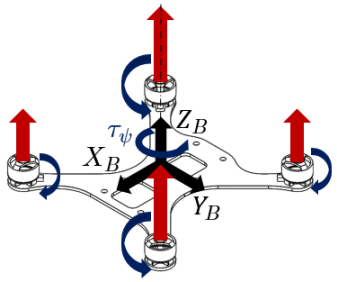
Prvo testiranje provedeno je za slučaj konvencionalne konfiguracije, planarnog X quadrotora FX4 (slika 3.19).



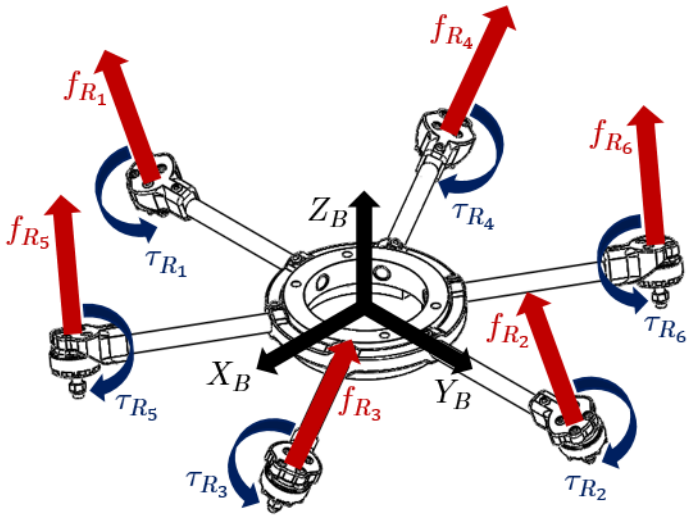
Slika 3.19: FX4 konfiguracija letjelice.

Konfiguracija je definirana parametrima: $l = 0.08$ m, $\chi = [\frac{5\pi}{4} \quad \frac{7\pi}{4} \quad \frac{3\pi}{4} \quad \frac{\pi}{4}]$, $k_f = 2 \times 10^{-7}$ Ns^2, $k_\tau = 3 \times 10^{-9}$ Nms^2.

Tablica 3.2: Rezultati testiranja FX4 konfiguracije.

Zadani $\mathbf{u}_B$	Shematski prikaz konfiguracije	ω_i	$^{\text{rad}}/_{\text{s}}$
$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$		ω_1	2500
		ω_2	2500
		ω_3	2500
		ω_4	2500
$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \\ 0.1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$		ω_1	2010.05
		ω_2	2010.05
		ω_3	2908.56
		ω_4	2908.56
$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 0.1 \\ 0 \end{bmatrix}$		ω_1	2908.56
		ω_2	2010.05
		ω_3	2908.56
		ω_4	2010.05
$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \\ 0.05 \end{bmatrix}$		ω_1	3227.49
		ω_2	1443.38
		ω_3	1443.38
		ω_4	3227.49

Drugo testiranje provedeno je za slučaj neplanarne konfiguracije sa šest rotora (slika 3.20), pri čemu je odabran geometrijski raspored s pasivno nagnutim rotorima [33] u svrhu postizanja potpune upravljanosti sustavom.



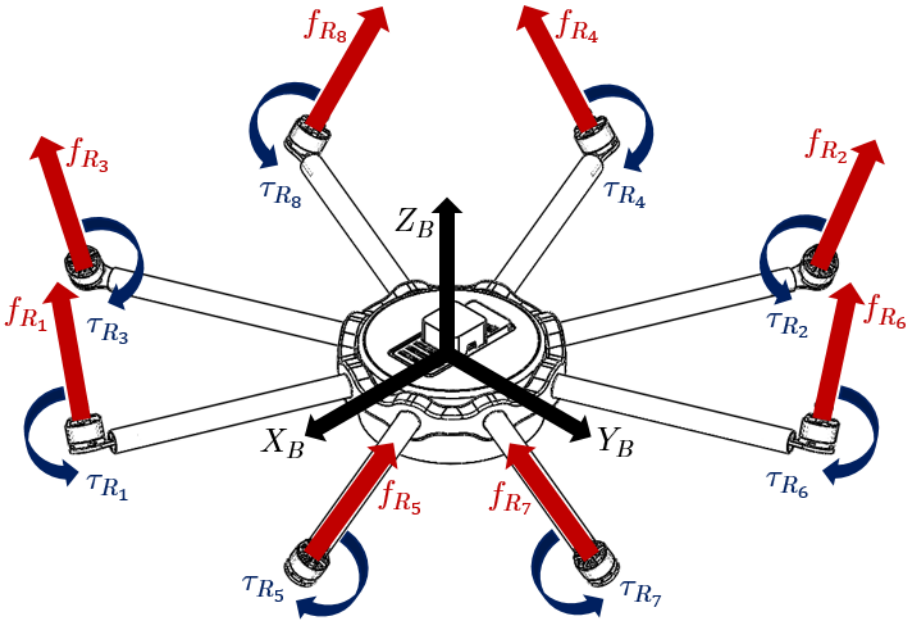
Slika 3.20: NFX6 konfiguracija letjelice.

Konfiguracija je definirana parametrima: $l = 0.175$ m, $\boldsymbol{\chi} = [\frac{3\pi}{2} \quad \frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{6} \quad \frac{7\pi}{6} \quad \frac{11\pi}{6} \quad \frac{5\pi}{6}]$, $\gamma = {}^{\pi}/_{6}$, $\boldsymbol{\gamma} = [-\gamma \quad \gamma \quad -\gamma \quad \gamma \quad \gamma \quad -\gamma]$, $k_f = 7 \times 10^{-7}$ Ns^2, $k_\tau = 9 \times 10^{-9}$ Nms^2.

Tablica 3.3: Rezultati testiranja NFX6 konfiguracije.

	$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 12 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 12 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 12 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 12 \\ 0 \\ 0.6 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 12 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ -0.2 \end{bmatrix}$	$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 12 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ -0.1 \end{bmatrix}$
ω_1	1816.35	2281.21	2061.92	1816.35	1571.44	1958.74
ω_2	1816.35	2281.21	2061.92	1816.35	2031.96	2160.18
ω_3	1816.35	1531.91	1909.91	1262.60	1817.01	1413.99
ω_4	1816.35	1531.91	1909.91	2236.99	1815.70	1413.15
ω_5	1816.35	1531.91	1413.57	1262.60	1011.67	1584.27
ω_6	1816.35	1531.91	1413.57	2236.99	2361.16	2187.60

Treće testiranje provedeno je za slučaj neplanarne konfiguracije s osam rotora (slika 3.21), pri čemu je, kao i u prethodnom slučaju, odabran geometrijski raspored s pasivno nagnutim rotorima, u svrhu postizanja potpune upravljanosti sustavom.



Slika 3.21: NFX8 konfiguracija letjelice.

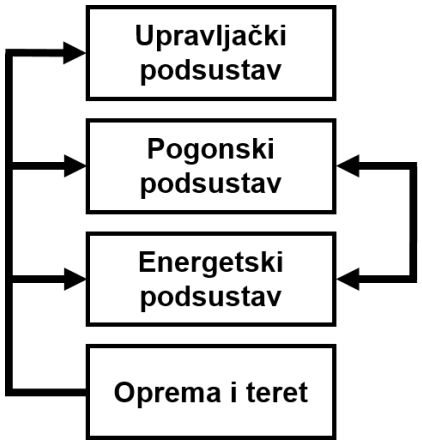
Definirana je parametrima: $l = 0.3$ m, $\boldsymbol{\chi} = [\frac{15\pi}{8} \quad \frac{7\pi}{8} \quad \frac{13\pi}{8} \quad \frac{9\pi}{8} \quad \frac{\pi}{8} \quad \frac{5\pi}{8} \quad \frac{3\pi}{8} \quad \frac{11\pi}{8}]$, $\gamma = \pi/6$, $\boldsymbol{\gamma} = [\gamma \quad \gamma \quad -\gamma \quad -\gamma \quad -\gamma \quad -\gamma \quad \gamma \quad \gamma]$, $k_f = 1 \times 10^{-5}$ Ns^2, $k_\tau = 1.3 \times 10^{-7}$ Nms^2.

Tablica 3.4: Rezultati testiranja NFX8 konfiguracije.

	$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ 25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 25 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 25 \\ -2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 25 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
ω_1	600.7	514.94	704.37	317.26	591.04	310.44
ω_2	600.7	675.66	474.92	788.06	743.34	897.5
ω_3	600.7	769.29	704.37	503.06	610.21	507.29
ω_4	600.7	675.66	829.15	788.06	718.37	452.16
ω_5	600.7	514.94	184.94	317.26	159.49	580.56
ω_6	600.7	360.38	474.92	684.56	411.26	533.06
ω_7	600.7	769.29	829.15	503.06	453.46	818.32
ω_8	600.7	360.38	184.94	684.56	834.42	481.9

4 Projektiranje sustava višerotorske letjelice

U procesu projektiranja višerotorske letjelice potrebno je razmotriti zahtjeve misije ili zadatka kao dijela misije. Željene performanse koje letjelica treba postići tijekom obavljanja misije određuju kriterije prema kojima se letjelica projektira. Podjela sustava višerotorskog tipa letjelice na četiri ključna podsustava (slika 4.1), pri čemu su podsustavi određeni masama kao temeljnim parametrima, predstavlja prvi korak u projektiranju letjelice. Podsustav opreme direktno je određen tipom misije budući da o tome ovisi odabir potrebne opreme. Isto tako u primjenama koje uključuju prenašanje tereta, osim opreme koja je potrebna za prihvat i prijenos, masu čini i sam teret. Masa podsustava opreme i tereta izravno utječe na odabir pogonskog i energetskog podsustava. Ta dva podsustava su međuzavisna te je prilikom odabira komponenti potrebno održavati ravnotežu uz postojeća ograničenja koja su definirana misijom.



Slika 4.1: Podjela sustava višerotorskog tipa letjelica.

S obzirom da pogonski podsustav treba pružiti snagu potrebnu za gibanje letjelice, odnosno ostvarivanje potrebnih performansi leta, odabir parametara i komponenti pogona predstavlja najvažniji i najkompleksniji korak u projektiranju višerotorskog tipa letjelica. U ovom istraživanju projektiranje sustava podijeljeno je na četiri faze. U prvoj fazi potrebno je identificirati fizikalne parametre elektromotornih pogonskih jedinica koji utječu na dinamiku sustava i potrošnju energije. U tu svrhu provode se eksperimentalna mjerenja na temelju kojih se dobivaju statičke mape kao osnova za drugu fazu u kojoj se provodi karakterizacija pogonskih jedinica. Treća faza sastoji se od analize pogonskog i energetskog podsustava u kojoj su, osim masa podsustava, uključeni i parametri o kojima bitno ovisi dinamika i vrijeme trajanja leta. U četvrtoj fazi cilj je optimirati parametre geometrijskog rasporeda kako bi se povećao stupanj upravljanosti i smanjila potrošnje energije.

4.1 Identifikacija parametara elektromotornih pogonskih jedinica

Identifikacija fizikalnih parametara pogonskih jedinica omogućuje karakterizaciju i estimaciju faktora potrebnih za kasniju analizu pogonskog i energetskog podsustava. Komercijalno dostupne (engl. *take off the shelf*) komponente često imaju nedostatne, a ponekad i netočne specifikacije pa je u tu svrhu potrebno provesti eksperimentalna mjerenja [78, 79]. Prije same provedbe mjerenja, potrebno je odabrati komponente elektromotornih pogonskih jedinica za koje će se mjerenjem ustvrditi parametri. S obzirom da se prilikom aerodinamičkih opterećenja troši električna energija, odabir pogonskih komponenti mora biti popraćen s pravilno odabranim izvorom energije, odnosno baterijom potrebnog napona i kapaciteta.

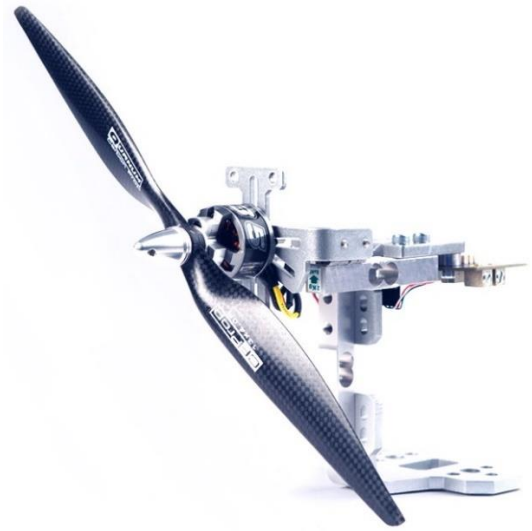
Središnji dio svake elektromotorne jedinice je BLDC motor koji je ujedno, s aspekta buđetiranja mase, najteža te, s aspekta nabave, najskuplja komponenta pogona prema kojoj slijedi odabir propelera, ESC-a i baterije. U istraživanju se razmatraju BLDC motori u kombinaciji s propelerima od 5“ do 17“ kojima se pokriva široki raspon veličina (snaga) letjelica. Tablica 4.1 prikazuje komponente za koje će se provesti eksperimentalna mjerenja i prikazati rezultati u sljedećim potpoglavljima. Mjerenja će se provoditi pomoću eksperimentalnog postava RCbenchmark 1580, a dobiveni rezultati bit će obrađeni i prikazani pomoću MATLAB programskog paketa.

Tablica 4.1: BLDC motori s pripadnim komponentama.

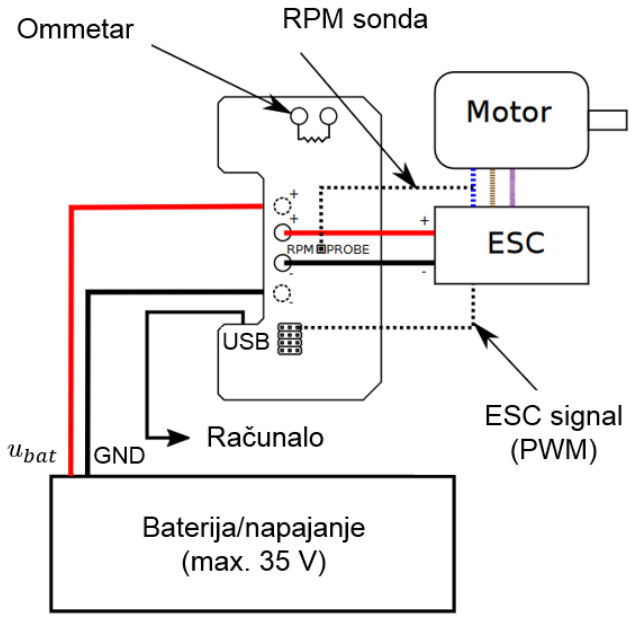
Oznaka motora	K_v	d	u_{bat}	i_{max}
SE1806	2700	5”	3S	20 A
BE1806	2300	5”	3S	15 A
MN1806	1400	7“	2-3S	15 A
MN2214	920	9-10”	3S	20 A
MN4014	400	15-17”	4-6S	40 A

4.1.1 Eksperimentalni postav za identifikaciju parametara elektromotornih jedinica

Za potrebe eksperimentalnih mjerenja nužno je odabrati mjernu opremu (uređaje) koja ima dovoljnu preciznost i rezoluciju te kompatibilnost s programskim paketom za prikupljanje i obradu podataka. S obzirom na već provedena mjerenja i ustanovljene procedure [32], odabran je komercijalni eksperimentalni postav RCbenchmark 1580 (slika 4.2) s pripadnom opremom i programskom podrškom koja omogućuje akviziciju signala.



Slika 4.2: RCbenchamrk 1580.



Slika 4.3: Shematski prikaz RCbenchamrk 1580.

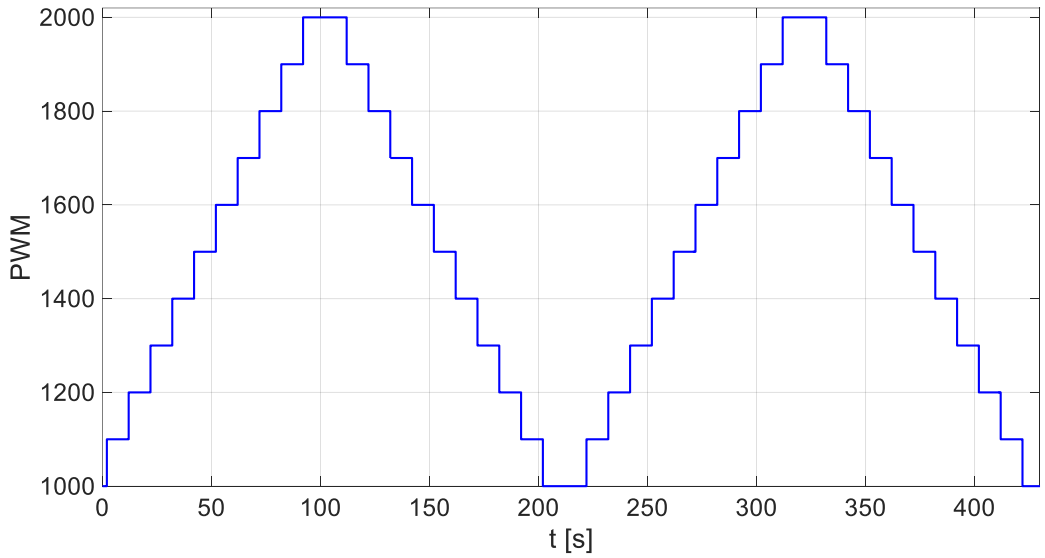
Mjerenje mehaničkih veličina, odnosno aerodinamičkih sila i momenata, odvija se pomoću dinamometra koji se sastoji od tri senzora (engl. *load cell*). Ti senzori ujedno čine i okvir postava, a sastoje se od mjerila deformacije (engl. *strain gauge*) s pripadnim pojačalima signala. Prvi senzor raspona do 5 kg, smješten vertikalno na postavu, služi za mjerenje potiska pogonske jedinice. Na lijevi i desni senzor pričvršćen je preko rotacijskog zgloba dio okvira na koji se montira pogonska jedinica, a služe za mjerenje momenta otpora. Mjerila deformacije spojena su na pojačala signala koja su u osnovi 24-bitni analogno digitalni pretvornici (ADC) te su integrirana na pločicu za akviziciju podataka (engl. *data acquisition board*). Na tu pločicu se prema shemi na slici 4.3 spaja ESC, ostali senzori, napajanje te USB kabel pomoću kojeg se povezuje s računalom.

Kutna brzina rotora, odnosno broj okretaja, može se mjeriti električno i optički. Za električno mjerenje potrebno je mjernu sondu spojiti na jednu od tri faze motora te u programu podesiti broj polova BLDC motora koji se ispituje. Drugi način je pomoću optičke sonde koja se montira uz rotor motora, pri čemu je potrebno na rotor naljepiti bijelu traku pomoću koje sonda detektira okret rotora. Od električnih veličina mjeri se napon baterije (napajanja), jakost električne struje i električna snaga. Uz spomenute mehaničke i električne veličine, mogu se mjeriti vibracije koje stvaraju propeleri te pomoću dodatne sonde temperatura motora. Akvizicija i djelomična obrada signala obavlja se u programskom paketu RCbenchmark GUI-1.0.9 koji dolazi u kompletu s postavom. Prije samih mjerenja, dinamometar je potrebno kalibrirati prema postupku koji je opisan u dokumentaciji postava [80].

Za verifikaciju mjerenja električnih veličina i kutne brzine rotora odabran je višefunkcijski loger PowerLog 6S koji je korišten u preliminarnim mjerenjima pogonskih jedinica. Od značajki vrijedi spomenuti sljedeće: jednostavna integracija s računalom, podrška za razne računalne aplikacije, 32-bitni ARM procesor te integrirani optički senzor koji osigurava bezkontaktno očitanje broja okretaja propelera različitog broja elisa. Detaljnije specifikacije dane su u dokumentaciji proizvođača [81].

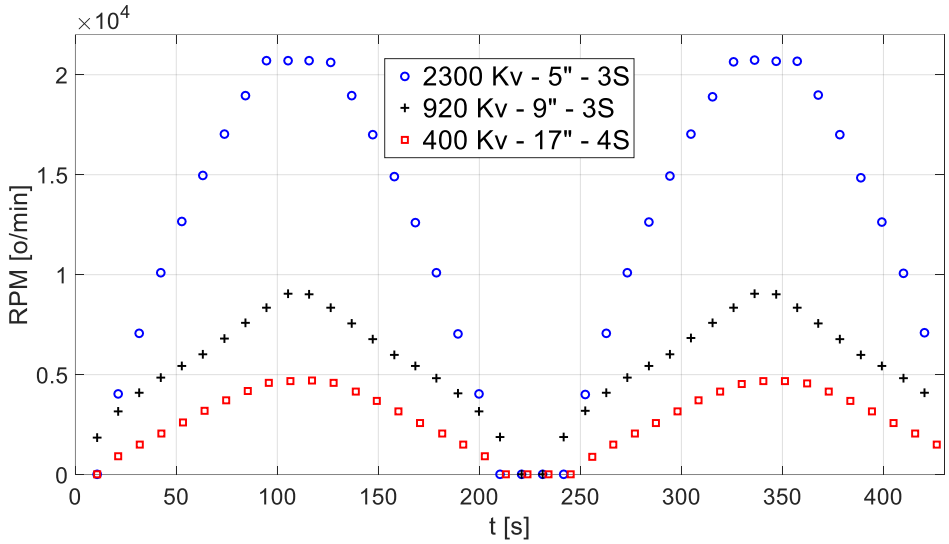
4.1.2 Rezultati eksperimentalnih mjerenja

Upravljački (PWM) signal koji postav šalje na ESC pogonske jedinice definira se u programu manualno ili automatski. S obzirom da je cilj automatizirati i unificirati mjerenja, koristit će se dostupna skripta koju je moguće mijenjati ovisno o potrebama mjerenja. Ideja je da se unutar jednog ciklusa provedu četiri mjerenja. Skripta je formirana na način da šalje PWM signal u trajanju od 10 sekundi, nakon čega se signal povećava ili smanjuje za 100 μs, ovisno u kojoj je fazi ciklus mjerenja. Minimalni (početni) PWM signal iznosi 1000 μs, a maksimalni 2000 μs, izgled signala za ciklus mjerenja prikazan je na slici 4.4.

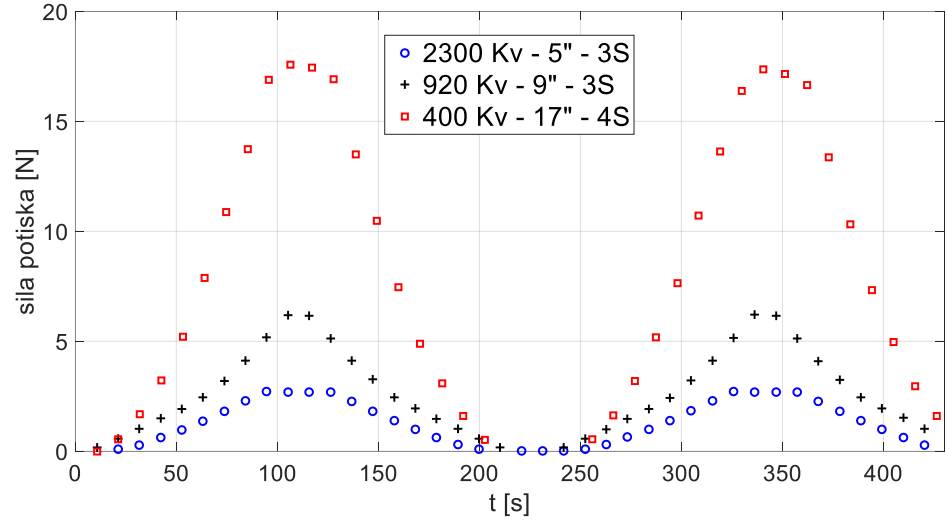


Slika 4.4:Upravljački (PWM) signal mjerenja.

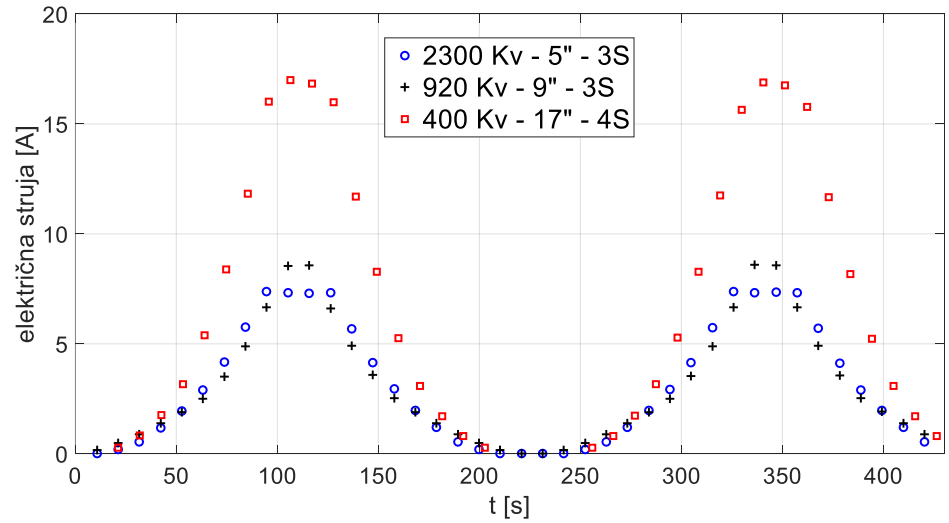
Nakon završetka pojedinog mjerenja programski paket RCbenchmark GUI-1.0.9 automatski generira datoteku .csv formata u kojoj stupci predstavljaju izmjerene veličine, a redovi zadani PWM signal. Program uprosječuje dobivene rezultate kroz vremenski period trajanja mjerenja zadanog PWM signala. Generirane .csv datoteke učitane su pomoću MATLAB programskog paketa te su grafovima prikazane četiri veličine za cijeli ciklus pojedinog mjerenja.



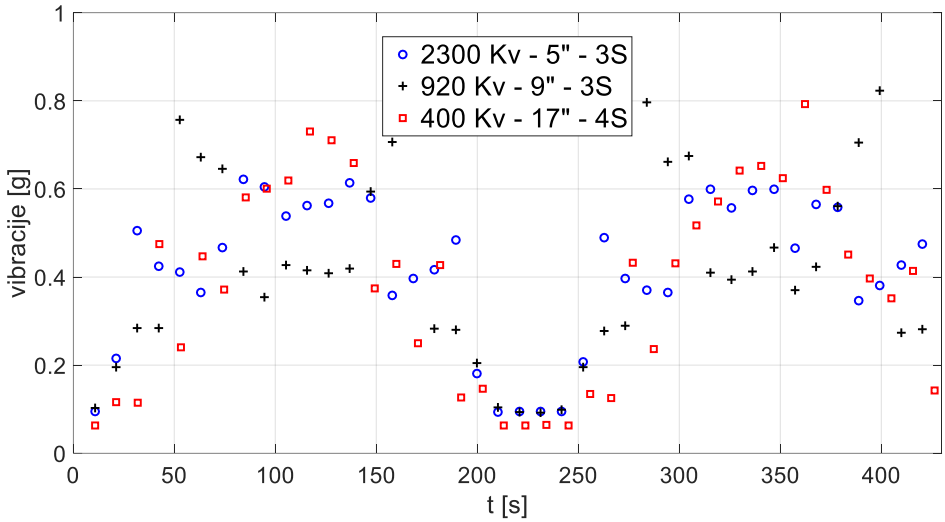
Slika 4.5: Mjerenje broja okretaja rotora optičkom sondom.



Slika 4.6: Mjerenje sile potiska dinamometrom.



Slika 4.7: Mjerenje jakosti električne struje.

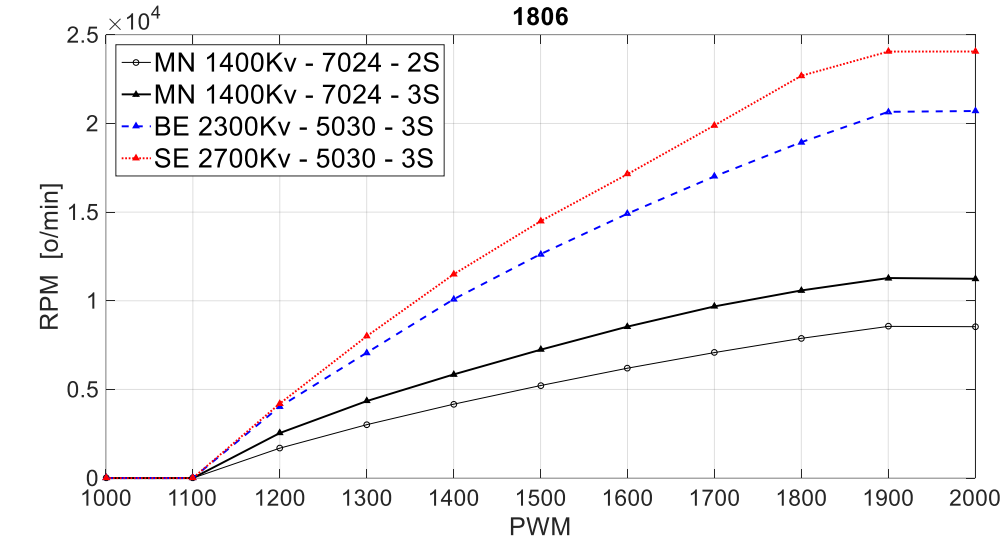


Slika 4.8: Mjerenje vibracija.

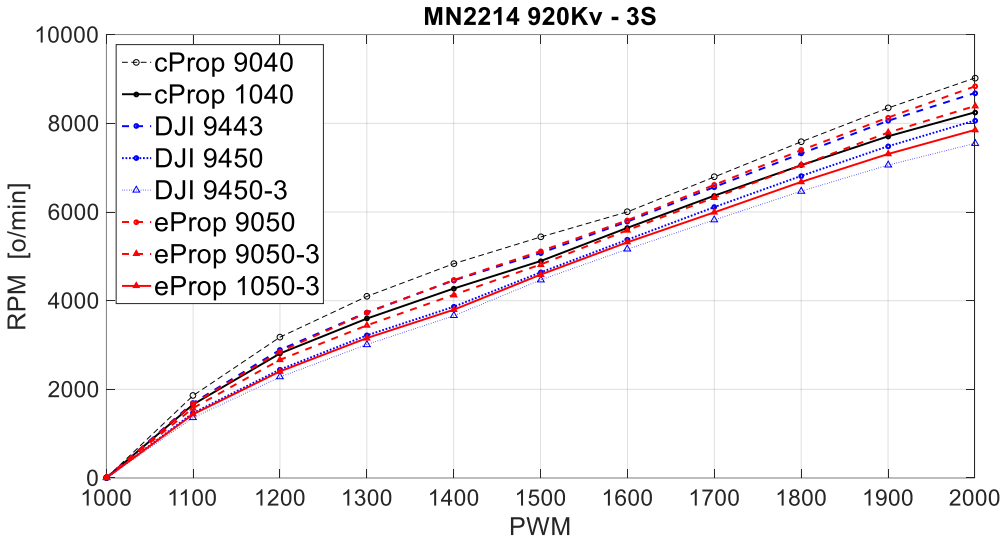
Na slikama 4.5 – 4.8 prikazani su rezultati mjerenja za tri kombinacije pogonskih jedinica, dok će rezultati ostalih mjerenja biti prikazani nakon daljnje obrade podataka. Slika 4.5 prikazuje mjerenje broja okretaja (RPM) s optičkom sondom koje se poklapa s električnim mjerenjem broja okretaja, a dodatna provjera napravljena je s višefunkcijskim logerom. Slika 4.6 prikazuje mjerenje sile potiska load cell senzorom koje se u velikoj mjeri poklapa s maksimalnim vrijednostima potiska kombinacija pogonskih jedinica za koje postoje specifikacije proizvođača motora. Slika 4.7 prikazuje mjerenje jakosti električne struje koje se poklapa s mjerenjima na višefunkcijskom logeru. Posljednji graf (slika 4.8) u ovom potpoglavlju prikazuje mjerenje vibracija koje se neće nadalje dodatno obrađivati i prikazivati, ali je bitno za provjeru stanja propelera. Ukoliko su vibracije velike, to je znak da propeler treba balansirati ili u gorem slučaju odbaciti zbog loše izrade ili oštećenja. Važno je napomenuti da se unutar programa mogu podesiti tzv. sigurnosni mehanizmi (engl. *safety cutoffs*) koji zaustavljaju mjerenje ukoliko neka od veličina prijeđe maksimalne vrijednosti koje su zadane prije početka mjerenja. Bitno je provjeriti kompletne rezultate mjerenja prije obrade za razmatrane pogonske jedinice.

4.1.3 Statičke mape pogonskih jedinica

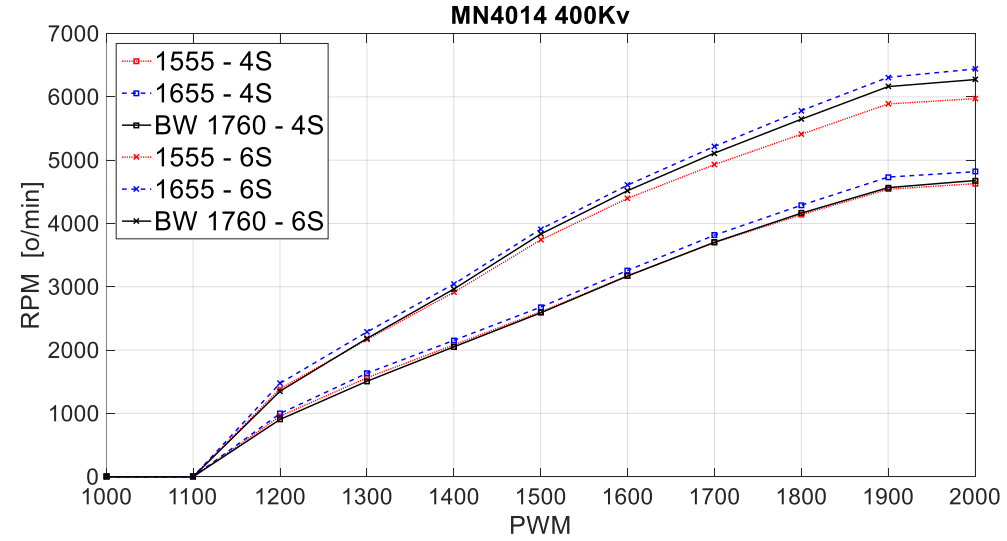
Identificirani parametri prikazuju se kao statičke mape (karakteristike) koje su funkcija upravljačkog PWM signala. U tu svrhu u MATLAB-u se svakom zadanom signalu pridružuje srednja vrijednost mjerenja od ukupno četiri u ciklusu. Na slikama 4.9 – 4.23 prikazane su statičke mape RPM-a, sile potiska i momenta otpora, jakosti električne struje te električne snage za tri serije mjerenja. U tablici 4.1 prva tri reda predstavljaju komponente prve serije, četvrti red druge i peti red treće serije mjerenja.



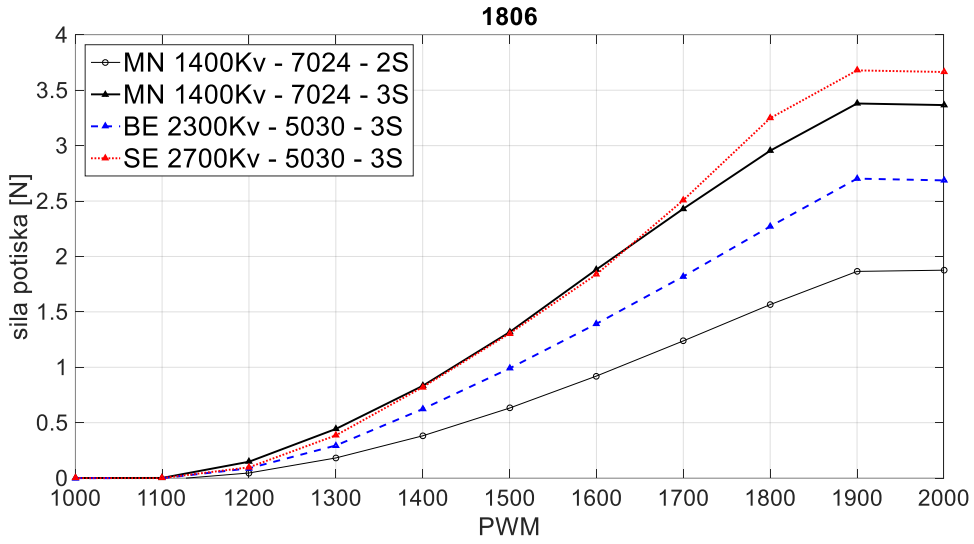
Slika 4.9: Statičke mape broja okretaja - 1806 motori.



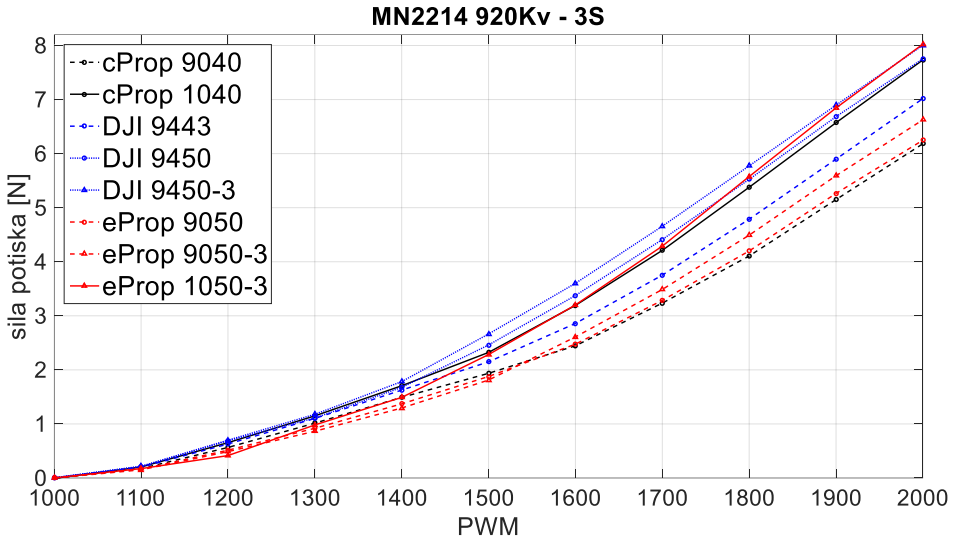
Slika 4.10: Statičke mape broja okretaja - MN2214 motor.



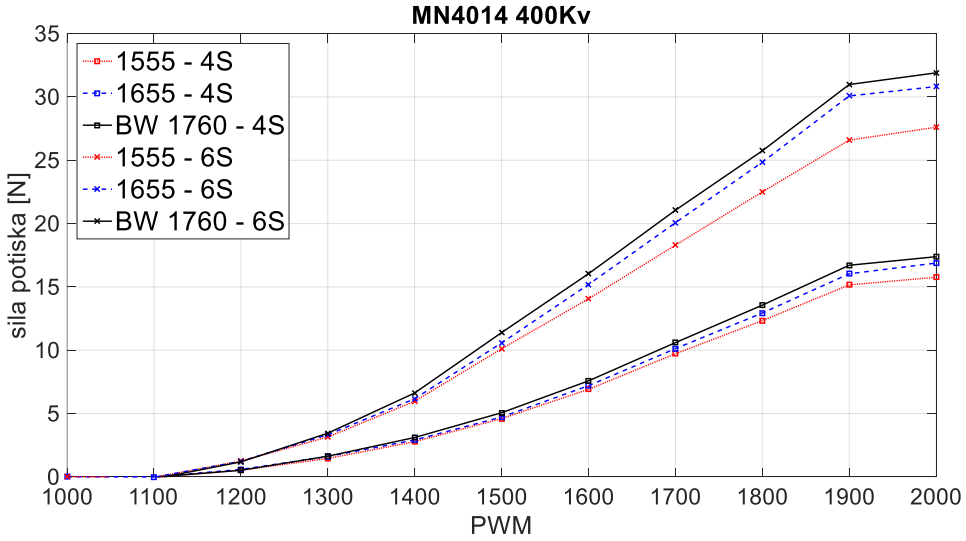
Slika 4.11: Statičke mape broja okretaja - MN4014 motor.



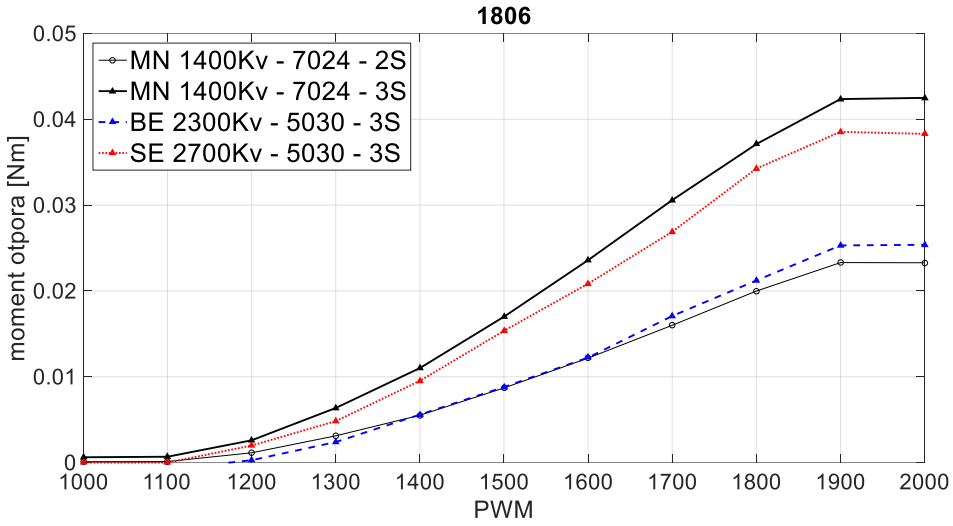
Slika 4.12: Statičke mape sila potiska - 1806 motori.



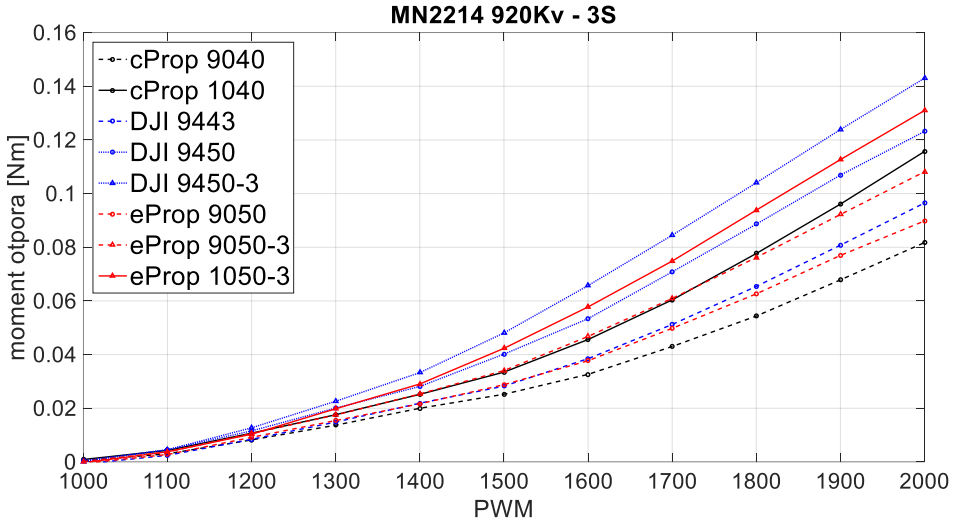
Slika 4.13: Statičke mape sila potiska - MN2214 motor.



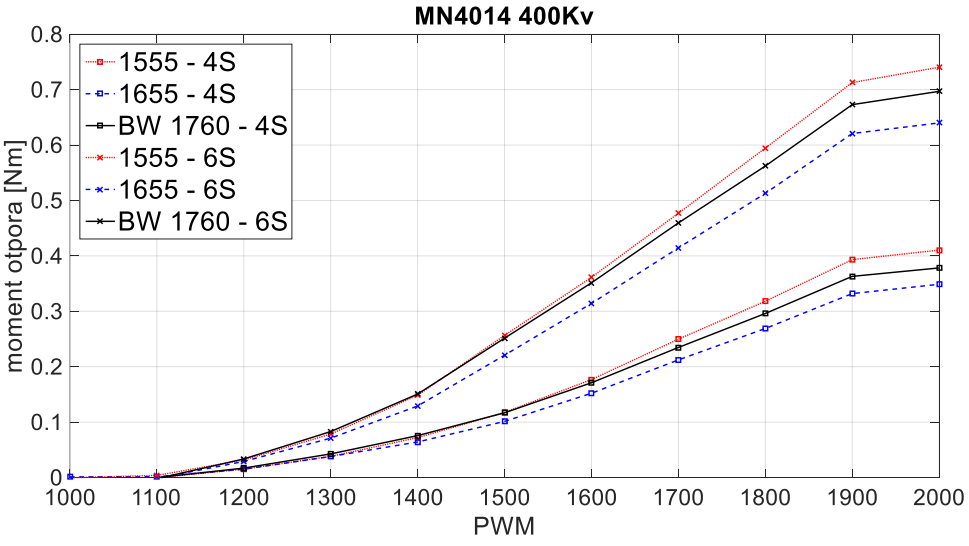
Slika 4.14: Statičke mape sila potiska - MN4014 motor.



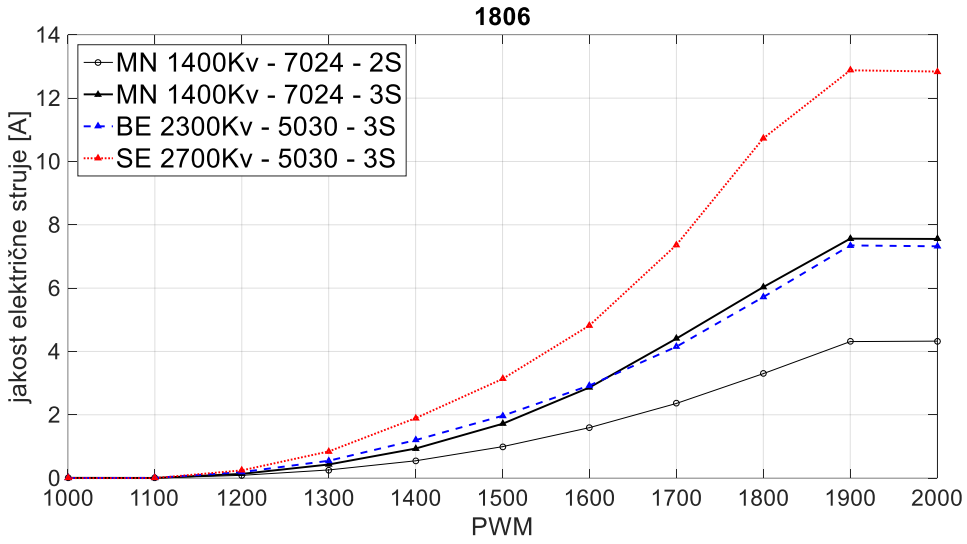
Slika 4.15: Statičke mape momenata otpora - 1806 motori.



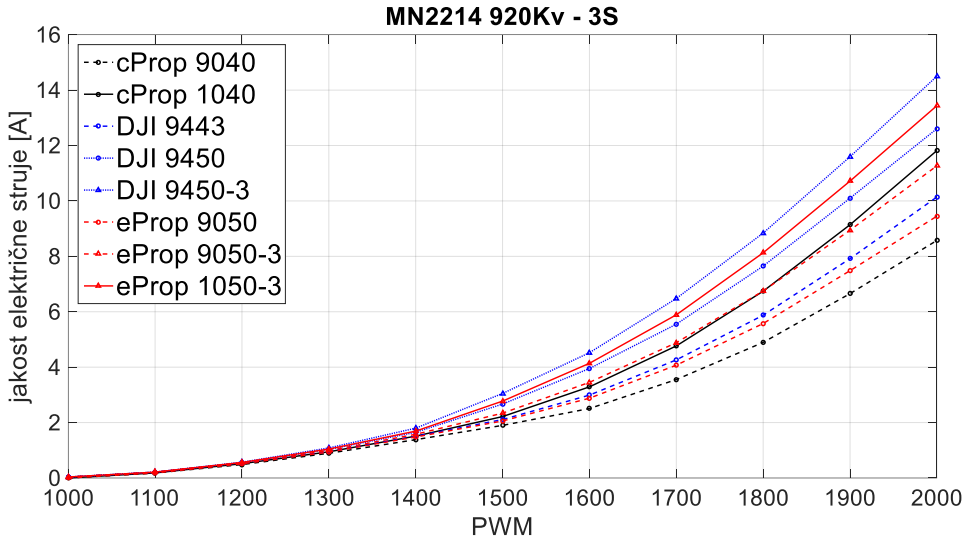
Slika 4.16: Statičke mape momenata otpora - MN2214 motor.



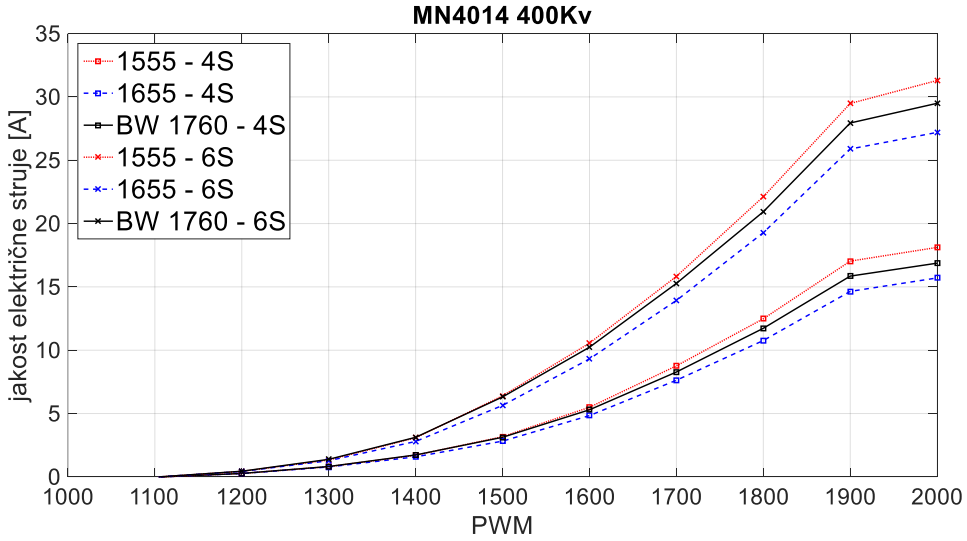
Slika 4.17: Statičke mape momenata otpora - MN4014 motor.



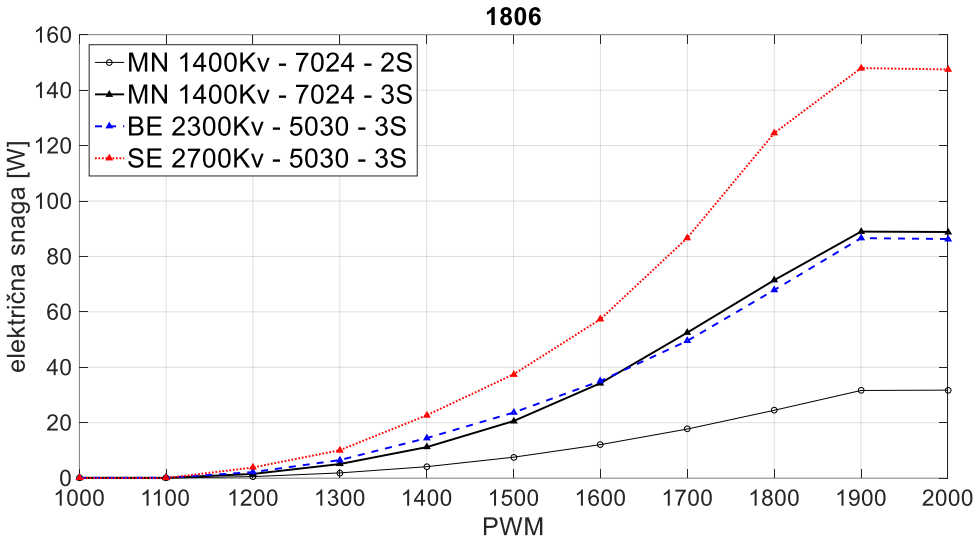
Slika 4.18: Statičke mape jakosti električne struje - 1806 motori.



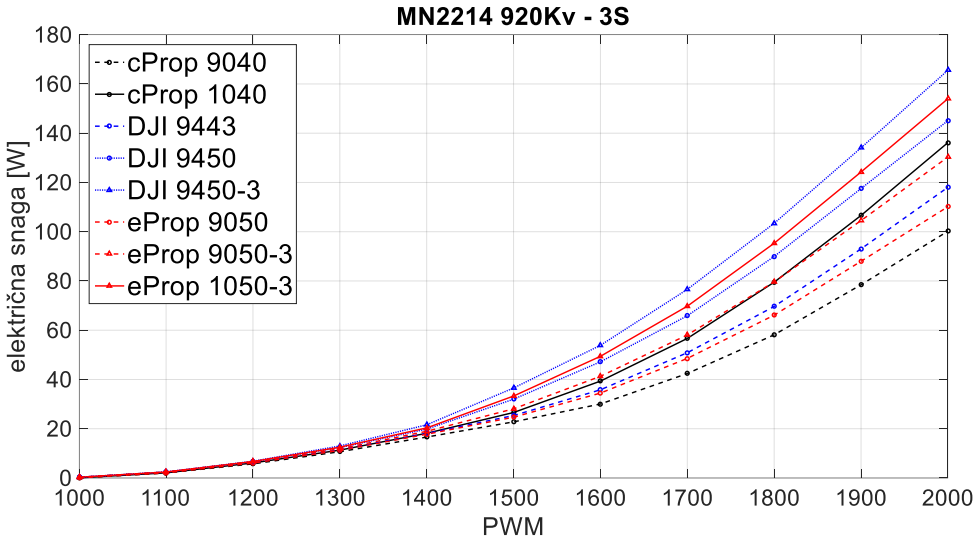
Slika 4.19: Statičke mape jakosti električne struje - MN2214 motor.



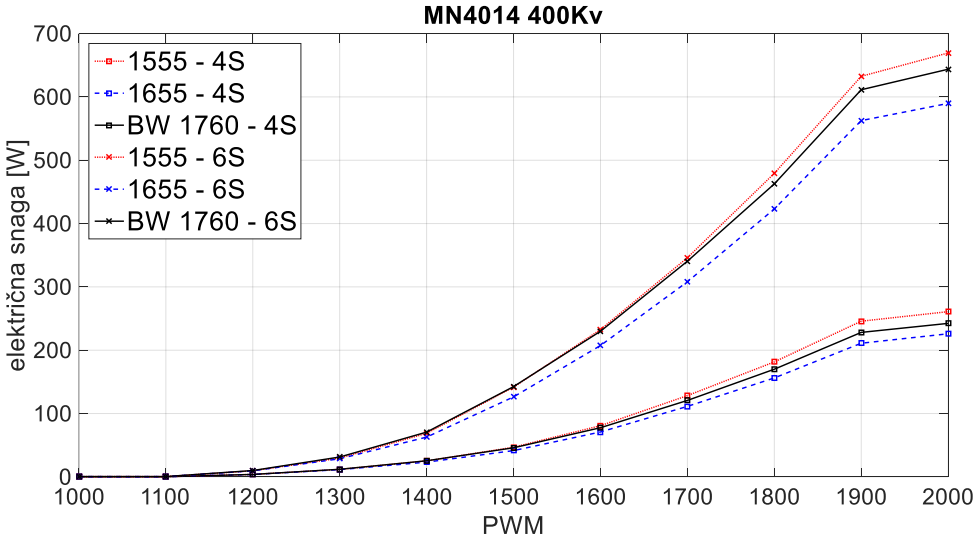
Slika 4.20: Statičke mape jakosti električne struje - MN4014 motor



Slika 4.21: Statičke mape električne snage - 1806 motori.



Slika 4.22: Statičke mape električne snage - MN2214 motor.



Slika 4.23: Statičke mape električne snage - MN4014 motor.

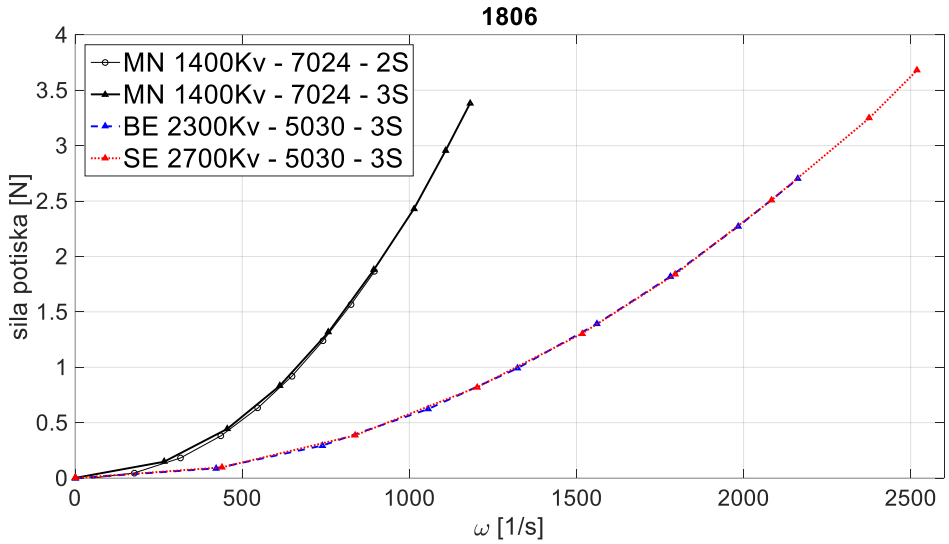
Slike 4.9 – 4.11 prikazuju statičke mape RPM-a za tri serije mjerenja pri čemu prva serija predstavlja jedinice s 1806 motorima različitih naponskih konstanti. Iz slika je vidljivo da jedinice s manjim naponskim konstantama motora i većim promjerom propelera očekivano postižu manji broj okretaja. Različite izvedbe pogonskih jedinice mogu se razlikovati u rasponu upravljačkog signala. Slike 4.12 – 4.14 prikazuju statičke mape sile potiska jedinica. Za prvu seriju mjerenja odabrane su pogonske jedinice s 5030 i 7024 propelerima, pri čemu prva dva broja oznake definiraju promjer propelera (5“ i 7“), a druga dva broja korak propelera (3“ i 2.4“). U drugoj seriji prikazane su mape pogonske jedinice s MN2214 motorom i propelerima različitih geometrijskih karakteristika. Treća serija predstavlja jedinice s MN4014 motorima i propelerima promjera 15 do 17“. Slike 4.15 – 4.17 prikazuju statičke momente otpora jedinica. Vidljivo je da jedinice s većim promjerima propelera očekivano postižu veće aerodinamičke sile i momenti. S aspekta potrošnje električne energije prikazane su mape jakosti električne struje (slike 4.18 – 4.20) i električne snage (slike 4.21 – 4.23). Prve dvije serije mjerenja obavljene su pomoću izvora napajanja na naponu 12V što je ekvivalentno 3S LiPo bateriji. U trećoj seriji prikazane su mape u slučaju kada su izvor energije 4S i 6S baterije. Pogonske jedinice veće snage uglavnom rade i na višim naponima.

4.2 Karakterizacija elektromotornih pogonskih jedinica

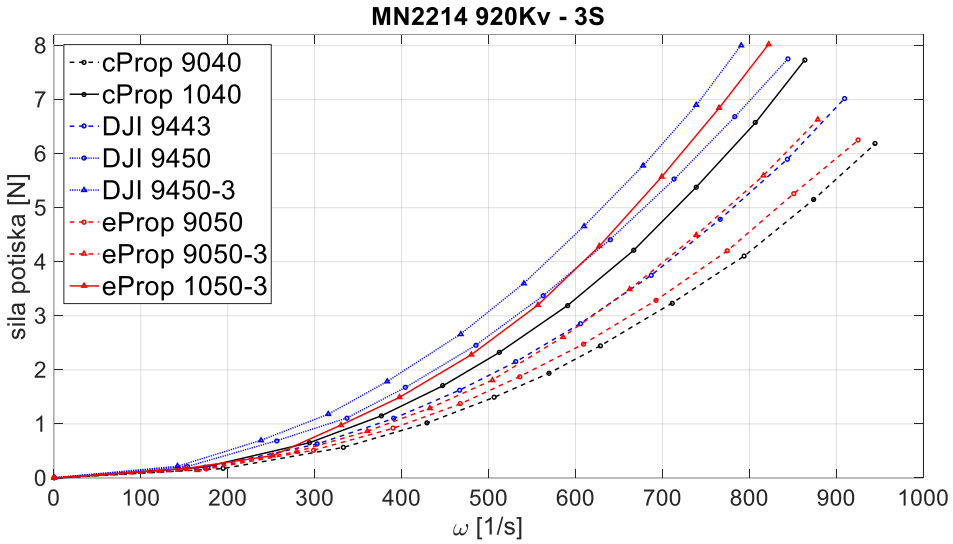
Karakterizacija elektromotornih pogonskih jedinica može se provesti na više načina [82, 83]. U ovom istraživanju karakterizacija se provodi na temelju dobivene tri serije statičkih mapa koja je nužna za pravilan odabir komponenti, analizu pogonskog podsustava i provedbu simulacija. Postupak se može podijeliti u dva dijela gdje se u prvom razmatraju mehaničke veličine u vidu aerodinamičkih sila i momenata te kutne brzine rotora, a u drugom električne veličine, odnosno potrošnja električne energije.

4.2.1 Faktori aerodinamičkih sila i momenata

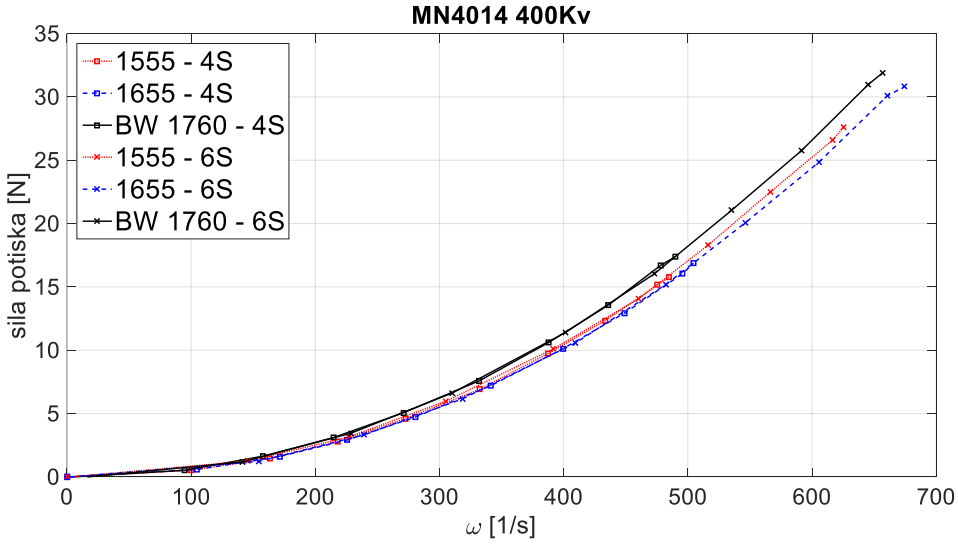
Aerodinamičke sile i momenti, prema jednadžbi 3.48 i 3.50, direktno ovise o kutnoj brzini rotora. Sila potiska i moment otpora jedinice prikazani su u ovisnosti o kutnoj brzini rotora. Na temelju dobivenih krivulja moguće je procijeniti faktore aerodinamičkih sila i momenata u radnom području jedinice za potrebe provedbe računalnih simulacija ponašanja nereguliranog i reguliranog modela letjelice. Faktori se nadalje mogu istražiti kroz koeficijente sile potiska i snage motora prema jednadžbama 3.49 i 3.51.



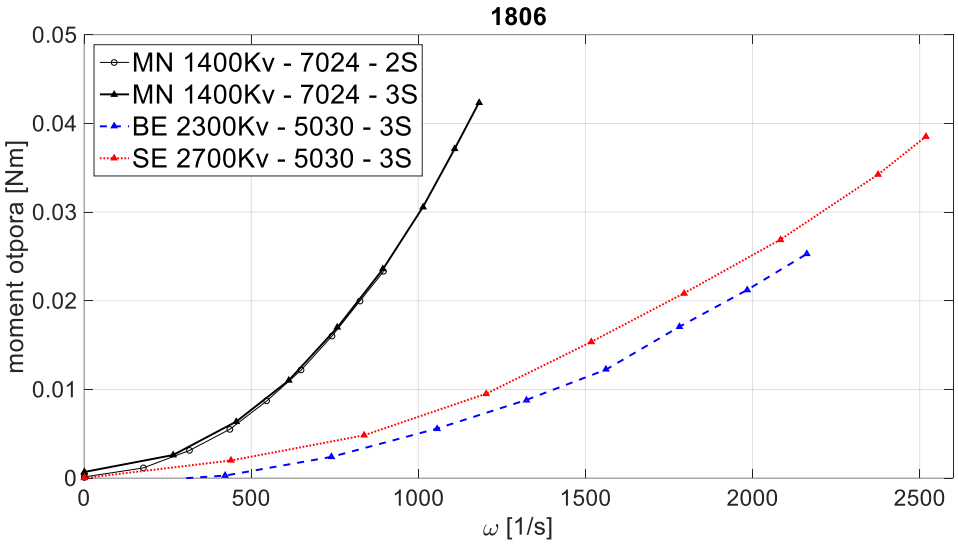
Slika 4.24: Karakteristike sile potiska - 1806 motori.



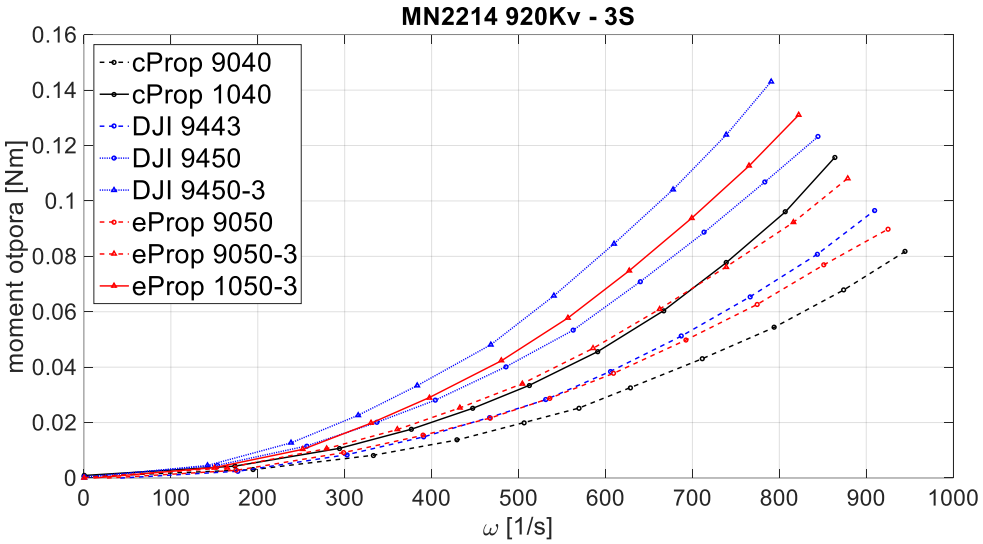
Slika 4.25: Karakteristike sile potiska - MN2214 motor.



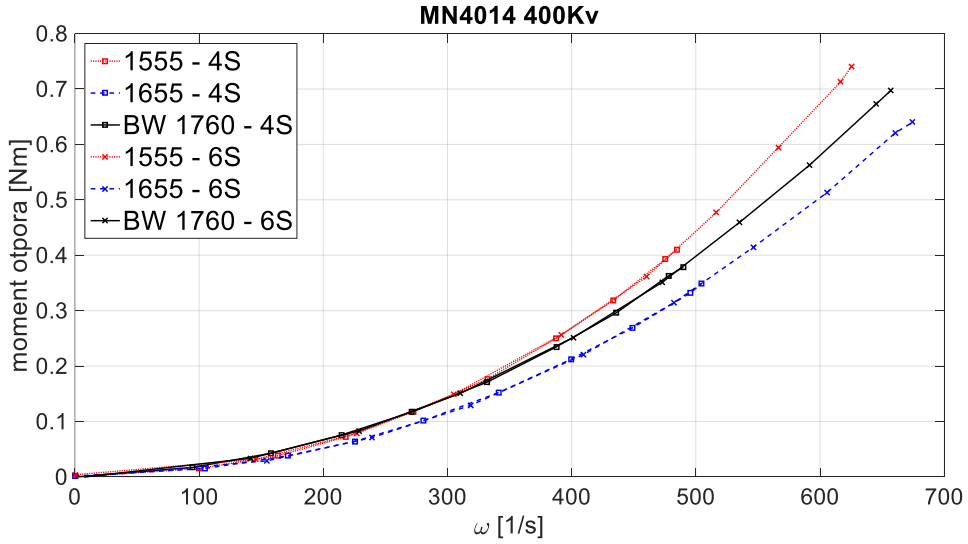
Slika 4.26: Karakteristike sile potiska - MN4014 motor.



Slika 4.27: Karakteristike momenta otpora - 1806 motor.

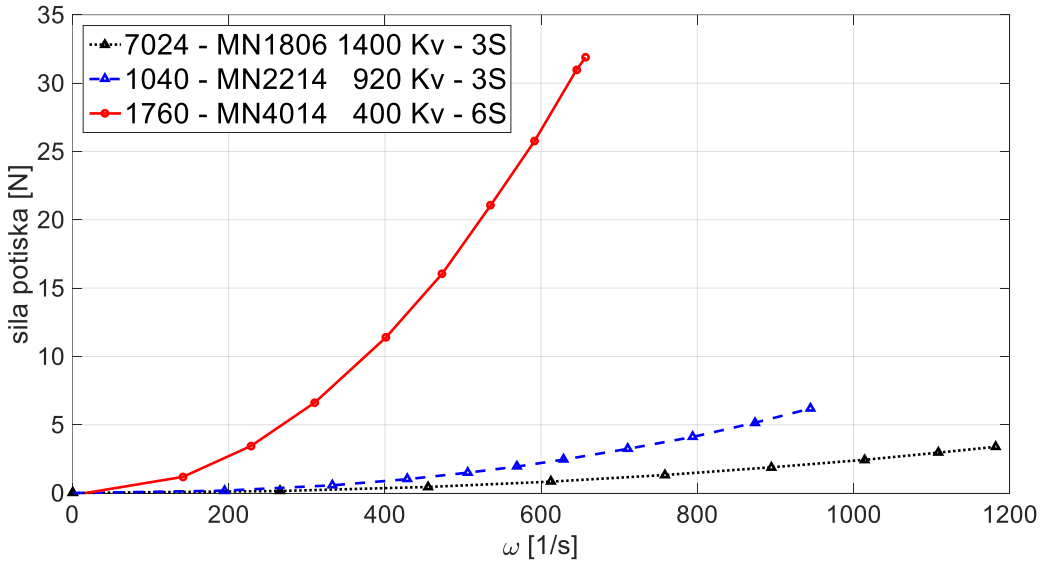


Slika 4.28: Karakteristike momenta otpora - MN2214 motor.



Slika 4.29: Karakteristike momenta otpora - MN4014 motor.

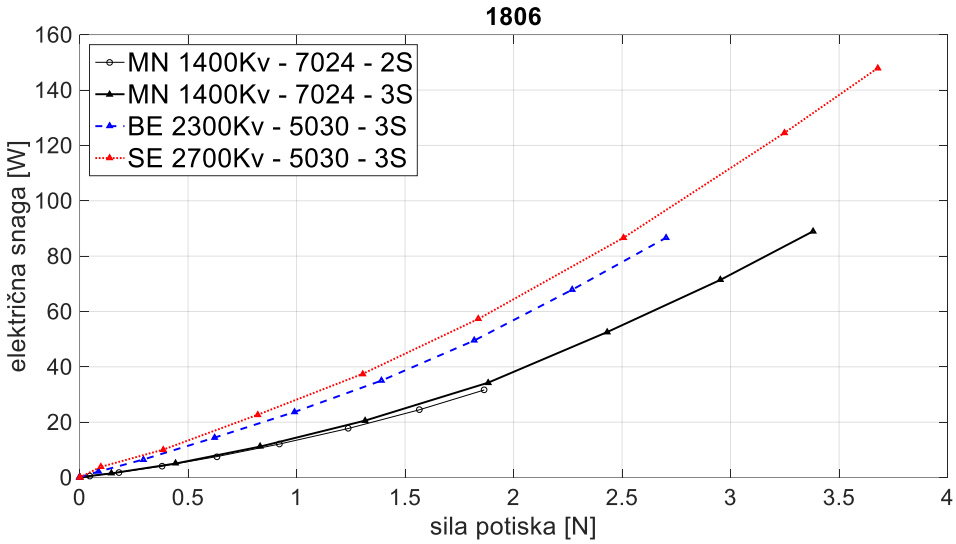
Slike 4.24 – 4.26 prikazuju sile potiska u ovisnosti o kutnoj brzini rotora. Vidljivo je da faktor sile potiska pogonske jedinice ovisi o geometriji propelera, ponajviše promjeru. Motori s većom naponskom konstatom i/ili baterije s većim brojem ćelija povisuju kutne brzine rotora pa se očekivano postižu i veće sile potiska. Slike 4.27 – 4.29 prikazuju momente otpora u ovisnosti o kutnoj brzini rotora gdje je također vidljiv karakter krivulje opisan jednadžbom 3.50. Na slici 4.30 prikazane su krivulje sile potiska za tri kombinacije pogonskih jedinica koje predstavljaju tri serije statičkih mapa.



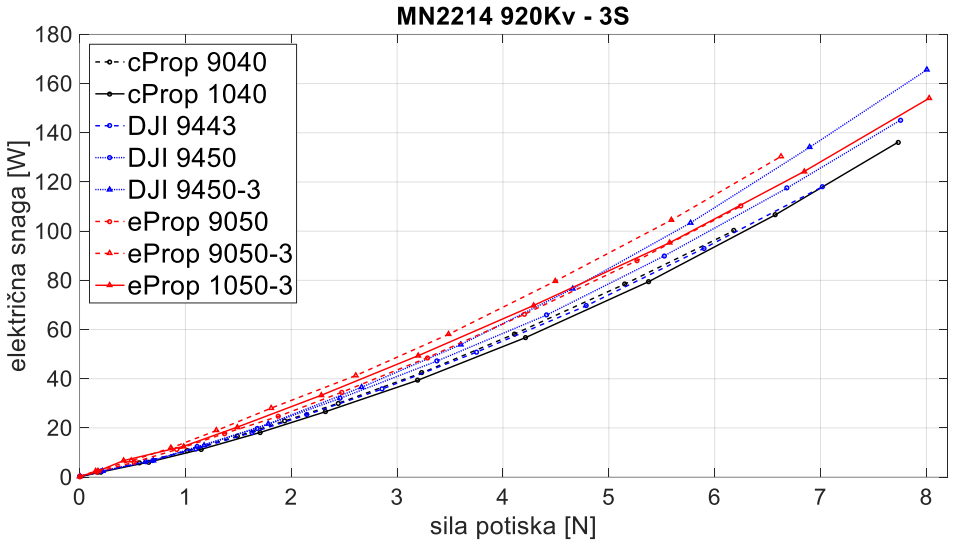
Slika 4.30: Karakteristike sile potiska odabranih jedinica.

4.2.2 Korisnost pogonskih jedinca

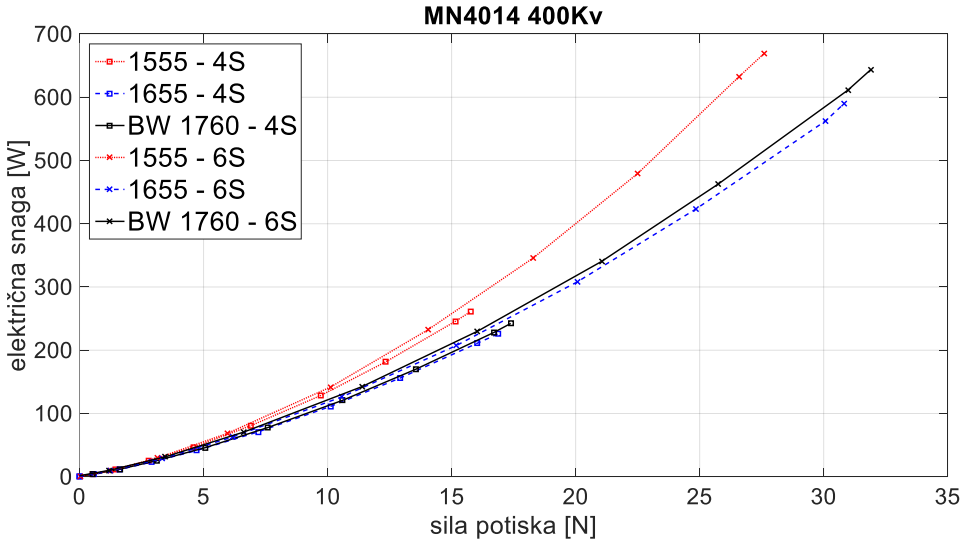
Na temelju statičkih mapa električnih veličina provedena je karakterizacija pogonskih jedinica u vidu korisnosti s obzirom da je to ključan parametar prilikom projektiranja sustava. Slike 4.31 – 4.33 prikazuju potrošnju električne energije u ovisnosti o sili potiska jedinice. Na temelju krivulja mogu se odabrati komponente pogonskog i energetskog podsustava za ispitane serije pogonskih jedinica. Ukupna korisnost pogonske jedinice predstavljena je omjerom sile potiska i potrošnje električne energije, a prikazana u ovisnosti o potrošnji energije. Na slikama 4.34 – 4.36 prikazana je ukupna korisnost za tri serije pogonskih jedinica. U svrhu procjene vremena leta, potrebno je prikazati jakost električne struje u ovisnosti o traženoj sili potiska za odabrane pogonske jedinice (slika 4.37) koje će se nadalje analizirati u sklopu pogonskog podsustava. Slika 4.38 prikazuje ukupnu korisnost odabranih jedinica gdje je vidljivo da jedinice veće snage imaju viši stupanj korisnosti.



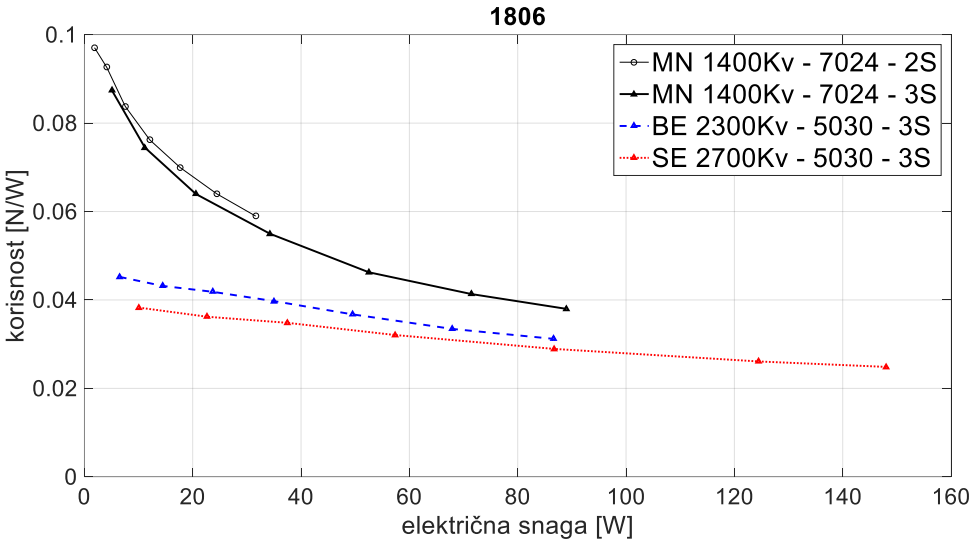
Slika 4.31: Karakteristike električne snage - 1806 motori.



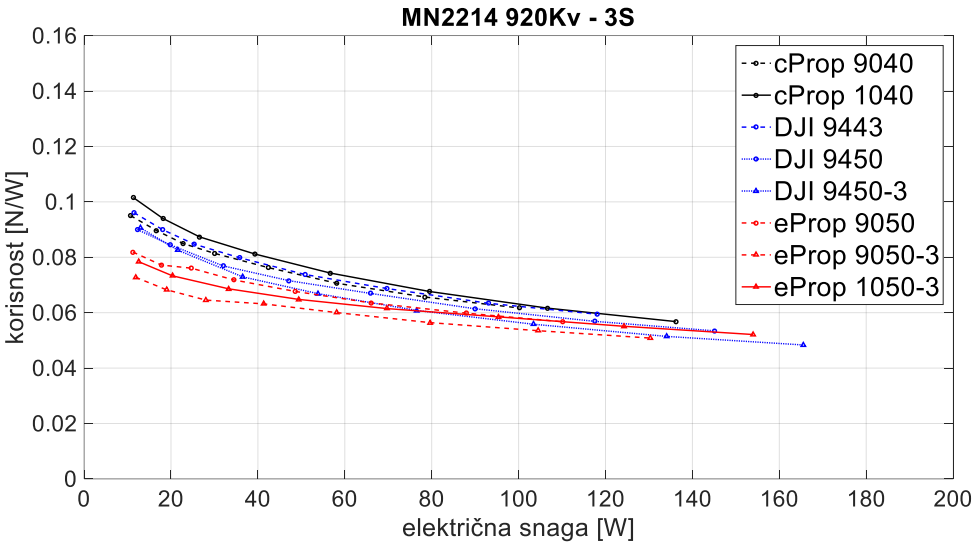
Slika 4.32: Karakteristike električne snage - MN2214 motor.



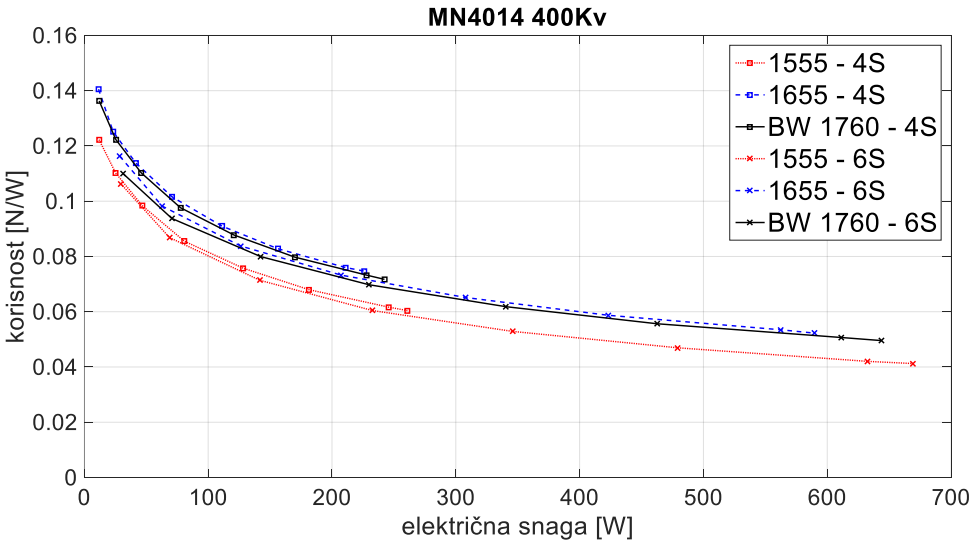
Slika 4.33: Karakteristike električne snage - MN4014 motor.



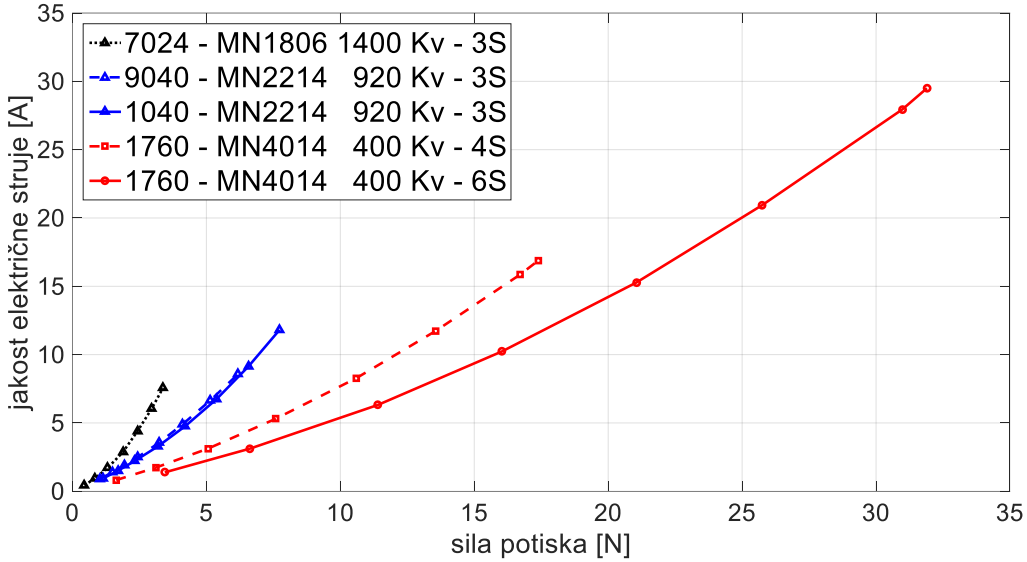
Slika 4.34: Ukupna korisnost - 1806 motori.



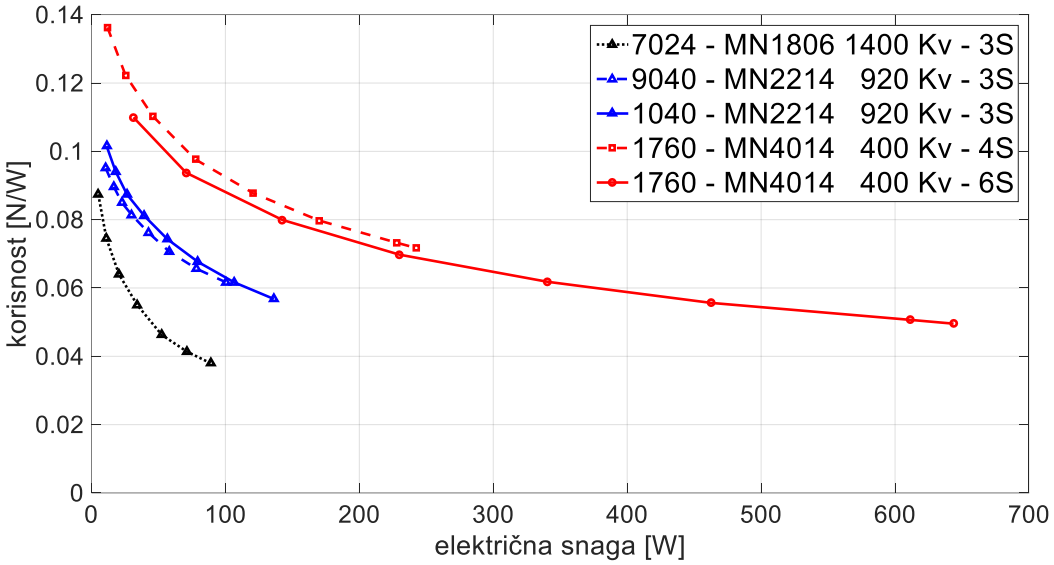
Slika 4.35: Ukupna korisnost - MN2214 motor.



Slika 4.36: Ukupna korisnost - MN4014 motor.



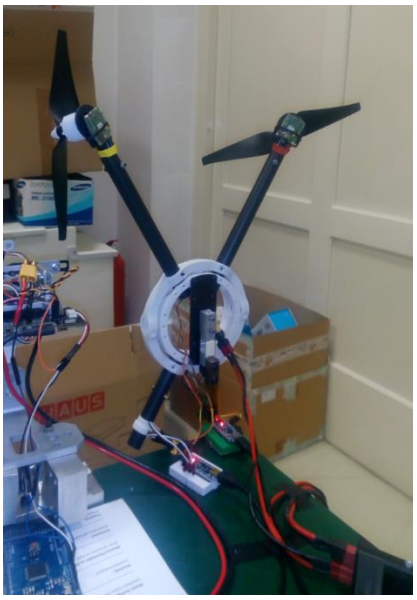
Slika 4.37: Karakteristike jakosti električne struke odabranih jedinica.



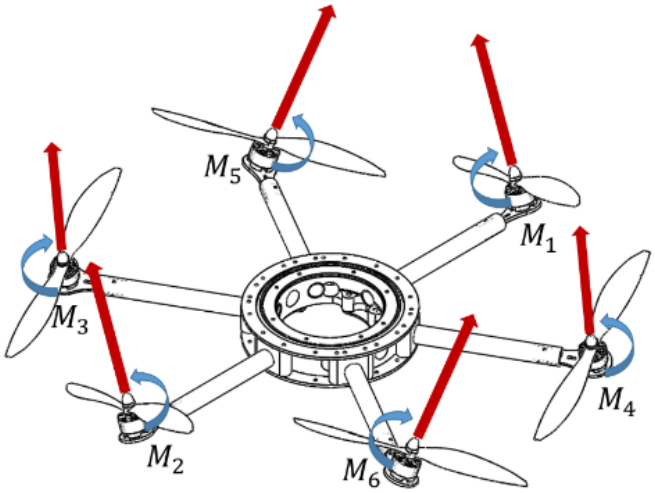
Slika 4.38: Ukupna korisnost odabranih jedinica.

4.2.3 Interferencija protoka rotora

Kod projektiranja višerotorske letjelice geometrijski raspored rotora određuje preslikavanje kutnih brzina rotora na upravljački vektor letjelice. Iznosi sila i momenata upravljačkog vektora dobivaju se preko trigonometrijskih funkcija, pri čemu su u realnim izvedbama mogući gubitci zbog interferencije protoka zraka. U brojnim istraživanjima razmotrene su konfiguracije s preklapanjem površina pogona (disk određen promjerom propelera) [15, 84]. S obzirom da se istražuju potpuno upravljane konfiguracije, realiziran je postav koji omogućava mjerenja vertikalne sile segmenata pogonskog podustava s pasivno nagnutim krakovima. Provedene su dvije serije mjerenja za MN2214 motor na naponu 12V. Prva serija s 9040 i druga s 1040 propelerima za segmente (slika 4.39) pogonskog podsustava (slika 4.40) prema tablici 4.3.



Slika 4.39: Segment konfiguracije.



Slika 4.40: Shematski prikaz razmatranog pogonskog podsuatava.

Za potrebe mjerenja load cell tip senzorom i kalibracije, napisana je skripta koja je implementirana u Atmel mikrokontroler. Provedena je usporedba između idealnih vrijednosti dobivenih matematičkim putem iz statičkih mapa te realnih izmjerenih. Iz rezultata usporedbe zaključeno je da postoje vrlo mali, zanemarivi gubitci u vertikalnoj sili pogonskog podsustava. Određena odstupanja u mjerenjima moguća su zbog izvedbe i kalibracije senzora.

Tablica 4.2: Parametri i segmenti mjerenja.

20°			25°			30°			35°		
M1	M3	M4	M1	M3	M4	M1	M3	M4	M1	M3	M4
M2	M5	M6	M2	M5	M6	M2	M5	M6	M2	M5	M6

4.3 Analiza utjecaja parametara pogonskog i energetskog podsustava na performanse višerotorske letjelice

Analizirani su parametri sustava višerotorske letjelice o kojima bitno ovisi dinamika i vrijeme trajanja leta. Pogonske jedinice (rotori) definirane su karakteristikama za različite režime rada. Izvedba pogonskog podsustava utječe na performanse letjelice, a definirana je geometrijskim rasporedom rotora. S obzirom na međuzavisnost pogonskog i energetskog podsustava, u analizu su uključeni i parametri LiPo baterija [85]. U prvom dijelu prikazane su raspodjele mase sustava za tipične veličine letjelica na temelju preporučenih parametara pogonskog podsustava. U drugom dijelu provedena je procjena vremena stacionarnog leta za odabrane komponente i parametre sustava. U trećem dijelu analiziran je utjecaj parametara geometrijskog rasporeda na performanse potpuno upravljanih konfiguracija letjelica.

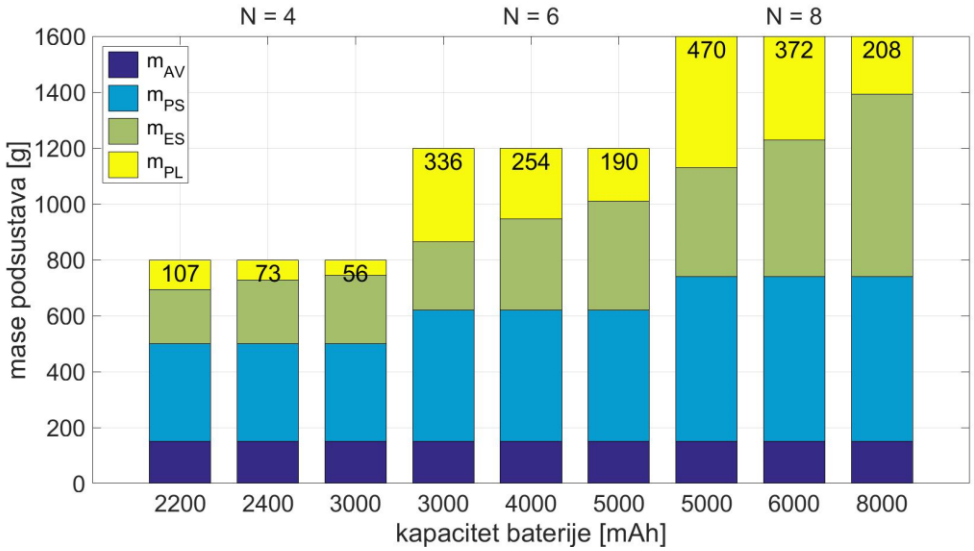
4.3.1 Raspodjela mase sustava letjelice

Temeljem podjele sustava letjelice na četiri ključna podsustava grafički su prikazani odnosi masa tipičnih konvencionalnih letjelica za različite parametre pogonskog i energetskog podsustava. Kako bi se osigurale osnovne performanse leta, potrebni omjer potiska i težine letjelice (TWR) određen je prema preporukama proizvođača motora. Preporučena masa sustava obično je izražena preko mase uzlijetanja m_{ToM} (engl. *take-off weight* ili *take-off mass - ToM*)

$$TWR = \frac{F_{Zmax}}{mg}, \tag{4.1}$$

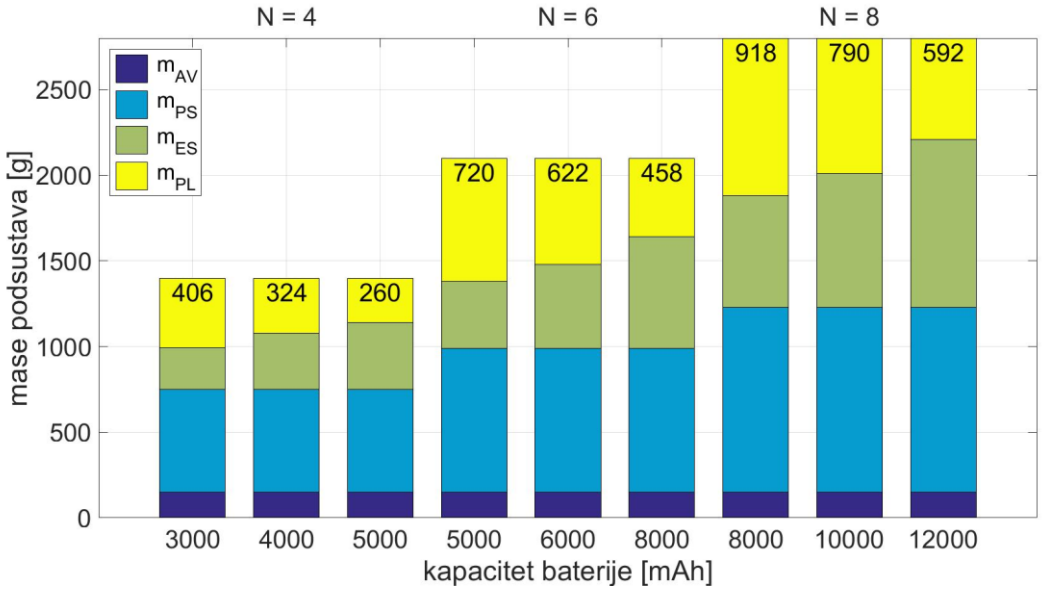
gdje je F_{Zmax} maksimalna sila potiska pogonskog podsustava u vertikalnoj osi sustava letjelice. Parametri pogonskog podsustava temelje se na karakteristikama tri serije pogonskih jedinica, a za parametre energetskog podsustava provedeno je istraživanje komercijalnih LiPo baterija pri čemu su razmatrane mase, kapaciteti, broj ćelija (S) i brzina pražnjenja baterija (C). Mase konstrukcije okvira pogonskog i energetskog modula letjelica te mase upravljačkog podsustava procjenjene su na temelju preliminarnih izvedbi eksperimentalnih letjelica.

Na slikama 4.41 – 4.45 grafovima su prikazani odnosi masa podsustava za pet generičkih serija letjelica čiji se pogonski podsustav sastoji od $N = 4$, $N = 6$ i $N = 8$ rotora. Za odabrane kapacitete baterija i broj rotora prikazane su maksimalne mase podsustava opreme i tereta u gramima za pretpostavljeni TWR. Prva serija (slika 4.41) temelji se na pogonskim jedinicama s MN1806 motorom i 7024 propelerom koje energiju crpe iz 3S baterija. Razmotrena je rapodjela masa za $TWR = 1.7$ pa je za letjelicu sa četiri rotora $m_{ToM} = 800$, sa šest $m_{ToM} = 1200$ i s osam $m_{ToM} = 1600$ grama. Potencijalne primjene prve serije letjelica mogu se nadalje analizirati i razmotriti za opremu čija je masa u rasponu do 500 grama.

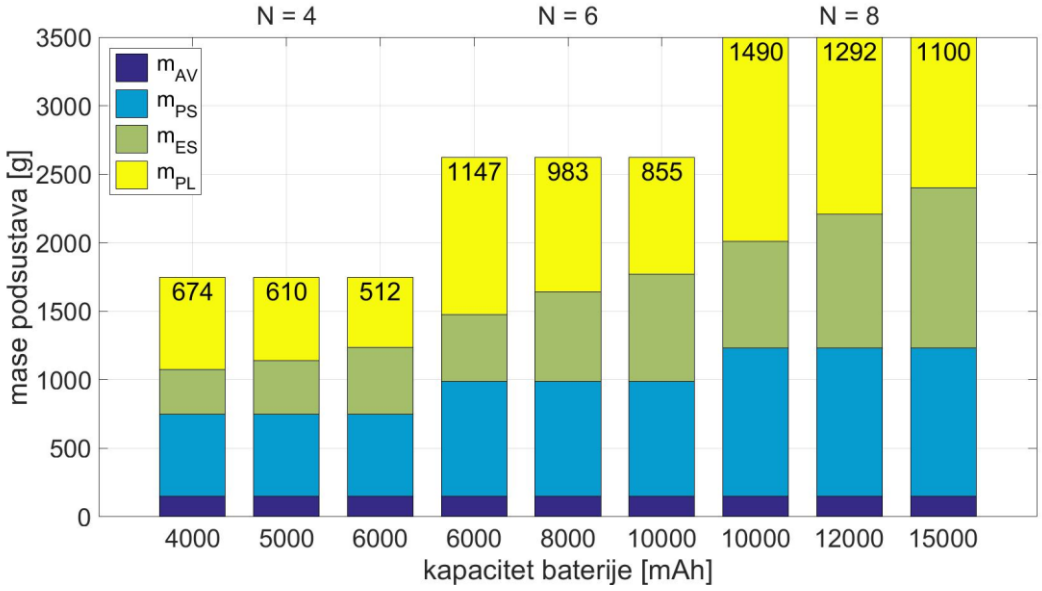


Slika 4.41: Raspodjela masa sustava prve serije letjelica (TWR = 1.7).

Druga i treća serija letjelica temelji se na pogonskim jedinicama s MN2214 motorom koje energiju crpe iz 3S baterija, a razmotrena je rapodjela masa za $TWR = 1.8$. Razlikuju se samo u promjeru propelera pri čemu drugu seriju (slika 4.42) čine pogoni s 9040 propelerima, a treću s 1040 propelerima (slika 4.43), koji stvaraju više potiska, ali i troše više energije. Druga serija letjelica s četiri rotora ima $m_{ToM} = 1400$, sa šest $m_{ToM} = 2100$ i s osam $m_{ToM} = 2800$ grama. Potencijalne primjene druge serije letjelica mogu se nadalje analizirati i razmotriti za mase opreme i tereta do 1000 grama. Treća serija letjelica s četiri rotora ima $m_{ToM} = 1750$, sa šest $m_{ToM} = 2625$ i s osam $m_{ToM} = 3500$ grama te se nadalje analizira i razmatra za potencijalne primjene s masom opreme i tereta do 2000 grama.

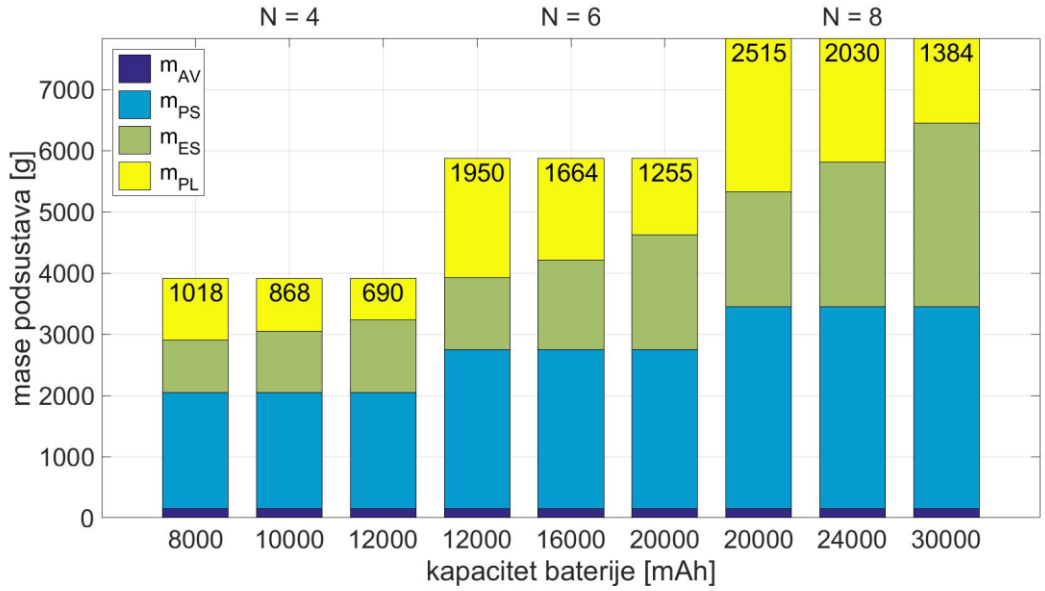


Slika 4.42: Raspodjela masa sustava druge serije letjelica (TWR = 1.8).

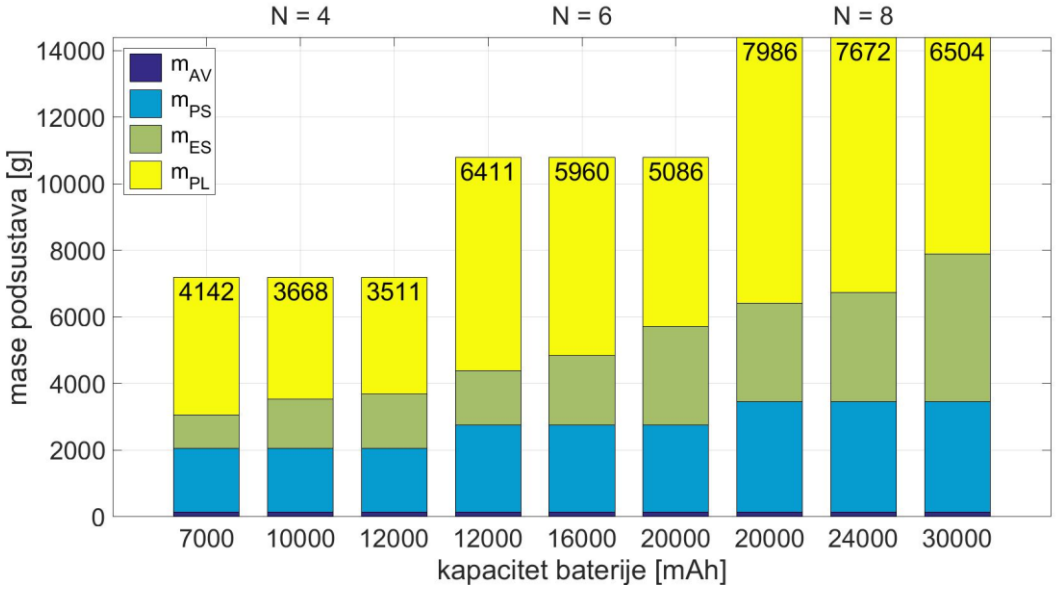


Slika 4.43: Raspodjela masa sustava treće serije letjelica (TWR = 1.8).

Četvrta i peta serija letjelica temelji se na pogonskim jedinicama s MN4014 motorom i 1760 propelerom, pretpostavljen je $TWR = 1.8$. Razlikuju se u radnom naponu energetskog podsustava (broj ćelija baterije), pri čemu četvrtu seriju (slika 4.44) čine 4S LiPo baterije, a petu 6S (slika 4.45). S obzirom da veći napon uzrokuje veći broj okretaja rotora, očekivane su i veće aerodinamičke sile i momenti. Četvrta serija s četiri rotora ima $m_{ToM} = 3920$, sa šest $m_{ToM} = 5880$ i s osam $m_{ToM} = 7840$ grama. Potencijalne primjene četvrte serije mogu se nadalje analizirati i razmotriti za mase opreme i tereta do pet kilograma. Peta serija s četiri rotora ima $m_{ToM} = 7200$, sa šest $m_{ToM} = 10800$ i s osam $m_{ToM} = 14400$ grama te se nadalje analizira i razmatra za potencijalne primjene s masom opreme i tereta do 10 kilograma.



Slika 4.44: Raspodjela masa sustava četvrte serije letjelica (TWR = 1.8).



Slika 4.45: Raspodjela masa sustava pete serije letjelica (TWR = 1.8).

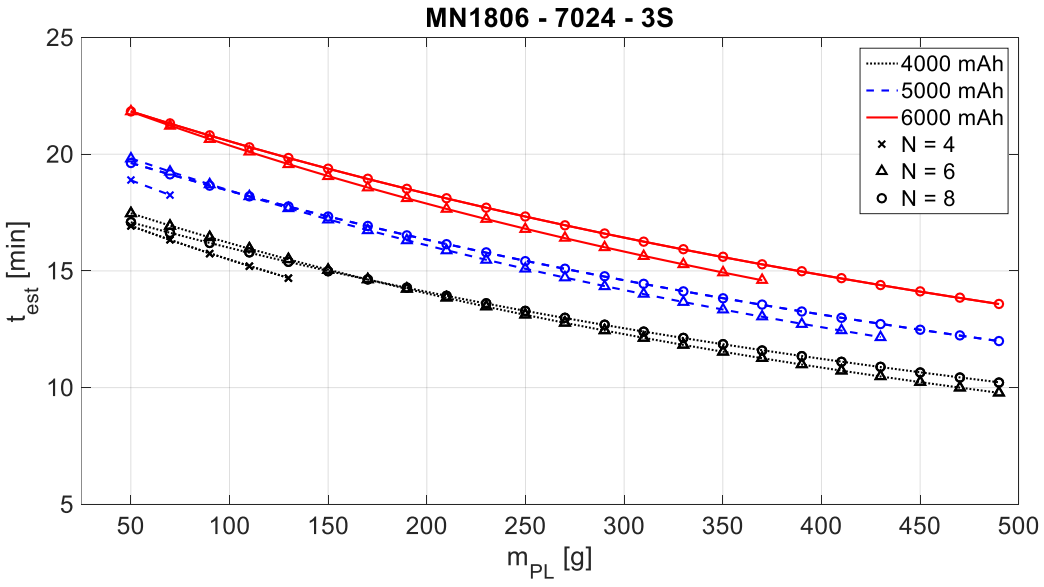
4.3.2 Numerička procjena vremena stacionarnog leta višerotorskih letjelica

Jako bitan podatak je ukupno vrijeme koje letjelica može biti u zraku, a koje ovisi o samoj misiji odnosno o zahtjevanim performansama leta i teretu koji letjelica nosi. Temeljem izmjerenih karakteristika pogonskih jedinica provedena je procjena vremena leta za odabrane serije letjelica definirane parametrima pogonskog i energetskog podsustava. Razmotren je osnovni slučaj, stacionarni let konvencionalnih konfiguracija, pod pretpostavkom da se zanemaruje pad napona baterije/a te potrošnja električne energije od strane upravljačkog podsustava (moguće i podsustava opreme). Procijenjeno vrijeme leta jednako je

$$t_{est} \approx \frac{B_{cap}}{i_{dem}}, \tag{4.2}$$

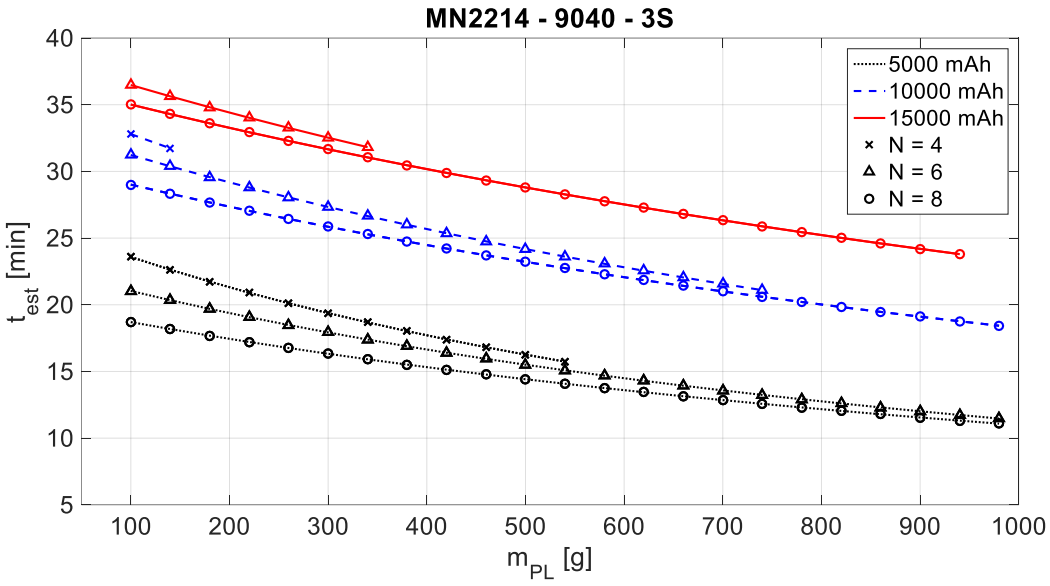
gdje je B_{cap} kapacitet baterije/baterija, a i_{dem} jakost električne struje na traženoj sili potiska određena prema karakteristikama (slika 4.37). Tražena sila potiska za postizanje stacionarnog stanja letjelice ovisi o masi sustava.

Za pet serija letjelica krivuljama je prikazano numerički procijenjeno (estimirano) vrijeme stacionarnog leta u ovisnosti o masi opreme i teretu te postavkama sustava (slike 4.46 – 4.50). Crna boja označava postavke s manjim kapacitetom, plava sa srednjim i crvena s većim. Markeri označavaju broj rotora (X za četiri, Δ za šest i O za osam). Granični slučaj koji se tiče dinamike sustava, odnosno maksimalne mase opreme i tereta, postavljen je na 20% ispod preporučenog TWR-a. Za prvu seriju letjelica (slika 4.46) odabrane su baterije kapaciteta 4000, 5000 i 6000 mAh. Povećanje kapaciteta baterije očekivano produžuje vrijeme leta, međutim, zbog veće mase energetskog podsustava smanjuje se izbor potencijalnih rješenja.

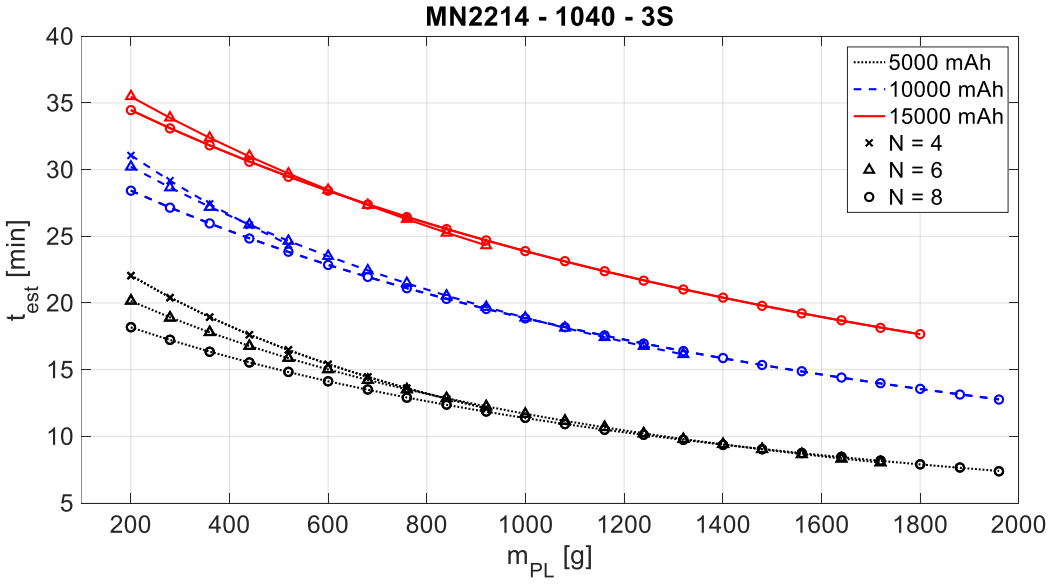


Slika 4.46: Estimirano vrijeme stacionarnog leta prve serije letjelica.

Na slici 4.47 prikazane su krivulje vremena leta za drugu seriju letjelica čija je raspodjela masa sustava prikazana slikom 4.42. Korištena je jedna ili više 3S baterija kapaciteta 5000 mAh (tablica 2.8) koje se razmatraju i kod prve i treće serije letjelica te je moguće postići kapacitet energetskog podsustava od 5000, 10000 i 15000 mAh. U svrhu usporedbe, postavke energetskog podsustava treće serije letjelica (slika 4.48) jednake su postavkama druge serije (slika 4.47), a pokrivaju razmatrani raspon masa opreme i tereta. Povećanje broja baterija, odnosno kapaciteta energetskog podsustava očekivano produžuje vrijeme leta, međutim istodobno se povećava masa sustava i smanjuje korisnost.

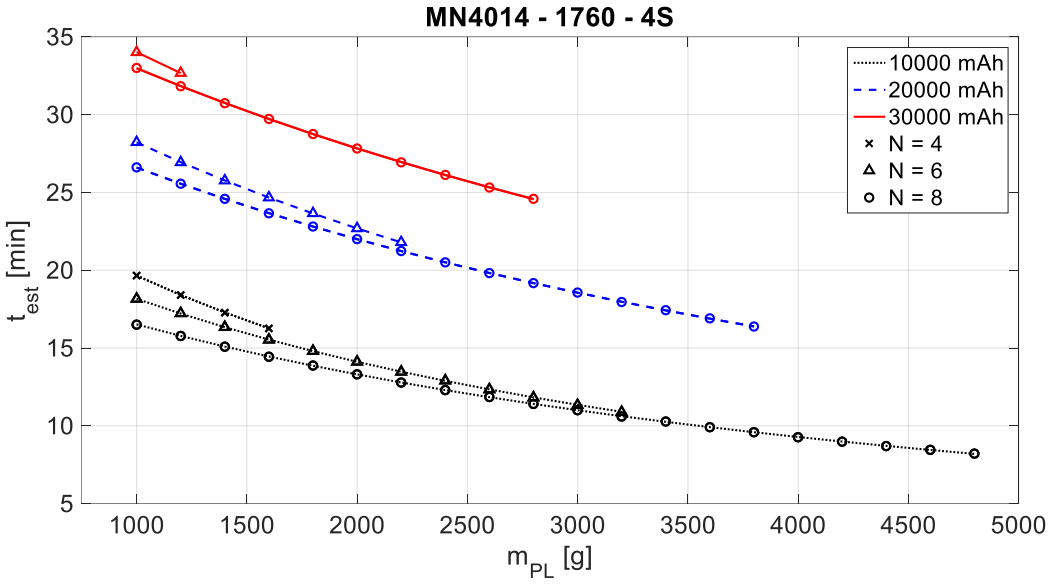


Slika 4.47: Estimirano vrijeme stacionarnog leta druge serije letjelica.

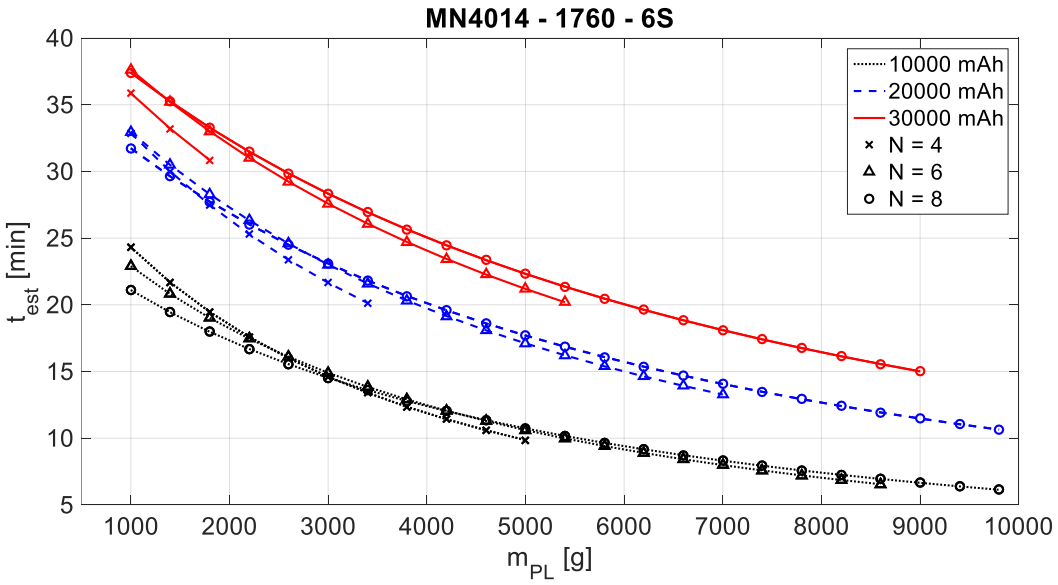


Slika 4.48: Estimirano vrijeme stacionarnog leta treće serije letjelica.

Četvrta i peta serija letjelica međusobno se razlikuju samo u radnom naponu energetskog podsustava. Jedna ili više 4S baterija koriste se za četvrtu seriju letjelica, dok su za petu seriju korištene 6S baterije (tablica 2.8). U oba slučaja kapaciteti baterija su 10000 mAh pa je moguće postići kapacitet energetskog podsustava od 10000, 20000 i 30000 mAh. Na slikama 4.49 i 4.50 prikazane su krivulje procijenjenog vremena leta za četvrtu i petu seriju letjelica čija je raspodjela masa sustava prikazana slikama 4.43 i 4.44. S obzirom na niži napon, četvrta serija postiže i manje sile potiska pa je i predviđena za lakšu opremu i teret u odnosu na petu seriju.



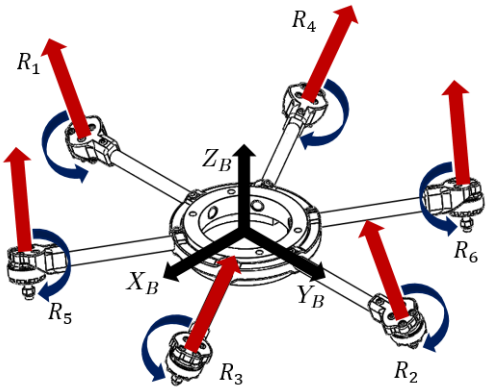
Slika 4.49: Estimirano vrijeme stacionarnog leta četvrte serije letjelica.



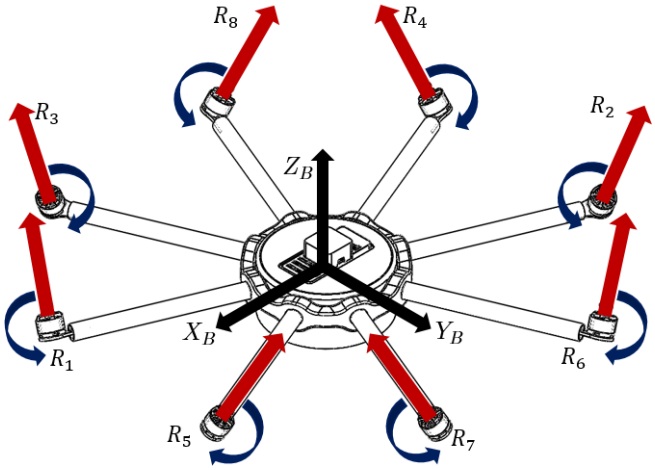
Slika 4.50: Estimirano vrijeme stacionarnog leta pete serije letjelica.

4.3.3 Analiza utjecaja orijentacije rotora na upravljanost i performanse višerotorske letjelice

Raspodjela aerodinamičkih sila i momenata pogonskog podsustava na upravljački vektor letjelice ovisi prvenstveno o geometrijskom rasporedu rotora, odnosno o konfiguraciji letjelice. S obzirom da dominantu ulogu na dinamiku letjelice imaju sile potiska, nadalje je razmotrena raspodjela sila potisaka koje su definirane orijentacijom rotora [86, 87]. Konvencionalne konfiguracije s karakterističnim planarnim rasporedom predstavljaju podupravljane sustave, budući da je vektor orijentacije jednak jediničnom vektoru pa nema raspodjele sila u horizontalnoj ravnini letjelice (3.70). Matematičkim modelom pokazano je da se pravilnim odabirom kuta nagiba rotora može postići puni stupanj upravljanosti (3.80). Nadalje će biti pokazana analiza utjecaja kuta nagiba na performanse konfiguracija potpuno upravljanih letjelica s pasivno nagnutim rotorima (slike 4.51, 4.52). Prilikom odabira geometrijskog rasporeda važno je zadržati ravnotežu letjelice u radnoj točci (engl *static equilibrium*).



Slika 4.51: Pogonski podsustav NFX6 letjelice.

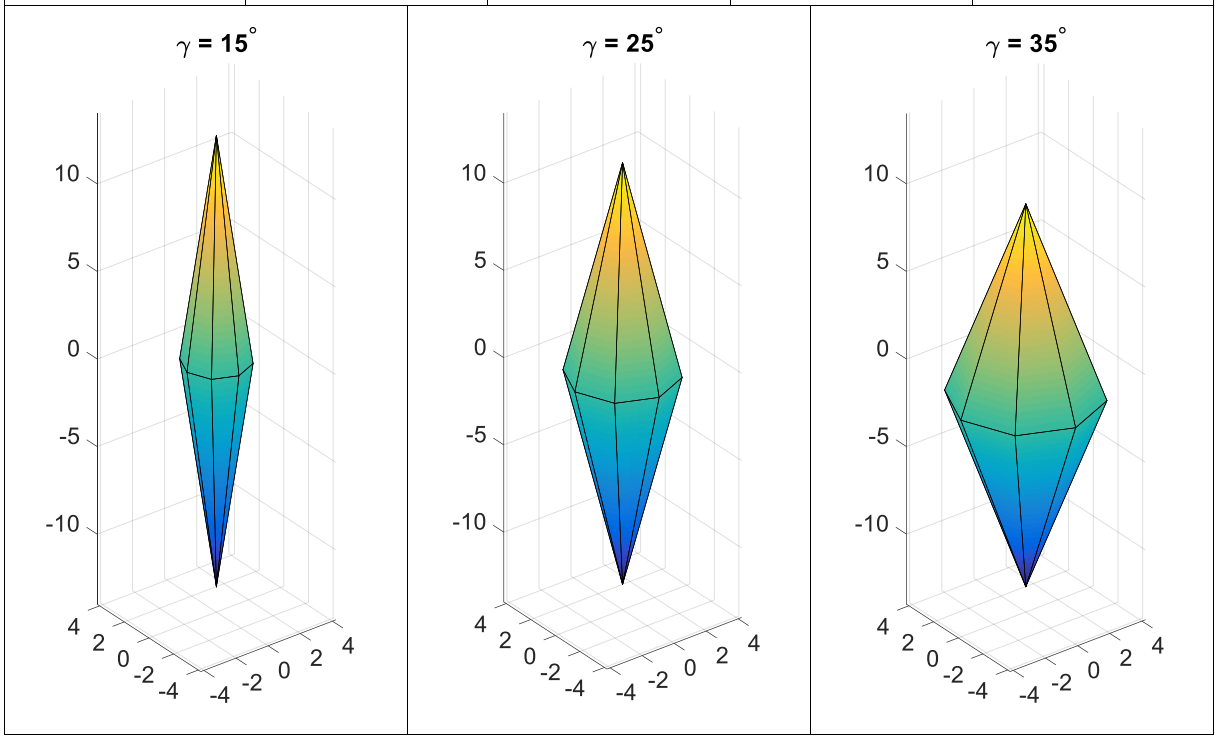


Slika 4.52: Pogonski podsustav NFX8 letjelice.

Odabrane konfiguracije dvostruko su simetrične, svi krakovi rotora iste su duljine l, a predznaci kutova nagiba γ odabrani su s ciljem postizanja punog ranga matrice alokacije, odnosno potpune upravljanosti sustava. Razmatra se slučaj ravnog gibanja letjelice gdje se mijenja samo pozicija letjelice bez promjene orijentacije. S obzirom na odabrani geometrijski raspored, gibanje letjelice u 3D prostoru ostvaruje se generiranjem vertikalnih i horizontalnih sila u koordinatnom sustavu letjelice. U tablicama 4.3 – 4.7 dani su rezultati analize koji prikazuju margine sila u obliku poliedara za pogonske podsustave pet letjelica. Pri tome je kod konfiguracije sa šest rotora poliedar omeđen sa šest rombova, dok je kod konfiguracije s osam rotora omeđen sa šesnaest trokuta. Svaka letjelica definirana je odabranim parametrima pogonskog i energetskog podsustava te masom opreme i tereta. Analiza je provedena za iznos kutova nagiba od 10 do 40°, a grafički su prikazani kutovi 15, 25 i 35°.

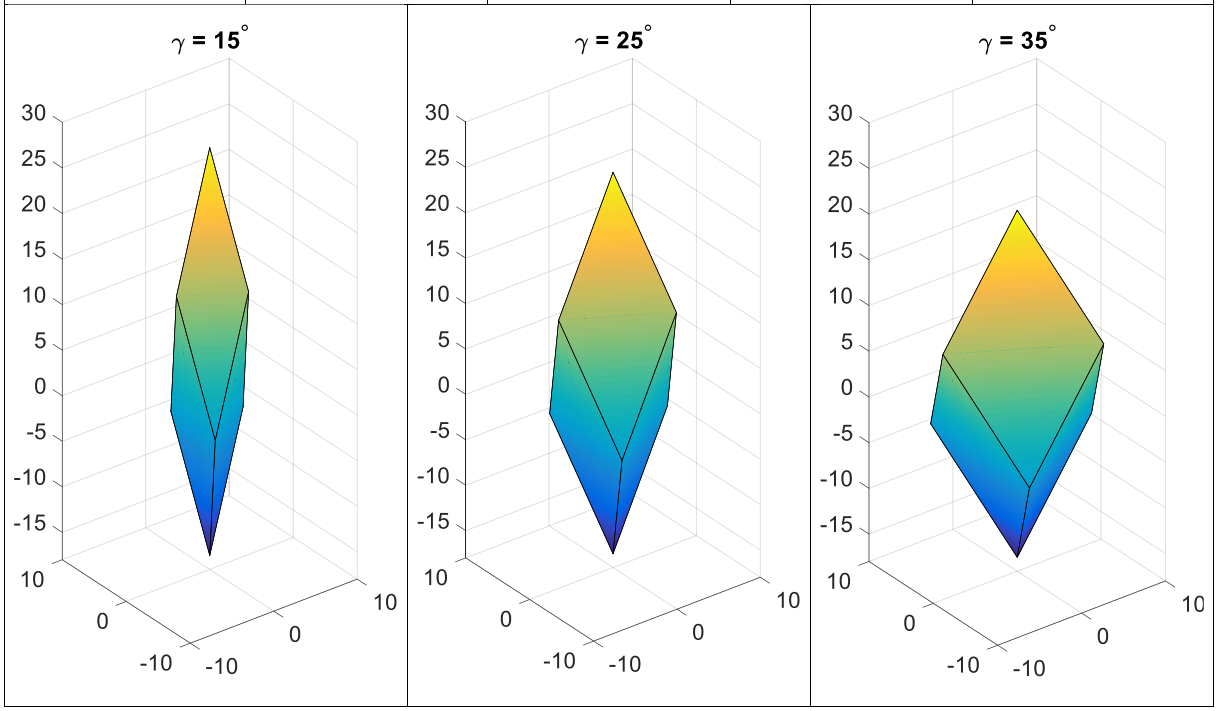
Tablica 4.3: Margine sila za NFX8 – MN1806.

BLDC	propeler	baterija	m_{PL}	$f_{R_{max}}$
MN1806 1400 Kv	7024	3S – 5000 mAh	150 grama	3.34 N



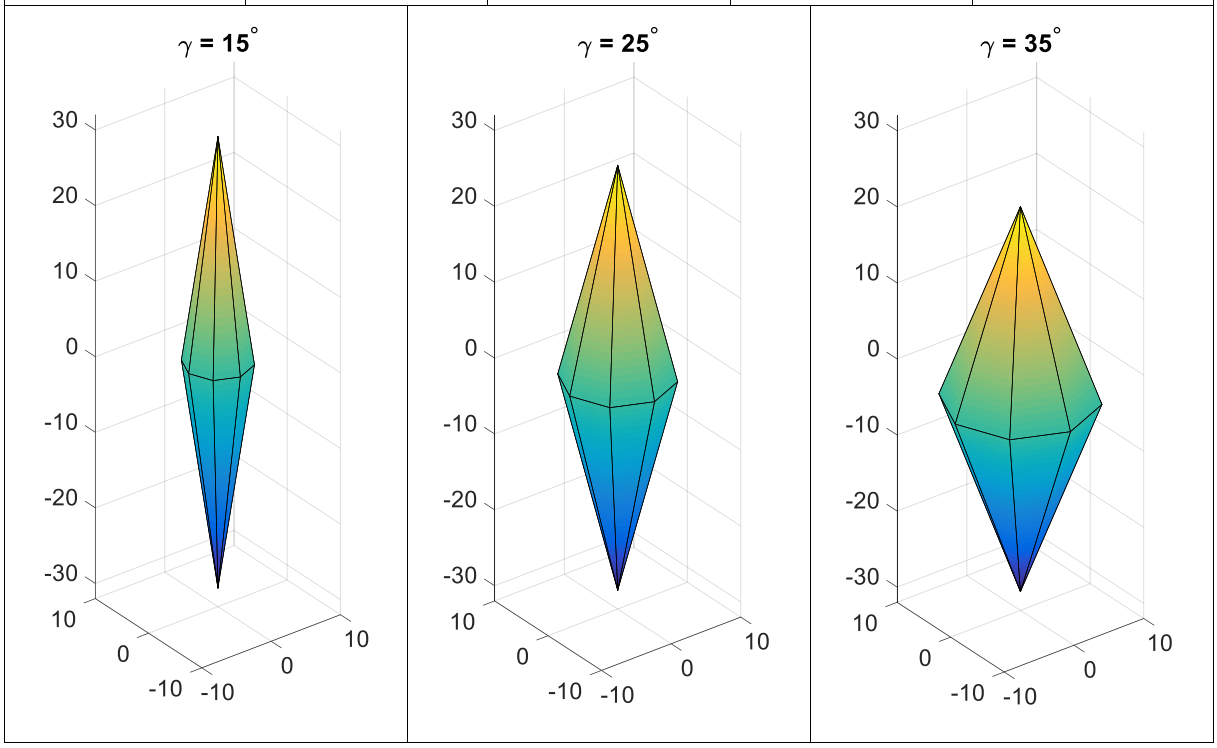
Tablica 4.4: Margine sila za NFX6 – MN2214.

BLDC	propeler	baterija	m_{PL}	$f_{R_{max}}$
MN2214 - 920 Kv	1040	3S – 5000 mAh	300 grama	7.73 N



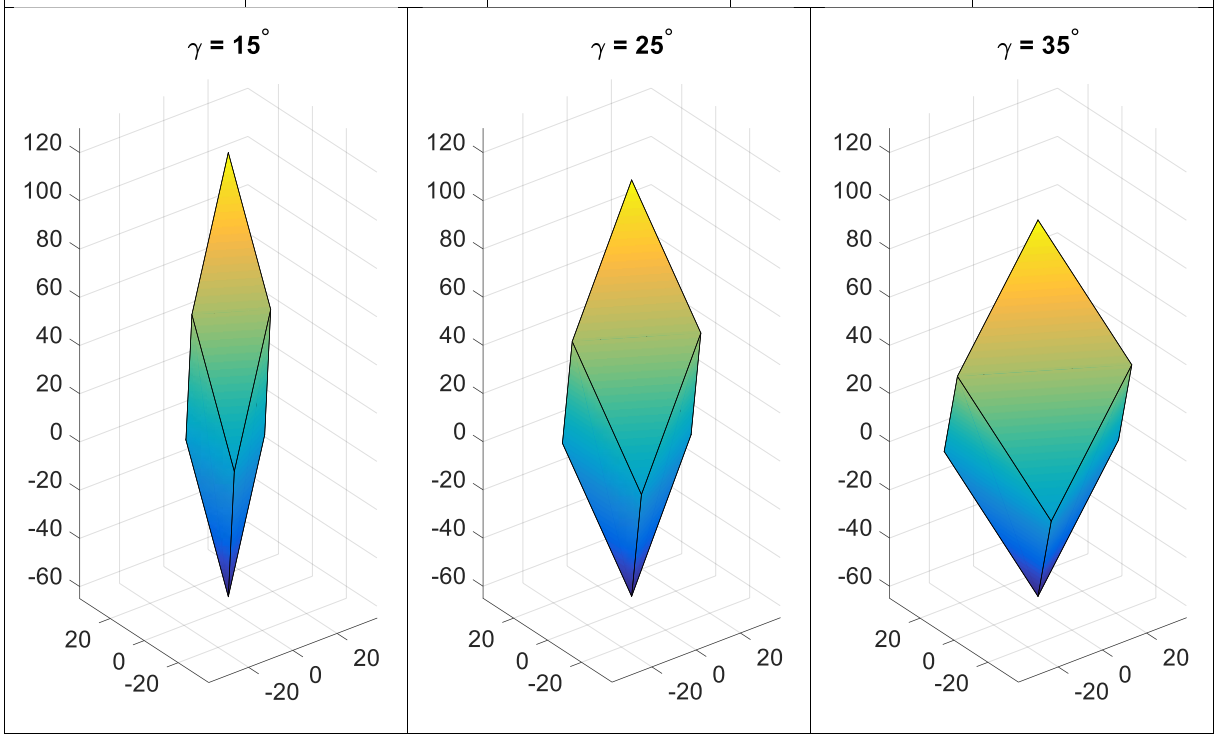
Tablica 4.5: Margine sila za NFX8 – MN2214.

BLDC	propeler	baterija	m_{PL}	$f_{R_{max}}$
MN2214 - 920 Kv	1040	3S – 10000 mAh	1000 grama	7.73 N



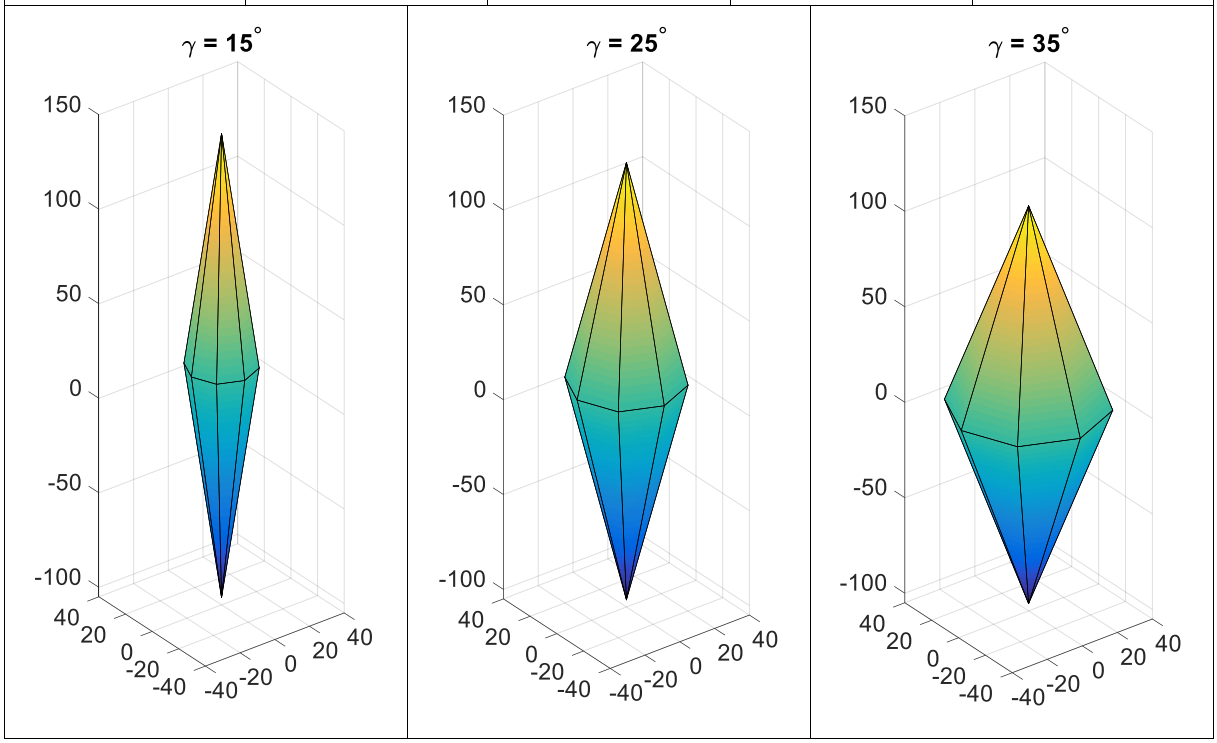
Tablica 4.6: Margine sila za NFX6 – MN4014.

BLDC	propeler	baterija	m_{PL}	$f_{R_{max}}$
MN4014 - 400 Kv	1760	6S – 10000 mAh	2000 grama	31.78 N



Tablica 4.7: Margine sila za NFX8 – MN4014.

BLDC	propeler	baterija	m_{PL}	$f_{R_{max}}$
MN4014 - 400 Kv	1760	6S – 20000 mAh	4000 grama	31.78 N



S porastom iznosa kuta nagiba pada iznos vertikalne komponente sile pogonskog podsustava. Što znači da je za održavanje potrebnih performansi stacionarnog i vertikalnog leta potrebna veća potrošnja energije, a samim time smanjuje se i vrijeme leta. S druge strane, iznos horizontalne komponente sile raste pa je letjelica u mogućnosti izvoditi horizontalna gibanja bez potrebe za promjenom orijentacije. Analiza utjecaja promjene kuta nagiba rotora na upravljanost i performanse višerotorske letjelice nadalje se može koristiti za istraživanje potrošnje energije, agilnosti, efekata veličine (snage) letjelice, odbacivanje poremećaja i drugo.

4.4 Optimiranje parametara geometrijskog rasporeda rotora letjelice

Općenito se parametri pogonskog podsustava mogu podijeliti na parametre pogonskih jedinica (karakteristike rotora) i parametre geometrijskog rasporeda rotora (konfiguracije). Na temelju karakteristika rotora i analize pogonskog podsustava, kao sljedeći problem postavlja se optimiranje parametara geometrijskog rasporeda s ciljem povećanja stupnja upravljanosti i smanjenja potrošnje energije te posljedično veće autonomije. Ovisno o namjeni letjelice, odnosno opremi (i teretu), potrebno je odabrati komponente i parametre koji će imati zadovoljavajuće performanse u okviru izvedivih rješenja.

Određivanje optimalnih parametara prema zadanim kriterijima, poput minimalne potrošnje energije ili minimalnog odstupanja od zadane trajektorije, ovisi o ograničenjima poput veličine letjelice (*D*), mase ili izvora energije. S obzirom da je fokus istraživanja na potpuno upravljanim letjelicama, osim standardnih parametara (*D* i *N*), kod potpuno upravljanih konfiguracija s pasivno nagnutim rotorima ključan parametar predstavljaju upravo kutovi nagiba rotora [88, 89]. Pod pretpostavkom da geometrijski raspored omogućuje ravnotežno stanje u radnoj točci, predstavljen je problem optimiranja kuta nagiba.

4.4.1 Optimiranje kuta nagiba rotora potpuno upravljanih konfiguracija s pasivnim nagibom rotora

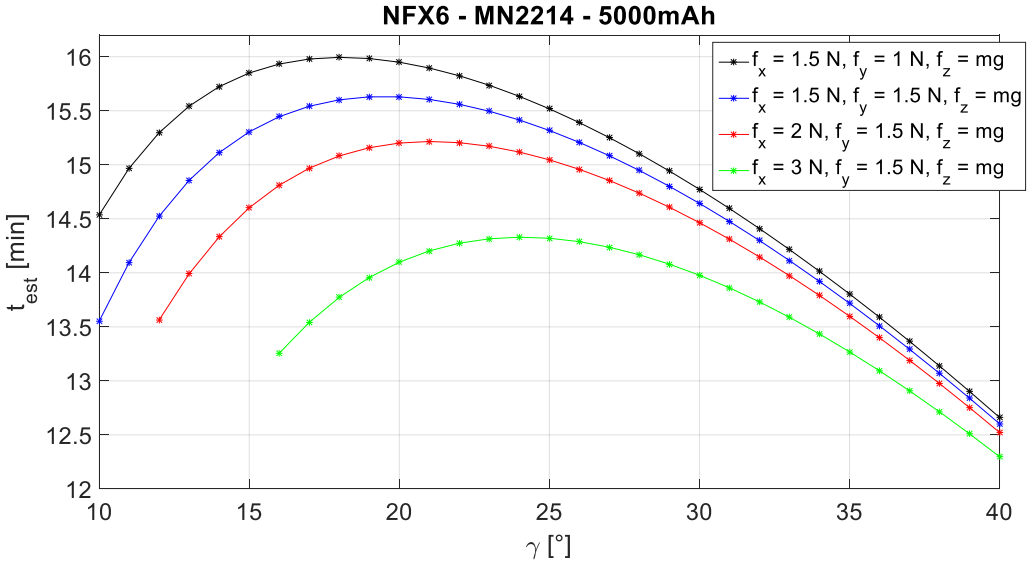
Razmotren je problem određivanja optimalnog kuta nagiba kojim se maksimizira vrijeme planiranog leta koji je u najjednostavnijem slučaju, za potpuno upravljane konfiguracije, moguće zadati preko traženih sila pogonskog podsustava. Funkcija je zadana sljedećim izrazom

$$\max_{\gamma} t(\gamma), \tag{4.3}$$

gdje je t vrijeme leta, a γ_x kut nagiba rotora uz ograničenje

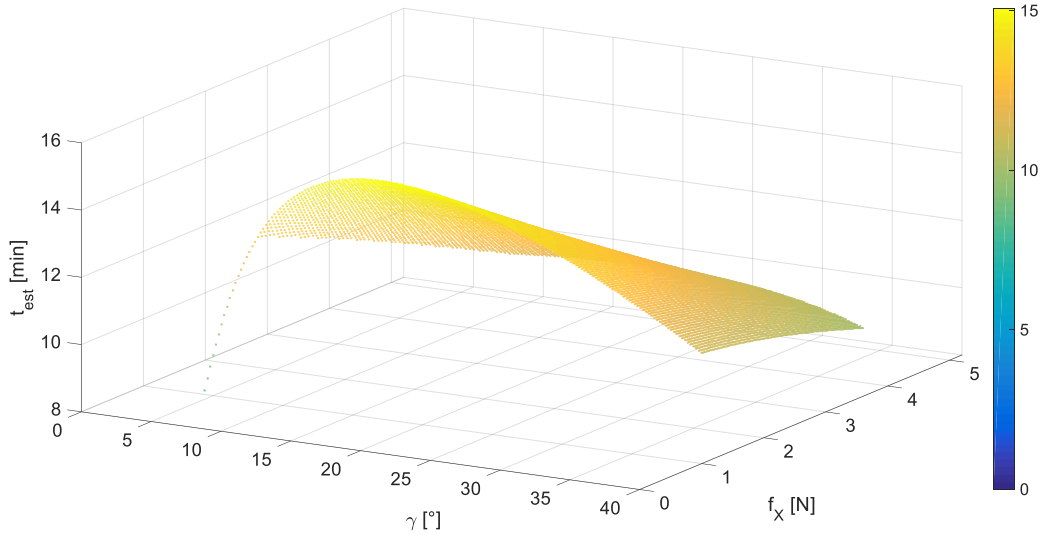
$$\gamma_{(f_{xmax},f_{ymax})} < \gamma < \gamma_{(f_{zmax})}, \tag{4.4}$$

gdje je $\gamma_{(f_{xmax},f_{ymax})}$ minimalni kut nagiba koji ovisi o maksimalnim horizontalnim silama, a $\gamma_{(f_{zmax})}$ je maksimalni kut nagiba koji ovisi o maksimalnoj vertikalnoj sili. Na slici 4.53 prikazano je vrijeme leta u ovisnosti o iznosu kuta nagiba rotora za NFX6 - MN2214 letjelicu (tablica 4.5) prilikom obavljanja četiri jednostavna zadatka.

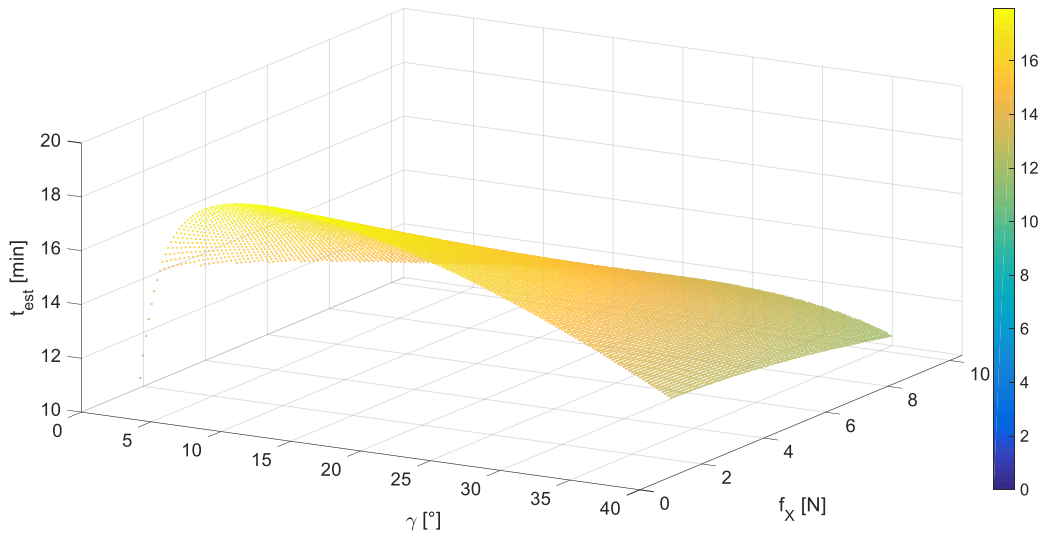


Slika 4.53: Procjenjeno vrijeme leta u ovisnosti o kutu nagiba rotora.

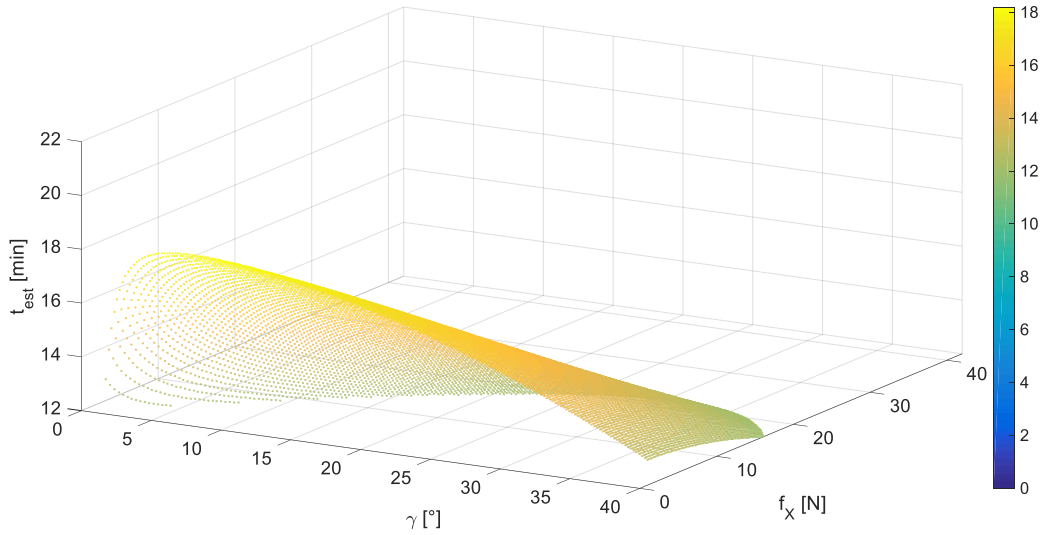
S obzirom da misije mogu uključivati više elemenata leta poput polijetanja, stacionarnog leta, praćenja trajektorije, međudjelovanja s ostalim objektima u prostoru, prihvata i prenašanja tereta i drugih, pogodno je misiju podijeliti na više zadataka. Planirani let za obavljanje pojedinih zadataka moguće je definirati preko traženih sila pogonskog podsustava koje direktno utječu na gibanja letjelice u 3D prostoru. Sljedećim slikama (4.54 – 4.57) prikazana je ovisnost vremena leta o kutu nagiba i traženom iznosu horizontalne sile pogonskog podsustava. Za letjelicu NFX8 – MN1806, s parametrima koji su definirani u tablici 4.3, prikazano je vrijeme leta na slici 4.54, za NFX8 – MN2214 (tablica 4.5) na slici 4.55, za NFX6 – MN4014 (tablica 4.6) na slici 4.56 i za NFX8 – MN4014 (tablica 4.7) na slici 4.57.



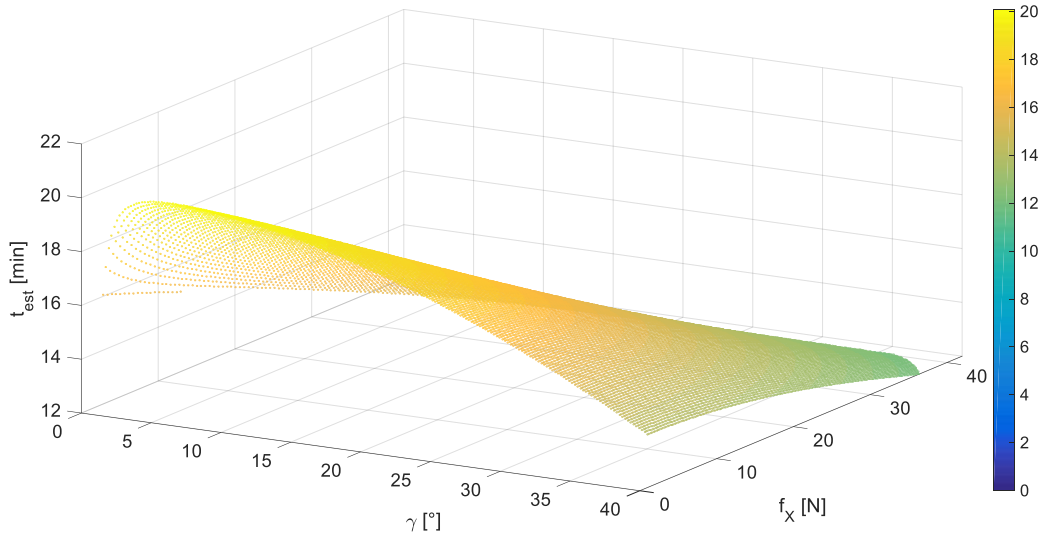
Slika 4.54: Vrijeme leta za NFX8 – MN1806 letjelicu.



Slika 4.55: Vrijeme leta za NFX8 – MN2214 letjelicu.



Slika 4.56: Vrijeme leta za NFX6 – MN4014 letjelicu.



Slika 4.57: Vrijeme leta za NFX8 – MN4014 letjelicu.

Plan leta cijele misije, pod pretpostavkom da je ista precizno definirana, moguće je isto definirati s traženim silama pogonskog podsustava, pri čemu se razmatraju prosječne vrijednosti cjelokupne misije. Duže vrijeme leta omogućuje obavljanje većeg broja zadataka i/ili veći dolet prije potrebe za izmjenom baterije. Razlike u vremenima leta rastu s povećanje veličine (snage) letjelice, što je i očekivano temeljem prijašnje analize pogona. Iz grafova na slikama 4.54 – 4.57 vidljivo je da optimalni kut nagiba ovisi o zahtjevanim performansama te se ujedno nudi potencijalno rješenje u vidu aktivnog kuta nagiba koji se mijenja sa zahtjevima misije. Time se otvara novo područje za projektiranje i upravljanje preupravljanim (engl. *overactuated*) letjelicama. Koncept potpuno upravljane letjelice s aktivnim kutom nagiba rotora biti će razmotren u šestom poglavlju.

4.4.2 Metodologija za određivanje optimalnih parametara geometrijskog rasporeda

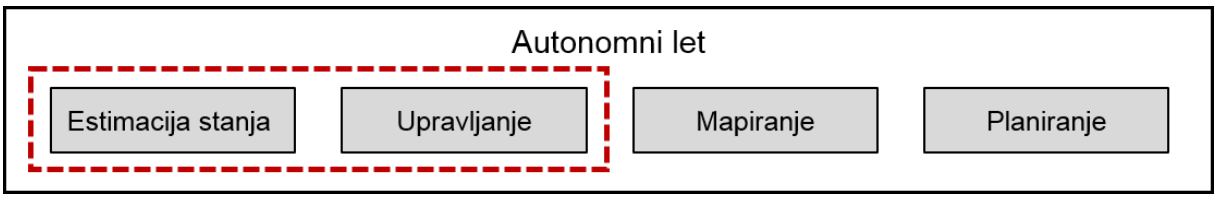
Za proces projektiranja višerotorske letjelice predložena je metodologija za određivanje optimalnih parametara geometrijskog rasporeda pogonskog podsustava. Metodologija se temelji na prethodno opisanim koracima projektiranja letjelice, pri čemu nije nužno provoditi eksperimentalna mjerenja, već se karakteristike rotora mogu dobiti iz specifikacija proizvođača komponenti. U radu je predstavljen specifični slučaj optimiranja temeljnog parametra potpuno upravljanih konfiguracija letjelica, kuta nagiba rotora. Shematski prikaz metodologije prikazan je na slici 4.58.

Slika 4.58: Metodologija za određivanje optimalnih parametara geometrijskog rasporeda pogonskog podsustava.

Prednost korištenja metodologije jest učinkovitije projektiranje sustava višerotorske letjelice. Nadalje, metodologija omogućuje parametarsko konstruiranje modularnih letjelica, predstavljenih u poglavlju 6, čime se proširuje spektar misija koje takve letjelice mogu potencijalno obavljati. U daljnjem istraživanju planira se definiranje algoritma za projektiranje višerotorske letjelice prema zadanim kriterijima s obzirom na ograničenja i tip misije. Također je u planu istraživanje efekata veličine (engl. *size effect*) letjelice na korisnu nosivost, performanse i potrošnju energije.

5 Sinteza robusnih algoritama upravljanja za potpuno upravljane konfiguracije višerotorskih letjelica

Autonomni let sastoji se od četiri ključna elementa od kojih se u ovom radu razmatra upravljanje sustavom te estimacija stanja (slika 5.1). Projektiranje upravljanja višerotorskog tipa letjelice izazovan je problem s obzirom na kompleksnost sustava i ovisnost o okolini u kojoj djeluje. Takav tip letjelica predstavlja viševarijabilni dinamički sustav kojeg karakterizira izrazita nelinearnost te inherentna nestabilnost. Stanje letjelice određeno je pozicijom, orijentacijom te translacijskim i rotacijskim brzinama. Ulaz sustava su upravljački signali, a izlaz je mjereno stanje. Postizanje referentnog stanja moguće je kada postoji preslikavanje izlaza na ulaz, odnosno povratna informacija (engl. *feedback*). Osim stacionarnog leta koji se u principu svodi na upravljanje orijentacijom, različiti profili misija zahtjevaju i slijeđenje (engl. *tracking*) referentne trajektorije u 3D prostoru uz zadovoljavanje potrebnih kriterija točnosti i brzine odziva. Razliku između referentne i mjerene vrijednosti, odnosno regulacijsku pogrešku, potrebno je svesti na nulu. Algoritam upravljanja određuje upravljački signal koji predstavlja fizikalnu veličinu putem koje se izravno utječe na rad aktuatora (pogonske jedinice), a time i direktno na dinamiku sustava letjelice.

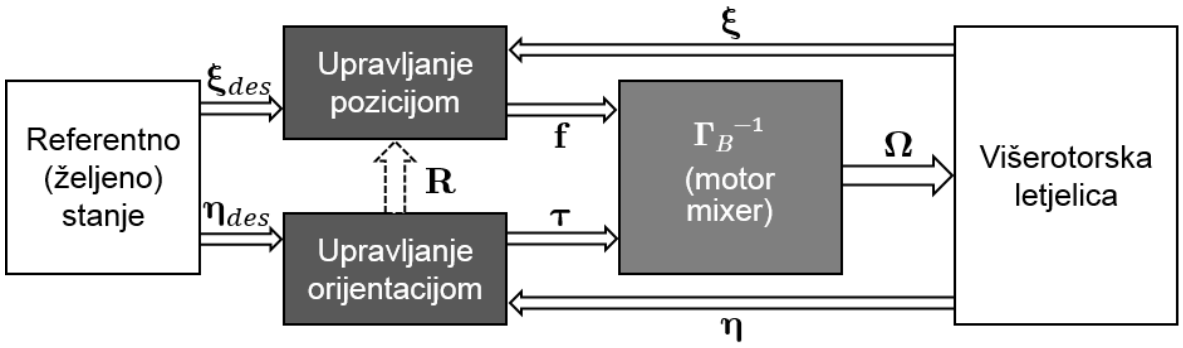


Slika 5.1: Elementi autonomnog leta.

Pretpostavka 1: Model višerotorske letjelice djelomično je poznat. Mijenjaju se parametri mase, inercije i konfiguracije letjelice.

Pretpostavka 2: Obavljanje misije podrazumijeva međudjelovanje letjelice s okolinom u različitim vremenskim uvjetima, stoga se javljaju vanjski poremećaji koji nisu zanemarivi.

Standardni set upravljačkog podsustava letjelice sastoji se od upravljačke jedinice s integriranom inercijskom jedinicom koja mjeri kutove i kutne brzine te perifernog GPS senzora koji daje poziciju letjelice. Translacijsku brzinu potrebno je estimirati. Razmatrana je regulacija potpuno upravljanih konfiguracija višerotorskih letjelica, shematski prikazana na slici 5.2.



Slika 5.2: Shema upravljanja potpuno upravljanih višerotorskih letjelica.

5.1 Metode upravljanja višerotorskim letjelicama

Pristupi projektiranju upravljanja ovise o ciljevima koje letjelica treba zadovoljiti prilikom obavljanja misije. Iako su u realnim sustavima najčešće implementirane varijante PID regulatora [90-92], parametarske nesigurnosti i vanjske poremećaje linearno upravljanje ne može kompenzirati bez korištenja daljinskog upravljanja. U brojnoj literaturi istražene su tehnike upravljanja poput metode eksterne linearizacije [93], adaptivnog upravljanja [94], inteligentnih pristupa koji inkorporiraju prediktivne metode [95], neizrazito upravljanje [96] ili neuronske mreže [97] i mnoge druge [98]. U radu su razmotreni pristupi projektiranja robusnog upravljanja s ciljem kompenzacije nemodelirane dinamike i vanjskih poremećaja [99]. Konvencionalni nelinearni regulatori koji se temelje na zakonima upravljanja s kliznim režimom rada (engl. *Sliding Mode Control - SMC*), zbog svoje su diskontinuirane prirode podložni pojavi istitravanja upravljačkih varijabli. U tu svrhu razmotren je SMC regulator drugog reda (engl. *Robust Integral of the Sign of the Error -RISE*) [100,101]. Problem implementacije je translacijska brzina koja nije mjerljiva te pojačano istitravanje zbog šuma.

Aktivno upravljanje s kompenzacijom poremećaja (engl. *Active Disturbance Rejection Control - ADRC*) zasnovano je na proširenom observeru stanja koje umjesto eksplicitnog matematičkog modela zahtijeva jedino poznavanje reda dinamičkog sustava i ocjenu jednog parametra. Može djelovati s velikim rasponom nesigurnosti i poremećaja te ne ovisi o modelu sustava (engl. *Model Free Control - MFC*). Glavni nedostaci konvencionalne izvedbe ADRC-a jesu inherentno ograničena točnost estimacije te osjetljivosti na šum i nagle poremećaje. Poboljšanje performansi ADRC metodologije moguće je postići modifikacijama regulatora što je predmet brojnih istraživanja [26] koja uključuju i upravljanje letjelicama [27, 28].

5.1.1 Linearizacija modela

Komercijalne letjelice pretežito dolaze s programskim rješenjima u vidu poznatih metoda linearnog upravljanja koje se često koristi i u kombinaciji s naprednijim pristupima. S obzirom da višerotorska letjelica predstavlja izrazito nelinearni sustav, prvi korak u sintezi linearnog upravljanja je postupak linearizacije modela sustava oko željene radne točke. Uz pretpostavku malih kutova u jednadžbama translacijske dinamike (3.84), linearizirani su trigonometrijski članovi malih kutova i brzina pa slijedi da je $\cos_{\alpha} \sim 1$, $\sin_{\alpha} \sim \alpha$. Također, zanemareni su umnošci kutova ili umnošci derivacije kutova pa slijedi da je $\alpha \cdot \beta \sim 0$, $\alpha \cdot \beta \sim 0$.

Za slučaj konvencionalnih podupravljanih konfiguracija višerotorskih letjelica, jednadžbe translacijske dinamike prelaze u sljedeći oblik

$$X = \theta \frac{u_1}{m}, \qquad Y = -\phi \frac{u_1}{m}, \qquad Z = -g + \frac{u_1}{m}, \tag{5.1}$$

gdje je $u_1 = f_Z$ upravljačka varijabla sile potiska. Primjenom iste pretpostavke, jednadžbe pojednostavljene rotacijske dinamike (3.86) prelaze u linearizirani oblik

$$\phi = \frac{u_2}{I_{xx}}, \qquad \theta = \frac{u_3}{I_{yy}}, \qquad \psi = \frac{u_4}{I_{zz}}, \tag{5.2}$$

gdje su $u_2 = \tau_\phi$, $u_3 = \tau_\theta$ i $u_4 = \tau_\psi$ upravljački momenti. Dinamički model opisan diferencijalnim jednadžbama translacijske (5.1) i rotacijske (5.2) dinamike nije potpuno lineariziran s obzirom da u translacijskoj dinamici dolazi do umnoška upravljačke varijable i varijabli stanja, što predstavlja bilinearni model[4].

Za slučaj potpuno upravljanih konfiguracija letjelica koristi se označavanje upravljačkog vektora definirano u potpoglavlju 3.1.4, $\mathbf{u}_B = [f_X \quad f_Y \quad f_Z \quad \tau_\phi \quad \tau_\theta \quad \tau_\psi]^{\mathrm{T}}$. Uz uključeni poremećaj jednadžbe translacijske dinamike prelaze u sljedeći oblik

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{m}\ f_X + f_Z\theta + d_{mX}\ , \\ Y &= \frac{1}{m}\ f_Y - f_Z\phi + d_{mY}\ , \\ Z &= -g + \frac{1}{m}\ f_Z + d_{mZ}\ . \end{aligned} \tag{5.3}$$

Jednadžbe rotacijske dinamike iste su kao i za slučaj konvencionalnih konfiguracija uz dodane poremećaje za svaki stupanj slobode gibanja, redom $d_{m\phi}$, $d_{m\theta}$ i $d_{m\psi}$. Poremećaji sadrže vanjske i unutarnje poremećaje u obliku nemodeliranje dinamike sustava.

[4] Bilinearni model – model kod kojeg u konkretnom slučaju postoji množenje upravljačkih i varijabli stanja.

Jedan od najjednostavnijih primjenjenih algoritama upravljanja koji zadovoljava kriterije stabilnosti je proporcionalno-derivacijski (PD) regulator. Opći oblik PD regulatora je

$$u\ t\ = -K_P e\ t\ - K_D \frac{de\ t}{dt}, \tag{5.4}$$

gdje je $e\ t\ = y - y_{des}$ regulacijska pogreška, K_P konstanta pojačanja proporcionalnog djelovanja, a K_D konstanta pojačanja derivacijskog djelovanja. Proporcionalno djelovanje doprinosi stabilnosti, ali općenito djeluje s tzv. stacionarnom greškom (engl. *steady-state error*). Derivacijsko djelovanje doprinosi ubrzavanju reakcije upravljačkog signala, ali je osjetljivo na šum. Pojačanja regulatora K_D i K_P mogu se odabrati metodom podešavanja polova (realni i negativni) kako bi se dobio aperiodski odziv, bez preskoka.

PD regulator karakterizira jednostavna analiza stabilnosti te relativno jednostavna implementacija. Pruža zadovoljavajuće performanse u kombinaciji s daljinskim upravljanjem za primjene koje ne zahtjevaju visoku preciznost uz prisutni vanjski poremećaj. S obzirom da brzina nije mjerljiva bez korištenja dodatnih senzora, može se koristiti filter za estimaciju brzine. Diskontinuirane promjene (step pobuda) željenog stanja dovode do naglih skokova upravljačkih varijabli koje se mogu riješiti korištenjem predfiltera (engl. *smoothing filter*) koji „izglađuje" diskontinuirani referentni signal i time smanjuje amplitudu upravljačkih varijabli.

Uz pretpostavku mjerljivih kutova i kutnih brzina, razmatra se problem stacionarnog leta koji je sastavni dio svakog profila misije, a zapravo se svodi na upravljanje orijentacijom (engl. *attitude control*). Referentno stanje stacionarnog leta je kada su svi kutovi orijentacije jednaki nuli pa slijedi da je greška regulacije jednaka trenutnom stanju letjelice, $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}$. Elementarni PD regulator orijentacije letjelice definiran je matričnim izrazom

$$\boldsymbol{\tau} = -\mathbf{K}_P\boldsymbol{\eta} - \mathbf{K}_D\boldsymbol{\eta}, \tag{5.5}$$

gdje je vektor momenata pogonskog sustava upravljački vektor orijentacije letjelice. Kod konvencionalnih konfiguracija često je definiran s tri upravljačke varijable $\boldsymbol{\tau} = [\tau_\phi \quad \tau_\theta \quad \tau_\psi]^{\mathrm{T}} = [u_2 \quad u_3 \quad u_4]^{\mathrm{T}}$. Pojačanja PD regulatora definirana su dijagonalnim matricama proporcionalnih pojačanja $\mathbf{K}_P = \mathrm{diag}\{k_{P\phi} \quad k_{P\theta} \quad k_{P\psi}\}$ i derivacijskih pojačanja $\mathbf{K}_D = \mathrm{diag}\{k_{D\phi} \quad k_{D\theta} \quad k_{D\psi}\}$. Dinamika zatvorenog kruga definirana je izrazom

$$\mathbf{I}\boldsymbol{\eta} + \mathbf{K}_D\boldsymbol{\eta} + \mathbf{K}_P\boldsymbol{\eta} = \mathbf{0}_{3\times 1}, \tag{5.6}$$

a za problem upravljanja orijentacijom letjelice, drugog je reda. Asimptotski je stabilna za vrijednosti pojačanja koja se mogu odabrati metodom podešavanja polova.

Problem trajnog regulacijskog odstupanja rješava se dodavanjem integralnog člana PD regulatoru. Zadaća integralnog člana je eliminacija nepoznatih konstantnih poremećaja koji mogu biti u vidu nepoznate mase. Opći oblik PID regulatora definiran je sljedećim izrazom

$$u\ t\ = -K_P e\ t\ - K_I \int e\ t\ dt - K_D \frac{de\ t}{dt}, \tag{5.7}$$

gdje je K_I konstanta pojačanja integralnog djelovanja koje efikasno otklanja trajnu regulacijsku pogrešku sumiranjem iznosa pogreške u vremenu. Važno je napomenuti da se prilikom upravljanja orijentacijom, zbog najmanjih promjena kutova, mijenja i pozicija letjelice te letjelica klizi (engl. *drift*). To se može kompenzirati daljinskim upravljanjem.

Kod navedenih linearnih algoritama upravljanja, stabilnost sustava garantirana je samo u blizini referentnog stanja oko kojeg vrijedi pretpostavka linearizacije U slučaju slijeđenja referentne trajektorije postoji očekivano trajno regulacijsko odstupanje. Budući da letjelice nisu u stanju postići asimptotsku konvergenciju, greške zbog promijenjivog referentnog stanja slijede trajektoriju s omeđenom greškom praćenja (engl. *bounded tracking error*) [102].

5.1.2 Metoda eksterne linearizacije - FLC

Metoda eksterne linearizacije (engl. *Feedback Linearization Control - FLC*) predstavlja osnovnu metodu sinteze nelinearnog regulacijskog sustava. Kompenzira sve nelinearne članove dinamičkog modela objekta upravljanja te omogućuje sintezu linearnog algoritma upravljanja za eksterno linearizirani sustav. Metoda koristi povratnu vezu po stanju sustava (mjerene ili estimirane veličine) kako bi se nelinearne jednadžbe sustava pretvorile u linearne.

Razmatran je problem slijeđenja referentne trajektorije u idealnim uvjetima za konvencionalne konfiguracije višerotorske letjelice. Referentna trajektorija vremenski je promijenjiva putanja koja se sastoji od tri koordinate $\boldsymbol{\xi}_{des}(t) = [X_{des}(t) \quad Y_{des}(t) \quad Z_{des}(t)]^{\mathrm{T}}$. Regulacijske pogreške $\boldsymbol{\xi} = [X \quad Y \quad Z]^{\mathrm{T}}$ definirane su jednadžbom

$$\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}_{des}\ t\ . \tag{5.8}$$

Prvi korak je sinteza zakona upravljanja visinom letjelice u_1 koji će omogućiti slijeđenje vertikalne komponente $Z_{des}(t)$. Dinamika pogreške jednaka je $mZ = -mZ_{des} - mg + u_1$. Kod FLC metode mogu se uvesti pomoćne upravljačke varijable, a za slučaj upravljanja visinom jednaka je $u_z = -k_{Z1}Z - k_{Z0}Z$. Izborom upravljačke varijable definirane jednadžbom

$$u_1 = m(Z_{des}\ t\ + g + u_z), \tag{5.9}$$

dobije se konačna jednadžba pogreške $Z + k_{Z1}Z + k_{Z0}Z = 0$ koja je asimptotski stabilna za vrijednosti pojačanja $k_{Z1}, k_{Z0} > 0$.

Drugi korak je sinteza zakona upravljanja koji će omogućiti slijeđenje horizontalne komponente $X_{des}(t)$. Na temelju prve jednadžbe bilinearnog dinamičkog modela (5.1) dobivena je dinamika pogreške $mX = -mX_{des}(t) + \theta u_1$. Upravljačka varijabla u_1 već je određena pa je potrebno derivirati jednadžbu dinamike pogreške do prve eksplicitne pojave sljedeće upravljačke varijable. Ako θ u četvrtoj derivaciji jednadžbe pogreške zamijenimo s drugom jednadžbom (5.2) dolazi do prvog eksplicitnog pojavljivanja upravljačke varijable u_3

$$mX^{\ 4}\ = -mX_{des}{}^{\ 4}\ \ t\ + \frac{u_3}{I_{yy}}u_1 + 2\theta u_1 + \theta u_1. \tag{5.10}$$

Uvodi se pomoćna upravljačka varijabla koja je za slučaj slijeđenja komponente trajektorije $X_{des}(t)$ jednaka $u_x = -k_{X3}X - k_{X2}X - k_{X1}X - k_{X0}X$. Izborom upravljačke varijable, koja omogućava slijeđenje $X_{des}(t)$, definirane jednadžbom

$$u_3 = \frac{I_{yy}}{u_1}\left(mX_{des}{}^{\ 4}\ \ t\ - 2\theta u_1 - \theta u_1 + mu_x\right), \tag{5.11}$$

dobije se konačna jednadžba pogreške $X^{\ 4} + k_{X3}X + k_{X2}X + k_{X1}X + k_{X0}X = 0$. Pozitivna pojačanja k_{X3}, k_{X2}, k_{X1} i k_{X0} zadovoljavaju Hurwitzov kriterij stabilnosti, a dinamika zatvorenog kruga četvrtog je reda.

Treći korak je sinteza zakona upravljanja koji će omogućiti slijeđenje horizontalne komponente $Y_{des}(t)$. Postupak je identičan kao i za komponentu $X_{des}(t)$ te je izbor upravljačke varijable definiran jednadžbom

$$u_2 = -\frac{I_{xx}}{u_1}\left(mY_{des}{}^{\ 4}\ \ t\ + 2\phi u_1 + \phi u_1 + mu_y\right). \tag{5.12}$$

Za prikazivanje upravljačkih varijabli u_2 i u_3 eksplicite preko varijabli stanja, potrebno je izvesti eksplicitnu ovisnost o varijablama stanja za prvu i drugu derivaciju upravljačke varijable koja predstavlja silu potiska (u_1 i u_1). Nadalje, potrebno je izvesti eksplicitnu ovisnost o varijablama stanja za drugu i treću derivaciju pogrešaka (ξ i ξ). Četvrta upravljačka varijabla u_4 može se iskoristiti za regulaciju kuta skretanja $u_4 = \tau_\psi$.

Iako pruža visoku točnost u problemima slijeđenja trajektorije, nedostatak metode je ovisnost zakona upravljanja o modelu objekta upravljanja. Mala odstupanja parametara dinamičkog modela ili vanjski poremećaj mogu uzrokovati značajniju regulacijsku pogrešku ili čak nestabilnost sustava pa se rijetko direktno koristi u realnim aplikacijama (slika 5.3). FLC predstavlja prvi korak sinteze nelinearnih robusnih algoritama upravljanja [20].

5.1.3 Robusno upravljanje primjenom regulatora s kliznim stanjem

Nakon stabilnosti sustava, robusnost je sljedeći cilj koji je potrebno ispuniti kod upravljanja višerotorskim tipom UAV. Robusni algoritmi upravljanja svojim djelovanjem kompenziraju nemodeliranu dinamiku, promjene fizikalnih parametara sustava i vanjske poremećaje koji su neizbježni kod realnih primjena [103]. Spomenuti negativni utjecaji su nelinearne prirode pa je potrebno razmotriti nelinearne algoritme upravljanja koje karakterizira visoka preciznost regulacije te velika robusnost.

Lyapunovljeva metoda analize stabilnosti kontinuiranih dinamičkih sustava omogućuje sintezu robusnog algoritma upravljanja koji se temelji na zakonima upravljanja s kliznim režimom rada (SMC). Pripada u skupinu nelinearnih diskontinuiranih robusnih zakona upravljanja. Sinteza regulatora svodi se na odabir krivulje (klizne površine) u ravnini varijabli stanja koja zadovoljava performanse sustava koje želimo postići. Klizna površina osigurava željeni dinamički odziv sustava, a definirana je kao funkcija varijabli stanja. U svrhu simulacije ponašanja sustava konvencionalne podupravljane letjelice, razmatran je problem slijeđenja trajektorije $\xi_{des}(t)$ u realnim uvjetima koji podrazumijevaju vanjske poremećaje.

Prvi korak je sinteza zakona upravljanja visinom letjelice u_1 koji će omogućiti slijeđenje $Z_{des}(t)$. Dinamika pogreške jednaka je $mZ = -mZ_{des} - mg + u_1 + d_{mZ}$, a pomoćne upravljačke varijable SMC regulatora mogu se odabrati kao i kod FLC metode pa je za slučaj upravljanja visinom to u_z. Izborom upravljačke varijable definirane jednadžbom

$$u_1 = m(Z_{des}\ t\ + g + u_z) + u_{1SMC}, \tag{5.13}$$

gdje je u_{1SMC} djelovanje SMC regulatora, dobije se konačna jednadžba pogreške

$$Z + k_{Z1}Z + k_{Z0}Z = \frac{1}{m}\ u_{1SMC} + d_{mZ}\ , \tag{5.14}$$

koja je asimptotski stabilna za vrijednosti pojačanja $k_{Z1}, k_{Z0} > 0$. Budući da je relativni stupanj jednadžbe dva, definira se varijabla klizne površine $s_1 = Z + \alpha_{Z0}Z$. Uvrštavanjem varijable klizne površine u jednadžbu pogreške, izraz (5.14) postaje

$$s_1 + \lambda_1 s_1 = \frac{1}{m}\ u_{1SMC} + d_{mZ}\ , \tag{5.15}$$

gdje pozitivni parametri regulatora α_{Z0} i λ_1 zadovoljavaju sljedeće uvjete: $k_{Z1} = \alpha_{Z0} + \lambda_1$, $k_{Z0} = \alpha_{Z0}\lambda_1$. SMC regulator prvog reda koji osigurava postizanje i održavanje kliznog režima rada $s_1 = 0$, definiran je izrazom

$$u_{1SMC} = -\rho_1 \text{sign}\ s_1\ , \tag{5.16}$$

gdje parametar ρ_1 predstavlja pozitivno, konstantno i dovoljno veliko pojačanje regulatora koje se definira Lyapunovljevom metodom analize stabilnosti. Derivacija Lyapunovljeve funkcije je negativno definitna, ako je zadovoljen sljedeći uvjet

$$\rho_1 > \max|d_{mZ}|. \tag{5.17}$$

Kod zakona upravljanja koji omogućava slijeđenje horizontalne komponente referentne trajektorije $X_{des}(t)$ upravljačka varijabla definirana je izrazom

$$u_3 = \frac{I_{yy}}{u_1}\left(m{X_{des}}^{4}\ \ t\ - 2\theta u_1 - \theta u_1 + m u_x\right) + u_{3SMC}. \tag{5.18}$$

Dobije se jednadžba pogreške četvrtog stupnja te se definira varijabla klizne površine $s_3 = X + \alpha_{X2}X + \alpha_{X1}X + \alpha_{X0}X$. Uvrštavanjem varijable u jednadžbu pogreške slijedi

$$s_3 + \lambda_3 s_3 = \frac{1}{m}(u_{3SMC} + d_{cX}). \tag{5.19}$$

Pozitivni parametri algoritma upravljanja α_{X2}, α_{X1}, α_{X0} i λ_3 zadovoljavaju sljedeće uvjete: $k_{X3} = \alpha_{X2} + \lambda_3$, $k_{X2} = \alpha_{X1} + \lambda_3\alpha_{X2}$, $k_{X1} = \alpha_{X0} + \lambda_3\alpha_{X1}$, $k_{X0} = \lambda_3\alpha_{X0}$, uključujući i Hurwitzov uvjet stabilnosti $\alpha_{X2}\alpha_{X1} > \alpha_{X0}$. Kumulativni poremećaj koji je potrebno kompenzirati definiran je izrazom

$$d_{cX} = \frac{I_{yy}}{u_1} d_{mX} + d_{m\theta}. \tag{5.20}$$

SMC regulator prvog reda koji osigurava postizanje i održavanje $s_3 = 0$ definiran je izrazom

$$u_{3SMC} = -\rho_3 \text{sign}\ s_3\ , \tag{5.21}$$

gdje parametar ρ_3 predstavlja pozitivno pojačanje regulatora i zadovoljava sljedeći uvjet

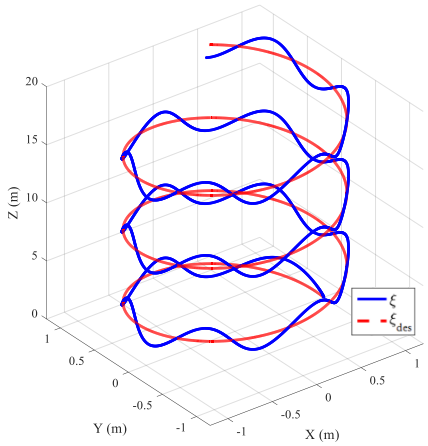
$$\rho_3 > \max|d_{cX}|. \tag{5.22}$$

Sinteza zakona upravljanja koji omogućava slijeđenje $Y_{des}(t)$ provodi se na identičan način kao što je provedena za slijeđenje $X_{des}(t)$. SMC regulator koji osigurava $s_2 = 0$ definiran je

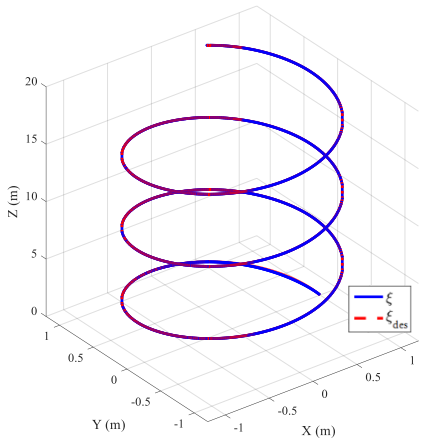
$$u_{2SMC} = -\rho_2 \text{sign } s_2 \ . \tag{5.23}$$

Kao i kod FLC metode, upravljačka varijabla u_4 može se iskoristiti za regulaciju kuta skretanja.

Slike 5.3 i 5.4 pokazuju odziv FLC i SMC regulatora za sustav s parametrima definiranima u radu [20] u slučaju kada postoje vanjski poremećaji poput sila u horizontalnoj ravnini ($d_{mX} = d_{mY} = \sin(3t)$). Upravljačke varijable SMC regulatora prikazane su na slici 5.7.



Slika 5.3: FLC – odziv sustava u prisustvu vanjskog poremećaja.



Slika 5.4: SMC– odziv sustava u prisustvu vanjskog poremećaja.

5.1.4 SMC regulator za potpuno upravljane konfiguracije letjelice

Budući da se sinteza regulatora temelji na potpuno upravljanim višerotorskim letjelicama, moguće je odvojiti (engl. *decouple*) upravljanje pozicijom od upravljanja orijentacijom. Letjelica se tada ne mora naginjati kada leti u horizontalnoj ravnini, a to omogućuje preciznije kretanje u 3D prostoru. U svrhu simulacije ponašanja sustava, razmatran je problem slijeđenja trajektorije $\boldsymbol{\xi}_{des}(t)$ u realnim uvjetima uz zadržavanje kutova orijentacije u nuli.

Prvi korak je sinteza zakona upravljanja pozicijom letjelice $\mathbf{f} = [f_X \quad f_Y \quad f_Z]^{\mathrm{T}}$ koji će omogućiti slijeđenje $\boldsymbol{\xi}_{des}(t)$. Dinamika pogreške pozicije definirana je jednadžbom

$$m\boldsymbol{\xi} = -m\boldsymbol{\xi}_{des} - m\mathbf{g}_B + \mathbf{f} + \mathbf{d}_f. \tag{5.24}$$

Izbor vektora upravljačkih varijabli pozicije letjelice definiran je jednadžbom

$$\mathbf{f} = -\mathbf{K}_D\mathbf{s}_f - \boldsymbol{\rho}_f \text{sign}(\mathbf{s}_f), \tag{5.25}$$

gdje je $\mathbf{K}_D$ konstantna pozitivno definitna dijagonalna matrica pojačanja. Vektor varijabli kliznih površina $\mathbf{s}_f = [s_X \quad s_Y \quad s_Z]^{\mathrm{T}}$ jednak je $\mathbf{s}_f = \dot{\boldsymbol{\xi}} + \alpha\boldsymbol{\xi}$, gdje je α pozitivni parametar. Dijagonalna matrica SMC regulatora $\boldsymbol{\rho}_f = \text{diag}\{\rho_X, \rho_Y, \rho_Z\}$ definirana je Lyapunovljevom metodom analize stabilnosti [20].

Drugi korak je sinteza zakona upravljanja orijentacijom letjelice $\boldsymbol{\tau} = [\tau_\phi \quad \tau_\theta \quad \tau_\psi]^{\mathrm{T}}$ kojemu je cilj održavati kutove jednake nuli. S obzirom da je referentno stanje $\boldsymbol{\eta}_{des}\ t\ = \mathbf{0}_{3\times1}$, pogreška orijentacije jednaka je stanju $\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\eta}$, a dinamika pogreške orijentacije definirana je jednadžbom

$$\mathbf{I}\boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\tau} + \mathbf{d}_\tau. \tag{5.26}$$

Izbor vektora upravljačkih varijabli orijentacije letjelice definiran je jednadžbom

$$\boldsymbol{\tau} = -\mathbf{K}_D\mathbf{s}_\tau - \boldsymbol{\rho}_\tau \mathrm{sign}\ \mathbf{s}_\tau\ , \tag{5.27}$$

gdje je $\mathbf{s}_\tau = [s_\phi \quad s_\theta \quad s_\psi]^{\mathrm{T}}$ vektor varijabli kliznih površina jednak $\mathbf{s}_\tau = \boldsymbol{\eta} + \alpha\boldsymbol{\eta}$. Dijagonalna matrica SMC regulatora $\boldsymbol{\rho}_\tau = \mathrm{diag}\{\rho_\phi, \rho_\theta, \rho_\psi\}$ također je definirana Lyapunovljevom metodom analize stabilnosti [20].

Usporedbom opisanih algoritama upravljanja za podupravljane (konvencionalne) (engl. *underactuated multirotor configuration - UAMRC*) i potpuno upravljane (engl. *fully actuated multirotor configuration - FAMRC*) konfiguracije višerotorske letjelice, potrebno je naglasiti nekoliko prednosti FAMRC-a. U slučaju FAMRC-a dinamika pogreške zatvorene petlje drugog je reda za svaki stupanj slobode gibanja pa je za izvedbu regulatora potrebno samo mjerenje pozicije i brzine. Nadalje, pojačanja SMC regulatora u slučaju FAMRC-a ovise samo o maksimalnoj amplitudi vanjskih poremećaja, dok u slučaju UAMRC-a pojačanja ovise i o drugim derivacijama vanjskih poremećaja u horizontalnoj X-Y ravnini. Drugim riječima, SMC regulator za UAMRC osjetljiviji je na udare vjetra u horizontalnoj ravnini, čak i u slučaju malih amplituda.

Sustav potpuno upravljane letjelice testiran je numeričkim simulacijama pomoću Runge-Kutta metode 4. reda s fiksnim vremenskim korakom za problem slijeđenja referentne trajektorije $\boldsymbol{\xi}_{des}(t) = [\cos 0.5t \quad \sin 0.5t \quad 0.5t]^{\mathrm{T}}$. Početni uvjeti su: $\boldsymbol{\xi}\ 0\ = [0{,}5 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$ u metrima, $\boldsymbol{\eta}\ 0\ = [-10 \quad 10 \quad 60]^{\mathrm{T}}$ u stupnjevima, svi ostali početni uvjeti jednaki su nuli.

Tablica 5.1: Parametri višerotorske letjelice.

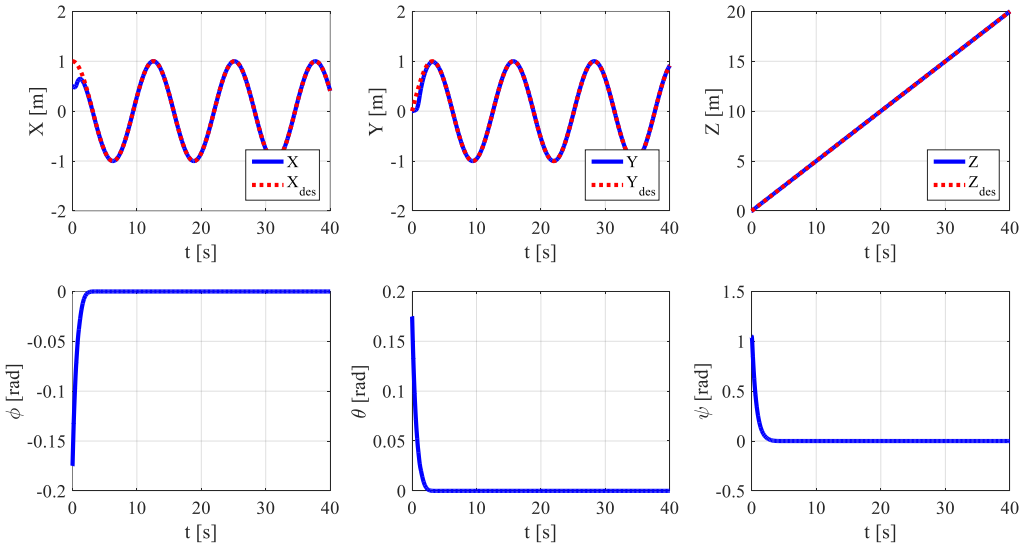
m (kg)	I_{XX} (Nms²)	I_{YY} (Nms²)	I_{ZZ} (Nms²)	k_f (Ns²)	k_τ (Nms²)	l (m)	γ_x (°)	γ_y (°)
1.2	0.0049	0.0058	0.0095	6.7×10^{-7}	1.8×10^{-9}	0.175	20	0

Uvedeni su vanjski poremećaji poput udara vjetra koji utječu na dinamiku sustava u različitim vremenskim uzorcima. Modelirani su kao sile d_{mX}, d_{mY} i d_{mZ} koje djeluju na translacijsku dinamiku sustava, a jednake su

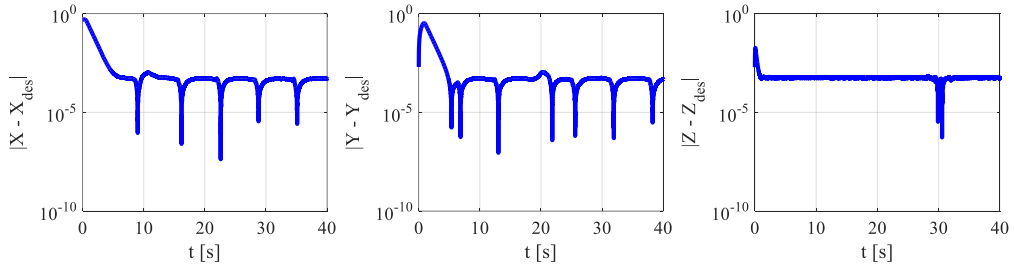
$$d_{mX} = e^{-(t-\frac{T}{4})^2}, \quad d_{mY} = e^{-(t-\frac{T}{2})^2}, \quad d_{mZ} = e^{-(t-\frac{3T}{4})^2}, \tag{5.28}$$

gdje je T ukupno vrijeme simulacije. Pojačanja i parametri SMC regulatora jednaki su: $\mathbf{K}_D = \text{diag}\{5 \quad 5 \quad 5\}$, $\alpha = 1.5$, $\rho_X = \rho_Y = \rho_Z = \rho_\phi = \rho_\theta = \rho_\psi = 10$.

Slike 5.5-5.7 prikazuju rezultate simulacije za opisani SMC regulator primjenjen na potpuno upravljanoj višerotorskoj letjelici u slučaju kada postoje vanjski poremećaji. SMC regulator osigurava asimptotsko slijeđenje referentne trajektorije s kompenzacijom vanjskih poremećaja uz zadržavanje kutova orijentacije u nuli.

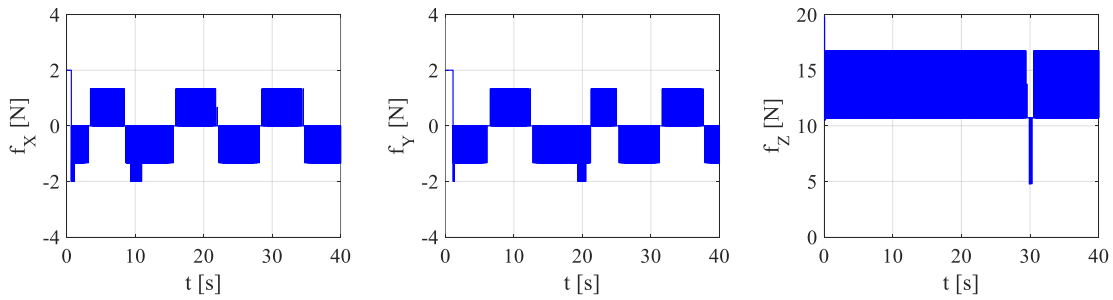


Slika 5.5: Odziv sustava u zatvorenoj petlji SMC uz prisustvo vanjskih poremćaja.



Slika 5.6: Greške pozicije u zatvorenoj petlji SMC uz prisustvo vanjskih poremćaja.

Diskontinuirani regulator podložan je pojavi istitravanja (engl. *chattering phenomenon*) upravljačkih varijabli (slika 5.7). Istitravanja su zapravo visokofrekvencijske oscilacije upravljačkih varijabli koje mogu uzrokovati kvar rotora na realnom sustavu te potencijalni prijenos vibracija na samu strukturu/konstrukciju letjelice.



Slika 5.7: Upravljačke sile letjelice u zatvorenoj petlji SMC uz prisustvo vanjskih poremćaja.

5.1.5 SMC regulator drugog reda – RISE

Potencijalno rješenje koje eliminira visokofrekvencijske oscilacije upravljačkih varijabli može biti u formi SMC regulatora drugog reda, tzv. RISE algoritam upravljanja.

Za razmatrani problem slijeđenja trajektorije, vektor upravljačkih varijabli translacijske dinamike jednak je

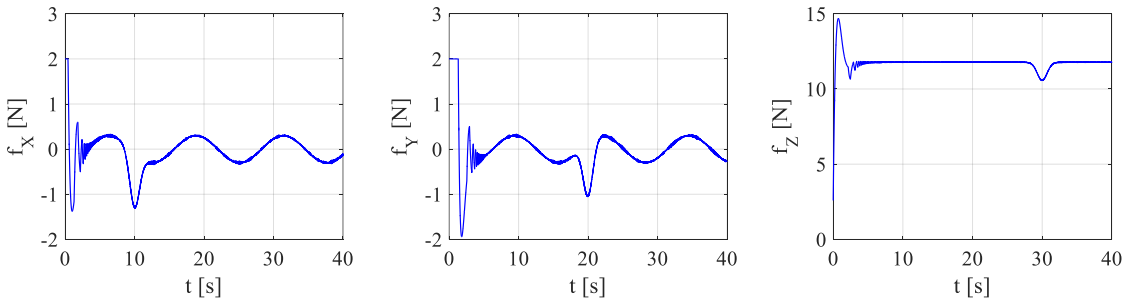
$$\mathbf{f} = -\mathbf{K}_D \mathbf{s}_f + \boldsymbol{\Upsilon}, \tag{5.29}$$

gdje je $\boldsymbol{\Upsilon} = [\upsilon_X \quad \upsilon_Y \quad \upsilon_Z]^{\mathrm{T}}$ vektor varijabli RISE algoritma upravljanja. Njegova derivacija jednaka je

$$\dot{\boldsymbol{\Upsilon}} = -\mathbf{K}_I \mathbf{s}_f - \boldsymbol{\rho}_I \mathrm{sign}(\mathbf{s}_f), \tag{5.30}$$

gdje je $\boldsymbol{\rho}_I = \mathrm{diag}\{\rho_I, \rho_I, \rho_I\}$, a $\mathbf{K}_I$ konstantna pozitivno definitna dijagonalna matrica pojačanja. Ovakva izvedba algoritma upravljanja eliminira visokofrekvencijske oscilacije upravljačkih varijabli (izlaza regulatora), budući da se istitravanje uzrokovano diskontinuiranom signum funkcijom filtrira pomoću integratora (slika 5.8).

RISE regulator je simulacijaki testiran te su prikazani rezultati simulacija za identične parametre koji su korišteni u prethodnom potpoglavlju (tablica 5.1) kako bi se mogla napraviti usporedba sa SMC regulatorom.



Slika 5.8: Upravljačke sile letjelice u zatvorenoj petlji RISE uz prisustvo vanjskih poremćaja.

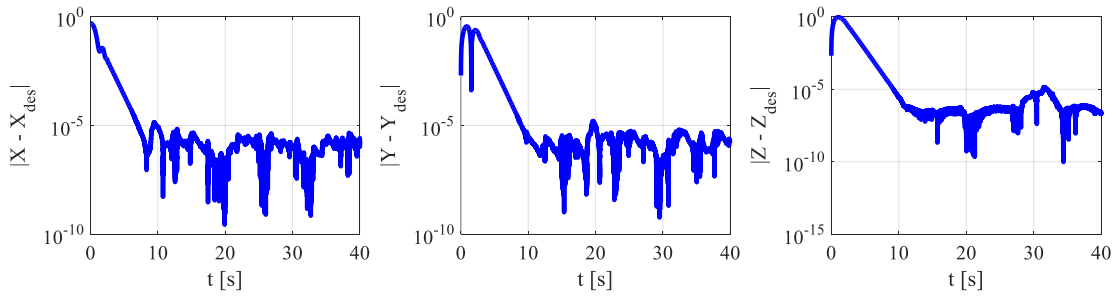
Pozitivno definitne matrice pojačanja $\mathbf{K}_D$, $\mathbf{K}_I$, $\boldsymbol{\rho}_I$ te pozitivni parametar α zadovoljavaju uvjete stabilnosti izvedene u radu [20] za slučaj konstantne gravitacijske sile

$$\lambda_m\{\mathbf{K}_D\} > 2\alpha\overline{m}, \tag{5.31}$$

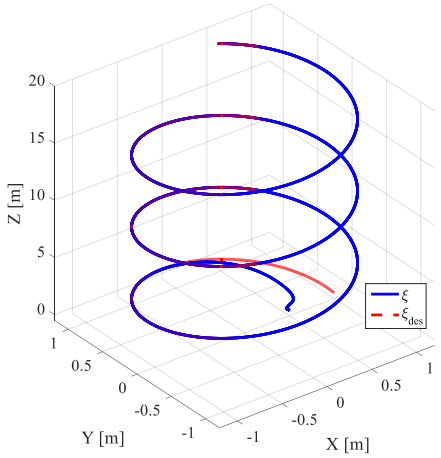
$$\lambda_m\{\boldsymbol{\rho}_I\} > \overline{m}\|\boldsymbol{\xi}_{des}\|_{1M} + \|\mathbf{d}_f\|_{1M} + \frac{1}{\alpha}\left(\overline{m}\left\|\boldsymbol{\xi}_{des}^{(4)}\right\|_{1M} + \|\mathbf{d}_f\|_{1M}\right), \tag{5.32}$$

gdje zapis $\lambda_m\{.\}$ predstavlja minimalnu svojstvenu vrijednost matrice, $\|\mathbf{x}(t)\|_{1M} = \max_t \sum_{i=1}^{n} |x_i(t)|$ za neki vektor $\mathbf{x}(t)$, a $\overline{m} > m$ je gornja procjena mase letjelice m.

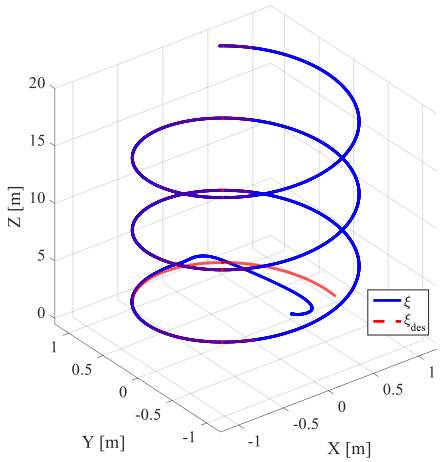
Pojačanja RISE regulatora odabrana su u skladu s uvjetima stabilnosti (5.31, 5.32) te iznose: $\mathbf{K}_I = \mathrm{diag}\{2.5 \quad 2.5 \quad 2.5\}$, $\rho_I = 2.5$.



Slika 5.9: Greške pozicije u zatvorenoj petlji RISE uz prisustvo vanjskih poremćaja.



Slika 5.10: SMC– odziv sustava u prisustvu vanjskog poremećaja.



Slika 5.11: RISE– odziv sustava u prisustvu vanjskog poremećaja.

Problem opisanih robusnih algoritama upravljanja je potreba za mjerenjem brzine. To je moguće s dodatnim senzorima u realnom sustavu, no isto tako je ograničeno s obzirom na tip misije koju letjelica treba obaviti. Kombinacija RISE upravljanja i estimatora brzine zahtjeva vrlo složenu analizu stabilnosti. Dodatni problem stvara šum koji pojačava istitravanja.

5.1.6 Aktivno upravljanje s kompenzacijom poremećaja

Konvencionalne metode sinteze regulacijskih sustava podrazumjevaju relativno detaljno poznavanje dinamičkog modela objekta upravljanja. U praksi, prilikom projektiranja regulacijskih sustava, više vremena se potroši na modeliranje objekta upravljanje, nego na sintezu regulatora. Implicitna paradigma konvencionalne teorije upravljanja može se okarakterizirati na sljedeći način: 1) fizički proces se precizno opisuje matematičkim modelom; 2) ciljevi se mogu opisati još jednim matematičkim modelom bilo u obliku diferencijalne jednadžbe ili minimiziranjem funkcije cilja; 3) sintetizirati zakon upravljanja koji ispunjava ciljeve i 4) osigurati strogi dokaz stabilnosti. Označavamo to kao modernu upravljačku paradigmu (engl. *Modern Control paradigm - MCP*). Mnogi su istraživači prepoznali problem ovisnosti o modelu te su predložene različite tehnike, kao što su robusno i adaptivno upravljanje. Drugi način razmišljanja je korištenje observera poremećaja kako bi se estimirala i kompenzirala odstupanja između fizičkog sustava i njegovog modela. [23]

I dalje ostaje pitanje u kojoj mjeri projektiranje upravljanja mora ovisiti o točnom modelu, ili se pitanje može preformulirati: što je potrebno znati o procesu kako bi se njime moglo upravljati. Kratki odgovori su: 1) obično ne znamo dovoljno o fizičkom sustavu da bi imali detaljan matematički model i 2) pitanje je je li nam uopće potreban za upravljanje. Ako se pojam poremećaja promatra općenito, kako bi se predstavila bilo kakva odstupanja između fizičkog sustava i onoga što o njemu znamo, riječi poremećaj i nesigurnost su sinonimi. Suština upravljanja s povratnom vezom, regulacije, je u tom smislu odbacivanje poremećaja. Stoga je središnje pitanje na koji se način rješava poremećaj, a to je ono što određuje učinkovitost i praktičnost bilo koje paradigme. Nije iznenađujuće da je MCP u velikoj mjeri ograničen na upravljačke probleme, gdje je dinamika procesa dobro poznata s obzirom da se odbacivanje poremećaja postiže njegovim modeliranjem, čime nepoznati dio postaje poznat. [23]

Aktivno upravljanje s kompenzacijom poremećaja (engl. *Active Disturbance Rejection Control - ADRC*) je tehnika upravljanja predložena od profesora Hana [104, 105]. Glavna ideja je da se nesigurnost modela i vanjske smetnje agregiraju u ukupni poremećaj, a prošireni observer stanja (engl. *Extended State Observer - ESO*) koristi za procjenu ukupnog poremećaja. Zatim se koristi povratna veza po grešci stanja (engl. *State Error Feedback - SEF*) u svrhu kompenzacije smetnji, kako bi se postigla dinamička liberalizacija upravljačkog sustava i implementiralo upravljanje s povratnom vezom. Glavne karakteristike ADRC-a jesu:

1) može se nositi s velikim brojem nesigurnosti,
2) ne ovisi o modelu.

ESO je jezgra ADRC tehnike, a njegova razina točnosti estimacije izravno određuje performanse ADRC sustava. Klasični ESO ima očiglednu pogrešku i fazno kašnjenje pri estimaciji stanja sustava, što pogoršava performanse ADRC sustava pa su u tu svrhu predloženi načini za smanjenje ili uklanjanje ovog nedostatka. ADRC metodologija upravljanja letjelicama predmet je brojnih istraživanja [106-109].

Osnovna izvedba je linearno aktivno upravljanje s kompenzacijom poremećaja (*LADRC*) [110, 111]. Pristup za sustav drugog reda čija se ciljana dinamika može zapisati kao

$$y - ku\ t\ = d\ t\ , \tag{5.33}$$

temelji se na proširenom stanju $x_3 = d\ t\ $, tako da reprezentacija u prostoru stanja postaje

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u + \mathbf{E}h, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{aligned} \tag{5.34}$$

gdje je $x_1 = y,\ x_2 = y,\ h = d\ t\ ,\ \mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0]$, te

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ k \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{5.35}$$

Luenbergerov observer za gornji sustav, poznat kao prošireni observer stanja (ESO), jednak je

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{y}), \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}, \end{aligned} \tag{5.36}$$

gdje je $\mathbf{L} = [\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3]^{\mathrm{T}}$ matrica (vektor) pojačanja observera. Oduzimanjem (5.34) od (5.36) dobiva se sljedeća jednadžba pogreške

$$\mathbf{x} = \ \mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}\ \mathbf{x} + \mathbf{E}h, \tag{5.37}$$

gdje je $\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}$. U neometanom (neperturbiranom) slučaju kada je $h = 0$, stabilnost se određuje karakterističnom jednadžbom

$$\det\ \mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}\ = s^3 + \lambda_1 s^2 + \lambda_2 s + \lambda_3 = 0, \tag{5.38}$$

koja je stabilna po Hurwitz-u, ako je $\lambda_1\lambda_2 > \lambda_3$. Parametri $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ mogu se izračunati metodom podešavanja polova. Uzimajući stabilan višestruki pol $-\omega_0$, gdje je $\omega_0 > 0$, dobije se

$$s^3 + \lambda_1 s^2 + \lambda_2 s + \lambda_3 = \ s + \omega_0\ ^3 = s^3 + 3\omega_0 s^2 + 3{\omega_0}^2 s + {\omega_0}^3, \tag{5.39}$$

tako da je $\mathbf{L} = [3\omega_0 \quad 3{\omega_0}^2 \quad {\omega_0}^3]^{\mathrm{T}}$.

Jednadžbe pogrešaka u prostoru stanja (5.37) mogu se prepisati u SISO[5] obliku

$$y + \lambda_1 y + \lambda_2 y + \lambda_3 y = d\ t\ . \tag{5.40}$$

Može se vidjeti da je asimptotska konvergencija ($y \to 0$) moguća samo ako je vanjski poremećaj konstantan jer je $d\ t\ = 0$. Konačni zakon upravljanja koji osigurava stabilizaciju sustava s kompenzacijom nepoznatog ukupnog poremećaja jednak je

$$u = \frac{1}{k}\left(-x_3 + y_d - [K_p \quad K_d]\ \mathbf{x} - \mathbf{x}_{des}\ \right). \tag{5.41}$$

Ukoliko je nužno kompenzirati složenije poremećaje poput polinoma $d\ t\ = d_0 + d_1 t + d_2 t^2 + \cdots + d_{m-1} t^{m-1}$, potrebno je primijeniti općenitu (generaliziranu) izvedbu linearnog aktivnog upravljanja s kompenzacijom poremećaja (*GLADRC*). Glavna ideja je "proširenje proširenog stanja", pri čemu je jedan integrator proširenog stanja ($x_3\ ^1 = h$, gdje je $h = d\ ^1\ (t)$) zamijenjen s m integratora ($x_3\ ^m\ = h$, gdje je $h = d\ ^m\ (t)$). Dakle, sustav (5.33) prikazan u prostoru stanja postaje

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ k \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{5.42}$$

te $\mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] = [1 \quad \mathbf{0}_{1\times(m+1)}]$. ESO za gornji sustav (5.36) ima isti oblik kao u slučaju LADRC-a s proširenim stanjem s jednim integratorom ($m = 1$), ali vektor stanja ESO-a ima dimenziju $m + 2$. Podešavanje observera temelji se na podešavanju polova

$$\det\ \mathbf{A} - \mathbf{LC}\ = s^{m+2} + \lambda_1 s^{m+1} + \lambda_2 s^m + \cdots + \lambda_{m+2} = \ s + \omega_0\ ^{m+2}. \tag{5.43}$$

Izlazna jednadžba pogreške definirana je izrazom

$$y^{(m+2)} + \lambda_1 y^{(m+1)} + \lambda_2 y^{(m)} + \cdots + \lambda_{m+2} y = d\ ^m\ \ t\ . \tag{5.44}$$

Može se vidjeti da je asimptotska konvergencija ($y \to 0$) moguća ako vanjski poremećaj ima polinomni oblik $d\ t\ = d_0 + d_1 t + d_2 t^2 + \cdots + d_{m-1} t^{m-1}$, budući da je $d\ ^m\ \ t\ = 0$. Za proizvoljno ograničene poremećaje pogreška estimacije se smanjuje s povećanjem dimenzije observera m.

[5] SISO – sustav s jednim ulazom i jednim izlazom (engl. *Single Input Single Output*)

5.2 Algebarska estimacija derivacija signala

Novi pristup robusnom upravljanju temeljit će se na algebarskom estimatoru derivacija signala koji je predstavljen u radovima [29, 112]. Neka je $u(t)$ vremenski kontinuirani signal s ograničenim (omeđenim) derivacijama $u^{1}(t)$, $u^{2}(t)$, ..., $u^{n-1}(t)$ koje želimo estimirati. Neka je $\mathbf{u}(t) = [u^{0}(t) \quad u^{1}(t) \quad \cdots \quad u^{n-1}(t)]^{\mathrm{T}}$ vektor estimiranih derivacija signala, gdje je $u^{0}(t)$ estimacija signala (nulta derivacija), $u^{1}(t)$ estimacija prve derivacije pa sve do $u^{n-1}(t)$ estimacija *n*-1 derivacije signala.

Realizacija algebarskog estimatora derivacija signala (algebarskog filtera) u prostoru stanja dana je sljedećim izrazima

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t), \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \tag{5.45}$$

$$\mathbf{u}(t) = \overline{\mathbf{M}}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{x}(t), \tag{5.46}$$

gdje je $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \quad x_2(t) \quad \cdots \quad x_n(t)]^{\mathrm{T}}$ vektor stanja filtera, a $u(t)$ je ulazni signal. Matrice filtera realiziranog u prostoru stanja jesu matrica sustava $\mathbf{A}$, matrica ulaza $\mathbf{b}$, matrica izlaza $\mathbf{C}$. Matrica sustava i matrica ulaza jednake su

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -a & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a & -a & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a & -a & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -a \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{5.47}$$

pri čemu matricu sustava možemo kraće zapisati kao $\mathbf{A} = a\mathbf{J}_n^{\mathrm{T}}(-1)$, gdje je $\mathbf{J}_n(-1)$ $n \times n$ Jordanova blok matrica, a matricu (vektor) ulaza $\mathbf{b} = a\mathbf{e}_1$, gdje je $\mathbf{e}_1$ jedinični vektor. Matrica izlaza jednaka je

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & \mu_{10} \\ 0 & \cdots & 0 & \mu_{20} & \mu_{21} \\ 0 & \cdots & \mu_{30} & \mu_{31} & \mu_{32} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mu_{n,0} & \cdots & \mu_{n,n-3} & \mu_{n,n-2} & \mu_{n,n-1} \end{bmatrix}, \tag{5.48}$$

gdje je

$$\mu_{ik} = (-1)^{k} a^{i-1} \binom{i-1}{k}. \tag{5.49}$$

Svojstvo 1. Matrica $\overline{\mathbf{M}}$ s elementima $\bar{M}_{ij}$ je gornja trokutasta Toeplitzova matrica sa svojstvom $\bar{M}_{ij} = \overline{m}_{j-i}$ za $j \geq i$, te svojstvom $\bar{M}_{ij} = 0$ za $j < i$, gdje je

$$\overline{m}_k = \frac{\widehat{m}_k}{a^k}, \qquad \widehat{m}_k = -1^{\,k} \binom{n+k-1}{k}, \quad k = 1,2,\dots,n-1 \tag{5.50}$$

Za slučaj $k = 0$, vrijedi $\overline{m}_k = 1$ pa matrica $\overline{\mathbf{M}}$ ima sljedeću strukturu

$$\overline{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\widehat{m}_1}{a} & \frac{\widehat{m}_2}{a^2} & \frac{\widehat{m}_3}{a^3} & \cdots & \frac{\widehat{m}_{n-1}}{a^{n-1}} \\ 0 & 1 & \frac{\widehat{m}_1}{a} & \frac{\widehat{m}_2}{a^2} & \cdots & \frac{\widehat{m}_{n-2}}{a^{n-2}} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{\widehat{m}_1}{a} & \cdots & \frac{\widehat{m}_{n-3}}{a^{n-3}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & \frac{\widehat{m}_{n-4}}{a^{n-4}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}. \tag{5.51}$$

Svojstvo 2. Inverz gornje trokutaste Toeplitzove matrice $\overline{\mathbf{M}}$, označen s $\mathbf{W} = \overline{\mathbf{M}}^{-1}$, također je gornja trokutasta Toeplitzova matrica s elementima koji zadovoljavaju $W_{ij} = w_{j-i}$ za $j \geq i$ te svojstvom $W_{ij} = 0$ za $j < i$, gdje je

$$w_k = \frac{1}{a^k} w_k, \qquad k = 0,1,2,\dots,n-1, \tag{5.52}$$

pri čemu je

$$w_k = -\sum_{j=1}^{k} w_{k-j}\, \widehat{m}_j, \qquad w_0 = 1, \qquad k = 1,2,\dots,n-1. \tag{5.53}$$

Slijedi da matrica $\mathbf{W}$ ima istu strukturu kao i matrica $\overline{\mathbf{M}}$ u slučaju kada se koeficijenti $\widehat{m}_k$ zamijene s w_k, $k = 1,2,\dots,n-1$.

Svojstvo 3. Pretpostavimo da je *n*-ta derivacija signala ograničena s

$$\max_{t \geq 0} u^{\,n}(t) \leq K_n. \tag{5.54}$$

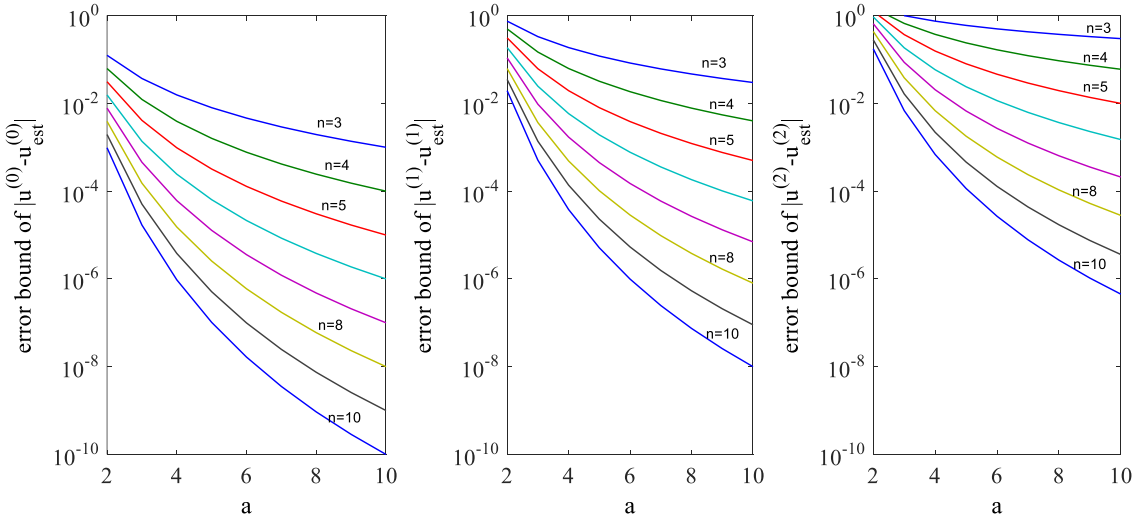
Zatim, gornje granice grešaka estimacije u asimptotskom stanju derivacija signala definirane su sljedećim izrazom

$$|u_i(\infty)| = \lim_{t \to \infty} u^{\,i-1}(t) - u^{\,i-1}(t) \leq \frac{K_n}{a^{n-i+1}} |C_i|, \quad i = 1,2,\dots,n, \tag{5.55}$$

gdje je

$$C_i = \sum_{j=i}^{n} (-1)^{n+1-j} \binom{2n-j}{n+1-j} w_{j-i}. \tag{5.56}$$

Slika (5.12) prikazuje granice greške estimacije koje ovise o parametru *a* i dimenziji filtera *n*, kao što je određeno desnom stranom jednadžbe (5.55). Iz izraza (5.55) i slike (5.12) može se zaključiti da je pogreška estimacije manja s porastom parametra *a* i dimenzije filtera *n*. Osim toga, točnost estimacije smanjuje se s porastom reda derivacije signala.



Slika 5.12: Gornje granice grešaka estimacije za nultu, prvu i drugu derivaciju signala u ovisnosti o parametru a i dimenziji filtera n [29].

5.2.1 Višestruko filtriranje

Estimator (filter) derivacija signala (5.45) - (5.46) ima nisko-propusnu amplitudno-frekvencijsku karakteristiku s nagibom od $-20\ \mathrm{dB/dec}$. Filtrirani signal $u_j^{\,0}\ t$ koji se estimira s najboljom točnošću, može se koristiti kao ulaz u drugi filter s istom strukturom kao i (5.45) - (5.46). Amplitudno-frekvencijska karakteristika takvih serijski spojenih filtera ima nagib od $-40\ \mathrm{dB/dec}$, što osigurava bolje prigušenje šuma.

Općenito, u slučaju više serijski povezanih filtera, izlaz *j*-tog filtera označava se kao $\mathbf{u}_j\ t\ = [u_j^{\,0}\ t\quad u_j^{\,1}\ t\quad \cdots\quad u_j^{\,n-1}\ t\ ]^{\mathrm{T}}$, gdje $u_j^{\,k}\ t$ označava estimaciju *k*-te derivacije nakon *j*-tog filtriranja. Ulaz (*j*+1)-tog filtera u seriji je $u_j^{\,0}\ t\ = \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{u}_j\ t\ = \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{x}_j\ t$, gdje je $\mathbf{x}_j\ t$ vektor stanja *j*-tog filtera. Serijski spojeni filteri mogu biti predstavljeni sljedećim linearnim sustavom

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_1 &= \mathbf{A}\mathbf{x}_1 + a\mathbf{e}_1 u\ t\ ,\\ \mathbf{x}_2 &= \mathbf{A}\mathbf{x}_2 + a\mathbf{e}_1\mathbf{e}_1^T\mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{x}_1,\\ &\vdots\\ \mathbf{x}_k &= \mathbf{A}\mathbf{x}_k + a\mathbf{e}_1\mathbf{e}_1^T\mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{x}_{k-1},\end{aligned} \tag{5.57}$$

a izlazne varijable

$$\mathbf{u}_j\ t\ = \mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{x}_j\ t\ , \qquad j = 1,2,\dots,k, \tag{5.58}$$

gdje prijenosna funkcija između ulaznog signala $u(t)$ i estimata $\mathbf{u}_j\ t$ ima nisko-propusnu amplitudno-frekvencijsku karakteristiku s nagibom od $-20 \cdot j\ \mathrm{dB/dec}$.

Gornje granice pogrešaka estimacije u slučaju višestrukog filtriranja određene su prema

$$\lim_{t\to\infty} u^{\,i-1}\ \ t\ - u_j^{\,i-1}\ \ t\ \ \leq \frac{jK_n}{a^{n-i+1}}|C_i|, \tag{5.59}$$

za $i = 1,2,\dots,n$ te $j = 1,2,\dots,k$.

5.2.2 Upravljanje po izlaznoj povratnoj vezi temeljeno na estimatoru derivacija signala

Razmatra se upravljanje linearnim sustavom koje je predstavljeno u formi prostora stanja sljedećim izrazom

$$\mathbf{x}_s = \mathbf{A}_s\mathbf{x}_s + \mathbf{b}_s u, \tag{5.60}$$

$$\mathrm{y}_s = \mathbf{c}_s^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_s, \tag{5.61}$$

gdje je matrica sustava $\mathbf{A}_s$ u Frobeniusovom obliku, matrica (vektor) ulaza $\mathbf{b}_s = b\mathbf{e}_n = b[0\quad 0\quad \dots\quad 1]^{\mathrm{T}}$, matrica (vektor) izlaza $\mathbf{c}_s = \mathbf{e}_1 = [1\quad 0\quad \dots\quad 0]^{\mathrm{T}}$. Varijable stanja sustava u Frobeniusovom obliku zadovoljavaju sljedeće $x_{s,i} = x_{s,i+1}$ za $i = 1,2,\dots,n_s - 1$, gdje je n_s red sustava. Budući da je $y_s = x_{s,1}$, slijedi da je $\mathbf{x}_s = [y\quad y\quad y\quad \dots\quad y^{(n-1)}]^{\mathrm{T}}$.

Upravljanje po povratnoj vezi punog stanja (engl. *full state feedback control*) $u = -\mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_s$ može se zamijeniti s upravljanjem po povratnoj vezi izlaza (engl. *output feedback control*)

$$u = -\mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_s = -\mathbf{k}^{\mathrm{T}}[y\quad y\quad y\quad \dots\quad y^{(n_s-1)}]^{\mathrm{T}}, \tag{5.62}$$

ako prvih $n_s - 1$ derivacija izlazne varijable y mogu biti estimirane.

Algebarski estimator derivacija signala (5.45) - (5.46) dimenzija $n \geq n_s$ omogućuje estimaciju $n-1$ derivacija $\mathbf{u} = \mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{x}$. Upravljanje po povratnoj vezi izlaza treba prvih $n_s - 1$ estimiranih derivacija $\mathbf{x}_s = \mathbf{E}\mathbf{u}$, gdje je $\mathbf{E} = [\mathbf{I}_{n_s\times n_s}\quad \mathbf{0}_{n_s\times(n-n_s)}]$, tako da je

$u = -\mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_s = -\mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{EWCx}$. Ulaz u algebarski estimator je mjereni izlaz $y_s = x_{s,1} = \mathbf{c}_s^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_s$. Dobiveni sustav zatvorene petlje u formi prostora stanja definiran je izrazima

$$\mathbf{x}_s = \mathbf{A}_s\mathbf{x}_s - \mathbf{b}_s\mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{EWCx}, \tag{5.63}$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{Ax} + \mathbf{bc}_s^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_s, \tag{5.64}$$

ili matričnim izrazom

$$\begin{bmatrix}\mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{A}_s & -\mathbf{b}_s\mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{EWC} \\ \mathbf{bc}_s^{\mathrm{T}} & \mathbf{A}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}\end{bmatrix}. \tag{5.65}$$

Stabilnost sustava zatvorene petlje određena je kompozitnom strukturom matrice linearnog sustava $\mathbf{A}_c$ (5.65) i ovisi o matricama sustava $\mathbf{A}_s$ i $\mathbf{b}_s$, matrici pojačanja $\mathbf{k}$ te o matricama filtera. Matrice filtera $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{W}$ i $\mathbf{C}$ ovise o parametru *a* i dimenziji filtera *n*.

5.3 Robusno upravljanje s algebarskom kompenzacijom poremećaja

Razmatra se nelinearni mehanički sustav drugog reda koji u suštini predstavlja jedan stupanj slobode gibanja potpuno upravljane konfiguracije višerotorske letjelice

$$my + f\ y, y, t\ = u\ t\ + d_{\mathrm{ext}}\ t\ , \tag{5.66}$$

gdje $u\ t$ predstavlja upravljačku varijablu, $d_{\mathrm{ext}}\ t$ predstavlja nepoznati vanjski poremećaj, $f\ y, y, t$ je nepoznata (nemodelirana) dinamika sustava te interakcija s drugim stupnjevima slobode gibanja, a m je nepoznata masa sustava s poznatom gornjom granicom $\overline{m} \geq m$.

Sustav opisan jednadžbom (5.66) potrebno je preformulirati kako bi se dobila ciljana (željena) dinamika

$$\overline{m}y - u\ t\ = d\ t\ , \tag{5.67}$$

gdje $d(t)$ predstavlja ukupni poremećaj definiran sljedećom jednadžbom

$$d\ t\ = \left(\frac{\overline{m}}{m} - 1\right) u\ t\ + \frac{\overline{m}}{m}\left(d_{ext}\ t\ - f\ y, y, t\ \right). \tag{5.68}$$

5.3.1 Algebarska estimacija poremećaja

Ukupni poremećaj, odnosno ciljana dinamika sustava $d\ t\ = \overline{m}y - u\ t\$ ulaz je u dva serijski spojena algebarska estimatora derivacija

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_1 &= \mathbf{Ax}_1 + \mathbf{b}\ \overline{m}y - u\ , \\ \mathbf{x}_2 &= \mathbf{Ax}_2 + \mathbf{B}_2\mathbf{x}_1,\end{aligned} \tag{5.69}$$

gdje je $\mathbf{b} = a\mathbf{e}_1$, a prema izrazu (5.57) $\mathbf{B}_2 = a\mathbf{e}_1\mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{WC}$. Prvi element izlaznog vektora,

$$\mathbf{d}\ t\ = \mathbf{WC}\mathbf{x}_2\ t\ , \tag{5.70}$$

estimacija je poremećaja $d\ t\ = \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{d}\ t\ $. S obzirom da druga derivacija y nije dostupna, potrebno je transformirati sustav jednadžbi (5.69).

Postupak transformacije započinje s prvom jednadžbom filtera u prostoru stanja (5.69) koja se može preformulirati i napisati kao

$$\mathbf{x}_1 - \overline{m}\mathbf{b}y = \mathbf{A}\mathbf{x}_1 - \mathbf{b}u, \tag{5.71}$$

ili se može lijeva strana napisati kao

$$\frac{d}{dt}\ \mathbf{x}_1 - \overline{m}\mathbf{b}y\ = \mathbf{z}_1 = \mathbf{A}\mathbf{x}_1 - \mathbf{b}u, \tag{5.72}$$

gdje je $\mathbf{z}_1 = \mathbf{x}_1 - \overline{m}\mathbf{b}y$. Budući da je $\mathbf{x}_1 = \mathbf{z}_1 + \overline{m}\mathbf{b}y$, prethodna jednadžba može se napisati kao

$$\mathbf{z}_1 = \ \mathbf{A}\mathbf{z}_1 + \overline{m}\mathbf{A}\mathbf{b}y - \mathbf{b}u. \tag{5.73}$$

Ovim se postupkom red derivacije varijable y smanjuje za jedan, međutim, u prethodnoj jednadžbi još je uvijek ostala prva derivacija y. Ponavlja se postupak na jednadžbi (5.73) pa slijedi

$$\mathbf{z}_1 - \overline{m}\mathbf{A}\mathbf{b}y = \ \mathbf{A}\mathbf{z}_1 - \mathbf{b}u, \tag{5.74}$$

ili se može lijeva strana napisati kao

$$\frac{d}{dt}\ \mathbf{z}_1 - \overline{m}\mathbf{A}\mathbf{b}y\ = \mathbf{z}_1 = \mathbf{A}\mathbf{z}_1 - \mathbf{b}u, \tag{5.75}$$

gdje je $\mathbf{z}_1 = \mathbf{z}_1 - \overline{m}\mathbf{A}\mathbf{b}y$. Budući da je $\mathbf{z}_1 = \mathbf{z}_1 + \overline{m}\mathbf{A}\mathbf{b}y$, prethodna jednadžba može se napisati kao

$$\mathbf{z}_1 = \mathbf{A}\mathbf{z}_1 + \overline{m}\mathbf{A}^2\mathbf{b}y - \mathbf{b}u. \tag{5.76}$$

Nakon završetka postupka transformacije prve jednadžbe filtera, neophodno je transformirati istim postupkom i drugu jednadžbu (5.69). Potrebno je zamijeniti ulaznu varijablu $\mathbf{x}_1$ s novo uvedenom varijablom $\mathbf{z}_1$. S obzirom da je $\mathbf{x}_1 = \mathbf{z}_1 + \overline{m}\mathbf{b}y$ te $\mathbf{z}_1 = \mathbf{z}_1 + \overline{m}\mathbf{A}\mathbf{b}y$, slijedi da je $\mathbf{x}_1 = \mathbf{z}_1 + \overline{m}\mathbf{A}\mathbf{b}y + \overline{m}\mathbf{b}y$, tako da druga jednadžba filtera (5.69) postaje

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{A}\mathbf{x}_2 + \mathbf{B}_2\mathbf{z}_1 + \overline{m}\mathbf{B}_2\mathbf{A}\mathbf{b}y + \overline{m}\mathbf{B}_2\mathbf{b}y. \tag{5.77}$$

Budući da se u gornjoj jednadžbi ponovno pojavljuje prva derivacija y, potrebno je ponovno primijeniti postupak za eliminaciju derivacije. Prethodna jednadžba može se preformulirati i napisati kao

$$\mathbf{x}_2 - \overline{m}\mathbf{B}_2\mathbf{b}y = \mathbf{A}\mathbf{x}_2 + \mathbf{B}_2\mathbf{z}_1 + \overline{m}\mathbf{B}_2\mathbf{A}\mathbf{b}y, \tag{5.78}$$

ili se može lijeva strana napisati kao

$$\frac{d}{dt}\ \mathbf{x}_2 - \overline{m}\mathbf{B}_2\mathbf{b}y\ = \mathbf{z}_2 = \mathbf{A}\mathbf{x}_2 + \mathbf{B}_2\mathbf{z}_1 + \overline{m}\mathbf{B}_2\mathbf{A}\mathbf{b}y, \tag{5.79}$$

gdje je $\mathbf{z}_2 = \mathbf{x}_2 - \overline{m}\mathbf{B}_2\mathbf{b}y$. S obzirom da je $\mathbf{x}_2 = \mathbf{z}_2 + \overline{m}\mathbf{B}_2\mathbf{b}y$, prethodna jednadžba može se napisati kao

$$\mathbf{z}_2 = \mathbf{A}\mathbf{z}_2 + \overline{m}\mathbf{A}\mathbf{B}_2\mathbf{b}y + \mathbf{B}_2\mathbf{z}_1 + \overline{m}\mathbf{B}_2\mathbf{A}\mathbf{b}y. \tag{5.80}$$

Time je okončan postupak transformacije filtera definiranog u prostoru stanja izrazom (5.69).

Konačni, transformirani sustav filtera u prostoru stanja, bez derivacija položaja $y\ t$, definiran je izrazom

$$\begin{aligned}\mathbf{z}_1 &= \mathbf{A}\mathbf{z}_1 + \overline{m}\mathbf{A}^2\mathbf{b}y - \mathbf{b}u,\\ \mathbf{z}_2 &= \mathbf{A}\mathbf{z}_2 + \overline{m}\mathbf{A}\mathbf{B}_2\mathbf{b}y + \mathbf{B}_2\mathbf{z}_1 + \overline{m}\mathbf{B}_2\mathbf{A}\mathbf{b}y,\end{aligned} \tag{5.81}$$

a estimacija poremećaja jednaka je

$$d\ t\ = \mathbf{e}_1^T\mathbf{W}\mathbf{C}\big(\mathbf{z}_2 + \overline{m}\mathbf{B}_2\mathbf{b}y\ t\ \big). \tag{5.82}$$

Ukupna realizacija filtera za estimaciju poremećaja u prostoru stanja definirana je izrazom

$$\begin{bmatrix}\mathbf{z}_1\\ \mathbf{z}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{0}_{nxn}\\ \mathbf{B}_2 & \mathbf{A}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{z}_1\\ \mathbf{z}_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\overline{m}\mathbf{A}^2\mathbf{b} & -\mathbf{b}\\ \overline{m}\{\mathbf{B}_2,\mathbf{A}\}\mathbf{b} & \mathbf{0}_{n\times 1}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y\ t\\ u\ t\end{bmatrix}, \tag{5.83}$$

gdje je $\{\mathbf{B}_2,\mathbf{A}\} = \mathbf{B}_2\mathbf{A} + \mathbf{A}\mathbf{B}_2$ antikomutator matrica. Izlazna jednadžba definirana je izrazom

$$d\ t\ = [\mathbf{0}_{1\times n} \quad \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{C}]\begin{bmatrix}\mathbf{z}_1\\ \mathbf{z}_2\end{bmatrix} + [\overline{m}\mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{B}_2\mathbf{b} \quad 0]\begin{bmatrix}y\ t\\ u\ t\end{bmatrix}. \tag{5.84}$$

5.3.2 Upravljanje s povratnom vezom i kompenzacijom poremećaja

Zakon upravljanja koji osigurava stabilnost sustava s kompenzacijom nepoznatog ukupnog poremećaja, u slučaju kada je željena pozicija konstantna, definiran je izrazom

$$u = -d\ t\ - K_p\ y - y_d\ - K_d y. \tag{5.85}$$

U slučaju kada je željena pozicija neprekidna funkcija vremena, zakon upravljanja jednak je

$$u = -d\ t\ + \overline{m} y_d - K_p\ y - y_d\ - K_d\ y - y_d\ . \tag{5.86}$$

Jednadžba pogreške zatvorenog kruga definirana je izrazom

$$\overline{m} y + K_d y + K_p y = d\ t\ , \tag{5.87}$$

gdje je $y = y - y_d$ pogreška pozicije, a $d\ t\ = d\ t\ - d\ t\ $ pogreška estimacije poremećaja, definirana izrazom (5.59).

Zakon upravljanja simulacijski je ispitan za slučaj nelinearnog mehaničkog sustava s jednim stupnjem slobode gibanja (Duffingov oscilator s prigušenjem[6]) koji je definiran jednadžbom

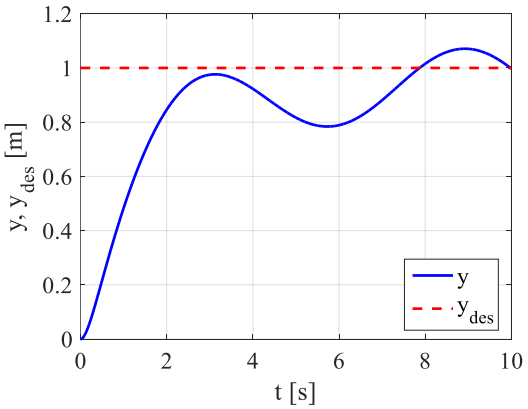
$$m y + D y + K_1 y + K_3 y^3 = u\ t\ + d_{\text{ext}}\ t\ , \tag{5.88}$$

čiji su parametri definirani u tablici 5.2, zajedno s parametrima zakona upravljanja.

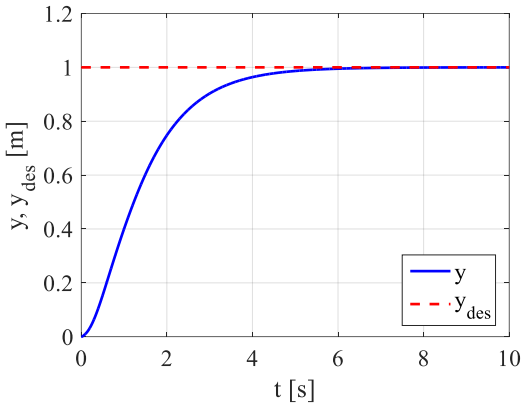
Tablica 5.2: Parametri nelinearnog sustava i zakona upravljanja.

m	D	K_1	K_3	d_{ext}	y_{des}	K_p	K_d	a	n
1	0.3	0.2	0.1	sin(*t*)	1	4	6	6	6

Slika 5.13 prikazuje odziv sustava u slučaju PD regulatora bez uključene kompenzacije poremećaja $u = -K_p\ y - y_d\ - K_d y$. Slika 5.14 prikazuje odziv s uljučenom kompenzacijom poremećaja (5.85).



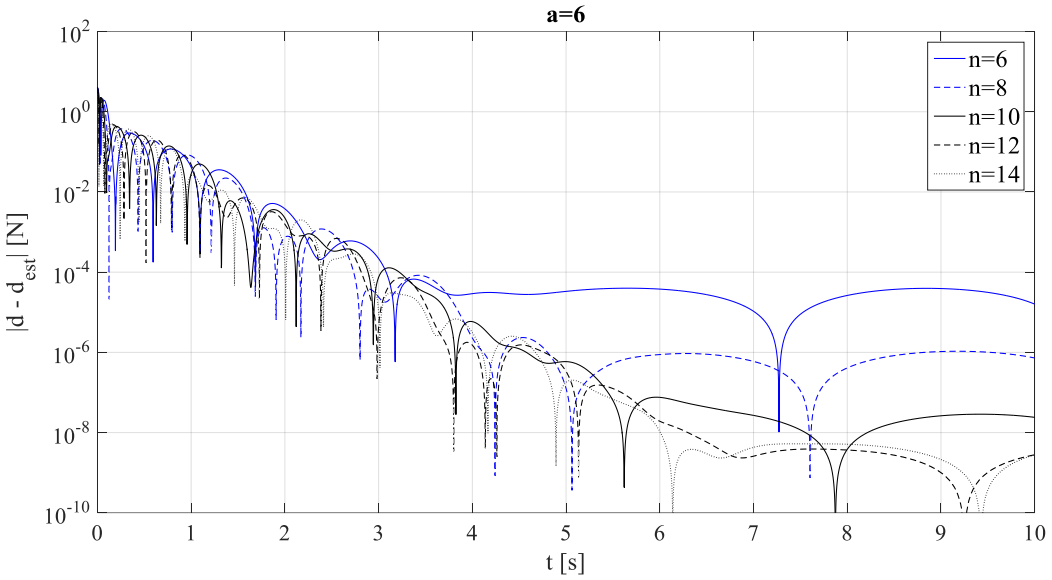
Slika 5.13: Odziv sustava bez kompenzacije poremećaja



Slika 5.14: Odziv sustava s kompenzacijom poremećaja

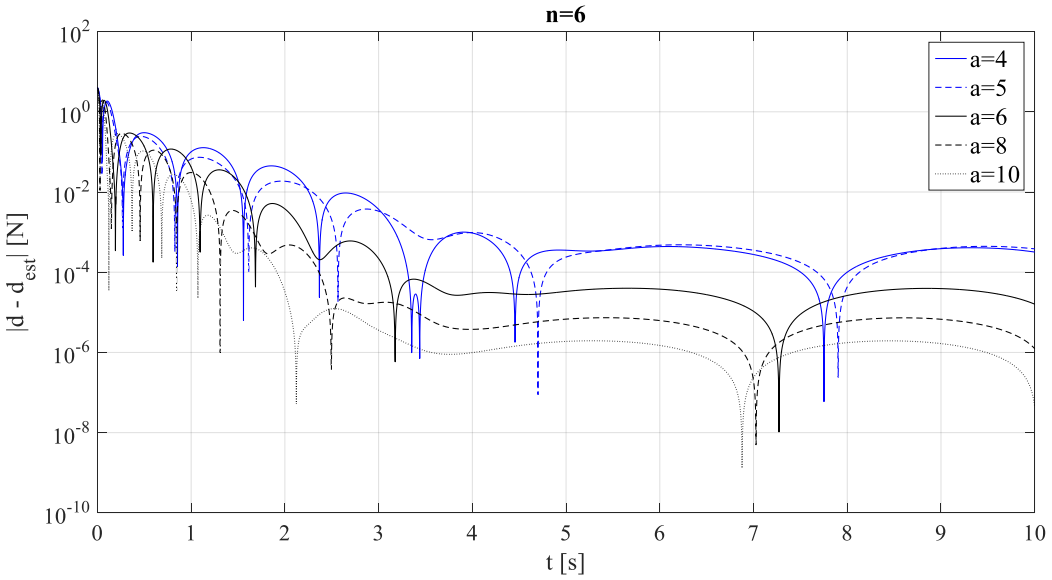
[6] Duffingov oscilator s prigušenjem - oscilator s periodičnim poremećajem, može ući u režim deterministčkog kaosa za odgovarajući izbor parametara i početnih uvjeta.

Kao što je napomenuto, greške estimacije ovise o parametru *a* i dimenziji filtera *n*. Slika 5.15 prikazuje pogrešku estimacije poremećaja $d\ t$ za različite dimenzije filtera, gdje je vidljivo da se s porastom dimenzije pogreška očekivano smanjuje.



Slika 5.15: Pogreška estimacije ukupnog poremećaja u ovisnosti o dimenziji filtera.

Slika 5.16 prikazuje pogrešku estimacije poremećaja za različite veličine parametra filtera *a*, gdje je, također, vidljivo da se s porastom parametra *a* pogreška očekivano smanjuje.



Slika 5.16: Pogreška estimacije ukupnog poremećaja u ovisnosti o parametru filtera.

Ukoliko brzina y nije mjerljiva, što je najčešći slučaj kod upravljanja pozicijom letjelice, algebarski estimator derivacija signala može se koristiti i za estimaciju brzine

$$\mathbf{x}\ t\ = \mathbf{A}\mathbf{x}\ t\ + \mathbf{b}y\ t\ , \qquad \mathbf{x}\ 0\ = \mathbf{0}, \tag{5.89}$$

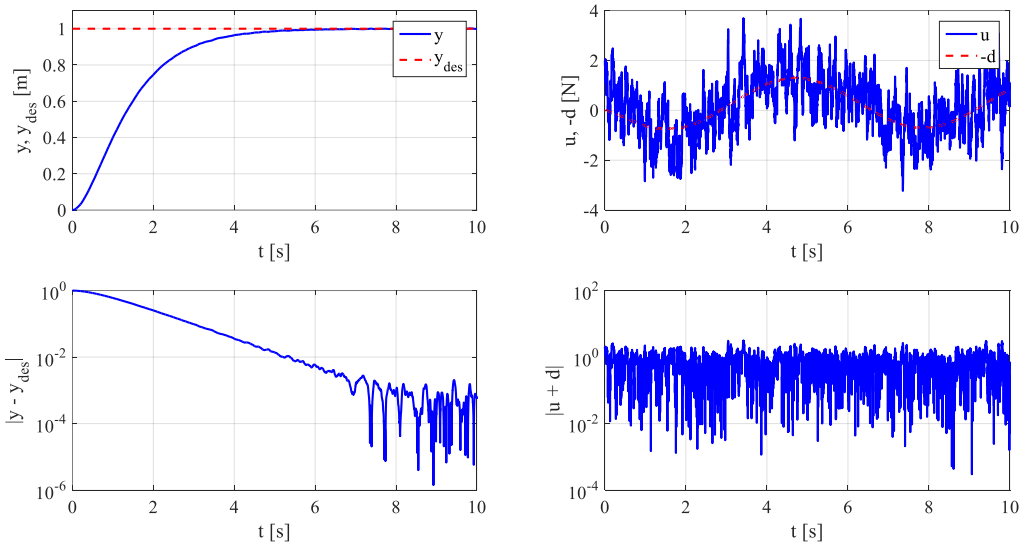
$$y^{\ 0}\ \ t\ = \mathbf{e}_1^T\mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{x}\ t\ , \tag{5.90}$$

$$y^{\ 1}\ \ t\ = \mathbf{e}_2^T\mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{x}\ t\ , \tag{5.91}$$

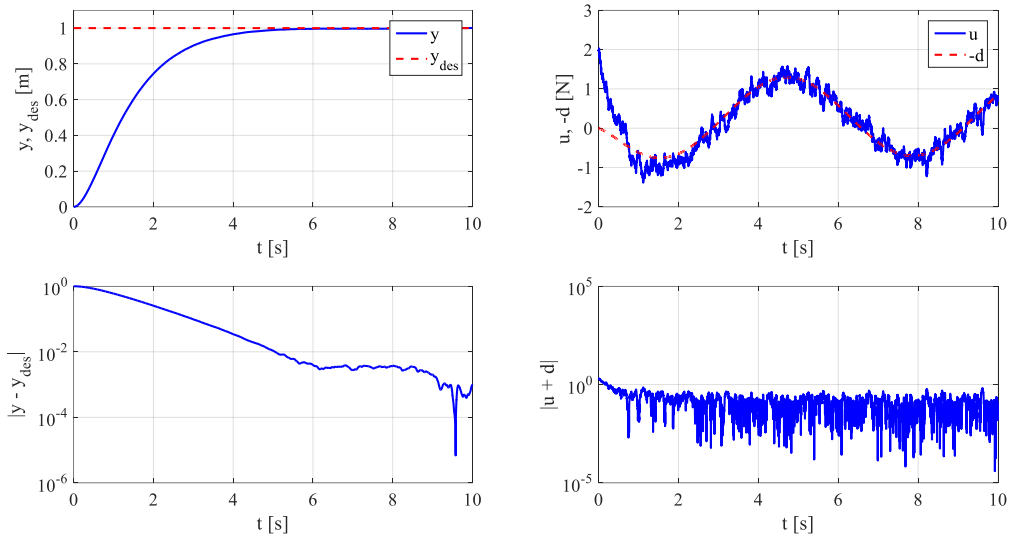
pa je konačni zakon upravljanja s kompenzacijom poremećaja te estimiranom pozicijom i brzinom jednak

$$u = -d\ t\ + \overline{m}y_d - K_p(y^{\ 0}\ - y_d) - K_d(y^{\ 1}\ - y_d). \tag{5.92}$$

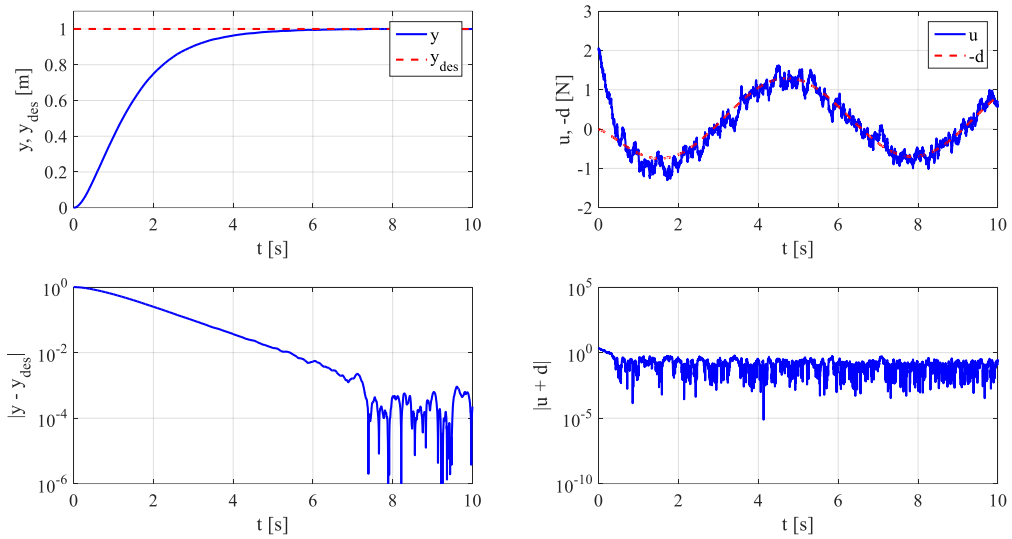
Iako većina modernih upravljačkih jedinica s integriranim senzorima pruža filtrirane podatke mjerenja, postoji realna mogućnost da su i ti filtrirani podaci zašumljeni. Iz tog je razloga bitno testirati upravljanje na način da se pretpostavlja kako je izlazni signal onečišćen (kontaminiran) šumom mjerenja $y_m\ t\ = y\ t\ + 0.01\zeta\ t\ $, gdje je $\zeta\ t\ $ neki Gaussov šum normalne raspodjele $\mathcal{N}(0{,}0.5)$. Na slikama 5.17 - 5.21 prikazani su odzivi sustava u slučaju kada postoji šum mjerenja. Osjetljivost na šum može se smanjiti sa smanjivanjem dimenzije filtera *n* ili smanjivanjem parametra filtera *a*. Šum se također može smanjiti primjenom dodatnog filtriranja.



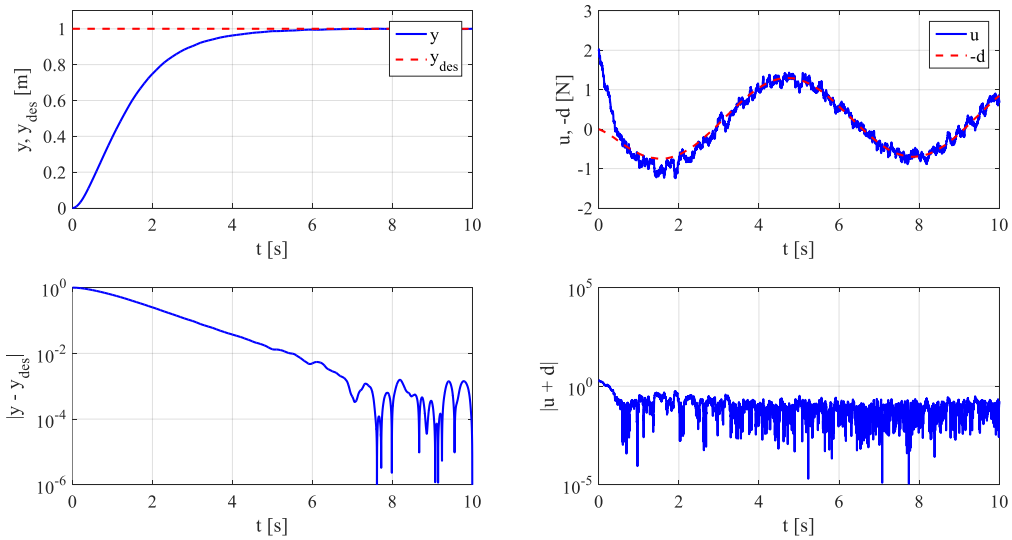
Slika 5.17: Odziv sustava u slučaju zašumljnog mjerenog signala, n=6, a=6.



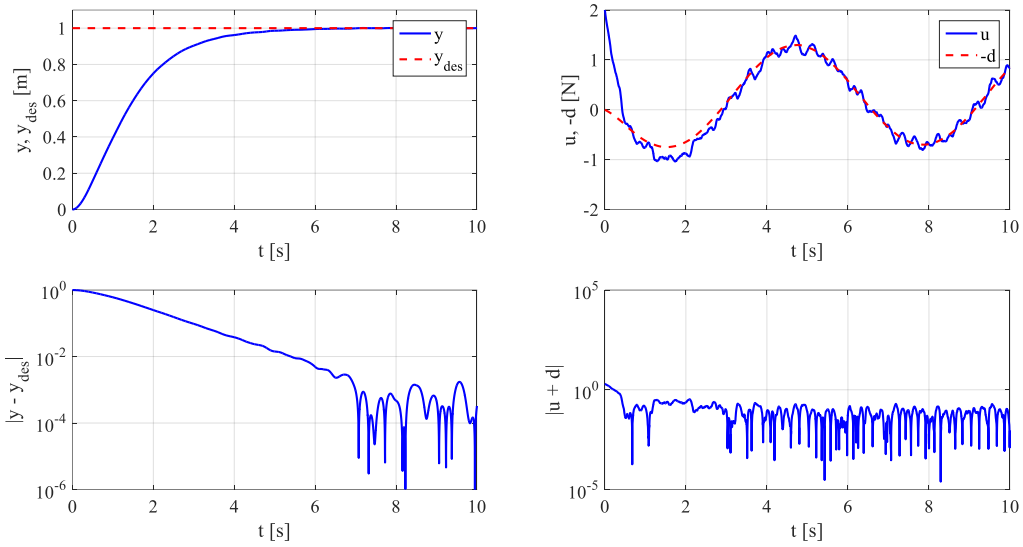
Slika 5.18: Odziv sustava u slučaju zašumljnog mjerenog signala, n=3 a=6.



Slika 5.19: Odziv sustava u slučaju zašumljnog mjerenog signala, n=6, a=3.



Slika 5.20: Odziv sustava u slučaju zašumljnog mjerenog signala, n=6, a=3, s jednim dodatnim filtriranjem.



Slika 5.21: Odziv sustava u slučaju zašumljnog mjerenog signala, n=6, a=3, s dva dodatna filtriranja.

5.3.3 Algoritam upravljanja s algebarskim kompenzatorom poremećaja - AlgDRC

Razmatra se općenitiji prikaz nelinearnog mehaničkog sustava drugog reda (5.66) kako bi se u obzir mogli uzeti poremećaji prouzrokovani perturbacijama pogonskog podsustava te interakcijom s drugim stupnjevima slobode gibanja letjelice. Predstavljen je izrazom

$$m\ y,\dot{y},t\ \ddot{y} + f\ y,\dot{y},t\ = b\ y,\dot{y},t\ u\ t\ + d_{\text{ext}}\ t\ , \tag{5.93}$$

gdje $u\ t\ $ predstavlja upravljačku varijablu, $d_{\text{ext}}\ t\ $ predstavlja nepoznati vanjski poremećaj, $f\ y,\dot{y},t\ $ je nepoznata (nemodelirana) dinamika sustava, a $m\ y,\dot{y},t\ $ je nepoznata masa (ili moment inercije) sustava koja je ograničena $0 \leq m\ y,\dot{y},t\ \leq \overline{m}$. Donje ograničena funkcija $b\ y,\dot{y},t\ \geq b > 0\ $ predstavlja „koeficijent pogonskog podsustava“ koji je određen karakteristikama motora i propelera. Iznenadnim promjenama tog koeficijenta moguće je simulirati kvarove pogonskog podsustava.

Sustav opisan jednadžbom (5.93) potrebno je preformulirati kako bi se dobila ciljana (željena) dinamika

$$\ddot{y} - ku\ t\ = d\ t\ , \tag{5.94}$$

gdje je $k = b/\overline{m}$, a $d(t)$ predstavlja ukupni poremećaj definiran sljedećom jednadžbom

$$d\ t\ = \left(\frac{b\ y,\dot{y},t}{m\ y,\dot{y},t} - k\right) u\ t\ + \frac{d_{\text{ext}}\ t\ - f\ y,\dot{y},t}{m\ y,\dot{y},t}. \tag{5.95}$$

Ukupni poremećaj $d\ t\ = y - ku\ t\ $ ulaz je u dva serijski spojena algebarska estimatora derivacija

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1 &= \mathbf{A}\mathbf{x}_1 + \mathbf{b}\left(y - ku\ t\ \right), \\ \mathbf{x}_2 &= \mathbf{A}\mathbf{x}_2 + \mathbf{B}_2\mathbf{x}_1, \end{aligned} \tag{5.96}$$

pri čemu je estimacija poremećaja jednaka

$$d\ t\ = \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{x}_2\ t\ . \tag{5.97}$$

Budući da druga derivacija y nije dostupna, potrebno je transformirati sustav jednadžbi (5.96). Koristeći isti postupak kao kod transformacije jednadžbi (5.69), dobije se transformirani sustav u prostoru stanja bez derivacija položaja $y\ t$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1 &= \mathbf{A}\mathbf{z}_1 + \mathbf{A}^2\mathbf{b}y(t) - k\mathbf{b}u(t), \\ \mathbf{z}_2 &= \mathbf{A}\mathbf{z}_2 + \mathbf{B}_2\mathbf{z}_1 + \{\mathbf{B}_2, \mathbf{A}\}\mathbf{b}y\ t\ . \end{aligned} \tag{5.98}$$

Estimacija poremećaja jednaka je

$$d\ t\ = \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{C}\big(\mathbf{z}_2 + \mathbf{B}_2\mathbf{b}y\ t\ \big). \tag{5.99}$$

Konačni zakon upravljanja koji osigurava stabilnost sustava s kompenzacijom nepoznatog ukupnog poremećaja jednak je

$$u = \frac{1}{k}\Big(-d\ t\ + y_d - K_p\ y - y_d\ - K_d\ y - y_d\ \Big), \tag{5.100}$$

s jednadžbom pogreške zatvorenog kruga

$$y + K_d y + K_p y = d\ t\ . \tag{5.101}$$

Općenitijim prikazom nelinearnog mehaničkog sustava omogućena je istovremena kompenzacija vanjskih poremećaja, nemodelirane i nepoznate dinamike te perturbacija pogonskog podsustava poput kvarova aktuatora.

5.3.4 Realizacija AlgDRC-a u formi prostora stanja

Ukupna realizacija algebarskog estimatora poremećaja (5.98) u prostoru stanja definirana je izrazom

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{nxn} \\ \mathbf{B}_2 & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}^2\mathbf{b} & -k\mathbf{b} \\ \{\mathbf{B}_2, \mathbf{A}\}\mathbf{b} & \mathbf{0}_{n\times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y\ t \\ u\ t \end{bmatrix}, \tag{5.102}$$

gdje je $\{\mathbf{B}_2, \mathbf{A}\} = \mathbf{B}_2\mathbf{A} + \mathbf{A}\mathbf{B}_2$ antikomutator matrica. Izlazna jednadžba definirana je izrazom

$$d\ t\ = [\mathbf{0}_{1\times n} \quad \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{C}] \begin{bmatrix}\mathbf{z}_1\\ \mathbf{z}_2\end{bmatrix} + [\mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{B}_2\mathbf{b} \quad 0] \begin{bmatrix} y\ t\ \\ u\ t\ \end{bmatrix}. \tag{5.103}$$

Ukoliko brzina y nije mjerljiva, algebarski estimator derivacija signala može se koristiti i za estimaciju brzine, prema izrazima (5.89) - (5.91)

$$\mathbf{z}_0\ t\ = \mathbf{A}\mathbf{z}_0\ t\ + \mathbf{b}y\ t\ , \qquad \mathbf{z}_0\ 0\ = \mathbf{0}, \tag{5.104}$$

$$y^{\ 0}\ \ t\ = \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{z}_0\ t\ , \tag{5.105}$$

$$y^{\ 1}\ \ t\ = \mathbf{e}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{z}_0\ t\ , \tag{5.106}$$

pa je konačni zakon upravljanja s kompenzacijom poremećaja te estimiranom pozicijom i brzinom jednak

$$u = \frac{1}{k}\Big(-d\ t\ + y_d - K_p(y^{\ 0}\ - y_d) - K_d(y^{\ 1}\ - y_d)\Big), \tag{5.107}$$

ili preformulirano u kompaktniji zapis

$$u = \frac{1}{k}\big(-K_p y^{\ 0}\ - K_d y^{\ 1}\ - d\ t\ + w(t)\big), \tag{5.108}$$

gdje je

$$w\ t\ = y_d + K_d y_d + K_p y_d. \tag{5.109}$$

Ukupna realizacija zakona upravljanja s estimacijom poremećaja i stanja u prostoru stanja definirana je sljedećim izrazom

$$\begin{bmatrix}\mathbf{z}_0\\ \mathbf{z}_1\\ \mathbf{z}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{0}_{nxn} & \mathbf{0}_{nxn}\\ \mathbf{0}_{nxn} & \mathbf{A} & \mathbf{0}_{nxn}\\ \mathbf{0}_{nxn} & \mathbf{B}_2 & \mathbf{A}\end{bmatrix} \begin{bmatrix}\mathbf{z}_0\\ \mathbf{z}_1\\ \mathbf{z}_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\mathbf{b} & \mathbf{0}_{n\times 1}\\ \mathbf{A}^2\mathbf{b} & -k\mathbf{b}\\ \{\mathbf{B}_2, \mathbf{A}\}\mathbf{b} & \mathbf{0}_{n\times 1}\end{bmatrix} \begin{bmatrix} y\ t\ \\ u\ t\ \end{bmatrix}, \tag{5.110}$$

s izlaznom jednadžbom koja je definirana sljedećim izrazom

$$\begin{bmatrix} y^{\ 0}\ \\ y^{\ 1}\ \\ d\ t\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{C} & \mathbf{0}_{1\times n} & \mathbf{0}_{1\times n}\\ \mathbf{e}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{C} & \mathbf{0}_{1\times n} & \mathbf{0}_{1\times n}\\ \mathbf{0}_{1\times n} & \mathbf{0}_{1\times n} & \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{C}\end{bmatrix} \begin{bmatrix}\mathbf{z}_0\\ \mathbf{z}_1\\ \mathbf{z}_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0\\ 0 & 0\\ \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{B}_2\mathbf{b} & 0\end{bmatrix} \begin{bmatrix} y\ t\ \\ u\ t\ \end{bmatrix}, \tag{5.111}$$

te upravljačkom varijablom definiranom izrazom

$$u = -\frac{1}{k}[K_p \quad K_d \quad 1] \begin{bmatrix} y^{\ 0}\ \\ y^{\ 1}\ \\ d\ t\ \end{bmatrix} + \frac{1}{k}w\ t\ , \quad w\ t\ = [K_p \quad K_d \quad 1] \begin{bmatrix} y_d\\ y_d\\ y_d\end{bmatrix}. \tag{5.112}$$

Izrazi (5.110) - (5.112) se mogu zapisati u sažetom obliku. Slijedi

$$\mathbf{z} = \mathbf{A}_0\mathbf{z} + \mathbf{B}_0\bar{\mathbf{u}}, \qquad \mathbf{z}\ 0\ = \mathbf{0}, \tag{5.113}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_0\mathbf{z} + \mathbf{D}_0\bar{\mathbf{u}}, \tag{5.114}$$

$$u = -\mathbf{K}_0(\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}_d), \tag{5.115}$$

gdje je

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{nxn} & \mathbf{0}_{nxn} \\ \mathbf{0}_{nxn} & \mathbf{A} & \mathbf{0}_{nxn} \\ \mathbf{0}_{nxn} & \mathbf{B}_2 & \mathbf{A} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{b} & \mathbf{0}_{n\times 1} \\ \mathbf{A}^2\mathbf{b} & -k\mathbf{b} \\ \{\mathbf{B}_2, \mathbf{A}\}\mathbf{b} & \mathbf{0}_{n\times 1} \end{bmatrix}, \tag{5.116}$$

$$\mathbf{C}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{WC} & \mathbf{0}_{1\times n} & \mathbf{0}_{1\times n} \\ \mathbf{e}_2^{\mathrm{T}}\mathbf{WC} & \mathbf{0}_{1\times n} & \mathbf{0}_{1\times n} \\ \mathbf{0}_{1\times n} & \mathbf{0}_{1\times n} & \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{WC} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{WCB}_2\mathbf{b} & 0 \end{bmatrix}, \tag{5.117}$$

pri čemu je $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{3n}$,

$$\bar{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} y\ t \\ u\ t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y\ ^0 \\ y\ ^1 \\ d\ t \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{y}}_d = \begin{bmatrix} y_d \\ y_d \\ y_d \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_0 = \frac{1}{k}[K_p \quad K_d \quad 1]. \tag{5.118}$$

Napomena: Iako $\mathbf{D}_0\bar{\mathbf{u}}$ ovisi samo o varijabli pozicije $y\ t$ te ne ovisi o upravljačkoj varijabli $u\ t$, zbog konzistentnosti zapisa sa standardnom realizacijom u prostoru stanja, ostavljen je vektor $\bar{\mathbf{u}}$. Preciznije se može zapisati $\mathbf{D}_0\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{d}_{\mathrm{y}0}y\ t$, gdje je $\mathbf{d}_{\mathrm{y}0} = [0 \quad 0 \quad \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{WCB}_2\mathbf{b}]^{\mathrm{T}}$.

Zakon upravljanja može se dodatno reducirati uvrštavanjem izlazne varijable (5.114) u upravljačku varijablu (5.115), slijedi

$$\mathbf{z} = \mathbf{A}_0\mathbf{z} + \mathbf{b}_{u0}u + \mathbf{b}_{y0}y(t), \tag{5.119}$$

$$u = \mathbf{C}_0\mathbf{z} + \overline{D}_0 y\ t\ + \mathbf{K}_0\bar{\mathbf{y}}_d, \tag{5.120}$$

gdje je

$$\mathbf{b}_{u0} = -k\begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n\times 1} \\ \mathbf{b} \\ \mathbf{0}_{n\times 1} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b}_{y0} = \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{A}^2\mathbf{b} \\ \{\mathbf{B}_2, \mathbf{A}\}\mathbf{b} \end{bmatrix}, \tag{5.121}$$

$$\mathbf{C}_0 = -\mathbf{K}_0\mathbf{C}_0, \qquad \overline{D}_0 = -\frac{1}{k}\mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{WCB}_2\mathbf{b}.$$

Moguće je dodatno preformulirati sustav tako da upravljačku varijablu (5.120) uvrstimo u sustav diferencijalnih jednadžbi (5.119) te slijedi

$$\mathbf{z} = \overline{\mathbf{A}}_0\mathbf{z} + \mathbf{b}_{y0}y(t) + \overline{\mathbf{B}}_{u0}\bar{\mathbf{y}}_d, \tag{5.122}$$

$$u = \mathbf{C}_0\mathbf{z} + \overline{D}_0 y\ t\ + \mathbf{K}_0\bar{\mathbf{y}}_d, \tag{5.123}$$

gdje je

$$\overline{\mathbf{A}}_0 = \mathbf{A}_0 + \mathbf{b}_{u0}\mathbf{C}_0, \quad \mathbf{b}_{y0} = \mathbf{b}_{y0} + \overline{D}_0\mathbf{b}_{u0}, \quad \overline{\mathbf{B}}_{u0} = \mathbf{b}_{u0}\mathbf{K}_0. \tag{5.124}$$

S obzirom da parametar k treba podesiti za svaki pojedini stupanj slobode gibanja kojim se upravlja gore navedenim algoritmom upravljanja, sustav (5.122) - (5.123) treba prikazati u obliku gdje se parametar k pojavljuje eksplicite, slijedi

$$\mathbf{z} = \widehat{\mathbf{A}}_0\mathbf{z} + \mathbf{b}_{y0}y(t) + \mathbf{B}_{u0}\overline{\mathbf{y}}_d, \tag{5.125}$$

$$u = \frac{1}{k}\left(\mathbf{C}_0\mathbf{z} + \widehat{D}_0 y\ t\ + \widehat{\mathbf{K}}_0\overline{\mathbf{y}}_d\right), \tag{5.126}$$

gdje je

$$\widehat{\mathbf{A}}_0 = \mathbf{A}_0 + \mathbf{b}_{u0}\mathbf{C}_0, \quad \mathbf{b}_{y0} = \mathbf{b}_{y0} + \widehat{D}_0\mathbf{b}_{u0}, \quad \mathbf{B}_{u0} = \mathbf{b}_{u0}\widehat{\mathbf{K}}_0, \tag{5.127}$$

$$\mathbf{b}_{u0} = \begin{bmatrix}\mathbf{0}_{n\times 1}\\ -\mathbf{b}\\ \mathbf{0}_{n\times 1}\end{bmatrix}, \qquad \mathbf{C}_0 = -\widehat{\mathbf{K}}_0\mathbf{C}_0,$$
$$\widehat{D}_0 = -\mathbf{e}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{C}\mathbf{B}_2\mathbf{b}, \qquad \widehat{\mathbf{K}}_0 = [K_p \quad K_d \quad 1]. \tag{5.128}$$

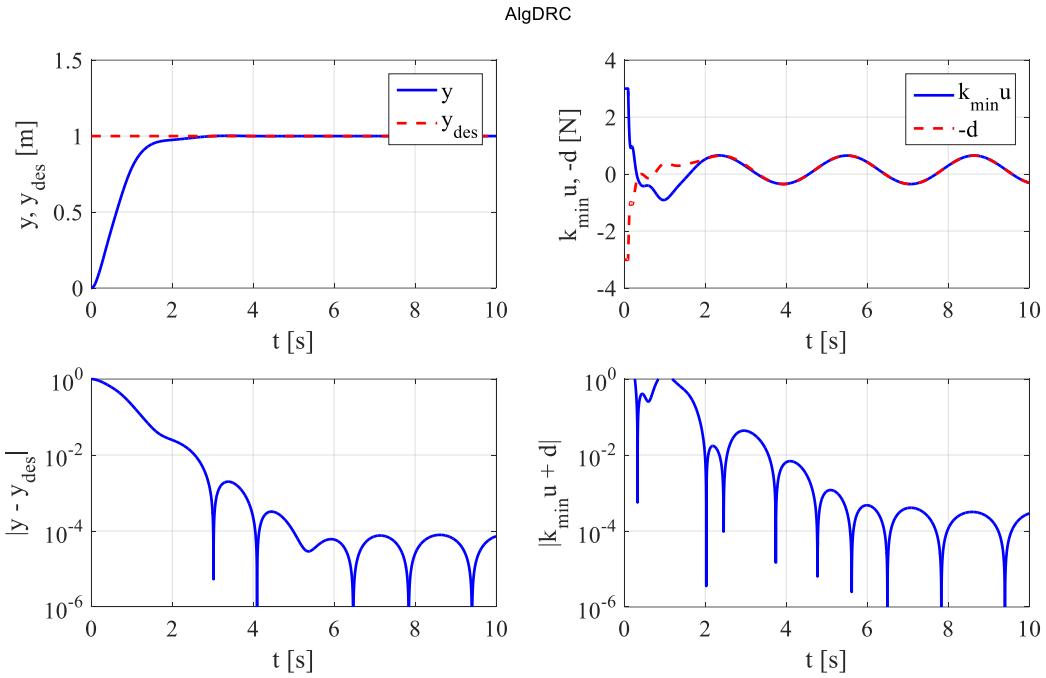
5.3.5 Usporedba AlgDRC-a i GLADRC-a

Novi pristup robusnom upravljanju s algebarskom kompenzacijom poremećaja testiran je numeričkim simulacijama i uspoređen s GLADRC-om za slučaj upravljanja nelinearnim sustavom s jednim stupnjem slobode gibanja koji je opisan jednadžbom (5.88), čiji su parametri definirani u tablici 5.3, zajedno s parametrima zakona upravljanja. U simulacijama je uključena saturacijska funkcija.

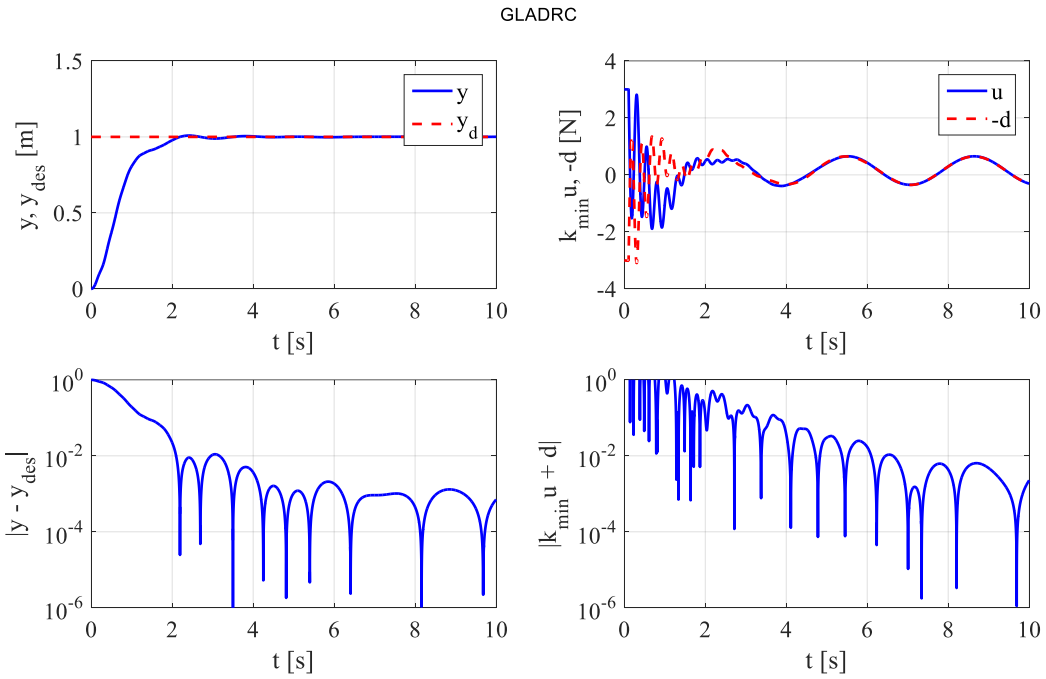
Tablica 5.3: Parametri nelinearnog sustava i zakona upravljanja.

m	D	K_1	K_3	d_{ext}	y_{des}	K_p	K_d	a
1	0.3	0.2	0.1	sin(2*t*)	1	9	6	6

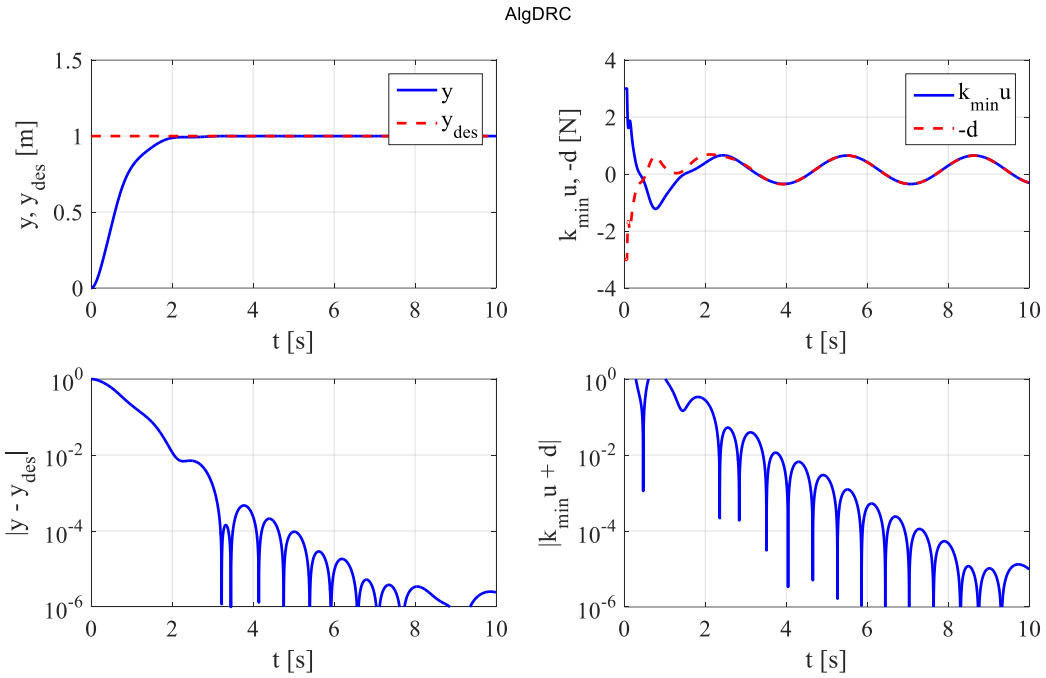
Početni uvjeti sustava i observera jednaki su nuli. Naglasak usporedbe je na kvaliteti observera/estimatora između AlgDRC-a i GLADRC-a u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja za različiti red observera.



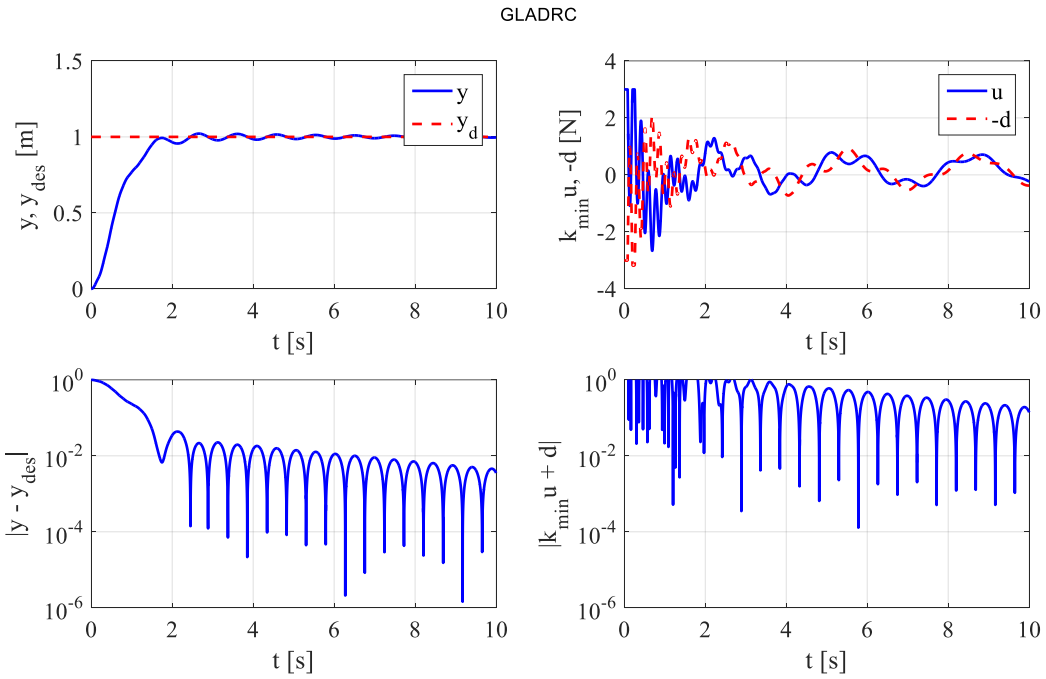
Slika 5.22: Rezultati simulacija za AlgDRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=6.



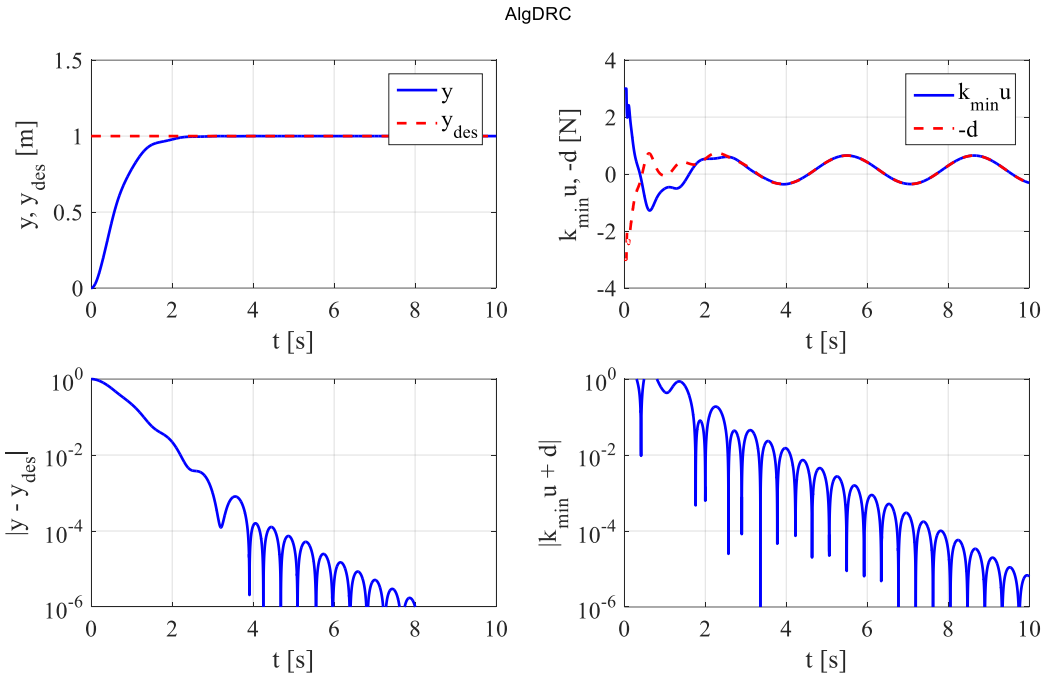
Slika 5.23: Rezultati simulacija za GLADRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=6.



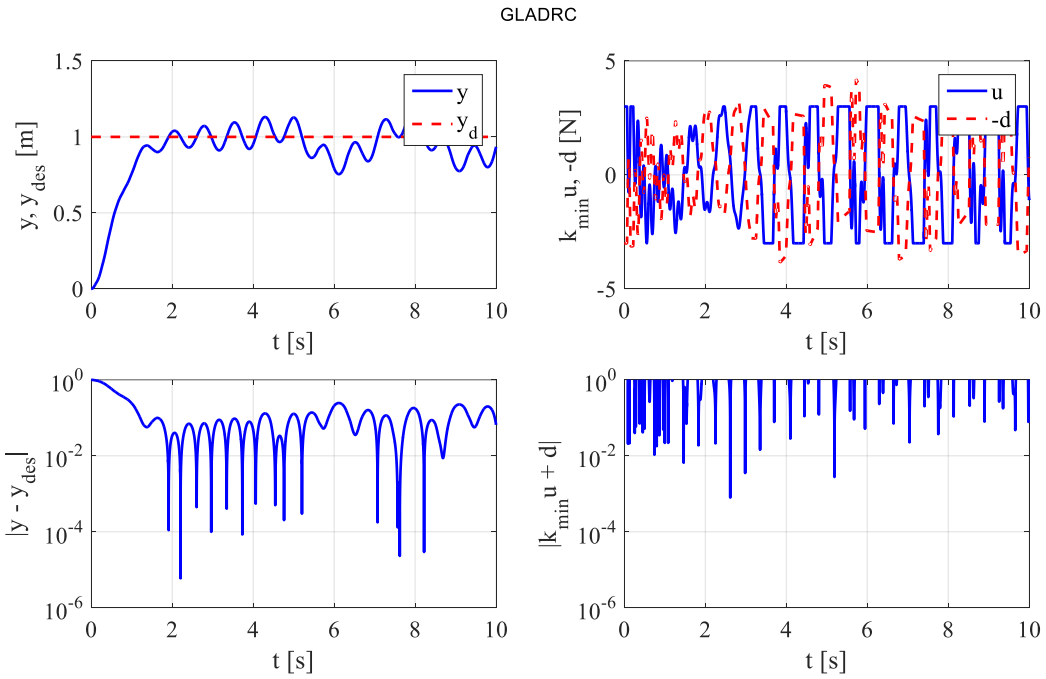
Slika 5.24: Rezultati simulacija za AlgDRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=9.



Slika 5.25: Rezultati simulacija za GLADRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=9.



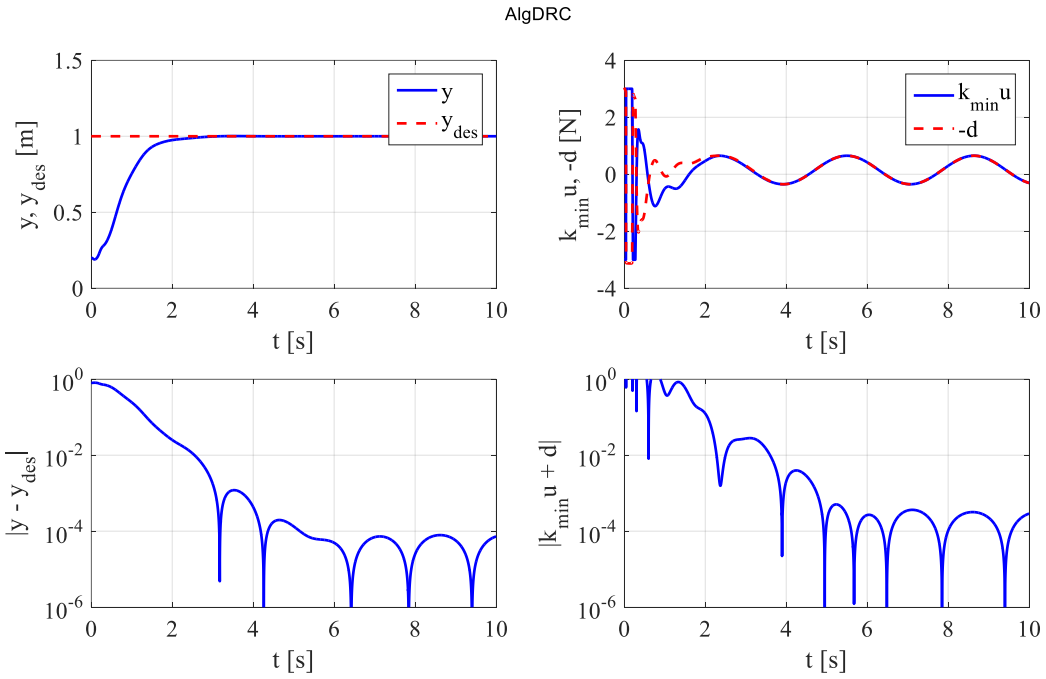
Slika 5.26: Rezultati simulacija za AlgDRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=12.



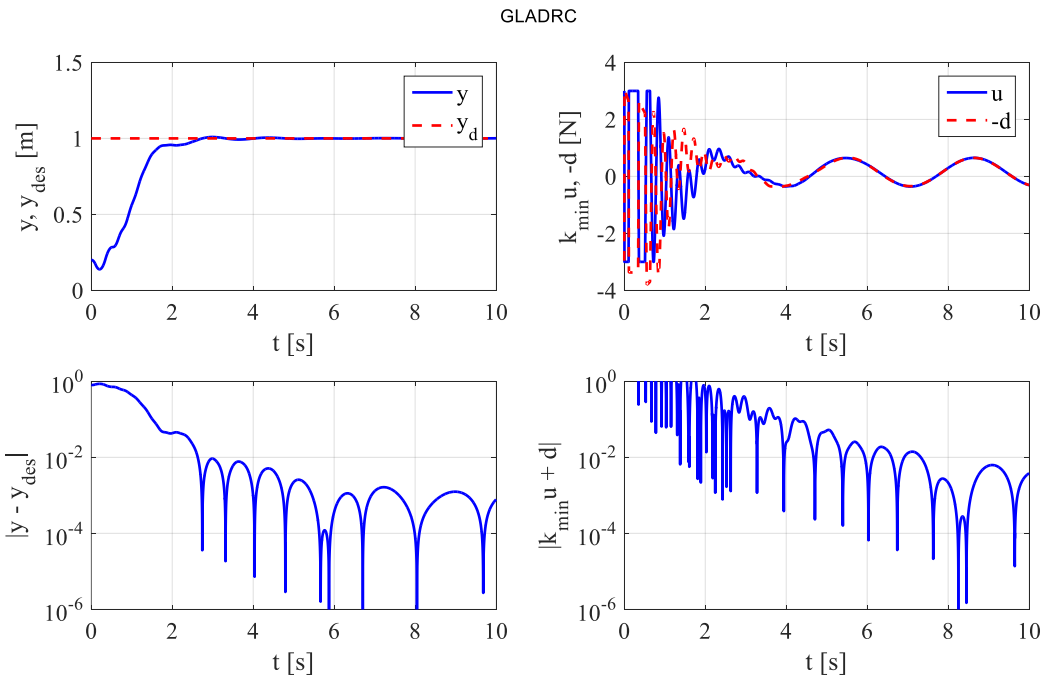
Slika 5.27: Rezultati simulacija za GLADRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=12.

Prema teorijskoj pretpostavci, točnost estimacije GLADRC-a povećava se s povećanjem reda ESO observera. Međutim, ta točnost je ograničena, s obzirom da se nakon određene vrijednosti reda observera greška počinje povećavati i sustav postaje nestabilan. Metoda podešavanja polova, koja se koristi za sintezu observera, postaje numerički nestabilna, odnosno generira ogromna pojačanja Luenbergerovog observera koja rastu s povećanjem reda observera

uzrokujući numeričke greške koje se odražavaju na točnost i stabilnost. S druge strane točnost AlgDRC-a progresivno raste s povećanjem reda observera (slike 5.22, 5.24 i 5.26), zato što njegova sinteza nije zasnovana na metodi podešavanja polova, što je ključno za efikasnost i robusnost ADRC metodologije.



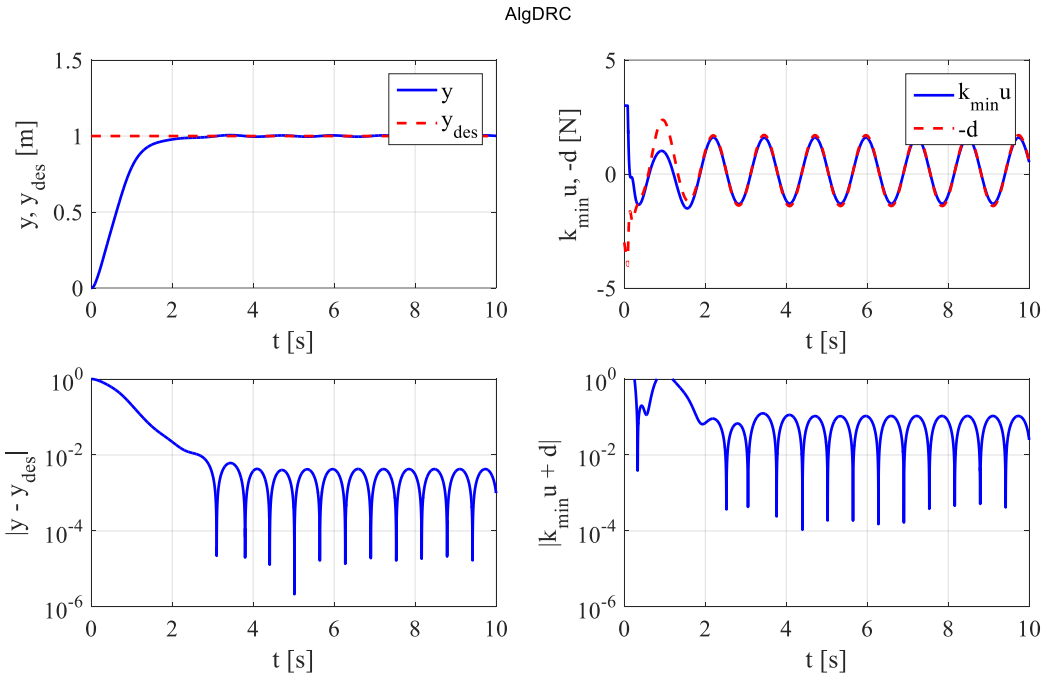
Slika 5.28: Rezultati simulacija za AlgDRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=6, uz početni uvjet.



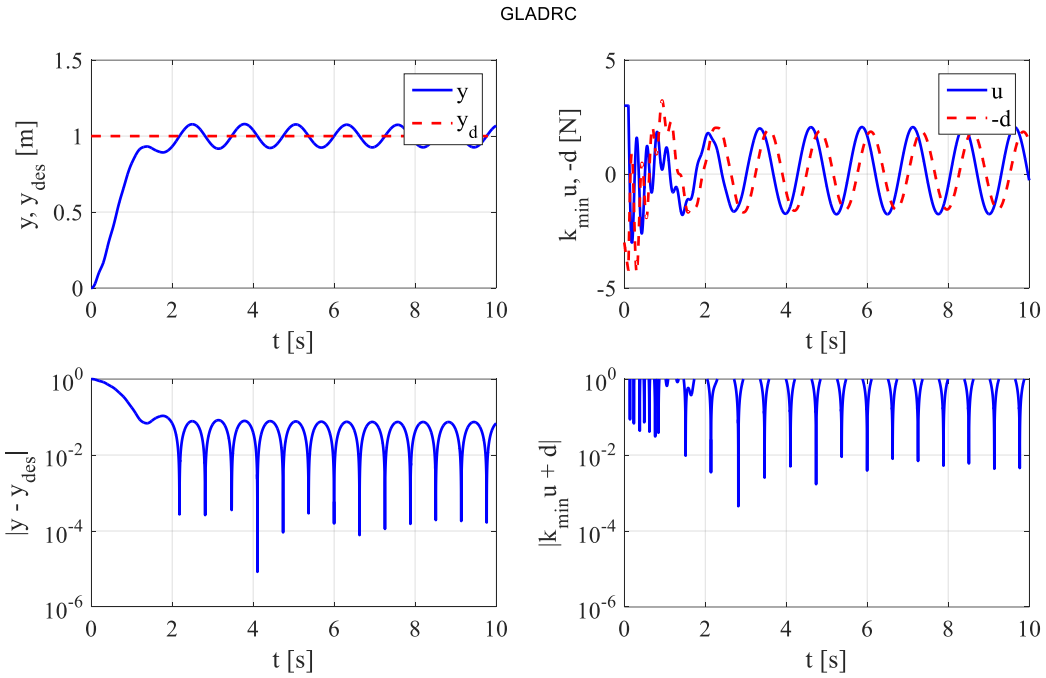
Slika 5.29: Rezultati simulacija za GLADRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja kada je n=6, uz početni uvjet.

Slike 5.28 i 5.29 prikazuju usporedbu u slučaju kada postoji početni uvjet $y\ 0\ = 0{,}2$, dok početni uvjeti observera/estimatora ostaju jednaki nuli. U tom slučaju postaje izražena pojava oscilatornih visokoamplitudnih tranzijenata (engl. *peaking phenomenon*) na početku upravljačke akcije i tipična je kod svih linearnih observera i dinamičkih regulatora. Pojava je to izraženija što postoji veće odstupanje između početnih uvjeta sustava i observera. Standardni način rješavanja tog problema je korištenje saturacijske funkcije za upravljačku varijablu koja će odrezati/saturirati upravljačku varijablu na maksimalno dozvoljenu. Iz usporedbe odziva vidljivo je da pojava bitno dulje traje kod GLADRC-a nego kod AlgDRC-a što rezultira znatnom degradacijom performansi odziva sustava kod primjene saturacijske funkcije.

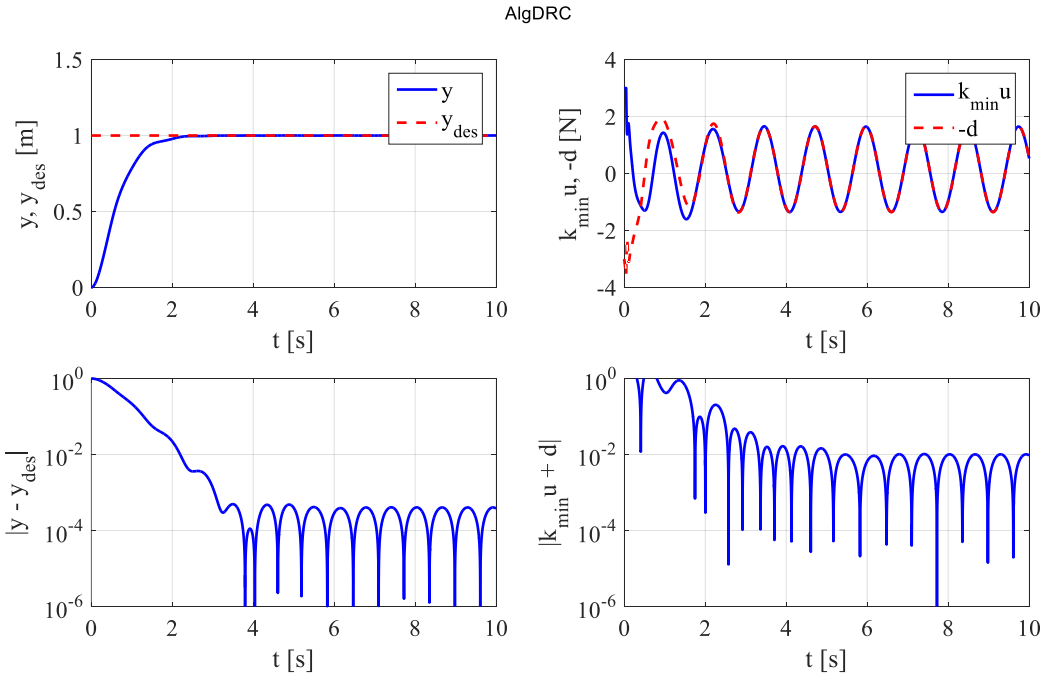
Slike 5.30 do 5.33 prikazuju usporedbu u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja s većom frekvencijom i amplitudom $d_{\text{ext}}\ t\ = 3\sin(5t)$, za različiti red observera ($n = 6$, $n = 12$). Iz slika je vidljivo da GLADRC nije u stanju otkloniti nagle poremećaje bez obzira na red observera.



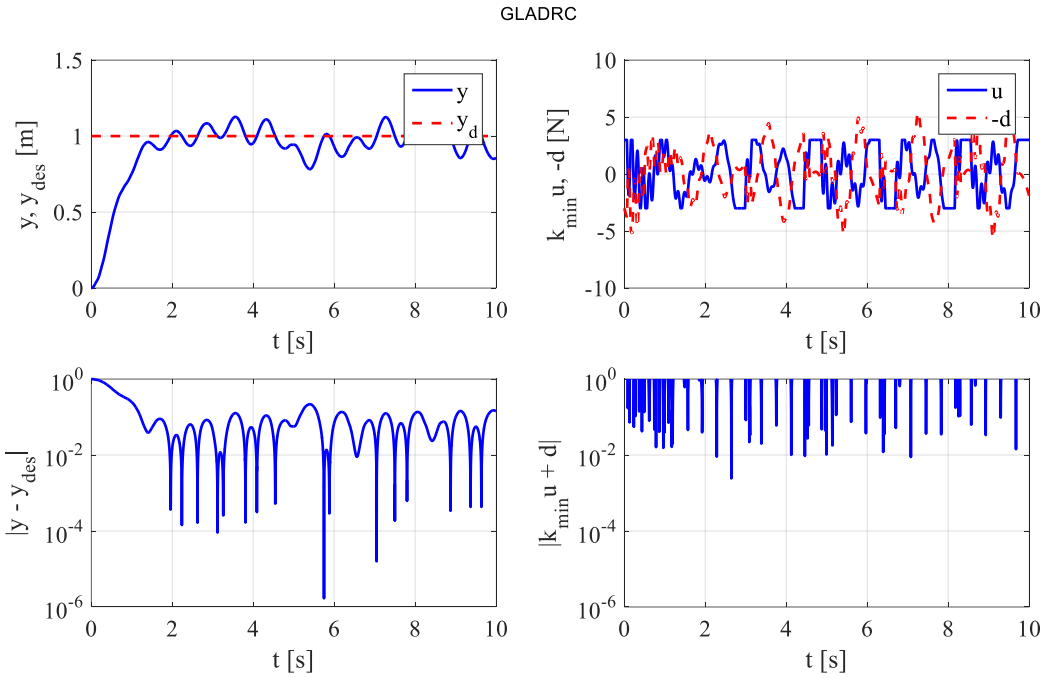
Slika 5.30: Rezultati simulacija za AlgDRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja veće amplitude i frekvencije kada je n=6.



Slika 5.31: Rezultati simulacija za GLADRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja veće amplitude i frekvencije kada je n=6.



Slika 5.32: Rezultati simulacija za AlgDRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja veće amplitude i frekvencije kada je n=12.



Slika 5.33: Rezultati simulacija za GLADRC u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja veće amplitude i frekvencije kada je n=12.

5.4 Robusno upravljanje potpuno upravljanim konfiguracijama višerotorskih letjelica

Novi pristup robusnom upravljanju s algebarskom kompenzacijom poremećaja simulacijski će se ispitati na potpuno upravljanim konfiguracijama višerotorskih letjelica. U tu svrhu potrebno je algoritam upravljanja opisan u potpoglavlju 5.3.4 proširiti na šest stupnjeva slobode gibanja.

5.4.1 Izvedba AlgDRC-a za potpuno upravljani sustav sa 6 DOF

Potpuno upravljani nelinearni mehanički sustav s n_s stupnjeva slobode gibanja može se prikazati sljedećom jednadžbom

$$\mathbf{M}\ \mathbf{q}\ \mathbf{q} + \mathbf{f}\ \mathbf{q}, \mathbf{q}, t\ = \mathbf{u}\ t\ + \mathbf{d}_{\text{ext}}\ t\ , \tag{5.129}$$

gdje $\mathbf{u}\ t$ predstavlja vektor upravljačkih varijabli, $\mathbf{d}_{\text{ext}}\ t$ predstavlja vektor nepoznatog vanjskog poremećaja, $\mathbf{f}\ \mathbf{q}, \mathbf{q}, t$ predstavlja unutarnji poremećaj (nemodeliranu dinamiku), a $\mathbf{M}\ \mathbf{q}$ predstavlja matricu inercije (otpora) sustava. Za slučaj potpuno upravljane višerotorske letjelice, $n_s = 6$, jednadžba (5.129) se može zapisati u sljedećem obliku

$$\mathbf{M}_B\boldsymbol{\nu} + \mathbf{f}\ \boldsymbol{\nu}\ = \mathbf{u}_B\ t\ + \mathbf{d}_{\text{ext}}\ t\ , \tag{5.130}$$

gdje je $\mathbf{M}_B$ matrica inercije sustava definirana izrazom (3.29), $\boldsymbol{\nu}$ predstavlja vektor ubrzanja letjelice u $\mathcal{F}^B$, a unutarnji poremećaj čine Coriolisov, gravitacijski i vektor žiroskopskog momenta $\mathbf{f}\ \boldsymbol{\nu}\ = \mathbf{C}_B\ \boldsymbol{\nu}\ \boldsymbol{\nu} - \mathbf{G}_B - \mathbf{O}_B$. Za navedeni sustav može se provesti potpuno decentralizirano upravljanje na način da se AlgDRC algoritam, definiran u potpoglavlju 5.3.4, primjeni na svaki stupanj slobode gibanja. Nelinearna interakcija između pojedinih stupnjeva slobode gibanja tretira se kao dio ukupnog poremećaja.

Kako bi se dobila ciljana (željena) dinamika sustava

$$\overline{\mathbf{y}} = \overline{\overline{\mathbf{K}}}\mathbf{u}_B\ t\ + \mathbf{d}\ t\ , \tag{5.131}$$

gdje je $\overline{\mathbf{y}}$ vektor mjerljivih pozicija sustava, $\overline{\overline{\mathbf{K}}} = \text{diag}\{k_1 \quad k_2 \quad \ldots \quad k_{n_s}\}$ predstavlja matricu koja sadrži parametre za svaki *i*-ti stupanj slobode gibanja, a $\mathbf{d}\ t$ predstavlja vektor ukupnog poremećaja sustava, potrebno je preformulirati sustav opisan jednadžbom (5.130) u

$$\mathbf{d}\ t\ = (\mathbf{M}_B{}^{-1} - \overline{\overline{\mathbf{K}}})\mathbf{u}\ t\ + \mathbf{M}_B{}^{-1}(\mathbf{d}_{\text{ext}}\ t\ - \mathbf{f}\ \boldsymbol{\nu}\ ). \tag{5.132}$$

Totalno decentraliziranu izvedbu linearnog regulatora za upravljanje sustavom (5.130) dobivamo tako da matrice regulatora za upravljanje sustava s jednim stupnjem slobode gibanja proširimo na blok-dijagonalne matrice primjenom Kroneckerovog produkta matrica.

Kroneckerov produkt matrica $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m\times n}$ i $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{p\times q}$ definiran je na sljedeći način

$$\mathbf{A}\otimes\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{B} & a_{12}\mathbf{B} & \ldots & a_{1n}\mathbf{B} \\ a_{21}\mathbf{B} & a_{22}\mathbf{B} & \ldots & a_{2n}\mathbf{B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}\mathbf{B} & a_{m2}\mathbf{B} & \ldots & a_{mn}\mathbf{B} \end{bmatrix}, \tag{5.133}$$

gdje je $\mathbf{A}\otimes\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{mp\times nq}$. Kroneckerov produkt jedinične matrice $\mathbf{I}_{n\times n}$ i matrice $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m\times k}$ bit će blok-dijagonalna matrica

$$\mathbf{I}_{n\times n}\otimes\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0}_{m\times k} & \ldots & \mathbf{0}_{m\times k} \\ \mathbf{0}_{m\times k} & \mathbf{A} & \ldots & \mathbf{0}_{m\times k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{m\times k} & \mathbf{0}_{m\times k} & \ldots & \mathbf{A} \end{bmatrix}, \tag{5.134}$$

gdje je $\mathbf{I}_{n\times n}\otimes\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{nm\times nk}$.

Na temelju Kroneckerovog produkta matrica moguće je prikazati AlgDRC algoritam definiran izrazima (5.125 - 5.126) za upravljanje višerotorskom letjelicom sa šest stupnjeva slobode gibanja

$$\mathbf{z} = \boldsymbol{\mathcal{A}}\mathbf{z} + \boldsymbol{\mathcal{B}}_1\boldsymbol{\varepsilon}\ t\ + \boldsymbol{\mathcal{B}}_2\boldsymbol{\varepsilon}_{des}, \tag{5.135}$$

$$\mathbf{u}_B = \boldsymbol{\mathcal{C}}\mathbf{z} + \boldsymbol{\mathcal{D}}_1\boldsymbol{\varepsilon}(t) + \boldsymbol{\mathcal{D}}_2\boldsymbol{\varepsilon}_{des}, \tag{5.136}$$

gdje je

$$\boldsymbol{\mathcal{I}} = \mathbf{I}_{n_s \times n_s}, \quad \boldsymbol{\mathcal{A}} = \boldsymbol{\mathcal{I}} \otimes \widehat{\mathbf{A}}_0, \quad \boldsymbol{\mathcal{B}}_1 = \boldsymbol{\mathcal{I}} \otimes \mathbf{b}_{y0}, \quad \boldsymbol{\mathcal{B}}_2 = \boldsymbol{\mathcal{I}} \otimes \mathbf{B}_{u0}, \tag{5.137}$$

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{\mathcal{K}} = \operatorname{diag}\left\{\frac{1}{k_1} \quad \frac{1}{k_2} \quad \cdots \quad \frac{1}{k_{n_s}}\right\}, \quad \boldsymbol{\mathcal{C}} = \boldsymbol{\mathcal{K}} \otimes \mathbf{C}_0, \\ &\boldsymbol{\mathcal{D}}_1 = \boldsymbol{\mathcal{K}} \otimes \widehat{D}_0, \qquad\qquad \boldsymbol{\mathcal{D}}_2 = \boldsymbol{\mathcal{K}} \otimes \widehat{\mathbf{K}}_0, \end{aligned} \tag{5.138}$$

$$\mathbf{u}_B = \begin{bmatrix} f_X \\ f_Y \\ f_Z \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{des} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{X}}_{des} \\ \overline{\mathbf{Y}}_{des} \\ \overline{\mathbf{Z}}_{des} \\ \overline{\boldsymbol{\Phi}}_{des} \\ \boldsymbol{\Theta}_{des} \\ \overline{\boldsymbol{\Psi}}_{des} \end{bmatrix}, \tag{5.139}$$

gdje se vektor $\boldsymbol{\varepsilon}$ sastoji od mjerenih pozicija i orijentacija. Vektor $\boldsymbol{\varepsilon}_{des}$ sastoji se od vektora nulte, prve i druge derivacije referentne trajektorije za svaki stupanj slobode gibanja ($\overline{\mathbf{X}}_{des} = [X_{des} \quad X_{des} \quad X_{des}]^{\mathrm{T}}$). k_i je ocjena parametra k_i *i*-tog stupnja slobode gibanja. Vektor $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{3n_s n}$ je ukupno stanje AlgDRC filtera.

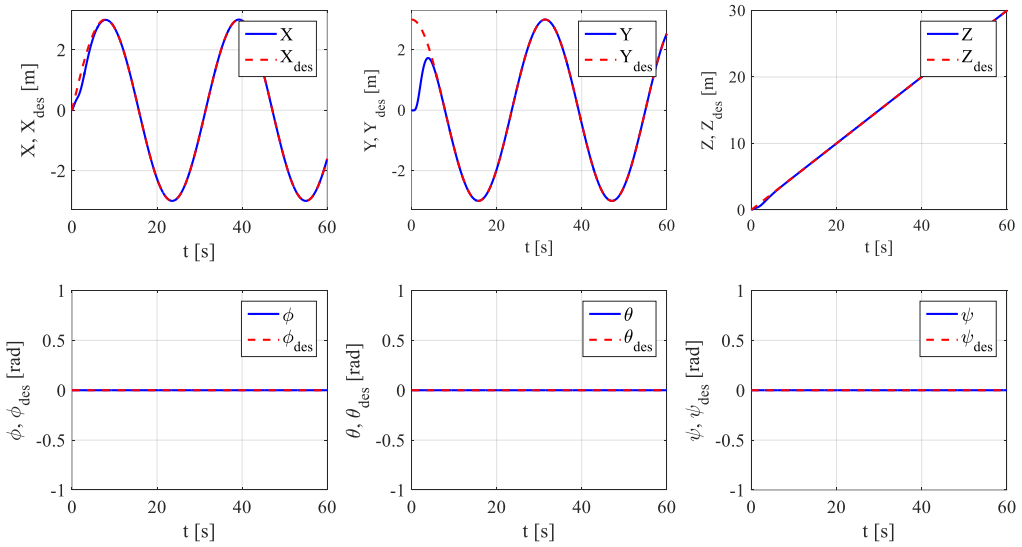
5.4.2 Rezultati simulacija

Algoritam upravljanja sustavom potpuno upravljane letjelice testiran je numeričkim simulacijama pomoću *ode45* metode rješavanja diferencijalnih jednadžbi. Razmotren je tipični problem slijeđenja referentne trajektorije $\boldsymbol{\varepsilon}_{des}(t)$ u prisutnosti vanjskih poremećaja $\mathbf{d}_{ext}\ t$ te su u svrhu testiranja robusnosti predloženog algoritma upravljanja prikazani rezultati za četiri slučaja. U simulacijama su korišteni parametri potpuno upravljanih letjelica sa šest i osam pasivno nagnutih rotora čije su performanse analizirane u potpoglavlju 4.3.3 (tablica 4.4 i 4.5), a u simulacijama je odabran kut $\gamma = 25°$. Svi početni uvjeti jednaki su nuli, uključena je saturacijska funkcija s obzirom na kut nagiba i broj rotora, a ukupno je vrijeme simulacije $T = 60$ sekundi. Vanjski poremećaji $\mathbf{d}_{ext}\ t$ u konkretnim su slučajevima definirani kao sile koje djeluju na translacijsku dinamiku sustava $\mathbf{d}_{ext}\ t\ = [d_{mX} \quad d_{mY} \quad d_{mZ} \quad 0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$.

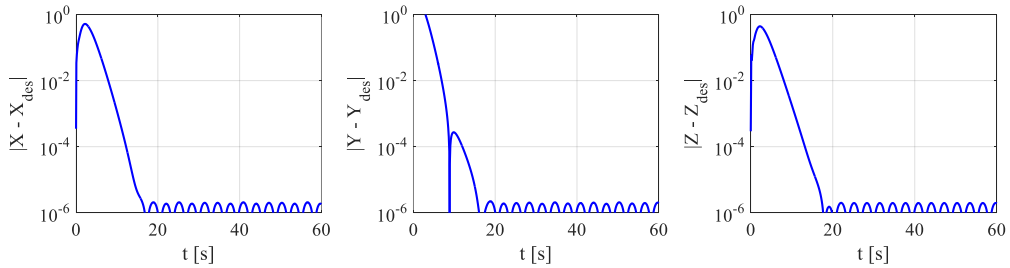
Prvi slučaj, prikazan na slikama 5.34 – 5.39, odnosi se na zadatak slijeđenja referentne pozicije u 3D prostoru $\boldsymbol{\xi}_{des}(t) = [3\sin(\frac{1}{5}t) \quad 3\cos(\frac{1}{5}t) \quad 0.5t]^{\mathrm{T}}$ uz zadržavanje orijentacije stacionarnog stanja $\boldsymbol{\eta}_{des}\ t\ = \mathbf{0}_{3\times1}$ u kojem su kutovi orijentacije jednaki nuli. Vanjski poremećaji su obuhvaćeni silama koje su jednake $d_{mX} = d_{mY} = d_{mZ} = \sin(t)$. U tablici 5.4 prikazani su parametri sustava višerotorske letjelice (parametri letjelice i upravljanja). Slika 5.34 prikazuje stanje letjelice u 3D prostoru (poziciju i orijentaciju), slika 5.35 prikazuje regulacijsku pogrešku u zatvorenoj petlji, slika 5.36 upravljačke sile (sile pogonskog podsustava), a na slici 5.37 je vidljiva pogreška estimacije ukupnog poremećaja. Referentna pozicija i odziv sustava prikazani su slikama 5.38 i 5.39.

Tablica 5.4: Parametri sustava višerotorske letjelice sa šest rotora za prvi slučaj.

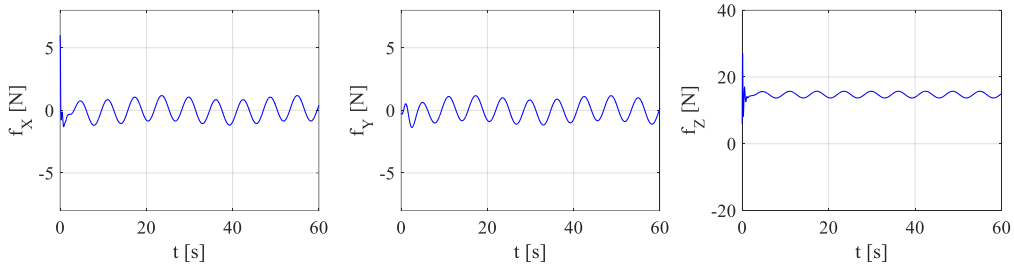
m (kg)	I_{XX} (Nms^2)	I_{YY} (Nms^2)	I_{ZZ} (Nms^2)	k	K_P	K_D	n	a
1.5	0.02	0.02	0.04	0.5	9	6	6	6



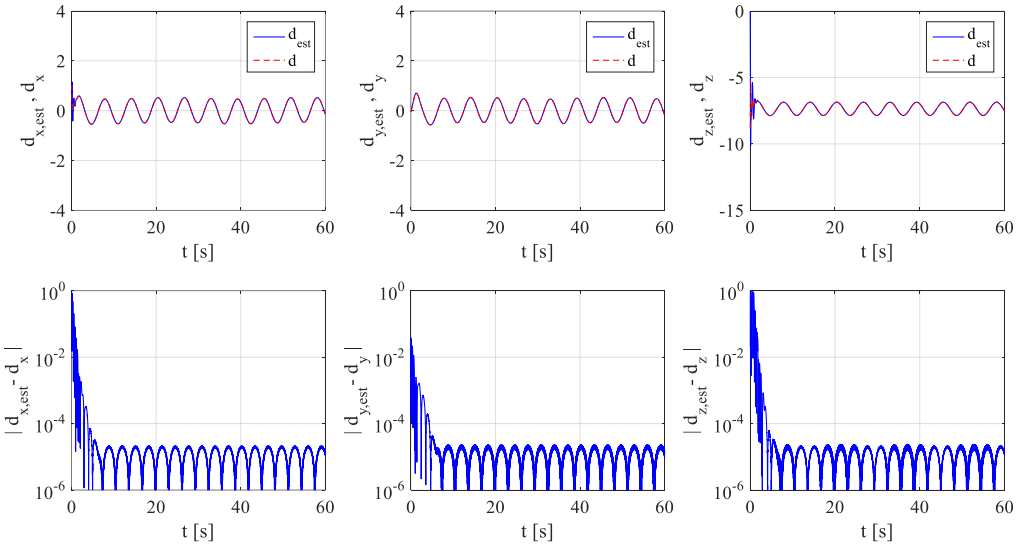
Slika 5.34: Odziv sustava u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja za prvi slučaj.



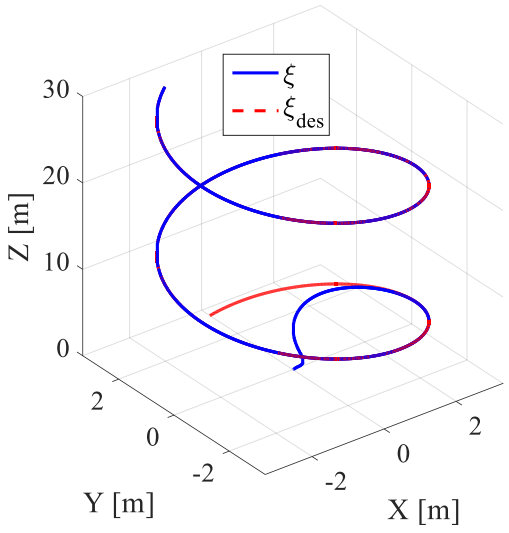
Slika 5.35: Regulacijske pogreške pozicije u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja za prvi slučaj.



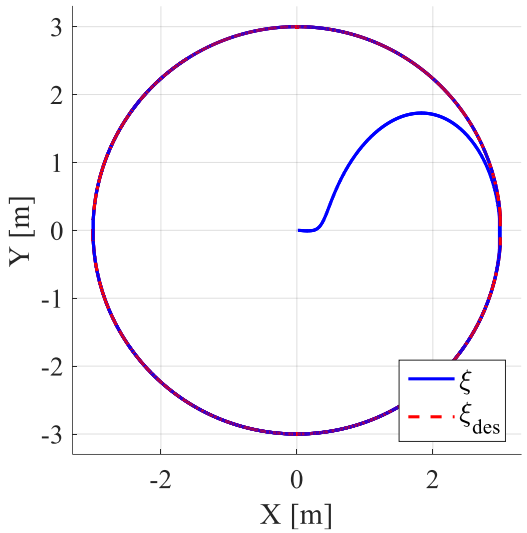
Slika 5.36: Upravljačke sile letjelice u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja za prvi slučaj.



Slika 5.37: Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za prvi slučaj.



Slika 5.38: AlgDRC– odziv sustava 3D za prvi slučaj.

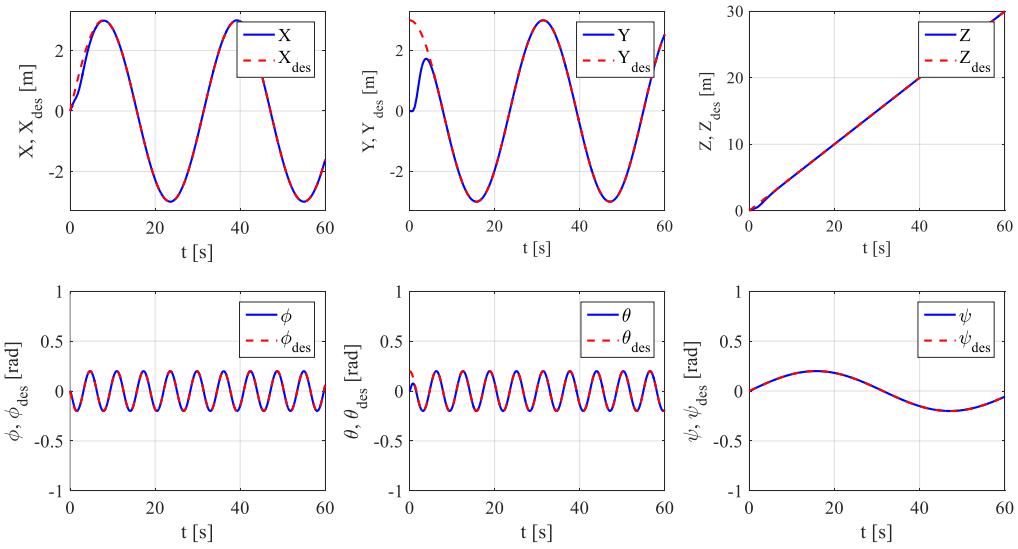


Slika 5.39: AlgDRC– odziv sustava 2D za prvi slučaj.

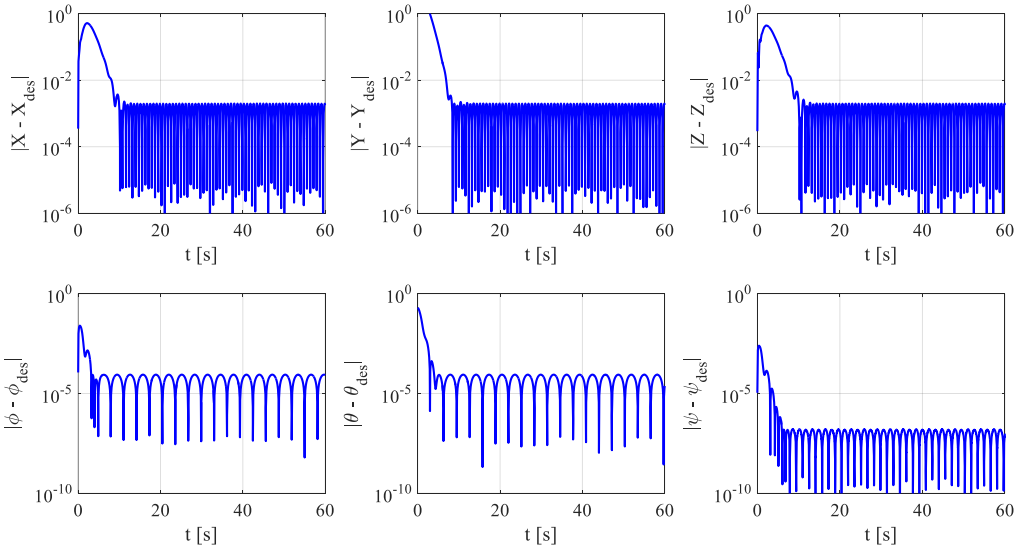
Slike 5.40 – 5.43 prikazuju rezultate simulacija za drugi slučaj (tablica 5.5) koji se odnosi na kompleksniji zadatak slijeđenja referentne pozicije $\boldsymbol{\xi}_{des}(t) = [3\sin(\frac{1}{5}t) \quad 3\cos(\frac{1}{5}t) \quad 0.5t]^{\mathrm{T}}$ i orijentacije $\boldsymbol{\eta}_{des}\ t\ = [-\frac{1}{5}\sin(t) \quad \frac{1}{5}\cos(t) \quad \frac{1}{5}\cos(\frac{1}{10}t)]^{\mathrm{T}}$u 3D prostoru. Uvedeni vanjski poremećaji su veće frekvencije i amplitude $d_{mX} = d_{mY} = d_{mZ} = 2\sin(4t)$.

Tablica 5.5: Parametri sustava višerotorske letjelice sa šest rotora za drugi slučaj.

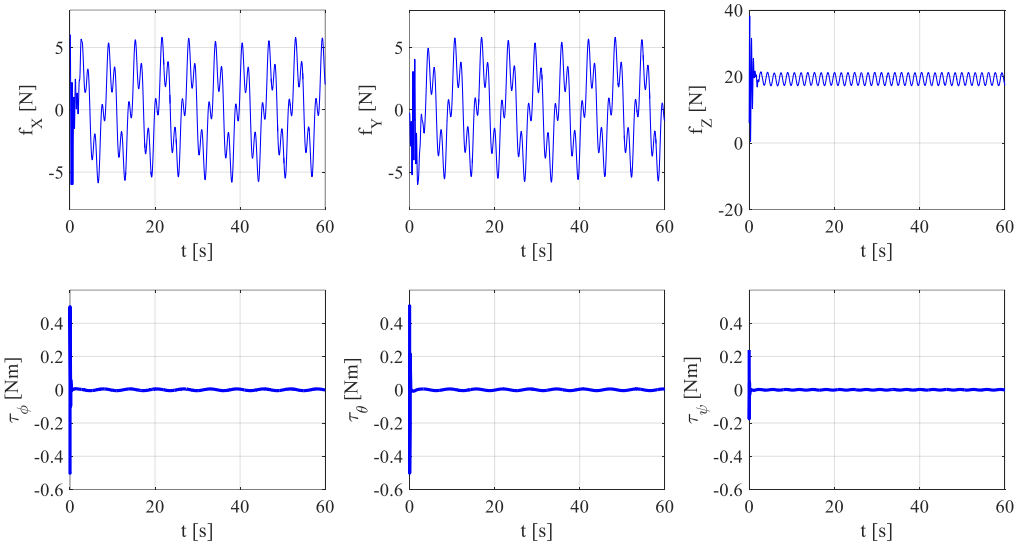
m (kg)	I_{XX} (Nms^2)	I_{YY} (Nms^2)	I_{ZZ} (Nms^2)	k	K_P	K_D	n	a
2	0.025	0.025	0.05	0.5	9	6	6	6



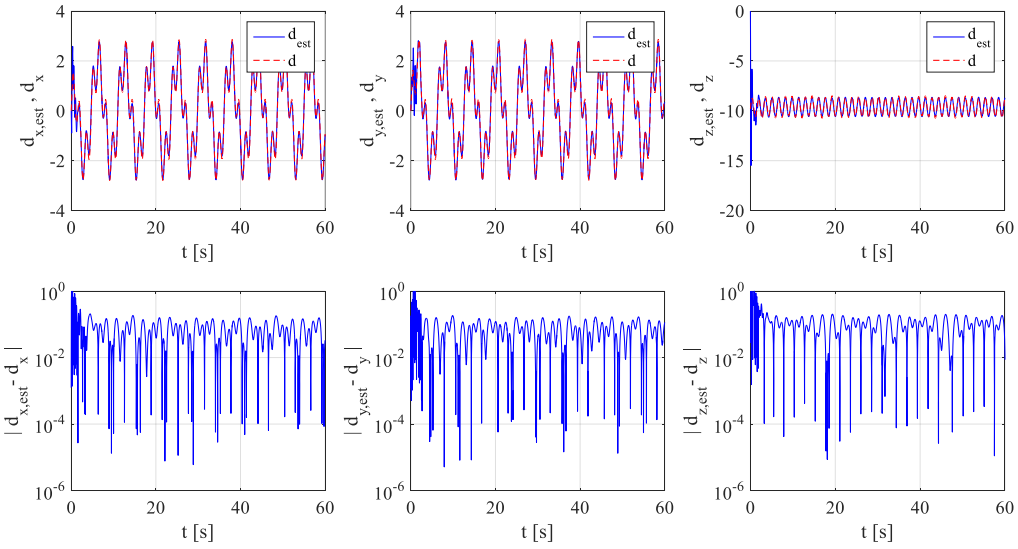
Slika 5.40: Odziv sustava u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja za drugi slučaj.



Slika 5.41: Regulacijske pogreške pozicije i orijentacije u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja za drugi slučaj.



Slika 5.42: Upravljačke sile i momenti letjelice u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja za drugi slučaj.

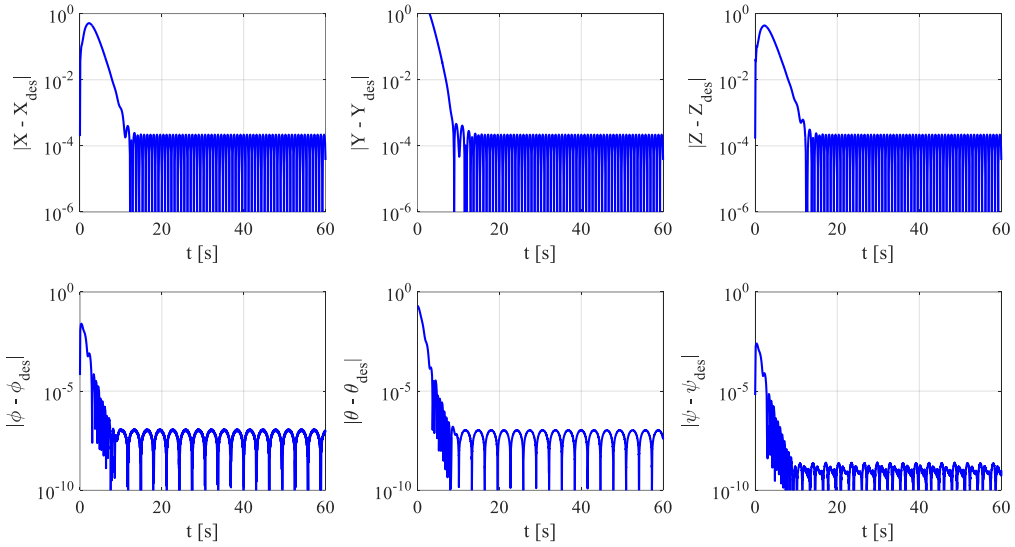


Slika 5.43: Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za drugi slučaj.

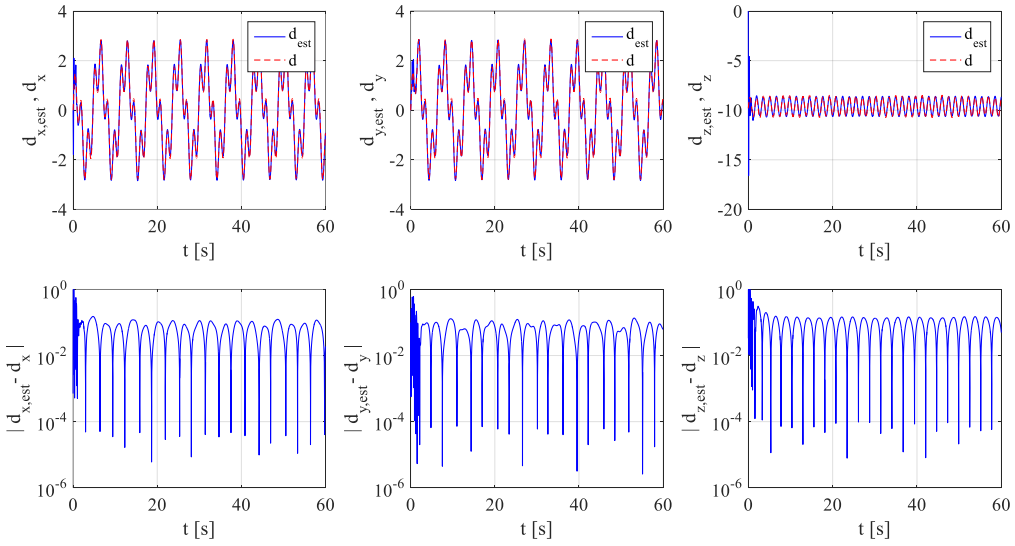
Na slikama 5.44 i 5.45 prikazani su rezultati simulacija za treći slučaj koji se odnosi na izvođenje kompleksnijeg zadatka iz drugog slučaja uz vanjske poremećaje, veće frekvencije i amplitude, pri čemu je povećana dimenzija observera sustava upravljanja n (tablica 5.6). Iz slike 5.44 je vidljivo da se je regulacijska pogreška smanjila.

Tablica 5.6: Parametri sustava višerotorske letjelice sa šest rotora za treći slučaj.

m (kg)	I_{XX} (Nms^2)	I_{YY} (Nms^2)	I_{ZZ} (Nms^2)	k	K_P	K_D	n	a
2	0.025	0.025	0.05	0.5	9	6	10	6



Slika 5.44: Regulacijske pogreške pozicije i orijentacije u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja za treći slučaj.

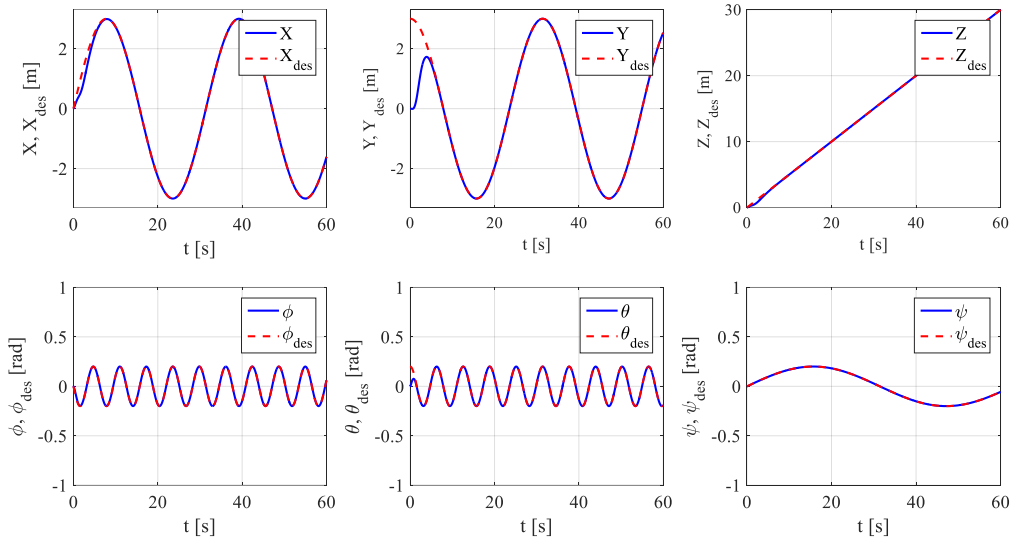


Slika 5.45: Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za treći slučaj.

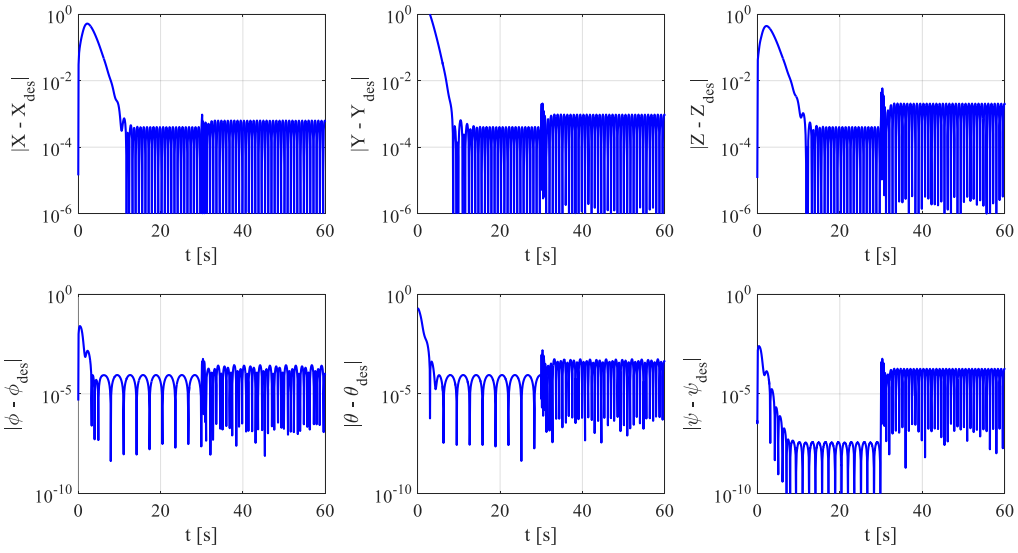
Četvrti slučaj uključuje i perturbacije pogonskog podsustava (slike 5.46 – 5.49, tablica 5.7). Razmotren je ekstremni poremećaj – potpuni prestanak rada jednog aktuatora. Rezultati simulacije prikazuju izvođenje kompleksnijeg zadatka iz drugog slučaja u prisutnosti poremećaja veće frekvencije i amplitude, gdje se na polovici vremena simulacije događa kvar rotora. S obzirom da se zadatak sastoji od praćenja referentnog stanja pozicije i orijentacije, uključeni su parametri potpuno upravljane letjelice s osam rotora (slike 3.21 i 4.52) te je simuliran potpuni prestanak rada drugog rotora.

Tablica 5.7: Parametri sustava višerotorske letjelice sa osam rotora za četvrti slučaj.

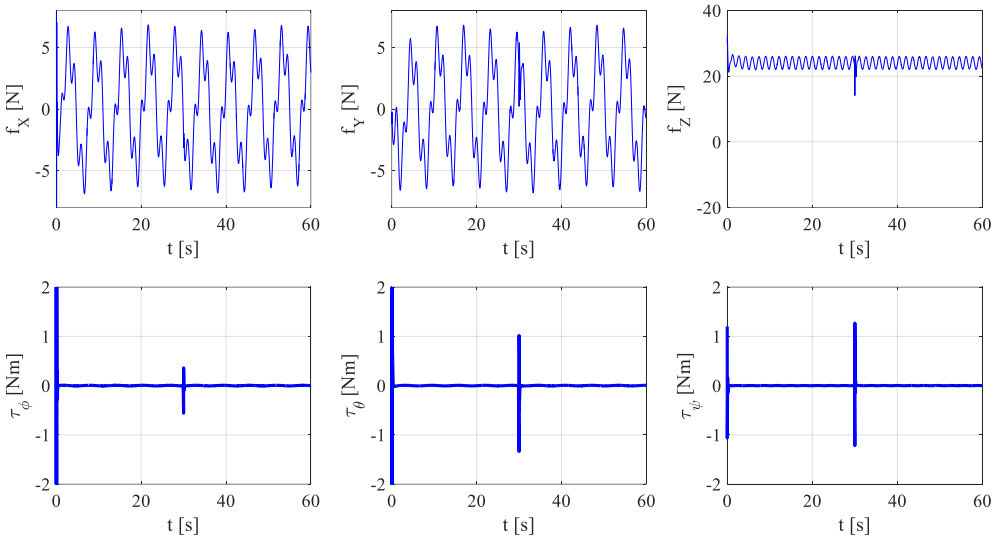
m (kg)	I_{XX} (Nms^2)	I_{YY} (Nms^2)	I_{ZZ} (Nms^2)	k	K_P	K_D	n	a
2.5	0.03	0.03	0.06	0.1	9	6	6	6



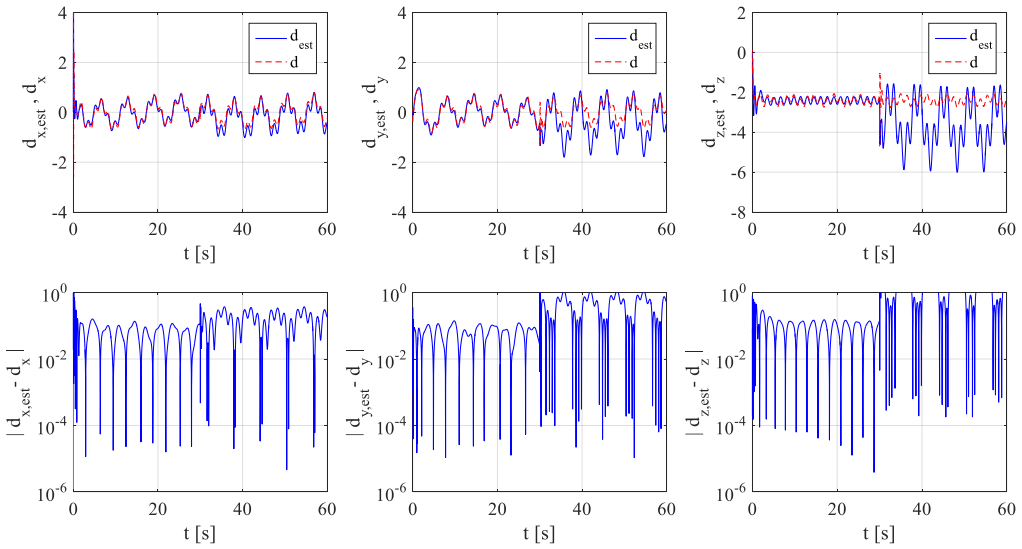
Slika 5.46: Odziv sustava u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja i kvar aktuatora za četvrti slučaj.



Slika 5.47: Regulacijske pogreške pozicije i orijentacije u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja i kvar aktuatora za četvrti slučaj.



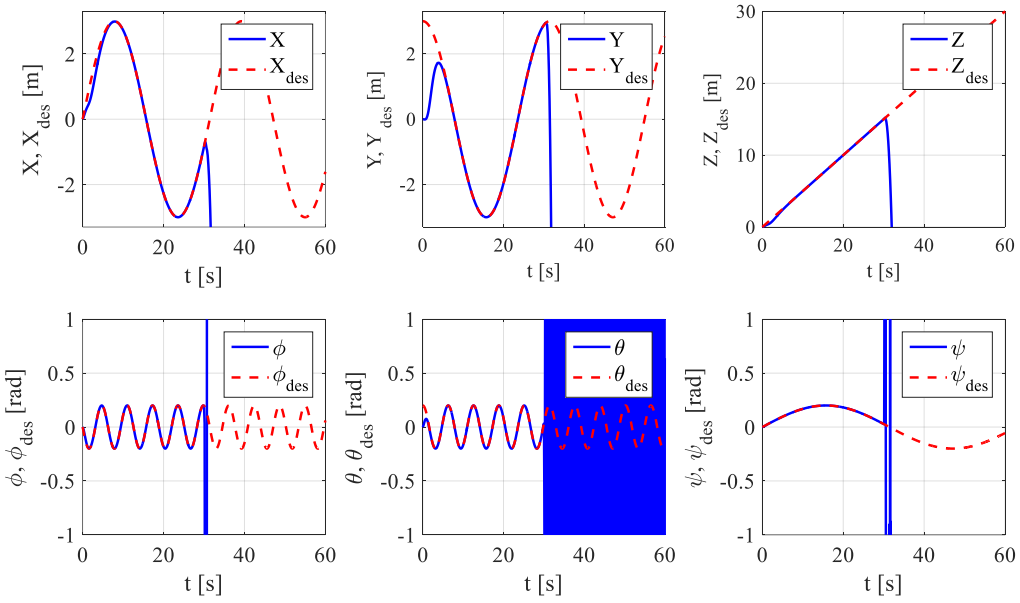
Slika 5.48 Upravljačke sile i momenti letjelice u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremećaja i kvar aktuatora za četvrti slučaj.



Slika 5.49: Pogreška estimacije ukupnog poremećaja za četvrti slučaj.

Rezultati simulacije pokazuju da predloženo robusno upravljanje s algebarskim kompenzatorom poremećaja omogućuje kompenzaciju vanjskih poremećaja, nemodelirane dinamike i perturbacije pogonskog podsustava. U slučaju ektremne perturbacije, kada aktuator prestane raditi, broj preostalih aktuatora mora biti jednak ili veći od broja upravljanih stupnjeva slobode gibanja. U četvrtom slučaju (slike 5.46 – 5.49) rezultati simulacija prikazuju da je predloženo AlgDRC upravljanje tolerantno na kvar rotora (engl. *fault tolerant control*). Simulacijski je ispitan prestanak rada za svaki od osam rotora te su rezultati kvalitativno jednaki prikazanim rezultatima za drugi rotor.

Nadalje je ispitan istodobni prestanak rada dva rotora te je u tom slučaju letjelica djelomično tolerantna na kvar, ovisno o kombinaciji rotora koji prestaju raditi te o veličini ostalih poremećaja. Primjerice, ako istovremeno otkažu rotori koji imaju suprotni predznak kuta nagiba (slika 4.52: R_2 i R_4, ili R_2 i R_5, ili R_4 i R_1, itd.) letjelica je i dalje u mogućnosti izvoditi gibanje u prisutnosti vanjskog poremećaja. U slučaju kada istovremeno otkažu rotori koji imaju isti predznak kuta nagiba (slika 4.52: R_2 i R_1, ili R_2 i R_7, ili R_4 i R_5, itd.), letjelica pada što je prikazano slikom 5.50 za slučaj kada potpuno prestanu raditi prvi i drugi rotor. U daljnjem istraživanju planira se izvedba, simuliranje i testiranje upravljanja na podupravljanim i preupravljanim konfiguracijama višerotorskih letjelica.



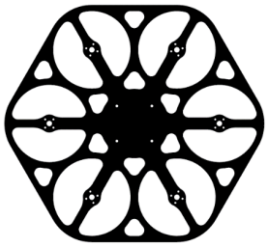
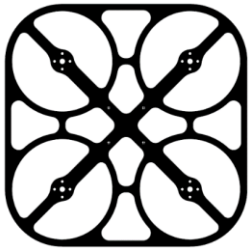
Slika 5.50: Odziv sustava u zatvorenoj petlji AlgDRC uz prisustvo vanjskih poremćaja i kvar aktuatora (R_1 i R_2) za četvrti slučaj.

6 Eksperimentalne višerotorske letjelice

Projektiranje, konstruiranje i izvedba sustava višerotorske letjelice uvelike ovisi o zadatku, odnosno zahtjevima misije. Zadatak definira potrebne performanse letjelice koje mogu uključivati vrijeme trajanje leta potrebno za misiju, potrebu za izvođenjem složenih gibanja, rad u promjenjivim uvjetima (vjetar, vlaga, međudjelovanje s okolinom), itd. Tu je ključan parametar masa opreme i tereta koja determinira potrebnu snagu, odnosno veličinu letjelice. Prilikom projektiranja višerotorske letjelice, primarno je postići zahtijevani omjer potiska i cjelokupne mase letjelice. Temeljni geometrijski parametri konvencionalnih konfiguracija jesu broj rotora N, promjer propelera pogonske jedinice d te promjer same letjelice D koji je determiniran s prethodna dva parametra. Najčešće izvedbe sastoje se od četiri, šest ili osam rotora koji su simetrično raspoređeni u horizontalnoj ravnini letjelice ($X_B Y_B$). Radi postizanja čim boljih performansi letjelice, potrebno je da komponente realnog sustava budu raspoređene tako da je težište letjelice čim bliže ishodištu njenog koordinatnog sustava ($\mathcal{F}^B$).

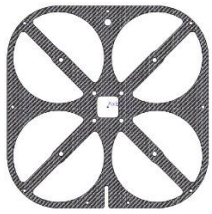
U fazi razvoja eksperimentalnih letjelica najbrža izrada dijelova letjelice je aditivnim tehnologijama (selective laser sintering - SLS i fused deposition modeling - FDM) te tehnologijama odvajanjem čestica, korištenih pretežito za izradu dijelova iz pločastih materijala. Konstrukcijski materijali ovise o namjeni i masi sustava, a kao glavni zahtjevi nameću se visoka čvrstoća i krutost te mala gustoća. Za izradu dijelova tehnologijom odvajanja čestica iz pločastih kompozitnih materijala (uglavnom ploče od ugljičnih vlakana različitih debljina), korištena je 3-osna računalno upravljana glodalica. Svi dijelovi letjelice konstruirani su u programskom paketu Solidworks. U tablici 6.1 prikazan je primjer parametarske konstrukcije glavnog okvira malih i mikro letjelica. Takav tip okvira omogućuje korištenje letjelice u uvjetima kada su očekivane kolizije s ostalim objektima ili je potrebno ostvariti gibanje u skučenom radnom prostoru poput uskih koridora.

Tablica 6.1: Parametarska konstrukcija okvira – IndoorCopter_pv1.

		
$d = 3''$ $(76.2\ mm)$	$d = 3''$	$d = 4''$ $(101.6\ mm)$
$D = 150\ mm$	$D = 180\ mm$	$D = 180\ mm$

U svrhu testiranja komponenti realnog sustava i dijela opreme koja će se koristiti za izradu eksperimentalnih letjelica, realizirana je mikro letjelica (tablica 6.2). Sastoji se od četiri motora na čije se rotore montiraju propeleri promjera 2,5'' (inch), a promjer letjelice je $100\ \mathrm{mm}$. Letjelica nosi kameru i odašiljač video signala preko kojih u prvom licu možemo pratiti gibanje letjelice (engl. *first person view – FPV*). Osim za zabavu, može se koristiti u jednostavnim zadacima poput vizualne inspekcije teško dostupnih mjesta.

Tablica 6.2: Faze izvedbe realnog sustava.

				
Konstruiranje dijelova okvira	Testiranje komponenti	Izrada okvira	Sastavljanje	Testiranje letjelice

Ključni segment projektiranja letjelice, s aspekta obavljanja misije, odabir je komponenti upravljačkog podsustava. Može se slobodno reći da tijelo letjelice čini okvir letjelice s pogonskim komponentama, baterijama i ostalom opremom, dok je upravljački podsustav glava letjelice. Prilikom odabira upravljačke jedinice (FC) najvažniji je zahtjev mogućnost implementacije novih programskih rješenja, odnosno softver otvorenog koda. Za ostvarivanje planiranog leta potrebne su i periferne komponente (GPS, telemetrija, itd.). Realizacija upravljačkog podsustava, koji se temelji na PX4 Autopilotu, opisana je u potpoglavlju 6.2.

6.1 Koncept modularne višerotorske letjelice

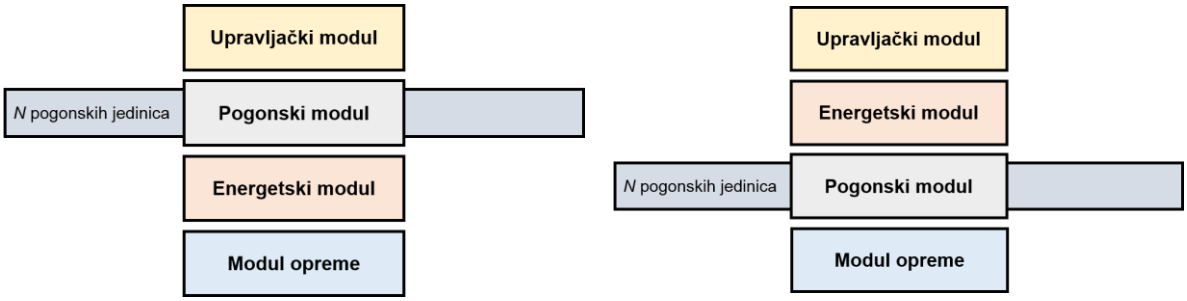
S ciljem testiranja više konfiguracija letjelica, nastala je ideja o modularnoj višerotorskoj eksperimentalnoj letjelici. Smjernice za razvoj modularnog koncepta dane su podjelom sustava letjelice na četiri ključna podsustava koji su opisani u poglavlju 2. U fazi razvoja, konstruiranja te izrade prototipa, podsustavi se pretvaraju u četiri ključna modula. Modularni koncept treba omogućiti višenamjenski karakter letjelice, ovisno o potrebama unutar misije ili području primjene. Namjena prvenstveno utječe na izbor opreme koja će se koristiti pa je to ujedno i ulazni podatak o kojem ovisi odabir ostalih modula letjelice i konfiguracija pogonskog modula. Konstruirani dijelovi okvira trebaju, stoga, omogućiti jednostavno sastavljanje, rastavljanje i izmjenu modula. S obzirom da performanse leta determinira pogonski i energetski modul, najveći naglasak bit će upravo na odabiru komponenti i konstrukcijskim rješenjima za ta dva modula.

Prvi koncept letjelice kojim je postignut određeni stupanj modularnosti predstavljen je u radu [32] i prikazan na slici 6.1. Prilikom projektiranja sustava glavni je cilj bio osigurati izvođenje kompleksnih gibanja odnosno izvođenje pokreta u prostoru bez potrebe za naginjanjem tijela letjelice. U tu svrhu, odabran je geometrijski raspored rotora koji za letjelice sa šest (NFH6) ili više rotora može omogućiti potpuno upravljanje sustavom. Izvedba pogonskog modula s pasivno nagnutim rotorima prikazana je na slici 6.2, pri čemu su za izradu dijelova okvira pretežito korištene aditivne tehnologije. Prilikom izrade dijelova, sklapanja i testiranja koncepta potpuno upravljane letjelice, uočeni su nedostaci koje je potrebno ukloniti te potencijalna poboljšanja kojima se može ostvariti viši stupanj modularnosti.

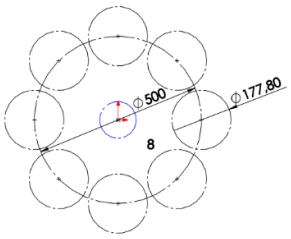
Slika 6.1: 3D model - NFH6.

Slika 6.2: Pogonski modul – NFH6.

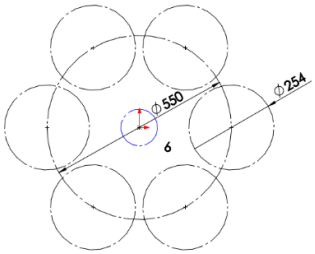
Kod predstavljenog koncepta četiri modula čine središnji dio letjelice, kod čega pogonski modul sadrži pogonske jedinice koje su krakovima povezane na središnji dio pogonskog modula. Na slici 6.3 prikazane su moguće topologije modularne letjelice. Pogodno je da pogonski i energetski modul budu susjedni, kako bi se čim jednostavnije mogla ostvariti distribucija energije iz baterija do pogonskih jedinica te zbog raspodjele mase i smještaja težišta letjelice. S aspekta dinamike sustava, pogonski modul treba osigurati potrebne sile i momente za gibanje letjelice u prostoru. Konstruiranje pogonskog modula bit će prvi i najvažniji korak u razvoju modularne letjelice.



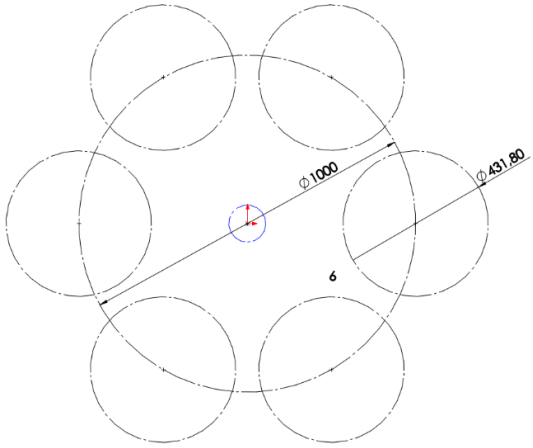
Slika 6.3: Moguće topologije modularne višerotorske letjelice.



Slika 6.4: D500.



Slika 6.5: D550.



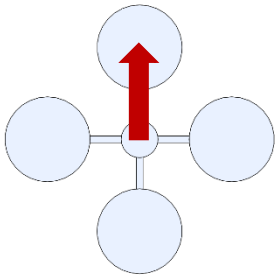
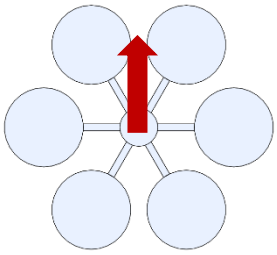
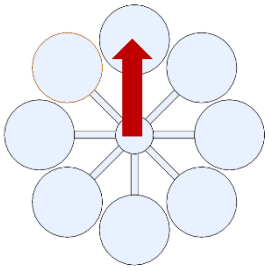
Slika 6.6: D1000.

U okviru rada razmatrane su tri veličine eksperimentalnih letjelica koje su definirane parametrima konvencionalnih konfiguracija pri čemu su neke od mogućih konfiguracija prikazane na slikama 6.4-6.6. Projektiranje modularne letjelice uključuje kompromise među ključnim podsustavima, odnosno modulima, s obzirom da moduli međusobno utječu jedan na druge. Nadalje, prikazan je razvoj modularne letjelice kroz izvedbu tri eksperimentalne letjelice razmotrenih veličina, za koje je u poglavlju 4 napravljeno istraživanje komponenti pogonskih jedinica. Na temelju izrade i testiranja eksperimentalnih letjelica pokazana su unaprijeđenja konstrukcije i robusnija rješenja za letjelice većih dimenzija (snage). Dodatno je razmoren i predložen koncept za višerotorske letjelice s aktivnim upravljanjem nagiba rotora u svrhu povećanja manevarskih sposobnosti letjelice. Predloženi koncept modularne letjelice omogućava veći raspon potencijalnih primjena s obzirom da promjena konfiguracije utječe na dostupne aerodinamičke sile i momente pogonskog podsustava pa je time određena nosivost letjelice, odnosno moguća oprema, teret i u konačnici namjena.

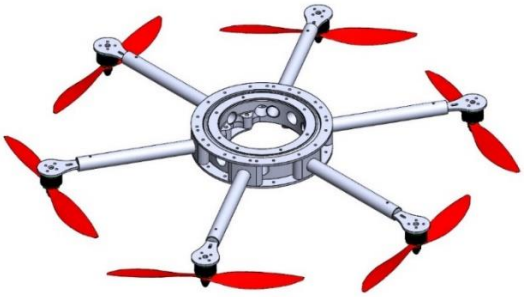
6.1.1 Razvoj i testiranje pogonskog modula letjelice veličine D550

Konstruiranje prve varijante eksperimentalne letjelice temelji se na uobičajenoj veličini letjelice, promjera $D = 550$ mm, za koju su odabrane pogonske jedinice (rotori) MN2214 (tablica 4.1) koje su testirane i analizirane u poglavlju 4. Kod ove letjelice razmotren je prototip središnjeg sklopa pogonskog modula koji omogućava spajanje četiri, šest ili osam rotora. Rotori se montiraju na adaptere (pločice) koji se spajaju na cijevi od ugljičnih vlakana što čini sklop kraka letjelice. Prilikom konstruiranja prototipnih dijelova, važno je postići i određeni stupanj geometrijske jednostavnosti kako bi se omogućila lakša izrada.

Tablica 6.3: Moguće konfiguracije pogonskog modula – D550.

		
$d = 10'' \ (254 \ mm)$	$d = 9'' \ (228.6 \ mm)$	$d = 8'' \ (203.2 \ mm)$

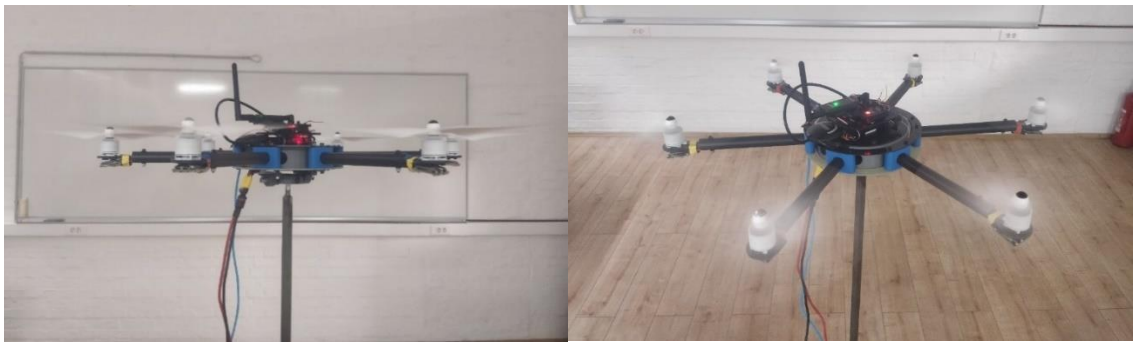
Središnji sklop pogonskog modula sastoji se od unutarnjeg prstena čija geometrija omogućuje spajanje parnog broja rotora simetrično raspoređenih u $X_B Y_B$ ravnini letjelice. Moguća je izvedba 6 konvencionalnih konfiguracija pogonskog podsustava, od kojih su neke prikazane u tablici 6.3, gdje crvena strelica predstavlja X_B os. Performanse letjelice dodatno se mogu mijenjati odabirom različitog promjera propelera (od 8" do 10") u kombinaciji s 3S i 4S baterijama.



Slika 6.7: 3D model pogonskog modula - FX6.

Slika 6.8: Prototip unutarnjeg prstena.

Slika 6.7 prikazuje 3D model pogonskog modula čiji su dijelovi izrađeni FDM postupkom (slika 6.8) i rezanjem ploča od ugljičnih vlakana. Izvedeni prototip eksperimentalne letjelice testiran je na postavu s 3 stupnja slobode gibanja (omogućena promjena orijentacije). Na slici 6.9 prikazano je testiranje konfiguracije sa šest rotora (FX6) i 9450 propelerima pomoću izvora napajanja čiji je napon ekvivalentan naponu 3S baterije.



Slika 6.9: Testiranje konvencionalne konfiguracije sa 6 rotora.

Za testiranje potpuno upravljane konfiguracije višerotorske letjelice odabrano je rješenje s dodatnim vanjskim prstenom pogonskog modula koji omogućuje pasivno podešavanje kuta nagiba rotora, čime se determinira alokacija aerodinamičkih sila i momenata rotora na upravljački vektor letjelice. Potpuno upravljana konfiguracija eksperimentalnog prototipa (NFX6) testirana je također na postavu (slika 6.10).

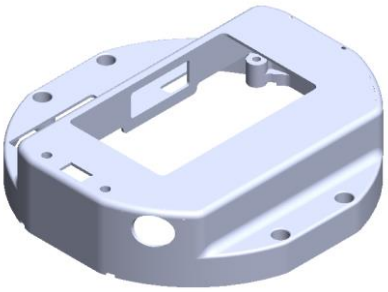
Slika 6.10: Testiranje potpuno upravljane konfiguracije sa 6 rotora.

Nakon testiranja letjelica s izvedenim prototipom pogonskog modula, koji uključuje i potpuno upravljane konfiguracije letjelice, konstruirana je poboljšana izvedba unutarnjeg i vanjskog prstena koja je lakša, manjih dimenzija i jednostavnija. Prsteni su izrađeni SLS postupkom, a neke od mogućih izvedbi pogonskog modula prikazane su na slici 6.11.

Slika 6.11: Moguće izvedbe pogonskog modula.

6.1.2 Konstruiranje i izvedba eksperimentalne modularne letjelice – EMMR500

Druga varijantna predstavlja eksperimentalnu modularnu višerotorsku letjelicu promjera $D = 500$ mm (experimental modular multirotor – EMMR500). Kod ove varijante osmišljen je i standardiziran mehanički i električni način spajanja modula kako bi se moduli mogli relativno lako spojiti i odvojiti. Također je osmišljen i upravljački modul letjelice (slika 6.13) koji se sastoji od Pixhawk (Pixhack) FC-a s pripadnim komponentama daljinskog upravljanja i telemetrije. Upravljačka jedinica smještena je centralno i čim bliže težištu letjelice. Kućište upravljačkog modula (slika 6.12) spaja se na unutarnji prsten pogonskog modula te je kompatibilno s ostalim izvedbama letjelica.

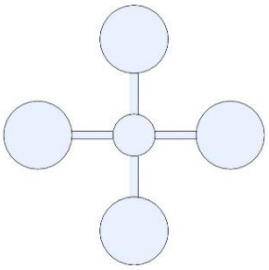
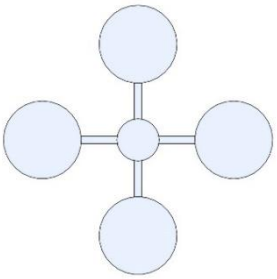
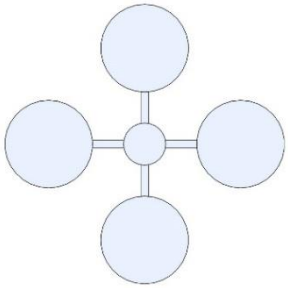
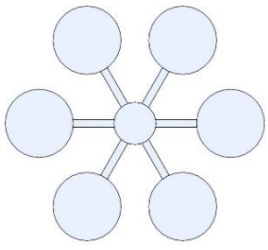
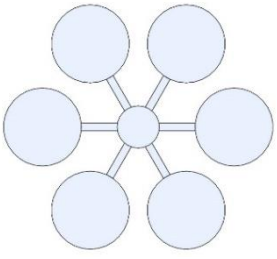
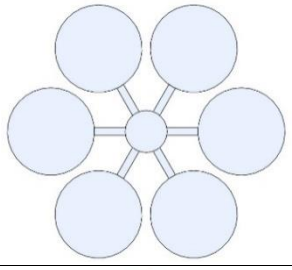
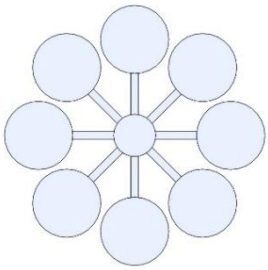
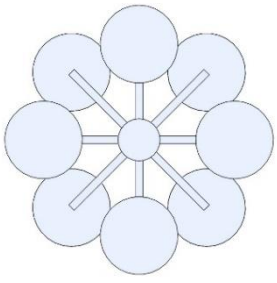
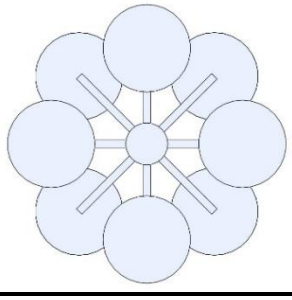


Slika 6.12: 3D model kućišta upravljačkog modula.

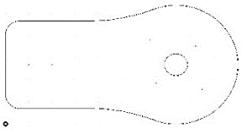
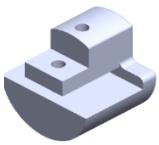
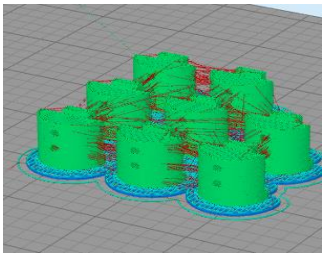
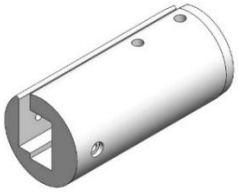
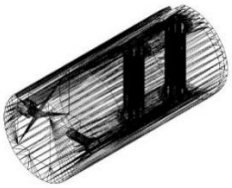
Slika 6.13: Upravljački modul – PX4.

U odnosu na prvu varijantu letjelice, napravljena su poboljšanja u vidu spajanja krakova pogonskih jednica sa središnjim sklopom letjelice te su izrađeni lakši i za montažu jednostavniji dijelovi centralnog sklopa. Odabrane su pogonske jedinice (rotori) MN1806 (tablica 4.1) zbog mogućnosti kombiniranja sa širokim rasponom promjera propelera (od 5" do 9"), a nadalje su razmotreni promjeri od 7" do 9". Odabrani motori omogućuju montiranje propelera u pusher i puller varijanti pa su moguće izvedbe konfiguracija s preklapanjem površina propelera. U tablici 6.4 prikazane su neke od mogućih konvencionalnih konfiguracija pogonskih modula.

Tablica 6.4: Geometrijski raspored konvencionalnih konfiguracija letjelice EMMR500.

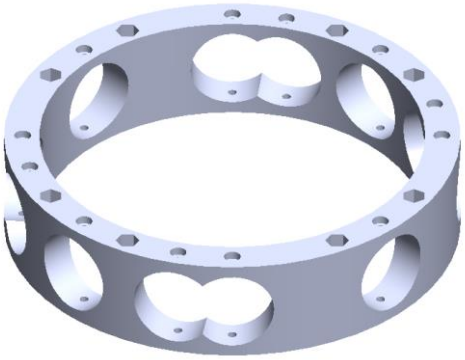
	$d = 7''$ (177.8 mm)	$d = 8''$ (203.2 mm)	$d = 9''$ (228.6 mm)
F+4			
FX6			
F+8			

Tablica 6.5: Modeli i dijelovi kraka rotora.

3D model	Priprema za izradu	Izrađeni dio
		
		
		

Pogonska jedinica EMMR500 letjelice sastoji se od MN1806 motora, 7024 propelera i Tiger Air 15A ESC-a, zbog čega je potrebno konstruirati i izraditi dijelove za montiranje komponenti i spajanje pogonske jedinice sa središnjim sklopom pogonskog modula. Motor pogonske jedinice montira se na izrezanu pločicu od ugljičnih vlakana čija geometrija ovisi o dimenzijama rotora. Pločica s motorom se preko adaptera spaja na cijev unutar koje je smješten ESC. U tablici 6.5 prikazani su 3D modeli, priprema modela za izradu i izrađeni dijelovi kraka rotora. Izvedba kraka EMMR500 letjelice prikazana je na slici 6.14.

Slika 6.14: Pogonska jedinica – MN1806 – 7024.

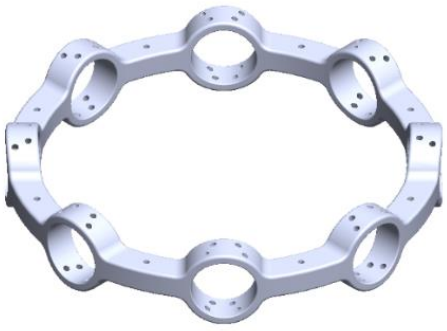


Slika 6.15: 3D model unutarnjeg prstena.

Slika 6.16: Unutarnji prsten s pričvrsnim elementima.

Krakovi rotora se preko unutarnjeg prstena (slike 6.15 i 6.16) povezuju sa središnjim sklopom pogonskog modula koji omogućuje distribuciju energije (snage) i distribuciju signala. Distribucija energije vrši se pomoću visokoenergetskog kruga koji povezuje baterije s pogonskim jedinicama preko senzora napajanja koji ujedno napaja i FC. Za distribuciju signala služi niskoenergetski krug koji povezuje periferne senzore, signalne lampice i drugu opremu koja nije povezana s upravljačkom jedinicom. Vanjski prsten, preko kuta nagiba kraka rotora γ_i, determinira alokaciju aerodinamičkih sila i momenata rotora na upravljački vektor potpuno upravljanih konfiguracija letjelice. Konstruirani su i izrađeni vanjski prstenovi za letjelice sa šest (slika 6.17) i osam (slika 6.18) rotora, za četiri kuta nagiba ($15°, 20°, 25°$ i $30°$).

Slika 6.17: 3D model vanjskog prstena - 6 rotora.

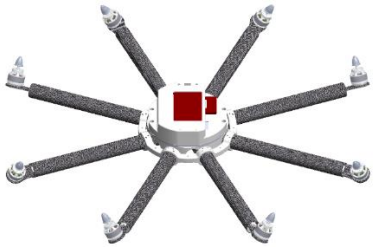


Slika 6.18.: 3D model vanjskog prstena - 8 rotora.

U usporedbi s prvom varijantom elsperimentalne letjelice, drugu varijantu letjelice karakteriziraju viši stupanj modularnosti sustava i dodatna poboljšanja pogonskog modula. Također, letjelica je pogodna za obavljanje širokog raspona zadataka s obzirom da omogućuje veliki raspon snage pogonskog podsustava, što je definirano konfiguracijom letjelice i komponentama pogonske jedinice. Slike 6.19 – 6.21 prikazuju varijante EMMR500 letjelice.

Slika 6.19: Izvedba F+8.

Slika 6.20: Izvedba NFX6

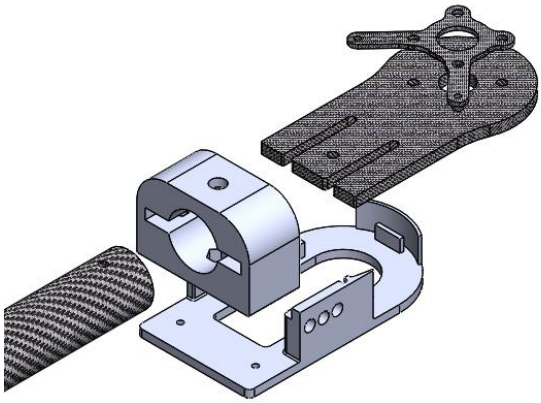


Slika 6.21: 3D model pogonskog modula NFX8.

6.1.3 Razvoj eksperimentalne letjelice s varijabilnim kutom nagiba rotora - VTMR1000

Potpuno upravljane konfiguracije višerotorske letjelice mogu se podijeliti na konfiguracije s pasivno nagnutim i aktivno nagnutim (varijabilni kut nagiba) rotorima (variable tilted multirotor – VTMR). Kod konfiguracija s aktivnim nagibom rotora koriste se dodatni aktuatori za zakretanje (krakova) rotora. Predložena je izvedba svesmjerne letjelice (Omnidirectional UAV) sa smanjenom potrošnjom energije i povećanim marginama sila pogonskog podsustava u odnosu na konfiguracije s pasivnim nagibom rotora. Svesmjerne višerotorske letjelice razmatraju se zbog mogućnosti izvođenja vrlo kompleksnih i složenih gibanja pa samim time predstavljaju potencijalnu platformu zračnog mobilnog robota. Broj dodatnih varijabli sustava određuje koncept upravljanja kutovima nagiba rotora.

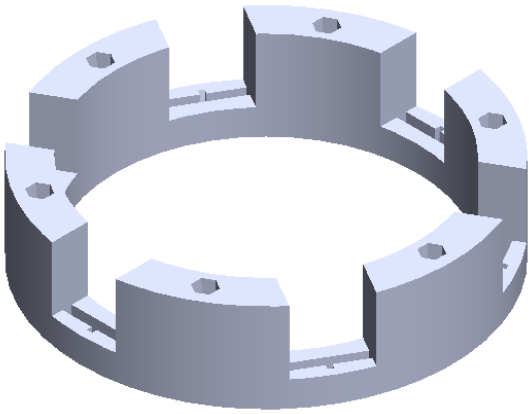
Temeljem istraživanja konfiguracija letjelica s manjim brojem rotora od broja nezavisno upravljanih stupnjeva slobode gibanja, poput podupravljanog tricoptera [113], potpuno upravljanog tricoptera [114] ili preupravljanog quadrotora [12], razmatraju se potencijalna rješenja aktivnog nagiba rotora. Postoji nekoliko tipova izvedbi sustava za varijabilni kut nagiba rotora poput letjelice predložene u radu [115] kod koje su aktuatori postavljeni u kraku rotora. U radu će se nadalje, zbog dostupnih resursa u vidu servo motora, koristiti centralni dio pogonskog modula za aktivno zakretanje krakova rotora. Za izvedbu s jednom dodatnom ulaznom varijablom sustava koja upravlja iznosom kuta nagiba moguća je izvedba s mehanizmom koji će zakretati N krakova rotora za isti kut. Izvedba s dva ili više dodatnih ulaza može direktno upravljati pozicijom letjelice u 3D prostoru pri čemu je potrebno implementirati inverz alokacijske matrice s dodatnim varijablama, kutovima nagiba rotora. S obzirom da modul aktivnog zakretanja krakova rotora nema zanemarivu masu, odabrane su pogonske jedinice veće snage, MN4014 (tablica 4.1) i veličina letjelice promjera $D = 1000\ \mathrm{mm}$. Sklop kraka rotora sastoji se od MN4014 motora, BW1760 propelera, Air 40 A ESC-a i od dijelova kraka (slika 6.24) te omogućuje i konfiguracije s preklapanjem kraka rotora (slika 6.25).



Slika 6.22: Dijelovi okvira kraka rotora.

Slika 6.23: Sklop pogonske jedinice.

Nadalje se razmatra modul s *N* dodatnih aktuatora (slika 6.24) pomoću kojeg je moguće upravljanje kutom nagiba za svaki krak rotora posebno. Kompaktna izvedba odabranih elektromotornih servo aktuatora jednostavna je za implementaciju u postojeći koncept modularne letjelice. Izvedeni modul za konfiguraciju sa šest rotora (slika 6.25) omogućuje provedbu testiranja za različite stupnjeve upravljanosti letjelicom (podupravljane, potpuno upravljane, preupravljane).



Slika 6.24: 3D model kućišta modula za aktivno upravljanje nagibom krakova rotora.

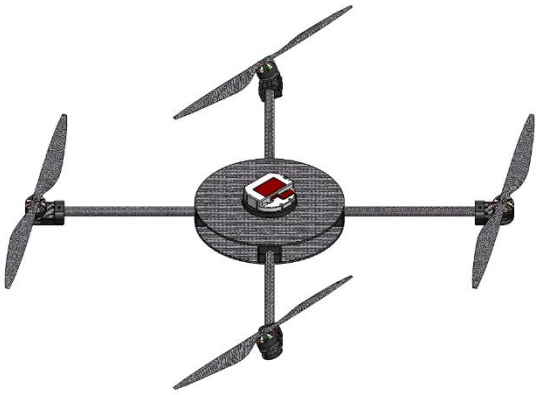
Slika 6.25: Modul za aktivno upravljanje nagibom krakova rotora.

Elektromotorni servo pogoni su aktuatori koji se sastoje od DC motora, reduktora, elektronike i rotacijskog potenciometra. Elektronika osigurava servomehanizam zatvorene petlje, odnosno sustav automatskog upravljanja s povratnom vezom. Takav tip aktuatora uobičajeno se koristi kod bespilotnih letjelica za upravljanje površinama krila ili za upravljanje mehanizmom naginjanja profila propelera kod elektromotornih helikoptera. Odabrani motori (tablica 6.6) su u ovom istraživanju, osim za aktivno naginjanje krakova rotora, razmotreni i za upravljanje opremom. Upravljaju se 50 Hz PWM signalom koji za razliku od PWM signala ESC-a ima drugačiji raspon duljine impulsa (od 500 μs, do 2500 μs).

Tablica 6.6: Karaktersitike elektromotornog servo pogona FR5311M.

Radni napon	4.8 V – 8.4 V	
Dimenzija	40.2 x 20.0 x 38 mm	
Masa	58 g	
Brzina zakreta (6 V)	0.13sec/60°	
Brzina zakreta (7.4 V)	0.11sec/60°	
Zakretni moment (6 V)	12.5 kg-cm	
Zakretni moment (7.4 V)	13.8 kg-cm	

Centralni dio pogonskog podsustava sastoji se od modula za aktivno zakretanje rotora te dijelova s ležajevima krakova. Modul za aktivno zakretanje spaja se s upravljačkim podsustavom letjelice preko sučelja koje čini Atmel upravljačka jedinica. Slike 6.26 i 6.27 prikazuju varijante modela sklopa VTMR 1000 letjelice.



Slika 6.26: 3D model letjelice – VTX4.

Slika 6.27: 3D model letjelice - VTX6.

6.2 Programsko okruženje upravljačkog podsustava

Programsko okruženje upravljačkog podsustava vezano je uz upravljačku jedinicu (FC). Odabrane komponente hardvera upravljačkog podsustava i njihove karakteristike navedene su u potpoglavlju 2.5, dok je u nastavku predstavljeno i detaljnije opisano programsko okruženje i procedure potrebne za ostvarivanje željene funkcionalnosti komponenti. Korišten je MATLAB Simulink s pripadnim modulom Pixhawk Target Blocks kod kojeg Simulink blokovi predstavljaju sučelje s hardverom te omogućuju generiranje koda za Pixhawk FC. To uvelike pojednostavljuje faze testiranja potpuno upravljanih konfiguracija letjelica, s obzirom da je MATLAB programski paket korišten u fazi modeliranja i simuliranja.

6.2.1 Upravljačka jedinica

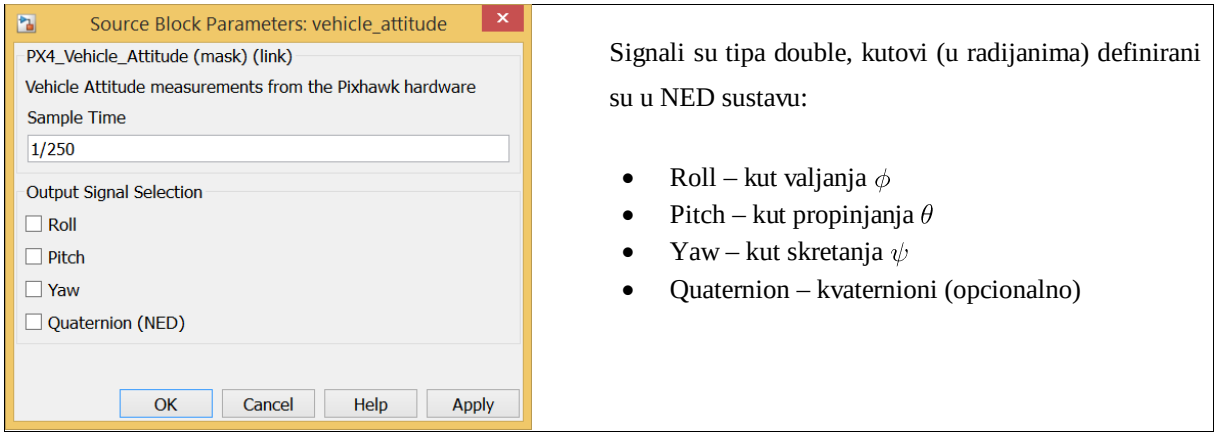
Upravljačka jedinica Pixhawk FC predstavlja hardversko rješenje visokih performansi i brojnih mogućnosti s integriranim senzorima te je opisana u potpoglavlju 2.5.1. Za potrebe testiranja konvencionalnih letjelica korišten je Pixhawk 2, dok je za potrebe testiranja performansi potpuno upravljanih konfiguracija korišten Pixhawk 1. Osnovne značajke i parametri Pixhawk autopilota prikazani su u tablici 2.9. U nastavku su prikazani i ukratko objašnjeni korišteni Simulink blokovi koji su vezani isključivo za FC.

Pixhawk FC ima ugrađeno RGB LED svjetlo te opciju spajanja pripadajućeg mini zvučnika, a navedeno prvenstveno služi kao povratna informacija o stanju FC-a. Blok **RGB_LED** upravlja različitim načinom osvjetljenja LED svjetla preko dva ulaza. Prvi ulaz je način (engl. *mode*) osvjetljenja koji definira režim rada svjetla (ugašeno, upaljeno, treptanje, i ostali), a drugi ulaz određuje boju koju svjetlo emitira. Blok **Speaker_Tune** omogućava upravljanje različitim zvučnim signalima, a podešava se pomoću 3 ulazna signala (Tune ID, Tune Str i Trigger).

Sastavni dio Pixhawk FC-a je inercijska mjerna jedinica koja pruža informacije o orijentaciji letjelice. Blok **vehicle_attitude** (slika 6.28) daje pristup tekućem (radnom) servisu koji izračunava orijentaciju letjelice, pri čemu je bitno istaknuti da uORB[7] tema „vehicle_attitude measurements“ mora biti pokrenuta, kako bi blok pružio valjane vrijednosti signala. Dostupna su dva estimatora orijentacije:

- prošireni Kalman filter (engl. *Extended Kalman Filter - EKF*) - attitude_estimator_ekf
- SO(3) estimator (engl. *Special Orthogonal Group of order 3 - SO(3)*) - attitude_estimator_so3

Jedan od njih mora biti pokrenut na Pixhawk FC-u kako bi ovaj blok davao važeće vrijednosti.



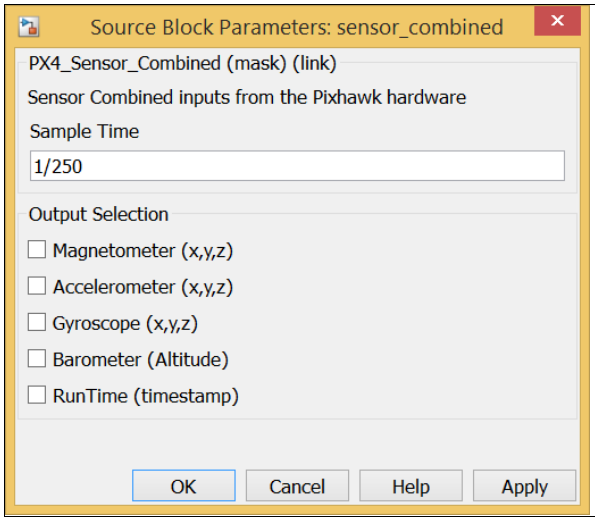
Slika 6.28: Simulink blok vehicle_attitude.

[7] uORB (engl. *micro Object Request Broker*) je aplikacija za asinkronu komunikaciju između senzora i modula po sistemu publiciranje/pretplata (engl. *publish/subscribe*).

Slika 6.29: Prvo testiranje upravljačkog podsustava.

Pomoću blokova **RGB_LED** i **vehicle_attitude** na vrlo jednostavan način moguće je testirati kompatibilnost FC-a s MATLAB Simulink modulom. Potrebno je izraditi Simulink model, generirati kod („build model“) te zatim učitati kod na FC („upload code to Px4FMU“). Kod testnog modela cilj je mijenjati boju i režim rada LED svjetla u ovisnosti o orijentaciji FC-a. Na slici 6.29 vidljivo je da je prvo testiranje upravljačkog podsustava uspješno provedeno.

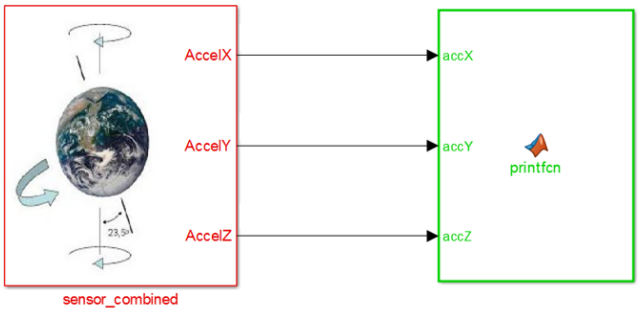
Osim bloka **vehicle_attitude** koji pruža vrijednosti signala estimiranih kuteva, postoji i blok **sensor_combined** (slika 6.30) koji omogućuje pristup raznim senzorima dostupnim u sklopu FC-a. Blok **sensor_combined** mora biti pokrenut na Pixhawk FC-u kako bi mogao davati vrijednosti signala.



Signali su tipa double, definirani su u NED sustavu:

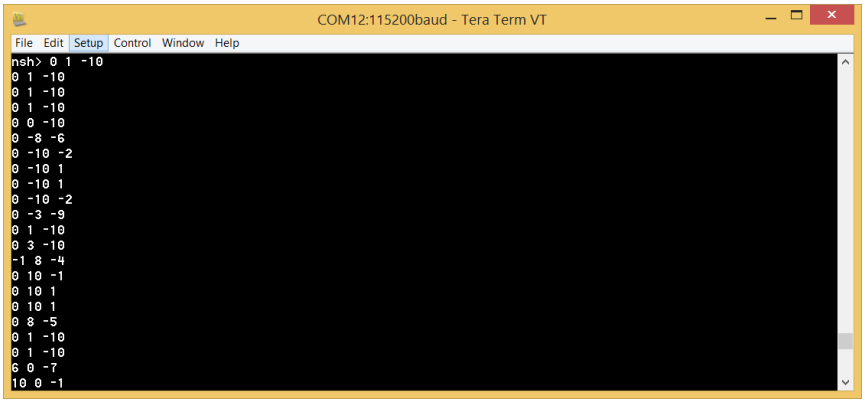
- Magnetometer (x,y,z) – magnetska indukcija (Gs)
- Accelerometer (x,y,z) – ubrzanje (m/s^2)
- Gyroscope (p,q,r) – kutne brzine (rad/s)
- Barometer (Altitude) – visina letjelice izražena tlakom (milibar)
- RunTime (timestamp) – vremenska oznaka od pokretanja (µs)

Slika 6.30: Simulink blok sensor_combined.



Slika 6.31: Simulink model za ispisivanje vrijednosti senzora.

Sadržaj signala iz ulaznih blokova moguće je ispisati na terminal PX4 Nuttx konzole pomoću serijske veze. U bloku **printfcn** korisnik konstruira ispisnu poruku te se ona pomoću MATLAB Coder funkcije „*coder.ceval()*“ ispisuje na sučelju. Na slici 6.31 prikazan je model pomoću kojeg će se u terminalu ispisivati vrijednosti akcelerometra. Nakon izrade modela i učitavanja na FC, potrebno je otvoriti serijsku vezu. Preduvjet je podešavanje ulaza (engl. *port*) te podešavanje brzine veze (engl. *baud rate*). Kada je preduvjet ispunjen, u konzoli se pokreće aplikacija naredbom: „*px4_simulink_app start*“. Za prikaz podataka korišten je TeraTerm terminal, otvorenog koda pod BSD licencom, a na slici 6.32 prikazano je ispisivanje vrijednosti akcelerometra (cijeli brojevi[8]), čime je uspješno obavljeno drugo testiranje upravljačkog podsustava.

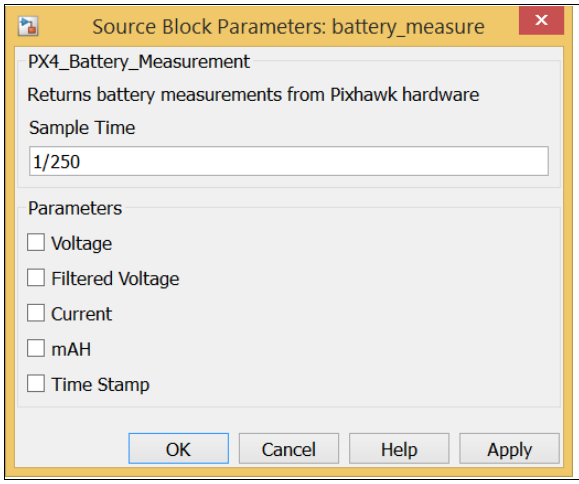


Slika 6.32: Drugo testiranje upravljačkog podsustava.

Prethodno opisani blokovi nužni su za funkcioniranje sustava i pomoću njih su obavljena prva testiranja upravljačkog sustava. Na raspolaganju su i ostali blokovi modula. Blok **Read ADC Channels** omogućuje pristup na tri slobodna kanala analogno-digitalne pretvorbe (ADC) koja se nalaze na Pixhawk FC-u. Korisnik ima mogućnost izbora kanala, od kojih su dva kanala na 3.3V, a jedan je na 6.6V. Izlaz iz ovog bloka je tipa int32. Blok **Binary Logger** sprema

[8] Napomena: postoji greška u Nuttx koja uzrokuje nepravilno prikazivanje decimalnih (eng. *float*) brojeva pa je preporučljivo ispisivati cijele brojeve (engl. *integer*).

vektor podataka (tipa double) u datoteku na SD kartici. Za uspješno zapisivanje podataka u memoriju, prvi ulaz en (enable) mora okinuti (engl. *trigger*) visoku logičku razinu (engl. *high*), a zatim nisku (engl. *low*) tijekom izvođenja programa na FC-u. Ako ulaz en ne padne na nisku razinu prije nego što se generirani kod izvrši, datoteka će se i dalje smatrati „otvorenom“. Za pravilno spremanje podataka potrebno je na SD kartici osigurati direktorij na putanji „/fs/microsd/“. Blok **uORB Write** omogućava zapisivanje proizvoljnih podataka u uORB temu (engl. *topic*) pod uvjetom da tema postoji i da su elementi strukture točno definirani. Blok **uORB Read / Function-Call Trigger** omogućava čitanje proizvoljnih podataka iz uORB teme pod uvjetom da tema postoji i da su elementi strukture točno definirani. Blok **Battery_measure** (slika 6.33) omogućava praćenje stanja baterije pod uvjetom da je baterija spojena preko PX4 modula napajanja. Informacije o stanju baterije nalaze se u uORB temi "baterry_status".



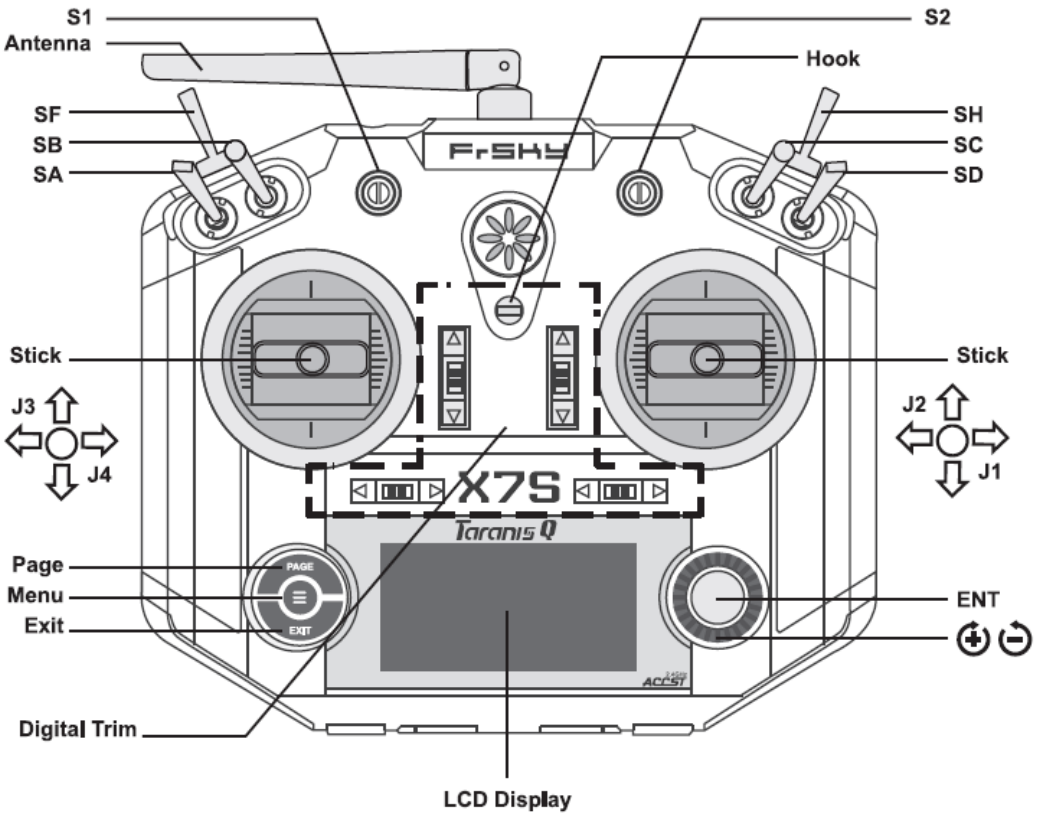
Signali su tipa double:

- Voltage – napon baterije (V)
- Filtered Voltage – filtrirani napon baterije (V)
- Current – struja baterije (A)
- mAH – ispražnjena količina
- Timestamp – vremenska oznaka od mjerenja (int32)

Slika 6.33: Simulink blok battery_measure.

6.2.2 Daljinsko upravljanje sustavom – RC

Za potrebe daljinskog upravljanja eksperimentalnim letjelicama korišteni su FrSky digitalni telemetrijski radio sustavi navedeni u potpoglavlju 2.5.2. Korišteni radio moduli odašiljača i prijamnika rade na frekvenciji 2.4 GHz, uz iznimku testiranja dužeg dometa, gdje su korišteni moduli koji rade na 900 MHz (tablica 2.12). Odašiljač (RC-Tx) je u osnovi računalo koje radi u petlji u kojoj nekoliko puta u sekundi očitava stanje palica (engl. *stick*), sklopki i potenciometara, prikazanih na slici 6.34, obrađuje njihova stanja te šalje informacije prijamniku (RC-Rx). Sklopke mogu imati višestruku zadaću, a to ovisi o načinu na koji su programirane. Između ostalog, sklopkama se može uključiti/isključiti pogonski podsustav (engl. *Arm/Disarm*), odabrati mod leta, podešavati parametre regulatora, upravljati opremom, itd.



Slika 6.34: Shematski prikaz RC odašiljača Taranis X7S[9].

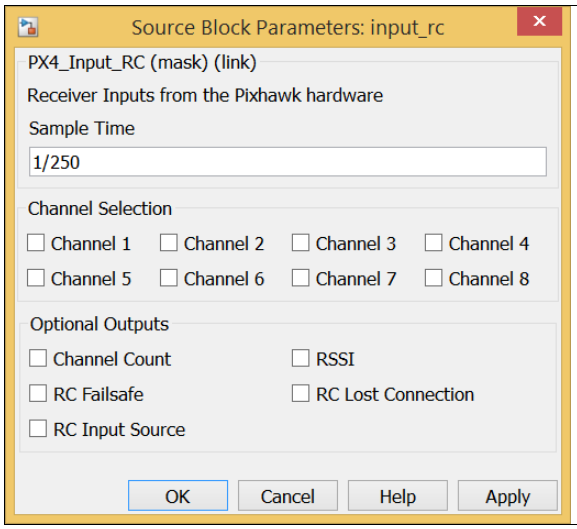
Simulink blok **input_rc** (slika 6.35) omogućuje pristup signalima koji dolaze iz RC-Tx na RC-Rx. Korišteni FrSky RC-Rx moduli (tablica 2.12) koriste D16 protokol za komunikaciju s RC-Tx-om te SBUS i Smart Port protokole za komunikaciju s FC-om čime je omogućeno slanje upravljačkih signala s RC-Tx na FC i slanje stanja senzora letjelice s FC na RC-Tx. U tablici 6.7 povezan je broj kanala s palicama, sklopkama i potenciometrima RC-Tx-a, pri čemu C1 označava kombinaciju sklopki SC i SD.

Tablica 6.7: Kanali RC odašiljača.

RC Tx	J1	J2	J3	J4	SA	C1	S2	SB
kanal	1	2	3	4	5	6	7	8

Izlazi kanala (od 1 do 8) su vrijednosti duljine impulsa standardnog 50 Hz PWM signala. Opcija sigurnosnog mehanizma („RC Failsafe“) pokazuje *true* ako je RC-Tx u kvaru ili je izvan dometa, dok je u normalnom radu *false*. Vrijednost „RC Input Source“ ovisi o tipu protokola te je za nepoznati vrijednost 0, za PX4FMU_PPM 1, za PX4IO_PPM 2, za PX4IO_SPEKTRUM 3 i za PX4IO_SBUS je vrijednost 4. Kada nema ulaznog signala, „RSSI“ je jednak 0, kada je puni prijem jednak je 255, a kada je nedefiniran manji je od 0.

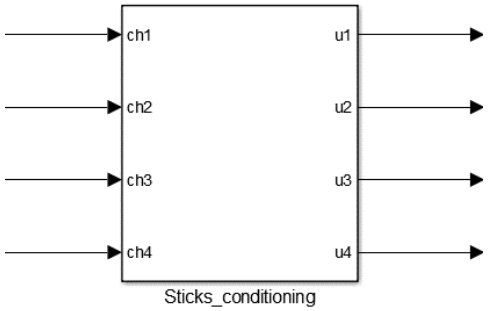
[9] FrSky 2.4GHz Taranis Q X7/X7S ACCESS Manual



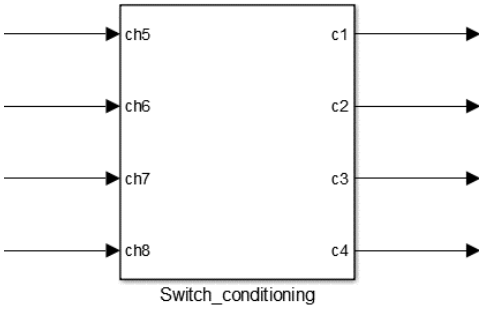
- Channel 1-8 – kanali od 1 do 8 (tip double)
- Channel Count – broj kanala (tip uint32)
- RC Failsafe – signal sigurnosnog mehanizma (tip boolean)
- RC Input Source – tip protokola (brojčani tip podatka)
- RSSI – indeks jačine ulaznog signala (engl. *Receive signal strength index*)
- RC Lost Connection – status veze (tip boolean)

Slika 6.35: Simulink blok input_rc.

U modelu su definirana dva Simulink bloka (slike 6.36 i 6.37), čija je zadaća mapiranje signala koji dolaze s RC-Tx na FC preko RC-Rx-a. Ulaz prvog bloka su kanali s upravljačkih palica, a izlaz su upravljačke varijable koje su za potrebe upravljanja sustavom višerotorske letjelice „normalizirane“. Ulaz drugog bloka su kanali s upravljačkih sklopki, a izlazi su mapirani i/ili kondicionirani ulazni signali bloka.

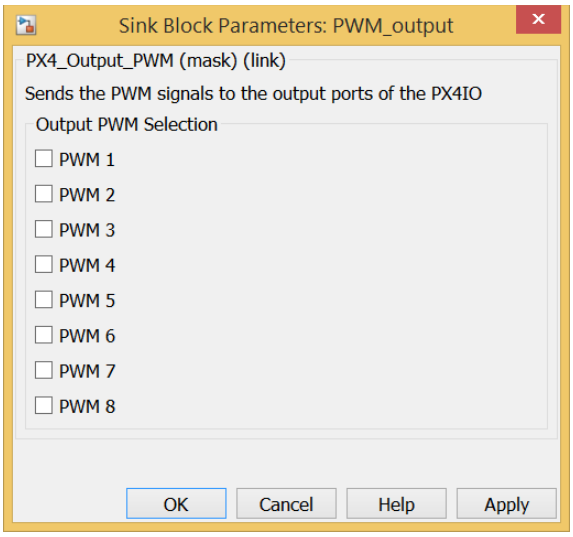


Slika 6.36: Blok za prilagodbu signala palica.



Slika 6.37: Blok za prilagodbu signala sklopki.

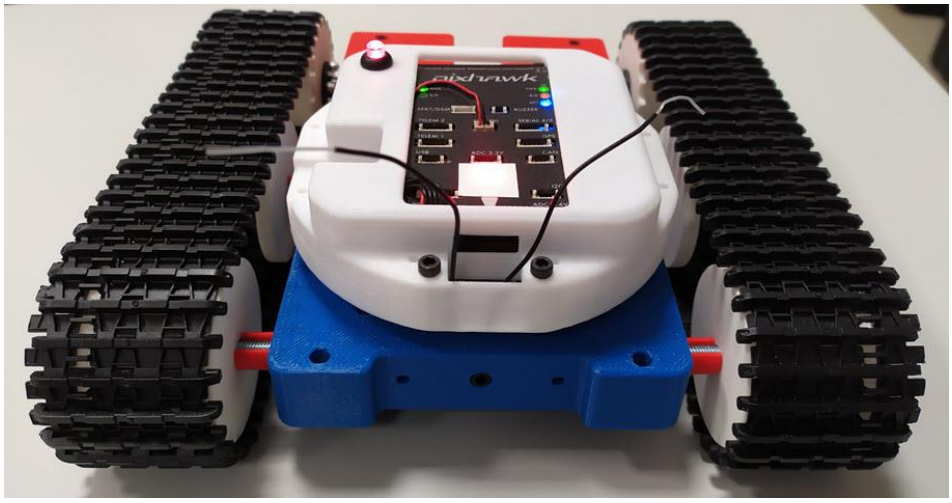
Izlazni blok u Simulinku **PWM_output** (slika 6.38) ima osam opcionalnih PWM izlaza koji odgovaraju hardverskim izlazima Pixhawk FC-a (slika 6.39) i ujedno predstavljaju ulazne signale pogonskog podsustava. Kako bi se uključio pogonski podsustav, odnosno omogućilo slanje PWM signala iz Pixhawk hardverskih priključaka, Arm/Disarm izlaz mora biti na visokoj logičkoj razini (boolean TRUE). Postizanje visoke logičke razine Arm/Disarm izlaza moguće je ostvariti sklopkama ili kombinacijom pomaka palica RC-Tx-a. U eksperimentima je pogonski sustav uključen/isključen (Arm/Disarm) pomoću sklopke SA koja odgovara kanalu 5 (slika 6.34, tablica 6.7). Bitno je napomenuti da je na početku potrebno uključiti i sustav na sigurnosnoj sklopki (engl. *Safety Switch*) FC-a.



Slika 6.38: Simulink blok PWM_output.

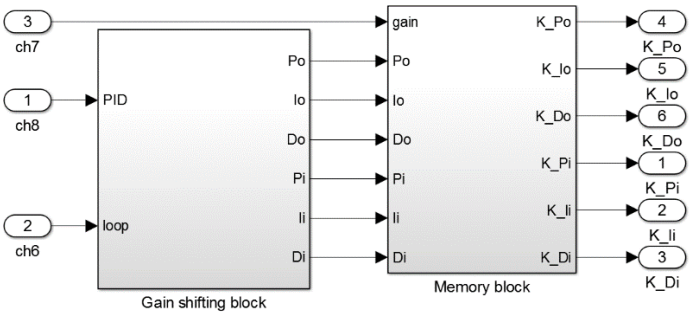
Slika 6.39: Izlazni portovi Pixhawk FC-a.

Daljinsko upravljanje sustavom testirano je na mobilnom robotu s diferencijalnom konfiguracijom elektromotornih servo pogona (slika 6.40). Korištene su palice za dvije upravljačke varijable (translacijska i rotacijska brzina) te sklopke za promjenu načina upravljanja robotom.



Slika 6.40: Robot za testiranje daljinskog upravljanja.

Kod upravljanja eksperimentalnim letjelicama kanali 6, 7, 8 (tablica 6.7) korišteni su za podešavanje parametara regulatora (engl. *gain tuning*), u konkretnom slučaju parametara PID regulatora vanjske i unutarnje petlje upravljanja. To je poželjan dodatak s obzirom na planiranu fazu provedbe eksperimentalnih testiranja letjelica. Simulink model za podešavanje parametara regulatora sastoji se od dva glavna bloka (slika 6.41), bloka za odabir parametra (gain shifting block) i bloka za podešavanje vrijednosti parametra (memory block).



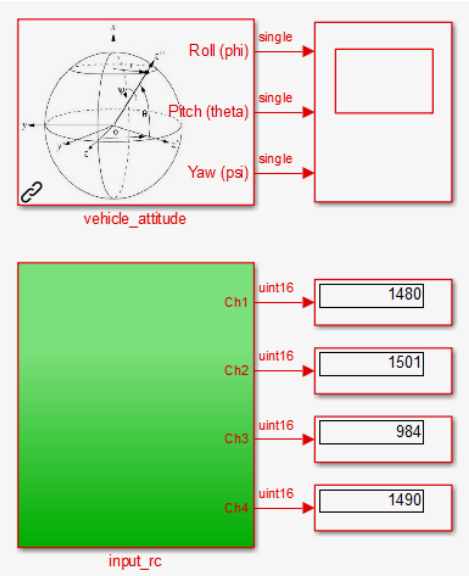
Slika 6.41: Simulink modul za podešavanje parametara regulatora.

Budući da se SA sklopka koristi za uključivanje i isključivanje pogonskog podsustava, blok za odabir parametra koristi kombinaciju sklopki SC i SD na kanalu 6 i sklopku SB na kanalu 8 te se pomoću njih odabire parametar regulatora za koji se mijenja pojačanje. Vrijednost pojačanja parametra regulatora određena je blokom za podešavanje vrijednosti parametara, gdje je ulaz kanal 7 na kojem se nalazi potenciometar S2. Izlazi bloka za podešavanje vrijednosti parametra su upravo pojačanja regulatora.

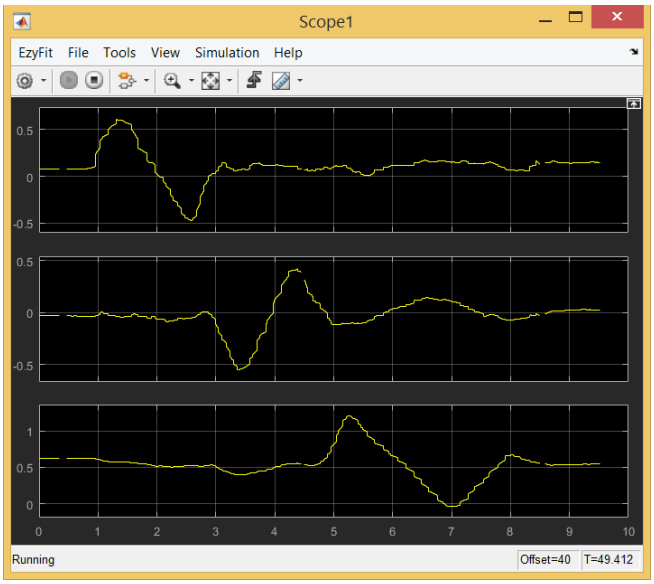
6.2.3 PX4 vanjski način rada

Korištenjem modula telemetrije (SiK radio) uspostavlja se vanjski način rada (engl. *external mode*) u kojem je moguće mijenjati postavke i ispitati izvršenje generiranog koda pomoću standardnog radnog okruženja (baznog računala). Radi na principu uspostavljanja komunikacijskog kanala između računala i ugrađenog (engl. *embedded*) upravljačkog podsustava. Na taj način Simulink model postaje korisničko sučelje koje tijekom izvršenja programa komunicira s generiranim kodom. U ovom načinu rada moguće je pratiti vrijednosti signala generiranog koda u realnom vremenu i spremati te vrijednosti na računalo kao MAT datoteke. Zbog ograničenih resursa na Px4FMU modulu FC-a, preporučeno je korištenje vanjskog načina rada u početnim fazama testiranja prije probnih letova.

Prije samog testiranja vanjskog načina rada potrebno je podesiti parametre Simulink modela te podesiti potrebne ulaze za spajanje s računalom i brzinu veze. Sljedeći korak je učitavanje izrađenog modela na Px4FMU modul FC-a te pokretanje modela u konzoli naredbom „*px4_simulink_app start*“. Model time zapravo ne počinje s izvršavanjem sve dok ne primi početni (startni) paket iz vanjskog načina rada. Potrebno je osigurati da je Simulink model u vanjskom načinu rada (provjeriti padajući izbornik), a nakon toga pritisnuti tipku sučelja „Connect To Target“ za povezivanje s upravljačkim podsustavom. Taj korak omogućuje uspostavljanje komunikacijske veze te je nakon nekoliko sekundi moguće pritiskom na tipku „play“ pokrenuti izvršavanje koda. Primjer Simulink modela za testiranje vanjskog načina rada prikazan je na slici 6.42, a pripadajući odziv senzora nalazi se na slici 6.43.



Slika 6.42: Simulink model za testiranje vanjskog načina rada.

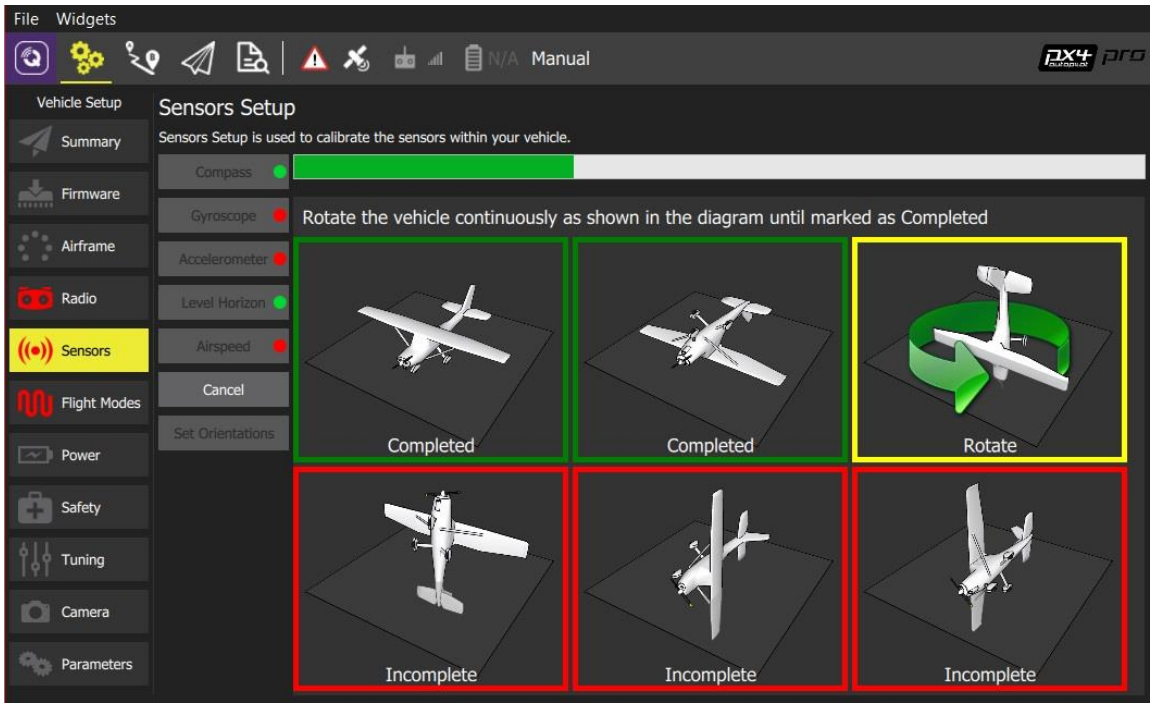


Slika 6.43: Odziv senzora za vrijeme testiranja vanjskog načina rada.

Vrlo važna značajka vanjskog načina rada je podešavanje parametara što predstavlja jedan od načina prilagođavanja generiranog Simulink koda u realnom vremenu. Da bi se to omogućilo, razmatrani parametri moraju biti postavljeni na podesive (engl. *tunable*), čime postaju globalne varijable. Prvi korak je odabir podesivih parametara u izborniku za konfiguriranje parametara (configuration parameters). Potrebno je imati na umu da se parametri koji zahtijevaju podešavanje moraju definirati u radnom prostoru (engl. *workspace*) MATLAB-a. Za promjenu vrijednost parametra, prvo je potrebno promijeniti vrijednost u radnom prostoru dok je Simulink model pokrenut, a zatim ažurirati model pritiskom na tipku za preuzimanje (engl. *download*) uz prethodno odabranu opciju "Batch download". Ako postoji više parametara koji se podešavaju (mijenjaju), klikom na tipku za preuzimanje ažurirat će se svi parametri odjednom.

6.3 Testiranje eksperimentalnih letjelica

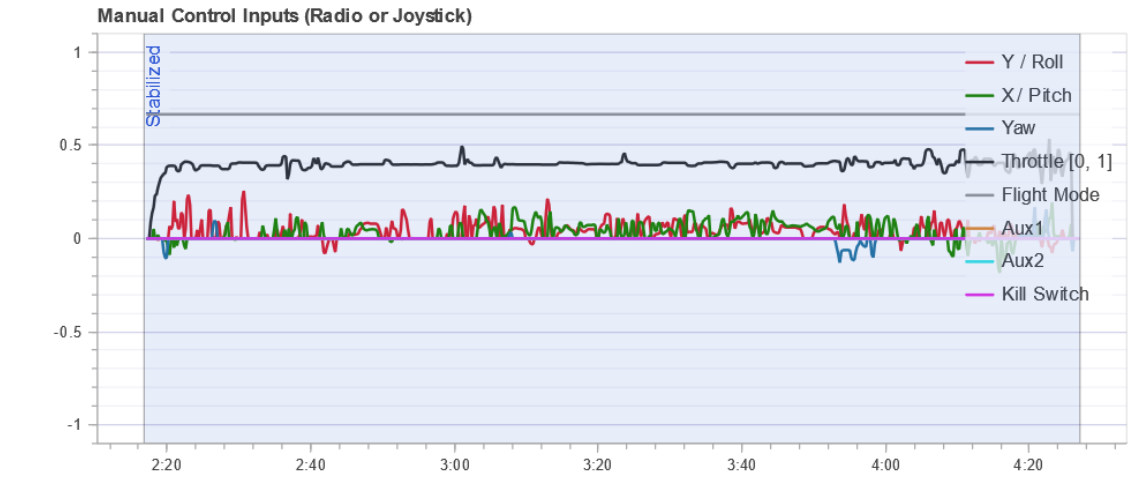
Konvencionalne konfiguracije eksperimentalnih letjelica testirane su s tvorničkim postavkama PX4 upravljačkog podsustava. Upravljačka jedinica Pixawk 2 povezuje se s računalom preko softvera QGroundControl. Prije obavljanja samog leta potrebno je konfigurirati komponente sustava, što uključuje odabir konfiguracije letjelice (referentnog okvira – engl. *Airframe reference*), kalibriranje senzora i RC upravljanja, podešavanje načina leta (engl. *flight mode*) i ostalog. Konfiguriranje parametara obavlja se na računalu pomoću QGroundControl softvera pri čemu FC treba biti USB kabelom povezan s računalom. Konfiguriranje je podijeljeno na korake, a na slici 6.44 prikazana je kalibracija senzora.



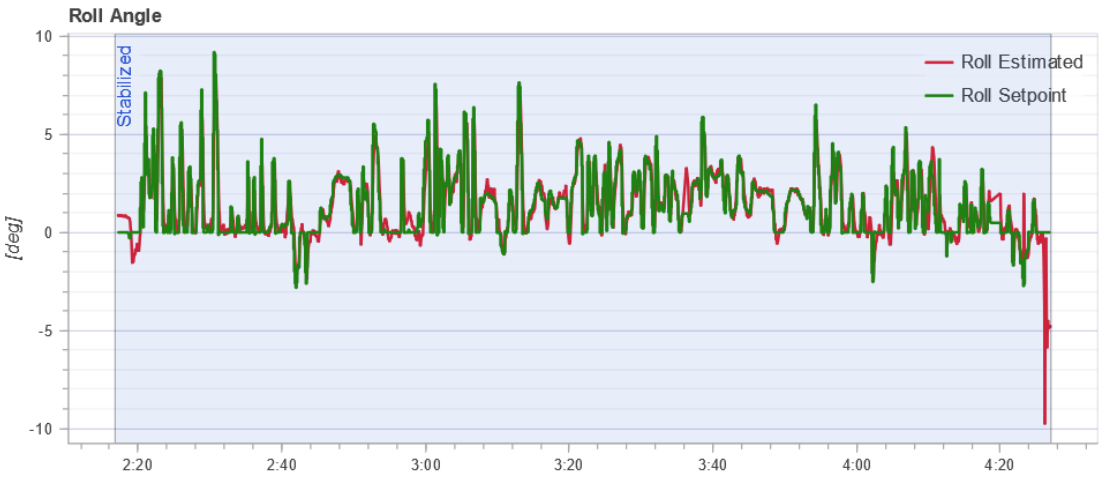
Slika 6.44: QGroundControl – kalibracija senzora.

Preporučljivo je prije kalibracije RC-Tx-a njegove palice i prekidače postaviti u centralni položaj, a nakon toga se postavljaju načini leta. Nakon završenog osnovnog podešavanje i kalibracije senzora, preporučljivo je prije prvog probnog leta dodatno testirati motore (pojedinačno ili grupno) te provesti grupnu kalibraciju svih ESC-ova. Letjelica je nakon tih radnji spremna za probni let.

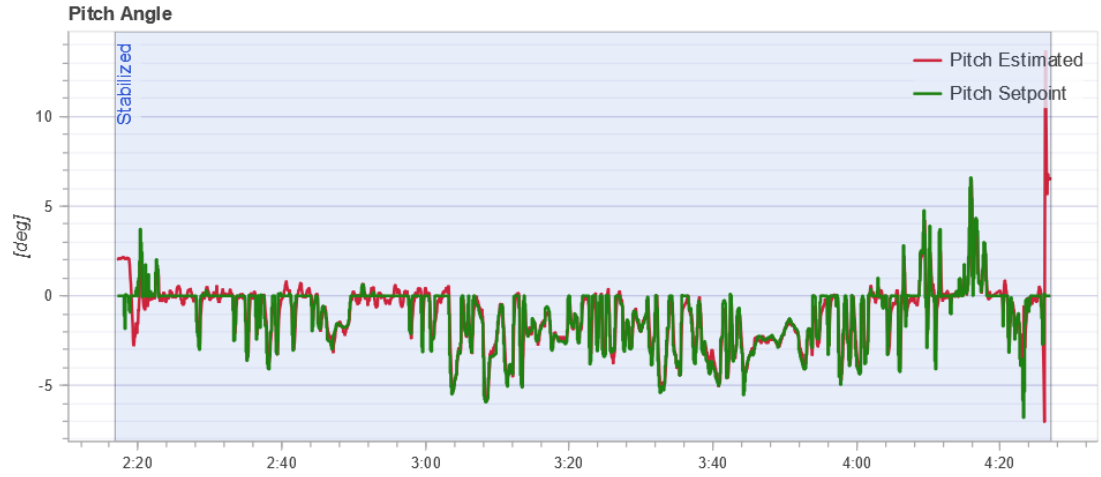
Tijekom obavljanja probnih letova, upravljački podsustav sprema podatke leta (logove). Temeljem analize spremljenih podataka leta omogućeno je efikasnije projektiranje upravljanja u kasnijim fazama testiranja višerotorskih letjelica. Na slikama 6.45 – 6.49 prikazani su spremljeni podaci leta s jednog od testnih letova za konvencionalni quadrotor (FX4).



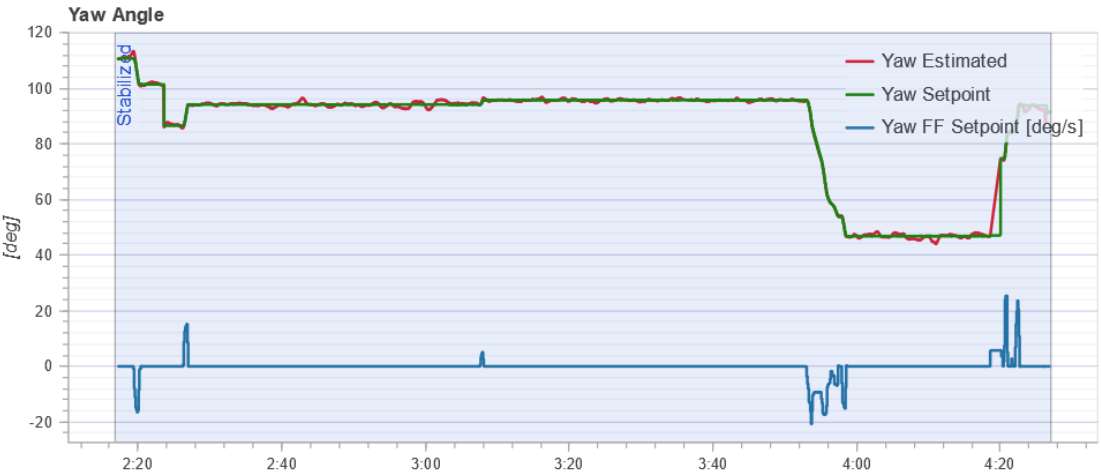
Slika 6.45: Upravljačke naredbe (RC upravljanje).



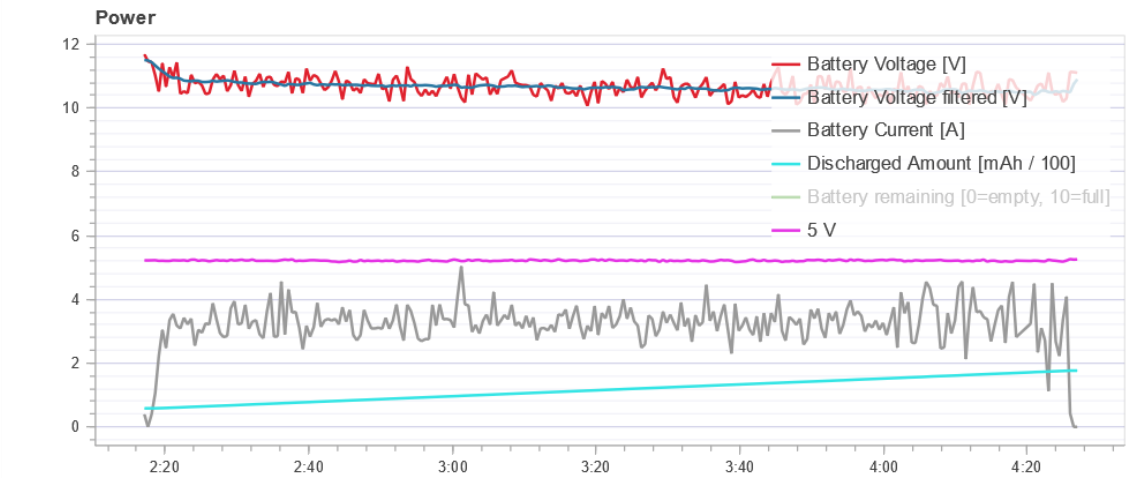
Slika 6.46: Odziv sustava – kut valjanja (roll).



Slika 6.47: Odziv sustava – kut propinjanja (pitch).



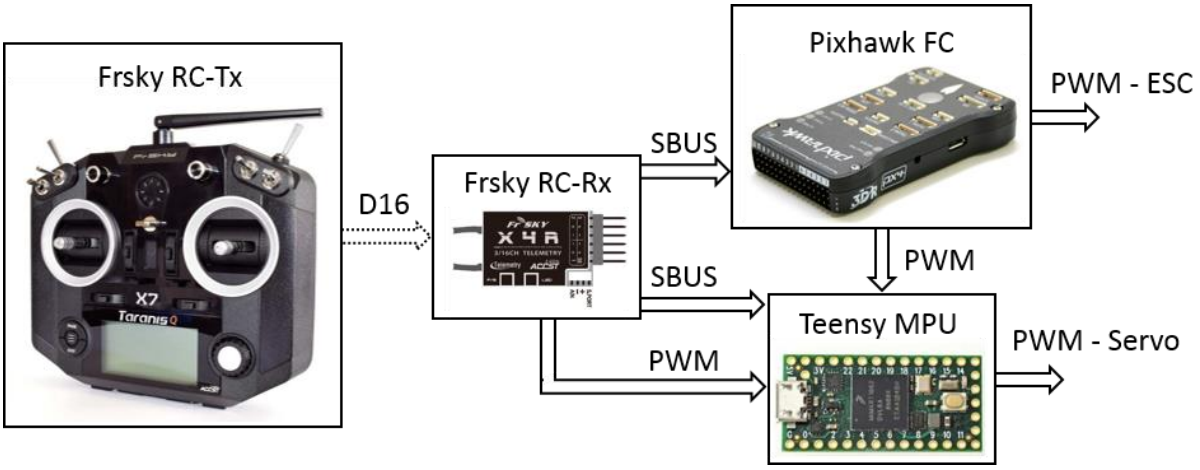
Slika 6.48: Odziv sustava – kut skretanja (yaw).



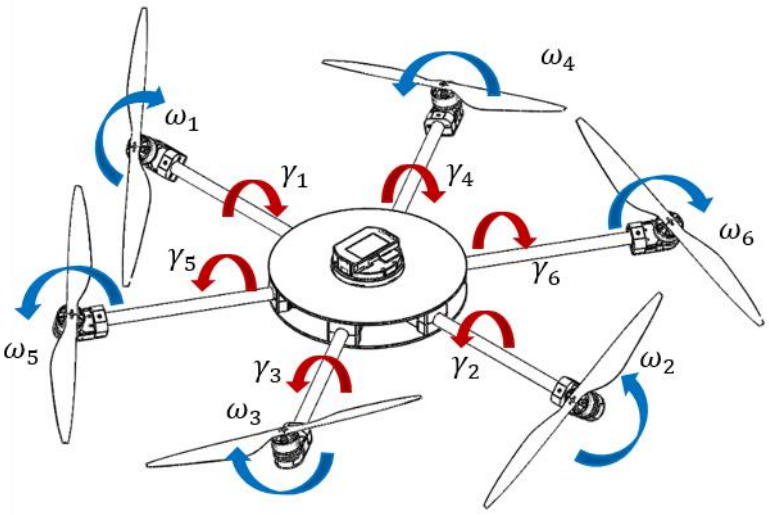
Slika 6.49: Električne veličine za vrijeme testnog leta.

6.3.1 Testiranje koncepta svesmjerne letjelice VTMR1000

Upravljački podsustav, opisan u potpoglavlju 6.2, se za slučaj upravljanja svesmjernom višerotorskom letjelicom s aktivno nagnutim rotorima proširuje s dodatnom upravljačkom jedinicom. S obzirom da Pixhawk FC ima ograničen broj harverskih izlaza (8), aktuatori za zakretanje (krakova) rotora upravljaju se Teensy razvojnom upravljačkom jedinicom s ARM Cortex-M7 procesorom koja je opisana u potpoglavlju 2.5.5. Na slici 6.50 shematski su prikazane ključne komponente upravljačkog podsustava koji je korišten za testiranje koncepta aktivnog upravljanja nagibom kraka rotora. Odabrani sustav upravljanja omogućuje nekoliko načina upravljanja letjelicom ovisno o izvedbi same letjelice, prvenstveno stupnju upravljanosti sustava. Za testiranje su razmotrene svesmjerne letjelice s četiri – VTX4 (slika 6.26) i šest – VTX6 (slika 6.27) rotora s aktivno upravljanim nagibom rotora.

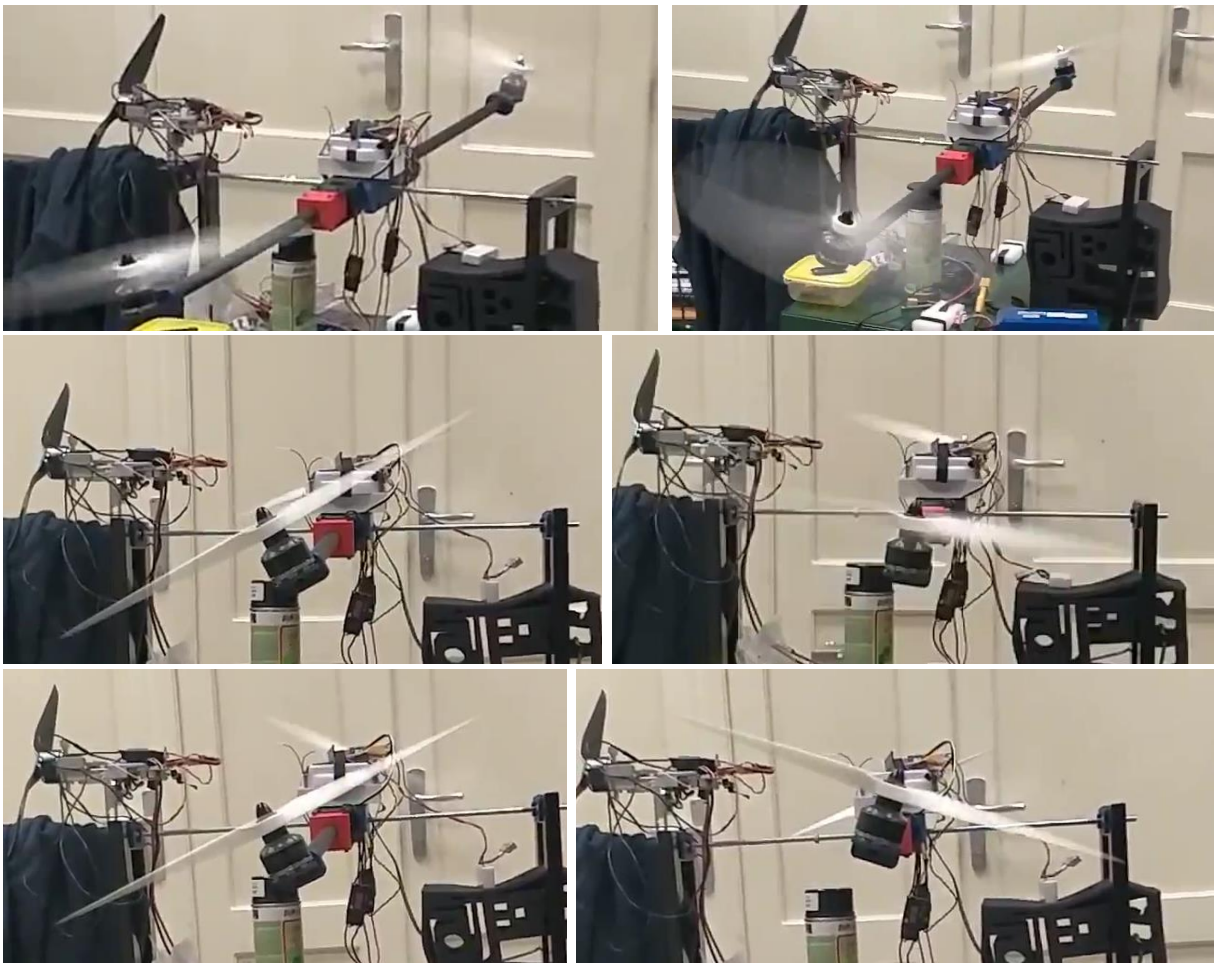


Slika 6.50: Shematski prikaz upravljačkog sustava za testiranje svesmjerne VTMR1000 letjelice.



Slika 6.51: Pogonski podsustav VTX1000 letjelice.

Na slici 6.51 shematski je prikazana konfiguracija letjelice s aktivnim zakretanjem kraka rotora. Provedena je prva faza testiranja letjelice u kojoj su na postav s jednim stupnjem slobode gibanja (kut valjanja) montirani krakovi prvog (R_1) i drugog rotora (R_2).



Slika 6.52: Testiranje koncepta aktivnog zakretanja kraka rotora.

7 Zaključak

U ovom doktorskom radu razmotren je višerotorski tip bespilotnih letjelica kao svesmjernih letećih robota (engl. *Omnidirectional Aerial Robots*) za potencijalne primjene u misijama koje zahtijevaju kompleksna i precizna gibanja u prisutnosti vanjskih poremećaja. Prednosti višerotorskih letjelica, uz mogućnost izvođenja vertikalnog gibanja, su veće manevarske sposobnosti u odnosu na ostale tipove rotokoptera. Nedostatak je zasigurno velika potrošnja električne energije pa je od iznimne važnosti pravilno odabrati komponente i parametre sustava. S obzirom na karakteristike višerotorskih letjelica, podjela sustava na upravljački, pogonski, energetski i podsustav opreme i tereta omogućava efikasnije projektiranje i modularnost realne letjelice.

Matematički model višerotorske letjelice podijeljen je na način da omogućuje parametriziranost sustava, pri čemu je cilj opisati ponašanje letjelice sa zadovoljavajućom točnošću. Letjelica je opisana kao kruto tijelo koje se giba u 3D prostoru. Dinamički model letjelice temelji se na jednadžbama gibanja koje su izvedene Newton-Eulerovom metodom. Podijeljen je na translacijsku dinamiku, gdje su ulazne varijable upravljačke sile, te na rotacijsku dinamiku gdje su ulazne varijable upravljački momenti. Nadalje je predstavljen opis proizvoljne konfiguracije višerotorske letjelice preko upravljačke alokacijske sheme gdje su ulazne varijable kutne brzine rotora. Upravljačka alokacijska shema omogućava efikasnije projektiranje sustava, sintezu algoritma upravljanja te planiranje leta. Izvedena shema opisuje preslikavanje aerodinamičkih sila i momenata pogonskog podsustava proizvoljne konfiguracije višerotorske letjelice na upravljačke sile i momente. Konfiguracija je definirana parametrima geometrijskog rasporeda rotora te parametrima rotora (pogonskih jedinica). Rang upravljačke alokacijske matrice određuje broj upravljanih stupnjeva slobode gibanja sustava. U radu se razmatraju potpuno upravljane konfiguracije višerotorskih letjelica. Implementiranje upravljačke alokacijske sheme u računalni paket omogućava simuliranje ponašanja sustava višerotorskih letjelica. Nadalje, inverz (pseudoinverz) upravljačke alokacijske matrice omogućava implementiranje upravljanja na realni sustav letjelice. Upravljačka alokacijska shema verificirana je za četiri konfiguracije višerotorske letjelice, dvije konvencionalne i dvije nekonvencionalne. Shema je napisana kao funkcija i realizirana u programskom paketu MATLAB čime je omogućena simulacija ponašanja proizvoljnih konfiguracija višerotorske letjelice.

U radu je, zatim, prikazan metodološki pristup projektiranju višerotorskog tipa bespilotne letjelice koji se sastoji od četiri faze. S obzirom da performanse sustava ovise o odabranim komponentama pogonskog podsustava, u prvoj fazi su provedena eksperimentalna mjerenja tipičnih elektromotornih pogonskih jedinica. Odabrane su pogonske jedinice snaga od 80 do 800 W. Obrađeni rezultati mjerenja omogućuju prikaz statičkih mapa pogonskih jedinica u punom rasponu upravljačkog signala. Nadalje, u drugoj fazi se statičke mape mogu prikazati kao karakteristike pogonskih jedinica. U prvom dijelu druge faze projektiranja razmatrane su karakteristike aerodinamičkih sila i momenata, a u drugom dijelu električne veličine, odnosno potrošnja električne energije. Na temelju provedene karakterizacije pogonskih jedinica prikazane su preostale faze projektiranja sustava. U trećoj fazi prikazana je analiza utjecaja parametara pogonskog i energetskog podsustava na performanse i potrošnju električne energije. Na temelju grafički prikazanih rezultata analize moguće je odabrati komponente sustava s obzirom na zahtjeve misije za koju se letjelica projektira. Kod toga je posebno analiziran kut nagiba rotora koji je ključni parametar razmotrenih potpuno upravljanih konfiguracija letjelica. Prikazane su margine sila pogonskih podsustava za konfiguracije sa šest i osam rotora za različite kutove nagiba rotora. U posljednjoj fazi projektiranja razmotreno je optimiranje parametara geometrijskog rasporeda rotora. Prikazani su rezultati optimiranja kuta nagiba rotora potpuno upravljanih konfiguracija s pasivnim nagibom kraka rotora prema kriteriju minimalne potrošnje energije, odnosno maksimalnog vremena leta. Na temelju četiri provedene faze projektiranja realnog sustava letjelice, predložena je metodologija za određivanje optimalnih parametara geometrijskog rasporeda pogonskog podsustava potpuno upravljanih konfiguracija višerotorskih letjelica.

Projektiranje sustava upravljanja višerotorskog tipa letjelice ovisi o stupnju nezavisno upravljanih stupnjeva slobode gibanja letjelice. U radu je, nadalje, prikazana sinteza robusnih regulatora za potpuno upravljane konfiguracije višerotorskih letjelica. Razmotreno je nekoliko različitih pristupa projektiranja robusnih regulatora koji kompenziraju nemodeliranu dinamiku i vanjske poremećaje. Napravljena je usporedba sinteze robusnih regulatora na konvencionalnim podupravljanim konfiguracijama i potpuno upravljanim konfiguracijama višerotorskih letjelica. Temeljem usporedbe robusnih algoritama upravljanja, nadalje je razmotreno aktivno upravljanje s kompenzacijom poremećaja (ADRC). Predloženo je robusno upravljanje koje se temelji na algebarskom estimatoru poremećaja (AlgDRC). Algoritam je simulacijski ispitan i uspoređen s konvencionalnim GLADRC algoritmom upravljanja za slučaj nelinearnog mehaničkog sustava s jednim stupnjem slobode gibanja. Rezultati simulacija

prikazuju da točnost AlgDRC algoritma progresivno raste s povećanjem reda observera, za razliku od GLADRC algoritma upravljanja, gdje je točnost ograničena s obzirom da nakon određene vrijednosti reda sustav postaje nestabilan. U slučaju kada postoje početni uvjeti različiti od nule, pojava oscilatornih visokoamplitudnih tranzijenata postaje izražena na početku upravljačke akcije. Ova pojava bitno dulje traje kod GLADRC-a nego kod AlgDRC-a, što rezultira znatnom degradacijom performansi. Također je pokazano da u slučaju kompenzacije vanjskog poremećaja s većom frekvencijom i amplitudom, za razliku od GLADRC-a, AlgDRC je u stanju kompenzirati nagle poremećaje. Predloženi algoritam upravljanja primjenjen je na sintezu regulatora za potpuno upravljane konfiguracije višerotorske letjelice te je simulacijski ispitan. Rezultati simulacija prikazuju da novi pristup robusnom upravljanju višerotorskim bespilotnim letjelicama, primjenom algebarskog kompenzatora poremećaja, omogućava kompenzaciju vanjskih poremećaja i nemodelirane dinamike te je tolerantan na kvar rotora.

U posljednjem dijelu rada prikazane su izvedbe modularnih višerotorskih letjelica. Modularnost eksperimentalnih letjelica omogućuje testiranje performansi konfiguracija s različitim parametrima, uključujući i potpuno upravljane pogonske podsustave višerotorskih letjelica. Proveden je razvoj konstrukcije okvira za tri letjelice pri čemu su odabrane konfiguracije analizirane u potpoglavlju 4.3. Nadalje je prikazan prototip svesmjerne letjelice (Omnidirectional UAV) s varijabilnim kutom nagiba rotora pri čemu je ostvarena smanjena potrošnja električne energije te su povećane margine sila pogonskog podsustava u odnosu na konfiguracije s pasivnim nagibom rotora. To značajno poboljšava performanse letjelice, što u konačnici, omogućava izvođenje vrlo složenih misija. Zatim je prikazano i testirano programsko okruženje pomoću kojeg će se implementirati kod na upravljački podsustav letjelice. Prvo je provedeno testiranje PX4 Autopilota, zatim RC upravljanja te na kraju telemetrije. U svrhu testiranja eksperimentalnih letjelica razvijeni su eksperimentalni postavi na kojima su testirane performanse letjelica.

U daljnjem radu planira se izvedba i testiranje svesmjernih letjelica, s varijabilnim kutom nagiba rotora i jačine pogonskog podsustava do 10 kW, za namjene poput prenašanja tereta u okolnostima kada postoje vanjski poremećaji poput udara bure. U tu svrhu bit će potrebno projektirati i realizirati upravljanje preupravljanog sustava, što zahtijeva implementaciju inverza upravljačke alokacijske sheme s varijabilnim kutom nagiba rotora i prilagodbu robusnog algoritma upravljanja zbog implementacije na realni sustav. Također, zbog povećanja dimenzija letjelica, očekuju se i značajni utjecaji efekata veličine na parametre letjelica te potreba određivanja istih.

Literatura

[1] V. Kumar and N. Michael. Opportunities and challenges with autonomus micro aerial vehicles. *The International Journal of Robotics Research*, 31(11):1279-1291, 2012.

[2] Y. Li and C. Liu. Applications of multirotor drone technologies in construction management. *International Journal of Construction Management*, 19(5):401-412, 2018.

[3] R. Jannoura, K. Brinkmann, D. Uteau, C. Bruns and R. G. Joergensen. Monitoring of crop biomass using true colour aerial photographs taken from a remote controlled hexacopter. *Biosystems Engineering*, 129:341-351, 2015.

[4] A. Briod, P. Kornatowski, J. C. Zufferey and D. Floreano. A Collision-resilient Flying Robot. *Journal of Field Robotics*, 31(4):496–509, 2014.

[5] B. Yang, Y. He, J. Han and G. Liu. Rotor-Flying Manipulator: Modeling, Analysis, and Control. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014.

[6] T. Ikeda, S. Yasui, M. Fujihara, K. Ohara, S. Ashizawa, A. Ichikawa, A. Okino, T. Oomichi and T. Fukuda. Wall contact by Octo-rotor UAV with one DoF manipulator for bridge inspection. In *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 5122-5127, Vancouver, Canada, 2017.

[7] T. Haus, M. Orsag and S. Bogdan. Design considerations for a large quadrotor with moving mass control. In *IEEE International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pages 1327-1334, Arlington, USA, 2016.

[8] R. Czyba, G. Szafranski, M. Janik, K. Pampuch and M. Hecel. Development of Co-Axial Y6-Rotor UAV − Design, Mathematical Modeling, Rapid Prototyping and Experimental Validation. In *2015 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pages 1102-1111, Denver, USA, 2015.

[9] S. Driessens and P. Pounds. The Triangular Quadrotor: A More Efficient Quadrotor Configuration. *IEEE Transactions on Robotics*, 31(6):1517-1526, 2015.

[10] G. Jiang and R. Voyles. A Nonparallel Hexrotor UAV with Faster Response to Disturbances for Precision Position Keeping. In *2014 IEEE International Symposium on Safety, Security, and Rescue Robotics (SSRR)*, pages 1-5, Hokkaido, Japan, 2014.

[11] M. Ryll, G. Muscio, F. Pierri, E. Cataldi, G. Antonelli, F. Caccavale and A. Franchi. 6D Physical Interaction with a Fully Actuated Aerial Robot. In *2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 5190-5195, Singapore, 2017.

[12] M. Ryll, H. H. Bulthoff and P. R. Giordano. A Novel Overactuated Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle: Modeling, Control, and Experimental Validation. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 23(2):540-556, 2014.

[13] S. D. Prior and J. C. Bell. Empirical Measurements of Small Unmanned Aerial Vehicle Co-Axial Rotor Systems. *Journal of Science and Innovation*, 1(1):1-18, 2011.

[14] Y. Mulgaonkar, M. Whitzer, B. Morgan, C. M. Kroninger, A. M. Harrington and V. Kumar. Power and Weight Considerations in Small, Agile, Quadrotors. In *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, 9083:1-16, 2014.

[15] H. Otsuka and K. Nagatani. Thrust Loss Saving Design of Overlapping Rotor Arrangement on Small Multirotor Unmanned Aerial Vehicles. *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 3242-3248, Stockholm, Sweden, 2016.

[16] B. Wang, Z. Hou, Z. Liu, Q. Chen and X. Zhu. Preliminary Design of a Small Unmanned Battery Powered Tailsitter. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2016.

[17] M. Gatti, F. Giulietti and M. Turci. Maximum endurance for battery-powered rotary-wing aircraft. *Aerospace Science and Technology*, 45:174-179, 2015.

[18] O. Magnussen, M. Ottestad and G. Hovland. Multicopter Design Optimization and Validation. *Modeling, Identification and Control*, 36(2):67-79, 2015.

[19] S. Bouabdallah, A. Noth and R. Siegwart. PID vs LQ Control Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor. In *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 2451-2456, Sendai, Japan, 2004.

[20] J. Kasać, S. Stevanović, T. Žilić and J. Stepanić. Robust Output Tracking Control of a Quadrotor in the Presence of External Disturbances. *Transactions of FAMENA*, 37(4):29-42, 2013.

[21] J. Kasać, T. Žilić, V. Milić, A. Jokić and M. Lobrović. Robust Decentralized Global Asymptotic Tracking Control of a Class of Nonlinear Mechanical Systems. In *2016 American Control Conference (ACC)*, pages 4731-4736, Boston, USA, 2016.

[22] L. Wang and J. Su. Robust Disturbance Rejection Control for Attitude Tracking of an Aircraft. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 23(6):2361-2368, 2015.

[23] Z. Gao. Active Disturbance Rejection Control: A Paradigm Shift in Feedback Control System Design. In *2006 American Control Conference (ACC)*, Minneapolis, USA, 2006.

[24] Y. Huang, W. Xue. Active disturbance rejection control: Methodology and theoretical analysis. *ISA Transactions*, 53(4):963-976, 2014.

[25] W.-H. Chen, J. Yang, L. Guo and S. Li. Disturbance-Observer-Based Control and Related Methods—An Overview. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(2):1083-1095, 2016.

[26] F. Wang, E.-H. Liu, R.-J. Wang, W.-M. Zhang and Y.-L. Yang. An approach to improve active disturbance rejection control. *International Journal of Control*, 2018.

[27] Y. Zhang, Z. Chen, X. Zhang, Q. Sun and M. Sun. A novel control scheme for quadrotor UAV based upon active disturbance rejection control. *Aerospace Science and Technology*, 79:601-609, 2018.

[28] H. Yang, L. Cheng, Y. Xia and Y. Yuan. Active Disturbance Rejection Attitude Control for a Dual Closed-Loop Quadrotor Under Gust Wind. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 26(4):1400-1405, 2018.

[29] J. Kasać, D. Majetić and D. Brezak. An algebraic approach to on-line signal denoising and derivatives estimation. *Journal of the Franklin Institute*, 355(15):7799–7825, 2018.

[30] J. Kasać, D. Kotarski and P. Piljek. Frequency-shifting-based algebraic approach to stable on-line parameter identification and state estimation of multirotor UAV. *Asian Journal of Control*, 21(4):1619-1629, 2019.

[31] D. Kotarski and J. Kasać. Generalized Control Allocation Scheme for Multirotor Type of UAVs. *Drones – Applications*. George Dekoulis, IntechOpen, 2018.

[32] D. Kotarski, M. Krznar, P. Piljek and N. Šimunić. Experimental Identification and Characterization of Multirotor UAV Propulsion. *Journal of Physics Conference Series*. 870, 2017.

[33] D. Kotarski, P. Piljek, H. Brezak and J. Kasać. Design of a fully actuated passively tilted multirotor UAV with decoupling control system. In *2017 8th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering (ICMAE)*, pages 385-390, Prague, Czech Republic, 2017.

[34] D. Kotarski, P. Piljek, H. Brezak and J. Kasać. Chattering free tracking control of a fully actuated multirotor with passively tilted rotors. *Transactions of FAMENA*, 42(1):1-14, 2018.

[35] C. Griffis, T. Wilson, J. Schneider and P. Pierpont. Unmanned Aircraft System Propulsion Systems Technology Survey, 2019.

[36] D. Schafroth, S. Bouabdallah, C. Bermes and R. Siegwart. From the Test Benches to the First Prototype of the muFly Micro Helicopter. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 54:245-260, 2009.

[37] Kalantari and M. Spenko. Modeling and Performance Assessment of the HyTAQ, a Hybrid Terrestrial/Aerial Quadrotor. *IEEE Transactions on Robotics*, 30(5),1278-1286, 2014.

[38] X. Zhang, B. Xian, B. Zhao and Y. Zhang. Autonomous Flight Control of a Nano Quadrotor Helicopter in a GPS-Denied Environment Using On-Board Vision. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(10):6392-6403, 2015.

[39] W. Weisler, W. Stewart, M. B. Anderson, K. J. Peters, A. Gopalarathnam, and M. Bryant. Testing and Characterization of a Fixed Wing Cross-Domain Unmanned Vehicle Operating in Aerial and Underwater Environments. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 43(4):969-982, 2018.

[40] A. Dorobantu, A. Murch, B. Mettler and G. Balas. System Identification for Small, Low-Cost, Fixed-Wing Unmanned Aircraft. *Journal of Aircraft*, 50(4):1117-1130, 2013.

[41] A. S. Saeed, A. B. Younes, C. Cai and G. Cai. A survey of hybrid Unmanned Aerial Vehicles. *Progress in Aerospace Sciences*, 98:91-105, 2018.

[42] Y. Ke, K. Wang and B. M. Chen. Design and Implementation of a Hybrid UAV With Model-Based Flight Capabilities. *IEEE Transactions on Mechatronics*, 23(3):1114-1125, 2018.

[43] R. Bapst, R. Ritz, L. Meier and M. Pollefeys. Design and implementation of an unmanned tail-sitter. In *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 1885-1890, Hamburg, Germany, 2015.

[44] B. Yuksek, A. Vuruskan, U. Ozdemir and G. Inalhan. Transition Flight Modeling of a Fixed-Wing VTOL UAV. *Journal of Intelligent Robotic Systems*, 84:83–105, 2016.

[45] A. Ramezani, X. Shi, S. Chung and S. Hutchinson. Bat Bot (B2), a biologically inspired flying machine. In *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 3219-3226, Stockholm, Sweden, 2016.

[46] M. H. Rosen, G. le Pivain, R. Sahai, N. T. Jafferis and R. J. Wood. Development of a 3.2g untethered flapping-wing platform for flight energetics and control experiments. In *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 3227-3233, Stockholm, Sweden, 2016.

[47] K. Y. Ma, P. Chirarattananon and R. J. Wood. Design and fabrication of an insect-scale flying robot for control autonomy. In *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 1558-1564, Hamburg, Germany, 2015.

[48] L. Canetta, G. Mattei and A. Guanziroli. Exploring commercial UAV market evolution from customer requirements elicitation to collaborative supply network management. In *2017 International Conference on Engineering, Technology and Innovation (ICE/ITMC)*, pages 1016-1022, Funchal, Portugal, 2017.

[49] M. Brazinskas, S. D. Prior and J. P. Scanlan. An Empirical Study of Overlapping Rotor Interference for a Small Unmanned Aircraft Propulsion System. *Aerospace*, 3(4), 32, 2016.

[50] A. Bondyra, S. Gardecki, P. Gąsior and W. Giernacki. Performance of Coaxial Propulsion in Design of Multi-rotor UAVs. *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 440. Springer, 2016.

[51] D. Kotarski, M. Piljek, M. Tevčić and V. Vyroubal. Mathematical Modelling and Dynamics Analysis of Flat Multirotor Configurations. *WSEAS transactions on systems*, 16:47-52, 2017.

[52] M. Cutler, N.-K. Ure, B. Michini and J. How. Comparison of Fixed and Variable Pitch Actuators for Agile Quadrotors. In *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Portland, USA, 2011.

[53] I. Janpan, R. Chaisricharoen and P. Boonyanant. Control of the Brushless DC Motor in Combine Mode. *Procedia Engineering*, 32:279-285, 2012.

[54] M. Fu, R. Rothfeld and C. Antoniou. Exploring Preferences for Transportation Modes in an Urban Air Mobility Environment: Munich Case Study. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2673(10):427–442, 2019.

[55] J. C. Gamazo-Real, E. Vazquez-Sanchez and J. Gomez-Gil. Position and speed control of brushless DC motors using sensorless techniques and application trends. *Sensors*, 10(7):6901-6947, 2010.

[56] M. Krznar, D. Kotarski, D. Pavković, P. Piljek. Propeller speed estimation for unmanned aerial vehicles using Kalman filtering. *International Journal of Automation and Control*,14:284-303, 2020.

[57] D. Pavković, M. Krznar, A. Komljenović, M. Hrgetić and D. Zorc. Dual EKF-based state and parameter estimator for a LiFePO4 battery cell. *Journal of Power Electronics*, 17(2):398-410, 2017.

[58] L. Meier, P. Tanskanen, F. Fraundorfer and M. Pollefeys. PIXHAWK: A system for autonomous flight using onboard computer vision. In *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2992-2997, Shanghai, China, 2011.

[59] „Flight Controls." [Online]. Poveznica: https://www.faa.gov/regulations_policies/handbooks_manuals/aviation/phak/media/08_phak_ch6.pdf [Pristupano: 09.2019.]

[60] F. Aghili and A. Salerno. Driftless 3-D Attitude Determination and Positioning of Mobile Robots By Integration of IMU With Two RTK GPSs. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 18(1):21-31, 2013.

[61] G. Cai, B. M. Chen and T. H. Lee. Unmanned Rotorcraft Systems. *Advances in Industrial Control*, Springer-Verlag London Limited, 2011.

[62] B. Xian, C. Diao, B. Zhao and Y. Zhang. Nonlinear robust output feedback tracking control of a quadrotor UAV using quaternion representation. *Nonlinear Dynamics*, 79:2735–2752, 2015.

[63] T. I. Fossen. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*. John Wiley & Sons, New York, 1994.

[64] M. D. Ardema. *Newton-Euler Dynamics*. Springer, New York, 2005.

[65] H. R. Harrison and T. Nettleton. *Advanced Engineering Dynamics*. Arnold, London, 1997.

[66] G. J. Leishman. *Principles of Helicopter Aerodynamics*. Cambridge University Press, 2006.

[67] T. Bresciano. *Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter*. M.Sc. Thesis, Department of Automatic Control, Lund University, 2008.

[68] S. Rezazadeh, A. M. Shahri and M. Farrokhi. Dynamical modeling and experimental validation of a novel V8 octorotor flying robot. In *4th International Conference on Control, Instrumentation, and Automation (ICCIA)*, pages 366-371, Qazvin, Iran, 2016.

[69] J. Verbeke, D. Hulens, H. Ramon, T. Goedemé and J. De Schutter. The design and construction of a high endurance hexacopter suited for narrow corridors. In *2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pages 543-551, Orlando, USA, 2014.

[70] „Airframe refrence." [Online]. Poveznica: https://docs.px4.io/v1.9.0/en/airframes/airframe_reference.html [Pristupano: 09.2019.]

[71] C. Peng, Y. Bai, X. Gong, Q. Gao, C. Zhao and Y. Tian. Modeling and robust backstepping sliding mode control with Adaptive RBFNN for a novel coaxial eight-rotor UAV. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2(1):56-64, 2015.

[72] D. Brescianini and R. D'Andrea. Design, modeling and control of an omni-directional aerial vehicle. In *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 3261-3266, Stockholm, Sweden, 2016.

[73] G. Michieletto, M. Ryll and A. Franchi. Fundamental Actuation Properties of Multirotors: Force–Moment Decoupling and Fail–Safe Robustness. *IEEE Transactions on Robotics*, 34(3):702-715, 2018.

[74] M. Ramp and E. Papadopoulos. On modeling and control of a holonomic vectoring tricopter. In *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 662-668, Hamburg, Germany, 2015.

[75] M. Ryll, H. H. Bülthoff and P. R. Giordano. First flight tests for a quadrotor UAV with tilting propellers. In *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 295-302, Karlsruhe, Germany, 2013.

[76] Z. Benić, P. Piljek and D. Kotarski. Mathematical modelling of unmanned aerial vehicles with four rotors. *Interdisciplinary Description of Complex Systems*, 14(1):88-100, 2016.

[77] S. Driessens and P. E. I. Pounds. Towards a more efficient quadrotor configuration. In *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 1386-1392, Tokyo, Japan, 2013.

[78] C. Chéron, A. Dennis, V. Semerjyan and Y. Chen. A multifunctional HIL testbed for multirotor VTOL UAV actuator. In *Proceedings of 2010 IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications*, pages 44-88, Qingdao, China, 2010.

[79] A. Chovancová, T. Fico, Ľ. Chovanec and P. Hubinsk. Mathematical Modelling and Parameter Identification of Quadrotor (a survey). *Procedia Engineering*, 96:172-181, 2014.

[80] „Series 1580 Dynamometer Datasheet“ [Online]. Poveznica: https://cdn-docs.rcbenchmark.com/wp-content/uploads/2016/01/2016-02-04-RCbenchmark-1580-datasheet.pdf [Pristupano: 10.2019.]

[81] „PowerLog 6S Manual“ [Online]. Poveznica: https://www.progressiverc.com/media/PowerLog%206S%20Manual.pdf [Pristupano: 10.2019.]

[82] G. Szafranski, R. Czyba and M. Błachuta. Modeling and identification of electric propulsion system for multirotor unmanned aerial vehicle design. In *2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pages 470-476, Orlando, USA, 2014.

[83] D. Sartori and W. Yu. Experimental Characterization of a Propulsion System for Multi-rotor UAVs. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 96:529–540, 2019.

[84] B. Theys, G. Dimitriadis, P. Hendrick and J. De Schutter. Influence of propeller configuration on propulsion system efficiency of multi-rotor Unmanned Aerial Vehicles. In *2016 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pages 195-201, Arlington, USA, 2016.

[85] A. Abdilla, A. Richards and S. Burrow. Power and endurance modelling of battery-powered rotorcraft. In *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 675-680, Hamburg, Germany, 2015.

[86] H. Mehmood, T. Nakamura and E. N. Johnson. A maneuverability analysis of a novel hexarotor UAV concept. In *2016 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pages 437-446, Arlington, USA, 2016.

[87] A. Franchi, R. Carli, D. Bicego and M. Ryll. Full-Pose Tracking Control for Aerial Robotic Systems With Laterally Bounded Input Force. *IEEE Transactions on Robotics*, 34(2):534-541, 2018.

[88] G. Jiang, R. Voyles, K. Sebesta and H. Greiner. Estimation and optimization of fully-actuated multirotor platform with nonparallel actuation mechanism. In *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 6843-6848, Vancouver, Canada, 2017.

[89] S. Rajappa, M. Ryll, H. H. Bülthoff and A. Franchi. Modeling, control and design optimization for a fully-actuated hexarotor aerial vehicle with tilted propellers. In *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 4006-4013, Seattle, USA, 2015.

[90] B. Erginer and E. Altug. Modeling and PD Control of a Quadrotor VTOL Vehicle. In *2007 IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 894-899, Istanbul, Turkey, 2007.

[91] H. Bolandi, M. Rezaei, R. Mohsenipour, H. Nemati and S. M. Smailzadeh. Attitude Control of a Quadrotor with Optimized PID Controller. *Intelligent Control and Automation*, 4:335-342, 2013.

[92] R. Guardeño, M. J. López and V. M. Sánchez. MIMO PID Controller Tuning Method for Quadrotor Based on LQR/LQG Theory. *Robotics*, 8(2), 36, 2019.

[93] H. Voos. Nonlinear control of a quadrotor micro-UAV using feedback-linearization. In *2009 IEEE International Conference on Mechatronics*, pages 1-6, Malaga, Spain, 2009.

[94] M. Orsag, C. M. Korpela, S. Bogdan and P. Y. Oh. Hybrid Adaptive Control for Aerial Manipulation. *Journal of Intelligent Robotic Systems*, 73:693–707, 2014.

[95] F. Gavilan, R. Vazquez and E. F. Camacho. An iterative model predictive control algorithm for UAV guidance. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 51(3):2406-2419, 2015.

[96] P. Bhatkhande and T. C. Havens. Real time fuzzy controller for quadrotor stability control. In *2014 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, pages 913-919, Beijing, China, 2014.

[97] M. Ö. Efe. Neural Network Assisted Computationally Simple $PI^{\lambda}D^{\mu}$ Control of a Quadrotor UAV. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 7(2):354-361, 2011.

[98] H. Mo and G. Farid. Nonlinear and Adaptive Intelligent Control Techniques for Quadrotor UAV – A Survey. *Asian Journal of Control*, 21:989–1008, 2019.

[99] J. Escareño, S. Salazar, H. Romero and R. Lozano. Trajectory Control of a Quadrotor Subject to 2D Wind Disturbances. *Journal of Intelligent Robotic Systems*, 70:51–63, 2013.

[100] N. Fischer, S. Bhasin and W. E. Dixon. Nonlinear control of an autonomous underwater vehicle: A RISE-based approach. In *Proceedings of the 2011 American Control Conference*, pages 3972-3977, San Francisco, CA, USA, 2011.

[101] N. Fischer, D. Hughes, P. Walters, E. M. Schwartz and W. E. Dixon. Nonlinear RISE-Based Control of an Autonomous Underwater Vehicle. *IEEE Transactions on Robotics*, 30(4):845-852, 2014.

[102] D. Kotarski, Z. Benić and M. Krznar. Control Design for Unmanned Aerial Vehicles with Four Rotors. *Interdisciplinary Description of Complex Systems* 14(2):236-245, 2016.

[103] C. Nicol, C. J. B. Macnab and A. Ramirez-Serrano. Robust adaptive control of a quadrotor helicopter. *Mechatronics*, 21(6):927-938, 2011.

[104] J. Han. Auto-disturbance rejection control and it applications. *Control and Decision* 13(1):19–23, 1998.

[105] J. Han. From PID to Active Disturbance Rejection Control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(3):900-906, 2009.

[106] R. Sanz, P. Garcia and P. Albertos. Active disturbance rejection by state feedback: Experimental validation in a 3-DOF quadrotor platform. In *2015 54th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)*, pages 794-799, Hangzhou, China, 2015.

[107] K. Chang, Y. Xia, K. Huang, D. Ma. Obstacle Avoidance and Active Disturbance Rejection Control for A Quadrotor. *Neurocomputing*, 190:60-69, 2016.

[108] D. Ma, Y. Xia, T. Li and K. Chang. Active disturbance rejection and predictive control strategy for a quadrotor helicopter. *IET Control Theory & Applications*, 10(17):2213-2222, 2016.

[109] L. Qin, W. Zhou, L. Li and W. Jiang. Active disturbance rejection control system design for quadrotor. In *2017 36th Chinese Control Conference (CCC)*, pages 6530-6534, Dalian, China, 2017.

[110] J. Li, R. Li and H. Zheng. Quadrotor modeling and control based on Linear Active Disturbance Rejection Control. In *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*, pages 10651-10656, Chengdu, China, 2016.

[111] B. Ye, W. Lan, H. Jin and C. Huang. Linear active disturbance rejection control of quadrotor's altitude and attitude. In *2017 32nd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation (YAC)*, pages 1188-1193, Hefei, China, 2017.

[112] J. Kasać, T. Žilić, V. Milić and A. Jokić. Frequency-shifting-based stable on-line algebraic parameter identification of linear systems. *Journal of the Franklin Institute*, 355(18):9224:9244, 2018.
[113] R. Czyba, G. Szafrański and A. Ryś. Design and Control of a Single Tilt Tri-Rotor Aerial Vehicle. *Journal of Intelligent Robotic Systems*, 84:53–66, 2016.
[114] D. Kastelan, M. Konz and J. Rudolph. Fully Actuated Tricopter with Pilot-Supporting Control. *IFAC-PapersOnLine*, 48(9):79-84, 2015.
[115] M. Kamel, S. Verling, O. Elkhatib, C. Sprecher, P. Wulkop, Z. Taylor, R. Siegwart and I. Gilitschenski. Voliro: An omnidirectional hexa-copter with tiltable rotors. arXiv preprint arXiv:1801.04581, 2018.

Životopis

Denis Kotarski rođen je 19.12.1986. godine u Zaboku. Završio je osnovnu školu Sveti Križ Začretje u Svetom Križu Začretju te nakon osnovnoškolskog obrazovanja upisuje srednju školu Krapina u Krapini, smjer Tehničar za mehatroniku. Maturirao je 2005. godine te nakon toga upisuje preddiplomski i diplomski studij Fakulteta strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu. Akademski naziv magistar inženjer strojarstva, smjera Mehatronika i robotika, stekao je 2011. godine na Katedri za strojarsku automatiku. Tijekom studija radio je kao demonstrator iz kolegija Elektrotehnika.

U listopadu 2011. godine zapošljava se u građevinskoj firmi na poslovima izrade čeličnih konstrukcija. Iste godine upisuje poslijediplomski doktorski studij, smjer Robotika i automatizacija. U svibnju 2015. zapošljava se kao asistent na Odjelu strojarstva, Veleučilišta u Karlovcu. Aktivno sudjeluje u održavanju nastavnih i znanstveno istraživačkih aktivnosti. Denis Kotarski je trenutno uključen u istraživačke aktivnosti na projektu ”Istraživanje i razvoj specijaliziranih multirotornih bespilotnih letjelica” (KK.01.1.1.04.0092) financiranim iz Europskih strukturnih i investicijskih fondova. Autor je ili koautor 16 radova u časopisima i zbornicima stranih i domaćih skupova te je autor jednog poglavlja knjige. Aktivno se služi engleskim jezikom.

Popis radova

1. M. Krznar, D. Kotarski, D. Pavković and P. Piljek. Propeller speed estimation for unmanned aerial vehicles using Kalman filtering. *International Journal of Automation and Control*, 14:284-303, 2020.
2. D. Kotarski, M. Brozović and N. Šimunić. Konstruiranje i izvedba eksperimentalnog postava za analizu parametara pogonskog podsustava multirotora. *Zbornik Veleučilišta u Karlovcu*, 5(1):45-55, 2019.
3. M. Krznar, D. Pavković, M. Cipek, D. Zorc, D. Kolar and D. Kotarski. Damping Optimum-based Design of State Controller and Observer for Drill-String Rotary Speed Control. In *Proceedings of 18th IEEE International Conference on Smart Technologies EUROCON*, 2019.
4. J. Kasać, D. Kotarski and P. Piljek. Frequency-shifting-based algebraic approach to stable on-line parameter identification and state estimation of multirotor UAV. *Asian Journal of Control*, 21(4):1619-1629, 2019.

5. M. Tevčić, D. Kotarski, and M. Špoljarić. Trend ozljeda na radu u Republici Hrvatskoj od 2010. do 2017. godine. *Zaštita na radu i zaštita zdravlja*, pages 160-170, 2018.
6. D. Kotarski and J. Kasać. Generalized Control Allocation Scheme for Multirotor Type of UAVs. *Drones – Applications*. George Dekoulis, IntechOpen, 2018.
7. M. Krznar, D. Kotarski, P. Piljek and D. Pavković. On-line inertia measurement of unmanned aerial vehicles using on-board sensors and a bifilar pendulum. *Interdisciplinary description of complex systems*, 16(1):149-161, 2018.
8. D. Kotarski, P. Piljek, H. Brezak and J. Kasać. Chattering free tracking control of a fully actuated multirotor with passively tilted rotors. *Transactions of FAMENA*, 42(1):1-14, 2018.
9. D. Kotarski, P. Piljek, H. Brezak and J. Kasać. Design of a fully actuated passively tilted multirotor UAV with decoupling control system. In *2017 8th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering (ICMAE)*, pages 385-390, Prague, Czech Republic, 2017.
10. D. Kotarski, M. Piljek, M. Tevčić and V. Vyroubal. Mathematical Modelling and Dynamics Analysis of Flat Multirotor Configurations. *WSEAS transactions on systems*, 16:47-52, 2017.
11. D. Kotarski, M. Krznar, P. Piljek and N. Šimunić. Experimental Identification and Characterization of Multirotor UAV Propulsion. *Journal of Physics Conference Series*, 870, 2017.
12. M. Kerin, M. Tevčić and D. Kotarski. Parametrization and Calculation of a Shaft by Using Mathematical Applications. *In 16th INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE ON PRODUCTION ENGINEERING – CIM2017*, pages 149-154, Zagreb, 2017.
13. D. Kotarski, P. Piljek and M. Krznar. Mathematical Modelling of Multirotor UAV. *International Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 1:233-238, 2016.
14. N. Šimunić, I. Malešić, D. Kotarski and N. Mustapić. Izrada anatomskih 3d modela pomoću aditivne tehnologije. *Zaštita na radu i zaštita zdravlja*, pages 397-402, 2016.
15. A. Fudurić, N. Šimunić and D. Kotarski. Dependence of hardness to the applied load of the 42CrMo4 steel manufactured by MIM process. *Journal of new Technology and Materials*, 6(1):20-25, 2016.
16. D. Kotarski, Z. Benić and M. Krznar. Control Design for Unmanned Aerial Vehicles with Four Rotors. *Interdisciplinary Description of Complex Systems* 14(2):236-245, 2016.
17. Z. Benić, P. Piljek and D. Kotarski. Mathematical modelling of unmanned aerial vehicles with four rotors. *Interdisciplinary Description of Complex Systems*, 14(1):88-100, 2016.

Biography

Denis Kotarski was born 19th of December, 1986 in Zabok. He finished elementary school Sveti Križ Začretje in Sveti Križ Začretje and after completing elementary education enrolled in Krapina High School in Krapina, majoring in Mechatronics Technician. He graduated in 2005 and subsequently enrolled in the undergraduate and graduate studies at the University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture. He gained his academic title of Master of Mechanical Engineering in 2011 at the Department of Mechanical Engineering. During his study, he worked as a student assistant for the course of Electrical Engineering.

In October 2011, he was employed by a construction company and in the same year, he enrolled in postgraduate doctoral studies in the field of Robotics and Automation. In May 2015, he started working as an assistant at the Department of Mechanical Engineering, Karlovac University of Applied Sciences. He actively participates in teaching activities and also scientific research at the faculty. Denis Kotarski currently participates in research activities in the "Research and Development of Specialized Multirotor Unmanned Aerial Vehicles" (KK.01.1.1.04.0092) project funded by the European Structural and Investment Funds. He has published 16 papers in scientific journals and proceedings of international and domestic conferences and is the author of one chapter of the book. He speaks English.