Nova metoda za analizu složenih problema odlučivanja temeljena na analitičkom mrežnom procesu i analizi društvenih mreža

Kadoić, Nikola

Doctoral thesis / Disertacija

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Organization and Informatics Varaždin / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike Varaždin**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:211:461809

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-16**

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ORGANIZACIJE I INFORMATIKE
VARAŽDIN

Repository / Repozitorij:

Faculty of Organization and Informatics - Digital Repository

DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

Sveučilište u Zagrebu

Fakultet organizacije i informatike

Nikola Kadoić

NOVA METODA ZA ANALIZU SLOŽENIH PROBLEMA ODLUČIVANJA TEMELJENA NA ANALITIČKOM MREŽNOM PROCESU I ANALIZI DRUŠTVENIH MREŽA

DOKTORSKI RAD

Zagreb, 2018.

Sveučilište u Zagrebu

Fakultet organizacije i informatike

Nikola Kadoić

NOVA METODA ZA ANALIZU SLOŽENIH PROBLEMA ODLUČIVANJA TEMELJENA NA ANALITIČKOM MREŽNOM PROCESU I ANALIZI DRUŠTVENIH MREŽA

DOKTORSKI RAD

Mentorice:

prof.dr.sc. Blaženka Divjak
izv.prof.dr.sc. Nina Begičević Ređep

Zagreb, 2018.

University of Zagreb

Faculty of organization and informatics

Nikola Kadoić

A NEW METHOD FOR ANALYSIS OF COMPLEX DECISION MAKING PROBLEMS BASED ON THE ANALYTIC NETWORK PROCESS AND THE SOCIAL NETWORK ANALYSIS

DOCTORAL THESIS

Supervisors:

Blaženka Divjak, PhD, full professor
Nina Begičević Ređep, PhD, associate professor

Zagreb, 2018

PODACI O DOKTORSKOM RADU

I. AUTOR

Ime i prezime	Nikola Kadoić
Datum i mjesto rođenja	25. veljače 1987., Zagreb
Naziv fakulteta i datum diplomiranja	Fakultet organizacije i informatike Varaždin, 17. rujna 2010.
Sadašnje zaposlenje	Fakultet organizacije i informatike Varaždin

II. DOKTORSKI RAD

Naslov	Nova metoda za analizu složenih problema odlučivanja temeljena na analitičkom mrežnom procesu i analizi društvenih mreža
Broj stranica, slika, tablica, priloga, bibliografskih podataka	247 stranica, 50 slika, 74 tablice te 159 bibliografskih podataka
Znanstveno područje i polje iz kojeg je postignut akademski stupanj	Znanstveno područje društvenih znanosti, znanstveno polje informacijske i komunikacijske znanosti
Mentorice i voditeljice rada	prof.dr.sc. Blaženka Divjak i izv.prof.dr.sc. Nina Begičević Ređep
Oznaka i redni broj rada	147

III. OCJENA I OBRANA RADA

Datum sjednice Fakultetskog vijeća na kojoj je prihvaćena tema	25. travnja 2017.
Datum predaje rada	02. srpnja 2018.
Datum sjednice Fakultetskog vijeća na kojoj je prihvaćena pozitivna ocjena rada	16. listopada 2018.
Sastav Povjerenstva koje je rad ocijenilo	professor emeritus Tihomir Hunjak, prof.dr.sc. Diana Šimić, prof.dr.sc. Marko Bohanec
Datum obrane	07. studenog 2018.
Sastav Povjerenstva pred kojim je rad obranjen	professor emeritus Tihomir Hunjak, prof.dr.sc. Diana Šimić, prof.dr.sc. Marko Bohanec
Datum promocije	

Informacije o mentoricama

Prof. dr. sc. Blaženka Divjak redovita je profesorica u trajnom zvanju iz područja prirodnih znanosti, polje matematika i znanstvena savjetnica iz područja društvenih znanosti, polje informacijskih i komunikacijskih znanosti na Sveučilištu u Zagrebu, Fakultetu organizacije i informatike. Trenutno obnaša dužnost ministrice znanosti i obrazovanja u Vladi Republike Hrvatske. Trenutno je voditeljica projekta financiranog sredstvima Hrvatske zaklade za znanost *Razvoj metodološkog okvira za strateško odlučivanje u visokom obrazovanju - primjer implementacije otvorenog učenja i učenja na daljinu* 2015-2019. Voditeljica je rezultata (FOI) za *Analitike učenja i dubinsku analizu podataka u obrazovanju* na projektu *e-Škole* (koordinator: Carnet) 2016-2018. Koordinatorica je FOI tima na Erasmus+ projektu *MERIA – Mathematics Education Relevant Interesting and Applicable* 2016-2019. Istraživačica je na Horizon projektu *CRISS: Demonstration of a Scalable and Coste-effective Cloud-based Digital Learning Infrastructure through the Certification of Digital Competences in Primary and Secondary Schools* 2017-2020. Prije toga je koordinirala i vodila 14 nacionalnih i međunarodnih znanstvenih i razvojnih projekata na razini projekta/radnog paketa (zProjekti, NZZ, Tempus, FP7, ESF, IPA, LLP, Eureka), a sudjelovala u još 16 projekata kao istraživač/suradnik. Nositeljica je nekoliko matematičkih predmeta te nekoliko društvenih predmeta na Fakultetu organizacije i informatike. U jednom mandatu bila je prorektorica za studente i studije na Sveučilište u Zagrebu, a u više mandata prodekanica za znanost i međunarodnu suradnju na Fakultetu organizacije i informatike. Autorica je ili suautorica oko 70 znanstvenih radova, oko 40 stručnih radova, oko 50 izlaganja na znanstvenim konferencijama te oko 60 izlaganja na stručnim skupovima i konferencijama. Autorica je sedam knjiga, od toga dva sveučilišni udžbenici iz matematike, autorica poglavlja u pet knjiga; urednica četiri stručne knjige. Organizatorica je i/ili voditeljica oko 60 radionica, konferencija, seminara i okruglih stolova iz područja matematike, upravljanja međunarodnim projektima, reforme visokog obrazovanja, poučavanja u visokom obrazovanju, e-učenja i sl.

Izv. prof. dr. sc. Nina Begičević Ređep je izvanredna profesorica i viša znanstvena suradnica u području društvenih znanosti na Fakultetu organizacije i informatike Sveučilišta u Zagrebu. Sunositeljica je nekoliko predmeta vezanih iz područje odlučivanja. Autorica je više od pedeset znanstvenih i stručnih radova te je u sklopu svojeg usavršavanja sudjelovala na mnogim radionicama i seminarima. Radila je na znanstvenim i stručnim projektima, te sudjelovala u radu više međunarodnih projekata. Od 11. mjeseca 2011. godine do 9. mjeseca 2015. godine obavljala je funkciju prodekanice za materijalno financijsko poslovanje na Fakultetu organizacije i informatike. Od 10. mjeseca 2015. godine obavlja funkciju prodekanice za znanstveno-istraživački rad na Fakultetu organizacije i informatike. U uredništvu je međunarodnog časopisa za AHP metodu IJAHP (*International Journal of the Analytic Hierarchy Process* - www.ijahp.org/). Recenzent je za časopise *Applied Soft Computing*, *Project Management*, *International Journal of the Analytic Hierarchy Process*, *Central European Journal of Operational Reserach* i *Journal of Information and Organizational Sciences*. Bila je članica

i organizacijskog odbora konferencije IIS (sada CECIIS). Članica je Hrvatskog društva za operacijska istraživanja. Članica je U.S. Alumnia i U.S. Affiliates Community-a. Zajedno s prof.dr.sc. Sikavicom, prof.dr.sc. Hunjakom i doc.dr.sc. Hernausom, autorica je sveučilišnog udžbenika *Poslovno odlučivanje* izdanog 2014. godine. Vijećnica je u Županijskoj skupštini Varaždinske županije od 2009 godine. Predsjednica je Povjerenstva za ravnopravnost spolova Varaždinske županije od 2014. godine. Potpredsjednica je Lokalnog partnerstva za zapošljavanje na razini Varaždinske županije. Dobitnica je brojnih nagrada i priznanja.

Hvala Dobrom Pastiru.
Hvala mojoj obitelji.
Hvala mojim prijateljima.
Hvala mentoricama.
Hvala članovima Povjerenstva.

Nova metoda za analizu složenih problema odlučivanja temeljena na analitičkom mrežnom procesu i analizi društvenih mreža

Nikola Kadoić

Sažetak

Prilikom odlučivanja potrebno je modelirati utjecaje (zavisnosti) među elementima strukture problema odlučivanja kako bismo obuhvatili što više informacija o problemu odlučivanja i donijeli ispravnu odluku. Među metodama za višekriterijsko odlučivanje tek pokoja prilikom izračuna težina kriterija u obzir uzima utjecaje. Te metode su vrlo kompleksne pa se u praksi rijetko koriste, a najpoznatija među njima jest ANP. U istraživanju ovog doktorskog rada razvijena je nova metoda za višekriterijsko odlučivanje i analizu složenih problema odlučivanja koja je temeljena na analitičkom mrežnom procesu (ANP) i analizi društvenih mreža (PageRank centralitetu). Metoda se zove SNAP (engl. social network analytic process). Prilikom izrade nove metode korišten je pristup znanosti o dizajniranju. Osim na teorijskoj razini i na studijama slučajeva, nova metoda je provjerena softverskom simulacijom, uspoređujući rezultate primjene metode s rezultatima primjene referentne metode, metoda ANP. Nova metoda ima nižu korisničku složenost od metode ANP što je čini jednostavnijom za primjenu. Prilikom izračuna težina kriterija, nova metoda u obzir uzima važnost kriterija za cilj odlučivanja kao i utjecaje među kriterijima. Nova metoda ne relativizira problem odlučivanja po elementima (stupcima matrice utjecaja) kao metoda ANP. Može se primijeniti i u situacijama kada alternative nisu poznate (što je bila poteškoća u metodi ANP). Sukladno zadnjoj fazi korištenog istraživačkog pristupa, nova metoda je diseminirana kroz znanstvene radove u časopisima i na konferencijama.

Ključne riječi: analitički mrežni proces (ANP), analiza društvenih mreža (SNA), stupanj centraliteta, PageRank centralitet, usporedbe u parovima, utjecaji, zavisnost, ireducibilnost, stohastičnost, strukturiranje problema odlučivanja, simulacija, korisnička složenost, visoko obrazovanje

A New Method for Analysis of Complex Decision Making Problems Based on the Analytic Network Process and the Social Network Analysis

Nikola Kadoić

Abstract

When making decisions, it is necessary to model influences (dependencies) between decision-making elements to cover as much information about the decision-making problem as possible and make the right decision. Among multi-criteria decision-making methods, only a few of them take into account the influences between the elements when determining the criteria weights. Those methods are very complex and are rarely used in practice. Among them, the most well-known method is the Analytic Network Process (ANP). A new method for multi-criteria decision-making and analysis of complex decision-making has been developed in the research of this PhD thesis. It is based on the ANP and the Social Network Analysis (SNA) (PageRank centrality). The method is called SNAP (Social Network Analytic Process). When designing a new method, the design science research process was used. In addition to theoretical analysis and case studies, the new method was evaluated by software simulation, comparing the results of the method with the results of the reference method, ANP. The new method has a lower user complexity than the ANP which makes it simpler to apply. When calculating the weights of the criteria, the new method takes into account the importance of criteria for decision-making goal as well as the influences between the criteria. The new method does not relativise the decision-making problem by elements (columns of impact matrix) as an ANP. It can also be applied in situations where alternatives are not known (which was a problem in the ANP). According to the last phase of the research approach, the new method was disseminated through scientific papers in journals and conferences.

Keywords: analytic network process (ANP), social network analysis (SNA), centrality degree, PageRank centrality, pairwise comparisons, influences, dependencies, irreducibility, stochasticity, problem structuring, simulation, user complexity, higher education

Nova metoda za analizu složenih problema odlučivanja temeljena na analitičkom mrežnom procesu i analizi društvenih mreža

Nikola Kadoić

Prošireni sažetak

Tema ovog doktorskog rada je razvoj nove metode za strateško i taktičko višekriterijsko odlučivanje u visokom obrazovanju i u drugim problemskim područjima koji imaju karakteristiku da među kriterijima kojima se opisuju problemi odlučivanja postoje zavisnosti, odnosno utjecaji. Zavisnost je koncept koji ima suprotno značenje od značenja koncepta utjecaja. Iako postoji velik broj metoda za višekriterijsko odlučivanje, najveći dio njih ne uzima u obzir utjecaje među kriterijima prilikom analize složenih problema odlučivanja. Najpoznatija metoda kojom možemo modelirati utjecaje među kriterijima zove se analitički mrežni proces (ANP), no njezina primjena je izuzetno kompleksna pa se koristi rijetko. Glavni problemi u implementaciji metode ANP odnose se na velik broj poslova (usporedbi) koje korisnik treba odraditi, moguće nerazumijevanje nekih od njih i dugo trajanje procesa primjene čime se utječe na koncentraciju donositelja odluka pa čak i provedena primjena metode ANP ne garantira točnost rezultata.

U ovom radu razvijena je nova metoda za odlučivanje, SNAP, koja se temelji na metodama ANP i analizi društvenih mreža (SNA). Mjere centraliteta, stupanj centraliteta i PageRank centralitet, mogu biti iskorišteni za modeliranje zavisnosti među kriterijima, a njihova primjena ne zahtijeva odradbu usporedbi u parovima već težinsku matricu utjecaja čija izrada je jednostavnija, kraća i korisniku razumljivija od odradbi brojnih usporedbi u parovima.

Prilikom razvoja nove metode korišten je pristup znanosti o dizajniranju. Nakon dubinske analize metoda ANP i SNA, kreirane su prve varijante nove metode. Neke varijante su vrlo brzo odbačene jer njihova primjena nije davala razumne rezultate na testnim problemima odlučivanja. U konačnici je preostalo 12 varijanti metode SNAP. Radi se o šest parova metode SNAP kod kojih jedna varijanta u paru, osim utjecaja među kriterijima, uključuje i važnosti (usporedbe) kriterija s obzirom na cilj, a druga ih ne uključuje. Tri para varijanti metode SNAP temelje se na stupnju centraliteta, a tri na PageRank centralitetu. Temeljni cilj izrade nove metode jest da nova metoda uključuje obje komponente, i usporedbe s obzirom na cilj i utjecaje među kriterijima, prilikom izračuna težina kriterija. No, s obzirom da je validacija metode definirana usporedbom s rezultatima primjene metode ANP na istim problemima odlučivanja, bilo je nužno definirati varijante metode SNAP koje ne uključuju usporedbe u parovima s obzirom na cilj budući da metoda ANP prilikom izračuna težina kriterija ne uzima u obzir usporedbe kriterija s obzirom na cilj.

Nova metoda je evaluirana kroz softversku simulaciju i kroz tri studije slučajeva. Ulazni podaci u softverskoj simulaciji bile su matrice utjecaja koje su generirane CWR postupkom (engl. *combinations with replacement*). Simulacija je provedena za sve CRW kombinacije koje

sadrže od četiri do deset kriterija u klasteru. S obzirom da matrica utjecaja nije direktni ulaz u metodu ANP, bilo je potrebno napraviti određene preinake. Kako je karakteristika metode ANP neodvojivost kriterija od alternativa, uvedena je tzv. fiktivna alternativa. U konačnici je metoda ANP modelirana kroz četiri varijante koje se smatraju ravnopravnima. U smislu usporedbe metode ANP i metode SNAP definirane su mjere koje predstavljaju razinu usporedivosti (poklapanja) dviju metoda. Tri mjere u obzir uzimaju apsolutne razlike u težinama kriterija, a dvije mjere uzimaju u obzir rangove konačnih težina kriterija (Spearmanova korelacija rangova). Od svih 12 varijanti metode SNAP najbolje rezultate u smislu usporedbe s metodom ANP dala je varijanta koja se temelji na postojećem algoritmu za izračun PageRank centraliteta. Metodi ANP i toj varijanti metode SNAP zajedničko je prikazivanje problema odlučivanja preko stohastične matrice. Stohastičnost matrice jedan je od preduvjeta da matrica konvergira u matricu čiji su stupci jednaki (i čije vrijednosti predstavljaju težine kriterija), međutim, analiza je pokazala da se, prilagođavanjem svojstvu stohastičnosti matrice, relativizira problem odlučivanja, dok je cilj nove metode da se problem odlučivanja ne relativizira. Stoga se u konačnici predlaže varijanta metode SNAP temeljena na novom, u radu predloženom, algoritmu za izračun PageRank centraliteta za težinske usmjerene mreže kod kojeg nema koraka pretvaranja inicijalne matrice utjecaja u stohastičnu matricu. Radi se o varijanti SNAP12, odnosno SNAP11 ako se u izračun težina želi uključiti i usporedbe kriterija s obzirom na cilj. Od varijanti metoda SNAP koje se temelje na stupnju centraliteta najbolji rezultat je pokazala varijanta SNAP2.

Nakon prikupljanja podataka za tri studije slučajeva čije je trajanje vremenski mjereno, sudionici procesa prikupljanja podataka evaluirali su težine odradbe poslova. Aktivnosti koje je potrebno napraviti za primjenu metode ANP ocijenjene su znatno višim ocjenama u smislu težine odradbe zadataka nego aktivnosti koje je potrebno napraviti za primjenu metode SNAP. Također, za te tri studije slučajeva izračunata je *količina* poslova koje treba napraviti. Generalno, što je mreža kriterija složenija, veća je razlika u težini poslova koje treba napraviti između metode SNAP i ANP u korist metode SNAP.

Konačno, kako to zadnja faza znanosti o dizajniranju predviđa, napravljena je završna analiza nove metode i pobrojani su do sad odrađeni diseminacijski rezultati u smislu diseminacije metode SNAP. Oni se ponajprije odnose na produkciju radova gdje je metoda predstavljena, na druge radove koji su citirali radove u kojima je metode predstavljena te ostale radove nastale u procesu istraživanja koji su objavljeni u zbornicima skupova ili u časopisima.

Ključne riječi: analitički mrežni proces (ANP), analiza društvenih mreža (SNA), stupanj centraliteta, PageRank centralitet, usporedbe u parovima, utjecaji, zavisnost, ireducibilnost, stohastičnost, strukturiranje problema odlučivanja, simulacija, korisnička složenost, visoko obrazovanje

A New Method for Analysis of Complex Decision Making Problems Based on the Analytic Network Process and the Social Network Analysis

Nikola Kadoić

Extended abstract

This paper deals with the development of a new method which can be successfully applied for the strategic and tactical multi-criteria decision making in the area of higher education, but also in other areas which are characterized by the existence of the influences or dependencies between the decision-making criteria in the decision-making problem. The meaning of the concept of *influence* is opposite to the meaning of the concept of *dependence*. There is a large number of multi-criteria decision-making methods, but most of them do not model influences (dependencies) between the criteria in the process of complex decision-making problem analysis. The most well-known method that supports modeling influences between criteria is the analytic network process (ANP), but its application is very complex, and this is the reason why it is rarely used. The main problems that appear in ANP application are related to the large number of pairwise comparisons that have to be done, misunderstanding some of the comparisons by users and long duration of the application process. Those issues influence the users' concentration, and sometimes, even though the process of the ANP finished, the results accuracy is not guaranteed.

In this paper, a new method called SNAP is developed. It is based on two methods, ANP and social network analysis (SNA). The centrality measures, centrality degree and PageRank centrality, can be used in terms of modeling influences between criteria and their applications do not require making a large number of pairwise comparisons, but creating the weighted matrix of influences. The creation of the matrix of the influences as a process is shorter, simpler and more understandable to the users (when compared to giving inputs for the ANP).

The approach that was used in creating the new method was design science research process (DSRP). After a deep analysis of the methods ANP and SNA, first variants of the SNAP were created. Some of them were quickly rejected because their application did not give any reasonable results on test decision-making cases. After the phase of modeling new method, 12 variants of the new method remained for the more detailed evaluation. These 12 variants are six pairs of the SNAP method in which one variant from the pair includes comparisons of the criteria with respect to the decision-making goal, and the other doesn't include those comparisons. Three pairs of SNAP variants are based on the centrality degree, and three on the PageRank centrality. The main goal of the new method is that it includes both components, comparisons of the criteria with respect to the goal and influences between criteria. However, the reason why the variants that do not include comparisons with respect to the goal (they model only influences between criteria) are created is related to the method evaluation. The new method is evaluated by comparison of the implementation results with ANP implementation results. The

ANP, as analyzed in the paper, does not include comparisons with the respect to the goal in the calculation for the final criteria weights.

The evaluation process of the new method was implemented in two ways. The first one is a software simulation, and the other is the case studies analysis. The input data into software simulation were sets of matrices of influences that were generated by using combinations without repetition procedure (CWR). The simulation was conducted for all CWR combinations that contain four to ten criteria. Considering that the matrix of influences is not a direct input into ANP, some modifications in the ANP were developed. The supermatrix priorities per each column in the ANP were derived from the matrix of influences in two ways: normalization by sum and using the function of the transition. Also, since the ANP is characterized by the inseparability of criteria and alternatives, the fictive alternative was introduced and implemented. Finally, the ANP was modeled through four variants that were considered as equal. In terms of comparing the ANP and SNAP, several measures were introduced. They represent levels of matching of the two methods. Three measures take into considerations absolute differences between criteria weights and two measures that take into consideration ranks of the criteria weights (Spearman rank correlation). Among all 12 SNAP variants, the best results (in terms of comparison with the ANP) were achieved by SNAP variant that is based on original algorithm for calculating the PageRank centrality (SNAP10). This variant is similar to ANP. Both methods presents the decision-making problem by the stochastic matrix. Stochasticity of the matrix is one of the prerequisites for matrix convergence (when multiplied by itself). Convergent matrix is the matrix that contains all columns equal (and its values become criteria weights). However, there is a problem that is related to the stochasticity of the matrix. In case of adjusting to the stochasticity, the decision-making problem has been relativized. One of the goals of the new method is that the problem does not get relativized. Therefore, the variant SNAP12 is proposed as the final SNAP variant. This variant is based on new, in this papers proposed, algorithm for calculating the PageRank centrality. The main difference between SNAP12 and SNAP10 variants is that the SNAP12 does not include stochasticity step. If we want to include the comparisons with respect to the goal, then SNAP11 is the final choice. Among SNAP variants that are based on the centrality degree, the best result (when compared to the ANP) has the SNAP2 variant.

The duration of the data collection procedures for three case studies was measured. After the data collection procedures participants evaluated from a position of difficulties and understanding the tasks they had to do. The activities that needed to be implemented for ANP were evaluated much higher in terms of complexity than the SNAP activities. In all three cases, the number of tasks that need to be implemented is lower in SNAP than in ANP. The highter the density of the network, the higher is the difference between SNAP and ANP in terms of tasks that need to be implemented.

In last part of the research, SNAP dissemination results were listed. They are primarily related to the production of the papers in which the new method is presented, but also to the other

papers that were created in the process of the research.

Keywords: analytic network process (ANP), social network analysis (SNA), centrality degree, PageRank centrality, pairwise comparisons, influences, dependencies, irreducibility, stochasticity, problem structuring, simulation, user complexity, higher education

Sadržaj

Uvod **1**

1 Donošenje odluka u visokom obrazovanju **5**

1.1 Pregled dosadašnjih istraživanja 7

1.2 Višekriterijsko odlučivanje u visokom obrazovanju 16

1.3 Osnove teorije grafova 20

2 Ciljevi, hipoteze i metodologija istraživanja **27**

2.1 Ciljevi i hipoteze istraživanja 27

2.2 Metodologija istraživanja 28

3 Analitički mrežni proces (ANP) **33**

3.1 Analitički hijerarhijski proces (AHP) 33

3.1.1 Koraci metode AHP 34

3.1.2 Matematički temelj metode AHP 38

3.2 Metodološka osnova metode ANP 41

3.2.1 Mreža nasuprot hijerariji 41

3.2.2 Kontrolni kriteriji i ANP-BOCR 49

3.3 Demonstracija metode ANP na primjeru 53

3.4 Nadogradnje metode ANP 60

3.5 Strukturiranje problema odlučivanja 62

3.5.1 *PrOACT* pristup odlučivanju 63

3.5.2 Metoda ISM 66

3.5.3 Metoda DEMATEL 69

3.6 Područja primjene metode ANP 73

3.7 Analiza metode ANP 77
3.7.1 Poteškoće u primjeni metode ANP 78
3.7.2 *Neodvojivost* kriterija od alternativa (()i)reducibilnost supermatrice) . . . 82
3.7.3 Utjecaj usporedbi kriterija s obzirom na cilj na konačne težine kriterija . 85
3.7.4 Stohastičnost supermatrice u metodi ANP 88

4 Analiza društvenih mreža (SNA) 93
4.1 Koraci metode SNA 93
4.2 Mjere centraliteta u metodi SNA 99
4.2.1 Stupanj centraliteta 101
4.2.2 Centralitet blizine 105
4.2.3 Centralitet smještanja između 107
4.3 Još neke vrste mjera centraliteta 108
4.3.1 Informacijski centralitet 108
4.3.2 Centralitet svojstvene vrijednosti i PageRank centralitet 109
4.3.2.1 Koraci PageRank algoritma za usmjerene netežinske grafove . . 110
4.3.2.2 Alternativni izračuni PageRank centraliteta za usmjerene netežinske grafove 115
4.3.2.3 Koraci PageRank algoritma za usmjerene težinske grafove i moguće modifikacije 118
4.3.3 Rjeđe korištene mjere centraliteta 122

5 Metoda SNAP 125
5.1 Koraci metode SNAP 130
5.1.1 Metoda SNAP temeljena na stupnju centraliteta 132
5.1.2 Metoda SNAP temeljena na PageRank centralitetu 134
5.2 Demonstracija metode SNAP 137
5.2.1 Određivanje težina kriterija u problemu evaluacije znanstvenika 138
5.2.2 Određivanje težina domena u modelu za procjenu digitalne zrelosti visokih učilišta 148
5.2.3 Određivanje prioriteta strateških ciljeva u Strateškoj mapi ciljeva na Fakultetu organizacije i informatike 152

6 Evaluacija metode SNAP **159**

6.1 Softverska simulacija metoda SNAP i ANP 161

6.1.1 Struktura softverske simulacije 161

6.1.1.1 Generiranje problema odlučivanja 161

6.1.1.2 Implementacija metoda ANP i SNAP 165

6.1.1.3 Uspoređivanje rezultata primjene metoda 167

6.1.2 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 4 kriterija u klasteru 168

6.1.2.1 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 4 kriterija u klasteru (generiranje CWR) 168

6.1.2.2 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 4 kriterija u klasteru (generiranje slučajnih brojeva) 174

6.1.3 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 5 kriterija u klasteru 177

6.1.4 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 6 kriterija u klasteru 186

6.1.5 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 7 kriterija u klasteru 190

6.1.6 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 8 kriterija u klasteru 194

6.1.7 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 9 kriterija u klasteru 198

6.1.8 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 10 kriterija u klasteru . . . 202

6.2 Evaluacija metode SNAP na studijama slučajeva 209

6.3 Usporedba metode SNAP i ANP 212

6.4 Ispitivanje korisničke složenosti 219

6.5 Zaključna kvalitativna analiza metode SNAP 221

7 Zaključak **227**

7.1 Analiza postizanja ciljeva i potvrđivanja hipoteza definiranih u radu 227

7.2 Diseminacija metode SNAP 228

Popis literature **231**

Popis slika

1 Ciklus donošenja strateških odluka [39] 2

1.1 Koraci višekriterijskog odlučivanja (prema [133]) 17

1.2 Kriteriji u višekriterijskom odlučivanju i utjecaji među njima 19

1.3 Slučajni graf [69] 23

3.1 Hijerarhijski model odlučivanja 36

3.2 Mrežna struktura problema odlučivanja (zavisnosti) 42

3.3 Strukturna razlika između hijerarhije i mreže 43

3.4 Strukturna razlika između hijerarhije i holarhije 46

3.5 Opći mrežni model višekriterijskog odlučivanja 51

3.6 Struktura problema odlučivanja, razina čvorova 54

3.7 Struktura problema odlučivanja, razina klastera 54

3.8 Moguće povezanosti kriterija različitih klastera 64

3.9 Blok dijagram metode ekvivalentnih zamjena [133] 65

3.10 ISM digraf za primjer evaluacije znanstvenika 68

3.11 Klasteriranje s ciljem usporedbe nehomogenih elemenata [123] 78

3.12 Mreža problema odlučivanja čija težinska supermatrica konvergira u graničnu supermatricu s jednakim stupcima 86

3.13 Mreža problema odlučivanja čija težinska supermatrica konvergira u graničnu supermatricu čiji stupci nisu jednaki 87

3.14 Struktura problema odlučivanja - razina klastera 88

4.1 Usmjerena težinska društvena mreža [69] 101

4.2 Primjer težinske neusmjerene društvene mreže 103

5.1 Opći koraci znanosti o dizajniranju [145] 127
5.2 Veze među kriterijima i klasterima 128
5.3 Primjer problema odlučivanja 131

6.1 Opcije za izračun granične matrice u programu za podršku metodi ANP, Superdecisions 160
6.2 Osnovne komponente softverske simulacije 161
6.3 Problem odlučivanja kod kojeg svaki element zavisi od najviše jednog elementa . 162
6.4 Usporedba tri kriterija s obzirom na treći 166
6.5 Mjere za usporedbu metoda ANP i SNAP 168
6.6 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 4 kriterija (N=1820) 170
6.7 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R2 kod 4 kriterija (N=1820) 171
6.8 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R3 kod 4 kriterija (N=1820) 172
6.9 Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema Spearmanovom koeficijentu kod 4 kriterija (N=1820) 173
6.10 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 4 kriterija (N=22865739) 175
6.11 Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema Spearmanovom koeficijentu kod 4 kriterija (N=22865739) 176
6.12 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 5 kriterija (N=10626) 179
6.13 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 5 kriterija (N=10626) 180
6.14 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 5 kriterija (N=9999998) 182
6.15 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 5 kriterija (N=9999998) 184
6.16 Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 6 kriterija (N=46376) 187
6.17 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 6 kriterija (N=46376) 189

6.18 Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 7 kriterija (N=163185) 191

6.19 Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 7 kriterija (N=163185) 192

6.20 Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 8 kriterija (N=487635) 195

6.21 Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 8 kriterij (N=487635)a 196

6.22 Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 9 kriterija (N=1282975) 199

6.23 Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 9 kriterija (N=1282975) 200

6.24 Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 10 kriterija (N=3049501) 203

6.25 Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 10 kriterija (N=3049501) 204

6.26 Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 10 kriterija (N=9999999) 206

6.27 Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 10 kriterija (N=9999999) 208

Popis tablica

1.1 Korištenje metoda, metodologija i pristupa u rješavanju problema u VO [70] . . . 14

1.2 Sažetak metoda odlučivanja u rješavanju problema u VO [39, 70] 15

1.3 Pregled metoda odlučivanja prema karakteristikama [36, 74, 151] 18

3.1 Saatyjeva skala - Fundamentalna skala apsolutnih brojeva, prema [124] 34

3.2 Računanje težina elemenata približnim postupkom 37

3.3 Računanje omjera konzistencije za primjer iz Tablice 3.2 37

3.4 Tablica prioriteta u metodi AHP za Sliku 3.1 i izračun ukupnih prioriteta 38

3.5 Vrijednosti slučajnih indeksa inkonzistencije 40

3.6 Matrica odlučivanja (vrijednosti) za problem odlučivanja 55

3.7 Usporedba prioriteta elemenata metodom ANP i metodom AHP temeljem matrice 3.37 59

3.8 Usporedba različitih integracija metoda DEMATEL i ANP 73

3.9 Normalizirane težine kriterija korištenjem fiktivne alternative i usporedba s težinama bez korištenja fiktivne alternative 84

3.10 Usporedba normaliziranih težina kriterija korištenjem fiktivne alternative s težinama bez korištenja fiktivne alternative za matricu 3.56 uz normalizaciju na zbroj 1 85

4.1 Stupnjevi centraliteta čvorova u mreži na Slici 4.2 prema različitim formulama . 104

4.2 Stupnjevi centraliteta čvorova u mreži na Slici 4.1 prema različitim formulama . 104

4.3 Težine kriterija za primjer sa Slike 4.1 (odgovarajuća netežinska mreža) izračunate korištenjem postupka iz jednadžbe 4.58 i opisanih postupaka normalizacije te izračunate postupkom PageRank algoritma 117

4.4 Težine kriterija za primjer sa Slike 4.1 izračunate korištenjem postupka iz jednadžbe 4.58 i opisanih postupaka normalizacije te izračunate predloženim postupkom PageRank algoritma za težinske mreže 121

5.1 Matrica incidencije za primjer sa Slike 5.2 129

5.2 Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP1 i SNAP2 132

5.3 Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP3 i SNAP4 133

5.4 Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP5 i SNAP6 134

5.5 Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP7 i SNAP8 (prikaz počinje od koraka 6 metoda SNAP7/8) 135

5.6 Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP9 i SNAP10 136

5.7 Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP11 i SNAP12 137

5.8 Agregirani utjecaji među kriterijima prikupljeni od strane sudionika 139

5.9 Agregirane usporedbe u parovima kriterija u odnosu na cilj 140

5.10 Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP1 i SNAP2 141

5.11 Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP3 i SNAP4 142

5.12 Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP5 i SNAP6 143

5.13 Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP7 i SNAP8 144

5.14 Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP9 i SNAP10 145

5.15 Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP11 i SNAP12 147

5.16 Težine kriterija izračunate svim varijantama metode SNAP 148

5.17 Agregirani utjecaji među kriterijima prikupljeni od strane sudionika 150

5.18 Agregirane usporedbe u parovima kriterija u odnosu na cilj 150

5.19 Težine kriterija izračunate svim varijantama metode SNAP 151

5.20 Utjecaji među strateškim ciljevima u Strateškoj mapi ciljeva Fakulteta organizacije i informatike 154

5.21 Agregirane usporedbe misija u parovima 155

5.22 Agregirane usporedbe ciljeva u perspektivi *javna odgovornost* 155

5.23 Agregirane usporedbe ciljeva u perspektivi *dionici* 155

5.24 Agregirane usporedbe ciljeva u perspektivi *procesi* 155

5.25 Agregirane usporedbe ciljeva u perspektivi *učenje i razvoj* 155

5.26 Ukupni prioriteti strateških ciljeva 156

5.27 Prioriteti strateških ciljeva prema različiti varijantama metode SNAP 157

6.1 Odnosi među varijantama metode SNAP 159

6.2 Smještanje generiranih kombinacija u matricu utjecaja 165

6.3 Matrica utjecaja za problem sa Slike 6.4 166

6.4 Matrica usporedbi kriterija za problem sa Slike 6.4 166

6.5 Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijablama R1, R2 i R3 kod 4 kriterija (N=1820) 169

6.6 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema Spearmanovom koeficijentu korelacije ranga kod 4 kriterija (N=1820) 174

6.7 Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 4 kriterija (N=22865739) 174

6.8 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema Spearmanovom koeficijentu korelacije ranga kod 4 kriterija (N=22865739) 177

6.9 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 5 kriterija (N=10626) 178

6.10 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 5 kriterija (N=10626) 181

6.11 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 5 kriterija (N=9999998) 183

6.12 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 5 kriterija (N=9999998) 185

6.13 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 6 kriterija (N=46376) 186

6.14 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 6 kriterija (N=46376) 188

6.15 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 7 kriterija (N=163185) 190

6.16 Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 7 kriterija (N=163185) 193

6.17 Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 8 kriterija (N=487635) 194

6.18 Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 8 kriterija (N=487635) 197

6.19 Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 9 kriterija (N=1282975) 198

6.20 Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 9 kriterija (N=1282975) 201

6.21 Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 10 kriterija (N=3049501) 202

6.22 Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 10 kriterija (N=3049501) 205

6.23 Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 10 kriterija (N=9999999) 207

6.24 Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 10 kriterija (N=9999999) 209

6.25 Težine kriterija za primjer evaluacije znanstvenika 210

6.26 Težine kriterija za primjer određivanja težina domena u modelu za procjenu digitalne zrelosti 212

6.27 Težine kriterija za primjer određivanja težina ciljeva u strateškoj mapi ciljeva Fakulteta organizacije i informatike 213

6.28 Broj poslova u metodama SNAP i ANP za tri studije slučaja 220

6.29 Težine odradbe poslova u metodama SNAP i ANP za tri studije slučaja 220

6.30 Prosječno trajanje obavljanja aktivnosti u minutama 221

Popis kratica korištenih u radu

AHP	analitički hijerarhijski proces (engl. *Analytic Hierarchy Process*)
ANP	analitički mrežni proces (engl. *Analytic Network Process*)
SNA	analiza društvenih mreža (engl. *Social Network Analysis*)
VO (HE)	visoko obrazovanje (engl. *Higher Education*)
VOI (HEI)	visoko-obrazovna institucija (engl. *Higher Education Institution*)
BSC	uravnoteženi sustav bodovnih tablica (engl. *Balanced ScoreCard*)
PDCA	Demingov krug: planiranje, činjenje, provjeravanje, djelovanje (engl. *Plan-Do-Check-Act cycle*)
SWOT	jakosti (engl. *Strenghts*), slabosti (engl. *Weaknesses*), prilike (engl. *Opportunities*), prijetnje (engl. *Threats*)
TQM	potpuno upravljanje kvalitetom (engl. *Total Quality Management*)
EFQM	Europska zaklada za upravljanje kvalitetom (engl. *European Foundation for Quality Management*)
DEA	analiza obuhvata podataka (engl. *Data Envelopment Analysis*)
TRIZ	teorija rješavanja inovativnih problema (rus. *Teoriya Resheniya Izobretatelskikh Zadach*; engl. *Theory of Solving Inventive Problems*)
SEM	strukturno modeliranje jednadžbi (engl. *Structural Equation Modeling*)
CBA	analiza troškova i benefita (engl. *Cost-Benefit Analysis*)
IKT (ICT)	informacijsko-komunikacijske tehnologije (engl. *Information and Communication Technologies*)
LA	analitike učenja (engl. *Learning Analytics*)
MCDM	višekriterijsko odlučivanje (engl. *Multi-Criteria Decision-Making*)
BOCR	koristi (engl. *Benefits*), prilike (engl. *Opportunities*), troškovi (engl. *Costs*), rizici (engl. *Risks*)
CMMI	integracija modela sposobnosti i zrelosti (engl. *Capability Maturity Model Integration*)
KPI	indikatori ključnih performansi (engl. *Key Performance Indicators*)
BPM	upravljanje poslovnim procesima (engl. *Business Process Management*)
ROI	prinos na ulaganje (engl. *Return On Investment*)
PPM	upravljanje performansama procesa (engl. *Process Performanse Management*)
WINGS	nelinearni mjerni sustav ponderiranih utjecaja (engl. *Weighted Influence Non-linear Gauge System*)
DSRP	proces istraživanja znanosti o dizajniranju (engl. *Design Science Research Process*)
SAW	jednostavno zbrajanje težina (engl. *Simple Additive Weighting*)
ZOLP	0-1 linearno programiranje (engl. *Zero-One Linear Programming*)
ISM	interpretativni strukturni proces (engl. *Interpretative Structural Modelling*)

DEMATEL	laboratorij za donošenje i procjenu odluka, nije službeno prevedeno na hrvatski jezik (engl. *DEcision MAking Trial and Evaluation Laboratory*)
GFANP	grupni neizraziti analitički mrežni proces (engl. *Group Fuzzy Analytic Network Process*)
PrOACT	problemi, ciljevi, alternative, posljedice, zamjene (engl. *Problems*, *Outcomes*, *Alternatives*, *Consequences*, *Trade-offs*)
MICMAC	matrica utjecaja primijenjena za klasifikaciju (fra. *Matrice d'Impacts Croises-Multipication Applique a Classment*; engl. *Cross-impact Matrix Multiplication Applied to Classification*)
SSIM	strukturalna samo-interaktivna matrica (qngl. *structural self-interaction matrix*)
NRM	mreža veza (engl. *Network Relationship Map*)
KSF	ključni faktori uspjeha (engl. *Key Success Factors*)
R&D	istraživanje i razvoj (engl. *Research and Development*)
TOPSIS	Tehnika za rangiranje preferencija prema sličnosti idealnom rješenju (engl. *Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution*)
DANP	metoda ANP bazirana na metodi DEMATEL (engl. *DEMATEL-based ANP*)
ABAP	programski jezik visokog nivoa napravljen od strane njemačke softverske kompanije SAP (engl. *Advanced Business Application Programming*, njem. *Allgemeiner Berichts-Aufbereitungs-Prozessor*)
CWR	kombinacije bez ponavljanja (engl. *Combinations Without Replacements*)

Popis oznaka korištenih u radu

N	broj aktera u mreži
M	broj veza u mreži
N_i	broj aktera koji nisu dali odgovor prilikom prikupljanja podataka
er	error rate
r	reliability
$N_i = i$	i-ti akter u mreži
C_a^b	kombinacija bez ponavljanja b-tog razreda od a elemenata
V	neprazan skup vrhova
(V, A)	digraf, usmjereni graf
A	uređeni par različitih elemenata iz V, skup lukova
(V, E)	neusmjereni graf
E	skup bridova
$L = A \cup E$	skup linija
w_i	težina linije i
$d(v_i)$	stupanj i-tog vrha
D	gustoća grafa
$d(i, j)$/**GD**	geodetska udaljenost između vrhova i i j
A	matrica susjedstva
a_{ij}	element matrice **A**
B	matrica incidencije
b_{ij}	element matrice **B**
C/**W**/**X**	matrica veza, sociomatrica
c_{ij}	element matrice **C**
D	matrica geodetske udaljenosti
d_{ij}	element matrice **D**
$Indegree(i)$	broj ulaznih veza
$Outdegree(i)$	broj izlaznih veza
$D^{'}$	korigirana gustoća
`max`**C**	vrijednost maksimalnog elementa u matrici **C**
`min`**C**	vrijednost minimalnog elementa u matrici **C**
p_i	put
$C_D(N_i)$	stupanj centraliteta čvora i
$C_D^{'}(N_i)$	korigirani stupanj centraliteta čvora i
$C_C(N_i)$	blizina centraliteta čvora i
$C_C^{'}(N_i)$	korigirana blizina centraliteta čvora i

$C_B(N_i)$	stupanj centraliteta smještanja između čvora i
$C_B^{'}(N_i)$	korigirani stupanj centraliteta smještanja između čvora i
d_{ij}	euklidska udaljenost između i i j
A	matrica usporedbe (u metodi AHP)
B	normalizirana matrica usporedbi (u metodi AHP)
W, w	matrica (vektor) prioriteta elemenata (u metodi AHP)
C	matrica umnožaka stupaca matrice usporedbi s pripadnim težinama (u metodi AHP)
λ	svojstvena vrijednost matrice
$tr(A)$	trag matrice A
CI	indeks konzistencije
CR	omjer konzistencije
C_i	klaster u metodi ANP
m	broj klastera u problemu odlučivanja
m_h	broj elemenata u h-tom klasteru problema odlučivanja
V_i^j	utjecaj i-tog klastera, C_i, na j-ti klaster, C_j (zavisnost j-tog klastera, C_j, o i-tom klasteru, C_i)
W_i^j	prioritet i-tog klastera, C_i, s obzirom na j-ti klaster, C_j
c_k^h	oznaka k-tog kriterija u klasteru C_h
v_{ij}^{kl}	utjecaj i-tog kriterija u klasteru C_j, c_i^j na k-ti kriterij u klasteru C_l, c_k^l (zavisnost k-tog kriterija u klasteru C_l, c_k^l o i-tom kriteriju u klasteru C_j, c_i^j)
w_{ij}^{kl}	priotitet i-tog kriterija u klasteru C_j, c_i^j, s obzirom na k-ti kriterij u klasteru C_l, c_k^l
Z	matrica utjecaja među kriterijima u metodi DEMATEL
D	normalizirana matrica utjecaja u metodi DEMATEL
α	prag najjačih veza u metodi DEMATEL
T	totalna (ukupna) matrica veza u metodi DEMATEL
r_i	zbroj redaka u totalnoj (ukupnoj) matrici veza u metodi DEMATEL
c_i	zbroj stupaca u totalnoj (ukupnoj) matrici veza u metodi DEMATEL

Uvod

"Winning starts with beginning.
Turn your scars into stars."
Robert Harold Schuller

Tema ovog rada je razvoj nove metode za analizu složenih problema odlučivanja temeljena na analitičkom mrežnom procesu i analizi društvenih mreža. Tema je vezana uz istraživanje na projektu Razvoj metodološkog okvira za strateško odlučivanje u visokom obrazovanju – primjer implementacije otvorenog učenja i učenja na daljinu (akronim projekta: HigherDecision). Projekt je sufinanciran sredstvima Hrvatske zaklade za znanost (broj projekta IP-2014-09-7854).

Strateško planiranje podrazumijeva kreiranje misije, vizije i temeljnih vrijednosti organizacije; identificiranje akcija kako bi se vizija, misija i ciljevi postigli te planiranje načina kako će se evaluirati postizanje tih strateških odrednica. Rezultat strateškog planiranja je strateški plan (strategija). Strateško upravljanje (strateški menadžment) predstavlja izvršenje strateškog plana/strategije, tj. predstavlja transformaciju statičkog plana u sustav koji osigurava praćenje strateških performansi i omogućuje razvoj i dopunu (proširenje) plana sukladno promjenama iz okoline. Strateško planiranje i upravljanje u visokom obrazovanju odnose se na dugoročno usmjerenje institucija visokog obrazovanja i alokacija resursa potrebnih za provođenje realizacije zacrtanog usmjerenja razvoja institucije.

Definirane su dvije osnovne komponente projekta. Prva je komponenta projekta pretežno teoretske naravi i predstavlja kvalitativnu analizu literature u području i razvoj metodološkog okvira, a druga komponenta predstavlja primijenjeno istraživanje koje rezultira konkretnim rezultatima kao što su okvir za procjenu digitalne zrelosti visokih učilišta, preporuke o uvođenju e-učenja na nacionalnoj i institucijskoj razini te model kurikuluma za program otvorenog učenja i učenja na daljinu [38]:

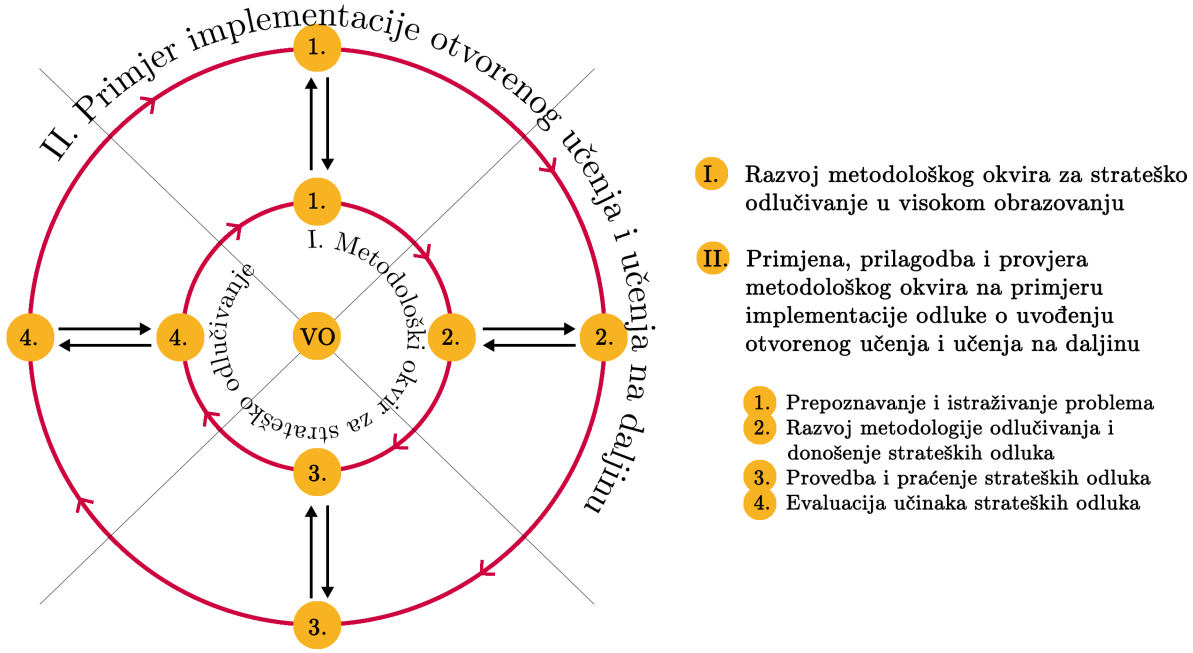
1. Razvoj metodološkog okvira donošenja strateških odluka u visokom obrazovanju i praćenje njihove provedbe,
2. Primjena, prilagodba i provjera dane metodologije na primjeru implementacije odluke o uvođenju otvorenog učenja i učenja na daljinu.

Trostruka misija institucija visokog obrazovanja obuhvaća podučavanje, istraživanje i doprinošenje društvu. Način na koji se ostvaruje ova trostruka misija postaje prvoklasni

istraživački problem jer uključuje inovativnost i strategijsko vođenje radi svoje kompleksnosti i esencijalnih razlika u odnosu na odlučivanje u privatnom i javnom sektoru. Strateški ciklus odlučivanja u visokom obrazovanju bazira se na Demingovom krugu PDCA (engl. *Plan-Do-Check-Act*) i na Dyerovom modelu odlučivanja i implementacije [39].

Metodologija donošenja strateških odluka u visokom obrazovanju ima 4 faze [39]:

1. Identifikacija i istraživanje problema (uključuje procjenu spremnosti za inovacije, difuziju inovacija)
2. Razvoj metodologije odlučivanja i donošenje strateških odluka
3. Primjena metodologije na problemu predstavlja donošenje strateške odluke; praćenje provedbe strateške odluke preko ključnih faktora koji određuju efektivnost odluke
4. Evaluacija efekata strateških odluka (uključuje evaluaciju od strane interesno-utjecajnih grupacija, usporedbu sa prije zacrtanim ciljevima i primjenu strukturnih kauzalnih modela za identificiranje efekata provedbe odluke)



Slika 1: Ciklus donošenja strateških odluka [39]

Navedene četiri faze čine ciklus strateškog odlučivanja i planiranja. Ciklus donošenja strateških odluka prikazan je na Slici 1. O unutrašnjem, užem krugu govorimo kao o metodološkom okviru za strateško odlučivanje koji obuhvaća pripadne metodologije i metode koje odgovaraju svakoj od četiri faze ciklusa. Vanjski krug predstavlja implementaciju metodološkog okvira na jednom strateškom problemu, a to je uvođenje otvorenog učenja i učenja na daljinu. Slika 1 prikazuje i strukturu projekta HigherDecision. Unutrašnji krug metodološkog okvira je teorijski, a on se primjenjuje na konkretan problem iz implementacije otvorenog učenja i učenja na daljinu te istovremeno evaluira i nadopunjuje spoznajama iz te implementacije. Naravno, metodološki okvir za strateško odlučivanje može biti primijenjen i na drugim strateškim problemima u

visokom obrazovanju kao što su problemi vezani uz kurikulume, upisne kvote, studentski standard, pa i probleme koji nisu samo vezani uz visoko obrazovanje, npr. odljev mozgova.

Istraživanje u ovom radu najvećim je dijelom fokusirano na drugu fazu ciklusa strateškog odlučivanja – donošenje odluka i odlučivanje. U tom smislu naglasak je na metodama odlučivanja i njihovo unapređenje kako bi bile što pogodnije za strateško odlučivanje u visokom obrazovanju (VO).

Ovaj rad je organiziran na sljedeći način (slijed poglavlja odgovara koracima znanosti o dizajniranju, istraživačkoj paradigmni korištenoj prilikom istraživanja):

- U prvom poglavlju opisana je uvodna analiza pomoću koje se došlo to motivacije da se u ovom radu bavimo baš razvojem nove metode za odlučivanje. Ta analiza je pokazala da je za područje visokog obrazovanja metoda analitički mrežni proces (ANP) najpogodnija metoda za višekriterijsko odlučivanje, dok je analiza literature pokazala da se metoda ANP koristi vrlo rijetko. Dodatnom analizom utvrđeni su neki nedostaci metode ANP zbog kojih se ona ne koristi te su identificirani potencijali da se ti nedostaci riješe kombiniranjem metode ANP s metodom analize društvenih mreža (engl. *social network analysis - SNA*),
- U drugom poglavlju definirani su ciljevi i hipoteze istraživanja, a vezani uz razvoj nove metode za strateško odlučivanje. Također, opisana je metodologija provedbe istraživanja,
- U trećem poglavlju dana je prezentacija metode ANP, demonstracija metode ANP i njezina dubinska analiza iz koje su jasnije identificirani problemi s kojim se donositelji odluka suočavaju prilikom odlučivanja primjenom metode ANP,
- U četvrtom poglavlju dan je pregled mjera centraliteta iz metodologije SNA i njihova analiza s perspektive njihove primjene za izračun težina kriterija,
- U petom poglavlju prezentirana je nova metoda za odlučivanje koja je nazvana metoda SNAP (kombinacija slova iz naziva polaznih metoda, ANP i SNA). Nova metoda je demonstrirana na tri problema odlučivanja,
- U šestom poglavlju dana je evaluacija nove metode pomoću softverske simulacije te analize korisničke složenosti korištenjem upitnika s korisnicima koji su sudjelovali u davanju ulaznih podataka za primjenu metode ANP i nove metode,
- Konačno, u zadnjem poglavlju dan je zaključak o izvršenim ciljevima i postavljenim hipotezama, a temeljem provedene evaluacije nove metode za odlučivanje. Također, u ovom dijelu dan je popis diseminacijskih aktivnosti novog artefakta kako to predviđa posljednji korak korištenog procesa znanosti o dizajniranju.

Poglavlje 1

Donošenje strateških odluka u visokom obrazovanju: od pregleda literature do motivacije za istraživanje

"Problems are not stop signs, they are guidelines."

Robert Harold Schuller

Najosnovnija podjela vrsta odluka je podjela na strateške, taktičke i operativne odluke. Strateške odluke su najvažnije, one predstavljaju zacrtani smjer razvoja i djelovanja neke organizacije, a realiziraju se preko taktičkih odluka. Taktičke odluke se realiziraju preko operativnih odluka koje se donose na najnižim razinama organizacije.

Institucije visokog obrazovanja procjenjuju se kroz izvršenje trostruke misije: podučavanje, istraživanje i doprinos društvu. Rad u svakom od ta tri područja donosi probleme koji zahtijevaju donošenje različitih odluka s ciljem njihova rješavanja. Imajući u vidu ta tri glavna područja, neki od najvećih strateških problema identificiranih u domeni visokog obrazovanja u Hrvatskoj temeljem jednostavne analiza postojećeg stanja iz medija i struke su sljedeći:

1. Poučavanje - predstavlja najosnovniju djelatnost visokog učilišta. Neki od gorućih problema vezanih uz poučavanje su:
   - Usklađenost sa potrebama tržišta rada (dovoljan i neinflativan broj diplomanata odgovarajućih zanimanja koji imaju potrebna znanja, ne samo zvanja); modeli suradnje institucija visokog obrazovanja i gospodarstva,
   - Izbor najpogodnijeg načina podučavanja studenata s obzirom na sadržaj koji se treba prenijeti studentima, karakteristike studenata i nastavnika, tehničke mogućnosti i financijske resurse,
   - Neadekvatan omjer nastavnik/student,

2. Istraživanje - obuhvaća znanstvenu produkciju kroz znanstvene radove i druge publikacije te projektne aktivnosti (znanstveni projekti); jedan od strateških problema je izrada modela adekvatnog financiranja istraživanja,
3. Doprinošenje društvu - odnosi se na aktivnosti koje visoko učilište poduzima kako bi pomoglo lokalnoj zajednici, ali i šire. Strateški problem odnosi se na izbor aktivnosti kojima se u okviru ovog strateškog područja visoko obrazovna institucija (VOI) treba baviti, na koji način, kojim resursima i sl.,
4. Strateški problemi karakteristični za sva tri područja:
    - Sprečavanje odljeva mozgova (upravljanje kadrovima) predstavlja problem kako zadržati visokoobrazovane stručnjake da rade u hrvatskim visokoobrazovnim institucijama, fakultetima, sveučilištima, institutima, centrima izvrsnosti i sl,
    - Prostorni resursi predstavljaju problem za obavljanje i poučavanja budući da se još uvijek radi u velikim grupama pri čemu se nastavnik ne može adekvatno posvetiti svim studentima. S druge strane, neki studijski programi, ali i znanstvena istraživanja, su toliko specifični da zahtijevaju vrlo specifične prostorne okoline,
    - Financiranje institucija predstavlja vrlo vjerojatno najvažniji problem-uzrok za sve druge probleme jer se problem s financijama često reflektira i na probleme s kadrovima, prostornim resursima, znanstvenim istraživanjima, prilagođavanjem studentskim potrebama i slično.

Ovo su samo neki od brojnih strateških problema visokog obrazovanja na nacionalnoj razini. Ti problemi se na različite načine reflektiraju u svakoj visokoobrazovnoj instituciji. U tom kontekstu, donositelji strateških, pa i taktičkih odluka, suočeni su s različitim izazovima u upravljanju svojim institucijama. Njihove odluke imaju velike posljedice.

Karakteristike strateške odluke su [37]:

- Utjecaj problema/odluke na veliki broj ljudi: neki strateški problem je prepreka koja se odnosi na veliki broj ljudi pa i odluka koja će biti donesena ima posljedice na veliki broj ljudi,
- Utjecaj velikog broja ljudi na problem/odluku: kod rješavanja strateškog problema velik je broj dionika koji sudjeluju u procesu odlučivanja i donose odluku. S druge strane, neki problem je postao strateški jer ga je uzrokovao veliki broj ljudi,
- Dugoročnost: strateška odluka odnosi se na dugoročno razdoblje, često 2 ili 5 godina, a nekad i više,
- Kompleksnost: strateške odluke su kompleksne, obuhvaćaju veliki broj faktora koji se mogu izražavati kroz kvantitativne i kvalitativne pokazatelje i vrijednosti,
- Nesigurnost/rizik: strateške odluke su nesigurne i rizične jer njihov konačan rezultat ovisi o velikom broju faktora i događaja nad kojima ne postoji "kontrola",
- Implementacija procesa strateškog odlučivanja i implementacija odluke zahtijevaju resurse (ljudske, vremenske, materijalne, kognitivne),
- Strateške odluke zahtijevaju pregovaračke napore da bi bile implementirane.

Kada govorimo o visokom obrazovanju, glavne karakteristike strateškog odlučivanja u hrvatskom visokom obrazovanju su [37]:

- Visoka ovisnost VOI o Ministarstvu znanosti i obrazovanja,
- VOI je ponekad labavo povezana institucija, npr. sveučilište se sastoji od fakulteta koji često međusobno i ne surađuju,
- Odlučivanje uključuje kompleksne faktore uspjeha,
- Upravljanje VOI nije kontinuirano zbog izbora članova uprave svakih 2, 3 ili 4 godine na fakultetima, sveučilištu, ministarstvu,
- Donositelji odluka često nemaju adekvatna znanja, vještine i vizije o strateškom planiranju i vođenju,
- Strateški dokumenti i odluke se pohranjuju u ladicama i često ne provode,
- Ne provodi se nadzor (nadgledanje) provođenja strateških odluka kao ni evaluacija (vrednovanje) učinaka odluka.

S obzirom na naprijed navedene karakteristike strateških odluka, a potom i karakteristike procesa strateškog odlučivanja, jasno je da donošenje strateških i taktičkih odluka u VO nije trivijalno te su nam stoga potrebne odgovarajuće metode kojima ćemo modelirati sve komponente problema odlučivanja te odabrati onu alternativu koja ima najbolju kombinaciju vrijednosti po tim komponentama problema odlučivanja.

1.1 Pregled dosadašnjih istraživanja o korištenju metoda, metodologija i pristupa za strateško planiranje i odlučivanje u visokom obrazovanju

Na početku istraživanja napravljen je pregled literature o korištenju metoda, metodologija i pristupa primijenjenih u strateškom planiranju i odlučivanju u visokom obrazovanju. Sistematska analiza literature uključivala je sljedeće baze podataka: Scopus, Science Direct, Wiley Online Library, Web of Science i Academic Search Complete. Ključne riječi po kojima su baze bile pretraživane su bile: *e-learning*, *strategic decision making*, *higher education* (e-učenje, strateško odlučivanje, visoko obrazovanje). Analizirani su radovi koji sadrže barem dvije od navedene tri ključne riječi. Ostali kriteriji pretrage odnosili su se na to da radovi ne smiju biti stariji od 10 godina (u trenutku izrade istraživanja, početak 2016. godine) te da su radovi recenzirani (objavljeni u časopisima ili konferencijama koje provode postupak recenziranja).

U nastavku slijede kratki pojedinačni opisi radova, a potom zbirni rezultati oko korištenih metoda, metodologija i pristupa u strateškom planiranju i odlučivanju u VO.

Ahmad, Farley i Moonsamy bavili su se ulogom strateškog planiranja u visokom obrazovanju. Razlog zašto visoko obrazovanje treba strateški planirati leži u tome da je visoko obrazovanje danas pod utjecajem tržišta i implementacija tržišnih pravila ima značajan utjecaj na visoko

obrazovanje – visoko obrazovanje postaje kao biznis [1]:

- Institucije trebaju integrirati strategije kroz financijsko planiranje i performanse,
- Svako sveučilište treba postaviti edukacijske ciljeve koji reflektiraju njihovu misiju i viziju,
- Mjere odgovornosti trebaju biti poznate javnosti,
- Sustav odgovornosti preko indikatora performansi treba pratiti postavljene ciljeve.

Strateško planiranje usko je povezano sa strateškim odlučivanjem. Za strateško planiranje visokog obrazovanja mogu se koristiti različiti integrirani okviri kao što su BSC, prizma performansi, piramida performansi i drugi. Javni sektor suočava se s većim problemima implementacije sustava praćenja performansi u odnosu na privatni sektor.

Koraci u strateškom planiranju visokoobrazovne institucije [87]:

1. Identificiranje vizije i misije sveučilišta,
2. Razvoj strateških usmjerenja (interna, eksterna, *GAP* analiza; *benchmarking*, SWOT),
3. Izrada strategija (namjeravanih i nenamjeravanih),
4. Strateško programiranje – definiranje strateških ciljeva, kreiranje akcijskih planova i taktika,
5. Evaluacija strategije i pregled strateškog plana,
6. Strateško učenje i strateško razmišljanje.

Posljednjih godina visoka učilišta aktivna su u strateškom planiranju implementacije e-učenja. Strateško planiranje implementacije e-učenja uključuje odlučivanje o najpogodnijem obliku e-učenja na različitim razinama institucije što je glavni problem identificiran u radu [15]. Teorijski model odlučivanja predstavlja primjenu metode AHP za višekriterijsko odlučivanje između navedenih alternativa. Kriteriji korišteni u AHP modelu identificirani su nakon provedbe upitnika o prednostima i ciljevima implementacije e-učenja i o kriterijima i podkriterijima. Istraživanje je provedeno među 90 sudionika redom eksperata iz područja problemske domene (visoko obrazovanje, e-učenje) [16]. Sudionici istraživanja na skali 1-5 procjenjivali su važnost podkriterija i kriterija za implementaciju e-učenja. Svi predloženi kriteriji bili su ocijenjeni kao važni, pri čemu su kao najvažnijima ocijenjeni kriteriji organizacijska spremnost okoline, razvoj ljudskih resursa, dostupnost ljudskih resursa, dostupnost osnovne ICT infrastrukture, a najmanje važnima su ocijenjeni kriteriji pravna i formalna spremnost okoline te dostupnost specifične ICT infrastrukture. Nad tim rezultatima provedena je faktorska analiza s ciljem da se potvrdi teorijski model i da se velik broj varijabli svede na manji broj faktora, tj. kriterija i podkriterija u AHP modelu kojim će se vrednovati identificirane alternative. Provedbom faktorske analize identificirana su 5 faktora koji su sadržavali od 2 do 6 elementa. Tako kreiran hijerarhijski model korišten je za vrednovanje alternativa. ANP model odlučivanja o primjeni oblike e-učenja koristi se na institucijskog razini [14, 13].

Metode AHP i ANP su na strateškoj razini visokog obrazovanja korišteni i u radu [31], također za potrebe strateškog planiranja i mjerenja izvršenja strateškog plana. Sveučilišta imaju misije koje izražavaju preko ciljeva koji se vežu uz misije. Kada govorimo o sveučilišnoj misiji koja se tiče

socio-ekonomske okoline, tada se ona ostvaruje preko različitih mehanizama za transfer znanja koji su razvijeni od strane fakulteta, akademija i škola koji pripadaju tom sveučilištu. U radu se želi identificirati stupanj poravnanja, tj. izvršenja sveučilišnih ciljeva, i rezultata koje postižu fakulteti preko mehanizama transfera znanja. Zapravo se uspoređuje očekivano stanje izvršenja strateškog cilja sveučilišta s realnim stanjem izvršenja cilja sveučilišta. Da bi se to napravilo, korištene su metode za višekriterijsko odlučivanje AHP i ANP, a u procjenama su sudjelovali eksperti iz područja. Cilj je bio mjeriti važnost svakog pojedinog strateškog cilja sveučilišta, rezultata postignutog na fakultetskoj razini i stupanj podudaranja očekivanog i stvarnog stanja te stupanj utjecaja svakog pojedinog mehanizma za transfer znanja.

Pregled broja radova i glavnih tema radova koji se bave nekim od 4 glavna problemska područja odlučivanja u visokom obrazovanju (alokacija resursa, mjerenje performansi, proračun (financiranje) i problem rasporeda) također je predmet istraživanja [60]. Ho, Dey i Higson analizirali su radove od 1996. do 2005. pri čemu je pažnja usmjerena prema vrsti problema odlučivanja te tome jesu li primijenjene tehnike višekriterijskog donošenja odluka, odnosno, koji su nedostaci pristupa korištenih u radovima. Pretraživane su baze Emerald, Ingenta, MetaPress, ProQuest, ScienceDirect, SwetsWise. Ukupno je pronađeno 25 radova koji u naslovu rada ili sažetku spominju visoko obrazovanje i ključne riječi: alokacija resursa, mjerenje performansi, budžetiranje, problem rasporeda. U tim radovima korištene su kvalitativne, kvantitativne metode i višekriterijske metode odlučivanja (više ciljne, engl. *multiobjective*) i višeatributne, engl. *multiattribute* metode). Rezultati istraživanja su sljedeći:

- 6 radova se bavi alokacijom resursa,
- 11 ih se bavi mjerenjem performansi,
- 6 ih se bavi budžetiranjem,
- 2 ih se bave problemima rasporeda,
- 10 članaka koristi kvalitativne metode za rješavanje problema,
- 11 članaka koristi kvantitativne metode za rješavanje problema,
- 4 članka koristi višekriterijske metode za rješavanje problema (u svakom od područja je jednom primijenjena višekriterijska metoda),
  - 3 puta je primijenjena metoda linearnog programiranja (engl. *goal programming*),
  - 1 je primijenjena metoda AHP (mjerenje performansi osobe za svrhu nagrađivanja).

Jedna od dosadašnjih primjena metode AHP u visokom obrazovanju je i primjena u svrhu nagrađivanja istraživačkih radova (izbor najboljih radova znanstvenika). Fakultet trgovine i financija Sveučilišta Villanova ima implementiran program nagrađivanja istraživanja koji javno promovira istraživače i njihove vanredne istraživačke napore [89]. Druga svrha tog programa je stvaranje atmosfere koja motivira istraživačku produktivnost. Programom upravlja istraživački odbor. Svaki član fakulteta ima pravo prijaviti rad na ovaj program. Svaki rad je evaluiran od strane istraživačkog odbora programa kao i od eksternog odbora koji dolazi iz lokalne poslovne zajednice. Odbori daju svoje preporuke dekanu koji donosi konačnu odluku. Proces evaluacije radova iznimno je složen. U obzir dolaze cijeli niz tema radova i metodologija. Radovi

mogu varirati od teorijskih do strogo empirijskih istraživanja. To dovodi do neslaganja oko prikladnih setova kriterija za evaluaciju. Rješenje tih problema traženi su u primjeni metode AHP. U tom kontekstu napravljen je skup kriterija za vrednovanje radova koji se sastoji od 5 elemenata: ciljevi (jasni ciljevi i svrha rada), obrazloženje i opravdanje istraživanja (dano jasno obrazloženje rada; pozicioniranje istraživanja rada u svjetlu postojećeg znanja u području; jasnoća doprinosa istraživanja znanju u području istraživanja), dizajn (prikladnost metodologije istraživanja za temu istraživanja, adekvatnost dizajna istraživanja za postizanje namjeravanih ciljeva), implementacija (adekvatna implementacija istraživanja, nedostaci u implementaciji koji mogu ugroziti rezultate), preporuke i primjena (kvaliteta i logičnost preporuka s obzirom na istraživanje, specificirani nastavci istraživanja). Skale svih kriterija sastoje se od 5 elemenata: izvanredno, dobro, prosječno, loše, slabo. Nakon definiranja kriterija i vrijednosti kriterija pristupilo se uspoređivanju u parovima i to kriterija, kako bi se dobili ponderi/težine kriterija, ali i vrijednosti kriterija, kako bi se dobile težine pojedinih vrijednosti kriterija. Kada je izgrađen model odlučivanja, moglo se pristupiti evaluaciji radova. Pri tome je korišten softver Expert Choice.

Metoda AHP se koristila i za izradu instrumenta nadogradnje statusa kvalificiranih visokoškolskih institucija [156]. Ministarstvo visokog obrazovanja Malezije (MOHE) zaduženo je za pretvorbu Malezije u atraktivno obrazovno središte na regionalnoj razini, a postupno i na internacionalnoj razini. To znači da mora postojati dovoljan broj sveučilišta, visokih škola. U tom kontekstu MOHE je donio Zakon 555 (Zakon o privatnim visokoškolskim institucijama). Zakon se primjenjuje na privatne visokoškolske ustanove (kojih ima preko 500), a koje se sastoje od sveučilišta, sveučilišnih fakulteta ili neovisnih fakulteta (ovisno o razini obrazovnog programa koji se nudi). Osim razine obrazovnih programa koji se nude, bitna varijabla je i praćenje kvalitete edukacije. U tom kontekstu primijenjeno je 5 instrumenata mjerenja performansi. Temeljem programa i instrumenata mjerenja performansi napravljen je model kriterija (hijerarhijsko stablo) koji je korišten za evaluaciju visokoškolskih ustanova i dodjelu statusa institucijama.

Metoda AHP je korištena i za operacionalizaciju mjerenja performansi zaposlenika institucija visokog obrazovanja (nastavnika) [10]. Razvijen je AHP model evaluacije rada zaposlenika koji se može primijeniti na razini odjela, fakulteta i sveučilišta, a obuhvaća kriterije i podkriterije koji odgovaraju područjima rada zaposlenika u kojima se očekuje njihova aktivnost: istraživanje, podučavanje, služenje sveučilištu i društvu. Takav model korišten je za usporedbu među zaposlenicima, ali i kao temelj za nagrađivanje najuspješnijih zaposlenika. Slična implementacija metode AHP pokazana je i u radu [53] čiji glavni rezultat je model za ocjenu nastavnika koji se može koristiti kod zapošljavanja novih kadrova, ali i kod nagrađivanja zaposlenika. U kontekstu e-učenja i mobilnog učenja, u radu [63] metoda AHP je korištena za kreiranje modela za evaluaciju različitih sustava za mobilno učenje.

Metoda AHP je često kombinirana s još nekom metodom prilikom strateškog odlučivanja. Sljedeći radovi pokazuju kombinaciju metode AHP s linearnim programiranjem. U radu [61]

integrirani pristup je realiziran na način da se AHP koristi za prioritizaciju projekata te potom linearno programiranje za odabir najboljeg seta projekta za provedbu s obzirom na prioritete te ograničenja u resursima. U radu [84] metode su korištene za kreiranje modela za formulaciju strategije institucije visokog obrazovanja koji obuhvaća: očekivane uvjete, aktere, ciljeve i strateške opcije.

Popularna metoda za grupno odlučivanje je i Delphi. Clayton [30] promovira korištenje Delphi metode za rješavanje različitih problema u obrazovanju. Grupno rješavanje problema je poželjnije nego individualno rješavanje problema iz sljedećih razloga:

- Kombiniranje procjena većeg broja ljudi daje bolje šanse da se istraživač približi najboljoj alternativi,
- Poželjno je koristiti grupu uzimajući u obzir mišljenja i viđenja svih članova kako bi se bolje razumjeli socijalni fenomeni,
- Grupa će prije prihvatiti rezultate istraživanja i preporuke istraživanja ako je u istraživanju sudjelovao veći broj članova (ili svi članovi grupe),
- Slabo strukturirani i loše strukturirani problemi često se i jedino mogu riješiti udruživanjem mišljenja i stavova većeg broja pojedinaca.

Analiza društvene mreže kao metodologija se također koristi u strateškom odlučivanju. U radu [82] Kruss i suradnici dali su izračun kako institucije visokog obrazovanja doprinose razvoju ekonomije (korištenjem pristupa evolucijske ekonomije te sustava nacionalnih inovacija). To nudi značajne prednosti prilikom konceptualizacije uloge razvoja visokog obrazovanja, kroz naglašavanje važnosti edukacije, usvajanja vještina, rada, inovacija i proizvodnje za ekonomski razvoj. Preko tih koncepata autori su opisali koliko dobro visoko obrazovanje južne Afrike doprinosi razvoju ekonomije pri čemu su rađene dvije studije slučajeva. Jedna studija je pokazala niske mjere centraliteta suradnje s mnogobrojnim institucijama i organizacijama, a druga visoke. Preko veličina društvenih mreža autori su interpretirali utjecaj visokog obrazovanja na ekonomski razvoj.

Još jedna primjena metodologije analize društvenih mreža prezentirana je u radu [99] u kojemu je pokazana primjena analize društvenih mreža u problemu odabira i prioritizacije istraživačkih projekata znanstvenika vezano uz Program istraživanja zanemarenih tropskih bolesti. Analiza društvenih mreža suautorstva postala je alat za pomoć donositeljima odluka i bolje strateško planiranje i nadziranje Programa. S obzirom da se radi o rijetkim bolestima, znanstvena zajednica koja se bavi istraživanjem tih bolesti je dosta mala. Na samom početku, da bi se došlo do popisa tih stručnjaka napravljeni su upiti nad bazom podataka u potrazi za radovima koji sadrže nazive bolesti koje se želi istražiti (7 bolesti). Temeljem tih rezultata napravljena je matrica susjedstva. Fokus istraživanja društvene mreže bio je na komponentama i točkama prekida. Ukupno je bilo identificirano 9 komponenti koje je činilo 172 autora. Točke prekida su također identificirane. Uobičajeni kriteriji za odabir projekata uključivali su mjere kao što je broj radova u nekom vremenu; *impact* faktor ili H-indeks. Analiza komponenti mreže te točaka

prekida bila je nova metoda za biranje prijedloga budući da je za ovakvo istraživanje nužno surađivanje, i svakako su u prednosti oni koji su već u prošlosti zajedno surađivali. S druge strane, nakon što su identificirani točke prekida, oni su postali obavezni sudionici Programa. Također, postoje i drugi radovi u kojima je metodologija analize društvenih mreža korištenja u području znanstvene produktivnosti [19, 85].

Osim različitih metoda, kod strateškog odlučivanja koriste se i razni sustavi mjerenja organizacijskih performansi. Postoje mnogi pristupi i modeli mjerenja organizacijskih performansi i poboljšanja kvalitete u različitim komercijalnim sustavima (npr. TQM) koji su prihvaćeni i u institucijama visokog obrazovanja. Neki od pristupa koji se tu koriste su strateško planiranje i BSC [46]. Visokoškolske ustanove precizno revidiraju svoju sadašnju poziciju sa strateškim pogledom, a definiranjem vizije i misije koje se temelje na snagama, slabostima, prilikama i prijetnjama ustanove postavljaju svoje ciljeve. Strateško planiranje analizira osnovne faktore rizika iz okoline i nudi rješenja kojima se najlakše mogu postići ciljevi. Strateško planiranje je proces postavljanja strateških ciljeva i odlučivanje o sveobuhvatnom operativnom i administrativnom planu kako bi se postavljeni ciljevi i implementirali. Prema nekim mišljenjima, strateško planiranje predstavlja kreativnu moć izvršnih organa prilikom stvaranja budućnosti. Kod strateškog planiranja važno je definirati dugoročnu viziju temeljenu na procjenama unutarnjih i vanjskih čimbenika iz okoline. Procjena tih čimbenika se zove SWOT proces. Za evaluiranje strateškog planiranja može se koristiti BSC koji predstavlja integrirani alat za mjerenje performansi i za upravljanje sustavom. BSC ima nekoliko perspektiva: financijska perspektiva koja sadrži financijske ciljeve i mjere, perspektivu kupaca, procesna perspektiva i perspektiva rasta i razvoja. Pored mnogih prednosti, BSC ima i neke nedostatke: mogući konflikti između top menadžera, integracija rezultata se izrađuje subjektivno od korisnika. U radu [90] autori analiziraju proces strateškog planiranja i raspravljaju njegovu upotrebljivost u novim nadolazećim okolnostima prilikom kreiranja strategije visokog obrazovanja u Irskoj. U radu [4] autori se posebno bave strateškim planiranjem ciljane populacije potencijalnih studenata i kreiranjem marketinških kampanja kako privući ciljanu publiku. Te kampanje i strategije uključuju i formiranje aktivnosti na različitim društvenim mrežama.

U radu [59] autor analizira primjenu BSC-a u visokoškolskim institucijama. Radi se o komparativnoj analizi primjene metode BSC u visokoškolskim institucijama (4 primjera) koje karakterizira različit set perspektiva te ciljeva po perspektivama. Perspektive imaju različite elemente u svakoj prikazanoj VOI. Temeljem pokazanih studija slučajeva autor predlaže generalni okvir BSC-a za institucije visokog obrazovanja.

Korištenje sustava TQM u strateškom planiranju prikazano je u radu [3]. Prilikom izrade misije, vizije, temeljnih vrijednosti i politika korištene su preporuke prikupljene od cjelokupnog akademskog i administrativnog osoblja od najniže do najviše razine. SWOT analiza napravljena je uz pomoć delegata za kvalitetu (predstavnici svih razina osoblja). Nakon toga konstruiran je strateški plan s 21 strateškim ciljem (engl. *goals*) koji su preko podciljeva (engl. *targets*) grupirani u sljedeće grupe: općeniti (pod)ciljevi (odnose se na sveučilište na općenitoj razini),

funkcijski (pod)ciljevi (ciljevi koje trebaju postići organizacijske jedinice, a identificirani su od strane top menadžmenta) i (pod)ciljevi organizacijskih jedinica. Plan se revidira svake godine.

Strateško planiranje potpomognuto teorijom igara analizirano je u radu [117]. Tri glavna igrača na tržištu visokog obrazovanja su sveučilište, studenti i poslodavci. U radu se sustav visokog obrazovanja opisuje preko uzoraka korištenih u teoriji igara i to s perspektive svakog od igrača na tržištu. Pri tome su identificirani neki od najvažnijih faktora koji moraju biti razmatrani od strane sveučilišta u njihovim strateškim planovima: količina sadašnjih prihoda koja treba biti investirana danas kako bi se pomoglo budućem razvoju, eksterna ograničenja (legislativa, dostupnost tržišta vanjskim konkurentima) i vrijeme u kojem plan treba biti razvijen.

Strateško planiranje visokoobrazovne institucije prikazano je i u radu [110]. U radu su identificirani i opisani neki važni strateški problemi i izazovi s kojima se suočavaju današnje institucije visokog obrazovanja: nepovoljna demografska slika (smanjenje veličine dobne skupine za visoko obrazovanje za 1/3), upravljanje kvalitetom (uvođenje sustava za upravljanje kvalitetom; pad kvalitete početkom bolonjskog procesa), starenje populacije i nedostatka kvalificirane radne snage (za korištenje ICT tehnologija), nekonsolidirano pružanje sličnih programa od različitih sveučilišta. Radom se želi dati održiva strategija za donositelje odluka u visokom obrazovanju koja se ogleda kroz inovativnu edukativnu platformu koja se bazira na mješovitom (engl. *blended*) učenju. Taj pristup se bazira na mobilnosti i razmjeni nastavnika, njihovoj specijalizaciji i grupnom radu sa studentima. Autori smatraju da je potencijal e-učenja mnogo više od pojedinačnih e-kolegija baziranih na IKT-u pripremljenih i izvođenih na sveučilištima. U radu predstavljaju ideje kako mješovito učenje može postati središte inovativnog edukativnog okvira s efikasnom unutarnjom strukturom. Autori su predstavili projekt aktivne suradnje tri finska, sedam ruskih i dva češka sveučilišta (sa istim/vrlo sličnim područjem podučavanja) koji su izrađivali zajedničke edukativne materijale i međusobno ih dijelili umjesto da izrađuju zasebne materijale za svako sveučilište pri čemu se dupliciraju izrađeni materijali i povećavaju troškovi. Višegodišnje iskustvo na takvom projektu rezultiralo je mnogim pozitivnim ishodima. Konačno, autori su predložili prototip međusveučilišne polu-virtualne edukacije studenata čiji temelj su kolegiji mješovitog učenja.

Strateško planiranje svojstveno je strateškoj razini upravljanja visokim učilištem. Operacionalizacija strateškog planiranja kroz procesno upravljanje objašnjena je u radu [76] na studiji slučaja. Autori su predložili i integrirani sustav upravljanja koje uz navedene strateško i procesno upravljanje obuhvaća i upravljanje individualnim performansama. Praćenje provedbe svakog dijela implementirano je kroz indikatore performansi.

U kontekstu visokog obrazovanja najčešće korištena višekriterijskog odlučivanja je metoda AHP koja je ponekad kombinirana s drugim metodama, a kada govorimo o sustavima za mjerenje organizacijskih performansi najčešće se koristi BSC. Osim metode AHP, kod odlučivanja korištene su i druge metode, koje nisu višekriterijske, no međutim, rezultati njihove primjene koristi se kao okidač za odluku, ili kao jedan kriterij u problemu odlučivanja.

Metoda DEA je korištena za evaluaciju konkurentnosti visokog obrazovanja [67], ali i za evaluaciju fakulteta, konkretnije evaluacija slovačkih ekonomskih fakulteta pokazana je u radu [47]. Metoda TRIZ je korištena u radu [66] gdje je opisano nekoliko primjena te metode u području visokog obrazovanja. Neke od primjena su pasivne (pokazane su razlike među znanjima studenata koji jesu učili o toj metodi u odnosu na one koji nisu učili o toj metodi), a neke aktivne (korištenje metode za razvoj inovativnog podučavanja).

Kvalitativna analiza korištena je za analizu performansi institucija visokog obrazovanja koje koriste tzv. namjerne (engl. *deliberate*) strategije [48]. Utemeljena (engl. *Grounded*) teorija je korištena za opis veze između strateškog planiranja, računovodstva i upravljanja performansama u lokalnoj upravi i visokom obrazovanju [25].

Fokus grupe i intervjui korišteni su u radu [80] kako bi se istražili faktori koji utječu na prihvaćanje e-učenja u visokom obrazovanju (ti faktori su: institucionalna infrastruktura, stavovi i vještine zaposlenika i očekivanja studenata), a autori rada [52] kreirali su institucionalni okvir za prihvaćanje i implementaciju mješovitog učenja u visokom obrazovanju. Anketa i faktorska analiza korištene su u radu [33] kako bi se utvrdile najvažnije odrednice i pokazatelje uspješnosti visokih učilišta u Hrvatskoj.

Rudarenje podataka (engl. *data mining*) korišteno je u radu [35] kako bi se odredili najvažniji faktori na e-kolegiju, konkretnije, korištena tehnika rudarenja podataka bila je stablo odlučivanja (engl. *decision tree*). Koncept upravljanja promjenama (engl. *Change management*) korišten je u radu [93] kako bi se dokazala važnost analize podataka iz sustava za elektroničko učenje za strateško upravljanje. Autori rada [11] naglasili su važnost provođenja metode analize potreba (engl. *needs analysis*) prilikom uvođenja bilo kakve inovacije.

Metoda SEM je korištena za procjenu prihvaćenosti e-učenja od strane učenika/studenata [2] i za razvoj strateških modela za organizacijsku inovaciju kroz inovacijske sustave u visokom obrazovanju [34]. CBA je korištena za identifikaciju varijabli koje utječu na razvoj usluga e-učenja [45], a faktori koji utječu na uspješnost tih usluga analizirani su u [120].

Prethodna razmatranja sažeta su u Tablici 1.1 [70] u kojoj se nalazi popis metoda, metodologija i pristupa korištenih u prethodnim člancima za rješavanje problema visokog obrazovanja i frekventnost pojave upotreba tih metoda, metodologija i pristupa.

Tablica 1.1: Korištenje metoda, metodologija i pristupa u rješavanju problema u VO [70]

Frekventnost	Metode/metodologije/pristupi
9	AHP
3	Linearno programiranje, DEA
2	ANP, BSC, Rudarenje podataka, KPI, TQM
1	TRIZ, PROMETHEE, utemeljena teorija, teorija igrara, analitike učenja, CBA, SEM

Na temelju sistematske analize literature [70] dopunjen je i inicijalni pregled metoda odlučivanja u VO s fokusom na e-learning [39]. Dopunjeni pregled je dostupan u Tablici 1.2.

Tablica 1.2: Sažetak metoda odlučivanja u rješavanju problema u VO [39, 70]

Faza ciklusa (iz Slike 1)	Pristupi	Karakteristike VO-a i e-učenja	Metode i metodologije
Identifikacija i istraživanje problema	Analiza potreba i situacijska analiza, Procjena spremnosti, Difuzija inovacija	Uključenje svih interesnih grupacija (engl. *stakeholders*), e-spremnost (engl. *e-readiness*), podizanje svijesti	Situacijska analiza (analiza dokumenata), analiza studija slučaja, različiti oblici kvalitativne analize, SEM, SNA, utemeljena teorija, teorija igara, LA, rudarenje podataka, problemsko stablo, stablo odluke, statističke metode
Razvoj metodologije za odlučivanje i odlučivanje	Analiza potencijalnih rješenja, MCDM, CBA, analiza rizika	Uspoređivanje VOI, modeliranje zavisnosti, grupno odlučivanje (AHP, ANP s BOCR)	AHP-BOCR, ANP-BOCR, Prometej, Elektra, Topsis, metode temeljene na idealnoj točki, višekriterijska varijanta CBA, hibridne metode za upravljanje rizicima: Monte Carlo simulacije i analize osjetljivosti, različiti oblici kvalitativne analize, faktorska analiza, klasteriranje, teorija igara, linearno programiranje (engl. *goal programming*), TRIZ, stablo odluke
Provođenje i nadzor strateške odluke	BSC, KPI, BPM, CMMI, PPM	Interpretacija ekonometrijskih metoda i korištenje KPI i PPM	BSC, arhitektura organizacije za BPM, CMMI, ekonometrijske metode (ROI, produktivnost, efikasnost, profitabilnost), DEA, TQM
Evaluacija učinaka strateške odluke	Kvalitativne, kvantitativne i kombinirane metode, strukturni modeli kauzalnosti	Analiza perspektive interesnih grupacija, dubinska analiza da bi se našli uzroci i posljedice	Kvalitativne metode: perspektiva interesnih grupacija, analiza dokumenata, interna konzistentnost strategije i eksterna efektivnost, uspoređivanje (engl. *benchmarking*), dubinske studije slučajeva (engl. *in-depth case studies*), Delphi metoda; Kvantitativne metode: ekonometrijske analize, CBA, višekriterijska analiza, analiza regresija, kauzalno modeliranje, rudarenje podataka, LA

Primjenom navedenih metoda u jednom trenutku se donosi jedna odluka ili više njih. U tom kontekstu, odlučivanje s obzirom na broj odluka koje se donose istovremeno možemo podijeliti na:

- Donošenje skupova odluka, npr. strategije, planovi i slično gdje svaka odredba u strategiji

ili planu predstavlja pojedinačnu odluku. Strategije u tom smislu predstavljaju setove više strateških odluka,

- Donošenje pojedinačnih odluka predstavlja donošenje samo jedne konkretne strateške odluke, npr. odluka o izboru novog zaposlenika, odluka o viziji institucije, odluka o sustavu za elektroničko učenje koji će se implementirati. Ta pojedinačna odluka može biti jedna od odluka unutar strategije ili plana, a može biti i zasebna.

1.2 Višekriterijsko odlučivanje u visokom obrazovanju

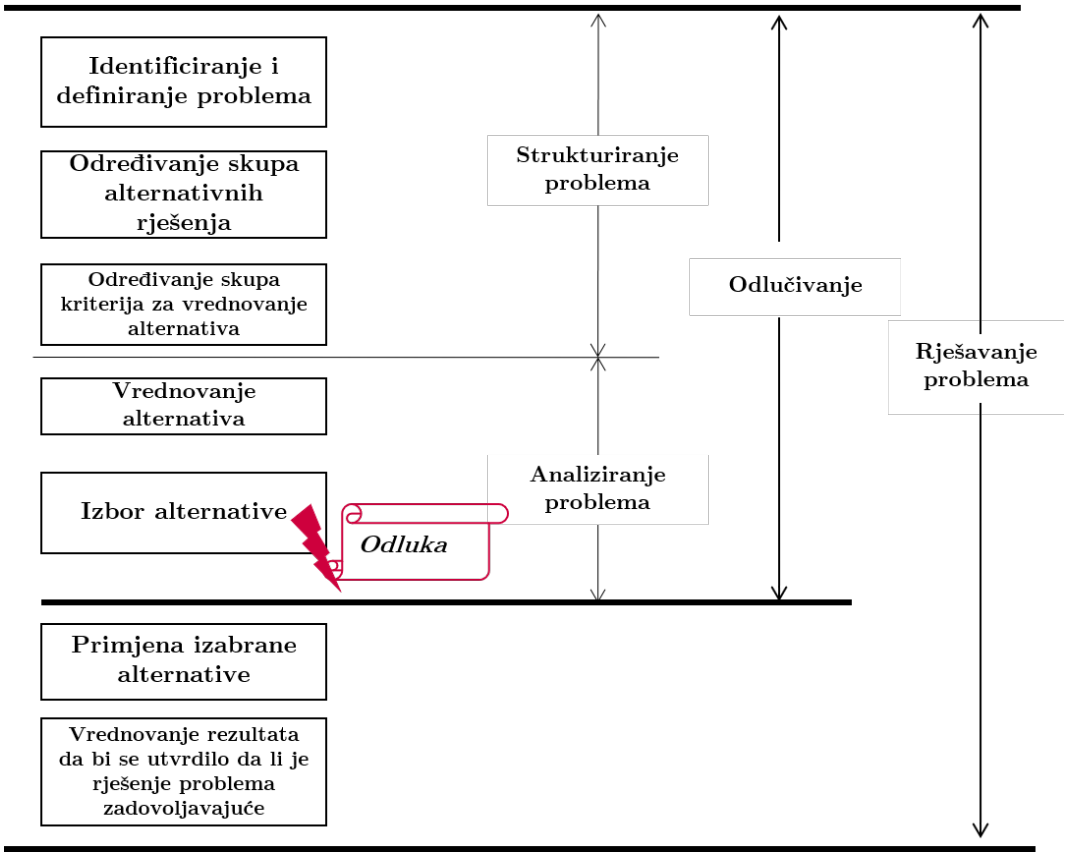
Većina strateških i taktičkih problema odlučivanja u VO su višekriterijski. Kod donošenja takvih odluka na umu uvijek imamo više ciljeva koje želimo realizirati pa stoga svaki cilj reprezentiramo kroz jedan ili više kriterija. Kada govorimo o višekriterijskom odlučivanju, važno je napomenuti tri najvažnije vrste (forme) višekriterijskog odlučivanja (prioritiziranja) s obzirom na glavni zadatak odlučivanja [22]:

1. Odabiranje (engl. *choosing*, *selecting*) – cilj odlučivanja je izabrati jednu, najbolju alternativu između više njih (npr. odabir kandidata za posao),
2. Rangiranje (engl. *ranking*) – redoslijed alternativa - temeljem više kriterija cilj je napraviti rang listu alternativa po tome koja bolje odgovara ciljevima odlučivanja (npr. redoslijed studenata za upis na studij),
3. Klasificiranje (engl. *sorting*, *classifying*) – grupiranje alternativa - temeljem više kriterija alternative grupiraju (npr. kategoriziranje znanstvenika prema definiranim kriterijima u predefinirane kategorije - slabo produktivan znanstvenik, produktivan znanstvenik, vrlo produktivan znanstvenik).

Neovisno o tome o kojoj se vrsti višekriterijskog odlučivanja radi, osnovni koraci višekriterijskog odlučivanja su isti i prikazani su na Slici 1.1. Slika pokazuje proces rješavanja problema, čiji je sastavni dio i odlučivanje. Odlučivanje se sastoji od strukturiranja problema odlučivanja (definicija problema, identificiranje ili kreiranje alternativa te identificiranje kriterija) te od analiziranja problema odlučivanja (gdje se alternative vrednuju i gdje se nekom metodom vrši odabir najbolje alternative (odluke)). S tom fazom proces odlučivanja završava. Nakon što je odluka donesena, potrebno ju je implementirati, ali isto tako pratiti njezino izvršenje i vrednovati rezultate primjene da bi se utvrdilo da li je rješenje početnog problema zadovoljavajuće. Ako nije, potrebno je poduzeti odgovarajuće mjere koje se najčešće definiraju u procesu primjene metode koja se zove matrica rizika.

Kada govorimo o višekriterijskom odlučivanju, kriteriji najčešće nisu međusobno jednako važni za postizanje cilja odlučivanja. Mjera koja opisuje tu veličinu zove se težina, ponder ili važnost kriterija.

Alternative između kojima biramo, u višekriterijskom odlučivanju u najvećem broju slučajeva imaju takve vrijednosti da je po različitim kriterijima svaki put neka druga alternativa najbolja.



Slika 1.1: Koraci višekriterijskog odlučivanja (prema [133])

Zbog toga se javlja potreba postojanja metoda za višekriterijsko odlučivanje koje će pomoći odrediti koja alternativa za dani kontekst odlučivanja ima najbolju kombinaciju vrijednosti po kriterijima. I doista, postoji velik broj metoda za višekriterijsko odlučivanje koje na različite načine biraju najbolju alternativu. Te metode za isti problem odlučivanja mogu davati različite rezultate. Postavlja se pitanje koju metodu za višekriterijsko odlučivanje primijeniti. U ovom radu na to pitanje je odgovoreno u tri koraka:

- Polazna točka su karakteristike konteksta, tj. problemske domene u kojem se metoda višekriterijskog odlučivanja planira primijeniti
- Iz tih karakteristika definirane su zahtjevane karakteristika metoda za višekriterijsko odlučivanje,
- Nakon toga napravljena je analiza kako koja metoda zadovoljava te zahtjevane karakteristike.

Rezultat je prikazan u Tablici 1.3.

Na početku je identificirano devet karakteristika odlučivanja u VO i svaki od njih je pretvoren u zahtijevanu karakteristiku metoda za višekriterijsko odlučivanje. Iz Tablice 1.3 je vidljivo da sve navedene karakteristike jedino zadovoljava metoda ANP. Opis kako metoda ANP operativno zadovoljava te karakteristike bit će vidljiv kasnije, u dijelu gdje se detaljno opisuje metoda ANP.

Imajući na umu rezultate sistematske analize literature iz Tablice 1.1, postavlja se pitanje koji

Tablica 1.3: Pregled metoda odlučivanja prema karakteristikama [36, 74, 151]

Karakteristike odlučivanja u VO	Zahtijevane karakteristike metoda	ANP	AHP	Prome-thee	Electre	TOPSIS
Složenost problema	Strukturiranje problema odlučivanja	+	+	-	-	-
Utjecaj većeg broja faktora na cilj	Više kriterija	+	+	+	+	+
Faktori utječu jedan na drugi	Modeliranje zavisnosti među kriterijima	+	-	-	-	-
Neki faktori se izražavaju u kvantitativnim skalama	Metode moraju podržavati kvantitativne skale kriterija	+	+	+	+	+
Neki faktori se izražavaju u kvalitativnim skalama	Metode moraju podržavati kvalitativne skale kriterija	+	+	-	-	-
Utjecaj velikog broja sudionika na odluku	Grupno odlučivanje	+	+	-	-	-
Potrebno je pouzdanje u odluku	Analiza osjetljivosti	+	+	+	+	+
Odluke donose rizike	Modeliranje rizika prilikom odlučivanja	+	+	+/-	+/-	+/-
Provođenje odluke košta i ostvaruje neku korist	Modeliranje koristi i troškova	+	+	+/-	+/-	+/-

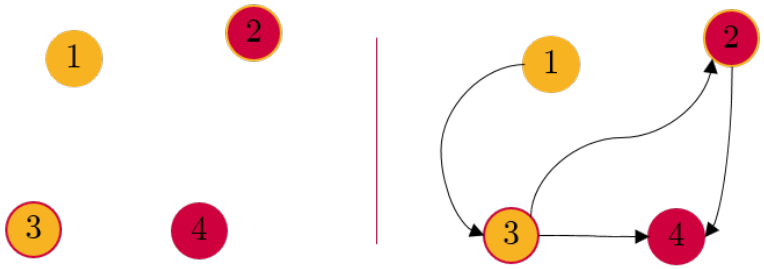
je razlog tome da se u praksi više koristi metoda AHP koja nije najpogodnija za odlučivanje u VO (jer ne zadovoljava sve zahtijevane karakteristike), dok istovremeno postoji metoda koja zadovoljava sve zahtijevane karakteristike. Jedan od razloga je u različitoj kompleksnosti primjene metode ANP u odnosu na metodu AHP. Metode ANP i AHP se u terminima Tablice 1.3 razlikuju upravo u karakteristici modeliranja zavisnosti među kriterijima koju metoda ANP podržava, a metoda AHP ne podržava. U nastavku stoga detaljnije opisujemo taj koncept. Utjecaji i zavisnosti su suprotni koncepti. Ako kriterij 1 utječe na kriterij 2, to znači da kriterij 2 zavisi od kriterija 1. Npr. kriterij *broj radova* utječe na *broj citata*.

S obzirom na utjecajnost/zavisnost među kriterijima razlikujemo probleme odlučivanja:

- Problemi odlučivanja u kojima postoje utjecaji i zavisnosti među kriterijima (Slika 1.2,

lijevo),

- Problemi odlučivanja u kojima ne postoje utjecaji i zavisnosti među kriterijima (Slika 1.2, desno).



Slika 1.2: Kriteriji u višekriterijskom odlučivanju i utjecaji među njima

Metode koje nam stoje na raspolaganju u prvom slučaju su npr. metoda AHP, Electre, Promethee, Topsis, metoda ekvivalentnih zamjena i sl. One ne podržavaju modeliranje utjecaja i zavisnosti među kriterijima. S druge strane, metode koje podržavaju modeliranje utjecaja i zavisnosti među kriterijima (desni slučaj) su metoda ANP [121] i metoda WINGS [97].

Kada govorimo o težini kriterija u kontekstu utjecajnosti među kriterijima, utjecaji (zavisnosti) među kriterijima imaju utjecaj na težinu kriterija, što znači da težina kriterija ovisi o najmanje dvije varijable, o važnosti kriterija za cilj i o utjecajima (zavisnostima među kriterijima). Osnovna je pretpostavka da se onome kriteriju koji utječe na drugi kriterij, inicijalna težina kriterija (Važnost s obzirom na cilj) povećava, a utjecanome (zavisnome) se ta težina smanjuje [71]. U primjeru sa Slike 1.2 kriteriju 1 se inicijalna težina povećava, a kriteriju 4 se smanjuje. Za kriterije 3 i 2 ne možemo s pouzdanjem reći kako im se mijenja težina budući da nemamo podatke o intenzitetu utjecaja među kriterijima.

Metode koje podržavaju modeliranje utjecaja (zavisnosti) među kriterijima mogu se primijeniti i u problemima odlučivanja u kojima ti utjecaji ne postoje. S druge strane, metode koje ne podržavaju modeliranje utjecaja među kriterijima mogu se, ali se "ne bi baš" smjele primijeniti u problemima odlučivanja u kojima postoje utjecaji među kriterijima. No, to se u praksi radi što potvrđuju i podaci iz Tablice 1.1: u domeni visokog obrazovanja u kojoj postoje utjecaji među kriterijima vrlo često se primjenjuje metoda AHP koja te utjecaje ne modelira (npr. kriterij *kadrovski resursi* utječe na kriterij *troškovi* u problemu implementacije e-učenja). Dobivene težine kriterija u tom slučaju stoga nisu nužno točne. Zašto se u praksi to ipak radi? Tri najosnovnija razloga su sljedeća:

1. Metode koje omogućuju modeliranje zavisnosti među kriterijima (najpoznatija među njima je ANP) su jako kompleksne, vremenski zahtjevne i često nerazumljive donositeljima odluka s prosječnim znanjem o metodama odlučivanja,
2. Postoji ograničenje u resursima (vremenom, informacijama, sredstvima) koji su potrebni da se provede odlučivanje kompleksnim metodama kojima bi se modelirale zavisnosti među kriterijima,

3. Metode koje ne omogućuju modeliranje zavisnosti među kriterijima su puno jednostavnije i razumljivije za primjenu (pogotovo uz IKT podršku).

S druge strane, postoji metoda SNA koja se koristi za vizualizaciju i istraživanje struktura i veza u nekoj mreži i njezin je cilj analizirati strukturu mreže kako bi se mogli donijeti zaključci o pojedincu ili grupi, odnosno nekim drugim akterima u mreži, te razumjeti ponašanje društvene ili neke druge mreže [148, 81]. U osnovi te metodologije je teorija grafova, a kako se i kriteriji i alternative u metodi ANP mogu prikazati klasterima i čvorovima, ideja je primijeniti metodu za izračun mjera centraliteta iz SNA nad strukturom problema odlučivanja prikazanom osnovnim elementima iz teorije grafova (čvorovi i lukovi) te mjere centraliteta iskoristiti prilikom izračuna konačne težine kriterija. Klaster kriterija i njihovih međusobnih utjecaja čini usmjereni težinski graf (mrežu). Ako neki kriterij ima npr. visoku vrijednost ulaznog/dolaznog centraliteta to znači da drugi kriteriji utječu na promatrani kriterij i time mu smanjuju težinu ili, ako neki kriterij ima visoku vrijednost izlaznog/odlaznog centraliteta, to njemu povećava važnost, tj. težinu. U tom smislu nadogradnja metode ANP, u kojoj bi se izbjeglo uspoređivanje dvaju kriterija (ili klastera) u odnosu na treći i smanjio broj usporedbi u parovima koje je potrebno napraviti, postaje vrlo korisna za područja i kontekste u kojima postoje zavisnosti i utjecaji među kriterijima, kao što je to visoko obrazovanje. Međutim, potrebno je istražiti u kojim se još problemskim domenama i za koje klase problema ovakva povezana metoda SNA-ANP može koristiti. Metoda SNA ne može se direktno primijeniti za izračun težina kriterija budući da se mjere centraliteta temelje samo na utjecajima među elementima strukture, a ne postoji mjera koja bi govorila o važnosti kriterija za cilj odlučivanja.

Time dolazimo do glavnog cilja ovog rada: razviti novu metodu za višekriterijsko odlučivanje kojom će biti moguće modelirati utjecaje (zavisnosti) među kriterijima, a koja neće biti kompleksna za primjenu. S druge strane, potrebno je identificirati područja u kojima bi se takva nova metoda mogla primijeniti. Prilagođavanjem i implementacijom metodologije za višekriterijsko odlučivanje moguće je u konačnici poboljšati kvalitetu strateških odluka u visokom obrazovanju što je i jedan od ciljeva projekta Higher Decision.

1.3 Osnovni pojmovi i definicije iz teorije grafova i matrični zapis grafova

Metoda SNA temelji se na teoriji grafova. Također, i metoda ANP ima poveznice s teorijom grafova (struktura problema odlučivanja; ovisnost težina kriterija o šetnjama u grafu problema odlučivanja). Iz tog razloga, u ovom poglavlju, prezentirane su osnove iz teorije grafova.

Grafovi pomažu vizualizaciji fizičkih, ali i apstraktnih sustava. U kontekstu ovog rada grafove ćemo koristiti za vizualizaciju problema odlučivanja koji se sastoje od elemenata (cilj, kriteriji, alternative) koji su grupirani u klastere. U metodi analize društvenih mreža grafovi se koriste za prikazivanje odnosa među akterima mreže. Teorija grafova je matematička disciplina koja

proučava zakonitosti na grafovima.

Osnovni pojmovi vezani uz grafove [40, 113, 81, 69, 148]:

- Čvor ili vrh grafa (engl. *node*, *point*, *vertice*) - primitivni element grafa koji se u metodi SNA koristi za prikazivanje aktera (osoba, skupina), a u metodi ANP za prikazivanje elementa odlučivanja (cilj, kriterij, alternativa):
  - Oznake za vrhove: v_i, i,
  - Oznaka za skup svih vrhova: V,
- Linija u grafu (engl. *tie*, *arc*, *edge*, *line*) - primitivni element grafa koji se u metodi SNA koristi za prikazivanje veza među pojedincima, a u metodi ANP za prikazivanje zavisnosti (ili utjecaja) među elementima problema odlučivanja; u usmjerenom grafu linija se naziva luk, a u neusmjerenom brid:
  - Oznaka za linije l_k,
  - Oznaka za bridove b_k,
  - Oznaka za skup svih bridova B,
  - Oznaka za lukove e_k,
  - Oznaka za skup svih lukova E,
  - Oznake za linije preko čvorova - uređeni par (v_i, v_j) ili (i, j),
  - Oznaka za skup linija L, $L = B \cup E$,
- Usmjereni graf ili digraf je uređeni par (V, B) pri čemu je V neprazan skup vrhova grafa, a svaki element skupa B je uređeni par različitih elemenata iz V. Elementi od A se zovu lukovi. Usmjereni graf možemo dobiti iz bilo kojeg neusmjerenog grafa tako da svakom bridu dodamo orijentaciju,
- Neusmjereni graf G je par (V, E) pri čemu je V skup vrhova grafa, a E skup neuređenih parova elemenata iz V, koji čini skup bridova grafa G,
- Težinski graf je graf čijem je svakom bridu ili liniji l_k pridružen nenegativni broj (težina), $w(l_k)$ (težinski grafovi mogu biti težinski usmjereni graf i težinski neusmjereni grafovi),
- Dvorazinski grafovi su grafovi koji opisuju dvorazinske mreže (koje imaju dvije vrste entiteta u svojoj strukturi, npr. elementi i klasteri elemenata),
- Susjedni čvorovi - dva su čvora susjedna ako ih povezuje linija,
- Incidentan brid i čvor - brid je incidentan čvoru ako je povezan s njim i obrnuto,
- Stupanj vrha, d - stupanj vrha je broj $d(v_i)$ bridova od G incidentnih sa v_i,
- Ulazne veze (engl. *indegree*) vrha v_i - broj lukova kojima je v_i završni vrh,
- Izlazne veze (engl. *outdegree*) vrha v_i - broj lukova kojima je v_i početni vrh,
- Gustoća grafa G (oznaka D) - pokazuje omjer između broja linija koje graf ima i maksimalnog mogućeg broja linija; računa se po formuli:
  - Za usmjerene grafove: $D((V, A)) = \frac{M}{N(N-1)}$,
  - Za neusmjerene grafove: $D((V, E)) = \frac{2M}{N(N-1)}$,

  Ako je $D = 1$ znači da su svi čvorovi međusobno povezani.

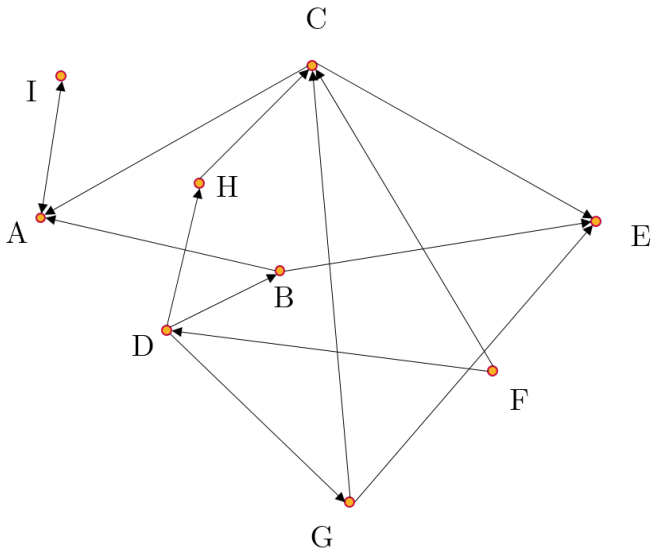
  Ako je $D = 0$, graf sadrži samo vrhove, nema linija (bridova ili lukova),

- Šetnja - netrivijalan konačan niz u grafu G, čiji su članovi naizmjenice vrhovi i bridovi. Vrhovi su na početku i na kraju šetnje. Vrhovi mogu biti unutarnji i vanjski. Duljina šetnje k je broj bridova u šetnji,
- Zatvorena šetnja ili krug - šetnja u kojoj je početni i završni vrh isti,
- Staza - šetnja u kojoj su svi bridovi međusobno različite,
- Put - šetnja u kojoj su svi vrhovi i linije međusobno različiti,
- Ciklus - zatvoreni put,
- Duljina puta - broj bridova na putu,
- Geodetska duljina puta - duljina najkraćeg puta između dva čvora (vrha),
- Dohvatljivi čvorovi - dva su čvora dohvatljiva ako postoji barem jedna šetnja između njih,
- Promjer grafa - maksimalna udaljenost između bilo koja dva vrha u grafu,
- Podgraf - dio većeg grafa. U nekom grafu/mreži odabiremo neke od vrhova. Odabrani vrhovi i veze među njima čine podgraf inicijalnog grafa,
- Povezani graf - graf u kojem postoje veze (put) između bilo koja dva čvora (vrha),
- Nepovezani graf - graf u kojem postoji barem jedan par čvorova između kojih ne postoji veza (put). Čvor koji nije povezan ni sa kojim drugim čvorom zove se *izolirani* čvor,
- Razine povezanosti u povezanom grafu:
  - Jaka povezanost - svaki par vrhova je spojen usmjerenim putem u oba smjera,
  - Srednja razina povezanosti - svaki par vrhova je spojen putem barem u jednom smjeru,
  - Slaba povezanost - svi parovi su spojeni neovisno o smjeru,
- Komponenta grafa - maksimalni podgraf originalnog grafa koji tvori povezani graf. Komponente grafa imaju iznad definirane razine povezanosti,
- Čvor razbijanja grafa (engl. *cutpoint*) - čvor koji polazni graf razdvaja u dvije ili više komponente ako ga se makne,
- Most - brid koja polazni graf razdvaja na dvije ili više komponenti ako je se makne,
- Mreža ♯ - uređena četvorka (V, L, P, W):
  - V je skup vrhova,
  - L je skup linija ($L = B \cup E$, unija bridova i lukova),
  - p je funkcija vrijednosti vrha (svojstva), $p : V \to \mathbb{N}$,
  - w je funkcija vrijednosti linije, $w : L \to \mathbb{N}$,

    U problemima odlučivanja (ali i kod društvenih mreža) često umjesto skupa $\mathbb{N}$ govorimo o skupu $\mathbb{R}$,
- Veličina mreže se izražava brojem čvorova i linija u mreži.

Na primjeru Slike 1.3 pojašnjeni su naprijed definirane pojmove [69]:

- Čvorovi (vrhovi): A, B, C, D, E, F, G, H, I, ukupno 9 čvorova,
- Linije:
  - Bridovi: nema bridova,
  - Lukovi: 14 luka: (I, A), (B, A), (C, A), (D, H), (D, B), (D, G), (H, C), (F, D), (F, C), (B, E), (G, E), (G, C), (C, E), (A, I),



Slika 1.3: Slučajni graf [69]

- Susjedni čvorovi: $(A; B, I, C)$, $(B; A, D, E)$, $(C; A, H, G, F, E)$, $(D; H, B, F, G)$, $(E; B, C, G)$, $(F; C, D)$, $(G; D, C, E)$, $(H; D, C)$, $(I; A)$,
- Stupanj vrha $d(A) = 3$; $d(B) = 3$, $d(C) = 5$...,
- $indegree(A) = 3$; $outdegre(A) = 1$...,
- Gustoća grafa: 0.1944,
- Primjer šetnje: $G - E - B - A - I$, duljina ove šetnje je 4,
- Zatvorena šetnja: $A - I - A$ duljine 2
- Gornja šetnja je primjer staze i gornja zatvorena šetnja je primjer kruga,
- Gornja šetnja je ujedno i primjer puta, a zatvorena šetnja primjer ciklusa,
- Duljina puta $F - D - H - C - E - B - A$ između vrhova F i A je 6, no to nije ujedno i geodetska udaljenost; geodetska udaljenost je veličine 3 (put $F - D - B - A$),
- A i I su dohvatljivi čvorovi (put $A - I$); B je dohvatljiv čvor za D (put $D - B$), D nije dohvatljiv za B,
- Promjer grafa je 7,
- Podgraf početnog grafa, je graf s vrhovima F i D i usmjerenom vezom $F - D$,
- Graf je slabe povezanosti,
- Čvor razbijanja grafa: A,
- Mosta nema.

Matrice su drugi i drugačiji način opisivanja grafa (mreže). Matrice predstavljaju algebarsku prezentaciju veza u mreži. Time je omogućena mnogo veća i složenija analiza mreže nego je to moguće vizualnom reprezentacijom mreže.

Najvažnije vrste matrica s perspektive metode SNA i metode ANP su:

1. Matrica susjedstva - matrica koja pokazuje koji vrhovi u mreži su susjedni, tj. koje

povezuje brid. Ovu matricu koristimo za prikaz neusmjerene netežinske mreže i ona je uvijek simetrična. Uz pretpostavku da se radi o mreži koja nema petlji ni višestrukih bridova, ovu matricu definiramo kao:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1\,, \text{ ako su } v_i \text{ i } v_j \text{ susjedni,} \\ 0\,, \text{ inače,} \end{cases}$$

Ovu matricu možemo koristiti i kod prikaza usmjerene mreže kao i za prikaz težinske mreže, no tada ona nije dovoljna da bi samo iz nje mogli napraviti mrežu. Kod usmjerene mreže ponekad se koristi notacija prema kojoj je smjer veze iskazan u matrici, no tada takva matrica više nije simetrična,

2. Matrica incidencije - ova matrica sadrži informacije o incidenciji vrhova i linija. U prvom stupcu matrice nalaze se, vrhovi, a u prvom redu linije:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1\,, \text{ ako je vrh } v_i \text{ incidentan sa linijom } l_j, \\ 0\,, \text{ inače,} \end{cases}$$

3. Matrica veza - najkompletnija matrica za prikaz veza među vrhovima. Prikazuje postojanje veze, smjer veza i intenzitet veza. Možemo ju definirati kao $c_{ij} = 0$, ako v_i nije u vezi ili ne utječe na v_j; w_{ij}, ako v_i je utječe na v_j intenzitetom w_{ij}. Kod netežinskog neusmjerene mreže ova matrica je jednaka matrici susjedstva.

$$c_{ij} = \begin{cases} w_{ij}\,, \text{ ako su } v_i \text{ i } v_j \text{ povezani linijom težine } w_{ij}, \\ 0 \quad\;\; , \text{ inače,} \end{cases}$$

4. Matrica geodetske udaljenosti - ova matrica sadrži podatke o geodetskoj udaljenosti između svaka 2 čvora uvažavajući težine linija; ona se može izvesti iz matrice veza

$$d_{ij} = \begin{cases} d(v_i, v_j)\,, \text{ gdje je } d(v_i, v_j) \text{ geodetska udaljenost između vrhova } v_i \text{ i } v_j, \\ \infty \qquad\;\; , \text{ inače.} \end{cases}$$

Za primjer sa Slike 1.3 prikazane su sve četiri matrice [69].
Matrica susjedstva.

$$\mathbf{A} = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \\ I \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} A & B & C & D & E & F & G & H & I \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{1.1}$$

Matrica incidencije.

$$\mathbf{B} = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \\ I \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccccccc} (I,A) & (B,A) & (C,A) & (D,H) & (D,B) & (D,G) & (H,C) & (F,D) & (F,C) & (E,B) & (G,E) & (G,C) & (E,C) & (A,I) \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccccccccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \end{array} \tag{1.2}$$

Matrica veza.

$$\mathbf{C} = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \\ I \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} A & B & C & D & E & F & G & H & I \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccccccc} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{1.3}$$

Matrica geodetske udaljenosti.

$$\mathbf{D} = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \\ I \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} A & B & C & D & E & F & G & H & I \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccccccc} 0 & 1 & 1 & 3 & 2 & 3 & 2 & 2 & 1 \\ \infty & 0 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & \infty \\ \infty & \infty & 0 & 2 & \infty & 1 & 1 & 1 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & 1 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 1 & 2 & 0 & 2 & 2 & 2 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 1 & \infty & 2 & 0 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 1 & \infty & 2 & \infty & \infty & \infty \\ 1 & 2 & 2 & 4 & 3 & 4 & 3 & 2 & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{1.4}$$

Matrica za prikazivanje društvenih mreža u metodi SNA se još zove *sociomatrica*, a najčešće se odnosi na matricu susjedstva ili matricu veza. U metodi SNA sociomatrica se još označava oznakom X. Svaka pozicija u polju matrice ima svoju oznaku: x_{ij}, gdje i predstavlja redak,

a j stupac u kojem se pozicija nalazi. Glavna dijagonala matrice ($i = j$) predstavlja pozicije u matrici koje opisuju vezu nekog aktera sa samim sobom, a s obzirom na to da u društvenim mrežama takvi odnosi u pravilu ne postoje, u matricu treba upisati samo N^2-N drugih podataka koji govore o vezama N pojedinaca s drugih $N-1$ pojedinaca. U pravilu, za usmjerene veze, akteri u redu su *inicijatori* ili *pošiljatelji* u vezi, a akteri u stupcu su *primatelji* ili *prekidači* veze. Naravno, može se napraviti i obrnuto, no treba voditi računa o kasnijim interpretacijama. Sociomatrica može biti i simetrična, a pripadni graf neusmjeren [69].

Matrica za prikazivanje problema odlučivanja u metodi ANP nema posebno ime kao što je to slučaj kod metode SNA i korištenja imena sociomatrica, već se problem odlučivanja opisuje prvo matricom susjedstva, a potom supermatricama koje najbliže odgovaraju matricama veza iz prethodnog popisa vrsta matrica. U metodi ANP modeliraju se zavisnosti među elementima problema odlučivanja, a matrica za prikazivanje problema odlučivanja (supermatrica) sadrži prioritete utjecaja među elementima problema odlučivanja (cilj, alternative, kriteriji). Matrica za prikaz problema odlučivanja u metodi ANP je najčešće asimetrična, a pripadni graf usmjeren.

Poglavlje 2

Ciljevi, hipoteze i metodologija istraživanja

2.1 Ciljevi i hipoteze istraživanja

Dva su osnovna cilja ovog istraživanja:

- $\mathcal{C}1$*: Nadograditi metodu ANP (analitički mrežni proces) s elementima metode SNA (analiza društvenih mreža), a s ciljem premošćivanja nekih od nedostataka u primjeni metode ANP.* Kako je ranije navedeno, identificirana je nelogičnost u smislu korištenja odgovarajuće metode za višekriterijsko odlučivanje s obzirom na problemsku domenu. Analiza je pokazala da bi se za rješavanje višekriterijskih problema odlučivanja u VO trebala koristiti metoda ANP, a umjesto nje, kako je pokazala analiza literature, koristi se metoda AHP. U tom smislu, potrebno je napraviti analizu metode ANP i identificirati uzroke nekorištenja metode ANP. Kako je metoda ANP generelizacija metode AHP (koja je dobro prihvaćena u praksi) i obuhvaća sve korake koje ima i metoda AHP, a osim njih i dodatne korake, krenulo se s pretpostavkom da problemi u primjeni metode ANP nastaju upravo zbog tih dodatnih koraka. Ti koraci se, između ostalog, odnose na utjecaje (zavisnosti) među kriterijima. Budući da metoda SNA obuhvaća metode za mjerenje utjecaja među elementima mreže, metoda SNA se planira koristiti da zamijeni dijelove metode ANP koji su za korisnika komplicirani. S obzirom da se kombiniranjem dijelova metoda, ANP i SNA, stvara nova metoda, možemo preinačiti izjavu prvog cilja u *Razviti novu metodu koja će modelirati utjecaje (zavisnosti) među kriterijima, a s ciljem premošćivanja nekih od nedostataka u primjeni metode ANP*. Slična preinaka izjave moguća je i kod i hipoteza. U okviru ovog istraživanja i doktorskog rada bavimo se razinom kriterija u višekriterijskom odlučivanju, bez uključenja alternativa što slijedi u idućim fazama istraživanja i razvoja nove metode.
- $\mathcal{C}2$*: Odrediti klase problema na kojima metoda ANP nadograđena metodom SNA daje rezultate koji su usporedivi s rezultatima metode ANP, uz uvjet da je odlučivanje učinkovitije.* Ovaj cilj ima dvije komponente:

  - Prva komponenta odnosi se na određivanje problemskih domena u kojima bi se nova metoda mogla primijeniti. Postupak određivanje problemskih domena u kojima bi se nova metoda ovisi o konačnim karakteristikama koje će metoda imati. S obzirom na sličnosti nove metode u pojedinim karakteristikama s karakteristikama metode ANP, da bi odredili problemske domene, potrebno je odrediti problemske domene metode ANP.
  - Druga komponenta odnosi se na određivanje skupa mrežnih struktura problema odlučivanja u kojima metoda SNA-ANP daje rezultate koji su usporedivi s rezultatima metode ANP. U okviru ovog istraživanja bit će napravljena softverska simulacija koja će generirati neodređene mrežne strukture kriterija problema odlučivanja. Simulacija će obuhvatiti i izračun težina kriterija prema metodi SNA-ANP i prema metodi ANP (uz odgovarajuće modifikacije budući da su ulazni podaci za te dvije metode različiti). U završnom dijelu simulacije težine kriterija izračunate primjenom obje metode će se usporediti. Potom će biti moguće odrediti skupove onih mrežnih struktura u kojima su rezultati dviju metoda usporedivi. Ti skupovi će biti kvalitativno opisani preko svojih specifičnih karakteristika.

Hipoteze istraživanja:

- $\mathcal{H}1$*: Korisnička složenost kombinirane metode SNA-ANP manja je od korisničke složenosti metode ANP.* Ova hipoteza vezana je uz prvi cilj istraživanja. Kako bi se potvrdila ova hipoteza definirat će se način izračuna korisničke složenosti u kontekstu metoda odlučivanja te će se na realnim slučajevima ona izračunati. Težine kriterija za iste probleme odlučivanja bit će određene preko metode ANP i preko metode SNA-ANP. Korisnici će ocijeniti razumijevanje jedne i druge metode, odnosno davanje inputa za jednu i drugu metodu te će evaluirati težinu davanja procjena za jednu i drugu metodu.
- $\mathcal{H}2$*: Primjena kombinirane metode SNA-ANP daje usporedive rezultate s rezultatima metode ANP za određene klase problema uz uklanjanje nekih nedostataka metode ANP odlučivanja.* Ova hipoteza usko je vezana uz cilj 2 istraživanja (druga komponenta). U potvrđivanju ove hipoteze koristit će se softverska simulacija kao i studije slučajeva spomenute unutar objašnjenja prve hipoteze.

2.2 Metodologija istraživanja

Razvoj nove metode za strateško odlučivanje u visokom obrazovanju obuhvatiti će 4 osnovne faze:

1. Analizu situacije,
2. Unapređenje metoda za odlučivanje,
3. Izgradnju modela za odlučivanje,
4. Validaciju modela i donošenje odluke (provjera metode).

Uspoređujući navedene 4 osnovne faze sa istraživačkom paradigmom znanosti o dizajniranju (DSRP) [58] možemo identificirati logična poklapanja. DSRP se sastoji od sljedećih 5 faza [146]:

1. Identifikacija problema,
2. Dizajn i razvoj artefakta (prijedlog),
3. Demonstracija/prikaz artefakta,
4. Evaluacija/provjera,
5. Diseminacija/širenje rezultata.

Paradigma DSRP je vrlo općenit koncept koji se koristi za razvoj novih artefakata, tj. metoda, postupaka, modela, proizvoda i slično. Velik broj primjene ove paradigme je u području IKT-a. Neke od prvih primjena su bile: razvoj računalnog sustava za podršku odlučivanja za nuklearne reaktore [146], razvoj metode za generiranje novih ideja za programske proizode koji će biti dobro prihvaćeni kod potrošača; razvoj metode za bolje razumijevanje i identificiranje željenih karakteristika sustava (novinski portal) od strane korisnika [112]. U knjizi [145] nalaze se primjeri različitih drugih artefakata te vrlo korisni savjeti kako provesti svaku od faza paradigme DSRP.

U nastavku slijedi opis implementacije koraka i korištenih metoda za svaku fazu DSRP-a.

Identifikacija problema. Glavna tema ovog rada je razvoj nove metode za višekriterijsko odlučivanje u VO koja će prilikom izračuna težina kriterija u obzir uzimati težine utjecaja među kriterijima. Sukladno definiranim ciljevima i hipotezama, metoda SNAP bit će uspoređena s metodom ANP. Unutar ove faze aktivnosti koje će biti provedene su:

- Prikaz metode ANP (obuhvaća metodološki i matematički okvir metode ANP s demonstracijskim primjerom),
- Analiza karakteristika metode ANP (unutar ove aktivnosti identificirat će se osnovne karakteristike, prednosti i nedostaci metode ANP te će biti prikazani odgovarajući primjeri preko kojih će biti demonstrirane pojedine karakteristike metode ANP),
- Prikaz metoda za strukturiranje problema odlučivanja (s obzirom na važnost strukture problema odlučivanja i njezin utjecaj na kvalitetu konačne odluke, bit će dan pregled metoda za strukturiranje problema odlučivanja),
- Prikaz metode SNA (najvećim dijelom obuhvaća pregled literature koji se odnosi na mjere centraliteta dok će podstrukture biti analizirane manjim dijelom).

Metode korištene u ovoj fazi su kvalitativna analiza literature te kritička analiza metoda koje se analiziraju.

Dizajn i razvoj artefakata (prijedlog). Preliminarnom analizom karakteristika metode ANP identificirani su njezini nedostaci zbog kojih metoda ANP nema široku primjenu u praksi. Detaljna analiza metode ANP bi će prikazana u implementaciji faze 1 DSRP-a. Kako je u osnovi metode ANP i teorija grafova, baš kao i u osnovi metode SNA, postavljeno je istraživačko pitanje mogu li se metode za izračun mjera centraliteta (iz metode SNA) iskoristiti umjesto

velikog broja koraka koje treba sprovesti u okviru metode ANP. Kao odgovor na to pitanje predlaže se veze među kriterijima promatrati preko mreža. U sklopu ove faze neke od postojećih, naprijed navedenih metoda za strukturiranje problema odlučivanja bit će prilagođene za potrebe identificiranja težina utjecaja među kriterijima. Istraživanje obuhvaća razinu klastera kriterija te razinu jednog kontrolnog kriterija (koji obuhvaća više klastera), bez alternativa:

- Na razini kriterija, veze među kriterijima mogu biti veze dominacije, tj. važnosti za cilj (uspoređivanje u parovima prema Saatyjevoj skali svih kriterija iz klastera uz vođenje računa o konzistentnosti uspoređivanja; analogno AHP razini); te veze zavisnosti, tj. utjecaja među kriterijima (koje strukturu problema odlučivanja čine mrežnom). Klaster kriterija možemo promatrati kao dvije zasebne težinske mreže (temeljem navedenih veza) te računati mjere centraliteta u svakoj mreži i agregirati ih u pondere kriterija ili navedene veze među kriterijima promatrati kao jednu mrežu pa računati mjere centraliteta koje će predstavljati pondere. Također, varijanta je da se izračun težina kriterija temeljem veza dominacija ne mijenja s obzirom da taj dio odgovara metodi AHP s kojim korisnici nemaju značajnijih poteškoća u primjeni; te, s druge strane, za veze među kriterijima primijeniti mjere centraliteta iz metode SNA,
- Na razini klastera, u metodi ANP potrebno je izračunati težine klastera. I ovdje postoje dvije vrste veza među klasterima – dominacija (uspoređivanje klastera s obzirom na kontrolni kriterij (cilj)) i utjecaji (koji su direktan rezultat postojanja veza utjecaja među kriterijima na nižoj razini). Vezano uz veze utjecaja posebno će se istražiti mogućnost izračuna težina veza utjecaja među klasterima temeljem težina veza utjecaja među kriterijima koji su veze utjecaja među klasterima i uzrokovali. S druge strane, istražit će se da li postoji pogodniji način za uračunavanje razine klastera u konačne težine kriterija.

Metode koje će se koristiti u ovoj fazi su: razvoj varijanti metode integriranjem/kombiniranjem metoda, abduktivno razmišljanje (kreativnost), konceptualno modeliranje, razvoj softvera.

Demonstracija/prikaz artefakata. U prethodnom koraku kreirana nova metoda odlučivanje te odgovarajuća metoda za strukturiranje problema odlučivanja (za dobivanje težina međusobnih utjecaja kriterija) bit će primijenjene na konkretnom problemskom zadatku, problemu odlučivanja koji je već u prošlosti bio riješen metodom ANP ili novom problemu odlučivanja na koji će se primijeniti ANP i nova metoda. Na taj način će se napraviti demonstracija metode, ali i provjeriti metoda na jednom primjeru problema odlučivanja.

Evaluacija/provjera. Kako bi se provjerila povezana SNA-ANP metoda koristit će se dvije metode provjere: računalna simulacija te kvalitativna analiza provedena preko studija slučajeva u kojima će sudjelovati stručnjaci iz područja studija slučajeva i stručnjaci iz područja odlučivanja.

- Računalna simulacija bit će implementirana kao aplikacija u odgovarajućem programskom jeziku koja će generirati klastere, kriterije u klasterima (do 9 kriterija u klasterima) i sve

moguće mreže dominacije (kombinacije) za svaki broj kriterija u klasterima (uz uvažavanje konzistentnosti). Potom će se na razini svake kombinacije generirati različite kombinacije međusobnih utjecaja kriterija i konačno izračunati težina kriterija. Paralelno će se računati težine kriterija za sve kombinacije metodom ANP. Rezultati nove metode usporedit će se sa rezultatima metode ANP. Metoda SNA-ANP će biti uspješna ako se u svakoj kombinaciji postigne razlika u težini kriterija manja od 10%. Također, slične funkcije će se implementirati i na razini klastera. Na taj način identificirat će se klase problema odlučivanja (karakteristike struktura problema odlučivanja) u kojima povezivanje metoda SNA i metode ANP daje usporedive rezultate.

Dodatno, u ovoj fazi izračunat će se i složenost obje metode računalna (algoritamska) i korisnička (broj akcija koje je potrebno napraviti od strane korisnika uz pretpostavku računalne implementacije metoda),

- Drugi dio provjere odnosi se na kvalitativnu analizu metode od strane stručnjaka za područje problema odlučivanja koji će dati ulazne podatke da bi se moglo primijeniti metodu ANP i novu metodu te koji će analizirati razumijevanje primjene metode i težinu aktivnosti koje treba odraditi. Kada govorimo o kvalitativnoj analizi metode s teorijskog i metodološkog stajališta od strane stručnjaka iz područja odlučivanja, taj dio je biti implementiran kroz izradu članaka za konferencije i časopise u kojima se primjenjuju koncepti na kojima se temelji nova metoda.

  U analizi metode bit će opisana ograničenja istraživanja i dat će se smjernice za daljnji razvoj kombinirane metode i uključenje alternativa u novu metodu.

Zaključak. U ovoj fazi će se napraviti završna ocjena povezivanja metoda (nove kombinirane metode). U ovoj fazi analizirat će se postignuće postavljenih ciljeva i jesu li hipoteze provjerene. Također, ovdje će biti navedeni svi dosadašnji diseminacijski elementi vezani uz novu metodu.

Identifikacija problema u ovom radu je zastupljena kroz poglavlje 3Dizajn i razvoj artefakta odnosi se na poglavlja 4 i 5. Demonstracija je vezana uz poglavlje 5, a evaluacija uz poglavlje 6. Faza zaključka odgovara poglavlju 7.

Poglavlje 3

Analitički mrežni proces (ANP)

U ovom poglavlju bit će napravljena detaljna analiza metode ANP: metodološka i matematička osnova metode ANP, demonstracija metode ANP na primjeru, analiza metoda za strukturiranje problema odlučivanje koje se koriste u kontekstu metode ANP, područja primjene metode ANP, te konačno analiza nedostataka i karakteristika metode ANP.

Kako je metoda ANP poopćenje metode AHP prvo će biti opisana metoda AHP. Taj opis nam je i važan kako bi kasnije što bolje prikazali analizu karakteristika metode ANP.

3.1 Analitički hijerarhijski proces (AHP)

Metoda AHP je jedna od najpoznatijih metoda za višekriterijsko odlučivanje i vjerojatno jedna od najviše korištenih metoda za višekriterijsko odlučivanje. Tvorac metode AHP je prof.dr.sc. Thomas Saaty. Možemo reći da je metoda AHP nadogradnja metode SAW (jednostavno zbrajanje težina) kod koje se težine prioriteta izračunavaju uspoređivanjem u parovima pri čemu je model problema odlučivanja oformljen kroz hijerarhiju. Pri tome se koristi Saatyjeva skala relativne važnosti koja je prikazana u Tablici 3.1. U jednom trenutku se uspoređuju dva elementa u paru.

Metoda AHP temelji se na 4 aksioma [56, 13, 127]:

- Aksiom 1: Uvjet reciprociteta. Kada se uspoređuju dva elementa iz para, ako prvi dominira nad drugim intenzitetom x prema Saatyjevoj skali, tada drugi element dominira nad prvim intenzitetom $\frac{1}{x}$ (ako je A 5 puta teži od B, onda B čini $\frac{1}{5}$ težine A).
- Aksiom 2: Homogenost. Usporedba ima smisla samo ako su elementi usporedivi. Kada se uspoređuju dva elementa po Saatyjevoj skali, ona mora biti dovoljna da se na njoj napravi usporedba, odnosno napravi konzistentna tablica usporedbi. Primjerice, ne mogu se uspoređivati težine sunca i atoma.
- Aksiom 3: Zavisnost. Uspoređivanje elemenata u parovima s jedne razine hijerarhije moguće je samo u odnosu na elemente više razine hijerarhije. Obrnuta situacija moguća

je u metodi sustavu koji se zove povratna veza (engl. *feedback*) u metodi AHP, tj. metodi ANP.

- Aksiom 4: Očekivanje. Svaka promjena u strukturi hijerarhije zahtjeva ponovno računanje prioriteta u novoj hijerarhiji.

Tablica 3.1: Saatyjeva skala - Fundamentalna skala apsolutnih brojeva, prema [124]

Intenzitet važnosti	Definicija	Objašnjenje (opis)
1	jednaka važnost	dva elementa su jednako važna (dvije aktivnosti jednako doprinose cilju)
2	vrlo slaba važnost	
3	srednja važnost	iskustvom i procjenom favoziramo jedan element (aktivnost) u odnosu na drugog
4	srednja do jaka važnost	
5	jaka važnost	iskustvom i procjenom jako favoziramo jedan element (aktivnost) u odnosu na drugog
6	jaka do dokazana važnost	
7	dokazana važnost	element ili aktivnost je snažno favorizira u odnosu na drugu; njegova/njezina dominacija je demonstrirana u praksi
8	dokazana do važnost	
9	ekstremna važnost	dokazi koji favoriziraju jednu aktivnost nad drugom su najviši mogući redoslijed afirmacije
Recipročne vrijednosti gornjih vrijednosti		primjena aksioma asipročnosti
1.1 - 1.9	elementi (aktivnosti) su približno jednako važni	

3.1.1 Koraci metode AHP

Metoda AHP sastoji se od 4 koraka. S obzirom na Sliku 1.1 sa stranice 17, jedan od koraka metode AHP odgovara procesu strukturiranju problema odlučivanja, a preostala tri odgovaraju procesu analiziranja problema koji završava donošenjem odluke. Koraci metode AHP su (prilagođeno prema [124, 13]):

1. Strukturiranje hijerarhije odlučivanja koja na vrhu ima cilj odlučivanja, nakon čega slijede kriteriji koji mogu biti dekomponirani na potkriterije, dok se na zadnjoj razini hijerarhije uobičajeno nalaze alternative između kojih trebamo odlučiti se za jednu. Metode i pristupi koje mogu pomoći prilikom strukturiranja problema odlučivanja i formiranja hijerarhije su:
   - Intervjui s ekspertima u problemskoj domeni,

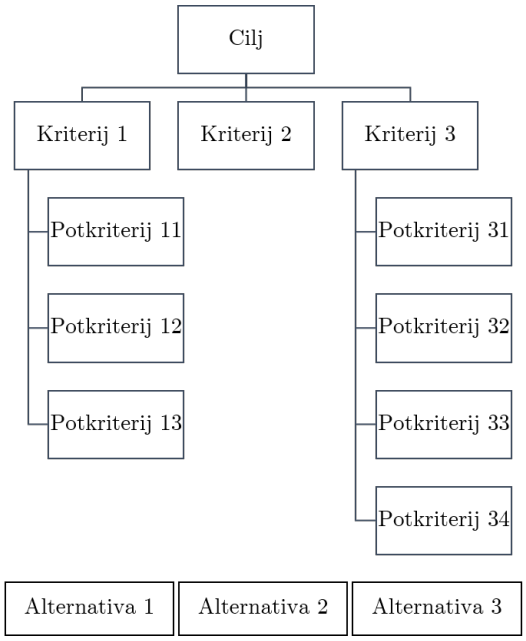
- Pregled literature (traženje relevantnih problema odlučivanja koji su ranije riješeni u području problem odlučivanja),
- Tehnika oluja mozgova (zajedničko grupno mozganje) (engl. *brainstorming*) i tehnike kreativnosti mogu biti korisne prilikom kreiranja novih alternativa (ako nisu poznate),
- *Delphi* metoda se može koristiti za usuglašavanje popisa kriterija i formiranje hijerarhije,
- Odozgo prema dolje (engl. *Top-down*) pristup - dekompozicija kriterija u hijerarhiji ([13, 73]),
- Odozdo prema gore (engl. *Bottom-up*) pristup, metode klasteriranja - grupiranje kriterija u hijerarhiji ([13, 73]),
- *PrOACT* pristup u raščlambi problema odlučivanja ([73]),
- Promišljanje o problemu, zaključivanje... (*Svaki problem sadrži sjeme vlastita rješenja.* Stanley Arnold),

2. Uspoređivanje u parovima. U ovom koraku provode se usporedbe u parovima poštujući hijerarhiju koja je kreirana u prethodnom koraku korištenjem Saatyjeve skale dane u Tablici 3.1. Prije provođenja usporedbi u parovima koje se tiču alternativa, poželjno je kreirati tablicu odlučivanja - prikaz alternativa, kriterija (listova) i vrijednosti alternativa po svim listovima. To može utjecati na bolje i konzistentnije usporedbe u parovima. Prilikom provođenja usporedbi u parovima, potrebno je paziti na konzistentnost uspoređivanja. Konzistentnost se odnosi na tranzitivnost prilikom uspoređivanja. Npr. ukoliko je $E1$ veći od $E2$, a $E2$ veći od $E3$, mora slijediti daje $E1$ veći od $E3$. Konzistentnost će detaljnije biti objašnjena kasnije,
3. Izračun prioriteta alternativa i težina kriterija temeljem svake tablice usporedbi u parovima odgovarajućim matematičkim postupkom,
4. Analiza osjetljivosti. Provođenje analize osjetljivosti predstavlja ispitivanje osjetljivosti izlaznih varijabli - prioriteta alternativa temeljem promjena ulaznih varijabli - težina kriterija i odgovarajućih usporedbi. U primjeni analize osjetljivosti ispitujemo da li mala promjena u ulaznim procjenama (težinama kriterija) utječe na konačni poredak i prioritete alternativa i koliko. Ako male promjene ulaznih varijabli utječu na promjenu poretka alternativa (pogotovo prvo-rangirane alternative), tada tu alternativu ne bismo smjeli proglasiti odlukom bez neke dodatne analize.

Primjer hijerarhijskog modela odlučivanja metodom AHP prikazan je na Slici 3.1. Model sadrži tri kriterija, od kojih prvi ima tri potkriterija, treći ima četiri potkriterija, a drugi nema potkriterija. Model sadrži 3 alternative. Na slici nisu prikazane veze prema alternativama (radi preglednosti slike). Naime, svaki kriterij koji se ne dekomponira na potkriterij niže razine (list u grafu kriterija) povezuje se sa svakom alternativom što označava što će se, u drugom koraku metode AHP, uspoređivati u odnosu na neki element hijerarhije.

U pokaznom primjeru sa Slike 3.1 trebale bi se napraviti sljedeće usporedbe u parovima:

- Usporedba tri kriterija prve razine s obzirom na cilj odlučivanja,



Slika 3.1: Hijerarhijski model odlučivanja

- Usporedba tri potkriterija Kriterija 1 s obzirom na Kriterij 1,
- Usporedba četiri potkriterija Kriterija 3 s obzirom na Kriterij 3,
- Usporedba triju alternativa s obzirom na svih sedam potkriterija i Kriterij 2.

Najjednostavniji izračun prioriteta elemenata hijerarhije je tzv. *približni postupak*. Prioriteti elemenata se iz kvadratne matrice usporedbi računaju na sljedeći način [13, 133]:

1. Zbroje se stupci matrice usporedbi A, $\sum_{i=1}^{n} a_{ij}$, $\forall j \in \{1, 2, ..., n\}$ (a_{ij} su elementi matrice A),
2. Kreira se nova kvadratna matrica, B u kojoj se svaka vrijednost ćelije računa tako da se vrijednost ćelije na istoj poziciji u matrici usporedbi podijeli sa zbrojem pripadnog stupca matrice usporedbi, $b_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} a_{ij}}$,
3. Potom se vrijednosti u novoj kvadratnoj matrici uprosječe po redovima, a dobiveni prosjeci predstavljaju prioritete elemenata hijerarhije, $w_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} a_{ij}}$.

Prikaz usporedbi kriterija prve razine u odnosu na cilj te izračun težina kriterija približnim postupkom dani su u Tablici 3.2.

Prilikom provođenja usporedbi u parovima, potrebno je paziti na konzistentnost uspoređivanja, što znači da trebamo paziti na relaciju tranzitivnosti. Naime, ako kažemo da element $E1$ dominira nad elementom $E2$, potom da element $E2$ dominira nad elementom $E3$ i konačno da $E3$ dominira nad $E1$, tada nismo konzistentni u uspoređivanju. Uz dane uvjete, $E1$ mora dominirati nad $E3$. Uz to, u tranzitivnosti treba voditi računa i o intenzitetima dominacije sa Saatyjeve skale. Npr. Ako $E1$ dominira nad $E2$ intenzitetom 3 sa Saatyjeve skale, a $E2$ dominira nad $E3$ intenzitetom 2 sa Saatyjeve skale, onda $E1$ treba dominirati nad $E3$ intenzitetom 6 sa Saatyjeve skale. Prihvatljive bi bile i vrijednosti 5 i 7 kao intenziteti dominacije $E1$ nad $E3$

Tablica 3.2: Računanje težina elemenata približnim postupkom

Cilj	Kriterij 1	Kriterij 2	Kriterij 3
Kriterij 1	1	2	4
Kriterij 2	$\frac{1}{2}$	1	2
Kriterij 3	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
$\sum_{i=1}^{n} a_{ij}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{7}{2}$	7
Kriterij 1	$\frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$
Kriterij 2	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$
Kriterij 3	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$
Kriterij 1	$\frac{4}{7} = 0.5714$		
Kriterij 2	$\frac{2}{7} = 0.2857$		
Kriterij 3	$\frac{1}{7} = 0.1428$		

(konzistentnost bi bila ispod prihvatljivih 0.1), no intenzitet dominacije 2 ne bi bio prihvatljiv, iako je, bez gledanja intenziteta dominacije, tranzitivnost zadovoljena. Kada imamo veliki broj elementa koji se u parovima uspoređuju, onda treba biti vrlo koncentriran kod davanja procjena, što je ponekad teško jer je davanje velikog broja usporedbi zamoran proces. Upravo to je jedan od nedostataka metode AHP.

Konzistentnost uspoređivanja približnim postupkom računa se na sljedeći način:

1. Izračun matrice C, koja se dobije tako da se stupci matrice A pomnože se s pripadnim težinama, $c_{ij} = a_{ij} \cdot w_j$,
2. Izračun suma redova matrice C, $\sum_{j=1}^{n} c_{ij}$, $\forall i \in \{1, 2, ..., n\}$,
3. Izračun kvocijenta sume redova matrice C i pripadnih prioriteta elemenata, $\frac{\sum_{j=1}^{n} c_{ij}}{w_i}, \forall i \in \{1, 2, ..., n\}$,
4. Izračun najveće svojstvene vrijednosti λ_{max} kao prosjeka kvocijenata sume redova matrice C i pripadnih prioriteta elemenata, $\lambda_{max} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1} \frac{\sum_{j=1}^{n} c_{ij}}{w_i}$,
5. Izračun omjera nekonzistencije sukladno prethodnom koraku i jednadžbi 3.9.

Izračun konzistentnosti uspoređivanja za primjer u Tablici 3.2 dan je u Tablici 3.3.

Tablica 3.3: Računanje omjera konzistencije za primjer iz Tablice 3.2

C	Kriterij 1	Kriterij 2	Kriterij 3	$\sum_{j=1}^{n} c_{ij}$	w_i	$\frac{\sum_{j=1}^{n} c_{ij}}{w_i}$
Kriterij 1	$\frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{4}{7}$	3
Kriterij 2	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{2}{7}$	3
Kriterij 3	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$	3
$\lambda_{max} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1} \frac{\sum_{j=1}^{n} c_{ij}}{w_i} = \frac{3+3+3}{3} = 3$						
$CR = \frac{CI}{RI} = \frac{\lambda_{max} - n}{RI(n-1)} = \frac{3-3}{0.52 \cdot (3-1)} = 0$						

Postoje i druge metode za približno računanje prioriteta i najvećih svojstvenih vrijednosti:

metoda korijena i metoda potenciranja [13].

Nakon što se na opisani način izračunaju sve usporedbe za Sliku 3.1, ukupni prioriteti alternativa sintetiziraju se tako da se zbroje umošci lokalnih prioriteta alternativa po listovima pomnoženi sa težinama svih nadređenih elemenata do cilja - Tablica 3.4.

Tablica 3.4: Tablica prioriteta u metodi AHP za Sliku 3.1 i izračun ukupnih prioriteta

	Kriterij 1 w_1			Kriterij 2 w_2	Kriterij 3 w_3			
	P11 w_{11}	P12 w_{12}	P13 w_1	K2 w_2	P31 w_{31}	P32 w_{32}	P33 w_{33}	P34 w_{34}
Alternativa 1	$a_{1,11}$	$a_{1,12}$	$a_{1,13}$	$a_{1,2}$	$a_{1,31}$	$a_{1,32}$	$a_{1,33}$	$a_{1,34}$
Alternativa 2	$a_{2,11}$	$a_{2,12}$	$a_{2,13}$	$a_{2,2}$	$a_{2,31}$	$a_{2,32}$	$a_{2,33}$	$a_{2,34}$
Alternativa 3	$a_{3,11}$	$a_{3,12}$	$a_{3,13}$	$a_{3,2}$	$a_{3,31}$	$a_{3,32}$	$a_{3,33}$	$a_{3,34}$
Alternativa 1	$w_1 (a_{1,11} \cdot w_{11} + a_{1,12} \cdot w_{12} + a_{1,13} \cdot w_{13}) + a_{1,2} \cdot w_2 +$ $+ w_3 (a_{1,31} \cdot w_{31} + a_{1,32} \cdot w_{32} + a_{1,33} \cdot w_{33} + a_{1,34} \cdot w_{34})$							
Alternativa 2	$w_1 (a_{2,11} \cdot w_{11} + a_{2,12} \cdot w_{12} + a_{2,13} \cdot w_{13}) + a_{2,2} \cdot w_2 +$ $+ w_3 (a_{2,31} \cdot w_{31} + a_{2,32} \cdot w_{32} + a_{2,33} \cdot w_{33} + a_{2,34} \cdot w_{34})$							
Alternativa 3	$w_1 (a_{3,11} \cdot w_{11} + a_{3,12} \cdot w_{12} + a_{3,13} \cdot w_{13}) + a_{3,2} \cdot w_2 +$ $+ w_3 (a_{3,31} \cdot w_{31} + a_{3,32} \cdot w_{32} + a_{3,33} \cdot w_{33} + a_{3,34} \cdot w_{34})$							

3.1.2 Matematički temelj metode AHP

U ovom dijelu objasnit će se detaljno postupak uspoređivanja u parovima i konzistentnost s matematičkog polazišta.
Postupak izračuna prioriteta elemenata iz njihovih usporedbi u parovima sadrži 3 koraka [133]:

1. Formiranje matrice omjera,
2. Normaliziranje matrice omjera,
3. Izračun prioriteta.

Neka je n broj elemenata koji se uspoređuju u parovima i čije prioritete w_1, w_2, ..., w_n treba odrediti temeljem procjena vrijednosti njihovih omjera koji se označavaju s $a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}$. Prioriteti elemenata mogu se smatrati komponentama vektora prioriteta $w = (w_1, w_2, ..., w_n)$. Tada matrica omjera relativnih važnosti, A, ima sljedeći oblik:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

Iz jednadžbe 3.1 lako se može uočiti da u slučaju konzistentnih procjena za koje vrijedi $a_{ij} = a_{ik} \cdot a_{kj}; i, j, k \in \{1, 2, ..., n\}$, matrica A zadovoljava matričnu jednadžbu 3.2.

$$Aw = nw \tag{3.2}$$

U jednadžbi 3.2 w je vektor (jednostupčana matrica) prioriteta elemenata.

$$\begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \cdots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \cdots & \frac{w_2}{w_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \cdots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = n \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

Kako bi što bolje mogli pojasniti matematički temelj usporedbi u parovima, definirat ćemo najprije neke osnovne definicije:

1. Kvadratna nenegativna matrica A zove se primitivna ako postoji pozitivan broj k takav da je $A^k > 0$,
2. Neka je A kvadratna matrica reda n. Rješenje jednadžbe $det\,(A - \lambda) = 0$ zove se svojstvena vrijednost matrice A (oznaka λ),
3. Ako je λ svojstvena vrijednost matrice A, vektor x za koji vrijedi $Ax = \lambda x$ zove se svojstveni vektor matrice A,
4. Kvadratna pozitivna matrica A zove se recipročna ako vrijedi $a_{ii} = 1$ i $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$,
5. Kvadratna pozitiva matrica A zove se recipročno uniformna ako vrijedi $a_{ii} = 1$, $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$ i $a_{ij} = a_{ik} \cdot a_{kj}$. Rang takve matrice je 1. Njezina najveća svojstvena vrijednost jednaka je dimenziji matrice $\lambda_{max} = n$. Ako je svojstveni vektor koji pripada najvećoj svojstvenoj vrijednosti $w = (w_1, w_2, .., w_n)$, tada vrijedi $a_{ij} = \frac{w_i}{w_j}$. Nadalje, s obzirom na $\lambda_{max} + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n = \mathrm{tr\,(A)}$, te da su dijagonalni elementi te matrice jednaki 1, slijedi $\lambda_{max} + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n = n$.

Prioriteti elemenata se, temeljem njihovih procijenjenih omjera, mogu izračunati tako da se riješi sustav jednadžbi napisan u jednadžbi 3.2, koji se može, prebacivanjem desne strane na lijevu, zapisati i u ekvivalentnom obliku:

$$(A - \lambda)\, w = 0 \tag{3.4}$$

Radi se o sustavu homogenih jednadžbi koji ima netrivijalno rješenje u slučaju da je njegova determinanta jednaka nuli. Dakle, da bi se izračunali prioriteti mora vrijediti da je

$$det\,(A - nI) = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \tag{3.5}$$

Problem rješavanja težina može se riješiti kao problem rješavanja matrične jednadžbe po jednostupčastoj matrici w za rješenje svojstvene vrijednosti $\lambda \neq 0$, tj.

$$Aw = \lambda w \tag{3.6}$$

Rješenje jednadžbe 3.6 svodi se na traženje nultočki polinoma n-tog reda. Općenito, rješenja takvog polinoma mogu biti i realna i kompleksna. Sa stajališta metode AHP, zanimaju nas upravo realna rješenja. Tu dolazimo do Perron-Frobeniusovog teorema [96]. Ako je A primitivna matrica reda n, tada za nju vrijedi:

- Njezina najveća svojstvena vrijednost λ_{max} je pozitivna,
- Sve komponente svojstvenog vektora pridruženog toj svojstvenoj vrijednosti su pozitivne,
- Modul svake druge svojstvene vrijednosti strogo je manji od najveće svojstvene vrijednosti.

Matrica A s konzistentnim usporedbama ima posebna svojstva. Ona je pozitivna, recipročno uniformna matrica i vrijedi $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$. Rang matrice je 1. Budući da je suma svojstvenih vrijednosti pozitivne matrice jednaka tragu te matrice, tj. sumi na dijagonali matrice, samo je jedna njezina svojstvena vrijednost različita od 0 i jednaka je n, $\lambda_{max} = n$.

Kada matrica A sadrži nekonzistentne procjene (nije recipročno uniformna), vektor težina može se dobiti rješavanjem jednadžbe

$$(A - \lambda_{max} I)\, w = 0 \text{ uz uvjet } \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \tag{3.7}$$

pri čemu je λ_{max} najveća svojstvena vrijednost matrice A i vrijedi $\lambda_{max} > n$. Zbog tog svojstva i zbog $\lambda_{max} + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n = \mathrm{tr}\,(\mathrm{A})$, proizlazi $|\lambda_2 + \cdots + \lambda_n| = \lambda_{max} - n$. Na ovoj jednakosti temelji se ideja mjerenja (in)konzistencije procjena. Što su procjene više nekonzistentne, veća je razlika $\lambda_{max} - n$, a time i prosječna vrijednost preostalih svojstvenih vrijednosti. Ta prosječna vrijednost uzima se kao mjera (in)konzistencije i naziva se *indeks konzistencije*, a računa se po formuli:

$$CI = \frac{|\lambda_2 + \cdots + \lambda_n|}{n-1} = \frac{\lambda_{max} - n}{n-1} \tag{3.8}$$

Budući da nije svejedno postiže li se jednaka vrijednost indeksa konzistencije na manjem ili većem broju procjena, taj indeks je potrebno povezati s redom matrice A. To se postiže uvođenjem slučajnog indeksa nekonzistencije RI za koji je izrađena tablica vrijednosti ovisno o redu matrice (Tablica 3.5). Omjer ova dva indeksa zove se *omjer konzistencije* i računa se po formuli 3.9.

$$CR = \frac{CI}{RI} = \frac{\lambda_{max} - n}{RI\,(n-1)} \tag{3.9}$$

Tablica 3.5: Vrijednosti slučajnih indeksa inkonzistencije

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
RI	0	0	0.52	0.89	1.11	1.25	1.35	1.4	1.45	1.49

Ako za matricu A vrijedi da je $CR < 0.1$, procjene relativnih važnosti elemenata, smatramo prihvatljivima. U suprotnom je potrebno revidirati procjene. Dodatno, pojedini autori povećavaju prag indeksa inkonzistencije na 0.2 [109, 108]. Analiza nekonzistentnosti je često vrlo

zamoran i iscrpljujući posao, no neki softveri taj postupak olakšavaju. Oni upućuju korisnika na one usporedbe u parovima koje najviše remete konzistentnost i korigiranjem tih usporedbi, nekonzistentnost se smanjuje.

3.2 Metodološka osnova metode ANP

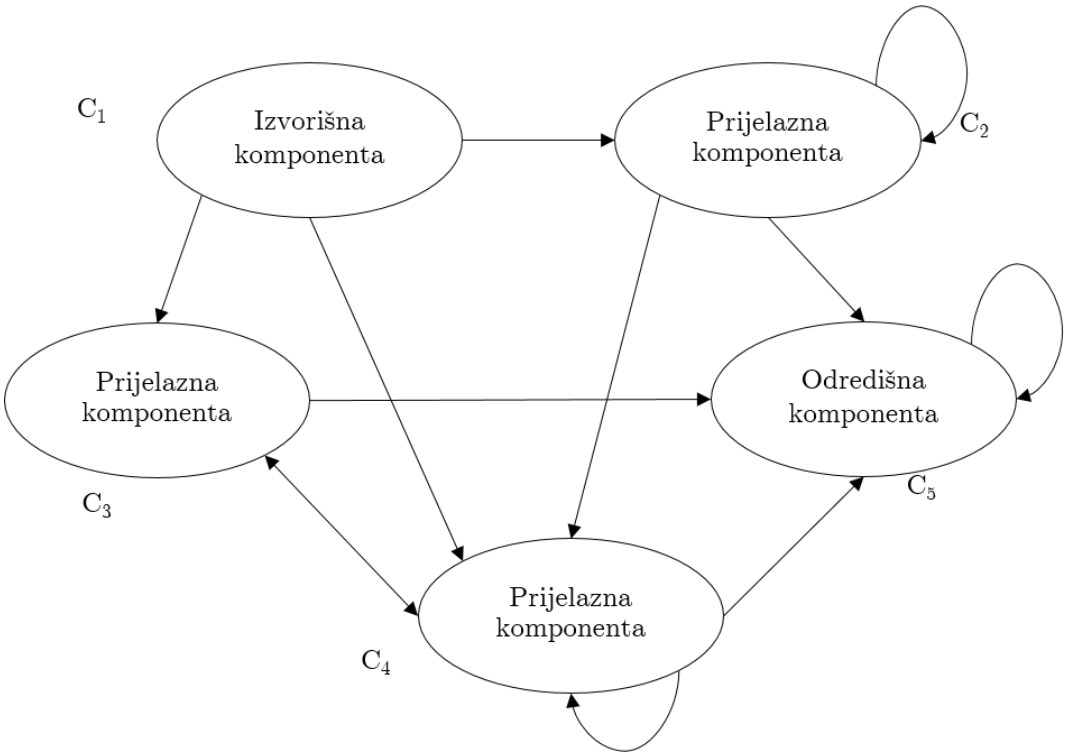
3.2.1 Mreža nasuprot hijerariji

Kako je ranije navedeno, poželjno je da višekriterijske metode za analizu strateških odluka koje se donose u visokom obrazovanju imaju sljedeća svojstva [36, 74]:

1. Podrška strukturiranju problema odlučivanja,
2. Podržavanje višekriterijskog odlučivanja,
3. Modeliranje zavisnosti između elemenata odlučivanja,
4. Izražavanje intenziteta kriterija na kvalitativnim i kvantitativnim skalama,
5. Podrška grupnom odlučivanju,
6. Provedba analiza osjetljivosti,
7. Analize rizika,
8. Analize koristi i troškova.

Metoda ANP trenutno je jedna od najsofisticiranijih metoda odlučivanja za područje visokog obrazovanja koja postoji budući da zadovoljava karakteristike koje metoda mora imati da bi bila uspješno primijenjena na kompleksne strateške probleme u VO (Tablica 1.3): problem odlučivanja strukturira (1) se temeljem više kriterija korištenjem osnova teorije grafova (kriteriji i alternative su čvorovi (2), a zavisnosti/utjecaji među njima su lukovi (3)); pri tome kriteriji mogu biti grupirani u klastere pri čemu njihove vrijednosti mogu biti izražene kvalitativnim i kvantitativnim skalama (4), a intenzitete utjecaja/zavisnosti među kriterijima na *fuzzy* Saatijevoj skali može procjenjivati više donositelja odluka (5) koji mogu davati procjene za određene segmente problema odlučivanja (npr. temeljem njihove stručnosti) ili za sve segmente probleme odlučivanja pri čemu se iz svih usporedbi (ponderiranom) geometrijskom sredinom izračunavaju agregirane usporedbe. Stabilnost dobivene odluke provjerava se provođenjem analize osjetljivosti kod koje se provjerava kako male promjene ulaznih podatke (usporedbe, težine kriterija) utječu na izlazne podatke (težine kriterija, lokalne i globalne prioritete alternativa) (6). Konačno, svojstva (7) i (8) postižu se uz pomoć više mreža, tj. preko varijante ANP-BOCR kod koje se za koristi (B), prilike (O), troškove (C) i rizike (R) izrađuje zasebna mreža. Potom se izračunavaju globalni prioriteti alternativa u svim mrežama koji se potom agregiraju u jedinstvenu mjeru (prioritet) za svaku alternativa (BO/CR ili aditivna formula).

Metoda ANP nadogradnja je metode AHP. Metoda ANP omogućuje modeliranje funkcionalne interakcije kriterija i alternativa u obliku mreže uz pomoć povratnih veza (engl. *feedback*), a ne više linearno, u obliku hijerarhijskog stabla. Mrežna zavisnost elemenata doprinosi boljem modeliranju realnih problema jer je većina problema iz realnog svijeta nelinearna [128].

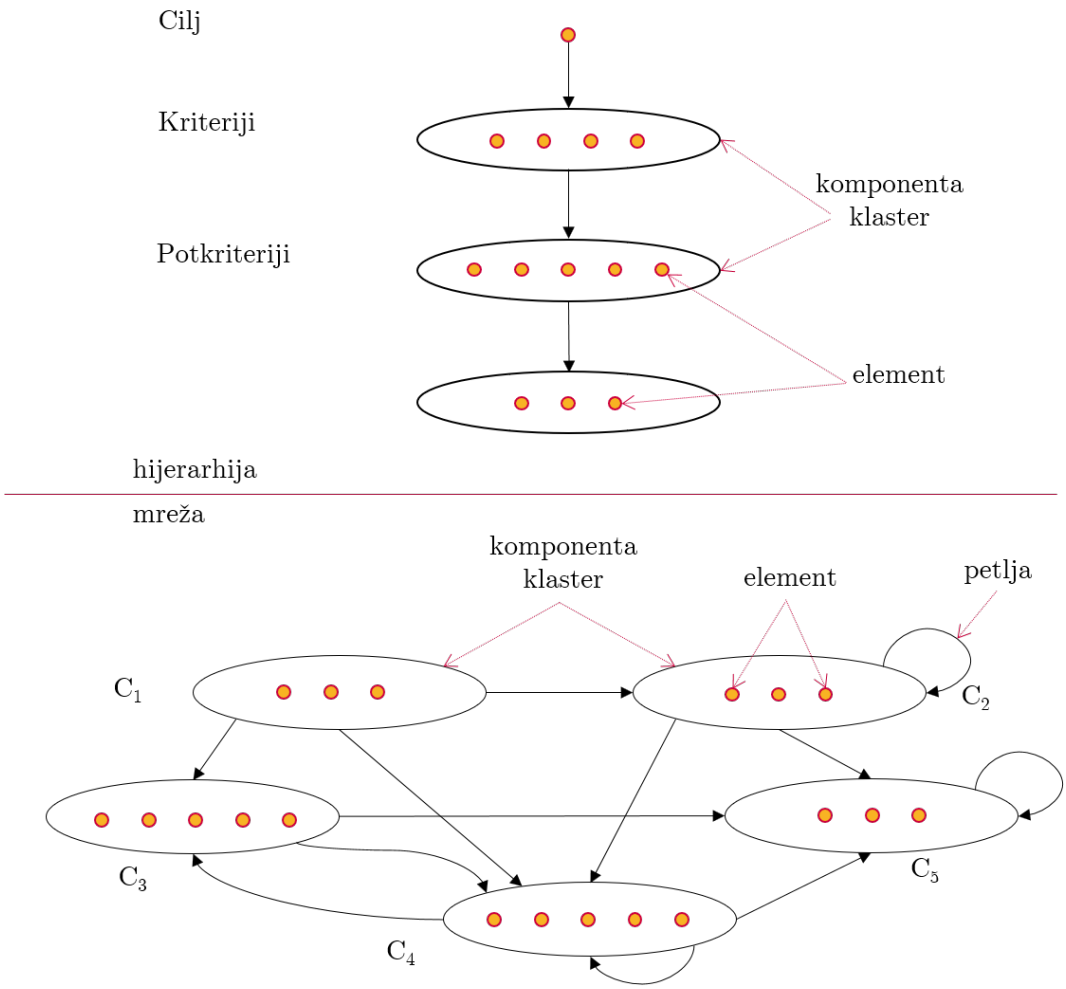


Slika 3.2: Mrežna struktura problema odlučivanja (zavisnosti)

Kada usporedimo metodu ANP s metodom AHP u terminima Tablice 1.3, tj. zahtijevanih karakteristika metoda u smislu primjene u VO, od svih karakteristika, metoda AHP ne omogućuje modeliranje mrežnih zavisnosti među kriterijima, a ostale karakteristike zadovoljava. Metoda ANP zadovoljava i tu karakteristiku. Generalni prikaz mrežne strukture problema odlučivanja prikazan je na Slici 3.2. Elementi problema odlučivanja koji su u metodi AHP bili strukturirani kroz hijerarhiju (Slika 3.1 na str. 36), sada su strukturirani kroz mrežu. Mreža se sastoji od klastera (komponenti) u kojima su kao čvorovi smješteni cilj, kriteriji i alternative.

Uvažavajući Sliku 3.2 govorimo o nekoliko vrsta komponenti (klastera):

- Izvorišni klaster (engl. *source*) - to je klaster čiji elementi zavise o elementima drugih klastera, a niti jedan element bilo kojeg drugog klastera ne zavisi o bilo kojem elementu izvorišnog klastera. Izvorišni klaster sadrži izvorišne čvorove. Primjer izvorišnog klastera je klaster cilja. Na Slici 3.2 primjer izvorišnog klastera je C_1,
- Prijelazni klaster (engl. *transient* ili *intermediate*) - to je klaster kod čiji elementi zavise o drugim klasterima, a također, elementi drugih klastera zavise o elementima prijelaznog klastera. Klasični primjer prijelaznog klastera je klaster kriterija. Čvorovi u klasteru kriterija, kriteriji, najčešće utječu na cilj, zavise (i utječu) na alternative. Na Slici 3.2 primjeri prijelaznih klastera su C_2, C_3 i C_4,
- Odredišni klaster (engl. *sink*) - to je klaster čiji elementi utječu na elemente drugih klastera (ili istog klastera), no nijedan element odredišnog klastera ne zavisi o bilo kojem elementu bilo kojeg drugog klastera. Na Slici 3.2 primjer odredišnog klastera je C_5.



Slika 3.3: Strukturna razlika između hijerarhije i mreže

Strukturna razlika između linearne mreže (hijerarhije) i nelinearne mreže prikazana je na Slici 3.3. Glavni elementi u hijerarhiji i mreži su klasteri (komponente, prikazani elipsama na Slici 3.3), elementi (prikazani čvorovima; mogu reprezentirati ciljeve odlučivanja, kriterije i alternative) te zavisnosti (prikazani lukovima, strelicama). Zavisnosti mogu biti unutarnje i vanjske. Unutarnja zavisnost (engl. *inner dependence*) ili petlja (engl. *loops*) u mreži označava da (barem) jedan element klastera ovisi o (najmanje) jednom elementu iz istog klastera. Petlja u hijerarhiji označava da svaki element klastera zavisi isključivo sam o sebi. Vanjska zavisnost (engl. *outer dependence*) označava situaciju da (barem) jedan element klastera ovisi o (najmanje) jednom elementu drugog klastera. Kao što je ranije navedeno, značenje koncepta zavisnosti u suprotnosti je sa značenjem koncepta utjecajnosti.

Mreža koja povezuje klastere sustava odlučivanja mora uvijek biti povezana. Ne može biti podijeljena na dva ili više dijela (komponenti grafa) jer tada komponente ne mogu komunicirati jedna s drugom i besmisleno je govoriti o utjecajima jednog dijela (komponente) na drugi dio (komponentu) [128].

Kada koristimo matematički (matrični) zapis, neki problem odlučivanja možemo zapisati na

sljedeći način:

- m - broj klastera u problemu odlučivanja,
- m_h, $h \in \{1, 2, ..., m\}$ - broj elemenata u h-tom klasteru problema odlučivanja,
- C_h, $h \in \{1, 2, ..., m\}$ - oznaka h-tog klastera u problemu odlučivanja,
- V_i^j, $i \in \{1, 2, ..., m\}$, $j \in \{1, 2, ..., m\}$ - utjecaj i-tog klastera, C_i, na j-ti klaster, C_j (zavisnost j-tog klastera, C_j, o i-tom klasteru, C_i),
- W_i^j, $i \in \{1, 2, ..., m\}$, $j \in \{1, 2, ..., m\}$ - prioritet i-tog klastera, C_i, s obzirom na j-ti klaster, C_j,
- c_k^h, $k \in \{1, 2, ..., m_h\}$, $h \in \{1, 2, ..., m\}$ - oznaka k-tog kriterija u klasteru C_h,
- v_{ij}^{kl}, $i \in \{1, 2, ..., m_h\}$, $k \in \{1, 2, ..., m_h\}$, $j \in \{1, 2, ..., m\}$, $l \in \{1, 2, ..., m\}$ - utjecaj i-tog kriterija u klasteru C_j, c_i^j na k-ti kriterij u klasteru C_l, c_k^l (zavisnost k-tog kriterija u klasteru C_l, c_k^l o i-tom kriteriju u klasteru C_j, c_i^j),
- w_{ij}^{kl}, $i \in \{1, 2, ..., m_h\}$, $k \in \{1, 2, ..., m\}$, $j \in \{1, 2, ..., m_h\}$, $l \in \{1, 2, ..., m\}$ - priotitet i-tog kriterija u klasteru C_j, c_i^j, s obzirom na k-ti kriterij u klasteru C_l, c_k^l.

Izračun težina elemenata u mreži obavlja se u nekoliko koraka.

Nakon što se identificiraju klasteri s pripadajućim kriterijima, potrebno je napraviti matrice utjecaja među kriterijima, kao i matrice utjecaja među klasterima. Matrica utjecaja među kriterijima dana je u izrazu 3.10, a matrica utjecaja među klasterima u izrazu 3.11 [129].

$$\begin{bmatrix}
v_{11}^{11} & \cdots & v_{11}^{m_1 1} & v_{11}^{12} & \cdots & v_{11}^{m_2 2} & \cdots & v_{11}^{1m} & \cdots & v_{11}^{m_m m} \\
\vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
v_{m_1 1}^{11} & \cdots & v_{m_1 1}^{m_1 1} & v_{m_1 1}^{12} & \cdots & v_{m_1 1}^{m_2 2} & \cdots & v_{m_1 1}^{1m} & \cdots & v_{m_1 1}^{m_m m} \\
v_{21}^{11} & \cdots & v_{21}^{m_1 1} & v_{21}^{12} & \cdots & v_{21}^{m_2 2} & \cdots & v_{21}^{1m} & \cdots & v_{21}^{m_m m} \\
\vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
v_{m_2 2}^{11} & \cdots & v_{m_2 2}^{m_1 1} & v_{m_2 2}^{12} & \cdots & v_{m_2 2}^{m_2 2} & \cdots & v_{m_2 2}^{1m} & \cdots & v_{m_2 2}^{m_m m} \\
\vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
v_{1m}^{11} & \cdots & v_{1m}^{m_1 1} & v_{1m}^{12} & \cdots & v_{1m}^{m_2 2} & \cdots & v_{1m}^{1m} & \cdots & v_{1m}^{m_m m} \\
\vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
v_{m_m m}^{11} & \cdots & v_{m_m m}^{m_1 1} & v_{m_m m}^{12} & \cdots & v_{m_m m}^{m_2 2} & \cdots & v_{m_m m}^{1m} & \cdots & v_{m_m m}^{m_m m}
\end{bmatrix} \tag{3.10}$$

$$\begin{bmatrix}
V_1^1 & V_1^2 & \cdots & V_1^m \\
V_2^1 & V_2^2 & \cdots & V_1^m \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
V_m^1 & V_m^2 & \cdots & V_m^m
\end{bmatrix} \tag{3.11}$$

Prema izrazu 3.11 možemo uočiti da se cijeli problem odlučivanja može raspodijeliti na m^2 blokova. U idućem koraku vrše se usporedbe u parovima unutar svakog bloka. Ukupan broj tablica usporedbi na razini kriterija maksimalno iznosi $m \cdot \sum_{j=1}^{m} m_j$ (ukoliko u svakom stupcu svakog bloka postoje barem dvije jedinice u smislu matrice utjecaja). Ukupan broj tablica

usporedbi na razini klastera maksimalno iznosi m (ukoliko u svakom stupcu matrice 3.11 postoje barem dvije jedinice). Kad se naprave sve matrice usporedbi na razini kriterija koje se trebaju napraviti, možemo popuniti netežinsku supermatricu (engl. *unweighted supermatrix*) - matricu koja sadrži prioritete elemenata po blokovima - izraz 3.12. Slično, temeljem usporedbi na razini klastera možemo dobiti težine klastera koje su prikazane u izrazu 3.13.

Temeljem matrica 3.11 i 3.10 izračunavamo težinsku supermatricu (engl. *weighted supermatrix*) na način da težine iz matrice 3.11 množe težine odgovarajućih blokova iz matrice 3.10 (uz normalizaciju svakog stupca bloka na njegovu težinu ako je potrebno). Težinska supermatrica se potom potencira brojem k, $k \to \infty$ što predstavlja postupak izračuna granične matrice (engl. *limit matrix*) temeljem koje se izračunavaju konačni prioriteti elemenata u mreži [103, 128].

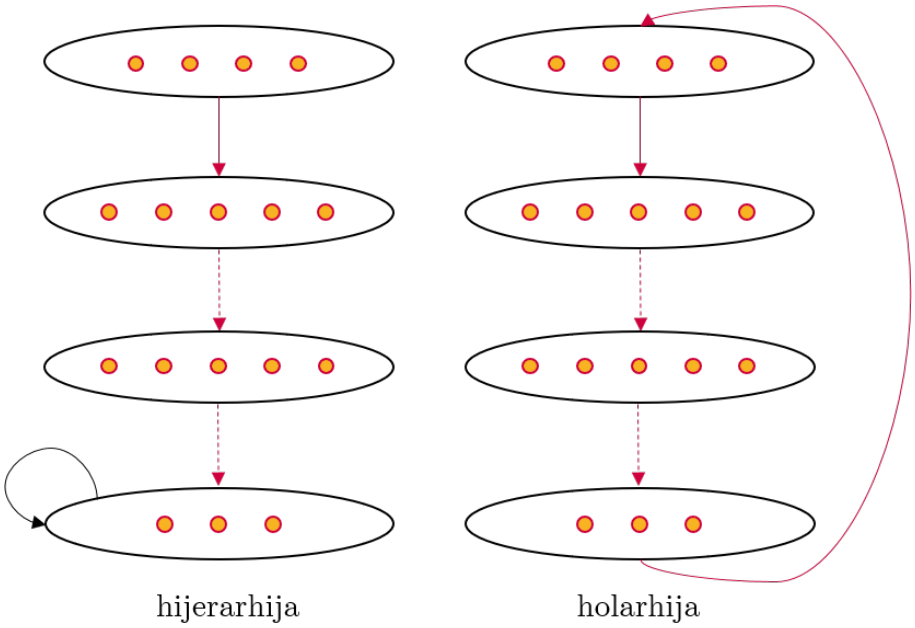
$$\begin{bmatrix}
w_{11}^{11} & \cdots & w_{11}^{m_1 1} & w_{11}^{12} & \cdots & w_{11}^{m_2 2} & \cdots & w_{11}^{1m} & \cdots & w_{11}^{m_m m} \\
\vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
w_{m_1 1}^{11} & \cdots & w_{m_1 1}^{m_1 1} & w_{m_1 1}^{12} & \cdots & w_{m_1 1}^{m_2 2} & \cdots & w_{m_1 1}^{1m} & \cdots & w_{m_1 1}^{m_m m} \\
w_{21}^{11} & \cdots & w_{21}^{m_1 1} & w_{21}^{12} & \cdots & w_{21}^{m_2 2} & \cdots & w_{21}^{1m} & \cdots & w_{21}^{m_m m} \\
\vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
w_{m_2 2}^{11} & \cdots & w_{m_2 2}^{m_1 1} & w_{m_2 2}^{12} & \cdots & w_{m_2 2}^{m_2 2} & \cdots & w_{m_2 2}^{1m} & \cdots & w_{m_2 2}^{m_m m} \\
\vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
w_{1m}^{11} & \cdots & w_{1m}^{m_1 1} & w_{1m}^{12} & \cdots & w_{1m}^{m_2 2} & \cdots & w_{1m}^{1m} & \cdots & w_{1m}^{m_m m} \\
\vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
w_{m_m m}^{11} & \cdots & w_{m_m m}^{m_1 1} & w_{m_m m}^{12} & \cdots & w_{m_m m}^{m_2 2} & \cdots & w_{m_m m}^{1m} & \cdots & w_{m_m m}^{m_m m}
\end{bmatrix} \tag{3.12}$$

$$\begin{bmatrix}
W_1^1 & W_1^2 & \cdots & W_1^m \\
W_2^1 & W_2^2 & \cdots & W_1^m \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
W_m^1 & W_m^2 & \cdots & W_m^m
\end{bmatrix} \tag{3.13}$$

Hijerarhija, kao specifični oblik mreže se također može prikazati mrežom. Odgovarajuća supermatrica za hijerarhiju prikazana je u izrazu 3.14. Iz supermatrice se jasno vidi kako svaka razina hijerarhije ovisi isključivo o prethodnoj. Na zadnjoj razini, u zadnjem redu i zadnjem stupcu supermatrice klastera hijerarhije nalazi se jedinična matrica I. Ona označava zavisnost svakog elementa o samome sebi. To je nužan aspekt hijerarhije (ili svakog odredišnog klastera) u kontekstu supermatrice.

$$\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\
V_2^1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\
0 & V_3^2 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\
0 & 0 & \cdots & V_k^{k-1} & 0 & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & 0 \\
0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & V_m^{m-1} & I
\end{bmatrix} \tag{3.14}$$

Osim hijerarhije, postoji još jedan specijalni oblik mreže, a on se naziva holarhija. Osnovna razlika između hijerarhije i holarhije je u tome što odredišni klaster u hijerarhiji ovisi o izvorišnom klasteru (koji zbog toga postaje prijelazni). Supermatrica (na razini utjecaja među klasterima) holarhije prikazana je u izrazu 3.15. Strukturna razlika između hijerarhije i holarhije prikazana je na Slici 3.4 [122].



Slika 3.4: Strukturna razlika između hijerarhije i holarhije

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & V_1^m \\ V_2^1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & V_3^2 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & V_k^{k-1} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & V_m^{m-1} & 0 \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

Iako naizgled jednostavan, posljednji korak u izračunavanju prioriteta elemenata klastera u problemu odlučivanja postaje prilično kompleksan za implementaciju. Da bi izračunali graničnu supermatricu, težinska supermatrica W množimo samu sa sobom tako dugo dok svi stupci matrice ne postanu međusobno jednaki, no to se neće uvijek desiti.

Za neku matricu kažemo da je stohastična ako zbroj vrijednosti svakog njezinog stupca iznosi 1. Težinska supermatrica (supermatrica) je stohastična [128] (osim ako neki element ne zavisi ni o kojem drugom elementu u mreži). Ako je matrica stohastična, prioriteti (dobiveni preko izračuna granične matrice) zavise o tome da li je matrica reducibilna, ciklička, primitivna. Eksperimentalno je identificirano nekoliko slučajeva koja se javljaju kod potenciranja težinske supermatrice, a koji prate interpretaciju Perron-Frobeniusovog teorema:

- Potenciranje težinske supermatrice konvergira u graničnu supermatricu (primjer: matrica 3.16) koja ima jednake stupce, tj. kojoj su vrijednosti u retku međusobno jednake (primjer: matrica 3.17),

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0 & 0.3 & 0.2 & 1 & 0.2 \\ 0.11 & 0.2 & 0 & 0.2 & 0 & 0.2 \\ 0.11 & 0.6 & 0.4 & 0 & 0 & 0.4 \\ 0.22 & 0.1 & 0.1 & 0.2 & 0 & 0.2 \\ 0.45 & 0.1 & 0.2 & 0.4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

$$\begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.267 & 0.267 & 0.267 & 0.267 & 0.267 & 0.267 \\ 0.145 & 0.145 & 0.145 & 0.145 & 0.145 & 0.145 \\ 0.286 & 0.286 & 0.286 & 0.286 & 0.286 & 0.286 \\ 0.132 & 0.132 & 0.132 & 0.132 & 0.132 & 0.132 \\ 0.170 & 0.170 & 0.170 & 0.170 & 0.170 & 0.170 \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

- Potenciranje težinske supermatrice rezultira s nekoliko graničnih supermatrica koje međusobno izmjenjuju (rotiraju), primjer: težinska supermatrica 3.18 potenciranjem prelazi u četiri granične supermatrice 3.19, 3.22, 3.20 i 3.23,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.11 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.45 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.11 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.45 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.11 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.45 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.11 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

$$A^4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.45 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.11 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.11 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

$$A^5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.11 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.45 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

$$A^6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.11 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.11 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.22 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.45 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

- Potenciranje težinske supermatrice rezultira konvergencijom u nul-matricu, npr. kvadrat matrice 3.24 je matrica 3.25 koja nije stohastična. Zbrojevi stupaca idućih potencija postaju još manji i teže k nuli. No, ako nakon svake potencije normaliziramo matricu umnoška po stupcu na zbroj 1, tada nakon nekoliko potencija dobijemo graničnu supermatricu 3.26 koja ima sve stupce jednake (kao što je to u prvom slučaju izračuna težinske supermatrice), iako umnožak takve matrice nije jednak faktoru, 3.27. Ali, kada se faktor 3.27 ponovno normalizira po stupcu na zbroj 1, dobijemo graničnu supermatricu, 3.28 (jednaka je 3.26). Karakteristika orginalne težinske supermatrice 3.25 je ta da zbroj svakog stupca nije 1. Jedan stupac ima zbroj 0. Ovakva situacija je moguća dok npr. nisu uključene alternative u razmatranje.

$$\begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.500 & 0.177 & 0.177 & 0.177 & 0.000 & 0.177 \\ 0.1 & 0.161 & 0.161 & 0.161 & 0.000 & 0.161 \\ 0.1 & 0.303 & 0.306 & 0.307 & 0.000 & 0.304 \\ 0.1 & 0.159 & 0.159 & 0.159 & 0.000 & 0.159 \\ 0.2 & 0.201 & 0.198 & 0.196 & 0.000 & 0.199 \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

$$\begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.159 & 0.149 & 0.149 & 0.149 & 0.000 & 0.149 \\ 0.144 & 0.135 & 0.135 & 0.135 & 0.000 & 0.135 \\ 0.273 & 0.257 & 0.257 & 0.257 & 0.000 & 0.257 \\ 0.143 & 0.134 & 0.134 & 0.134 & 0.000 & 0.134 \\ 0.179 & 0.167 & 0.167 & 0.167 & 0.000 & 0.167 \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

$$\begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.177 & 0.177 & 0.177 & 0.177 & 0.000 & 0.177 \\ 0.161 & 0.161 & 0.161 & 0.161 & 0.000 & 0.161 \\ 0.305 & 0.305 & 0.305 & 0.305 & 0.000 & 0.305 \\ 0.159 & 0.159 & 0.159 & 0.159 & 0.000 & 0.159 \\ 0.198 & 0.198 & 0.198 & 0.198 & 0.000 & 0.198 \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

$$\begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.149 & 0.149 & 0.149 & 0.149 & 0.000 & 0.149 \\ 0.135 & 0.135 & 0.135 & 0.135 & 0.000 & 0.135 \\ 0.257 & 0.257 & 0.257 & 0.257 & 0.000 & 0.257 \\ 0.134 & 0.134 & 0.134 & 0.134 & 0.000 & 0.134 \\ 0.167 & 0.167 & 0.167 & 0.167 & 0.000 & 0.167 \end{bmatrix} \tag{3.27}$$

$$\begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.177 & 0.177 & 0.177 & 0.177 & 0.000 & 0.177 \\ 0.161 & 0.161 & 0.161 & 0.161 & 0.000 & 0.161 \\ 0.305 & 0.305 & 0.305 & 0.305 & 0.000 & 0.305 \\ 0.159 & 0.159 & 0.159 & 0.159 & 0.000 & 0.159 \\ 0.198 & 0.198 & 0.198 & 0.198 & 0.000 & 0.198 \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

U svim tim slučajevima može se doći do prioriteta elemenata. U prvom slučaju, prioriteti se preuzimaju iz jednog stupca supermatrice. U ostalim slučajevima koristi se tzv. Cezarova suma čiji oblik je prikazan u jednadžbi 3.29.

Neka je matrica W supermatrica n elemenata u problemu odlučivanja, pri čemu je w_{ij} prioritet elementa i s obzirom na element j, a $w_{ij}^{(k)}$ je prioritet elementa i s obzirom na j u matrici W^k. Konačna težina elementa i je w_i.

$$w_i = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sum_{j=1}^{n} w_{ij}^{(k)}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}^{(k)}} = \lim_{M\to\infty} \frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} \frac{\sum_{j=1}^{n} w_{ij}^{(k)}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}^{(k)}} \tag{3.29}$$

3.2.2 Kontrolni kriteriji i ANP-BOCR

Za bolju preciznost i jasnoću, utjecaji u supermatrici mogu biti mjereni prema jednom kriteriju, npr. ekonomski utjecaji. Neka druga matrica može predstavljati društveni utjecaj itd. Takve kriterije, s obzirom na koje računamo utjecaje među kriterijima u supermatrici

zovemo kontrolni kriteriji. Nakon što se tako izračunaju prioriteti elemenata u pojedinačnim graničnim supermatricama, potrebno ih je kombinirati da bi se dobio konačni rezultat, tj. konačni prioriteti elemenata. Kontrolne kriterije grupiramo u posebnu strukturu koju zovemo kontrolna hijerarhija. Kontrolna hijerarhija može biti zamijenjena i kontrolnom mrežom ako među elementima kontrolne hijerarhije postoje zavisnosti [128].

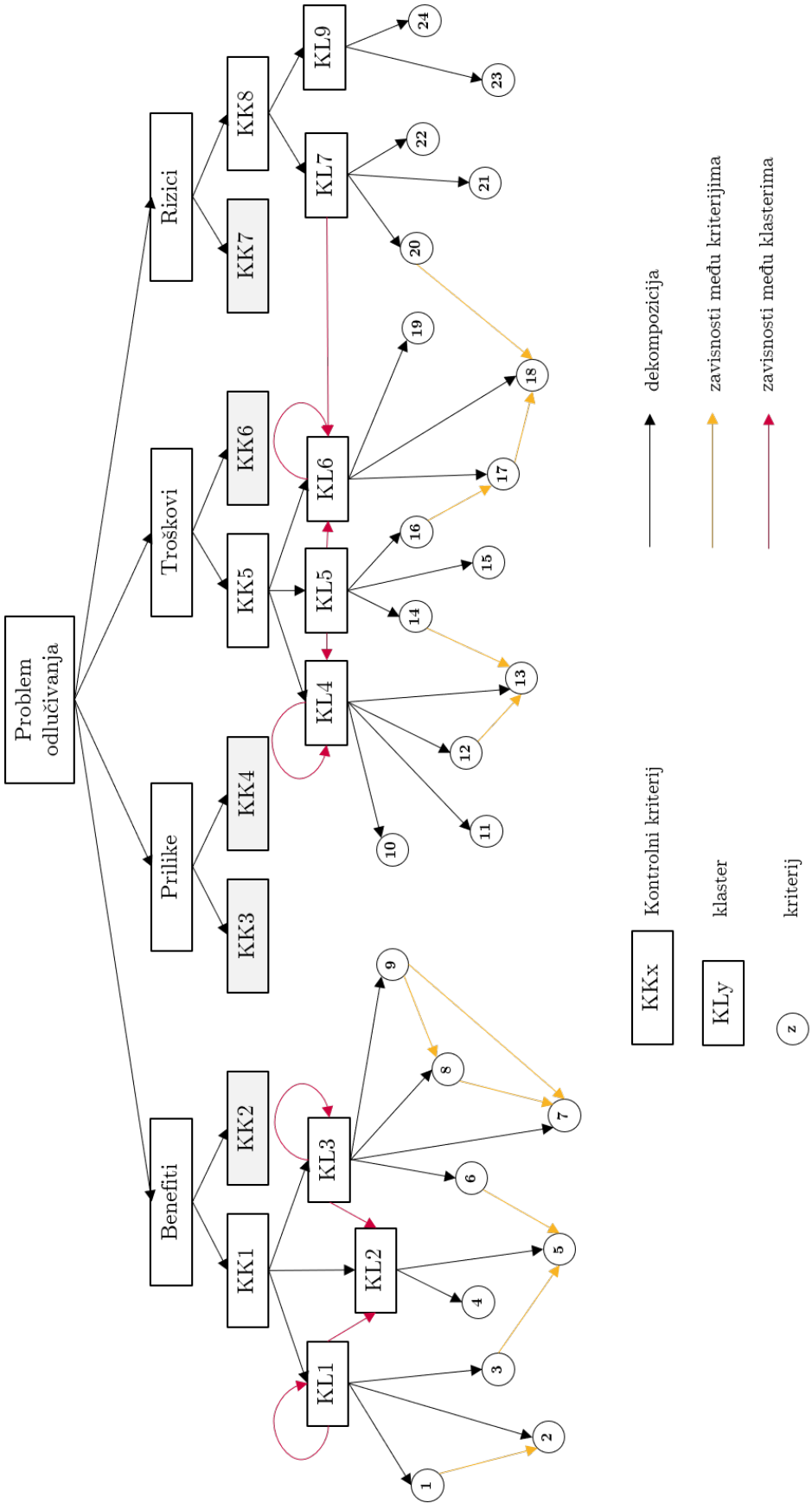
Dva su tipa kontrolnih kriterija: povezujući kontrolni kriterij (engl. *comparison-linking criterion*) koji postaje dio strukture kao cilj u hijerarhiji (kao na primjeru Slike 3.5), te poticajni kontrolni kriterij (engl. *comparison-inducing criterion*) koji nije direktno dio strukture, ali potiče vrstu usporedbi među parovima (hoćemo li elemente uspoređivati po pitanju društvenog utjecaja, ekonomskog i slično).

Kontrolni kriteriji povezani su i s varijantom metode ANP, ANP-BOCR. Svaka odluka sastoji se od nekoliko povoljnih i nepovoljnih čimbenika koji trebaju biti razmatrani. Najvažniji pozitivni čimbenici su koristi (engl. *benefits*) i prilike (engl. *opportunities*), a negativni su troškovi (engl. *costs*) i rizici (engl. *risks*). Skraćeno ta četiri glavna čimbenika (engl. *merits*) označavamo s BOCR. Svaki od njh doprinosi odluci i mora biti analiziran individualno.

Na Slici 3.5 nalazi se opći mrežni model višekriterijskog odlučivanja za varijantu ANP-BOCR. Problem odlučivanja modelira se kroz 4 mrežne komponente: koristi, prilike, troškovi, rizici. Neke od komponenti mogu biti modelirani i kao hijerarhije. Mrežne komponente se dekomponiraju na kontrolne kriterije, a kontrolni kriteriji na klastere kojima se pridružuju konkretni kriteriji. Radi preglednosti slike, samo su neki kontrolni kriteriji dekomponirani na klastere. Među kriterijima mogu postojati veze zavisnosti (utjecaji). Čim postoji utjecaj nekog kriterija na neki drugi kriterij iz istog klastera, postoji i veza petlje na razini klastera. Slično, kada neki kriterij utječe na neki drugi kriterij drugog klastera, postoji i veza između ta dva klastera.

U nastavku slijedi opis koraka i metodologije metode ANP-BOCR prema Thomasu Saatyju [13, 125]. Koraci su:

1. Detaljno opisati problem odlučivanja: definirati ciljeve, kriterije i podkriterije, sudionike i njihove ciljeve te moguće posljedice i rezultate odluke. U ovom koraku definiraju se i utjecaji koji određuju proces odlučivanja i odluku,
2. Odrediti kontrolne kriterije i podkriterije u 4 kontrolne podmreže: koristi, prilike, troškovi i rizici (BOCR). Potom se radi usporedba kontrolnih kriterija u parovima. (Ponekad (rijetko) usporedbe se rade samo na temelju BOCR-a, bez kontrolnih kriterija). Ako neki kontrolni kriterij ima globalni prioritet manji od 3%, treba razmotriti njegovo isključenje iz problema odlučivanja. Kontrolni kriteriji nalaze se na drugoj razini u podmreži (npr. podmreži koristi (B)). Uobičajeni kontrolni kriteriji su: politički, socijalni, ekonomski, financijski, osvajanje tržišta, kulturni i drugi,
3. Određivanje mreže klastera i njihovih čvorova s obzirom na kontrolne kriterije. Radi bolje organizacije modela, preporuča se numerirati i poredati klastere i kriterije. Ako se neki



Slika 3.5: Opći mrežni model višekriterijskog odlučivanja

klaster ili element javlja u više kontrolnih kriterija, treba koristiti identična imena takvih klastera,

4. Određivanje zavisnosti, tj. utjecaja među elementima u mreži (utjecaji među kriterijima i alternativama) za svaki kontrolni kriterij. Postoje dvije vrste zavisnosti: unutarnja (zavisnost među elementima istog klastera) i vanjska (zavisnost među elementima različitih klastera),
5. Odabir koncepta *utjecati na* ili *biti utjecan od/zavisi* za cijeli model (sva četiri kontrolna kriterija). Preferira se koncept *utjecati na*. Alat Super Decision modelira zavisnosti,
6. Konstrukcija supermatrice. Za svaki kontrolni kriterij potrebno je kreirati supermatricu klastera. Upisati na odgovarajuće pozicije prioritete koji su nastali uspoređivanjem u parovima klastera kao podstupci odgovarajućih stupaca matrice,
7. Uspoređivanje u parovima na razini elemenata klastera. Potrebno je napraviti uspoređivanje u parovima na razini elemenata unutar klastera s obzirom na njihove veze na elemente iz drugih klastera s kojima su povezani (vanjska zavisnost) i s obzirom na elemente u vlastitom klasteru (unutarnja zavisnost). Kod usporedbi u parovima uvijek je potrebno imati na umu kontrolni kriterij. Rezultat je neponderirana matrica,
8. Usporedba klastera u parovima. Potrebno je napraviti uspoređivanje u parovima na razini međusobno povezanih klastera s obzirom na dani kontrolni kriterij. Dobivene težine koriste se za otežavanje odgovarajućih blokova stupaca supermatrice. Kada nema veze među klasterima, dodjeljuje se nula (0). Potom se izračunava stohastička (ponderirana) supermatrica za koju vrijedi da je zbroj svih elemenata u stupcu jednak 1,
9. Izračunavanje granične matrice (prioriteta alternativa i pondera kriterija). Granična supermatrica je matrica dobivena potenciranjem stohastičke (ponderirane) supermatrice iz prethodnog koraka. Stohastička matrica može biti ireducibilna (primitivna i neprimitivna – ciklička) ili reducibilna. Dva su moguća ishoda: (1) Svi stupci matrice su identični (nakon potenciranja) te tako dobivamo relativne prioritete elemenata (težine kriterija i prioritete alternativa); (2) kada su zavisnosti kružne, koristi se Cesarova formula kod koje se granični prioriteti zbrajaju i uprosječuju te potom normaliziraju,
10. Sinteza modela korištenjem multiplikativne $\frac{BO}{CR}$ formule. Dobiveni prioriteti iz granične matrice množe se s težinom kontrolnih kriterija (iz koraka 2) i sintetiziraju s prioritetima koristi, mogućnosti, troškova i rizika. Tako se dobiju 4 vektora, po 1 za svako svojstvo. Potom se kreira omjer $\frac{BO}{CR}$ za svaku alternativu iz svakog vektora. Alternativa s najvećim omjerom postaje odluka,
11. Izrada strateškog kriterija i izračun BOCR prioriteta za sintezu korištenjem aditivne formule. (Ovaj pristup koriste oni koji imaju više resursa na raspolaganju). Prvo se određuju strateški kriteriji i njihovi prioriteti kako bi se ocijenila svojstva (engl. *merits*), po jedan odjednom. Da bi to napravili najbolje rangirana alternativa za svaki od svojstava se ocjenjuje kako bi se izračunao prioritet svojstva. Potom se 4 vrijednosti normaliziraju i koriste za izračun cjelokupne sinteze 4 vektora. Za svaku alternativu oduzimaju se ponderirani troškovi i rizici od sume ponderiranih koristi i prilika. Za određivanje odluke

preko aditivne funkcije koristimo formulu $bB + oO - cC - rR$ (B, O, C, R su globalni prioriteti alternativa po svakom svojstvu, a b, o, c, r su prioriteti izračunati preko modela ocjena strateških kriterija),

12. Provođenje analize osjetljivosti. Analiza osjetljivosti provodi se kako bi se ispitalo kako male promjene ulaznih vrijednosti utječu na konačnu odluku (alternativu s najvećim prioritetom, a ponekad i poredak alternativa).

Da bi izračunali prioritete b, o, c i r, moramo odrediti strateške kriterije – donositeljima odluka najvažnije kriterije u problemu odlučivanja. Potom međusobnom usporedbom u parovima određujemo njihove prioritete. Valja napomenuti da različiti autori predlažu i određene modifikacije prilikom izračuna konačnog prioriteta (rezultata) nakon što se dobiju prioriteti BOCR mreža. Neki od prijedloga su [149]:

- Primjena omjera $\frac{BO}{CR}$ pri čemu se prioriteti alternativa po B, O, C, R potenciraju prioritetima b, o, c, r, $\frac{B^b O^o}{C^c R^r}$,
- Aditivna formula $bB + oO + 1/cC + 1/rR$,
- Bez korištenja prioriteta b, o, c, r, npr.: $B + O - C - R$,
- Mješoviti pristup – sinteza više (prethodnih) pristupa,
- Uvođenje i korištenje monetarnih vrijednosti za iskazivanje vrijednosti alternativa po B, O, C, R i njihovo kombiniranje s prioritetima alternativa po B, O, C, R,

Naredna razmatranja u ovom radu će biti fokusirana na slučaj jednog kontrolnog kriterija koji se može sastojati od više klastera koji pak sadrže po nekoliko kriterija (jedna supermatrica).

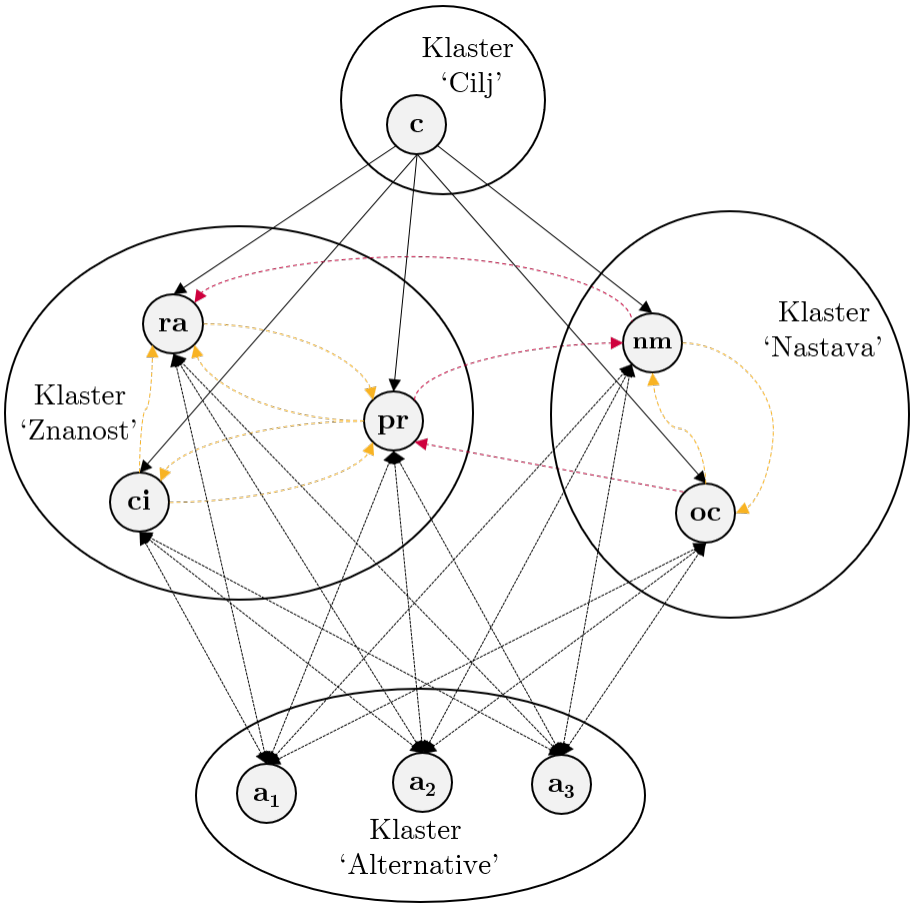
3.3 Demonstracija metode ANP na primjeru

U nastavku će metoda ANP biti pojašnjena kroz demonstracijski primjer. Primjer je vezan uz evaluaciju znanstvenika prema određenim kriterijima. Primjer je predstavljen u radu [72].

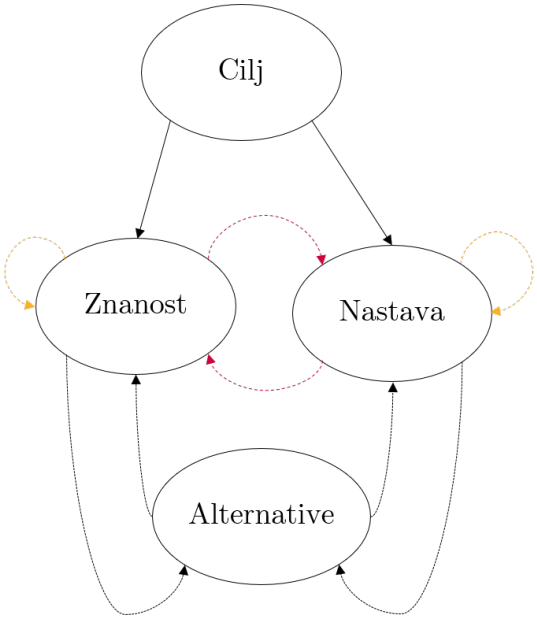
Strukturiranje problema odlučivanja. Cilj problema odlučivanja je izabrati najboljeg znanstvenika među tri znanstvenika (alternative). Pri tome, kriteriji koji utječu na odabir mogu biti vezani uz *znanost* i *nastavu*. U tom smislu imamo ukupno četiri klastera: *Cilj*, *Znanost*, *Nastava* i *Alternative*. Klaster *Cilj* sadrži samo jedan čvor, *cilj*. Klaster *Znanost* sadrži tri kriterija: *Radovi*, *Citati* i *Projekti*. Klaster *Nastava* sadrži dva kriterija: *Ocjene* (ocjene nastavnika koje je dobio od studenata) i *Nastavni materijali*. Jasno je da su ovi kriteriji podložni daljnoj dekompoziciji i specificiranju, no u ovom trenutku, budući da se radi o primjeru za demonstraciju, to nećemo raditi. Tri alternative u klasteru *Alternative* su: *Alternativa 1*, *Alternativa 2* i *Alternativa 3*. Skraćeno ćemo navedene čvorove označavati na sljedeći način: c, ra, ci, pr, oc, nm, a_1, a_2, a_3, respektabilno.

Problem odlučivanja prikazan je na slikama Slika 3.6 i Slika 3.7.

Na Slici 3.6 prikazana je detaljna struktura problema odlučivanja, na razini čvorova mreže.



Slika 3.6: Struktura problema odlučivanja, razina čvorova



Slika 3.7: Struktura problema odlučivanja, razina klastera

Punim strelicama označene su zavisnosti čvora cilja o čvorovima kriterija. Isprekidanim strelicama označene su zavisnosti među čvorovima kriterija. Točkastim strelicama označene su zavisnosti između čvorova kriterija i čvorova alternativa. Jednostavniji prikaz problema

odlučivanja dan je na Slici 3.7, no ta slika sadrži i puno manje informacija o problemu odlučivanja. Klaster *Cilj* zavisi o klasterima *Znanost* i *Nastava*. Oba klastera kriterija, *Znanost* i *Nastava* zavise o samima sebi, o drugom klasteru kriterija te o klasteru alternativa (*Alternative*). Kada govorimo u terminima matrica utjecaja među kriterijima i klastera, 3.10 (str. 44) i 3.11 (str. 44), struktura problema odlučivanja može se zapisati u obliku tih matrica kako je prikazano u matricama 3.30 i 3.31.

$$\begin{array}{c} \\ c \\ nm \\ oc \\ ra \\ ci \\ pr \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} c & nm & oc & ra & ci & pr & a_1 & a_2 & a_3 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.30}$$

$$\begin{array}{c} \\ Cilj \\ Nastava \\ Znanost \\ Alternative \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} Cilj & Nastava & Znanost & Alternative \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.31}$$

Prije idućeg koraka poželjno je i prezentirati tablicu odlučivanja (tablicu vrijednosti), tj. pregled vrijednosti koje alternative postižu po kriterijima. Te vrijednosti mogu biti bilo kojeg tipa (kvalitativne, kvantitativne ili kombinirane). Tablica odlučivanja za problem evaluacije znanstvenika dana je u Tablici 3.6 (str. 55).

Tablica 3.6: Matrica odlučivanja (vrijednosti) za problem odlučivanja

	Nastava		*Znanost*		
	nm	*oc*	*ra*	*ci*	*pr*
a_1	4.6	7	5	40	6
a_2	4.2	5	5	50	3
a_3	3.2	12	15	10	4

Usporedbe u parovima na razini čvorova. Cilj ovog koraka je kreiranje netežinske supermatrice problema odlučivanja sukladno matričnom zapisu 3.12 (str. 45). Ovdje se vrše usporedbe u parovima elemenata mreže iz istog klastera s obzirom na elemente na koje ti

elementi utječu. Pri tome se primjenjuje postupak uspoređivanja u parovima koji je opisan u dijelu 3.1.1, uz vođenje računa o konzistentnosti uspoređivanja. U tom smislu, najčešće se koristi softverska podrška koja može biti jednostavna implementacija u MS Excelu koja može podržavati izračun prioriteta elemenata približnim postupkom (Tablica 3.2, str. 37), kao i izračun omjera konzistencije (Tablica 3.3, str. 37).

Prazna netežinska supermatrica u našem slučaju izgleda kao u matrici 3.32.

$$\begin{array}{c} \\ c \\ nm \\ oc \\ ra \\ ci \\ pr \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} c & nm & oc & ra & ci & pr & a_1 & a_2 & a_3 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & & 0 & 0 & & & & \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & & & \\ & & 0 & 0 & & & & & \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & & & & \\ & 0 & & & & 0 & & & \\ 0 & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ 0 & & & & & & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.32}$$

Usporedbe u parovima koje trebaju biti napravljene da bi popunili prazna mjesta su:

- Usporedbe kriterija s obzirom na cilj (ove usporedbe se provode i unutar metode AHP):
  - Usporedbe kriterija *nm* i *oc* iz klastera *Nastava* s obzirom na čvor *c* u klasteru *Cilj* → izračunate prioritete upisujemo u retke *nm* i *oc*, stupac *c*,
  - Usporedbe kriterija *ra*, *ci* i *pr* iz klastera *Znanost* s obzirom na čvor *c* u klasteru *Cilj* → izračunate prioritete upisujemo u retke *ra*, *ci* i *pr*, stupac *c*,
- Usporedbe kriterija s obzirom na druge kriterije (ovdje uspoređujemo kriterije iz istog klastera koji utječu na isti kriterij):
  - Usporedba kriterija *ra* i *pr* s obzirom na *ci* → prioritete elemenata upisujemo u retke *ra* i *pr*, stupac *ci*,
  - Usporedba kriterija *ra* i *ci* s obzirom na *pr* → prioritete elemenata upisujemo u retke *ra*, *ci*, stupac *pr*,
  - Možemo primijetiti i još neke veze među kriterijima: između *ra* i *pr*, *pr* i *nm*, *oc* i *pr*, *nm* i *ra* te između *nm* i *oc*. Pošto se tu radi o slučajevima gdje samo jedan kriterij istog klastera utječe na drugi kriterij, nemamo što uspoređivati, nego na odgovarajuća mjesta u netežinskoj supermatrici stavljamo 1 ($w_{pr,ra} = 1$, $w_{pr,nm} = 1$, $w_{ra,nm} = 1$, $w_{nm,oc} = 1$, $w_{oc,nm} = 1$),
- Usporedba alternativa s obzirom na svaki kriterij zasebno (uvažavajući stupce tablice odlučivanja (Tablica 3.6)). Ovaj dio odgovara usporedbama koje se inače provode u metodi AHP. Dakle, potrebno je napraviti pet matrica usporedbi. Dobivene prioritete upisujemo u retke alternativa po stupcima kriterija,

- Usporedba vrijednosti unutar iste alternative međusobno (uvažavajući retke tablice odlučivanja (Tablica 3.6)) po kriterijima iz klastera:
  - Usporedbe vrijednosti po kriterijima *nm* i *oc* s obzirom na sve alternative → prioritete upisujemo u retke *nm* i *oc*, stupci alternativa,
  - Usporedbe vrijednosti po kriterijima *ra*, *ci* i *pr* s obzirom na alternative → prioritete upisujemo u retke *ra*, *ci* i *pr*, stupci alternativa.

Možemo primijetiti da u metodi ANP imamo značajno više usporedbi nego u metodi AHP. Konačna netežinska (neponderirana) supermatrica dana je u matrici 3.33.

$$\begin{array}{c} \\ c \\ nm \\ oc \\ ra \\ ci \\ pr \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} c & nm & oc & ra & ci & pr & a_1 & a_2 & a_3 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.33 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0.2 & 0.4 & 0.6 \\ 0.67 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 & 0.6 & 0.4 \\ 0.25 & 1 & 0 & 0 & 0.4 & 0.6 & 0.2 & 0.4 & 0.6 \\ 0.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.5 & 0 & 1 & 1 & 0.6 & 0 & 0.6 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0.2 & 0.2 & 0.5 & 0.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0.3 & 0.6 & 0.1 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.33}$$

Usporedbe u parovima na razini klastera. Glavni cilj ovog koraka je netežinsku supermatricu pretvoriti u težinsku matricu. Karakteristika težinske supermatrice je da je stohastička po stupcu, tj. zbroj svakog stupca iznosi 1. Iako bi to svojstvo mogli naizgled lako postići jednostavnom normalizacijom po zbroju svakog stupca, ta normalizacije se postiže množenjem vrijednosti netežinske supermatrice pripadnim težinama klastera dobivenim uspoređivanjem klastera u parovima. Cilj je popuniti matricu 3.34.

$$\begin{array}{c} \\ Cilj \\ Nastava \\ Znanost \\ Alternative \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} Cilj & Nastava & Znanost & Alternative \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \\ & & & \\ 0 & & & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.34}$$

Usporedbe koje je potrebno napraviti su:

- Usporedba klastera *Nastava* i *Znanost* s obzirom na klaster *Cilj*. Odgovarajuće težine klastera upisat će se u prvi stupac. Ova usporedba provodi se i unutar metode AHP,
- Usporedbe klastera *Nastava*, *Znanost* i *Alternative* s obzirom na klaster *Nastava*. Odgovarajuće težine klastera upisat će se u drugi stupac,
- Usporedbe klastera *Nastava*, *Znanost* i *Alternative* s obzirom na klaster *Znanost*. Odgovarajuće težine klastera upisat će se u treći stupac,
- Usporedba klastera *Nastava* i *Znanost* s obzirom na klaster *Alternative*. Odgovarajuće težine klastera upisat će se u četvrti stupac.

Težine klastera prikazane su u matrici 3.35.

$$\begin{array}{c} \\ Cilj \\ Nastava \\ Znanost \\ Alternative \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} Cilj & Nastava & Znanost & Alternative \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0.2 & 0.2 & 0.5 \\ 0.75 & 0.2 & 0.2 & 0.5 \\ 0 & 0.6 & 0.6 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{3.35}$$

Težinska supermatrica prikazana je u matrici 3.36.

$$\begin{array}{c} \\ c \\ nm \\ oc \\ ra \\ ci \\ pr \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} c & nm & oc & ra & ci & pr & a_1 & a_2 & a_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.08 & 0 & 0.2 & 0 & 0 & 0.2 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 0.17 & 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0.3 & 0.2 \\ 0.185 & 0.2 & 0 & 0 & 0.10 & 0.12 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 0.185 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.08 & 0.1 & 0.25 & 0.15 \\ 0.38 & 0 & 0.2 & 0.25 & 0.15 & 0 & 0.3 & 0.05 & 0.05 \\ 0 & 0.3 & 0.3 & 0.15 & 0.30 & 0.36 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.18 & 0.12 & 0.15 & 0.375 & 0.18 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.12 & 0.18 & 0.45 & 0.075 & 0.06 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{3.36}$$

Izračun granične supermatrice. Potenciranjem netežinske matrice već nakon nekoliko potencija dobijemo graničnu matricu - matricu u kojoj su svi stupci međusobno jednaki. Granična supermatrica iz koje ćemo identificirati prioritete elemenata prikazana je u matrici 3.37. U ovom problemu odlučivanja najvažniji kriterij odnosi se na ocjene nastavnika *on*. Slijede ga kriteriji projekti (pr), nastavni materijali (nm) i radovi (ra) dok je najmanje važan kriterij onaj vezan uz citate (ci). Prvo rangirana alternativa je Alternativa 1 (a_1).

$$\begin{array}{c} \\ c \\ nm \\ on \\ ra \\ ci \\ pr \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} c & nm & oc & ra & ci & pr & a_1 & a_2 & a_3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.13 & 0.13 & 0.13 & 0.13 & 0.13 & 0.13 & 0.13 & 0.13 & 0.13 \\ 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 \\ 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 \\ 0.06 & 0.06 & 0.06 & 0.06 & 0.06 & 0.06 & 0.06 & 0.06 & 0.06 \\ 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 \\ 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 \\ 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 \\ 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 \end{bmatrix} \end{array} \tag{3.37}$$

Tablica 3.7: Usporedba prioriteta elemenata metodom ANP i metodom AHP temeljem matrice 3.37

	Metoda ANP	Metoda AHP
nastavni materijali	0.2167	0.0833
ocjene nastavnika	0.25	0.1667
radovi	0.2	0.1875
citati	0.1	0.1875
projekti	0.233	0.375
Alternativa 1	0.436	0.5
Alternativa 2	0.282	0.3
Alternativa 3	0.282	0.2

$$\begin{array}{c} \\ c \\ nm \\ oc \\ ra \\ ci \\ pr \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} c & nm & oc & ra & ci & pr & a_1 & a_2 & a_3 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{0.8} & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0.2 & 0.4 & 0.6 \\ \mathbf{0.2} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8 & 0.6 & 0.4 \\ \mathbf{0.7} & 1 & 0 & 0 & 0.4 & 0.6 & 0.2 & 0.4 & 0.6 \\ \mathbf{0.05} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ \mathbf{0.25} & 0 & 1 & 1 & 0.6 & 0 & 0.6 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0.2 & 0.2 & 0.5 & 0.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0.3 & 0.6 & 0.1 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.38}$$

$$\begin{array}{c} \\ c \\ nm \\ on \\ ra \\ ci \\ pr \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccc} c & nm & oc & ra & ci & pr & a_1 & a_2 & a_3 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.13 & 0.13 & 0.13 & 0.13 & 0.13 & 0.13 & 0.13 & 0.13 & 0.13 \\ 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 \\ 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 \\ 0.06 & 0.06 & 0.06 & 0.06 & 0.06 & 0.06 & 0.06 & 0.06 & 0.06 \\ 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 \\ 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 \\ 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 \\ 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 & 0.11 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.39}$$

U Tablici 3.7 nalazi se usporedba težina kriterija i prioriteta alternativa izračunatih pomoću metode ANP i pomoću metode AHP. Izračun za metodu AHP temeljen je na dijelu usporedbi koje su korištene kod provedbe metode ANP. Težine kriterija su za potrebe usporedbe normalizirane na 1. Slično, prioriteti alternativa su također normalizirani na 1. I dok se poredak prioriteta alternativa preko metode AHP prilično dobro poklapa s poretkom prioriteta alternativa preko metode ANP, to se ne može reći za poredak težina kriterija. Jedan od

uzroka takvoj situaciji jest taj što, iako su u izračunu prioriteta u metodi ANP uključene usporedbe kriterija s obzirom na cilj (na kojima se temelji metoda AHP), no one nemaju nikakvog utjecaja na konačne težine kriterija. Npr. kada bismo prvi stupac netežinske matrice promijenili tako da je 3.38 netežinska matrica, uz uvjet da sve ostale usporedbe ostanu iste, granična supermatrica 3.39 jednaka je graničnoj supermatrici kao da te promjene nije bilo - 3.37.

Ovom situacijom se detaljnije bavimo u dijelu 3.7.

3.4 Nadogradnje metode ANP i integracije s drugim metodama

U nastavku se nalazi pregled nekih od modifikacija metode ANP, nadogradnji i integracija s drugim metodama koji je napravljen temeljem analize provedene nad znanstvenim radovima i sažecima iz baza SCOPUS, Inspec i Google Scholar.

- *Fuzzy* ANP [26]: Korištenje neizrazite logike u smislu nadogradnje Saatyjeve skale – lingvistička skala [jednako važno; apsolutno važnije] povezana je s numeričkim vrijednostima skale $\left[\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right]$. Rad sadržava i sofisticirani algoritam implementacije takve skale te ilustrativni primjer,
- *Fuzzy* ANP [7]: Povezivanje neizrazite logike i metode ANP koje se uvode radi nesigurnosti donositelja odluka o procjenama i nedostataka korištenja Saatyjeve skale u metodi ANP. Ti nedostaci su: primjenjivost metode uglavnom na jasne odluke (probleme odlučivanja), neuravnoteženost skale procjena, ne uzima se u obzir nesigurnost povezanu s mapiranjem nečijeg mišljenja, tj. procjene u broj, rangiranje je prilično neprecizno te subjektivne procjene, izbori i preferencije donositelja odluka često imaju jaki utjecaj na rezultat. Predložena modifikacija metode ogleda se u uvođenju intervala pouzdanosti (α-cut). Donositelj odluke prilikom davanja procjena usporedbi elemenata iskazuje i svoju uvjerenost o danoj procjeni. Slična modifikacija metode ANP prezentirana je i u radu [8],
- DEA-FANP [119]: FANP (*Fuzzy* ANP) je u ovom slučaju napravljen na način da je korištena triangularna *fuzzy* skala. Umjesto konkretne jedinstvene vrijednosti sa Saatyjeve skale, vrijednost Saatyjeve skale pretvara se u intervalnu *fuzzy* skalu (npr. 2 sa Saatyjeve skale označava 3 vrijednosti – 1.6, 2 i 2.4) s ciljem inkorporiranja nesigurnosti donositelja odluka kod davanja procjena. Takva metoda kombinirana je s metodom DEA (metoda za mjerenje relativne efikasnosti jedinica temeljem omjera produciranih inputa i outputa) kao postupak u dvije faze. U prvoj fazi vrši se usporedba u parovima jedinica koje se žele prioritizirati (usporedba inputa i outputa). U drugoj fazi se prethodne usporedbe sintetiziraju u DEA-FANP rezultat. Kombinacija metoda DEA i ANP za rangiranje organizacijskih jedinica kao i za prioritiziranje kriterija za upravljanje ljudskim kapitalom prikazana je i u radu [139]. U ovom radu mjere efikasnosti organizacijskih jedinica kao i težine inputa i outputa u DEA modelu koriste se za popunjavanje supermatrice u ANP modelu,

- „Sličan“ *fuzzy* ANP pristup korišten je i u radu [9]. Triangularna neizrazita logika u metodi ANP korištena je i u radu [43] gdje se za neku vrijednost na Saatyjevoj skali koja je dana od procjenitelja u obzir uzimaju i za 1 veća i za 1 manja vrijednost. Postoji i cijeli set različitih radova koji koriste ovakav oblik neizrazite logike nad Saatyjevom skalom, a na razini te glavne nadogradnje metode ANP različiti autori uvode različite modifikacije i mogućnosti pretvaranja nekog odgovora - procjene donositelja odluke u set vrijednosti koji će se koristiti za odlučivanje,
- GFANP – grupni *fuzzy* ANP [111]: Istraživanja o grupnom odlučivanju metodom ANP predlažu izradu (izračun) prioriteta alternativa agregiranjem procjena članova grupe. Takav pristup je u kontradikciji s Arrowljevim teoremom nemogućnosti (The *Arrow's Impossibility Theorem*, 1950) koji govori da nije moguće kreirati funkciju koristi (engl. *utility function*) za grupu, tj. ne postoji sustav glasovanja koji bi individualne procjene pojedinaca pretvorio u grupni rang alternativa uz istovremeno zadovoljenje predefiniranog seta kriterija u slučaju kada se odlučuje između tri ili više alternativa. Ovaj rad daje prijedlog agregiranja individualnih procjena u grupni rezultat kako bi se Arrowov teorem zadovoljio. Taj prijedlog se temelji na izračunu standardne devijacije i 95%-tnog intervala pouzdanosti nad izračunatim prosjecima rezultatima individualnih rezultata usporedbi,
- *Fuzzy* ANP sustav za procjenu rizika [118]: U radu se predlaže cjelokupni okvir za procjenu rizika za problem *outsourcinga* javne nabave. Taj okvir kombinira više metoda među kojima i modificirani ANP na način da kao input prihvaća podatke u različitim formatima (riječi, rangovi). I ovdje se kod usporedbi koristi *fuzzy* triangularni pristup (procjena donositelja odluka je triangularni *fuzzy* broj, npr. (1, 3, 6) što znači da je procjena između 1 i 6, a najvjerojatnije 3), a osim njega i drugi pristupi unosa procjena donositelja odluka: nemogućnost donositelja da dâ procjenu, donositelj daje lingvistički termin kao procjenu (npr. oko 6), donositelj odluka daje rang procjena (npr. između 2 i 4), donositelj odluka daje trapeziodni *fuzzy* broj (npr. (1, 3, 5, 6) – procjena je između 1 i 6, a najvjerojatnije između 3 i 5). Svi navedeni pristupi se potom svode na standardizirani trapeziodni *fuzzy* zapis preko kojeg se uz pomoć dizajniranog algoritma izračunavaju prioriteti. Ovaj pristup je prilagodba pristupa iz rada [157],
- BSC-ANP-ZOLP [151]: U radu je dan teorijski okvir za efikasno strateško upravljanje organizacijom koja ima manjak resursa. Okvir se sastoji od kombinacije 3 metode (metodologije): Na početku se provodi BSC kako bi se identificirao strateški smjer razvoja organizacije preko konkretnih strategija koje se potom metodom ANP evaluiraju na način da se odrede njihovi prioriteti i važnosti, a na kraju se od metodom ZOLP određuje optimalna strategija ulaganja (izbor seta, podskupa konkretnih strategija) temeljem njihovih važnosti, a s obzirom na ograničenja u resursima,
- ISM-ANP [20, 132]: metoda ISM pomaže u uspostavi reda u kompleksnim vezama među različitim razmatranim faktorima kroz formiranje hijerarhije. Dakle, rezultat primjene metode ISM postaje ulaz u metodu ANP.
- DEMATEL-ANP integracije. Kao i metoda ISM, metoda DEMATEL može biti korištena

za formiranje strukture problema odlučivanja, no osim te uloge, metoda DEMATEL može biti korištena prilikom izračuna prioriteta. Metoda DEMATEL bit će detaljno prezentirana u idućem dijelu rada.

3.5 Metode za strukturiranje problema odlučivanja u kontekstu metode ANP

"A good solution to a well-posed problem is almost always a smarter choice than an excellent solution to a poorly posed one!"

Smart Choices (Hammond, Keeney, Raiffa)

Iako se ovaj rad u glavnom dijelu ne bavi metodama strukturiranja problema odlučivanja, neizostavno je prikazati metode za strukturiranje problema odlučivanja u kontekstu metode ANP upravo zbog važnosti rezultata procesa strukturiranja u smislu kvalitete konačne odluke.

Neke od metoda za strukturiranja prikazane se već unutar dijela 3.1.1, gdje je tema bila vezana uz metodu AHP. Te metode su i ovdje primjenjive, u kontekstu metode ANP:

- Intervjui s ekspertima u problemskoj domeni mogu biti vođeni kako bi se došlo do popisa i opisa relevantnih kriterija te kako bi se identificirali utjecaji među kriterijima,
- Pregled literature (traženje problema odlučivanja koji su ranije riješeni, a povezani su s problemom odlučivanja koji se trenutno rješava) obavlja se kako bi došli do inicijalnog i djelomičnog popisa kriterija relevantnih u problemu odlučivanja. Međutim, dobiveni popis kriterija treba dodatno analizirati i vidjeti da li se doista svi kriteriji mogu primijeniti u kontekstu promatranog problema odlučivanja te razmotriti da li koji od kriterija nedostaju,
- *Oluja mozgova* i tehnike kreativnosti mogu biti korisne prilikom kreiranja novih alternativa (ako nisu poznate). Za kreiranje alternativa može biti korištena i metoda koja se zove morfološka analiza,
- *Delphi* metoda se može koristiti za usuglašavanje popisa kriterija, veza među kriterijima te formiranje mreže. Međutim, ovakav proces treba jako dobro pripremiti kako bi bio efikasan,
- *Top-down* pristup koji počinje definiranjem cilja odlučivanja, izborom mreža koje će se modelirati (B, O, C, R), identificiranjem kontrolnih kriterija za svaku mrežu, (kreiranjem kontrolnih potkriterija,) identificiranjem klastera, identificiranjem kriterija u klasterima (broj razina ovisi o složenosti problema odlučivanja),
- *Bottom-up* pristup koji strukturu problema odlučivanja kreira u obrnutom smjeru počevši od kriterija preko kojih nastaju klasteri i tako na više razine. Ponekad se polazi od alternativa temeljem kojih se identificiraju kriteriji promatrajući karakteristike i opise alternativa,
- Kombinirani pristup (*top-down* i *bottom-up*) podrazumijeva korištenje oba prethodno navedena pristupna, tj. njihovo kombiniranje,

- Promišljanje o problemu i zaključivanje.

Osim ovih metoda, tu su i metode PrOACT, ISM i DEMATEL koje će biti objašnjene zasebno.

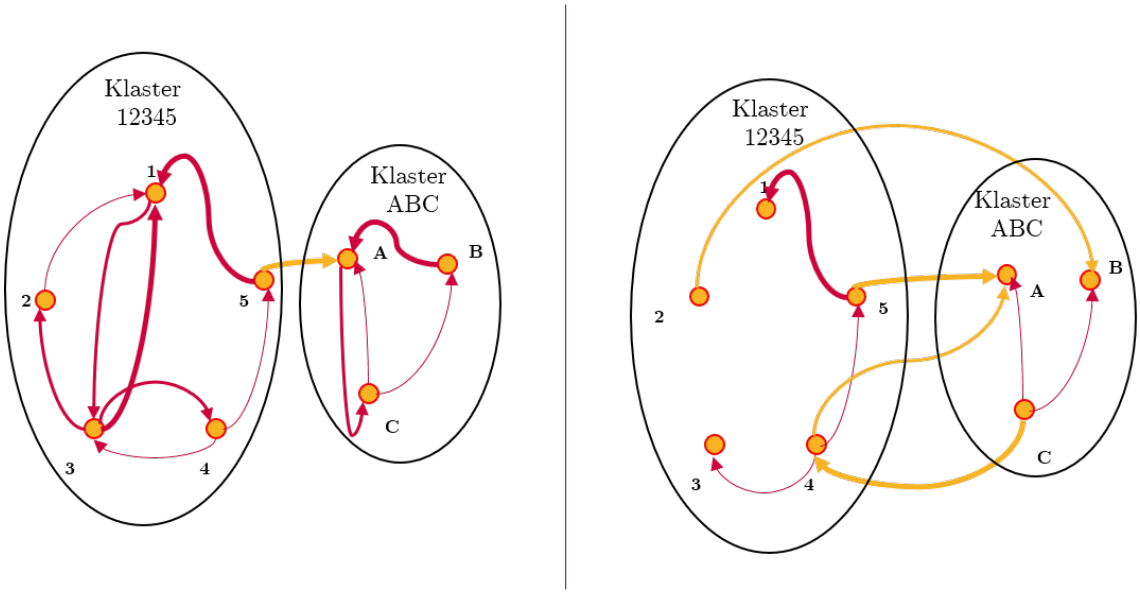
Dobra metoda za strukturiranje problema odlučivanja u kontekstu metode ANP morala bi podržavati što veći broj karakteristika iz sljedećeg popisa [73]:

- Identifikaciju kriterija u klasterima,
- Modeliranje zavisnosti (utjecaja) među kriterijima,
- Identifikaciju težina utjecaja među kriterijima (što bi olakšalo proces uspoređivanja među parovima),
- Formiranje klastera (mrežne strukture),
- Formiranje klastera s velikim brojem veza unutar klastera, a malim brojem veza van klastera - s pozicije uspoređivanja kriterija u parovima, ovaj zahtjev i nije toliko bitan, no kada govorimo o uspoređivanju na razini klastera, onda je lakše usporediti klastere kada je manji broj veza među njihovim kriterijima (Slika 3.8, lijevo), nego kada je veći broj veza (Slika 3.8, desno),
- Formiranje klastera koji se odnose na isto područje (struku) - ovaj zahtjev proizlazi iz činjenice da ponekad (pogotovo kod velikih BOCR mreža) u strukturi problema odlučivanja imamo kriterije koji pripadaju različitim strukama tako da se u nekom klasteru nalaze kriteriji koji odgovaraju istoj struci (npr. kriterije koji se tiču tehničke struke evaluiraju informatičari; kriterije koji se tiču troškova evaluiraju ekonomisti iz nabave i djelatnici računovodstva; kriterije koji se tiču pravne podloge evaluiraju pravnici i slično). Metoda ANP (kao i AHP) je metoda grupnog odlučivanja. Uključenje više sudionika u proces moguć je na 2 načina:
  - Svi sudionici daju sve procjene u modelu odlučivanja (kao u radu [12]) koje se agregiraju geometrijskom sredinom ili ponderiranom geometrijskom sredinom ako postoje razlike u „težinama“ donositelja odluka,
  - Sudionici daju procjene za one usporedbe za koje su nadležni, tj. stručni (npr. usporedbe kriterija prema vrsti kriterija i ekspertizi kao što je to napravljeno u radu [100]). Upravo zbog ovakve situacije je pogodno da u istom klasteru budu kriteriji kriteriji koji se odnose na istu struku.

3.5.1 *PrOACT* pristup odlučivanju

Još nazvan i proaktivni pristup odlučivanju [133], *PrOACT* predstavlja sustavni pristup rješavanju problema i donošenju odluke u osam koraka [55]. Problem odlučivanja se raščlanjuje na osam elemenata grupiranih u dvije skupine:

- Osnovni elementi:
  - Problem,
  - Ciljevi,
  - Alternative,



Slika 3.8: Moguće povezanosti kriterija različitih klastera

  - Posljedice,
  - Zamjene,
- Elementi koji pomažu pri donošenju odluka u promjenjivu okruženju:
  - Nesigurnost,
  - Rizik,
  - Povezane odluke.

Nama su svakako zanimljiviji osnovni elementi proaktivnog elementa odlučivanja jer se oni odnose na višekriterijsko odlučivanje.

Problem odlučivanja. Problemom smatramo entitet koji u datom vremenu, mjestu i okruženju određenoj ciljnoj skupini predstavlja prepreku. O problemu odlučivanja govori se onda kada trenutno stanje sustava nije zadovoljavajuće i kada postoje barem dvije alternative da se to stanje korigira (s namjerom da se poboljša) [133]. Prvi korak u fazi definiranja problema je identifikacija njegovih uzroka, a potom je potrebno proučiti kontekst u kojem se problem pojavljuje. Kako bi se problem što preciznije definirao, korisno je prikupiti i tuđa mišljenja.

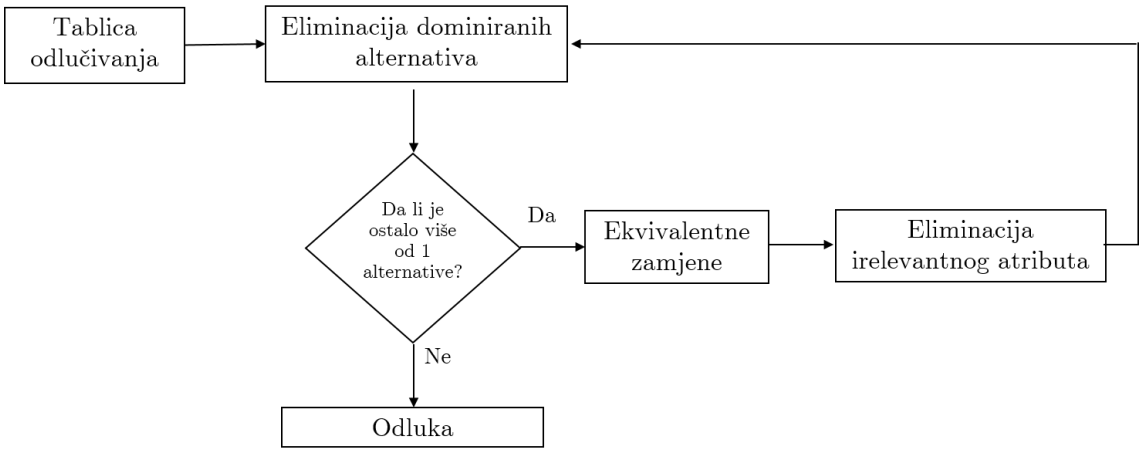
Ciljevi odlučivanja. Identificiranje ciljeva važno je za kreiranje kvalitetnih alternativa. Ciljevi se reprezentiraju preko kriterija (atributa). Poželjno je da se ciljevi kvantificiraju u smislu vrijednosti nekog pokazatelja. Složeni ciljevi se mogu raščlaniti na podciljeve te možemo imati cijelu hijerarhijsku strukturu ciljeva [133]. Po tipu razlikujemo kriterije troška (*min*) i kriterije koristi (*max*) kriterij, a po vrsti kvalitativne (oni koji se izražavaju riječima) i kvantitativne (oni koji se izražavaju brojevima).

Alternative. Alternative (inačice, opcije, varijante) predstavljaju moguće izbore u procesu odlučivanja među kojima moramo izabrati jedan. Ponekad biramo između već postojećih alternativa, a ponekad pristupamo razvoju novih alternativa. Povezano s razvojem alternativa,

mogu se javiti problemi u odlučivanju kao što su zamka prethodnih odluka (ostaviti sve po starom) ili zamka sidrenja (odlučivanje za prvu zadovoljavajuću alternativu). Kada se razvijaju nove alternative, mogu se koristiti tehnike kreativnosti kao što su oluja mozgova, *brainwriting*, idealno rješenje, morfološka analiza, TRIZ i druge [133].

Posljedice odluka (alternativa). Posljedice označavaju fazu vrednovanja alternativa. To je najčešće kvalitativni ili kvantitativni iskaz vrijednosti alternativa u terminima postavljenih ciljeva. Kada gledamo matricu odlučivanja (npr. Tablica 3.6), posljedicama možemo smatrati svaku ćeliju u bilo kojem retku alternativa i stupcu kriterija. Kada govorimo o odlučivanju u uvjetima nesigurnosti i rizika, ponekad je teško sa sigurnošću utvrditi posljedice.

Zamjene i metoda ekvivaletnih zamjena. Zamjene (ekvivalentne zamjene) predstavljaju iskazivanje vrijednosti nekog kriterija u terminima drugog kriterija, npr. jedan dan godišnjeg odmora godišnje vrijedi kao 100 kuna mjesečne plaće. Uz zamjene vežemo i metodu ekvivalentnih zamjena. Ona se, osim na konceptu ekvivalentnih zamjena, temelji na konceptima potpune i praktične dominacije te irelevantnog kriterija (atributa). Potpuna dominacija je situacija kada jedna alternativa nije lošija ni po jednom kriteriju od druge, a po najmanje jednom kriteriju ostvaruje bolju vrijednost te tada dominiranu alternativu možemo eliminirati iz procesa odlučivanja. Praktična dominacija dozvoljava da na malom setu atributa (koji nisu previše važni) dominirana alternativa ima bolju vrijednost, ali u najvećem broju kriterija (koji su jako važni) ostvaruje lošiju vrijednost od dominirajuće alternative [133]. Implementacija metode ekvivalentnih zamjena predstavlja iterativni postupak koji je prikazan na Slici 3.9.



Slika 3.9: Blok dijagram metode ekvivalentnih zamjena [133]

U kontekstu metode ANP, PrOACT pristup pomaže identificirati relevantne elemente u problemu odlučivanju, dok većinu drugih karakteristika iz ranijeg popisa karakteristika dobre metode za strukturiranje problema odlučivanja ne podržava.

3.5.2 Metoda ISM

Pristup koji se može koristiti prilikom strukturiranja problema odlučivanja jest interpretativni strukturni proces, ISM, kombiniran s metodom *Delphi* [20]. (Dobro provedena) *Delphi* metoda treba osigurati potpunost (p)opisa elemenata strateškog problema odlučivanja s kojim se bavimo (koji mogu biti grupirani u dimenzije, tj. kriterije) zbog čega je iznimno važan dobar izbor eksperata iz područja problema odlučivanja, a provedba metode ISM ima za cilj uvesti red u kompleksnim vezama među elementima i formiranje hijerarhije. Metoda ISM se temelji na iskorištavanju znanja i iskustva eksperata iz područja problema odlučivanja (dekompozicija kompleksnog sustava u više podsustava) i ima za cilj konstruirati višeslojni strukturni model.

Metoda ISM pomaže identificirati strukturu unutar sustava [6].

Dvije su komponente ISM-a [20, 6]:

1. Kreiranje hijerarhijske veze među elementima problema odlučivanja: grafički prikaz međuzavisnosti među elementima na razumljiv način korištenjem teorije grafova. Tako kreiran model zadržava strukturu kompleksnog problema ili sustavi u pažljivo kreiranom prototipu,
2. Analiza elemenata problema odlučivanja korištenjem matrice MICMAC: matrični prikaz veza među elementima. Koristi se za analizu odnosa nadmoći (*driving power*) i ovisnosti (*dependence power*) među elementima. Matrica omogućava koristan pogled o relativnoj važnosti i zavisnostima među elementima. Elementi se obično grupiraju u 4 skupine: autonomni elementi, zavisni elementi, nezavisni elementi te vezivni elementi.

Koraci metode ISM [20, 6, 131]:

1. Identifikacija elemenata problema odlučivanja – provođenje metode *Delphi* da se dobije potpuna lista elemenata problema odlučivanja prihvaćena i validirana (konsenzus) od eksperata u području problema odlučivanja. Umjesto metode *Delphi* mogu se koristiti i metode poput oluje mozgova i tehnike nominalne grupe. Sudionici za provođenje ovog koraka su eksperti iz industrije i akademske zajednice,
2. Uspostava kontekstualne veze među elementima. Koristi se konceptualna veza *utječe* (engl. *influences*) ili *vodi* (engl. *leads to*). Temeljem te veze izrađuje se konceptualna veza između faktora. 4 tipa veza su moguća:
   - Veza elementa i prema elementu j (element i utječe na element j), oznaka V,
   - Veze elementa j prema elementu i (element i je utjecan od faktora j, j dostiže i), oznaka A,
   - Veza elementa i prema elementu j i veza elementa j prema elementu i (elementi i i j utječu jedan na drugoga) – veze uključuje obje prethodne relacije, oznaka X,
   - Ne postoji veza elementa i prema elementu j ni obrnuto (elementi i i j su nepovezani), oznaka O,

   I u ovom koraku sudjeluju eksperti za područje problema odlučivanja,

3. Izrada matrice SSIM. Temeljem kontekstualnih veza među elementima koje su usuglašene na razini eksperata iz domene problema odlučivanja (konsenzus). Dimenzija SSIM matrice je (n, n) pri čemu je n broj elemenata problema odlučivanja, a svaki redak/ stupac odnosi se na jedan element problema odlučivanja,
4. Izrada matrice veza (*reachability matrix*) iz SSIM-a. Dimenzija ove matrice je ista kao i kod SSIM-a. Ovaj korak se izrađuje u dva podkoraka. Prvo, SSIM se pretvara u inicijalnu binarnu matricu veza preko informacija o vezama među elementima iz SSIM-a na sljedeći način:
   - Ako ćelija (i, j) u SSIM-u sadrži simbol V, tada u matrici veza na adresi (i, j) upisujemo 1, a na adresi (j, i) upisujemo 0,
   - Ako ćelija (i, j) u SSIM-u sadrži simbol A, tada u matrici veza na adresi (i, j) upisujemo 0, a na adresi (j, i) upisujemo 1,
   - Ako ćelija (i, j) u SSIM-u sadrži simbol X, tada u matrici veza na adresama (i, j) i (j, i) upisujemo 1,
   - Ako ćelije (i, j) u SSIM-u sadrži simbol O, tada u matrici veza na adresama (i, j) i (j, i) upisujemo 0,

   Drugi podkorak odnosi se na primjenu načela tranzitivnosti nad matricom iz prethodnog podkoraka. To znači da će neke od 0 u matrici iz prethodnog podkoraka postati 1. Nakon primjene koncepta tranzitivnosti, matrica veza je izrađena,
5. Particioniranje matrice veza u razine (engl. *levels*). Ovo je iterativni korak u kojem se određuju razine, tj. slojevi problema odlučivanja. U ovom koraku za svaki element problema odlučivanja izrađuju se tri skupa:
   - skup utjecaja elementa i (engl. *reachability set*) koji sadrži element i i sve druge elemente na koje element i utječe prema matrici veza,
   - skup prethodnika elementa i (*antecedent set*) koji sadrži element i i sve druge elemente koji utječu na element i prema matrici veza,
   - skup koji predstavlja presjek prethodna dva skupa za element i,

   U prvi sloj (razinu) problema odlučivanja ulaze svi elementi problema odlučivanja kod kojih je skup utjecaja elementa i jednak presjekauskupova utjecaja i prethodnika elementa i. Taj element (ili više njih) neće utjecati na druge elemente koji su u razini iznad njegove u hijerarhiji. Navedeni element se izbacuje iz daljnjeg iterativnog postupka te se postupak ponavlja za ostale elemente problema odlučivanja koji su preostali u matrici veza. Postupak se ponavlja dok se ne pronađe razina za svaki element,
6. Izrada stožaste (konusne) matrice (engl. *conical matrix*). Ova matrica nastaje klasteriranjem elemenata problema odlučivanja iste razine (sloja) iz matrice veza. Za svaki element odlučivanja određuju se dva svojstva: nadmoć (engl. *driving power*) i ovisnost (engl. *dependence power*) elementa. Nadmoć elementa se računa zbrajanjem jedinica u redu matrice veza, a ovisnost elementa se računa zbrajanjem jedinica u stupcu. Potom se računaju rangovi nadmoći i ovisnosti tako da najveći rank ima element koji ima najveći broj jedinica u redu (potom u stupcu). Izgledom, stožasta matrica uvelike podsjeća na

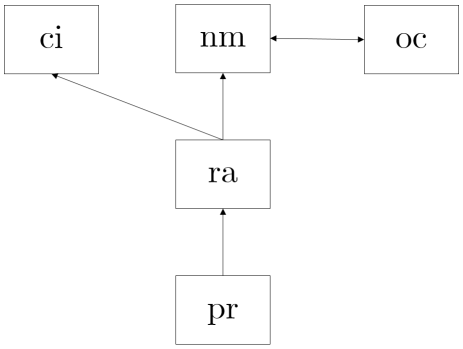
matricu SSIM, no u njoj su elementi problema odlučivanja poredani prema nadmoći po redovima. Analogni poredak je i kod stupaca,

7. Izrada digrafa i ISM modela. Temeljem stožastog oblika matrice veza kreira se preliminarni digraf. Digraf se sastoji od čvorova i linija.

Primjer za demonstraciju opisan u dijelu 3.3 (str. 53) ima matricu veza (korak 4 metode ISM) prikazanu u matrici 3.40.

$$\begin{array}{c} \\ nm \\ oc \\ ra \\ ci \\ pr \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} nm & oc & ra & ci & pr \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \tag{3.40}$$

Nakon što se provedu ostali koraci metode ISM, dobijemo ISM model (digraf) kako je to prikazano na Slici 3.10. Provođenje metode ISM u ovom primjeru pridonijelo je smanjenju identificiranja veza utjecaja (zavisnosti) među kriterijima s jedne strane, te eliminaciji "ne-nužnih" veza s druge strane. Dakle, u matrici 3.40 vidimo da je (uz jedinice na glavnoj dijagonali) identificirano ukupno osam veza utjecaja među kriterijima. Particioniranjem te matrice dobili smo na kraju samo pet veza u digrafu kako je prikazano na Slici 3.10 (veza između *nm* i *oc* je dvostruka, te digraf sadrži još 3 jednostruke veze).



Slika 3.10: ISM digraf za primjer evaluacije znanstvenika

Dakle, uloga metode ISM je identificirati veze među kriterijima, a potom naći one veze koje su najnužnije (najjače) u modelu. Ostale veze iz originalne matrice veza mogu se po konceptu tranzitivnosti dobiti temeljem veza u digrafu. Prednosti metode ISM su [77]: sistematična procedura, efikasnost (kada je metoda ISM podržana računalom, računalo skraćuje vrijeme provođenja analize jer prepoznaje tranzitivnosti), rezultat je model problema odlučivanja koji je razumljiviji i lakše ga je objasniti drugima, fokusira korisnika da u jednom trenutku razmišlja o jednoj specifičnosti problema, a ne o cijelom problemu. Nedostaci: zamoran proces u slučaju velikog broja elemenata, pomoć eksperata nužna je za provođenje analize matrice MICMAC.

3.5.3 Metoda DEMATEL

DEMATEL je razvijen sedamdesetih godina 20. stoljeća. Široko je prihvaćen kao jedan od najboljih alata za rješavanje veza uzroka i posljedica između kriterija. Metoda DEMATEL se koristi kako bi se analizirale i formirale veze uzroka i posljedica između kriterija ili derivirale međuzavisnosti između kriterija. Sastoji se od nekoliko koraka [28, 97, 104, 137, 44]:

1. Prikupljanje mišljenja eksperata za izračun matrice Z. n kriterija i m eksperata. Svaki ekspert treba identificirati razinu utjecaja od jednog kriterija prema drugome za svaki par kriterija korištenjem skale:
   - 0 (nema utjecaja),
   - 1 (nizak utjecaj),
   - 2 (srednji utjecaj),
   - 3 (visok utjecaj),
   - 4 (vrlo visok utjecaj),
2. Za svakog eksperta kreira se kvadratna matrica dimenzije n s oznakama X^1, X^2, ... X^m. Sada je moguće izračunati matricu Z,
$$Z = [z_{ij}]\,;\; z_{ij} = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} x_{ij}^{k} \tag{3.41}$$
3. Izračun normalizirane inicijalne matrice veza D,
$$D = [d_{ij}]\,;\; d_{ij} \in [0;1] \tag{3.42}$$
   Izračun:
$$D = \lambda \cdot Z \tag{3.43}$$
   pri čemu je
$$\lambda = \min\left[\frac{1}{\max\left\{1 \le i \le n;\ \sum_{j=1}^{n} |z_{ij}|\right\}}, \frac{1}{\max\left\{1 \le i \le n;\ \sum_{j=1}^{n} |z_{ji}|\right\}}\right] \tag{3.44}$$
   Temeljem teorije Markovljevih lanaca, za potencije matrice D vrijedi
$$\lim_{m\to\infty} D^m = [0] \tag{3.45}$$
4. Izračun totalne (ukupne) matrice veza T,
$$T = D \cdot (I - D)^{-1};\ I \text{ je jedinična matrica} \tag{3.46}$$
5. U matrici T potrebno je izračunati sume stupaca (c) i redaka (r). Zbroj nekog retka označuje totalni utjecaj koji pripadni kriterij ima na druge kriterije (r_i). Zbroj nekog stupca označuje totalni utjecaj koji pripadni kriterij prima od ostalih kriterija (c_i). Za svaki kriterij moguće je izračunati zbroj totalnog utjecaja koji on ima na druge kriterije i kojeg prima od drugih kriterija ($r_i + c_i$), kao i razliku ($r_i - c_i$) koja predstavlja utjecaj kriterija na sustav. Kad je ta razlika pozitivna, kriterij je „uzrok“ u mreži, a kad je ta razlika negativna, kriterij je „primatelj“ u mreži.

6. Definicija praga (α). Prag α izračunava se kao aritmetička sredina elemenata iz matrice T,
7. Izrada dijagrama uzroka i posljedica, tj. mreže veza NRM. U koordinatnom sustavu crtamo kombinacije $((r_i + c_i), (r_i - c_i))$ kako bismo vizualizirali kompleksne međuzavisnosti među kriterijima. U koordinatnom sustavu nacrtamo sve točke kriterija, a među njima strelice utjecaja samo u slučajevima kada je neka ćelija u matrici T veća od praga.

Primjer za demonstraciju prezentiran u odjeljku 3.3 strukturiran je primjenom metode DEMATEL (u smislu identificiranja veza među kriterijima). Nakon što je nekoliko sudionika identificiralo veze među kriterijima (prvi korak), kreirana je matrica Z koja je prikazana u matrici 3.47. Matrica Z je, prema koracima metode DEMATEL, dalje transfomirana do matricu T koja je prikazana u 3.48. Osim toga, vrijednost praga α je izračunata kao aritmetička sredina vrijednosti u matrici T i ona iznosi 0.58273. Boldane vrijednosti u matrici T predstavljaju najjače veze utjecaja između dva kriterija u strukturi problema odlučivanja. One su veće od α (vrijednosti na glavnoj dijagonali nisu razmatrane). Nakon kreiranja matrice T i izračunavanja α identificirane su veze koje su prikazane na Slici 3.6.

$$
\begin{array}{c} Z \\ nm \\ oc \\ ra \\ ci \\ pr \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} nm & oc & ra & ci & pr \end{array} \\
\begin{bmatrix}
0 & 3 & 1.4 & 1 & 4 \\
4 & 0 & 2 & 0.9 & 1 \\
4 & 0.9 & 0 & 4 & 4 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 4 \\
0 & 3 & 4 & 4 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
\tag{3.47}
$$

$$
\begin{array}{c} T(\alpha{=}0.58273) \\ nm \\ oc \\ ra \\ ci \\ pr \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} nm & oc & ra & ci & pr \end{array} \\
\begin{bmatrix}
0.3866 & \mathbf{0.5859} & 0.5308 & 0.5588 & \mathbf{0.8070} \\
\mathbf{0.5978} & 0.3413 & 0.4850 & 0.4665 & 0.5799 \\
\mathbf{0.7203} & 0.5749 & 0.5456 & \mathbf{0.8824} & \mathbf{1.0129} \\
0.3520 & 0.3779 & 0.4173 & 0.3955 & \mathbf{0.6952} \\
0.4679 & \mathbf{0.6027} & \mathbf{0.7159} & \mathbf{0.8086} & \mathbf{0.6594}
\end{bmatrix}
\end{array}
\tag{3.48}
$$

Prva boldana vrijednost je (nm, oc). To znači da kriterij nm utječe na kriterij oc, tj. da je kriterij oc zavisan od kriterija nm te stoga na Slici 3.6 postoji veza između nm i dp. Slično su sve druge veze sa Slike 3.6 kreirane.

U matrici Z smo imali ukupno 19 veza među kriterijima (toliko ćelija je imalo vrijednosti različite od 0), dok u matrici T (a time i u ANP modelu) imamo samo 10 veza. Ukoliko bismo ručno podešavali (povećavali) vrijednost praga α, broj veza bi dodatno smanjivali što bi kasnije smanjilo složenost provedbe metode ANP (jer bi bilo manje usporedbi koje je potrebno odraditi).

Možemo zaključiti da su glavne koristi metode DEMATEL, u smislu metode ANP [130]:

- Standardizirana skala koja se koristi prilikom određivanja težina utjecaja među kriterijima,
- Provođenje metode DEMATEL postaje filter za najjače veze u problemu odlučivanja.

Glavna uloga integracije metoda ANP i DEMATEL je ta da se smanjenjem inicijalnog broja veza među kriterijima smanjuje i složenost provođenja metode ANP jer se direktno smanjuje broj usporedbi koje je potrebno provesti u parovima. Nekad provođenje metode DEMATEL ne smanji broj inicijalnih veza utjecaja među kriterijima, no u tom slučaju možemo sami podešavati vrijednost praga α,

- Vrijednosti $(r_i + c_i)$ i $(r_i - c_i)$ mogu dati prvu informaciju o težinama kriterija što može kasnije biti uključeno u mjere konzistencije u metodi ANP.

Autori mnogih radova objavljenih u cijenjenim časopisima kao što je *Expert Systems with Applications* bavili su se različitim oblicima integracije metoda ANP i DEMATEL:

- Smanjenje složenosti mrežne strukture jedna je od najčešćih koristi integracije metoda ANP i DEMATEL. Primjer za takvu integraciju je dan u radu [132]. U radu su autori kombinirali metode DEMATEL i ISM da pripreme mrežnu strukturu kompleksnih kauzalnih veza između KSF-a u R&D partnerstvima, a potom su primijenili metodu ANP da bi izračunali prioritete KSF-a,
- Autori rada [92] također su kombinirali metode DEMATEL i ANP da bi konstruirali strateški model tzv. *green* inovacija. Ovdje je metoda DEMATEL bila korištena za strukturiranje problema, a metoda ANP za izračun težina svakog kriterija. (Ipak, s obzirom na podatke prezentirane u članku, metoda ANP nije primijenjena temeljem rezultata metode DEMATEL),
- U radu [91] metoda DEMATEL je primijenjena zajedno s metodama ANP i TOPSIS za evaluaciju telematskih sustava vozila. Metoda DEMATEL je primarno korištena za kreiranje mrežne strukture klastera, a metode ANP i TOPSIS za određivanje težina kriterija u klasterima. Slično i u radu [142] metoda DEMATEL je korištena za izradu mreže koja je bila ulaz u metodu ANP. Metode su primijenjene slijedno,
- Sljedeći primjer integracije metoda ANP i DEMATEL je prezentiran u radu [155]. Osim što je metoda DEMATEL bila korištena za dohvaćanje mrežne strukture problema odlučivanja, metoda DEMATEL imala je i dodatnu ulogu u rješavanju problema. Metoda DEMATEL je bila korištena u procesu izračuna težinske supermatrice (iz netežinske). Netežinska matrica je bila pomnožena s normaliziranom α-cut totalnom matricom veza klastera,
- Slična integracija (prethodnoj) dana je u radovima [107, 153]. Metoda DEMATEL bila je korištena i za strukturiranje problema odlučivanje i za izračun težinske supermatrice. Zanimljivo je da sva tri rada daju slično objašnjenje za korištenje metode DEMATEL prilikom izračuna težinske matrice. Autori pojašnjavaju da u metodi ANP klasteri imaju iste težine prilikom transformiranja netežinske supermstrice u težinsku supermatricu i uloga metode DEMATEL je da izračuna realne težine klastera. To je malo zbunjujuće jer i u metodi ANP možemo usporedbom u parovima izračunati težine klastera (matrica 3.13),
- Slična integracija metoda DEMATEL i ANP dana je u radu [104]. Autor je kreirao softver koji se zove TEMPOS koji podržava integraciju DEMATEL i ANP u MS Excelu. Glavni

cilj njegovog istraživanja bio je razviti sustav za podršku odlučivanju prilikom vođenja internacionalnih projekata. Naziv softvera dolazi od prvih slova šest klastera modela odlučivanja koji sadrže ukupno 108 kriterija: tehnički (engl. *technical*), ekonomski (engl. *economical*), buduće tržište (engl. *future market*), politički (engl. *political*), operativni (engl. *operational*) i društveni (engl. *social*). Ono što je posebno zanimljivo u tom radu je korištenje skale od pet stupnjeva kod uspoređivanja u parovima umjesto korištenja originalne Saatyjeve skale relativnih važnosti,

- U radu [150] potpuno novi tip integracije metoda DEMATEL i ANP je prezentiran. Problem odlučivanja je bio vezan uz izbor strategije upravljanja znanjem. Problem odlučivanja sadrži samo jedan klaster kriterija, a taj klaster sadrži 6 kriterija među kojima postoji ukupno 30 veza utjecaja (svaki kriterij je povezan sa svakim drugim kriterijem). Da bi se izbjeglo provođenje usporedbi u parovima (60 usporedbi u parovima ukupno), metoda DEMATEL je bila korištena za izračun prioriteta netežinske matrice (evaluirani su intenziteti od 30 veza među kriterijima). Ukupna matrica veza T je tada bila normalizirana na 1. Proces odlučivanja je tako značajno skraćen. Ovakva integracija metode DEMATEL i ANP je dobro funkcionirala na jednom klasteru,
- Proširenje prethodne integracije metoda DEMATEL i ANP dano je u radu [86]. U radu se analiziraju faktori odlučivanja prilikom odlučivanja o kapitalnim ulaganjima. I ovdje se metoda DEMATEL koristi za izračun težina klastera koje se koriste za izračun težinske supermatrice, no osim toga, DEMATEL se koristi za određivanje blokova netežinske supermatrice na način da se DEMATEL provodi za svaki klaster zasebno i totalna matrica veza se normalizira na 1 i ugrađuje na odgovarajuće mjesto u netežinskoj supermatrici. Na taj način izračunati su prioriteti blokova netežinske supermatrice koji prolaze glavnom dijagonalom netežinske supermatrice. Sličan pristup primijenjen i je u radu [147] gdje je razvijeni model odlučivanja implementiran u nekoliko kompanija s flotama cestovnih vozila.

Sveobuhvatan pregled literature o integracijama metoda DEMATEL i ANP je dan u radu [49]. Autori rada su napravili analizu preko 500 radova i nekoliko knjiga i zaključili da sve integracije metode DEMATEL i ANP se mogu svrstati u neku od četiri tipa integracije (u te grupe se mogu svrstati i prethodno prezentirani radovi):

1. Mreža veza za ANP-DEMATEL (engl. *NRM of the ANP-DEMATEL*): slijedna primjena metoda DEMATEL i ANP pri čemu se metoda DEMATEL koristi za kreiranje strukture problema odlučivanja, a metoda ANP se potom primjenjuje da bi se izračunali prioriteti elemenata (mreža veza problema odlučivanja iz metode DEMATEL postaje ulaz u metodu ANP),
2. Unutarnja zavisnost u ANP-DEMATEL (engl. *inner dependency in the ANP-DEMATEL*): modeliranje unutarnje zavisnosti klastera gdje se metoda DEMATEL koristi za određivanje prioriteta blokova uz glavnu dijagonalu, a prioriteti blokova koji nisu na glavnoj dijagonali se računaju preko metode ANP,

3. Klaster-težinski ANP-DEMATEL (engl. *cluster weighted ANP-DEMATEL*): izračun težina klastera normalizacijom mreže veze iz metode DEMATEL koje množe netežinsku supermatricu kako bi se izračunala težinska supermatrica,
4. DANP: ova integracija predstavlja sva tri prethodna oblika integracije metoda ANP i DEMATEL te dodatnu modifikaciju - modificirani upitnik za metodu ANP.

Usporedba četiri tipa integracija metoda ANP i DEMATEL prikazana je u Tablici 3.8 [49].

Tablica 3.8: Usporedba različitih integracija metoda DEMATEL i ANP

Vrsta integracije (hibridizacije) ANP-DEMATEL	Strukturiranje kriterija	Unutarnja zavisnost	Vanjska zavisnost	Težine klastera
1. mreža veza za ANP	DEMATEL	ANP	ANP	ANP
2. unutarnja zavisnost u ANP	DEMATEL	DEMATEL	ANP	ANP
3. klaster-težinski ANP	DEMATEL	ANP	ANP	DEMATEL
4. DANP	DEMATEL	DEMATEL	DEMATEL	DEMATEL

Možemo primijetiti da se u četvrtoj grupi integracije metoda ANP i DEMATEL gubi koncept usporedbi u parovima budući da se svi koraci metode ANP odvijvaju uz podršku metode DEMATEL.

3.6 Područja primjene metode ANP

Lista problema odlučivanja te znanstvenih i stručnih radova u kojima je primijenjena metoda ANP je duga. Na ovom mjestu donosimo samo mali dio tih primjena analizirajući skup problema odlučivanja analiziranih metodom ANP (engl. *The Encyclicon*) [125] koji sadrži neka od područja primjene s konkretnim problemima odlučivanja:

1. Strategije poslovanja (engl. *business strategy*) - odabir najefikasnijih strateških smjerova:
   - Najbolji strateški savez tvrtke *Corning* - odabir mogućeg strateškog partnera,
   - Odlučivanje o načinu ulaska tvrtke *Intelligistics* na tržište poštanske dostave - tvrtka odlučuje o tome hoće li na tržište ući sama ili kroz savez s drugim tvrtkama,
   - Odlučivanje o zamjeni višeg menadžmenta firme *F.B. Leopold* - novi vlasnici odlučuju o kompletnoj smjeni menadžmenta, djelomičnoj smjeni ili da ne smjenjuje nikoga,
   - Odluka o formatu novog supermarketa hrane firme *Companhia Brasileira de Distribução, Pão de Açúcar Group* kojega otvara u kvartu *Morumbi* u gradu Sao Paolu - odlučuje se između više formata supermarketa i hipermarketa,
   - Evaluacija jednog od postojećih modela automobila indonezijskog proizvođača automobila - tvrtka odlučuje o tome hoće li postojeći model redizajnirati, zadržati ga na tržištu takav kakav je (bez redizajna), ili će ga povući s tržišta,
   - Uvođenje novog proizvoda argentinske tvrtke *Monsanto* koja se bavi proizvodnjom i preradom soje i kukuruza na brazilsko tržište - tvrtka odlučuje između uvođenja novog

proizvoda, neuvođenja novog proizvoda i odgođenog uvođenja novog proizvoda,

- Odlučivanje o vinskoj strategiji kalifornijske vinarije *Domaine Chandon* koja trenutno proizvodi jednu vrstu grožđa i prodaje ga drugim vinarijama (iz te vrste grožđa ne proizvodi vino), no razmatra mogućnosti da i sama proizvodi vino i iz te vrste grožđa,
- Odabir između strategije razvoja programskih proizvoda - otvoreni kod (*open source*) ili vlasnički kod (*proprietary*) - svaka kompanija prilikom razvoja svog proizvoda donosi odluku o ovom problemu budući da i jedna i druga opcija donosi i odnosi neke pogodnosti,

2. Operativne poslovne strategije (engl. *business operations*) - odabir najefikasnijih taktičkih smjerova:
   - Odabir dobavljača za mrežnu pohranu podataka koja najbolje odgovara tvrtci,
   - Odlučivanje konzultantske tvrtke o slanju prijave na natječaj pensilvanijskog Odjela za transport koja je raspisala natječaj za konzultantske usluge vezano uz nadogradnju državne ceste 22 na autocestu s četiri trake; slanje prijave zahtijeva vremenske i troškovne resurse, a firma mora odlučiti hoće li se natjecati za posao glavnog konzultanta, ili će se kasnije natjecati za pomoćnog konzultanta glavnom konzultantu, ili će potpuno odbaciti sudjelovanje u ovakvom projektu,
   - Odluka o *outsourcingu* razvoja aplikacija koje se odnose na interne poslovne procese kao i na komunikaciju s kupcima. Tvrtke tako odlučuju između opcija da razvoj cjelokupni razvoj aplikacija obavlja vanjska tvrtka, da se vanjskim tvrtkama prepusti samo faza dizajna i programiranja ili da se ništa ne prepusti vanjskim tvrtkama već da se sve obavlja unutar vlastite kompanije,
   - Odluka o gašenju brazilske tvornice automobila u kojoj plaće nisu kompetitivne plaćama u drugim tvornicama, kapacitet proizvodnje nije ni dopola iskorišten (jer se proizvode staromodni automobili koji više nisu popularni), no s druge strane gašenje tvrtke bi moglo naštetiti ugledu tvrtke i doprinijeti nezaposlenosti u regiji. Tvrtka odlučuje između gašenja tvrtke, smanjenja veličine tvrtke i razvoja novog proizvoda,
   - Odluka o *outsourcingu* financijskih usluga - odlučuje se između *outsourcinga* i zadržavanja obavljanja tih poslova unutar kompanije,
   - Odluka o upravljanju putnim torbama na zračnoj luci Manchester - *Manchester Airport Group* mora odlučiti između nekoliko dostupnih sustava za upravljanje prtljagom jer žele ponuditi najbolju uslugu klijentima. Odlučuje se između osnivanja profesionalnog i poslu posvećenog tima koji će kontinuirano pratiti stanje sustava za upravljanje prtljagama, *statusa quo* i *outsorcinga* (prodaje sustava vanjskoj tvrtci koji će povratno biti unajmljen zračnoj luci uz mjesečne naknade),
   - Odluka o *outsourcingu* IKT funkcija poduzeća u IKT tvrtci - američka tvrtka odlučuje između *onshore outsourcinga* (IKT funkcije će se povjeriti tvrtci koja je u istoj zemlji), *offshore outsourcinga* (IKT funkcije će biti povjerene tvrtci koja je u stranoj zemlji) i nekorištenja *outsourcinga*,
   - Analiza kanala direktne prodaje tvrtke Cargill koja nudi proizvode vezane uz

hranu, poljoprivredne kulture ali i popratne usluge upravljanja rizicima u toj branši - odlučuje se između zadržavanja postojećeg sustava (agenti koji vrše direktnu prodaju), odbacivanja sustava agenata ili reduciranja i promjene opsega posla agenata,

- Odabir dobavljača sigurnosnih ventila za plin od strane proizvođača čeličnih priključaka,
- Odabir softverskog sustava za upravljanje kliničkim podacima u istraživanjima Centra za istraživanje Lupus,

3. Odabir poslovne lokacije (engl. *business location selection*):
   - Odabir sjedišta Nokie u Južnoj Americi,
   - Odabir lokacije Fordovog glavnog računalnog sustava,
   - Odabir lokacije dućana tvrtke Corner,
   - Odabir azijske zemlje za ulazak na azijsko tržište,
   - Odabir lokacije tvornice za razvoj ABAP aplikacija,
   - Odabir zemlje u kojoj će se tražiti vanjski partneri tvrtke ABC Electronics koja se bavi proizvodnjom malih elektroničkih uređaja kao što su kamere, radio prijemnici, daljinski upravljači,
   - Odlučivanje o *outsourcingu* procesa proizvodnje Ford Brazila u Kinu,
   - Odabir lokacije praonice automobila,
   - Odlučivanje između Indije i kine kao *offshore* lokacije,
   - Odabir nove lokacije proizvodnog pogona tvrtke Cimal/IMR,
   - Odabir lokacije proizvodnog pogona europske tvrtke,
4. Nacionalne politike (engl. *national government*) - uglavnom se odnose na SAD:
   - Odlučivanje o energetskoj sigurnosti u SAD-u,
   - Odlučivanje o dugoročnoj stabilizaciji društvene sigurnosti,
   - Odlučivanje o promjenama u sustavu zdravstva u SAD-u,
   - Odlučivanje o najboljoj legislativi koja će minimizirati imigraciju i zaštititi legalno zapošljavanje u SAD-u,
   - Odluka tehnologiji automobila u koji će vlada investirati (nafta, hibrid, električna vozila, bio-dizel),
   - Predviđanje pobjednika američkih predsjedničkih izbora 2004. godine,
   - Odabir najefikasnijih sigurnosnih mjera u zrakoplovstvu,
5. Državne i lokalne politike (engl. *state & local government*) - odnose se na države unutar SAD-a:
   - Odlučivanje o reformi financiranja javnog obrazovanja u Pennsylvaniji,
   - Odlučivanje o upravljanju prodajom alkoholnih pića i vina u Pennsylvaniji,
   - Odlučivanje o načinu spajanja gradskih i županijskih upravljačkih struktura,
   - Odluka o legaliziranju nekih oblika kockanja u Pennsylvaniji,
   - Odluka o načinu stipendiranja pohađanja privatnih škola u Pennsylvaniji,
6. Društvene politike (engl. *social policy*):

- Odluka o modelu financiranja lijekova za starije osobe,
- Odluka o načinima smanjenja negativnih efekata pušenja,
- Analiza uvoza lijekova koji nisu porijeklom iz SAD-a u SAD,
- Odluka o budućnosti New Orleansa i najboljoj opciji obnove New Orleansa (ovaj grad je često pogođen jakim vjetrovima, npr. *hurricane Katrina*),
- Odlučivanje o socijalnim uslugama kod obitelji s poteškoćama u odgoju,
- Analiza mogućnosti za pokušaj smanjenja siromaštva u svijetu,
- Odluka o bavljenju medicinskim turizmom i odabir oblika bavljenja medicinskim turizmom,

7. Međunarodni odnosi (engl. *international relations*):
   - Odluka o međunarodnoj trgovini s Kinom,
   - Analiza mogućih budućih odnosa između Kine i Tajvana,
   - Odluka o američkom odgovoru na nuklearne prijetnje Sjeverne Koreje,
   - Odluka Europske banke za obnovu i razvoj o suradnji s Mongolijom,
   - Odluka o odnosu između Europske unije i Turske,
   - Odluka o potpisivanju Sporazuma o slobodnoj trgovini između SAD-a i zemalja Andi (Kolumbija, Peru i Ekvador),
8. Primjene izvan SAD-a (engl. *international affairs*):
   - Odluka o izboru potpredsjednika Indonezije,
   - Odluka o načinu javnog prijevoza između dva dijela Sao Paola koji je odsječen s dvije prolazeće rijeke (između ostalog, grad je odsječen od zračne luke),
   - Odluka o nadogradnji sustava zračne sigurnosti u Ujedinjenom kraljevstvu,
   - Odluka o promjeni njemačkog mirovinskog sustava,
   - Analiza urugvajskog plana izvanrednog stanja (engl. *emergency plan*),
   - Odluka o poziciji predsjednika Tajvana,
   - Odluka o proizvodnji genetski modificirane hrane,
   - Odluka o energetskoj politici u Ujedinjenom kraljevstvu (izbor energetskih izvora koji bi zamijenili nuklearne postaje),
   - Odluka o gonjenju političke aktivistkinje iz Myanmara,
   - Upravljanje kamatnim stopama u Brazilu,
9. Obrazovanje i karijera (engl. *education and career*):
   - Odabir najboljeg karijernog puta,
   - Odabir najboljeg ekonomskog programa,
   - Poboljšanje pozicije ekonomskog programa Katz poslovne škole iz Pittsburgha na ljestvici 50 poslovnih škola,
   - Odabir najboljeg sustava štednje za studij,
10. Osobna ulaganja (engl. *personal investments*):
    - Odluka o investiranju u sektoru nafte i plina,
    - Odabir najboljeg biotehničkog tržišta za ulaganje od strane investitora,
    - Odluka o tražilicima u koje bi se dugoročno ulagalo (investiralo),

- Odluka o ulaganju u Starbucks,
- Odluka o sektoru u koji se najbolje isplati ulagati,
- Odluka o odabiru vrste goriva u koje se isplati ulagati,

11. Sport:
    - Odluka o provođenju testiranja na drogu u glavnoj bejzbolškoj lizi,
    - Odluka o sustavu sveučilišnog nogometnog natjecanja,
    - Odluka o načinu financiranja gradnje nove arene u Gradu Pittsburghu,
    - Odluka o gradnji motorne unutrašnje (zatvorene) staze za trke,
    - Predviđanje posjećenosti olimpijskih igara u Pekingu.

U nastavku se nalazi i pregled problema odlučivanja iz područja visokog obrazovanja u kojima je primijenjena metoda ANP:

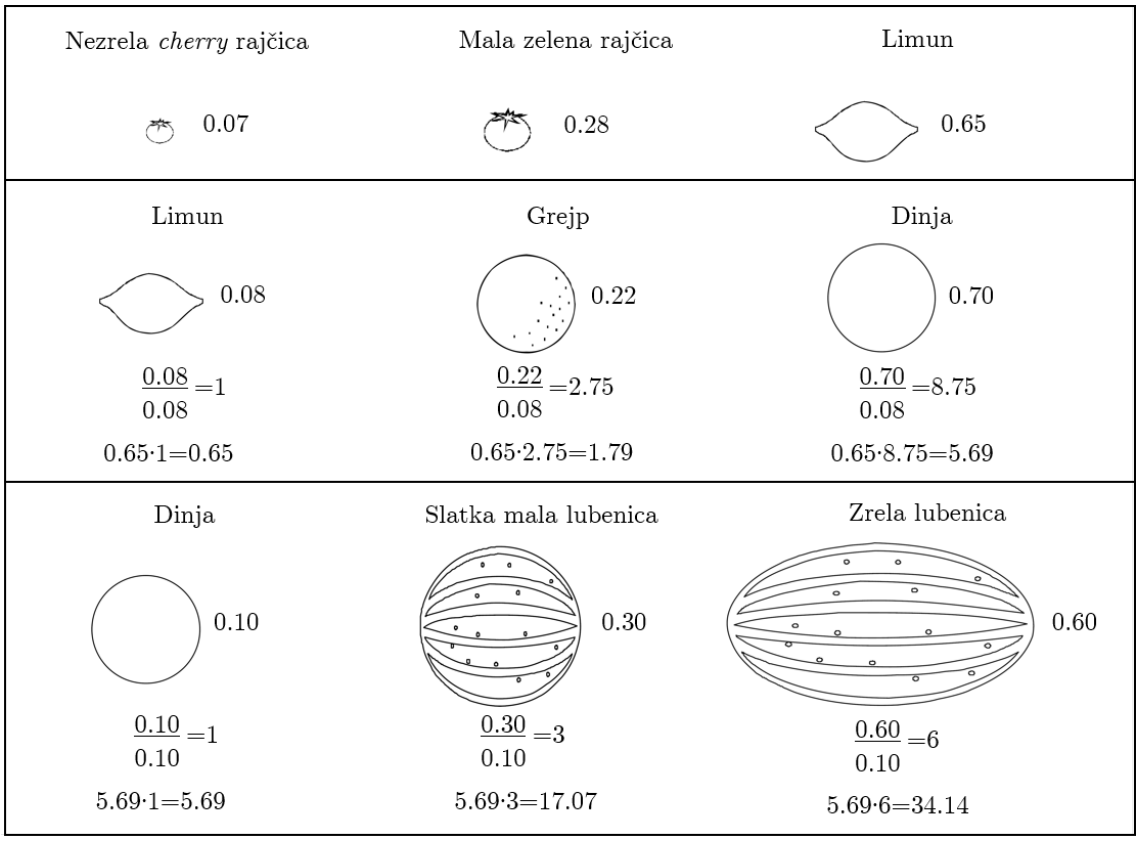
- Odluka o prioritizaciji projekata u VOI [17]
- Analiza financijskih performansi visokoobrazovnih institucija [136],
- Evaluacija upravljanja resursima visokoobrazovne institucije [158],
- Prioritizacija strateških SWOT faktora i podfaktora Tehničkog fakulteta u Boru [159],
- Analiza pristupa za razvoj vještina zapošljavanja [135],
- Difuzija znanja u visokoobrazovnim institucijama [29],
- Odluka o izbora fakulteta za obrazovanje [115],
- Reakreditacija programa sveučilišta [27].

Dok je trajao proces pretraživanja pojedinih baza kako bi se našli radovi čiji su se autori bavili primjenom metode ANP u kontekstu visokog obrazovanja, nađen je velik broj radova koji su se bavili primjenom metode AHP u visokom obrazovanju što potvrđuje rezultate istraživanja koji su prezentirani ranije u Tablici 1.1. Neki od tih radova referenciraju i mogućnost primjene složenije metode, metode ANP.

3.7 Analiza metode ANP

Ovo poglavlje završavamo analizom metode ANP. Naime, ranije je navedeno da usprkos tome što je ona najpogodnija za područje visokog obrazovanja, ipak se mnogo više koristi manje pogodna metoda AHP. To ne znači da primjene metode ANP uopće nema. U dijelu 3.6 identificirana su brojna područja primjene metode. S toga u ovom dijelu analiziramo zbog čega se ona ne bi još više primjenjivala.

Analiza je podijeljena u dva dijela. Prvi obuhvaća listu najčešćih poteškoća u primjeni metode ANP, a drugi dio obuhvaća prezentaciju specifičnih slučajeva (engl. *case studies*) i njihovu analizu iz čega ćemo zaključiti o nekim od karakteristikama metode ANP.



Slika 3.11: Klasteriranje s ciljem usporedbe nehomogenih elemenata [123]

3.7.1 Poteškoće u primjeni metode ANP

Temeljem vlastitog iskustva u primjeni metode ANP te iskustva drugih prema dostupnoj literaturi, identificirane su svojevrsne poteškoće koje ljudi imaju dok primjenjuju metodu ANP:

1. Jedan od najčešćih problema koji autori spominju u primjeni metode ANP i metode AHP je nedovoljno velika Saatyjeva skala [13, 27]. To je često „samo“ dojam korisnika koji proizlazi iz nerazumijevanja definicija vrijednosti na skali. Naime, vrijednost 9 znači ekstremnu važnost nekog elementa u odnosu na drugi pa ako je neki element važniji od elementa koji je već devet puta važniji od trećega:
   - Onda je treći toliko malo važan da ga možemo izbaciti iz razmatranja,
   - Prema aksiomu homogenosti, u takvoj situaciji uopće ne smijemo upotrijebiti metodu usporedbi u parovima,
   - Ako ipak želimo zadržati element (ne izbaciti ga) i koristiti uspoređivanje u parovima, možemo pristupiti na način da problem strukturiramo u više klastera koji su homogeni i "strateški" razmjestimo elemente u klastere pri čemu će neki elementi biti razmješteni u po dva klastera [123]. Ti elementi koji se nalaze u po dva klastera će u jednom klasteru u kojem se pojavljuju biti dominantniji od svih ostalih elemenata u tom klasteru, a u drugom klasteru u kojem se pojavljuju će svi ostali elementi biti dominantniji od njega.

Na Slici 3.11 se uspoređuje sedam plodova voća. Oni su smješteni u tri klastera na način da prvi klaster sadrži 3 najmanja ploda voća (nezrela *cherry* rajčica, mala zelena rajčica i limun); drugi klaster sadrži najveći plod iz prvog klastera (limun) i iduća dva ploda po veličini (grejp i dinju), dok treći klaster sadrži najveći plod iz drugog klastera (dinja) te dva najveća ploda (slatku malu lubenicu i zrelu lubenicu). Pokraj svakog ploda naveden je prioritet ploda s obzirom na ostale plodove u istom klasteru. Drugi i treći klaster sadrže još po dva izračuna:

- Veličinu koja opisuje koliko je puta prioritet nekog ploda voća veći u odnosu na najveći plod iz prethodnog klastera (npr. prioritet grejpa je 2.75 puta veći od prioriteta limuna),
- Umnožak prethodne veličine s korigiranim prioritetima s obzirom na najveći plod iz prvog klastera,

Kada se 34.14 podijeli s 0.07 dobijemo da je 487.7 nezrelih *cherry* rajčica jednako jednoj zreloj lubenici. (Limun ima $\frac{0.65}{0.07} = 9.29$ puta veći prioritet od nezrele *cherry* rajčice. Dinja ima $\frac{0.7}{0.08} = 8.75$ puta veći prioritet od limuna. Zrela lubenica ima $\frac{0.6}{0.1} = 6$ puta veći prioritet od dinje. Slijedi da zrela lubenica ima $6 \cdot 8.75 \cdot 9.29 = 487.5$ puta veći prioritet od nezrele *cherry* rajčice.),

2. Zanimljiva analiza oko primjene metode ANP dolazi zbog „sklonosti“ ljudi za zaokruživanje brojeva, npr. kod određivanja težine dva kriterija uz pomoć metode koja se zove direktna procjena (procjena temeljem intuicije i iskustva), osoba će vjerojatnije jednom kriteriju dodijeliti težinu 0.7, a drugom 0.3 nego npr. 0.684 i 0.316. S druge strane, da bi postigao težine kriterija 0.7 i 0.3 u usporedbi u parovima trebao bi dati procjenu od 2.339 na Saatyjevoj skali. Kolika je vjerojatnost za to? S druge strane, čini se da će se odlučiti za procjenu 2 ili 3 na Saatyjevoj skali čime će težine biti 0.67 i 0.33 te 0.75 i 0.25 što je razlika u težini na razini većoj od 5%. Doprinos ovakvom zaokruživanju uvelike se duguje i veličini skale te softverskoj podršci – npr. Super Decisions u svom glavnom modu ne nudi iskazivanje težina kriterija realnim brojevima,
3. Sljedeća poteškoća u primjeni metode identificirana u literaturi jest primjenjivost metode uglavnom na jasne odluke (probleme odlučivanja) [8],
4. Originalna metoda ANP uzima se u obzir nesigurnost povezanu s mapiranjem nečijeg mišljenja, tj. procjene u broj [8] zbog čega su najviše razvijeni naprijed spomenuti različiti *fuzzy* pristupi koji se bave upravo tom tematikom,
5. Kao nedostatak metode često se navodi subjektivnost u procjenama, što znači da izbori i preferencije donositelja odluka često imaju jaki utjecaj na rezultat [8],
6. Potrebno je napraviti velik broj usporedbi s čim u vezi je povezana pojava umora i smanjenje koncentracije prilikom uspoređivanja čak i u slučaju kada usporedbe daju stručnjaci iz područja. Ako promatramo mrežu elemenata koji su grupirani u klastere pri čemu je m broj klastera, n_i $(i \in 1, 2, ...m)$ broj elemenata u klasteru i te ako je mreža puna (svaki element je povezan sa svakim drugim iz svih klastera, osim sa samim sobom),

tada je ukupan broj usporedbi jednak zbroju jednadžbi 3.49 i 3.50.

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1, j\neq i}^{m} \left(n_j \cdot \frac{n_i \cdot (n_i - 1)}{2} \right) + \sum_{k=1}^{m} \left(n_k \cdot \frac{(n_k - 1) \cdot (n_k - 2)}{2} \right) \tag{3.49}$$

$$m \cdot \frac{m \cdot (m-1)}{2} \text{ uz uvjet } n_i \geq 2 \; \forall i \leq m \tag{3.50}$$

Za primjer koji ima pet klastera s po pet elemenata ukupan broj usporedbi koje je potrebno napraviti iznosi 1200. Naravno, broj usporedbi se smanjuje kada mreža nije puna, no ako uzmemo u obzir da su strateški i taktički problemi složeniji po broju klastera i elemenata od danog primjera, doista se radi o dugotrajnom i zamornom procesu.

Za razinu alternativa, ovaj problem se pokušao riješiti uvođenjem apsolutnog mjerenja alternativa (engl. *ratings* [124]) čime se izbjegava usporedba alternativa u parovima (što najčešće čini najveći broj usporedbi) već se alternative ocjenjuju direktnom procjenom, a ne usporedbom u parovima. Time se ujedno postižu manje točni rezultati [128]. Različiti oblici ove opcije implementirani su i u softverske alate kao što su *Expert Choice Desktop* i *Decision Lens*. Korištenjem opcije *ratings* se gubi jedan dio suštine metode ANP, a to je provođenje usporedbi u parovima,

7. Provođenje analize konzistentnosti – ukoliko softver koji se koristi kao podrška odlučivanju nema razvijene funkcionalnosti za olakšavanje provođenja analize konzistentnosti, „ručna“ analiza konzistentnosti znači ponovno uspoređivanje u parovima, a što je još gore – nije sigurno da će ona biti uspješna. To uvelike utječe na smanjenje koncentracije sudionika procesa odlučivanja i demotivaciju za nastavak provedbe primjene metode ANP čime se direktno utječe na kvalitetu rezultata,
8. Strukturiranje problema odlučivanja (pojašnjeno u dijelu 3.5) uvelike ovisi o donositelju odluka, njegovoj kreativnosti i snalažljivosti. Koraci metode ANP koji se bave problematikom strukturiranja problema odlučivanja nisu precizirali strukturiranje problema. Zna se da rezultat strukturiranja mora biti usmjerena mreža klastera i elemenata problema odlučivanja, ali ne i kako ćemo do te mreže doći. Strukturiranje problema odlučivanja obuhvaća identifikaciju kriterija, formiranje klastera i identifikaciju utjecaja i međuzavisnosti među kriterijima za što ne postoji diskretna metoda [139, 106]. Gotovo uvijek se kod strukturiranja problema odlučivanja koristi neka metoda, barem trivijalna. Ako koristimo različite metode strukturiranja problema odlučivanja (npr. metode predstavljane u dijelu 3.5) na istom problemu odlučivanja, vrlo vjerojatno ćemo dobiti različite strukture problema odlučivanja, a isto tako i različite konačne težine elemenata. U tom smislu svakako je preporučljivo koristiti metodu strukturiranja koja će dobro opisati problem odlučivanja, identificirati sve elemente klastera i veze među njima,
9. Nerazumijevanje uspoređivanja dva kriterija u odnosu na treći kriterij jest čest problem kod provođenja metode ANP. Ako promotrimo matricu 3.32 (str. 56), odnosno popis usporedbi koje je potrebno napraviti da se ona popuni, vidjet ćemo da ćemo morati uspoređivati neke kriterije više puta, svaki put s obzirom na neki drugi element:
   - Kriterije *pa* i *pr* ćemo morati usporediti s obzirom na *c* te s obzirom na kriterij *ci*,

- Kriterije *ra* i *ci* ćemo morati usporediti s obzirom na *c* te s obzirom na kriterij *pr*,

Sudionici procesa odlučivanja često ne znaju kako razlikovati ove usporedbe. Ponekad poistovjećuju te usporedbe (što nije točno) pa istu vrijednost na Saatyjevoj skali daju za usporedbu dva kriterija s obzirom na cilj i za usporedbu ta dva ista kriterija s obzirom na treći kriterij. Dok govorimo o uspoređivanju alternativa s obzirom na kriterije, intuitivno je taj proces lakši od uspoređivanja kriterija s obzirom na kriterije pa zbog toga metoda AHP postaje jednostavnija za primjenu od metode ANP što ide i u prilog većem korištenju metode AHP,

10. Uspoređivanje klastera također često nije jednostavno i donositeljima odluka razumljivo. Tu je situacija još i konfuznija - zbog petlji (*feedbacks*). U primjeru za demonstraciju prezentiranom u dijelu 3.3, između ostalih usporedbi na razini klastera, potrebno je odraditi i sljedeće usporedbe:
    - Usporedbu klastera *Nastava* i *Znanost* s obzirom na klastere *Cilj*, *Nastava*, *Znanost* i *Alternative*. Dakle, četiri put je potrebno usporediti ista dva klastera, a svaki put s obzirom na neki drugi klaster. Kao i u prethodnoj točci, osobe koje daju procjene često ne razumiju koja je razlika između tih usporedbi u praktičnom smislu pa daju u svim slučajevima iste procjene usporedbi,
    - Osobito su nerazumljive usporedbe dva klastera u paru s obzirom na jednoga od njih, npr. usporedba klastera *Nastava* i *Znanost* s obzirom na klaster *Nastava*,
    - Posebno su konfuzne usporedbe koje uključuju klaster *Alternative*, npr. usporedba klastera *Nastava* i *Znanost* s obzirom na klaster *Alternative*, ili, usporedba klastera *Znanost* i *Alternative* s obzirom na klaster *Nastava*,
    - Konačno, najkofuznije usporedbe na razini klastera su usporedbe koje uključuju klaster *Alternative*, a provodi se s obzirom na klaster elementa para koji se uspoređuju, npr. usporedba klastera *Nastava* i *Alternative* s obzirom na klaster *Nastava*,

    U tom smislu možemo zaključiti da mrežna struktura preko klastera nije najbolja moguća struktura za korisnika za primjenu metode ANP,
11. Kod strukturiranja problema odlučivanja nije najjasnija primjena svojstva refleksivnosti, tj. da li je potrebno na glavnoj dijagonali supermatrice pisati 0, 1 ili je to ovisno o kriteriju. Pregledom literature, u radovima čiji autori su priložili težinsku ili netežinsku supermatricu može se vidjeti da veliki broj autora na glavnu dijagonalu stavlja 0, dok ima i radova u kojima to nije slučaj, a sve bez danog logičnog objašnjenja. Ako analiziramo prezentirane metode ISM i DEMATEL, u metodi ISM se refleksivnost podrazumijeva (jedinice na glavnoj dijagonali), a u metodi DEMATEL se refleksivnost ne podrazumijeva (nule na glavnoj dijagonali),
12. U klasteru alternativa također nije potpuno jasno da li je potrebno na glavnu dijagonalu stavljati vrijednost 1 ili ne. U najvećem broju analiziranih radova to nije napravljeno, ali u samoj teoriji reprezentacije metode AHP preko supermatrice i metode ANP (matrica 3.14), stoji da je nužno u zadnji blok supermatrice staviti jediničnu matricu koja zapravo

predstavlja zavisnost svake alternative o samoj sebi.

Visoka složenost metode generalno je nedostatak ove metode pa provođenje metode zasigurno zahtijeva da u procesu odlučivanja sudjeluje stručnjak za ovu metodu pa ovaj proces može biti skup, dugotrajan i izazvati konflikte među dionicima odlučivanja. Visoka složenost i nerazumijevanje metode rezultira neprihvaćanjem metode.

U nastavku analize metode ANP prezentirani su i analizirani specifični slučajevi problema odlučivanja i primjene metode ANP.

3.7.2 *Neodvojivost* kriterija od alternativa (()i)reducibilnost supermatrice)

Tri su glavna elementa koja određuju težinu kriterija u metodi ANP:

- Usporedbe kriterija u odnosu na cilj (važnost kriterija),
- Usporedbe kriterija u odnosu na druge kriterije (utjecajnost/zavisnost kriterija),
- Usporedbe vrijednosti alternativa po različitim kriterijima (prioriteti temeljem vrijednosti alternativa u stupcima alternativa).

Indirektno, vrijednosti različitih alternativa po kriterijima (prioriteti alternativa po kriterijima u stupcima kriterija, retcima alternativa) kao i međuzavisnosti alternativa također imaju utjecaj na težinu kriterija. Ukoliko iz razmatranja izbacimo alternative, što može biti stvarna potreba iz konteksta odlučivanja, tada se težina kriterija formira temeljem samo prva dva nabrojana elementa. Stvarna potreba koja izuzima alternative iz razmatranja jest npr. situacija da se raspisuje neki natječaj u smislu javne nabave pri čemu će se odluka donijeti višekriterijskim odlučivanjem, a težine kriterija su (ili trebaju biti) poznate prilikom raspisivanja natječaja kad se još ne poznaju alternative.

Kada govorimo o ovom radu, istraživanje je u startu ograničeno na razinu kriterija zbog složenosti istraživanja. Metoda ANP se smatra metodom koju karakterizira *neodvojivost* kriterija od alternativa. To se i u praksi posebno vidi u primjeru kao što je sljedeći.

Neka je matrica 3.51 supermatrica nekog problema koji sadrži 1 cilj i 4 kriterija. U jednadžbi 3.52 je pokazana granična supermatrica. Iz granične supermatrice je vidljivo da kriterij $k4$ ima težinu 0.

$$\begin{array}{c} \\ c \\ k1 \\ k2 \\ k3 \\ k4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} c & k1 & k2 & k3 & k4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.5 & 0.75 & 0.3 \\ 0.2 & 0.5 & 0 & 0.25 & 0.4 \\ 0.4 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0.3 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.51}$$

$$\begin{array}{c} \\ c \\ k1 \\ k2 \\ k3 \\ k4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} c & k1 & k2 & k3 & k4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.39 & 0.39 & 0.39 & 0.39 & 0.39 \\ 0.28 & 0.28 & 0.28 & 0.28 & 0.28 \\ 0.33 & 0.33 & 0.33 & 0.33 & 0.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.52}$$

Primjenom metode ANP je dakle dobiveno da kriterij $k4$ nije opće važan kriterij za problem odlučivanja. No, vjerojatno se kao donositelji odluka s time ne bismo složili - kad bismo smatrali da taj kriterij nije važan, vrlo vjerojatno ga ne bismo stavili u strukturu problema odlučivanja. Ovo je posebno važno zbog ranije spomenute simulacije koja se provodi za usporedbu metode ANP i nove metode koja se predlaže u ovom radu.

Moguće rješenje ovog problema je ponuđeno u radovima [65, 64]. Autori predlažu uvođenje tzv. *fiktivne* alternative (fa) u problem odlučivanja. Pripadna netežinska supermatrica bi tada izgledala kao u izrazu 3.53. Dodani su novi redak i novi stupac. Kako je fiktivna alternativa povezana s kriterijima dvostrukom vezom, u retku fa netežinske supermatrice dodaju se jedinice za stupce kriterija, a u stupcu fa netežinske supermatrice se upisuju prioriteti 0.25. Taj broj dobijemo usporedbom u parovima vrijednosti fiktivne alternative međusobno. Kako je alternativa fiktivna, a s druge strane ne smije *doprinositi* ni jednom kriteriju više nego drugome, jasno je da ćemo prilikom uspoređivanje kriterija po fiktivnoj alternativi u matrici usporedbi imati sve jedinice što će rezultirati jednakim prioritetima kriterija po fiktivnoj alternativi od 0.25.

$$\begin{array}{c} \\ c \\ k1 \\ k2 \\ k3 \\ k4 \\ fa \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} c & k1 & k2 & k3 & k4 & fa \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.5 & 0.75 & 0.3 & 0.25 \\ 0.2 & 0.5 & 0 & 0.25 & 0.4 & 0.25 \\ 0.4 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0.3 & 0.25 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.53}$$

Fiktivna alternativa zapravo povezuje graf problema odlučivanja čime se osigurava da nijedan element (osim cilja) nema prioritet 0. Taj pristup rješava problem da neki kriterij ima težinu 0, no upotrebom tog pristupa javljaju se potencijalna dva nova problema:

- Kako izračunati težinsku supermatricu? Ovdje se javlja problem usporedbe klastera kriterija s klasterom fiktivne alternative. Nešto ranije smo pojasnili praktičnu poteškoću usporedbe klastera kriterija i alternativa s obzirom na klaster kriterija. Ovdje je ta teškoća još veća s obzirom da imamo fiktivnu alternativu (a time i fiktivni klaster fiktivne alternative). Za potrebe izračuna težinske, a potom i granične supermatrice uzet ćemo da su klaster kriterija i klaster fiktivne alternative jednako važni s obzirom na klaster kriterija.

Težinska matrica je predstavljena u matrici 3.54,

$$\begin{array}{c} \\ c \\ k1 \\ k2 \\ k3 \\ k4 \\ fa \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} c & k1 & k2 & k3 & k4 & fa \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.25 & 0.375 & 0.15 & 0.25 \\ 0.2 & 0.25 & 0 & 0.125 & 0.2 & 0.25 \\ 0.4 & 0.25 & 0.25 & 0 & 0.15 & 0.25 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.25 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.54}$$

- Fiktivna alternativa ne smije *doprinositi* ni jednom kriteriju više nego drugome, no da li je doista tako? Za netežinsku supermatrice bismo mogli reći da jest, no:
  - Kako kod težinske supermatrice nismo sigurni u točnost težine usporedbe fiktivnog klastera alternative i klastera kriterija (proizvoljno smo, bez jakih argumenata uzeli da su to jednako važni klasteri), ne možemo sa sigurnošću reći da li fiktivna alternativa više doprinosi nekom kriteriju nego drugome,
  - Kod izračuna granične matrice se kod svake potencije matrice mijenja utjecaj fiktivne alternative na ostale elemente problema odlučivanja.

Granična supermatrica za problem odlučivanja nadograđen fiktivnom alternativom dana je u izrazu 3.55.

$$\begin{array}{c} \\ c \\ k1 \\ k2 \\ k3 \\ k4 \\ fa \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} c & k1 & k2 & k3 & k4 & fa \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.213 & 0.213 & 0.213 & 0.213 & 0.213 & 0.213 \\ 0.177 & 0.177 & 0.177 & 0.177 & 0.177 & 0.177 \\ 0.193 & 0.193 & 0.193 & 0.193 & 0.193 & 0.193 \\ 0.083 & 0.083 & 0.083 & 0.083 & 0.083 & 0.083 \\ 0.333 & 0.333 & 0.333 & 0.333 & 0.333 & 0.333 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.55}$$

Ako izbacimo prioritet fiktivne alternative i dobivene težine kriterija normaliziramo na 1, dobijemo težine kriterija kao u Tablici 3.9. U tablici se nalaze i težine kriterija bez korištenja fiktivne alternative.

Tablica 3.9: Normalizirane težine kriterija korištenjem fiktivne alternative i usporedba s težinama bez korištenja fiktivne alternative

Kriterij	Prioritet	Prioritet (fiktivna alternativa)
$k1$	0.39	0.319
$k2$	0.28	0.266
$k3$	0.33	0.29
$k4$	0	0.125

Iz ovog primjera, ali mnogih drugih koji nisu prikazani u ovom radu, a bili su razmatrani unutar istraživanja, možemo zaključiti da u velikom broju slučajeva, a možda i u svima, poredak težina

kriterija korištenjem fiktivne alternative odgovara poretku težina kriterija bez korištenja fiktivne alternative. Korištenje fiktivne alternative je testirano i u situaciji kada su težine kriterija izračunate metodom ANP (bez fiktivne alternative) različite od 0. Konačne težine kriterija u tim slučajevima su različite u odnosu na težine dobivene originalnim postupkom (bez korištenja fiktivne alternative), no poredak težina kriterija je isti. Usporedba težina kriterija uz korištenje fiktivne alternative i bez korištenja fiktivne alternative za supermatricu 3.56 dan je u Tablici 3.10.

$$\begin{array}{c} \\ c \\ k1 \\ k2 \\ k3 \\ k4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} c & k1 & k2 & k3 & k4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.5 & 0.75 & 0.3 \\ 0.2 & 0.5 & 0 & 0.25 & 0.4 \\ 0.4 & 0 & 0.5 & 0 & 0.3 \\ 0.2 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{3.56}$$

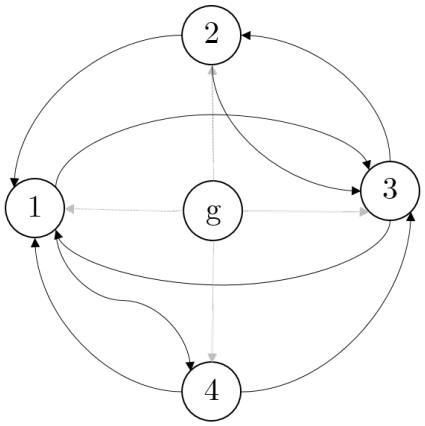
Tablica 3.10: Usporedba normaliziranih težina kriterija korištenjem fiktivne alternative s težinama bez korištenja fiktivne alternative za matricu 3.56 uz normalizaciju na zbroj 1

Kriterij	Prioritet	Prioritet (fiktivna alternativa)
$k1$	0.34	0.31
$k2$	0.29	0.27
$k3$	0.20	0.22
$k4$	0.17	0.20

3.7.3 Utjecaj usporedbi kriterija s obzirom na cilj na konačne težine kriterija

Već je na kraju poglavlja 3.3 identificirana ova karakteristika metode ANP. Naime, ako su kriteriji *dovoljno* povezani preko zavisnosti, tada prioriteti kriterija s obzirom na cilj nisu relevantni za konačne težine kriterija budući da je preostali dio mreže kriterija (koji nastaje kad maknemo cilj iz mreže) povezan usmjerenim putovima koji su kod izračuna granične matrice jedini relevantni za konačnu težinu kriterija. *Dovoljno* povezan preko zavisnosti znači da je svaki element u mreži problema odlučivanja dio nekog ciklusa. Ova tema je povezana s izračunom granične supermatrice. Budući da se kod izračuna granične supermatrice provodi potenciranje težinske supermatrice, jasno je da se elementi stupca težina kriterija s obzirom na cilj množe s vrijednostima u prvom retku u kojemu su vrijednosti 0 što smanjuje utjecaj težina kriterija s obzirom na cilj na konačne težine kriterija. Ranije je spomenuto nekoliko slučajeva koji se javljaju kod izračuna granične supermatrice iz netežinske supermatrice. Ovisno o konkretnom slučaju, težine kriterija će imati ili neće imati utjecaj na ukupne težine kriterija:

- Konvergencija težinske matrice u graničnu matricu koja ima sve stupce jednake - u



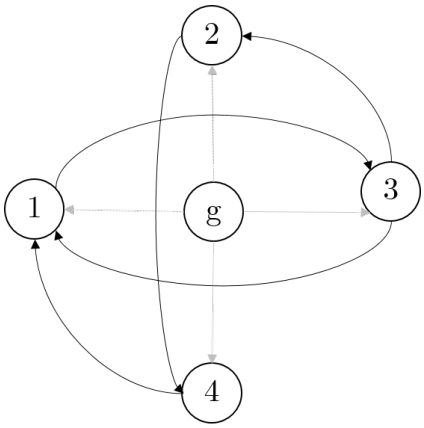
Slika 3.12: Mreža problema odlučivanja čija težinska supermatrica konvergira u graničnu supermatricu s jednakim stupcima

tom slučaju težine kriterija s obzirom na cilj nemaju utjecaj na ukupne težine kriterija jer težinska matrica sadrži dovoljan broj ciklusa i zatvorenih šetnji. Primjer problema odlučivanja dan je na Slici 3.12, a pripadna težinska supermatrica dana je u matrici 3.57. Granična supermatrica je dana u matrici 3.58,

$$\begin{array}{c} \\ c \\ k1 \\ k2 \\ k3 \\ k4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} c & k1 & k2 & k3 & k4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0.5 & 0.75 & 0.5 \\ 0.4 & 0 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.2 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{3.57}$$

$$\begin{array}{c} \\ c \\ k1 \\ k2 \\ k3 \\ k4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} c & k1 & k2 & k3 & k4 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.39 & 0.39 & 0.39 & 0.39 & 0.39 \\ 0.08 & 0.08 & 0.08 & 0.08 & 0.08 \\ 0.33 & 0.33 & 0.33 & 0.33 & 0.33 \\ 0.19 & 0.19 & 0.19 & 0.19 & 0.19 \end{bmatrix} \end{array} \tag{3.58}$$

- Ciklička izmjena više graničnih supermatrica prilikom potenciranja težinske supermatrice - u tom slučaju težine kriterija s obzirom na cilj imaju utjecaj na konačne težine kriterija kao što je to vidljivo u primjeru matrica 3.19, 3.22, 3.20 i 3.23. Primjer cikličke izmjene supermatrica dan je u matrici 3.59. Njezina granična supermatrica je dana u matrici 3.60 i ona se izmjenjuje s drugim graničnim supermatricama na način da se redovi prve granične supermatrice izmijenjuju. Slika problema odlučivanja dana je u Slici 3.13. Prvi stupac granične supermatrice zavisan je o prvom stupcu težinske supermatrice. Konačna težina kriterija računa se tako da se vrijednosti u graničnoj matrici uprosječe,



Slika 3.13: Mreža problema odlučivanja čija težinska supermatrica konvergira u graničnu supermatricu čiji stupci nisu jednaki

$$\begin{array}{c} \\ c \\ k1 \\ k2 \\ k3 \\ k4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} c & k1 & k2 & k3 & k4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0.75 & 1 \\ 0.3 & 0 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0.3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.59}$$

$$\begin{array}{c} \\ c \\ k1 \\ k2 \\ k3 \\ k4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} c & k1 & k2 & k3 & k4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0.8 & 0.8 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.4 & 0 & 0 & 0.8 & 0.8 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0.2 & 0.2 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.60}$$

- Konvergencija težinske matrice u nul-matricu - slično kao i u prvom slučaju, težine kriterija s obzirom na cilj nemaju utjecaj na konačne težine kriterija.

Kada bismo dodavali ranije spomenutu fiktivnu alternativu za sve ove slučajeve koji se javljaju kod izračuna granične supermatrice iz netežinske supermatrice, usporedbe kriterija s obzirom na cilj ne bi imale utjecaja na konačne težine kriterija.

Također, važno je napomenuti da, u teorijskom smislu, broj situacija kod kojih se ne javlja konvergencija granične matrice s jednakim stupcima, nego neki drugi spomenuti slučaj je mali, tj. daleko je najviše slučajeva kod kojih netežinska supermatrica konvergira u graničnu u kojoj su svi stupci jednaki. To znači da u najvećem broju slučajeva usporedbe s obzirom na cilj odlučivanja nisu relevantne u metodi ANP. To nam se može čini i nelogičnim jer bi prilikom odlučivanja uvijek trebali biti orijentirani cilju odlučivanja, koji ovdje postaje irelevantan.

3.7.4 Stohastičnost supermatrice u metodi ANP

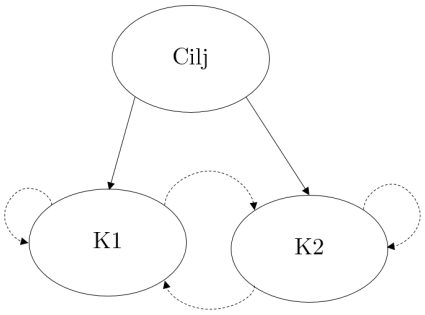
Kao što je ranije navedeno, koraci metode ANP koriste svojstvo stohastičnosti kvadratne matrice kod izračuna ukupnih težina kriterija. Stohastična je ona matrica čiji zbroj stupaca iznosi 1. Netežinska supermatrica sastoji se od blokova stohastičnih pod-matrica. Težinska supermatrica je i sama stohastična. Svojstvo stohastičnosti kod težinske supermatrice je važno upravo zbog toga jer kad se stohastična supermatrica potencira, rezultat je stohastična matrica. Osim toga, jedino stohastična matrica može potenciranjem konvergirati u matricu čiji su stupci jednaki iz čega se jednostavno mogu iščitati prioriteti elemenata.

Vezano uz ovu temu, analizirat ćemo dvije karakteristike metode ANP:

- Prva je vezana uz izračun težinske supermatrice iz težinske supermatrice. Osim što tu donositelji odluka imaju poteškoće kod usporedbi na razini klastera (kao što je navedeno u dijelu 3.7.1), prilikom izračuna težinske supermatrice prioriteti klastera se *prilagođavaju* vezama unutar klastera koji se treba ponderirati. Uzmimo na primjer netežinsku matricu 3.61. Kriteriji $k11$, $k12$ i $k13$ dio su jednog klastera, $K1$, a $k21$, $k22$ i $k23$ dio su drugog klastera, $K2$. Element c dio je klastera $Cilj$, no to je sad manje bitno za ovu analizu.

$$\begin{array}{c} \\ c \\ k11 \\ k12 \\ k13 \\ k21 \\ k22 \\ k23 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} c & k11 & k12 & k13 & k21 & k22 & k23 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 & 0.75 & 1 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0 & 0 & 0.25 & 0 & 0.2 & 0.3 \\ 0.5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.4 \\ 0.2 & 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0.4 \\ 0.5 & 0.3 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.61}$$

  Matrica veza na razini klastera dana je u matrici 3.62, a prikaz strukture problema odlučivanja je dan na Slici 3.14.



Slika 3.14: Struktura problema odlučivanja - razina klastera

$$\begin{array}{c} \\ Cilj \\ K1 \\ K2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} Cilj & K1 & K2 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array}\right] \end{array} \tag{3.62}$$

Morat ćemo dakle usporediti klastere $K1$ i $K2$ s obzirom na sva tri klastera. Recimo da su ti klasteri jednako važni u sva tri slučaja. Tada dobivamo prioritete klastera koji trebaju pomnožiti netežinsku supermatricu 3.61. Prioriteti su dani u matrici 3.63.

$$\begin{array}{c} \\ Cilj \\ K1 \\ K2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} Cilj & K1 & K2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \end{array} \tag{3.63}$$

Ako sada dobivenim prioritetima pomnožimo netežinsku supermatricu dobijemo *težinsku* supermatricu 3.64.

$$\begin{array}{c} \\ c \\ k11 \\ k12 \\ k13 \\ k21 \\ k22 \\ k23 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} c & k11 & k12 & k13 & k21 & k22 & k23 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0 & 0.375 & 0.5 & 0.15 & 0.15 \\ 0.15 & 0 & 0 & 0.125 & 0 & 0.1 & 0.15 \\ 0.25 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0.25 & 0.2 \\ 0.1 & 0 & 0.35 & 0 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0.25 & 0.15 & 0.15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.15 & 0.35 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3 \end{bmatrix} \end{array} \tag{3.64}$$

Vidimo da dobivena matrica nije stohastična. Da bi postigli stohastičnost težinske supermatrice, prioritetima klastera trebali bi množiti samo one stupce netežinske supermatrice koji imaju zbroj veći od 1. Naime, stupci, tj. kriteriji $k12$, $k13$, $k21$ i $k22$ ne zavise o kriterijima oba klastera. U tom smislu, čini se da se problem odlučivanja *relativizira*, tj. prilagođava određenim uvjetima kako bi se mogla primijeniti određena matematička svojstva,

- Druga karakteristika metode ANP, a vezana uz koncept stohastičnosti odnosi se na izračun relativnih prioriteta elemenata s obzirom na druge elemente:

$$\begin{array}{c} \\ c \\ k1 \\ k2 \\ k3 \\ a1 \\ a2 \\ a3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} c & k1 & k2 & k3 & a1 & a2 & a3 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1 & 0 & 0.5 & 1 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.15 & 0.5 & 0 & 0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \\ 0 & 0.33 & 0.33 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.33 & 0.33 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.33 & 0.33 & 0.4 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{3.65}$$

U matrici 3.65 nalazi se netežinska supermatrica za problem odlučivanja koji sadrži 3 kriterija i 3 alternative.

  - Naprije ćemo se fokusirati na klaster kriterija:
    - Kriteriji $k3$ i $k2$ jednakim intenzitetom utječu na $k1$ i zbog toga su prioriteti u matrici jednaki 0.5. Kriteriji $k1$ i $k3$ također jednakim intenzitetom utječu na

kriterij $k2$ pa zbog toga imaju prioritet 0.5. Znamo da kriteriji mogu na druge kriterije utjecati različitim intenzitetom, npr. u metodi DEMATEL koristimo skalu od 4 stupnja za intenzitete utjecaja među kriterijima. U ovom slučaju, netežinska supermatrica ne razlikuje koji su intenziteti utjecaja bili u prvom slučaju, a koji u drugom. Ako su u prvom slučaju intenziteti bili 4 na skali metode DEMATEL, a u drugom 1, to bi trebalo utjecati na težine kriterija, a metoda ANP to neće detektirati,

* Kriterij $k1$ utječe na kriterij $k3$. U metodi ANP nemamo podatak o intenzitetu tog utjecaja, i neovisno o njemu konačni prioriteti će uvijek biti isti, a za težinu kriterija, ali i prioritete svih ostalih elemenata nije isto da li je taj utjecaj slab (1 na skali metode DEMATEL) ili vrlo jak (4 na skali metode DEMATEL),

Možemo zaključiti da će metoda ANP za više različitih problema odlučivanja s perspektive intenziteta utjecaja među kriterija dati potpuno iste prioritete elemenata što je važna spoznaja o karakteristikama metode ANP za ovu analizu,

* Zamislimo da ni jedan kriterij ne utječe na kriterij $k3$. U tom bi slučaju u stupcu $k3$, retci $k1$, $k2$ i $k3$ imali sve nule. Lokalni prioriteti elemenata s obzirom na neki element pokazuju razlike u utjecajima elemenata s obzirom na određeni lement - čini se logičnim umjesto nula pisati $\frac{1}{3}$ budući da su elementi $k1$, $k2$ i $k3$ jednako važni s obzirom na $k3$ i nema razlika u utjecajima među njima,

– Ako promatramo razinu alternativa, možemo imati situaciju da npr. tri alternative imaju po nekom kriteriju ($k1$) poželjne i jednake vrijednosti. Prioritet svake alternative s obzirom na taj kriterij će biti 0.33. Slično, ako po nekom drugom kriteriju ($k2$) sve tri alternative imaju jednake vrijednosti i k tome nepoželjne vrijednosti, prioritet svake alternative s obzirom na drugi kriterij će opet biti 0.33. U ovom slučaju ipak nećemo naići na probleme kao što je to na razini kriterija zbog toga jer u stupcima alternativa imamo mogućnost naglasiti te razlike u poželjnosti vrijednosti alternativa za svaku pojedinu alternativu (u redu $k1$ imamo veći prioritet nego kod $k2$). Razlog tome je što blokovi supermatrice koji se odnose na alternative (bilo redovi alternativa, bilo stupci alternativa) proizlaze iz usporedbe koje nastaju temeljem istih ulaznih podataka o alternativama (matrica odlučivanja), dok kod kriterija to nije slučaj.

Možemo zaključiti da prilagođavanje svojstvu stohastičnosti matrice utječe na kvalitetu rezultata metode ANP.

Zaključno, prikazan je sažet popis poteškoća i karakteristika metode ANP analiziran u ovom poglavlju koji će biti korišten u smislu usporedbe s novom metodom koja je razvijena u ovom radu:

- Velik broj usporedbi koje je potrebno napraviti,
- Neprecizne upute oko strukturiranja problema odlučivanja metodom ANP i problemi vezani uz svojstvo refleksivnosti zavisnosti elemenata odlučivanja,

- Nerazumijevanje usporedbi dva elementa (kriterija) u odnosu na treći,
- Nerazumijevanje usporedbi dva klastera u odnosu na treći klaster (pogotovo dok se uspoređuju raznovrsni klasteri - klasteri alternativa i kriterija te usporedbe dva klastera s obzirom na jedan od ta dva klastera),
- Neodvojivost kriterija od alternativa i korištenje fiktivne alternative,
- Utjecaj usporedbi kriterija s obzirom na cilj na konačne težine kriterija,
- Nepotpuno uključenje intenziteta utjecaja između kriterija u izračun prioriteta elemenata problema odlučivanja (stohastičnost supermatrice u metodi ANP).

Poglavlje 4

Analiza društvenih mreža (SNA)

"Znati da bi se predvidjelo - predvidjeti da bi se djelovalo."

Auguste Comte

Analiza društvenih mreže proučava društvene mrežne strukture. Te strukture mogu varirati tako da je moguće da postoji struktura u kojoj nikoja dva entiteta nisu povezana (mreža se sastoji samo od čvorova) i struktura u kojoj su svaka dva entiteta povezana. To su dvije krajne situacije, a češći oblici mreža su one mreže između te dvije krajnje situacije. Da je analiza društvenih mreža samo jedan konceptualni okvir za opisivanje skupa entiteta (aktera, pojedinaca, čvorova) i njihovih veza i bez određenih postupaka nakon toga, ta analiza ne bi bila toliko uzbudljiva niti bi privukla toliki broj zainteresiranih istraživača za to područje [81, 69].

4.1 Koraci metode SNA

Analiza društvenih mreža je postupak koji ne obuhvaća samo dobivanje krajnjeg rezultata, već je to puno složeniji postupak [81, 69]:

1. Obrada zahtjeva za analizom društvene mreže i definiranje cilja istraživanja,
2. Izrada plana istraživanja društvene mreže:
   (a) Definiranje opsega istraživanja (entiteti),
   (b) Definiranje forme i sadržaja veza među u prethodnom koraku definiranim entitetima,
   (c) Određivanje nivoa i metoda analize,
3. Prikupljanje podataka:
   (a) Određivanje načina prikupljanja podataka sukladno definiranom nivou analize,
   (b) Stvaranje preduvjeta za prikupljanje podataka,
   (c) Prikupljanje podataka,
4. Analiza društvenih mreža primjenom metoda (izračun mjera centraliteta i određivanje mrežnih podstruktura):
   (a) Primjena definiranih metoda za analizu društvenih mreža koje su definirane u planu

istraživanja,

(b) Izrada izvještaja rezultata istraživanja,

5. Zaključci i rasprava istraživanja.

Iz navedenog možemo zaključiti da je metoda SNA sveobuhvatna - obuhvaća sve faze od pripreme istraživanja do rezultata istraživanja. Za ovaj rad, neke faze nisu toliko relevantne budući da je glavni cilj analizirati primjenu mjera centraliteta u mreži elemenata problema odlučivanja [81, 69]. U nastavku slijedi detaljniji opis navedenih faza metode SNA.

Obrada zahtjeva za analizom društvene mreže. To je početni korak u analizi društvene mreže. On dolazi iz same društvene mreže, van mreže i može biti potaknut od strane istraživača. U ovom koraku definira se osnovni cilj analize konkretne društvene mreže. Generalni ciljevi odnose se na razumijevanje ponašanja članova određene društvene mreže, upozoravanje na određene propuste i poduzimanje korektivnih mjere nad mrežom ukoliko je to potrebno i moguće ostvariti.

Izrada plana istraživanja društvene mreže.

- **Definicija opsega istraživanja**. U ovom koraku definiraju se akteri koji će biti analizirani, a može se raditi o pojedincu, grupi, kompleksnoj formalnoj organizaciji, razredima, zajednicama ili čak narodima. Također, u ovom koraku bira se oblik istraživanja [81, 69]. Oblici istraživanja mogu biti:
  - Istraživanje koje se odnosi na pojedinca i veze koje on ima s drugim akterima,
  - Istraživanje koje se odnosi na sve pojedince u grupi,
  - Istraživanje koje se odnosi na više grupa,
  - Istraživanje u kojem se istovremeno promatraju i pojedinci i grupe,

  Nakon definicije aktera i oblika istraživanja definira se i treći element opsega istraživanja, a to su granice analize, vezano uz koje možemo koristiti neku od četiri strategija: [81, 69]:
  - Realističke strategije - istraživač prisvaja subjektivne percepcije od aktera definirajući granice kako ih vide akteri. Ovdje zapravo akteri određuju koja će se socijalna mreža analizirati,
  - Nominalističke strategije - ovdje postoji algoritam određivanja tko ulazi u istraživanje, taj algoritam prati konceptualni okvir mreže,
  - Pozicijske strategije - u uzorak za proučavanje se ulazi na temelju nekih svojstava aktera, članstva u nekoj organizaciji i sl. ,
  - Relacijske strategije - sadrži skup strategija u kojima akteri među sobom nominiraju druge aktere za uključenje u mrežu koja će se analizirati:
    * Reputacijska metoda - ovdje najinformiraniji ljudi ili eksperti nominiraju skup aktera koji će se analizirati,
    * Metoda snježne grude - ovdje se odabire manji set mrežnih aktera i oni su zamoljeni da nominiraju druge sudionike s kojima imaju specifičan (definiran) kontakt. Ti pojedinci koji su imenovani od inicijalnog skupa pojedinaca opet

nominiraju druge pojedince i taj proces se ponavlja sve dok se ne odluči proizvoljno stati ili dok se dođe do faze da nitko više nije nominirao nikog novog,
  - Strategije temeljene na događajima - ovdje se sudionici istraživanja biraju temeljem njihovog sudjelovanja u aktivnostima koje se odvijaju u specifično vrijeme na specifičnom mjestu,
- **Definiranje forme i sadržaja veza**. U ovom koraku u planu istraživanja mreže istraživač odlučuje o konkretnim vezama koje želi analizirati i o kojima želi prikupiti podatke. Na površnoj razini, stvar je vrlo jednostavna i može se zaključiti o tome da se radi o biranju veze [81]. Međutim, neki autori ipak to dublje analiziraju pa se govori o tome da svaka veza, koja je moguća između dva aktera, ima dvije dimenzije: oblik i sadržaj.
  Sadržaj se odnosi na interese, namjere i motive individualaca u interakciji, a oblik predstavlja način interakcije u specifičnom sadržaju. Georg Simmer [81] identificira ograničen broj oblika veze i to su: *socijabilnost*, *superiornost*, *subordiniranost*, *natjecanje*, *konflikt*, *kooperacija* i *solidarnost*. Oblik veze postoji nezavisno od sadržaja veze i obrnuto. Sadržaj veze se još naziva tip veze. Postoji definirana klasifikacija generičkih sadržaja veze [81, 113, 69, 154]:
  - Komunikacijske veze - skoro u svakoj vrsti mreže se vrši komunikacija među akterima. Primjeri veza su: tko na koga utječe u donošenju odluka, te stvaranju mišljenja, tko od koga dobiva savjete i prijedloge,
  - Veze suradnje - tko s kim surađuje,
  - Formalne veze - primjeri veza: tko koga izvještava o aktualnim događajima, tko je član kojih korporacija, udruga, institucija,
  - Ekonomske veze - primjeri veza: tko koga sponzorira, tko je kome nadležan,
  - Sentimentalne veze - veze kojima se iskazuju osjećaji. Primjeri veza: tko koga preferira, tko je na koga ljut,
  - Rodbinske veze - tko je s kim u kakvom rodu,
  - Transakcijske veze - akteri izmjenjuju kontrolu nad fizičkim ili simboličkim objektima. Primjeri veza: tko sudjeluje u transakcijama, tko prodaje kome, tko kupuje od koga,
  - Sudjelovanje u događajima i članstva - primjeri veza: tko je član kojeg kluba, organizacije, tko sudjeluje u kojim događajima.
- **Definiranje nivoa i metoda analize**. U zadnjem koraku druge faze metode SNA definiraju se nivo (razina) analize i metode koje će biti primjenjene nad prikupljenim podacima. Nekoliko je razina analize društvene mreže [148, 81, 154]:
  - *One-mode* mreže - analiza uključuje jedan set aktera u mreži,
  - *Two-mode* mreže - analiza uključuje dva seta aktera u mreži, a veze među njima tvore bipartitni graf,
  - Egocentrične mreže - analiza uključuje jednog fokalnog aktera (*ego*) i sve one s kojima je on u vezi,
  - Specijalne dijadičke mreže (engl. *special dyadic networks*) - odnosi se na analizu skupa parova i njihovih odnosa. Ovdje promatramo parove. Za potpunu analizu

mreže treba napraviti $\frac{(N^2-N)}{2}$ analiza ako se radi o mreži s neusmjerenim vezama ili duplo više analiza ako imamo usmjerene veze u mreži, gdje je N broj čvorova u mreži. Naravno, u mreži se možemo koncentrirati na njezin manji dio i proučavati samo taj dio. Za svaku diadu možemo odrediti intenzitet, trajanje i jakost veze,

- Triadičke strukture (engl. *triadic structures*) - odnosi se na analizu trojki. Za potpunu analizu mreže potrebno je napraviti $\binom{n}{3}$ analiza. U svakoj trojki je moguće 16 veza. Ovaj nivo se manje koristi, no postoje situacije kada su analize triada korisne (npr. ako A izabere B i B izabere C; da li A namjerava izabrati C?).

Dizajn istraživanja završava korakom metode analize mreže u kojem se odabiru mjere koje će se računati kod analize mreže. Mjere centraliteta za analizu mreže bit će detaljno pojašnjene u posebnoj sekciji.

Prikupljanje podataka. U ovom dijelu definira se kako će podaci biti prikupljeni, izrađuju se odgovarajuće pripreme za prikupljanje podataka i konačno, prikupljaju se podaci [113, 69]:

- Način prikupljanja podataka i stvaranje preduvjeta za prikupljanje podataka - nekoliko je osnovnih načina prikupljanja podataka:
  - Intervju - ako smo se odlučili za intervju kao tehniku prikupljanja podataka, moramo pripremiti pitanja koja ćemo postaviti ispitanicima. Pitanja se sastavljaju temeljem definirane forme i sadržaja veza koje se trebaju ispitati i nivoa analize koja će se kasnije primijeniti kod analize. Popis pitanja potrebno je dopuniti dodatnim objašnjenjima za slučaj da ispitanik neće razumjeti pitanje,
  - Anketa - ovdje treba sastaviti konkretna nedvosmislena pitanja i oblikovati prikladan obrazac. Treba voditi računa o veličini ankete tako da ne bude preduga i dosadna. Potrebno je poštovati i ostala pravila kod izrade dobre ankete/upitnika vodeći računa o nivou i metodama analize koji će se kasnije primijeniti,
  - Promatranje - ovdje treba izabrati da li će ispitanik biti upoznat s promatranjem ili neće, i obavijestiti ga da će ga se promatrati ako je tako odlučeno. Potrebno je voditi računa o etičkim aspektima ovakvog prikupljanja podataka. I kod ovog načina prikupljanja podataka treba složiti obrazac kao i u prethodna dva slučaja za unos praćenih rezultata,
  - Korištenje arhivske građe - ovdje je potrebno organizirati ljude odgovorne za posudbu zapisa. Pripremiti obrazac za upis ulaznih podataka,
- Prikupljanje podataka - u ovoj fazi se konačno prikupljaju podaci. U ovoj fazi imamo definirano sljedeće: definiran uzorak, definirane veze (sadržaj i oblik veza) koje se trebaju promatrati, definiran nivo i metode analize koje će se kasnije provesti i u skladu s tim dizajnirane obrasce, ankete, upitnike i ostalo čime će se vršiti prikupljanje podataka. Prikupljanje podataka može započeti.

Nakon što se prikupe podaci, a prije provođenja odgovarajućih analiza mogu se izračunati pokazatelji kvalitete prikupljanih podataka. Kvaliteta podataka je povezana s mogućim problemima s ulaznim podacima koji mogu imati negativne efekte u smislu pouzdanosti rezultata

analize [81, 69]:

1. Netočnosti podataka zbog neiskrenosti osoba koje daju podatke. Ovdje se radi o razlici između onoga što je uočeno ili je ispitanik izrekao i stvarnosti. Ponekad ispitanici namjerno daju pogrešne informacije, a nekad je moguće da se do krivih informacija dođe nepoznavanjem veze o kojoj se prosuđuje. S obzirom na tehnike prikupljanja podataka do netočnosti može doći iz više razloga: kod intervjua ili ankete može doći do nerazumijevanja pitanja ispitanika ili namjernog davanja krivog odgovora; kod pregledavanja starih zapisa može se krivo rasuditi o vezi jer kontekst u kojem je snimljen zapis nije uobičajen, stalan; kod promatranja pojedinaca ako promatrana osoba zna da ju se promatra, tada ona može pokazati drugačije ponašanje od uobičajenog, a ako i ne zna da ju se promatra, promatračev subjektivni dojam može dati krivo stanje, a moguće je i da se promatranje odvija u neuobičajenim situacijama koje rezultiraju neuobičajenim djelovanjem promatranih osoba od uobičajenog. Ovaj problem se može izraziti mjerama:
   (a) Stopa grešaka (engl. *Error rate*), postotkom greške ($er = 0$ znači da nema greške), no teško ju je izračunati s pouzdanjem u točnost,
   (b) Pouzdanost (engl. *Reliability*), r, dobivenih informacija koja se dobije uspoređivanjem odgovora iste osobe u dvije ili više ekvivalentne tehnike. Vrijednost 0 znači da nema podudaranja u odgovorima, a 1 znači stopostotno podudaranje u odgovorima. Pri tome $r = 1$ ne znači da je $er = 0$ jer je osoba mogla krivo prezentirati podatke u svim tehnikama ispitivanjima,
2. Nepotpuni podaci - Ponekad je teško prikupiti sve podatke jer ako se koriste jednostavniji pristupi prikupljanju podataka, moguće je da neki pojedinac ne posjeduje podatak o vezi između neka dva sudionika koji su s njim u vezi. Ovaj problem čest je kod egocentričnih mreža. Mjera koja se koristi za mjerenje potpunosti podataka je relativna stopa odgovora (engl. *relational response rate*, r) koja se računa kao omjer dobivenih odgovora i ukupno potrebnih odgovora. Ta mjera se može izračunati i poznavajući broj aktera koji nisu ispitani. Za neusmjerenu mrežu ovaj koeficijent se računa formulom 4.1, a za usmjerenu mrežu formulom 4.2.

$$r = \begin{cases} 100\% & \text{, ako je } N_i = 0 \text{ ili } M = 1 \\ \left(1 - \frac{C_{N_i}^2}{C_N^2}\right) \cdot 100\% & \text{, ako je } 1 < N_i < N \\ 0\% & \text{, kada je } N_i = N \end{cases} \tag{4.1}$$

$$r = \begin{cases} 100\% & \text{, ako je } N_i = 0 \\ \left(1 - \frac{N_i \cdot (N-1)}{2C_N^2}\right) \cdot 100\% & \text{, ako je } 0 < N_i < N \\ 0\% & \text{, kada je } N_i = N \end{cases} \tag{4.2}$$

   N_i je broj aktera koji nisu dali odgovor, N broj aktera, M broj veza i C_b^a kombinacija a-tog razreda od b elemenata.

Analiza društvenih mreža primjenom metoda analize. U ovom dijelu nad prikupljenim podacima primjenjuju se metode iz teorije metode SNA. Njih možemo generalno podijeliti u

dvije grupe:

- Mjere centraliteta,
- Određivanje podstruktura u mreži.

Mjere centraliteta se odnose na individualne mjere pojedinih aktera u mreži. Preko tih mjera pokušavamo izraziti *centralnost* svakog člana u mreži. Ima više mjera centraliteta. Njih obrađujemo u zasebnom poglavlju detaljnije budući da nam je ta analiza bitna u kontekstu mjerenja težina elemenata problema odlučivanja. Svojstvo *centralnosti* povezujemo s *važnošću* aktera u društvenoj mreži, a prioriteti elemenata problema odlučivanja su povezani s *važnošću* elemenata u problemu odlučivanja.

Podstrukture u mreži se odnose na skupove aktera koji se grupiraju u klastere temeljem pojedinih zajedničkih svojstava. U svakoj društvenoj mreži postoje interakcije među pojedincima koje utječju na koheziju, koju definiramo kao privlačnu silu koja djeluje među pojedincima [113, 69]. Kohezija je usko povezana s idejom gustoće, vezama među članovima unutar društvene mreže. Utjecaj kohezije na mrežu očituje se u formiranju različitih podstruktura mreža. Kohezijski podgraf se sastoji od aktera koji su jako povezani vezama u raznim smjerovima koji im omogućavaju da dijele informacije, kreiraju solidarnost i djeluju kolektivno [81, 69].

Istraživačima društvenih mreža osim kohezije zanimljiva je i mjera *socijalna (strukturna) ekvivalencija* kao posljedica kohezije. Ova mjera pokazuje koliko identične ili slične veze s drugim sudionicima u mreži imaju dva aktera iz mreže. Mjeri se *euklidskom udaljenošću* koja se računa prema izrazu 4.3 pri čemu je x_{ab} element matrice veza društvene mreže, a N broj aktera u mreži.

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^{N} \left[(x_{ik} - x_{jk})^2 + (x_{ki} - x_{kj})^2 \right]} \; (i \neq j \neq k) \tag{4.3}$$

Danas postoje razni pristupi i algoritmi koji prepoznavaju strukture. Generalno imamo dva pristupa za prepoznavanje (pod)struktura mreža [113, 69, 81].

1. *Bottom-up* pristupi koji polaze od pretpostavke da neka cjelina sastavljena od manjih djelova. Društvena mreža je sastavljena od dijelova mreža: dijada, trijada, ... klastera. Dakle, polazište su manje strukture koje postupno povećavamo s obzirom na svojstva aktera u maksimalne strukture. Razlikujemo:
   - *Klika* je maksimalni potpuni podgraf sa tri ili više čvora gdje su svi čvorovi direktno povezani pri čemu niti jedan drugi čvor u mreži nema direktne veze sa svakim članom u kliki. U usmjerenim grafovima između svaka dva aktera moraju biti dvije veze,
   - *N–klike* su olabavljenje klike koje ogleda se kroz promatranje podstruktura koje su na udaljenosti n od promatranog aktera. Obično se koristi $n = 2$ udaljenost pa govorimo o 2–klikama te povezujemo sve članove koji su maksimalno međusobno udaljeni 2 binarno u mreži. n–klika dozvoljava određivanje podgrafa koji obuhvaća sve čvorove koji su međusobno udaljeni n binarnih linija ili manje. n–klika je podgraf sa skupom čvorova N_s, takav da je $d(n_i, n_j) \leq n \; \forall \; n_i, \; n_j \in N_s$. Kada je $n = 1$, radi se o klikama,

- *N–klanovi* su još jedno olabavljenje definicije klike. Pristupom n–klika nastoje se pronaći višečlane podstrukture. U nekim slučajevima, pronađene n-klike mogu imati neželjeno svojstvo: maksimalna dozvoljena udaljenost u n–kliki ostvaruje se preko vrha koji nije dio klike. Rješenje tog problema je u modifikaciji pristupa definiciji n–klika u definiciju pojma n–klan, koji zahtjeva da se sve veze geodetske udaljenosti ostvaruju preko puteva čiji su članovi samo vrhovi iz klike. n–klan je specijalizacija n–klika. Svi n–klanovi jesu n–klike, a obrnuto ne vrijedi,
- *K–plexovi* su podstruktura u mreži u koje grupiramo članove iz mreže ako imaju barem $n - k$ direktnih veza sa članovima k–plexa,

2. *Top down* pristupi suprotnost su *bottom-up* pristupima. Oni započinju od cijele mreže i nastoje sagledati cijelu strukturu te prepoznati podstrukture; traže "rupe" u mreži, odnosno postupno eliminiraju neke linije te tako tvoreći manje strukture. Neki od pristupa ovdje su:
   - *Komponente* su dijelovi grafa koji nisu povezani s bilo kojim drugim dijelom grafa,
   - *Blokmodeli* su rezultati blokmodeliranja. Blokmodeli predstavljaju pristup kojim se određeni set aktera razvrstava u strukturno ekvivalentne skupine. Temelji se na matričnim transformacijama. Blokmodeliranje predstavlja dijeljenje sociomatrice od N aktera iz jedne ili više povezanih mreža u dvije ili više diskretne podgrupe koje zovemo *blokovi*(B). Izraz *blok* odnosi se na kvadratnu submatricu u kojoj su opisane veze između strukturno ekvivalentnih aktera, koji imaju slične, ako ne i identične, relacije s akterima koji su u bloku,
   - *Točke prekida* su oni čvorovi koji kad ih se makne rezultiraju razbijanjem povezanosti grafa - dobijemo dvije ili više podstrukture (komponente),
   - *Lambda skupovi* predstavljaju linije čije bi uklanjanje utjecalo na na povezanost strukture.

Zaključci i rasprava istraživanja zadnji je korak u primjeni metode SNA. Temeljem rezultata prethodne faze donose se zaključci o pojedincima u mreži te o podstrukturama u mreži. Ova analiza može se povezati, a mjere centraliteta i podstrukture u mreži argumentirati s nekim drugim prikupljenim podacima o akterima. U zaključku se mogu naći objašnjenja o ponašanju pojedinaca iz mreže. Također, zaključak može sadržavati preporuke za promjenu ponašanja pojedinaca iz mreže i druge korektivne mjere, ako trenutačno stanje nije zadovoljavajuće.

4.2 Mjere centraliteta u metodi SNA

Primjena izračuna mjera centraliteta nad prikupljenim podacima čini tek jedan korak u metodi SNA, no on je u kontekstu nove metode odlučivanja koju razvijamo u ovom radu najvažniji.

Glavni cilj u svakoj mreži je odrediti najvažnije aktere u mreži, bilo da se radi o društvenoj mreži pojedinaca ili grupa. Tu nam služe koncepti centralitet i prestiž (koji se nekad doslovno prevodi kao ugled). Te mjere [81, 69] imaju za cilj kvantificirati važnost aktera u kompletnoj

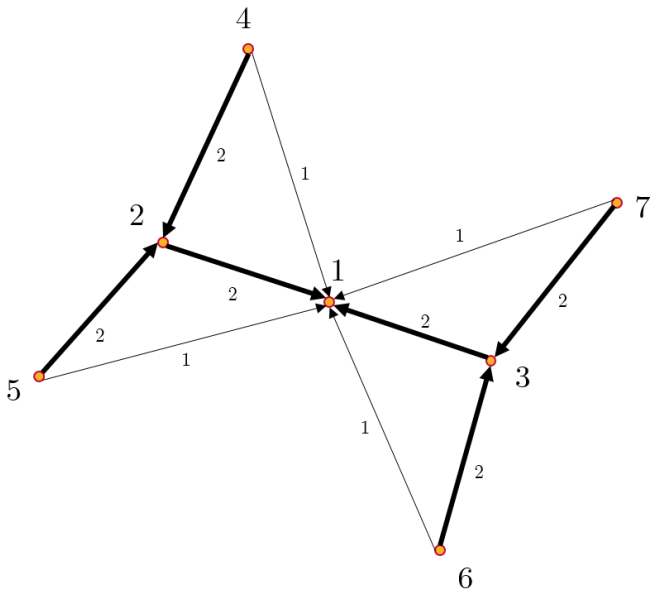
mreži uzimajući u obzir sociometrijskee karakteristike primljene i poslane (za usmjerene mreže) ili strukturu neusmjerenih veza. Glavna mjera je mjera centraliteta i ona se sastoji od tri komponente: stupanj centraliteta, blizina centraliteta i smještanje između centraliteta. Osim te tri komponente i mjere centraliteta, postoje i druge mjere centraliteta među kojima se najviše koristi centraliteta svojstvene vrijednosti. Posebna varijanta centraliteta svojstvene vrijednosti je PageRank centralitet koji će biti objašnjen kasnije.

Primjenu izračuna mjera centraliteta pokazat ćemo na primjeru usmjerene težinske mreže na Slici 4.1. Forma veze je *subordiniranost*, sadržaj veze je *biti odgovoran* (osoba X je odgovorna osobi Y te ju to postavlja u subordinirani položaj u odnosu na osobu Y) [69]. Usmjerenim mrežama prikazani su elementi problema odlučivanja u metodi ANP. Za navedeni problem matrica susjedstva dana je u jednadžbama 4.4 i 4.5 (matrica A_1 u obzir ne uzima smjer veze, a matrica A_2 uzima), a matrica veza dana je u izrazu 4.6 [69].

$$\mathbf{A_1} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{4.4}$$

$$\mathbf{A_2} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{4.5}$$

$$\mathbf{C} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{4.6}$$



Slika 4.1: Usmjerena težinska društvena mreža [69]

4.2.1 Stupanj centraliteta

Stupanj centraliteta (engl. *centrality degree*) najjednostavnija je mjera centraliteta. Stupanj vrha u mreži jednak je broju linija pridruženih vrhu ako se radi o neusmjerenom netežinskom grafu [113, 69, 68]. Formula za računanje stupnja centraliteta u neusmjerenom netežinskom grafu (matrična notacija) dana je izrazom 4.7:

$$C_D\left(N_i\right) = \sum_{j=1}^{N} x_{ij},\ \ (j \neq i) \tag{4.7}$$

$C_D\left(N_i\right)$ je stupanj centraliteta vrha N_i, x_{ij} je element sociomatrice X (matrica veza), a desni dio jednakosti zbraja veze aktera i sa $N-1$ drugih aktera.

Ovdje koristimo matricu susjedstva (koja je u netežinskom grafu jednaka matrici veza) i zbrajamo redove ili stupce (budući da je matrica simetrična) te tako dobijemo iznos centraliteta.

Kod usmjerenog grafa ova mjera postoji kroz dvije druge mjere:

- Ulazni (dolazni) stupanj centraliteta (*indegree centrality*), formula 4.8,

$$P_D I(N_i) = \sum_{j=1}^{N} x_{ij},\ \ (j \neq i) \tag{4.8}$$

- Izlazni (odlazni) stupanj centralieta (*outdegree centrality*), formula 4.9.

$$P_D O(N_i) = \sum_{j=1}^{N} x_{ji},\ \ (i \neq j) \tag{4.9}$$

Stupnjevi centraliteta se u usmjerenim grafovima računaju zbrajanjem veza koje ulaze ili izlaze u čvor i onda takav stupanj centraliteta zovemo još prestiž. Pri tome opet koristimo matricu

susjedstva, no moramo voditi računa o značenju zbrajanja redova i stupaca ovisno o definiranoj vezi. Tu se zapravo radi o promatranju stupnjeva čvorova u kontekstu cijele mreže [69].

Ovako definiran, stupanj centraliteta je apsolutna mjera, što znači da veći broj članova u mreži potencira mogući veći stupanj centraliteta. Npr. ako netežinska mreža ima samo 7 članova kao u danom primjeru, maksimalni mogući centralitet kojeg neki član može imati je 6, dok u nekoj mreži koja ima npr. 50 članova centralitet 6 predstavlja aktera koji i nije jako povezan s ostalim akterima. Kako bi mogli uspoređivati aktere različitih društvenih mreža koje imaju različit broj aktera, formulu 4.7 treba prilagoditi na način da se vodi računa i o ukupnom broju članova s kojima jedan akter može imati direktnu vezu [69]. U tom smislu uveden je tzv. *korigirani stupanj centraliteta* (jednadžbe 4.10, 4.11, 4.12) [69, 148].

$$C'_D(N_i) = \frac{C_D(N_i)}{(N-1)} \tag{4.10}$$

$$P_D I'(N_i) = \frac{P_D I(N_i)}{N-1} \tag{4.11}$$

$$P_D O'(N_i) = \frac{P_D O(N_i)}{N-1} \tag{4.12}$$

Računanje stupnja centraliteta u težinskim grafovima rjeđe se obrađuje u literaturi. Prilikom izračuna stupnja centraliteta u težinskim grafovima koristi se matrica veza, a ne matrica susjedstva. Prijedlog izračuna stupnja centraliteta u težinskim grafovima dan je u [69] (formule 4.13, 4.14, 4.15).

$$C_D(N_i) = \sum_{j=1}^{N} w_{ij},\ (j \neq i) \tag{4.13}$$

$$P_D I(N_i) = \sum_{j=1}^{N} w_{ji},\ (j \neq i) \tag{4.14}$$

$$P_D O(N_i) = \sum_{j=1}^{N} w_{ij},\ (j \neq i) \tag{4.15}$$

Pripadne korekcije su dane u formulama 4.16, 4.17 i 4.18.

$$C'_D(N_i) = \frac{C_D(N_i)}{(N-1) \cdot max(\mathbf{C})} \tag{4.16}$$

$$P_D I'(N_i) = \frac{P_D I(N_i)}{(N-1) \cdot max(\mathbf{C})} \tag{4.17}$$

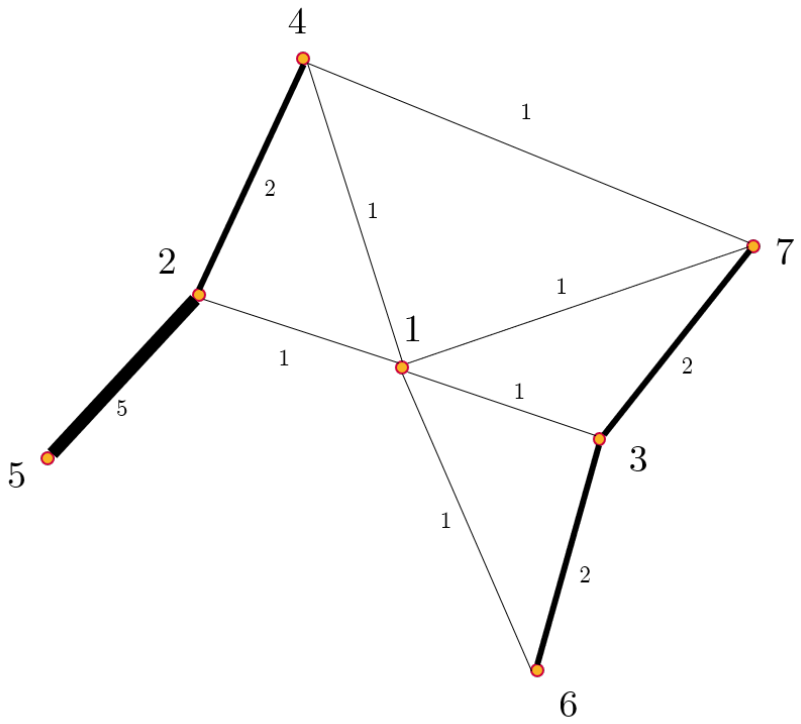
$$P_D O'(N_i) = \frac{P_D O(N_i)}{(N-1) \cdot max(\mathbf{C})} \tag{4.18}$$

$max(\mathbf{C})$ je maksimalna težina koja se pojavljuje u matrici veza (a može označavati i maksimalni mogući intenzitet za iskazivanje veza u istraživanju neke društvene mreže).

Osim ovakve mjere za izračun mjere centraliteta u težinskim grafovima, javljaju se i drugi pristupi. U tim pristupima stupanj centraliteta (prestiža) određuje se kroz dvije komponente [105]:

1. Broj veza koje su svojstvene nekom čvoru u smislu netežinskog stupnja centralita,
2. Jačine tih veza.

Generalno, možemo reći da takve mjere kombiniraju jednadžbe 4.7 i 4.13. Pogledajmo primjer na Slici 4.2. Čvor 5 ima jednu vezu težine 5, a čvor 1 ima pet veza težine 1. U smislu formule 4.13 ta dva čvora imaju jednaki stupanj centraliteta.



Slika 4.2: Primjer težinske neusmjerene društvene mreže

Zbog toga je predložena nova formula za izračun stupnja centraliteta u težinskim grafovima, a dana je u formuli 4.19 [105].

$$C_D(N_i) = \sum_{j=1}^{N} x_{ij} \cdot \left(\frac{\sum_{j=1}^{N} w_{ij}}{\sum_{j=1}^{N} x_{ij}} \right)^{\alpha} = \left(\sum_{j=1}^{N} x_{ij} \right)^{(1-\alpha)} \cdot \left(\sum_{j=1}^{N} w_{ij} \right)^{\alpha}, (j \neq i) \tag{4.19}$$

α je pozitivan parametar podešavanja koji zavisi o cilju istraživanja i prikupljenim podacima. Istraživač je taj koji definira koliko on iznosi. On opisuje u kojoj mjeri na konačnu težinu kriterija utječe broj veza koje ima neki čvor, a u kojoj mjeri utječe zbroj svih težina veza. Ako je α između 0 i 1, poželjniji (tj. bolji po stupnju centraliteta) su oni čvorovi sa što većim stupnjem centraliteta (analogija s kriterijem koristi), a ako je α veći od 1, onda su bolji oni čvorovi sa što manjim stupnjem centraliteta (analogija s kriterijem troška).

U Tablici 4.1 nalaze se stupnjevi centraliteta za primjer sa Slike 4.2. Stupanj centraliteta izračunat preko formule 4.19 uz $\alpha = 0.5$ ili $\alpha = 1.5$ daje znatno drugačiji odnos između čvorova 1 i 5 nego što je to po formuli 4.13.

Osim ovog integracijskog pristupa izračunu mjere stupnja centraliteta, dodatni integracijski

Tablica 4.1: Stupnjevi centraliteta čvorova u mreži na Slici 4.2 prema različitim formulama

Čvor	4.7	4.13	4.19, $\alpha = 1$	4.19, $\alpha = 0.5$	4.19, $\alpha = 1.5$
1	5	5	5	5.00	5.00
2	3	8	8	4.90	13.06
3	3	5	5	3.87	6.45
4	3	4	4	3.46	4.62
5	1	5	5	2.24	11.18
6	2	3	3	2.45	3.67
7	3	4	4	3.46	4.62

pristupi izračunu mjere stupnja centraliteta mogli bi biti povezani s (ponderiranom) aritmetičkom ili geometrijskom sredinom broja i jačina veza.

Kada govorimo o usmjerenim težinskim grafovima, formule za izračun stupnja centraliteta (prestiža) dane su u 4.20 i 4.21. I u ovom slučaju mogli bismo definirati korekcije formula da se postigne mogućnost usporedbe s drugim mrežama. Formule za stupanj centraliteta 4.19, 4.20 i 4.21 dijelili bismo s odgovarajućim maksimalnim mogućim stupnjevima centraliteta.

$$P_DI\left(N_i\right) = \left(\sum_{j=1}^{N} x_{ji}\right)^{(1-\alpha)} \cdot \left(\sum_{j=1}^{N} w_{ji}\right)^{\alpha}, (j \neq i) \tag{4.20}$$

$$P_DO\left(N_i\right) = \left(\sum_{j=1}^{N} x_{ij}\right)^{(1-\alpha)} \cdot \left(\sum_{j=1}^{N} w_{ij}\right)^{\alpha}, (j \neq i) \tag{4.21}$$

Stupanj centraliteta za početni primjer (Slika 4.1, str. 101) izračunat različitim pristupima dan je u Tablici 4.2. Zbog slabe povezanosti u grafu, neke primjene formule 4.19 ne mogu se implementirati jer se kod $\alpha > 1$ javlja postupak dijeljenja s brojem 0.

Tablica 4.2: Stupnjevi centraliteta čvorova u mreži na Slici 4.1 prema različitim formulama

	4.7		4.13		4.19, $\alpha = 1$		4.19, $\alpha = 0.5$		4.19, $\alpha = 1.5$	
Čvor	P_DO	P_DI	P_DO	P_DI	P_DO	P_DI	P_DO	P_DI	P_DO	P_DI
1	0	6	0	8	0	8	0	6.93	-	9.24
2	1	2	2	4	2	4	1.41	2.83	2.83	5.66
3	1	2	2	4	2	4	1.41	2.83	2.83	5.66
4	2	0	3	0	3	0	2.45	0	3.67	-
5	2	0	3	0	3	0	2.45	0	3.67	-
6	2	0	3	0	3	0	2.45	0	3.67	-
7	2	0	3	0	3	0	2.45	0	3.67	-

4.2.2 Centralitet blizine

Centralitet blizine (engl. *closeness centrality*) je mjera koja pokazuje koliko je neki čvor blizu ostalim čvorovima u mreži. Za razliku od stupnja centraliteta koji govori o broju direktnih veza promatranog čvora s ostalim čvorovima, blizina centraliteta je mjera koja uzima u obzir indirektne veze preko kojih su ostali vrhovi u mreži dostupni promatranom vrhu. Pokazuje koliko brzo neki vrh može pristupiti ostalim entitetima u mreži [81, 69, 68]. Formula za računanje blizine centraliteta je dana u jednadžbi 4.22.

$$C_C(N_i) = \frac{1}{\sum_{j=1}^{N} d(N_i, N_j)}, \; i \neq j \tag{4.22}$$

Dakle, u ovoj mjeri računa se recipročna vrijednost zbroja svih geodetskih putova nekog aktera u mreži prema svim ostalim akterima u mreži. U ovom slučaju koristimo ranije spomenutu matricu geodetskih udaljenosti (izraz 1.4 na str. 25).

Ako analiziramo ovu formulu, možemo primijeniti da u nazivniku imamo apsolutni broj pa uspoređivanje s drugim mrežama nije moguće jer istu vrijednost blizine centraliteta može imati pojedinac u mreži koja ima velik broj čvorova koji su u vezi s tim pojedincem i pojedinac u maloj mreži koji je na velikoj geodetskoj udaljenosti od ostalih članova. S toga ovdje možemo korigirati koeficijent blizine centraliteta. Apsolutan broj u nazivniku treba podijeliti s $N-1$ jer je $N-1$ maksimalan broj veza jednog aktera s drugima u netežinskoj neusmjerenoj mreži s N aktera. *Korigirani koeficijent centraliteta blizine* se tada računa po formuli 4.23.

$$C'_C(N_i) = \frac{N-1}{\sum_{j=1}^{N} d(N_i, N_j)}, \; i \neq j. \tag{4.23}$$

Karakteristike vrha s visokom blizinom centraliteta [113, 69]:

- Brz pristup ostalim čvorovima u mreži,
- Kratka šetnja do ostalih vrhova,
- Blizina ostalim entitetima,
- Visoku upućenost u aktualne događaje u mreži.

S aspekta blizine, vrh je *centralan* ako ostalim sudionicima može pristupiti brže od ostalih. Vrh koji se nalazi u samom centru mreže ostalim vrhovima može pristupiti korištenjem kratkih šetnji, no ako je vrh na rubu mreže, potrebne su dulje šetnje.

Centralitet blizine se računa samo u povezanim grafovima. Kada govorimo o usmjerenim grafovima smjer veze uvelike utječe na povezanost grafa. Neka dva čvora mogu biti povezana u jednom smjeru (postoji geodetski put među od čvora i do čvora j), ali ne i u oba smjera (ne postoji (geodetski) put od čvora j do čvora i). U tom slučaju je geodetska udaljenost jednaka beskonačnosti pa je centralitet blizine jednak 0.

Prilikom izračuna centraliteta blizine u težinskim mrežama potrebno je odabrati algoritam za izračun duljine geodetskog puta u težinskim grafovima. Postoji više algoritama za to:

- Dijkstrin algoritam [40],

- Floyd-Warshallov algoritam [116],
- Brandesov algoritam [79],
- Girvan-Newmanov algoritam [88],
- Pregled različitih algoritama je dan u [50].

Prilikom izračuna duljine izuzetno je bitna definicija veze među akterima. U društvenim mrežama situacija je nešto drugačija nego kod nekih drugih mreža, npr. cestovnih mreža jer jačina veze u društvenoj mreži najčešće znači jaču povezanost između aktera, dok viša vrijednost udaljenosti između dva grada najčešće znači slabiju povezanost gradova. Dakle, ako na Slici 4.1 (str. 101) promatramo vezu između aktera 5 i 2 te vezu između 5 i 1, tada je akter 5 bliži akteru 2 nego akteru 1. Težina veze dva aktera su u tom slučaju obrnuto proporcionalne veličine. U tom smislu se kao udaljenost 2 aktera uzimaju i recipročne vrijednosti njihove udaljenosti. Akter 5 je od aktera 2 udaljen 0.5, a od aktera 1 - 1 iz čega zaključujemo da je akter 5 bliži akteru 2.

Korigirani koeficijent blizine centraliteta aktera bi u takvoj težinskoj neusmjerenoj mreži trebalo podijeliti s maksimalnom apsolutnom (mogućom) centralitetom blizine (kada je akter sa svakim od $N-1$ aktera povezan izravnom najjačom definiranom vezom). Formula je dana u izrazu 4.24 [69, 68].

$$C'_C(N_i) = \frac{(N-1)\cdot \frac{1}{MAX(\mathbf{C})}}{\sum_{j=1}^{N} d\left(N_i, N_j\right)},\ i \neq j \tag{4.24}$$

Možemo razmatrati i korigiranje na razini mreže kada ne korigiramo s maksimalnom apsolutnom blizinom centraliteta, nego maksimalnom stvarnom blizinom centraliteta. Tada bi tu korekciju računali kao u jednadžbi 4.25.

$$C'_C(N_i) = \frac{\mathtt{min}_{k=1}^{N}\left\{\left(\sum_{j=1}^{N} d\left(N_i, N_j\right)\right)_k\right\}}{\sum_{j=1}^{N} d\left(N_j, N_y\right)},\ i \neq j. \tag{4.25}$$

Kod usmjerenih grafova ova mjera centraliteta se najčešće ne implementira u praksi [148] iako se ona može izračunati na vrlo sličan način kao i u neusmjerenim grafovima.

Za primjer 4.1 najprije ćemo izračunati matricu goedetskih udaljenosti. Ona je dana u izrazu 4.26.

$$\mathbf{D} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 0.5 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 0.5 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 1 & 0.5 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 1 & 0.5 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 1 & \infty & 0.5 & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 1 & \infty & 0.5 & \infty & \infty & \infty & \infty \end{bmatrix} \end{array} \tag{4.26}$$

Izračun centraliteta blizine u usmjerenim grafovima naziva se još prestiž u neposrednoj sredini (engl. *proximity prestige*) te se računa na razini aktera s kojima je određeni akter direktno ili indirektno povezan (postoji udaljenost među njima koja je konačna) [148].

Ukoliko bismo ipak radili izračune na razini cijele mreže (što je i opravdano ako je gustoća mreže jako velika), Izračun *odlazne* blizine centraliteta sveo bi se na izračun recipročne vrijednosti zbroja redaka matrice **D**. S druge strane, izračun *dolazne* blizine centraliteta svodi se na izračun recipročne vrijednosti zbroja stupaca. U našem primjeru sve te vrijednosti su jednake 0, osim u slučaju $P_C I(1) = 0.2$, koji označava blizinu čvora 1 drugim čvorovima. Drugi čvorovi ga mogu relativno brzo dohvatiti. Obrnuto u ovom slučaju ne vrijedi jer ne postoje veze od čvora 1 prema drugim čvorovima.

4.2.3 Centralitet smještanja između

Koncept smještanja između (engl. *betwenness centrality*) govori o tome kako akteri u mreži mogu kontrolirati i posredovati veze između drugih pojedinaca koji nisu direktno povezani. Centralitet smještanja između aktera mjeri koliko drugi drugi akteri posreduju u geodetskim putevima između parova aktera u mreži. Važnost vrha određuje se s obzirom na položaj vrha u odnosu na ostale vrhove u mreži. Mjera centraliteta smještanja između temelji se na konceptu puteva u mreži. Vrhovi koji se nalaze na stazi između ostalih vrhova, odnosno imaju visoki centralitet smještanja između, imaju kontrolu nad tokom resursa koji se izmijenjuju te su jaki *posrednici* i čuvari prolaza [113, 69]. Smještanje između je gruba mjera kontrole vrha nad tokom resursa između ostalih vrhova. Karakteristike vrha s visokim indeksom smještanja između su [113, 69]:

1. Zadržava povlaštenu ili utjecajnu poziciju u mreži,
2. Predstavlja jedinstvenu točku prekida,
3. Ima veliki utjecaj na ono što se događa u mreži.

Koeficijent smještanja između računa se po sljedećoj formuli 4.27.

$$C_B(N_i) = \sum_{j<k} \frac{g_{jk}(N_i)}{g_{jk}} \tag{4.27}$$

g_{jk} je broj geodetskih putova između čvorova j i k, a $g_{jk}(N_i)$ je broj geodetskih putova između j i k koji sadrže čvor N_i.

Ova mjera postiže vrijednost 0 ako pripadni čvor nije ni na jednom geodetskom putu od svih geodetskih puteva između bilo koja dva čvora u mreži. Kako ova mjera pokazuje koliko geodetskih putova između bilo koja dva aktera u mreži (osim i-tog) od ukupnih geodetskih putova između dva prolazi kroz čvor i zbrajamo na razini svakog para, maksimalna vrijednost koju ova mjera može postići je $\frac{(N-1)(N-2)}{2}$. U svrhu uspoređivanja ove mjere za čvorove u različitim mrežama, možemo definirati korekciju koja je dana u jednadžbi 4.28 [69].

$$C_B'(N_i) = \frac{2C_B(N_i)}{(N-1)(N-2)} \tag{4.28}$$

Mjera centraliteta smještanja između je u slučaju primjene formule 4.28 uvijek u intervalu $[0; 1]$.

Kod usmjerenih grafova se ova formula ne koristi [81, 69]. Naime, kada imamo slabo povezanu mrežu, kakva je ona sa Slike 4.1, broj geodetskih puteva između velikog broja članova je 0 jer oni nisu povezani pa u tom smislu, primjenom jednadžbe 4.27 (ili 4.28) dolazimo do dijeljenja s 0 ($\frac{0}{0}$). Ukoliko definiramo da je $\frac{0}{0} = 0$, tada se formule mogu primijeniti, no ostaje pitanje ispravnog tumačenja dobivenih rezultata.

Za težinske grafove ovu mjeru ne treba mijenjati, nego kod računanja geodetske udaljenosti koja indirektno utječe na veličinu centraliteta smještanja između treba uzeti u obzir algoritam za računanje točne geodetske udaljenosti u mreži (jača veza ponekad znači bliže aktere). Ova mjera omogućava uspoređivanje aktera u različitim - težinskim i netežinskim mrežama, jer koristimo istu formulu za računanje te mjere u obje vrste mreža s jedne strane, a s druge strane ona ne gleda na veličinu geodetskih udaljenosti između dva aktera u mreži, nego samo na broj puteva koji tu udaljenost postiže i kuda oni prolaze [69].

4.3 Još neke vrste mjera centraliteta

Prethodno navedene tri vrste centraliteta najviše se koriste u metodi SNA, no osim njih postoje i druge mjere centraliteta. Najvećim dijelom, one su orijentirane na neusmjerene i netežinske mreže, uz izuzetke.

4.3.1 Informacijski centralitet

Informacijski centralitet (engl. *information centrality*) odnosi se na informacije u svim putovima koji su podrijetlom iz specifičnog aktera. Da bi se izračunao informacijski centralitet koriste se informacije iz matrice incidencije (koja opisuje pripadnost pojedinog čvora pojedinom bridu) i sociomatrice (matrica veza). Ova vrsta centraliteta koristi se u neusmjerenim grafovima. Izračun informacijskog centraliteta provodi se u nekoliko koraka [148]:

1. Prvo se kreira kvadratna matrica E reda N čiji se elementi računaju ovako (4.29 i 4.30):

$$e_{ii} = 1 + \text{ suma vrijednosti svih linija incidentnih čvoru } i \tag{4.29}$$

$$e_{ij} = \begin{cases} 1 & , \text{ ako čvorovi } i \text{ i } j \text{ nisu susjedni} \\ 1 - x_{ij} & , \text{ ako su čvorovi } i \text{ i } j \text{ susjedni} \end{cases} \tag{4.30}$$

   x_{ij} su vrijednosti iz matrice veza (sociomatrice),
2. Zatim se računa inverzna matrica matrici E, F (što neće biti uvijek moguće, npr. kad neki red matrice E sadrži sve nule, tj. $\det E = 0$),
3. Potom se računaju dvije vrijednosti, T (formula 4.31) i R (formula 4.32). T predstavlja zbroj dijagonalnih vrijednosti matrice F, a R predstavlja zbroj jednog retka u matrici F (svi retci u F imaju jednaki zbroj),

$$T = \sum_{i=1}^{N} f_{ii} \tag{4.31}$$

$$R = \sum_{j=1}^{N} f_{ij} \tag{4.32}$$

4. Informacijski centralitet se zatim računa po formuli 4.33.

$$C_I(i) = \frac{1}{c_{ii} + \frac{T-2R}{N}} \tag{4.33}$$

Informacijski centralitet mjeri koliko informacija je sadržano na putovima koji potječu iz određenog čvora. Minimalna vrijednost informacijskog centraliteta je 0, ali nema najveću vrijednost. U tom smislu može se računati korigirana vrijednost informacijskog centraliteta (jednadžba 4.34) u kojoj se vrijednost informacijskog centraliteta svakog aktera u mreži dijeli sa zbrojem svih informacijskih centraliteta svih aktera u mreži.

$$C'_I(i) = \frac{C_I(i)}{\sum_{j=1}^{N} C_I(j)} \tag{4.34}$$

S obzirom da je naš demonstracijski primjer (Slika 4.1) težinska usmjerena mreže, po definicije ove mjere centraliteta nećemo ju moći primijeniti u primjeru. Jednadžba 4.35 sadrži prikaz matrice E koju je potrebno kreirati u prvom koraku prilikom izračuna iznosa informacijskog centraliteta.

$$E = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 9 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 5 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 5 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \tag{4.35}$$

Determinanta matrice E je 0 te matrica nema inverznu matricu i informacijski centralitet se ne može izračunati.

4.3.2 Centralitet svojstvene vrijednosti i PageRank centralitet

Centralitet svojstvene vrijednosti (engl. *eigenvector centrality*) računa se rješavanjem izraza 4.36 [98].

$$C_E(i) = \frac{1}{\lambda} \sum_{j \in M(i)} C_E(j) = \frac{1}{\lambda} \sum_{j \in N} a_{ij} C_E(j) \tag{4.36}$$

$M(i)$ je skup susjeda aktera i, λ je konstanta (najveća svojstvena vrijednost), a a_{ij} je element matrice susjedstva A. U vektorskoj notaciji jednadžba 4.36 može se zapisati kao jednadžba 4.37 [41, 95].

$$Ax = \lambda x \tag{4.37}$$

Ova mjera računa se uglavnom za neusmjerene i netežinske mreže. Specijalna vrsta centraliteta svojstvene vrijednosti je PageRank centralitet. PageRank centralitet koristi se za usmjerene grafove, a postoje varijante tog centraliteta koje se odnose na netežinske i težinske grafove.

PageRank algoritam za izračun PageRank centraliteta temelji se na pretpostavci da je relevantna ona stranica na koju se referira veliki broj drugih više ili manje relevantnih web stranica [62]. To zapravo znači da je relevantna ona stranica u koju ulazi veliki broj usmjerenih linija.

4.3.2.1 Koraci PageRank algoritma za usmjerene neteˇzinske grafove

Koraci PageRank algoritma za netežinske grafove [62, 101] (iterativni postupak):

1. Konstrukcija matrice H koja označava vjerojatnosti da korisnik klikom na neku od poveznica sa jedne web stranice ode na drugu web stranicu. Za primjer sa Slike 4.1 matrica H dana je u matrici 4.38. Ukoliko čvor j ne sadrži poveznicu prema čvoru i, $h_{ij} = 0$, a ukoliko sadrži poveznicu tada je $h_{ij} = \frac{1}{P_D O(j)}$, pri čemu se $P_D O(j)$ računa kao u formuli 4.9. Možemo reći da je matrica H zapravo transponirana matrica susjedstva koja je normalizirana po stupcima,

$$H = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{4.38}$$

2. Postavimo inicijalne rangove za sve čvorove (međusobno jednake). U pokaznom primjeru stoga vrijedi jednadžba 4.39,

$$r_0(1) = r_0(2) = r_0(3) = r_0(4) = r_0(5) = r_0(6) = r_0(7) = \frac{1}{7} \tag{4.39}$$

3. Računamo iduće rangove za svaki čvor korištenjem formule 4.40.

$$r_k(i) = \sum_{j \in n_i} \frac{r_k(j)}{P_D O(j)} \tag{4.40}$$

n_i je skup svih čvorova koji imaju poveznicu prema čvoru i. Ako je taj skup prazan, tada je rang čvora i 0,

$$r_1(1) = \frac{r_0(2)}{P_D O(2)} + \frac{r_0(3)}{P_D O(3)} + \frac{r_0(4)}{P_D O(4)} + \frac{r_0(5)}{P_D O(5)} + \frac{r_0(6)}{P_D O(6)} + \frac{r_0(7)}{P_D O(7)}$$

$$r_1(1) = \frac{\frac{1}{7}}{1} + \frac{\frac{1}{7}}{1} + \frac{\frac{1}{7}}{2} + \frac{\frac{1}{7}}{2} + \frac{\frac{1}{7}}{2} + \frac{\frac{1}{7}}{2} = \frac{4}{7}$$

$$r_1(2) = \frac{r_0(4)}{P_D O(4)} + \frac{r_0(5)}{P_D O(5)} = \frac{\frac{1}{7}}{2} + \frac{\frac{1}{7}}{2} = \frac{1}{7}$$

$$r_1(3) = \frac{r_0(6)}{P_D O(6)} + \frac{r_0(7)}{P_D O(7)} = \frac{\frac{1}{7}}{2} + \frac{\frac{1}{7}}{2} = \frac{1}{7}$$

$$r_1(4) = r_1(5) = r_1(6) = r_1(7) = 0$$

4. Postupak iz prethodnog koraka ponavljamo tako dugo dok komponente vektora $(r_k(1), r_k(2), ...r_k(n))$ ne konvergiraju $(r_k(i) = r_{k+1}(i), \forall i \in n)$.

$$r_2(1) = \frac{r_1(2)}{P_DO(2)} + \frac{r_1(3)}{P_DO(3)} + \frac{r_1(4)}{P_DO(4)} + \frac{r_1(5)}{P_DO(5)} + \frac{r_1(6)}{P_DO(6)} + \frac{r_1(7)}{P_DO(7)}$$

$$r_2(1) = \frac{\frac{1}{7}}{1} + \frac{\frac{1}{7}}{1} + \frac{0}{2} + \frac{0}{2} + \frac{0}{2} + \frac{0}{2} = \frac{2}{7}$$

$$r_2(2) = \frac{r_1(4)}{P_DO(4)} + \frac{r_1(5)}{P_DO(5)} = \frac{0}{2} + \frac{0}{2} = 0$$

$$r_2(3) = \frac{r_1(6)}{P_DO(6)} + \frac{r_1(7)}{P_DO(7)} = \frac{0}{2} + \frac{0}{2} = 0$$

$$r_2(4) = r_2(5) = r_2(6) = r_2(7) = 0$$

$$r_3(1) = \frac{r_2(2)}{P_DO(2)} + \frac{r_2(3)}{P_DO(3)} + \frac{r_2(4)}{P_DO(4)} + \frac{r_2(5)}{P_DO(5)} + \frac{r_2(6)}{P_DO(6)} + \frac{r_2(7)}{P_DO(7)} = 0$$

$$r_3(2) = r_3(3) = r_3(4) = r_3(5) = r_3(6) = r_3(7) = 0$$

U ovom slučaju PageRank centralitet konvergira u 0 za sve čvorove. Zbog toga je potrebno napraviti određene zahvate nad matricom H kako bi se osigurala konvergencija, a u nastavku će se koristiti metoda potencija.

Iterativni postupak možemo zapisati u matričnom obliku koji se koristi u metodi potencija, uz korištenje vektora rangova (centraliteta) iz 4.41, na način kako je to zapisano u jednadžbi 4.42.

$$Z_k = \begin{bmatrix} r_k(1) \\ r_k(2) \\ r_k(3) \\ \vdots \\ r_k(N) \end{bmatrix} \tag{4.41}$$

$$Z_{k+1} = HZ_k \tag{4.42}$$

Pojedini autori na nešto drugačiji način definiraju matricu H koja je transponirana u odnosu na matricu H predstavljenu u jednadžbi 4.38 [51]. U tom smislu je i matrični oblik iterativnog postupka nešto drugačiji za takvu definiciju matrice H kao što je to u jednadžbi 4.43.

$$Z_{k+1} = Z_kH \tag{4.43}$$

Kada primijenimo jednadžbu 4.42 u našem primjeru dobijemo vektore rangova stranica (prioritete elemenata) kao što je to u jednadžbama 4.44, 4.45 i 4.46.

$$Z_1 = HZ_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4}{7} \\ \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.44}$$

$$Z_2 = HZ_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{4}{7} \\ \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.45}$$

$$Z_3 = HZ_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2}{7} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4.46}$$

Jednadžba 4.42 može se zapisati preko početnog vektora Z_0 i potencija matrice H kao što je to vidljivo u jednakosti 4.47.

$$Z_k = H^k Z_0 \tag{4.47}$$

Ako niz (Z_k) konvergira i ako vrijedi 4.48, tada su komponente vektora $\widetilde{Z}$ rangovi web stranica (centraliteti).

$$\lim_{k\to\infty} H^k Z_0 = \widetilde{Z} \tag{4.48}$$

Problem koji se javlja u praksi je vezan uz konvergenciju. Naime, matrica H ne osigurava konvergenciju u konkretne vrijednosti mjera centraliteta kao što je to, uostalom, i u našem pokaznom primjeru.

Konvergenciju ćemo osigurati tako da matrica H postane stohastična (po stupcima) i ireducibilna. U trenutnoj matrici H, zbroj stupaca je ili 1 ili 0. Stohastičnost po stupcima se dobije tako da se svi stupci matrice H kojima je zbroj trenutno 0 zamijene vektorom $\frac{1}{n}$, pri čemu je n broj elemenata u grafu (matrica S, jednadžba 4.49). Komponente tog vektora predstavljaju vjerojatnosti da korisnik s neke stranice bez poveznica ode na neku drugu stranicu ili ostane na toj istoj stranici [62].

$$S = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{7} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{4.49}$$

Ireducibilnost matrice znači da je pripadni graf matrice jako povezan - to znači da između svaka dva njegova vrha postoji usmjereni put. (Slična problematika je vezana uz potenciranje težinske supermatrice u metodi ANP što smo obrađivali u prethodnom poglavlju.) Ireducibilnost matrice ćemo postići tako da zbrojimo matricu S s matricom E, pri čemu matrica E ima oblik prikazan u jednadžbi 4.50.

$$E = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \end{array} \tag{4.50}$$

Matrica $G = S+E$ je ireducibilna jer je pripadni graf jako povezan. No, matrica nije stohastična po stupcima pa zbog toga matrica G računa kao u izrazu 4.51 [83, 32].

$$G = \alpha S + (1 - \alpha)E \tag{4.51}$$

Najčešće se izabire $\alpha = 0.85$ [152].

$$G = \frac{85}{100} \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & 1 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{7} & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{15}{100} \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{61}{70} & \frac{61}{70} & \frac{25}{56} & \frac{25}{56} & \frac{25}{56} & \frac{25}{56} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{25}{56} & \frac{25}{56} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{25}{56} & \frac{25}{56} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} \end{bmatrix} \tag{4.52}$$

Ukoliko primijenimo jednadžbu 4.48, tj. potenciramo matricu G do konvergencije, dobijemo matricu 4.53. PageRank algoritam se temelji na pretpostavci da je relevantna ona web stranica na koju se referira veliki broj drugih stranica (ona koja ima veliki broj dolaznih veza). Kada govorimo o primjeni ove mjere centraliteta nad mrežom kriterija, potrebno je "okrenuti" logiku zaključivanja - relevantniji su oni kriteriji koji utječu na veliki broj drugih kriterija. Kako bi

preko PageRank algoritma odredili važnost kriterija u mreži kriterija, moramo transponirati matricu H i daljnje operacije nad njome obavljati nad transponiranom matricom H.

$$\widetilde{Z} = \begin{bmatrix} 0.4315 & 0.4315 & 0.4315 & 0.4315 & 0.4315 & 0.4315 & 0.4315 \\ 0.1366 & 0.1366 & 0.1366 & 0.1366 & 0.1366 & 0.1366 & 0.1366 \\ 0.1366 & 0.1366 & 0.1366 & 0.1366 & 0.1366 & 0.1366 & 0.1366 \\ 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 \\ 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 \\ 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 \\ 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 & 0.0738 \end{bmatrix} \tag{4.53}$$

Transponirana matrica H dana je u jednadžbi 4.54 (to je matrica susjedstva normalizirana po stupcima). Ukoliko kriterij i ne utječe na kriterij j, tada je $h_{ij} = 0$, a ukoliko kriterij i utječe na kriterij j, tada je $h_{ij} = \frac{1}{P_D I(i)}$. Pripadna matrica S matrice S^T, S^{H^T}, ima oblik kao u jednadžbi 4.55. Uvažavajući jednadžbu 4.51 dobijemo konačnu ireducibilnu matricu $G^{H^T} = \alpha S^{H^T} + (1-\alpha)E$.

$$H^T = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \tag{4.54}$$

$$S^{H^T} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \end{array} \tag{4.55}$$

$$G^{H^T} = \frac{85}{100} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} + \frac{15}{100} \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

$$G^{H^T} = \begin{bmatrix} \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{137}{840} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{137}{840} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{137}{840} & \frac{25}{56} & \frac{3}{140} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{137}{840} & \frac{25}{56} & \frac{3}{140} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{137}{840} & \frac{3}{140} & \frac{25}{56} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{137}{840} & \frac{3}{140} & \frac{25}{56} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \tag{4.56}$$

$$\widetilde{Z} = \begin{bmatrix} 0.1021 & 0.1021 & 0.1021 & 0.1021 & 0.1021 & 0.1021 & 0.1021 \\ 0.1166 & 0.1166 & 0.1166 & 0.1166 & 0.1166 & 0.1166 & 0.1166 \\ 0.1166 & 0.1166 & 0.1166 & 0.1166 & 0.1166 & 0.1166 & 0.1166 \\ 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 \\ 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 \\ 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 \\ 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 & 0.1662 \end{bmatrix} \tag{4.57}$$

Očekivano, kao što se i vidi iz matrice 4.57, najvažniji kriteriji su 4, 5, 6 i 7. Ipak, s obzirom da kriterij 1 ne utječe niti na jedan drugi kriterij, pomalo je neobično da je njegova težina 0.1021 (a ne 0). Razlog tome su koraci transformacije matrice H^T zbog kojih je ona postala ireducibilna G^{H^T}. Korištenje PageRank centraliteta potencijalno je vrlo zanimljivo za određivanje težina kriterija u mreži kriterija problema odlučivanja, no potrebno je analizirati primjenu u slučajevima kad neki kriterij nema utjecaj niti na jedan drugi kriterij ili ne zavisi ni od jednog kriterija (prazni redovi/stupci u matrici susjedstva).

4.3.2.2 Alternativni izračuni PageRank centraliteta za usmjerene netežinske grafove

Alternativa modifikacijama originalne matrice H (ili H^T) preko matrica S i E, moglo bi biti zbrajanje potencija matrice H pomoću jednadžbe 4.58 te agregiranje i normalizacija dobivene matrice zbroja.

$$\widetilde{Z} = \sum_{k \to \infty} H^k = H \cdot (I - H)^{-1} \tag{4.58}$$

Primijenjujući jednadžbu 4.58 nad matricom H^T (matrica 4.54) dobijemo matricu 4.59.

$$\widetilde{Z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.59}$$

Matrica 4.59 sadrži zbroj svih potencija matrice H^T. Slično kao u prvoj mjeri centraliteta, stupnju centraliteta, izračunat ćemo odlazni i dolazni stupanj centraliteta (prestiž) te matrice. Potom ćemo normalizirati razliku ta dva stupnja centraliteta da bi mogli izračunati težine kriterija 4.60.

$$\widetilde{Z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightsquigarrow \overset{P_DO}{\overset{}{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} \\ \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} \end{bmatrix}}} \overset{P_DI}{\overset{}{\begin{bmatrix} \frac{4}{3} \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}} \rightsquigarrow \overset{P_DO-P_DI}{\overset{}{\begin{bmatrix} -\frac{4}{3} \\ -\frac{5}{6} \\ -\frac{5}{6} \\ \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} \end{bmatrix}}} \tag{4.60}$$

Normalizaciju te razlike možemo napraviti na nekoliko načina:

- Normaliziranjem samo po P_DO ili P_DI (primjenom neke od vrsta normalizacija, npr. normalizacija zbrojem),
- Normalizacijom koja uključuje obje od varijabli, P_DO i P_DI - tj. pomoću njihove razlike $P_DO - P_DI$. Kako ta razlika može biti pozitivna i negativna, prije primjene normalizacije po zbroju moramo stvoriti uvjete za primjenu normalizacije po zbroju. To znači da trebamo sve vrijednosti razlike pretvoriti u *ekvivalentne* pozitivne vrijednosti, što možemo učiniti dodavanjem neke fiksne pozitivne konstante na svaku od razlika. Problem koji nastaje vezan je uz identificiranje te fiksne konstante. U nastavku su navedene neke mogućnosti:
  1. Dodavanje minimalne fiksne konstante, c_1, predstavlja dodavanje apsolutne vrijednosti najmanje razlike $P_DO - P_DI$.
  $$c_1 = \left| \min_{i=1}^{n} \{P_DO(i) - P_DI(i)\} \right| \tag{4.61}$$
  Time ćemo postići da kriteriji s najmanjom razlikom $P_DO - P_DI$ postignu težinu 0. U tom smislu je povoljnije uzimati za 1 uvećanu konstantu c_1,
  $$c_1 = \left| \min_{i=1}^{n} \{P_DO(i) - P_DI(i)\} \right| + 1 \tag{4.62}$$
  2. Dodavanje konstante, c_2, koja predstavlja razliku između najveće i najmanje razlike $P_DO - P_DI$.
  $$c_2 = \max_{i=1}^{n} \{P_DO(i) - P_DI(i)\} - \min_{i=1}^{n} \{P_DO(i) - P_DI(i)\} \tag{4.63}$$
  Razlike među kriterijima su u ovom slučaju nešto manje nego u prvom slučaju,
  3. Dodavanjem konstante, c_3, koja predstavlja vrijednost najveće moguće razlike $P_DO - P_DI$,
  $$c_3 = \max \{P_DO(i) - P_DI(i)\} \tag{4.64}$$

4. Dodavanjem neke druge fiksne konstante, c_4, koja je veća od apsolutne vrijednosti najmanje i najveće razlike $P_DO - P_DI$.

$$c_4 \in (\left|\min_{i=1}^{n}\{P_DO(i) - P_DI(i)\}\right|; (n-1)) \tag{4.65}$$

Tablica 4.3: Težine kriterija za primjer sa Slike 4.1 (odgovarajuća netežinska mreža) izračunate korištenjem postupka iz jednadžbe 4.58 i opisanih postupaka normalizacije te izračunate postupkom PageRank algoritma

$d = P_DO - P_DI$			$d + c_i$			$\frac{d+c_i}{\sum_{i=1}^{n}(d+c_i)}$			$\tilde{Z}$ iz izraza 4.57
c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	
$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3}$	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{14}{3}$	0	$\frac{9}{175} \approx 0.051$	$\frac{1}{9} \approx 0.111$	0.1021
$-\frac{5}{6}$	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{31}{6}$	$\frac{3}{56} \approx 0.054$	$\frac{3}{35} \approx 0.086$	$\frac{31}{252} \approx 0.123$	0.1166
$-\frac{5}{6}$	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{31}{6}$	$\frac{3}{56} \approx 0.054$	$\frac{3}{35} \approx 0.086$	$\frac{31}{252} \approx 0.123$	0.1166
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{25}{12}$	$\frac{17}{6}$	$\frac{27}{4}$	$\frac{25}{112} \approx 0.223$	$\frac{34}{175} \approx 0.194$	$\frac{9}{56} \approx 0.161$	0.1662
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{25}{12}$	$\frac{17}{6}$	$\frac{27}{4}$	$\frac{25}{112} \approx 0.223$	$\frac{34}{175} \approx 0.194$	$\frac{9}{56} \approx 0.161$	0.1662
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{25}{12}$	$\frac{17}{6}$	$\frac{27}{4}$	$\frac{25}{112} \approx 0.223$	$\frac{34}{175} \approx 0.194$	$\frac{9}{56} \approx 0.161$	0.1662
$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{25}{12}$	$\frac{17}{6}$	$\frac{27}{4}$	$\frac{25}{112} \approx 0.223$	$\frac{34}{175} \approx 0.194$	$\frac{9}{56} \approx 0.161$	0.1662
$\frac{4}{3}$	$\frac{25}{12}$	6	$\frac{28}{3}$	$\frac{175}{12}$	42	1	1	1	1

Nakon provedenog dodavanja neke od konstanti c_i, vrši se normalizacija novih vrijednosti po njihovoj sumi. Što je c_i veći, to će biti manje razlike među težinama kriterija. Konačno, kada $c_i \to \infty$, razlike među težinama kriterija postaju sve manje i teže prema jednakima.

$$\lim_{c\to\infty}[w_1, w_2, ..., w_n] \rightarrowtail w_1 = w_2 = ... = w_n \tag{4.66}$$

Nema *najbolje* c_i vrijednosti i izbor vrijednosti ovisi o tome koliko jako želimo naglasiti težine među kriterijima. Kod c_1, nakon normalizacije, razlike među težinama kriterija su najveće. Iako je teoretski moguće da fiksna konstanta bude veća od c_3, nije poželjno izimati te vrijednosti jer mjerenje intenziteta utjecaja/zavisnosti među kriterijima postaje manje precizno. Slično, kod orginalnog postupka PageRank algoritma, izbor vrijednosti parametra α ovisi o donositelju odluka. Izračun težina kriterija ovim postupkom uvažavajući konstante c_1, c_2 i c_3 dan je u tablici 4.3.

Kako je ranije navedeno, korištenje različite konstante (c_i) prilikom postupka normalizacije utječe na težine kriterija. Kod konstante c_1, razlike među kriterijima su najviše izražene, a kod c_3 najmanje. Ipak, poredak težina kriterija isti je u svim slučajevima. Postupci normalizacije u korelaciji su i sa standardnim PageRank algoritmom za netežinske usmjerene mreže.

Drugi alternitivni postupak za izračun težine vrijednosti PageRank centraliteta mogao bi se implementirati kao ovdje opisani postupak, no ne nad matricom H (H_T), nego nad pripadnom matricom S Dakle, izračun se svodi na provedbu postupka iz jednadžbe 4.67.

$$\widetilde{Z} = \sum_{k\to\infty} S^k = S \cdot (I - S)^{-1} \tag{4.67}$$

4.3.2.3 Koraci PageRank algoritma za usmjerene težinske grafove i moguće modifikacije

Kako je mreža kriterija težinska, za točan izračun težina kriterija potrebna nam je varijanta PageRank centraliteta koji se odnosi na težinske mreže. Postupak je identičan postupku za netežinske mreže, samo je inicijalna matrica H drugačija. Naime, u slučaju težinskih mreža, matrica H je zapravo po stupcima normalizirana matrica veza, tj. element matrice H računa se ovako 4.68:

$$h_{ij} = \frac{w_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} w_{ij}} \tag{4.68}$$

Matrica H za primjer sa Slike 4.1 na str. 101 dana je u jednadžbi 4.69.

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{8} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{8} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.69}$$

Kako je vidljivo iz matrice, ova mjera ima barem jednu karakteristiku koja podsjeća na metodu ANP (objašnjeno u poglavlju 3.7.4). Radi se o stohastičnosti matrice čime se *relativizira* problem odlučivanja. Npr. ako pogledamo drugi stupac, vidimo dvije vrijednosti $\frac{1}{2}$. One su rezultat dviju veza intenziteta 2 od čvorova 4 i 5 prema čvoru 2. Iste vrijednosti na tim pozicijama su bile i u kod analize odgovarajuće netežinske matrice. To znači da (i) ova metoda u potpunosti ne uzima u obzir težine veza prilikom računanja mjere centraliteta. Također, da su intenziteti tih dviju veza bili npr. 3, 4, ili 100 - u svim tim slučajevima bi u matrici H bilo $\frac{1}{2}$ na tim pozicijama. Kao i u metodi ANP, *forsira* se stohastičnost matrice s podacima o odnosima među elementima budući da stohastična matrica ima svojstvo da kod potenciranja konvergira.

Odgovarajuća matrica S za matricu H (iz matrice 4.69) dana je u matrici 4.70. Matrica G je dana u 4.71, a matrica $\widetilde{Z}$ u matrici 4.72.

$$\widetilde{S} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{8} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{8} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \tag{4.70}$$

$$G = \frac{85}{100}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{4} & 0 & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{8} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{8} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} + \frac{15}{100}\begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{131}{560} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{131}{560} & \frac{3}{140} & \frac{3}{140} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{143}{1120} & \frac{25}{56} & \frac{3}{140} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{143}{1120} & \frac{25}{56} & \frac{3}{140} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{143}{1120} & \frac{3}{140} & \frac{25}{56} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{143}{1120} & \frac{3}{140} & \frac{25}{56} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \tag{4.71}$$

$$\widetilde{Z} = \begin{bmatrix} 0.1009 & 0.1009 & 0.1009 & 0.1009 & 0.1009 & 0.1009 & 0.1009 \\ 0.1223 & 0.1223 & 0.1223 & 0.1223 & 0.1223 & 0.1223 & 0.1223 \\ 0.1223 & 0.1223 & 0.1223 & 0.1223 & 0.1223 & 0.1223 & 0.1223 \\ 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 \\ 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 \\ 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 \\ 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 & 0.1636 \end{bmatrix} \tag{4.72}$$

Slično kao i kod izračuna težina kriterija netežinske mreže preko jednadžbi 4.58 i 4.67 i provođenjem neke od normalizacija, mogli bismo izračunati težine kriterija u slučaju težinske mreže. Ovdje taj dio nećemo demonstrirati već ćemo ponuditi novi izračun PageRank centraliteta za usmjerene težinske grafove koji će koristiti izvorne podatke, bez njihovog normaliziranja po stupcu s ciljem dobivanja stohastične matrice.

Taj izračun temelji se na metodi DEMATEL i jednadžbi 4.58 i provođenju nekog od oblika normalizacije koji su ranije prezentirani, uz neke dopune. Glavna dopuna odnosi se na broj kojim se dijeli originalna matrica veza. U ovom postupku predlaže se da taj broj bude najveća suma stupaca uvećana za 1. Cilj je postići matricu koja potenciranjem teži u nul-matricu budući da je onda suma potencija takve matrice matrica s konačnim vrijednostima i moguće je primijeniti jednadbu 4.58. Koraci tog postupka su:

1. Početni korak u ovom postupku je matrica veza (matrica 4.73),

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.73}$$

2. U drugom koraku dijelimo svaku ćeliju matrice s najvećom sumom stupca uvećanom za 1 (matrica H),

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 8 & 4 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightsquigarrow H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{9} & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{9} & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{9} & 0 & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{9} & 0 & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.74}$$

3. U trećem koraku, uvažavajući jednadžbu 4.58, računamo matricu $I - H$, pri čemu je I jedinična matrica,

$$I - H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{9} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{2}{9} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{9} & -\frac{2}{9} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{9} & 0 & -\frac{2}{9} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{9} & 0 & -\frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.75}$$

4. Nakon toga, računamo inverz matrice $I - H$,

$$(I - H)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{9} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{9} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{81} & \frac{2}{9} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{81} & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{13}{81} & 0 & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{13}{81} & 0 & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.76}$$

5. Pomnožimo matricu H s matricom $(I-H)^{-1}$,

$$H \cdot (I-H)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{81} & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{81} & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{81} & 0 & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{81} & 0 & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.77}$$

6. Izračunamo zbrojeve redova (P_DO) i zbrojeve stupaca (P_DI) te njihovu razliku $(P_DO - P_DI)$,

$$H \cdot (I-H)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{81} & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{81} & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{81} & 0 & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{13}{81} & 0 & \frac{2}{9} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} P_DO \quad P_DI \\ \begin{bmatrix} 0 & \frac{88}{81} \\ \frac{2}{9} & \frac{4}{9} \\ \frac{2}{9} & \frac{4}{9} \\ \frac{31}{81} & 0 \\ \frac{31}{81} & 0 \\ \frac{31}{81} & 0 \\ \frac{31}{81} & 0 \end{bmatrix} \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} P_DO - P_DI \\ \begin{bmatrix} -\frac{88}{81} \\ -\frac{2}{9} \\ -\frac{2}{9} \\ \frac{31}{81} \\ \frac{31}{81} \\ \frac{31}{81} \\ \frac{31}{81} \end{bmatrix} \end{matrix} \tag{4.78}$$

7. Nad dobivenim vektorom razlika primijenimo neku od ranije opisanih oblika normalizacije matrice. U Tablici 4.4 prikazane su težine kriterija za početni primjer izračunat preko predloženog postupka koji obuhvaća primjenu jednadžbe 4.58 nad matricom veze podijeljenom sa najvećim zbrojem stupca uvećanim za 1. Dobivene razlike normalizirane su ranije predloženim postupcima c_1, c_2 i c_3.

Tablica 4.4: Težine kriterija za primjer sa Slike 4.1 izračunate korištenjem postupka iz jednadžbe 4.58 i opisanih postupaka normalizacije te izračunate predloženim postupkom PageRank algoritma za težinske mreže

$d = P_DO - P_DI$			$d + c_i$			$\frac{d+c_i}{\sum_{i=1}^{n}(d+c_i)}$			$\tilde{Z}iz4.72$
c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	c_1	c_2	c_3	
$-\frac{88}{81}$	$-\frac{88}{81}$	$-\frac{88}{81}$	0	$\frac{31}{81}$	$\frac{398}{81}$	0	$\frac{9}{175} \approx 0.037$	$\frac{199}{1701} \approx 0.117$	0.1009
$-\frac{2}{9}$	$-\frac{2}{9}$	$-\frac{2}{9}$	$\frac{70}{81}$	$\frac{101}{81}$	$\frac{52}{9}$	$\frac{5}{44} \approx 0.113$	$\frac{101}{833} \approx 0.121$	$\frac{26}{189} \approx 0.138$	0.1223
$-\frac{2}{9}$	$-\frac{2}{9}$	$-\frac{2}{9}$	$\frac{70}{81}$	$\frac{101}{81}$	$\frac{52}{9}$	$\frac{5}{44} \approx 0.113$	$\frac{101}{833} \approx 0.121$	$\frac{26}{189} \approx 0.138$	0.1223
$\frac{31}{81}$	$\frac{31}{81}$	$\frac{31}{81}$	$\frac{119}{81}$	$\frac{50}{27}$	$\frac{517}{81}$	$\frac{17}{88} \approx 0.193$	$\frac{150}{833} \approx 0.18$	$\frac{517}{3402} \approx 0.152$	0.1636
$\frac{31}{81}$	$\frac{31}{81}$	$\frac{31}{81}$	$\frac{119}{81}$	$\frac{50}{27}$	$\frac{517}{81}$	$\frac{17}{88} \approx 0.193$	$\frac{150}{833} \approx 0.18$	$\frac{517}{3402} \approx 0.152$	0.1636
$\frac{31}{81}$	$\frac{31}{81}$	$\frac{31}{81}$	$\frac{119}{81}$	$\frac{50}{27}$	$\frac{517}{81}$	$\frac{17}{88} \approx 0.193$	$\frac{150}{833} \approx 0.18$	$\frac{517}{3402} \approx 0.152$	0.1636
$\frac{31}{81}$	$\frac{31}{81}$	$\frac{31}{81}$	$\frac{119}{81}$	$\frac{50}{27}$	$\frac{517}{81}$	$\frac{17}{88} \approx 0.193$	$\frac{150}{833} \approx 0.18$	$\frac{517}{3402} \approx 0.152$	0.1636
$\frac{88}{81}$	$\frac{119}{81}$	6	$\frac{616}{81}$	$\frac{833}{81}$	42	1	1	1	1

Prednosti ovog postupka su:

- Nisu rađene modifikacije orginalnih podataka da bi se dobila ireducibilna matrica,
- Podaci nisu *relativizirani* (matrica nije stohastična).

Alternativni postupak za izračun vrijednosti PageRank centraliteta mogao bi kao polazne podatke uključivati matricu $G = H+E$ čime bi taj postupak izgubio prednost korištenja izvornih podataka, budući da bi oni bili modificirani, no paradigma PageRank centraliteta bila bi više zastupljena.

PageRank centralitet ima potencijala za primjenu u problemima odlučivanja.

4.3.3 Rjeđe korištene mjere centraliteta

U literaturi su definirane i neke druge mjere centraliteta koje nećemo detaljno razmatrati i demonstrirati, nego samo definirati. Vrlo često se radi o modifikacijama postojećih mjera centraliteta, ili o njihovim kombinacijama.

Neke od tih mjera centraliteta su:

- *Continuing flow* - kombinira stupanj centraliteta i blizinu centraliteta; ova mjera centraliteta predstavlja omjer broja putova fiksne duljine (koju istraživači sam zadaje) koji prolaze kroz čvor i i broja svih putova te duljine u mreži [148],
- Centralitet ukupnog učinka (engl. *total effects centrality*), centralitet neposrednog učinka (engl. *immediate effects centrality*) i centralitet medijativnih učinaka (engl. *mediative effects centrality*) - uobičajene mjere centraliteta teorijski definirane s aspekta procesa društvenih utjecaja [148],
- Katzov centralitet - označava relativni utjecaj aktera na druge aktere u mreži. Za razliku od osnovnih mjera centraliteta, ova mjera uzima u obzir sve šetnje u mreži, ne samo one koje pripadaju geodetskom putu. Ako je matrica A matrica susjedstva, tada se Katzov centralitet računa po formuli 4.79 [5, 94].

$$C_{\text{Katz}}(i) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{n} \alpha^k (A^k)_{ij} \tag{4.79}$$

  α je faktor prigušenja. Što je akter i više udaljen od ostalih aktera, to je manji doprinos te udaljenosti vrijednosti Katzovog centraliteta jer je $\alpha < 1$,
- Centralitet radialnosti (engl. *radiality centrality*) predstavlja razinu pristupa mreži preko susjeda u mreži i računa se po formuli 4.80 [78].

$$C_{\text{Rad}}(i) = \frac{\sum_{j \in V} (\Delta_G + 1 - d(i,j))}{g_{jk}} \tag{4.80}$$

  Δ_G je diametar mreže G. V je skup čvorova u mreži,
- Centralitet podgrafa (engl. *subgraph centrality*) pokazuje doprinos čvora u svakom mogućem podgrafu i računa se po formuli 4.81 [78].

$$C_{\text{SG}}(i) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mu_k(i)}{k!} \tag{4.81}$$

$\mu_k(i)$ je broj zatvorenih šetnji veličine k koja počinje i završava u čvoru i.

Osim navedenih, u literaturi se javljaju i neke varijante mjera centraliteta koje nisu ovdje navedene. Popis dijela tih mjera dan je u radu [78].

U ovom poglavlju predstavljene su mjere centraliteta iz metodologije analize društvenih mreža. Te mjere su i demonstrirane na pokaznom primjeru i dana je analiza mogućih iskorištenja tih mjera prilikom izračuna težina kriterija u mreži kriterija problema odlučivanja. Najperspektivnije mjere za korištenje prilikom izračuna težina kriterija su osnovna mjera za stupanj centraliteta (odlaznog i dolaznog centraliteta, prestiža) te mjere centraliteta svojstvenih vrijednosti i PageRank centralitet.

Poglavlje 5

Nova metoda za analizu složenih problema odlučivanja temeljena na analitičkom mrežnom procesu i analizi društvenih mreža - SNAP

"Everything should be made as simple as possible, but not simpler."

Albert Einstein

U ovom poglavlju bit će prezentirana nova metoda za analizu složenih problema odlučivanja koja je temeljena na analitičkom mrežnom procesu i analizi društvenih mreža, a koja je nazvana SNAP (kombinacija slova iz naziva polaznih metoda).

Na početku ćemo pojasniti željene karakteristike nove metode:

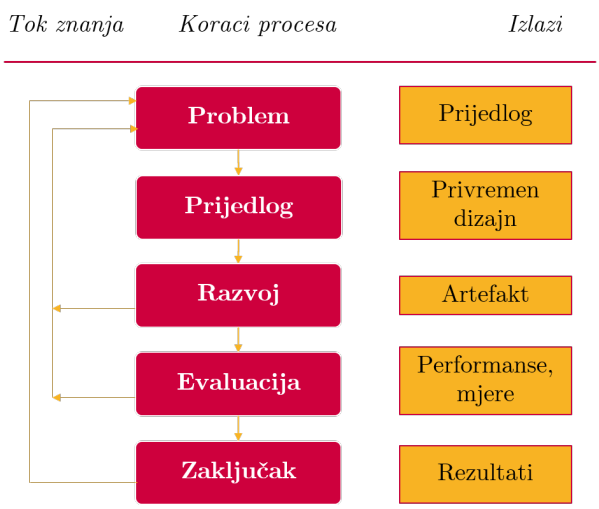
1. Prilikom izračuna težina kriterija, nova metoda mora u obzir uzimati važnost kriterija za problem (cilj) odlučivanja, ali i utjecaje (zavisnosti) među kriterijima. Metoda AHP je jedna od metoda koja u obzir uzima važnost kriterija za problem (cilj) odlučivanja, a metoda ANP je jedna od metoda koja u obzir uzima utjecaje (zavisnosti) među kriterijima. Iako se i u metodi ANP može uvesti klaster cilja (s pripadajućim čvorom cilja), analiza u poglavlju 3.7.3 je pokazala da usporedbe kriterija s obzirom na cilj nemaju utjecaje na konačne težine kriterija. (Štoviše, u mrežni model je moguće staviti i više ciljeva.)
2. Kod izračuna težina kriterija temeljem njihovih međusobnih utjecaja, nova metoda mora uzimati apsolutne vrijednosti (odnose) intenziteta utjecaja među kriterijima, bez relativiziranja i pretvaranja matrice utjecaja u stohastičnu matricu samo zato da bi se prigodno iskoristilo svojstvo konvergencije stohastične matrice u matricu čiji su stupci međusobno jednaki. Kako je pokazano u poglavlju 3.7.4, metoda ANP nema to svojstvo,
3. Nova metoda mora biti takva da je njezinom primjenom moguće izračunavati težine kriterija, bez zavisnosti o alternativama. U metodi ANP, kriteriji i alternative su

međusobno zavisni, kako je to pokazano u poglavlju 3.7.2. Ovo istraživanje je limitirano na samo izračun kriterija čime je osigurano da je metodu moguće primijeniti za izračun težina kriterija bez zavisnosti o alternativama,

4. Korisnička složenost primjene metode SNAP mora biti manja od korisničke složenosti primjene metode ANP. Korisničku složenost možemo pratiti kroz nekoliko dimenzija:
   (a) Broj inputa koje korisnik unosi u model. U metodi ANP donositelj odluke (korisnik) mora u model unijeti veliki broj usporedbi u parovima (analiza dana u poglavlju 3.7.1) čime je složenost metode s pozicije korisnika vrlo visoka. Broj inputa koji korisnik mora dati u metodi SNAP treba biti značajno manji od broja inputa koji korisnik daje prilikom provođenja metode ANP,
   (b) Razumijevanje inputa koje korisnik unosi u model. Kako je opisano u poglavlju 3.7.1, u metodi ANP korisnik često ne razumije zadatak, tj. procjenu koju treba dati. Na razini kriterija, ponekad se ista dva kriterija trebaju usporediti po nekoliko puta, svaki put s obzirom na neki drugi kriterij, a na razini klastera, ponekad se ista dva klastera trebaju usporediti po nekoliko puta, svaki put s obzirom na neki drugi klaster. Na razini klastera situacija je dodatno zakomplicirana kada se treba dati usporedba dvaju klastera s obzirom na jedan od njih. U novoj metodi cilj je izbjeći ovakve konfuzije te na neki drugi način u model ugraditi odgovarajuće informacije o problemu odlučivanja koje odgovaraju upravo tim manje razumljivim usporedbama u parovima,
   (c) Strukturiranje problema odlučivanja. Već je ranije navedeno da kvaliteta postavke (strukture) problema odlučivanja utječe na rezultate procesa primjene neke metode odlučivanja. Mrežna struktura problema odlučivanja prirodna je struktura za opisivanje elemenata problema odlučivanja i njihovih međusobnih utjecaja. Ipak, u metodi ANP, ta mrežna struktura je i hijerarhijska kada govorimo o grupiranju kriterija u klastere (Slika 3.5). To direktno utječe na usporedbe u parovima koje će se u metodi ANP trebati odraditi. Cilj nove metode je da bude što manje osjetljiva na to kako su kriteriji grupirani u klastere,
5. Navedene karakteristike možemo agregirati u jedinstveni zahtjev - nova metoda mora biti jednostavnija od metode ANP.

Kao što je u poglavlju 2 objašnjeno, znanstvena paradigma korištena u ovom istraživanju jest znanost o dizajniranju. Opći koraci tog pristupa dani su na Slici 5.1.

Početna točka u ovom istraživanju je opis i analiza problema istraživanja. Taj dio je pojašnjen u poglavlju 1 kada je identificirano da nam je za efikasno rješavanja problema odlučivanja među čijim kriterijima postoje zavisnosti (utjecaji) potrebna metoda koja će omogućavati takvo modeliranje. Ta metoda i postoji - to je metode ANP. Međutim, postoje brojne poteškoće u njezinoj primjeni zbog čega je stvarno stanje takvo da se mnogo više koriste neke druge metode za višekriterijsko odlučivanje. Također, u osnovnoj analizi bilo je uočeno da metoda ANP i metoda SNA imaju nešto zajedničko i da se mjere centraliteta iz SNA potencijalno mogu iskoristiti



Slika 5.1: Opći koraci znanosti o dizajniranju [145]

prilikom izračuna težina kriterija. Izlaz iz tog koraka DSRP procesa jest prijedlog nove metode za odlučivanje koja se temelji na metodi ANP i na metodi SNA.

U drugom koraku DSRP procesa bilo je potrebno napraviti dubinsku analizu metode ANP i metode SNA:

- Dubinskom analizom metode ANP dobili smo bolji uvid u funkcioniranje metode ANP i identificirali problematične dijelove te dijelove koji predstavljaju potencijal za preinake i smanjenje složenosti metode ANP kroz novu metodu,
- Dubinskom analizom metode SNA dobili smo pregled mjera centraliteta te identificirali one mjere koje možemo koristiti u daljnjem razvoju metode SNAP. Te mjere centraliteta su stupanj centraliteta i PageRank centralitet.

Osim toga, kao rezultat drugog koraka napravljen je detaljniji opis ciljeva (tj. karakteristka) koje želimo postići u novoj metodi. Također, u ovom dijelu došlo se do zaključka da će metoda SNAP biti dvokomponentna, tj. da se težine kriterija računati temeljem dva parametra. Jedan od njih je važnost kriterija u odnosu na cilj, a drugi je važnost kriterija koja proizlazi iz njegove centralnosti u mreži utjecaja među kriterijima odlučivanja.

Rezultati primjene drugog koraka znanosti o dizajniranju:

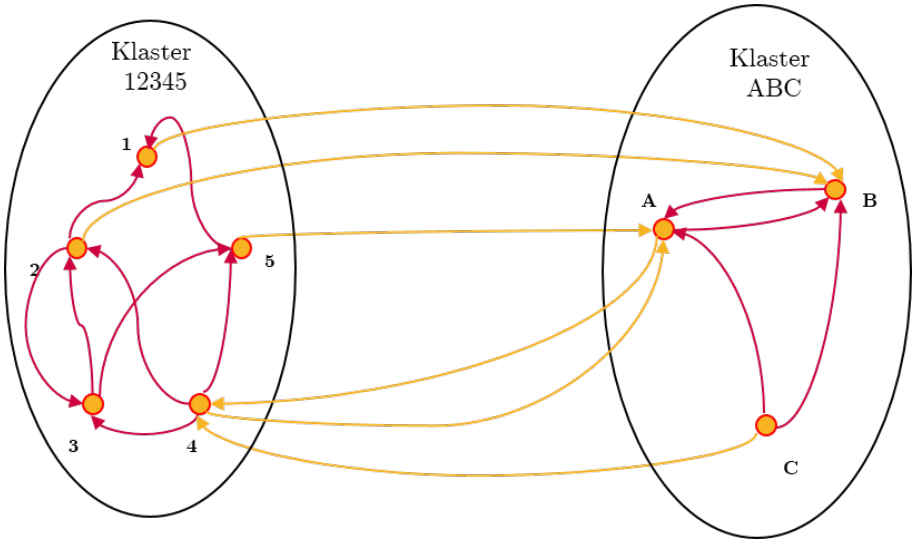
- Nova metoda će biti dvokomponentna, a komponente se odnose na dva međudobno nezavisna koncepta:
  - Prva komponenta nove metode odnosi se na uspoređivanje važnosti kriterija s obzirom na cilj odlučivanja - taj dio je i u novoj metodi jednak metodi AHP (baš kao i u metodi ANP). Metoda AHP nema većinu nedostataka koje susrećemo kod metode AHP i vrlo je prihvaćena od strane znanosti i struke te stoga taj dio nije mijenjan. Alternativno, važnost kriterija s obzirom na cilj odlučivanja može se odrediti i jednostavnijim postupkom. Takvi postupci su uglavnom temeljeni na konceptu ocjenjivanja (engl. *ratings*) što je već i ranije pojašnjeno.

S obzirom da smo pokazali da u metodi ANP usporedbe kriterija u odnosu na cilj nemaju utjecaja na konačne težine kriterija, prilikom provjere metode SNAP, tj. usporedbe rezultata primjene metoda ANP i SNAP, ovu komponentu metode SNAP nećemo uzimati u obzir prilikom uspoređivanja rezultata, već će se samo uspoređivati rezultati metode ANP s rezultatima druge komponente metode SNAP,

- Druga komponenta odnosi se na utjecaje među kriterijima koje ćemo opisivati kroz matricu utjecaja (zavisnosti), a takvu matricu potom transformirati u prioritete primijenjujući neke od mjera centraliteta (stupanj i PageRank),

- Utjecaje (zavisnosti) među kriterijima opisivat ćemo korištenjem postojeće i prihvaćene DEMATEL skale koja ima 4 stupnja:
  - 0 znači da nema utjecaja,
  - 1 znači postojanje niskog utjecaja,
  - 2 znači postojanje srednje jakog utjecaja,
  - 3 znači postojanje jakog utjecaja,
  - 4 znači postojanje vrlo jakog utjecaja.

  Ujedno, to su i jedini inputi u model. Neće biti potrebno davati različite usporedbe dvaju elemenata s obzirom na treći, što je vrlo često bilo nerazumljivo korisnicima,
- Na razini mreže utjecaja (zavisnosti) među kriterijima u novoj metodi nije potrebno uvoditi razinu klastera budući da će metoda moći samo temeljem orginalne matrice utjecaja među kriterijima izračunati težine kriterija. Pogledajmo Sliku 5.2.



Slika 5.2: Veze među kriterijima i klasterima

Pripadna matrica incidencije dana je u Tablici 5.1.

- U metodi ANP trebali bismo napraviti sljedeće usporedbe:
  - Usporedbu čvorova 2 i 5 s obzirom na čvor 1,
  - Usporedbu čvorova 3 i 4 s obzirom na čvor 2,
  - Usporedbu čvorova 2 i 4 s obzirom na čvor 3,
  - Usporedbu čvorova 3 i 4 s obzirom na čvor 5,

Tablica 5.1: Matrica incidencije za primjer sa Slike 5.2

		Klaster12345					KlasterABC		
		1	2	3	4	5	A	B	C
12345	1	0	0	0	0	0	0	1	0
	2	1	0	1	0	0	0	1	0
	3	0	1	0	0	1	0	0	0
	4	0	1	1	0	1	1	0	0
	5	1	0	0	0	0	1	0	0
ABC	A	0	0	0	1	0	0	1	0
	B	0	0	0	0	0	1	0	0
	C	0	0	0	1	0	1	1	0

    - Usporedbu čvorova 4 i 5 s obzirom na čvor A,
    - Usporedbu čvorova 1 i 2 s obzirom na čvor B,
    - Usporedbu čvorova A i C s obzirom na čvor 4,
    - Usporedbu čvorova B i C s obzirom na čvor A,
    - Usporedbu čvorova A i C s obzirom na čvor B,
    - Usporedbu klastera 12345 i ABC s obzirom na Klaster12345,
    - Usporedbu klastera 12345 i ABC s obzirom na KlasterABC,

    Upravo ovdje, potrebno je napraviti usporedbu dva elementa s obzirom na jedan od njih što je prilično nerazumljivo za korisnika. Također, zadnje dvije usporedbe rezultat su postojanja utjecaja među kriterijima iz dva različitih klastera. Stoga, kod usporedbe klastera treba voditi računa o utjecajima koji postoje među njima i unutar njih na razini kriterija. Tu je velika mogućnost za davanje pogrješne usporedbe jer se veliki broj parametara mora uzeti u obzir prilikom davanja usporedbe što čini davanje te usporedbe konfuznom i nerazumljivom,
- U metodi SNAP iskoristit ćemo inicijalne podatke o svim vezama među kriterijima među klasterima i ugraditi ih u matricu utjecaja. Radi se o praktički istim podacima koje koristimo i u metodi ANP na razini kriterija budući da u metodi ANP moramo, prilikom davanja usporedbi u parovima, na umu imati intenzitete utjecaja među kriterijima. Npr. da bi usporedili čvorove 2 i 5 s obzirom na čvor 1, moramo identificirati kojim intenzitetom utjecaja čvor 2 utječe na čvor 1 te kojim intenzitetom utjecaja čvor 5 utječe na čvor 1. K tome, određivanje intenziteta utjecaja među klasterima neće biti potrebno raditi, već možemo sve promatrati kao jedan klaster.

Treći korak procesa znanosti o dizajniranju bit će pokazan u dijelu 5.1. Tu će biti pokazani koraci metode SNAP. Osim toga, metoda će biti demonstrirana na tri primjera problema odlučivanja iz područja visokog obrazovanja.

Četvrti korak procesa znanosti o dizajniranju bit će prikazan u poglavlju 6. Tu će biti prikazani rezultati softverske simulacije kojom se uspoređivalo metodu ANP i metodu SNAP na općim

problemima odlučivanja te rezultati usporedbe primjene metode SNAP i metode ANP na tri primjera demonstrirana u 5.2. K tome, poglavlje sadrži završnu kvalitativnu analizu nove metode.

Konačno, zadnji korak procesa znanosti o dizajniranju bit će dan u završnom poglavlju ovog rada. Osim što će zaključak sadržavati rekapitulaciju rada s obzirom na ciljeve i hipoteze definirane u poglavlju 2, ovo poglavlje će sadržavati i popis diseminacijskih rezultata novog artefakta.

5.1 Koraci metode SNAP

Kao i kod kreiranja svakog drugog artefakta, teško je da će se desiti da će prva verzija biti optimalna i konačna. Tako je i u ovom istraživanju. Nakon što je neka verzija metode SNAP kreirana i provjerena na nekom primjeru, uočeno je da rezultat nije dobar (npr. usporedbom s rezultatima primjene metode ANP za isti primjer uočeno je da su razlike među težinama kriterija prevelike). Doista, paradigma procesa znanosti o dizajniranju predviđa povratnu vezu koja označava kontinuiranu doradu i unapređenje neke verzije artefakta u noviju i bolju verziju artefakta. Ovdje nećemo prikazivati sve faze verzije metode SNAP od početka istraživanja, već ćemo prezentirati one verzije koje su se pokazale dobrima u odnosu na ANP, a s metodološkog stajališta su logične.

U užem izboru predloženo je nekoliko verzija metode SNAP, a one se temelje, kada govorimo o metodi SNA, na stupnju centraliteta ili na PageRank centralitetu:

- stupanj centraliteta u usmjerenim težinskim grafovima realizira se kroz dvije mjere: ulazni (dolazni) stupanj centraliteta, jednadžba 4.8 (str. 101) i izlazni (odlazni) stupanj centraliteta, jednadžba 4.9 (str. 101). Nakon što se izračunaju oba stupnja centraliteta, računa se njihova razlika te radi normalizacija tih razlika korištenjem ranije prezentiranih mogućnosti normalizacija danih kroz izraze 4.62 (str. 116), 4.63 (str. 116) i 4.64 (str. 116),
- PageRank centralitet temelji se na izračunu potencija polazne matrice težinskih veza među kriterijima uz odgovarajuće prilagodbe kako bi se postigla stohastičnosti i ireducibilnost matrice težinskih veza. U tom smislu u ovom radu analizirat ćemo tri moguće varijante:
  - prva varijanta predstavlja primjenu nekih koraka metode DEMATEL te normalizaciju totalne matrice veza izraze 4.62 (str. 116), 4.63 (str. 116) i 4.64 (str. 116),
  - druga varijanta predstavlja primjenu PageRank centraliteta za težinske usmjerene grafove opisan u dijelu 4.3.2.3,
  - treća varijanta predstavlju primjenu novog, u ovom radu predloženog, algoritma za izračun PageRank centraliteta za težinske usmjerene grafove koji je predložen u dijelu 4.3.2.3.

  Prva i treća varijanta odgovaraju zahtjevu o nestohastičnosti normalizirane matrice težinskih veza čime su ova varijante djelomično neusporedive s metodom ANP.

Suštinska razlika između primjene stupnja centraliteta i PageRank centraliteta leži u poimanju pojma utjecaja među kriterijima. Prilikom evaluiranja postojanja utjecaja, a potom i određivanja njegovog intenziteta (kada utjecaj postoji), evaluatori mogu identificirati direktan utjecaj između dva kriterija neovisno od drugim kriterijima, a nekad razmišljaju na način da identificiraju ukupan utjecaj među elementima: direktan utjecaj agregiran sa svim indirektnim posrednim utjecajima preko drugih kriterija. U prvom slučaju, logično je prilikom izračuna težina kriterija primijeniti PageRank centralitet, a u drugom stupanj centraliteta. Pretpostavka primjene stupnja centraliteta jest da je već svukupna utjecajnost između dva kriterija (posredna i neposredna) uključena u orginalnoj matrici težinskih veza.

Koncept *direktne* utjecajnosti među kriterijima nije nužno tranzitivna relacija - kao što je to koncept važnosti među kriterijima s obzirom na cilj. Npr. ako k_1 utječe na k_2, a k_2 utječe na k_3, ne mora značiti da i k_1 *direktno* utječe na k_3, već utječe indirektno. U tom smislu, dok se evaliraju utjecaji među kriterijima, ne mora se voditi računa o (ne)konzistentnosti procjena. Kako kod PageRank centraliteta dok računamo potencije originalne matrice težinskih veza (H^l), mi zapravo računamo šetnje između kriterija duljine l koje podrazumijevaju tranzitivnost utjecajnosti među kriterijima. Npr. $h_{ij} \in H^2$ označava šetnje (tj. utjecajnosti) između vrhova i i j duljine 2, dakle - preko ostalih vrhova što podrazumijeva tranzitivnost odnosno postojanje posrednih utjecaja među kriterijima.

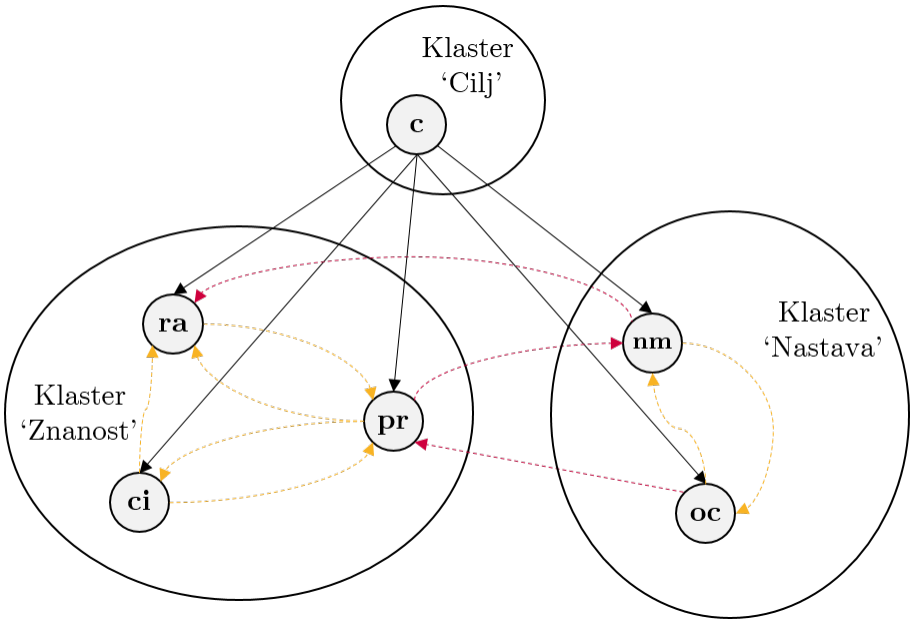
U metodi DEMATEL provodi se potenciranje matrice težinskih veza što je zajedničko s metodom za izračun PageRank centraliteta, no kako se radi o konvergenciji u 0, svaka iduća potencija (i kod DEMATEL-a i PageRank centraliteta) ima sve manji utjecaj na konačne težine.

U nastavku ćemo prikazati sve verzije metode SNAP i demonstrirati ih na pokaznom primjeru kojeg smo koristili i kod demonstracije metode ANP (Slika 3.6 bez alternativa (str. 54) $\rightarrowtail$ Slika 5.3, matrica veza 3.47 $\rightarrowtail$ 5.1).

$$
\begin{array}{c} Z \\ nm \\ oc \\ ra \\ ci \\ pr \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} nm & oc & ra & ci & pr \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccccc}
0 & 3 & 1.4 & 1 & 4 \\
4 & 0 & 2 & 0.9 & 1 \\
4 & 0.9 & 0 & 4 & 4 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 4 \\
0 & 3 & 4 & 4 & 0
\end{array}\right]
\end{array}
\tag{5.1}
$$

5.1.1 Metoda SNAP temeljena na stupnju centraliteta

Kako je ranije navedeno, metoda SNAP temeljena na stupnju centraliteta bit će analizirana kroz tri varijante ovisno o načinima normalizacije. Svaka od tih varijanti bit će evaluirana kroz dvije podvarijante: uključene ili isključene usporedbe s obzirom na cilj odlučivanja. Usporedbe s obzirom na cilj računaju se pomoću metode AHP pa ćemo u tom smislu i preuzeti već izračunate težine iz prvog stupca težinske supermatrice 3.36(str. 58): $w_{nm} = 0.08$, $w_{oc} = 0.17$, $w_{ra} = 0.185$, $w_{ci} = 0.185$, $w_{pr} = 0.38$.



Slika 5.3: Primjer problema odlučivanja

SNAP1/2

1. Ulaz je matrica (težinskih) veza (sukladno prikupljenim podacima na skali 0-4 za metodu DEMATEL),
2. Izračun odlaznog stupnja centraliteta, P_DO,
3. Izračun dolaznog stupnja centraliteta, P_DI,
4. Izračun razlike $r = P_DO - P_DI$,
5. Dodavanje konstante c na razlike r, $c = \max_{i=1}^{n}\{P_DO(i) - P_DI(i)\} - \min_{i=1}^{n}\{P_DO(i) - P_DI(i)\} = 7.4$,
6. Normalizacija vrijednosti $r + c$ po njihovom zbroju,
7. U varijanti SNAP1 još se računa prosjek dobivenih težina iz prethodnog koraka s težinama kriterija u odnosu na cilj.

Tablica 5.2: Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP1 i SNAP2

	nm	oc	ra	ci	pr	P_DO	P_DI	r	$r+c$	SNAP2	AHP	SNAP1
nm	0.00	3.00	1.40	1.00	4.00	9.40	9.00	0.40	7.80	0.21	0.08	0.15
oc	4.00	0.00	2.00	0.90	1.00	7.90	7.90	0.00	7.40	0.20	0.17	0.19
ra	4.00	0.90	0.00	4.00	4.00	12.90	8.40	4.50	11.90	0.32	0.185	0.25
ci	1.00	1.00	1.00	0.00	4.00	7.00	9.90	-2.90	4.50	0.12	0.185	0.15
pr	0.00	3.00	4.00	4.00	0.00	11.00	13.00	-2.00	5.40	0.15	0.38	0.26
	9.00	7.90	8.40	9.90	13.00			7.40	37.00			

Osnove SNAP1 metode prezentirane su u radu [71]. Ove dvije varijante vrlo su jednostavne. Od korisnika se traži da identificira sve utjecaje među kriterijim i procijeni njihove intenzitete. Potom slijedi jednostavna primjena izračuna stupnja centraliteta - dolaznog i odlaznog stupnja centraliteta. Nakon toga njih oduzimamo. Ako je razlika pozitivna, odlazni stupanj centraliteta

veći je od dolaznog i po definiciji mjere stupnja centraliteta, takav element ima veću važnost u mreži. Ako je razlika negativna, element ima manju važnost u mreži. U konačnici, cilj nam je svesti te razlike na pozitivnu skalu uz uvjet da je zbroj težina svih elemenata (kriterija) jednaka 1.

Kako je navedeno u zadnjem koraku - za metodu SNAP1 još radimo i aritmetičku sredinu s rezultatima metode AHP kako bi agregirali obje komponente težine kriterija u jednu vrijednost (važnost kriterija s obzirom na cilj i snagu kriterija u smislu utjecaja/zavisnosti).

SNAP3/4

1. Ulaz je matrica težinskih veza,
2. Izračun odlaznog stupnja centraliteta, P_DO, i dolaznog stupnja centraliteta, P_DI,
3. Izračun razlike $r = P_DO - P_DI$,
4. Dodavanje konstante c na razlike r, $c = |\min_{i=1}^{n} \{P_DO(i) - P_DI(i)\}| + 1 = 3.9$,
5. Normalizacija vrijednosti $r + c$ po njihovom zbroju,
6. U varijanti SNAP3 još se računa prosjek dobivenih težina iz prethodnog koraka s težinama kriterija u odnosu na cilj.

Tablica 5.3: Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP3 i SNAP4

	nm	oc	ra	ci	pr	P_DO	P_DI	r	$r+c$	SNAP4	AHP	SNAP3
nm	0.00	3.00	1.40	1.00	4.00	9.40	9.00	0.40	4.30	0.22	0.08	0.15
oc	4.00	0.00	2.00	0.90	1.00	7.90	7.90	0.00	3.90	0.20	0.17	0.19
ra	4.00	0.90	0.00	4.00	4.00	12.90	8.40	4.50	8.40	0.43	0.185	0.31
ci	1.00	1.00	1.00	0.00	4.00	7.00	9.90	-2.90	1.00	0.05	0.185	0.12
pr	0.00	3.00	4.00	4.00	0.00	11.00	13.00	-2.00	1.90	0.10	0.38	0.24
	9.00	7.90	8.40	9.90	13.00			3.9	19.50			

SNAP5/6

1. Ulaz je matrica težinskih veza,
2. Izračun odlaznog stupnja centraliteta, P_DO, i dolaznog stupnja centraliteta, P_DI,
3. Izračun razlike $r = P_DO - P_DI$,
4. Dodavanje konstante c na razlike r, $c = 4(n-1) = 16$,
5. Normalizacija vrijednosti $r + c$ po njihovom zbroju,
6. U varijanti SNAP5 još se računa prosjek dobivenih težina iz prethodnog koraka s težinama kriterija u odnosu na cilj.

Varijante metode SNAP SNAP3/4/5/6 su modifikacije varijanti SNAP1/2. Jedina razlika u metodama je način na koji se razlike stupnja odlaznog i dolaznog stupnja centraliteta normaliziraju na pozitivnu skalu i težine kriterija čiji je zbroj 1. Normalizacijske konstante objašnjene su već ranije, u dijelu 4.3.2.2. Normalizacijske konstante kreću se od vrijednosti apsolutne minimalne razlike odlaznog i dolaznog stupnja centraliteta pa, teoretski, do beskonačnosti. Kod normalizacijske konstante koja je jednaka apsolutnoj minimalnoj razlici

Tablica 5.4: Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP5 i SNAP6

	nm	oc	ra	ci	pr	P_DO	P_DI	r	$r+c$	SNAP6	AHP	SNAP5
nm	0.00	3.00	1.40	1.00	4.00	9.40	9.00	0.40	16.40	0.21	0.08	0.14
oc	4.00	0.00	2.00	0.90	1.00	7.90	7.90	0.00	16.00	0.20	0.17	0.19
ra	4.00	0.90	0.00	4.00	4.00	12.90	8.40	4.50	20.50	0.26	0.185	0.22
ci	1.00	1.00	1.00	0.00	4.00	7.00	9.90	-2.90	13.10	0.16	0.185	0.17
pr	0.00	3.00	4.00	4.00	0.00	11.00	13.00	-2.00	14.00	0.18	0.38	0.28
	9.00	7.90	8.40	9.90	13.00			16.0	80.00			

odlaznog i dolaznog stupnja centraliteta dobit ćemo najveće razlike u težinama kriterija, a što je normalizacijska konstanta veća, razlike se smanjuju i težine teže k jednakima. U evaluaciji metode vidjet ćemo rezultati koje varijante metode SNAP se najbolje poklapa s rezultatima primjene metode ANP.

5.1.2 Metoda SNAP temeljena na PageRank centralitetu

Kao što je ranije najavljeno, ovdje obrađujemo tri para metode SNAP kojima je zajedničko potenciranje modificirane matrice težinskih veza. Oni se temelje na izračunu PageRank centraliteta za težinske usmjerene grafove).

SNAP7/8

1. Ulaz u metodu je matrica utjecaja,
2. Izračun zbrojeva stupaca i identifikacija maksimalnog zbroja stupca,
3. Izračun normalizirane matrice težinskih veza utjecaja koja se dobije dijeljenjem matrice utjecaja s maksimalnim zbrojem stupca uvećanim za 1 (ovdje se dakle, ne postiže stohastičnost matrice, kao u metodi ANP),
4. Izračun matrice koja predstavlja razliku jedinične matrice i matrice iz normalizirane matrice težinskih veza utjecaja,
5. Izračun inverzne matrice iz prethodnog koraka,
6. Umnožak normalizirane matrice težinskih utjecaja i matrice iz prethodnog koraka,
7. Izračun P_DO, P_DI i njihove razlike (r) za matricu iz prethodnog koraka,
8. Dodavanje konstante c na r, $c = \max_{i=1}^{n} \{P_DO(i) - P_DI(i)\} - \min_{i=1}^{n} \{P_DO(i) - P_DI(i)\}$,
9. Za varijantu SNAP7 izračun prosjeka dobivenih težina iz prethodnog koraka s težinama kriterija u odnosu na cilj.

SNAP7/8 predstavljaju prvi od tri para varijanti metode SNAP u kojima se u obzir uzimaju šetnje u grafovima (posredni utjecaji među kriterijima). Radi se o primjeni predloženog PageRank centraliteta za težinske i usmjerene grafove koji se temelji na metodi DEMATEL, a potom o primjeni načela iz SNAP1/2 varijante metode SNAP: izračun odlaznog i dolaznog stupnja centraliteta te normalizacije njegove razlike. Za demo primjer totalna matrica veza i prikaz težina kriterija preko metoda SNAP7 i SNAP8 dana je u Tablici 5.5.

Tablica 5.5: Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP7 i SNAP8 (prikaz počinje od koraka 6 metoda SNAP7/8)

	nm	oc	ra	ci	pr	P_DO	P_DI	r	$r+c$	SNAP8	AHP	SNAP7
nm	1.12	1.35	1.35	1.50	1.93	7.25	6.32	0.94	5.67	0.24	0.08	0.16
oc	1.27	0.98	1.20	1.27	1.54	6.27	6.29	-0.02	4.71	0.20	0.17	0.18
ra	1.69	1.53	1.58	2.11	2.46	9.37	6.85	2.52	7.25	0.31	0.185	0.25
ci	0.93	0.97	1.07	1.13	1.59	5.70	7.91	-2.21	2.52	0.11	0.185	0.15
pr	1.30	1.45	1.65	1.89	1.89	8.19	9.42	-1.23	3.50	0.15	0.38	0.26
	6.32	6.29	6.85	7.91	9.42			4.73	23.64			

SNAP9/10

1. Ulaz u metodu je matrica težinskih veza utjecaja (C),
2. Normalizacija matrice veza po sumi stupaca kako bi se dobila stohastična matrica,
3. Ako neki stupac sadrži sve nule tada ga zamijeniti s $\frac{1}{n}$ (n je broj kriterija) da dobijemo matricu S (matrica S),
4. Određivanje matrice E; to je matrica reda n čije su vrijednosti jednake i iznose $\frac{1}{n}$,
5. Izračun matrice $G = 0.85 \cdot S + 0.15 \cdot E$ (stohastična i ireducibilna matrica),
6. Potenciranje matrice G do konvergencije (s obzirom da je matrica G stohastična i ireducibilna, kovergencija u matricu čiji su stupci međusobno jednaki je osigurana),
7. Za varijantu SNAP9 izračun prosjeka dobivenih težina iz prethodnog koraka s težinama kriterija u odnosu na cilj.

$$G = \frac{85}{100}\begin{bmatrix} 0.00 & 0.38 & 0.17 & 0.10 & 0.31 \\ 0.44 & 0.00 & 0.24 & 0.09 & 0.08 \\ 0.44 & 0.11 & 0.00 & 0.40 & 0.31 \\ 0.11 & 0.13 & 0.12 & 0.00 & 0.31 \\ 0.00 & 0.38 & 0.48 & 0.40 & 0.00 \end{bmatrix} + \frac{15}{100}\begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0.03 & 0.35 & 0.17 & 0.12 & 0.29 \\ 0.41 & 0.03 & 0.23 & 0.11 & 0.10 \\ 0.41 & 0.13 & 0.03 & 0.37 & 0.29 \\ 0.12 & 0.14 & 0.13 & 0.03 & 0.29 \\ 0.03 & 0.35 & 0.43 & 0.37 & 0.03 \end{bmatrix} \tag{5.2}$$

$$G^{\infty} = \begin{bmatrix} 0.1960 & 0.1960 & 0.1960 & 0.1960 & 0.1960 \\ 0.1790 & 0.1790 & 0.1790 & 0.1790 & 0.1790 \\ 0.2357 & 0.2357 & 0.2357 & 0.2357 & 0.2357 \\ 0.1533 & 0.1533 & 0.1533 & 0.1533 & 0.1533 \\ 0.2359 & 0.2359 & 0.2359 & 0.2359 & 0.2359 \end{bmatrix} \tag{5.3}$$

SNAP9/10 varijante metode SNAP predstavljaju direktnu primjenu algoritma za računanje

Tablica 5.6: Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP9 i SNAP10

	nm	oc	ra	ci	pr	SNAP10	AHP	SNAP9
nm	0.00	3.00	1.40	1.00	4.00	0.20	0.08	0.14
oc	4.00	0.00	2.00	0.90	1.00	0.18	0.17	0.17
ra	4.00	0.90	0.00	4.00	4.00	0.24	0.19	0.21
ci	1.00	1.00	1.00	0.00	4.00	0.15	0.19	0.17
pr	0.00	3.00	4.00	4.00	0.00	0.24	0.38	0.31

težinskog PageRank centraliteta za usmjerene grafove. Koraci PageRank centraliteta osiguravaju konvergenciju modificiranih ulaznih podataka. Ova varijanta metode SNAP (SNAP10) u potpunosti je usporediva s metodom ANP za razliku od SNAP8(/7) i SNAP12(/11) kod ne postoje koraci koji bi osigurali stohastičnu matricu koja se potencira.

SNAP11/12

1. Ulaz u metodu je matrica težinskih veza utjecaja (C),
2. Izračun zbrojeva stupaca i identificija maksimalnog zbroja stupaca,
3. Izračun normalizirane matrice težinskih veza utjecaja S koja se dobije dijeljenjem matrice utjecaja s maksimalnim zbrojem stupca uvećanim za 1,
4. Određivanje matrice E; to je matrica reda n čije su vrijednosti jednake i iznose $\frac{1}{n}$,
5. Izračun matrice $G = 0.85 \cdot S + 0.15 \cdot E$,
6. Izračun matrice $I - G$ (I je jedinična matrica),
7. Izračun inverza matrice $I - G$,
8. Umnožak matrice G s matricom $(I - G)^{-1}$,
9. Izračun $P_D O$, $P_D I$ i njihove razlike (r) za matricu iz prethodnog koraka,
10. Dodavanje konstante c na r, $c = \max_{i=1}^{n} \{P_D O(i) - P_D I(i)\} - \min_{i=1}^{n} \{P_D O(i) - P_D I(i)\}$,
11. Za varijantu SNAP11 izračun prosjeka dobivenih težina iz prethodnog koraka s težinama kriterija u odnosu na cilj.

$$G = \frac{85}{100} \begin{bmatrix} 0,00 & 0,21 & 0,10 & 0,07 & 0,29 \\ 0,29 & 0,00 & 0,14 & 0,06 & 0,07 \\ 0,29 & 0,06 & 0,00 & 0,29 & 0,29 \\ 0,07 & 0,07 & 0,07 & 0,00 & 0,29 \\ 0,00 & 0,21 & 0,29 & 0,29 & 0,00 \end{bmatrix} + \frac{15}{100} \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0,03 & 0,21 & 0,12 & 0,09 & 0,27 \\ 0,27 & 0,03 & 0,15 & 0,08 & 0,09 \\ 0,27 & 0,08 & 0,03 & 0,27 & 0,27 \\ 0,09 & 0,09 & 0,09 & 0,03 & 0,27 \\ 0,03 & 0,21 & 0,27 & 0,27 & 0,03 \end{bmatrix} \tag{5.4}$$

$$G \cdot (I - G)^{-1} = \begin{bmatrix} 0,36 & 0,51 & 0,46 & 0,48 & 0,67 \\ 0,53 & 0,32 & 0,43 & 0,41 & 0,50 \\ 0,62 & 0,49 & 0,46 & 0,72 & 0,81 \\ 0,34 & 0,36 & 0,38 & 0,36 & 0,60 \\ 0,42 & 0,53 & 0,61 & 0,67 & 0,54 \end{bmatrix} \tag{5.5}$$

SNAP11/12 predstavljaju primjenu novog algoritma za računanje PageRank centraliteta za usmjerene težinske grafove kako je predloženo na kraju dijela 4.3.2.3. Iako ova varijanta metode SNAP nije u potpunosti usporediva s metodom ANP (zbog stohastičnosti), ova varijanta ima svoju vrijednost upravo zbog toga što ne "robuje" stohastičnosti. Ukoliko se pokaže da varijanta SNAP10 pokazuje dobre rezultate u odnosu na metodu ANP, čime bi se potvrdilo da PageRank algoritam daje dobre težine kriterija (u donosu na ANP), onda ovu varijanti možemo smatrati boljim rješenjem od metode ANP jer se u ovoj varijanti problem ne relativizira kao što je to bio slučaj kod metode ANP (dio 3.7.4).

Tablica 5.7: Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP11 i SNAP12

	nm	oc	ra	ci	pr	P_DO	P_DI	r	$r+c$	SNAP12	AHP	SNAP11
nm	0.36	0.51	0.46	0.48	0.67	2.48	2.27	0.21	1.57	0.23	0.08	0.16
oc	0.53	0.32	0.43	0.41	0.50	2.20	2.21	-0.01	1.35	0.20	0.17	0.18
ra	0.62	0.49	0.46	0.72	0.81	3.11	2.35	0.76	2.12	0.31	0.19	0.25
ci	0.34	0.36	0.38	0.36	0.60	2.04	2.64	-0.60	0.76	0.11	0.19	0.15
pr	0.42	0.53	0.61	0.67	0.54	2.76	3.12	-0.36	1.00	0.15	0.38	0.26
	2.27	2.21	2.35	2.64	3.12			1.36	6.80			

5.2 Demonstracija metode SNAP

Detaljniju implementaciju metode SNAP demonstrirat ćemo na tri primjera:

- Određivanje težina kriterija u problemu evaluacije znanstvenika,
- Određivanje težina domena u modelu za procjenu digitalne zrelosti visokih učilišta,
- Određivanje prioriteta strateških ciljeva u Strateškoj mapi ciljeva na Fakultetu organizacije i informatike.

Sva tri problema odlučivanja barem dijelom su predmet istraživanja na projektu Higher Decision u sklopu kojeg su organizirane različite radionice i fokus grupe kako bi se prikupili podaci potrebni za primjenu metoda odlučivanja.

5.2.1 Određivanje težina kriterija u problemu evaluacije znanstvenika

Fakultet organizacije i informatike donio je odluku o instruktivnim pokazateljima, tj. kriterijima kojima se vrednuju kandidati koji se javljaju na objavljeni natječaj za znanstveno-nastavno zvanje i radno mjesto docenta [138, 18]. Kriteriji su podijeljeni u tri skupine:

- Znanstveni rad:
  - Vođenje i sudjelovanje u međunarodnim i domaćim znanstvenim i razvojnim projektima, sudjelovanje u pozitivno recenziranim prijavama projekata,
  - objave u priznatim časopisima i konferencijama,
  - Osavršavanja na priznatim institucijama,
  - Umrežavanje sa znanstvenicima izvan institucije – radovi u koautorstvu, pisma preporuke priznatih profesora, pozvana predavanja na institucijama, (prihvaćena) odlazna mobilnost,
  - Recenzent u časopisima i konferencijama,
  - Pozvana predavanja na konferencijama,
  - Područje doktorata,
- Nastavne aktivnosti:
  - Mišljenje Povjerenstva za kvalitetu o rezultatima i komentarima studentske ankete na zahtjev kandidata,
  - Doprinos razvoju predmeta ili skupine predmeta,
  - Priređeni i objavljeni materijali za studente: sveučilišni udžbenici, fakultetski udžbenici, priručnici, monografije koje su uvrštene u obaveznu literaturu, recenzirani materijali za e-učenje i sl.,
  - Procjena rada od strane kolega nastavnika, ocjena kolega nastavnika (*peer assessment* ako postoji, pismo preporuke),
  - Vrednovanje doprinosa e-učenju i kompetencija iz e-učenja,
  - Izvođenje nastave (predavanja, seminara, vježbi),
  - Mentorstva završnih i diplomskih radova,
  - Mentoriranje studenata na natjecanjima, mentoriranje nagrađenih studenata,
  - Pedagoško-psihološko usavršavanje,
- Doprinos društvu (instituciji):
  - Rad na znanstvenim i stručnim projektima, rad na internim projektima organizacije, suradnja s gospodarstvom, lokalnom i javnom upravom,
  - Sudjelovanje u radu povjerenstva, odbora, udruga, te obavljanje ostalih obaveza na institucijskoj, sveučilišnoj i nacionalnoj razini,
  - Članstva u organizacijskim odborima časopisa i konferencija iz područja djelovanja FOI-a,
  - Predsjedanje, aktivna članstva u udrugama ili odborima važnima za instituciju,
  - Popularizacija znanosti.

Nova metoda bit će primijenjena za izračun težina kriterija unutar skupine kriterija koje se odnose na znanstveni rad. Taj podskup kriterija može se koristiti prilikom evaluacije kandidata s perspektive znanstvenog rada što je slučaj kod npr. odabira laureata za *Nagradu za mladog znanstvenika*.

Podaci potrebni za provođenje metode SNAP prikupljeni su u sklopu radionica na projektu HigherDecision. Prije radionice pripremljeni su obrasci za prikupljanje podataka, a podaci su prikupljani od sudionika koji su eksperti u području visokog obrazovanja koji imaju odgovarajuće menadžerske vještine i iskustva, sadašnji i bivši članovi uprava visokoobrazovnih institucija, izvanredni i redovni profesori. Ukupno je sudjelovalo 30 sudionika koji su dali svoje inpute bilo kroz radionicu bilo kroz druge projektne aktivnosti. Isti sudionici davali su i odgovarajuće procjene - usporedbe u parovima - potrebne u metodi ANP što će biti pokazano kasnije kod evaluacije metode SNAP usporedbom s metodom ANP. Prvo su podaci prikupljeni korištenjem DEMATEL skale uz pomoć pripremljenih obrazaca u MS Excelu. Pojedinačne procjene agregirane su u zajedničke procjene kako je prikazano u Tablici 5.8.

Tablica 5.8: Agregirani utjecaji među kriterijima prikupljeni od strane sudionika

	Znanstveni projekti	Objave radova	Usavršavanja	Umrežavanje van institucije	Recenziranje radova	Pozvana predavanja	Područje doktorata
Znanstveni projekti	0.00	3.83	2.00	3.00	1.33	1.83	3.33
Objave radova	2.33	0.00	1.83	1.83	2.83	2.17	3.00
Usavršavanja	2.33	2.00	0.00	3.00	0.83	1.67	2.33
Umrežavanje van institucije	3.17	3.00	2.67	0.00	0.83	2.75	2.67
Recenziranje radova	1.00	2.33	1.17	1.00	0.00	0.92	0.83
Pozvana predavanja	1.92	1.50	2.00	2.83	1.00	0.00	1.17
Područje doktorata	2.67	2.83	2.83	2.33	1.00	1.83	0.00

Procjene važnosti kriterija s obzirom na cilj prikupljeni su uz pomoć softvera Superdecisions te su potom pojedinačne procjene agregirane geometrijskom sredinom u zajedničke procjene iz čega su približnim postupkom izračunate težine kriterija s obzirom na cilj. Agregirane usporedbe dane su u Tablici 5.9, a težine kriterija su:

- $w(zp) = 0.15$,
- $w(or) = 0.3$,
- $w(u) = 0.2$,
- $w(uvi) = 0.1$,

- $w(rr) = 0.1$,
- $w(pp) = 0.1$,
- $w(pd) = 0.05$.

Tablica 5.9: Agregirane usporedbe u parovima kriterija u odnosu na cilj

	Znanstveni projekti	Objave radova	Usavršavanja	Umrežavanje van institucije	Recenziranje radova	Pozvana predavanja	Područje doktorata
Znanstveni projekti	1.00	0.50	0.75	1.33	1.33	1.33	3.00
Objave radova	2.00	1.00	3.00	3.00	3.00	3.00	6.00
Usavršavanja	1.33	0.33	1.00	2.00	2.00	2.00	4.00
Umrežavanje van institucije	0.75	0.33	0.50	1.00	1.00	1.00	2.00
Recenziranje radova	0.75	0.33	0.50	1.00	1.00	1.00	2.00
Pozvana predavanja	0.75	0.33	0.50	1.00	1.00	1.00	2.00
Područje doktorata	0.33	0.17	0.25	0.50	0.50	0.50	1.00

Rezultati primjene metode SNAP:

- Rezultati primjene metoda SNAP1 i SNAP2 dani su u Tablici 5.10 (str. 141),
- Rezultati primjene metoda SNAP3 i SNAP4 dani su u Tablici 5.11 (str. 142),
- Rezultati primjene metoda SNAP5 i SNAP6 dani su u Tablici 5.12 (str. 143),
- Rezultati primjene metoda SNAP7 i SNAP8 dani su u Tablici 5.13 (str. 144),
- Rezultati primjene metoda SNAP9 i SNAP10 dani su u Tablici 5.14 (str. 145) (težine za SNAP10 su dobivene PageRank algoritmom preko jednadžbi 5.6 i 5.7),
- Rezultati primjene metoda SNAP11 i SNAP12 dani su u Tablici 5.15 (str. 147) (težine za SNAP12 su dobivene nestohastičnim PageRank algoritmom preko jednadžbi 5.8 i 5.9).

Tablica težina kriterija po različitim varijantama metode SNAP dana je u Tablici 5.16 (str. 148).

Tablica 5.10: Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP1 i SNAP2

	Znanstveni projekti	Objave radova	Usavršavanja	Umrežavanje van institucije	Recenziranje radova	Pozvana predavanja	Područje doktorata	P_DO	P_DI	r	$r+c$	SNAP2	AHP	SNAP1
Znanstveni projekti	0.00	3.83	2.00	3.00	1.33	1.83	3.33	15.33	13.42	1.92	5.33	0.22	0.15	0.19
Objave radova	2.33	0.00	1.83	1.83	2.83	2.17	3.00	14.00	15.50	-1.50	1.92	0.08	0.3	0.19
Usavršavanja	2.33	2.00	0.00	3.00	0.83	1.67	2.33	12.17	12.50	-0.33	3.08	0.13	0.2	0.16
Umrežavanje van institucije	3.17	3.00	2.67	0.00	0.83	2.75	2.67	15.08	14.00	1.08	4.50	0.19	0.1	0.14
Recenziranje radova	1.00	2.33	1.17	1.00	0.00	0.92	0.83	7.25	7.83	-0.58	2.83	0.12	0.1	0.11
Pozvana predavanja	1.92	1.50	2.00	2.83	1.00	0.00	1.17	10.42	11.17	-0.75	2.67	0.11	0.1	0.11
Područje doktorata	2.67	2.83	2.83	2.33	1.00	1.83	0.00	13.50	13.33	0.17	3.58	0.15	0.05	0.10
	13.42	15.50	12.50	14.00	7.83	11.17	13.33			3.42	23.92			

Tablica 5.11: Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP3 i SNAP4

	Znanstveni projekti	Objave radova	Usavršavanja	Umrežavanje van institucije	Recenziranje radova	Pozvana predavanja	Područje doktorata	P_DO	P_DI	r	$r+c$	SNAP4	AHP	SNAP3
Znanstveni projekti	0.00	3.83	2.00	3.00	1.33	1.83	3.33	15.33	13.42	1.92	4.42	0.25	0.15	0.20
Objave radova	2.33	0.00	1.83	1.83	2.83	2.17	3.00	14.00	15.50	-1.50	1.00	0.06	0.3	0.18
Usavršavanja	2.33	2.00	0.00	3.00	0.83	1.67	2.33	12.17	12.50	-0.33	2.17	0.12	0.2	0.16
Umrežavanje van institucije	3.17	3.00	2.67	0.00	0.83	2.75	2.67	15.08	14.00	1.08	3.58	0.20	0.1	0.15
Recenziranje radova	1.00	2.33	1.17	1.00	0.00	0.92	0.83	7.25	7.83	-0.58	1.92	0.11	0.1	0.10
Pozvana predavanja	1.92	1.50	2.00	2.83	1.00	0.00	1.17	10.42	11.17	-0.75	1.75	0.10	0.1	0.10
Područje doktorata	2.67	2.83	2.83	2.33	1.00	1.83	0.00	13.50	13.33	0.17	2.67	0.15	0.05	0.10
	13.42	15.50	12.50	14.00	7.83	11.17	13.33			2.50	17.50			

Tablica 5.12: Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP5 i SNAP6

	Znanstveni projekti	Objave radova	Usavršavanja	Umrežavanje van institucije	Recenziranje radova	Pozvana predavanja	Područje doktorata	P_DO	P_DI	r	$r+c$	SNAP6	AHP	SNAP5
Znanstveni projekti	0.00	3.83	2.00	3.00	1.33	1.83	3.33	15.33	13.42	1.92	25.92	0.15	0.15	0.15
Objave radova	2.33	0.00	1.83	1.83	2.83	2.17	3.00	14.00	15.50	-1.50	22.50	0.14	0.3	0.22
Usavršavanja	2.33	2.00	0.00	3.00	0.83	1.67	2.33	12.17	12.50	-0.33	23.67	0.14	0.2	0.17
Umrežavanje van institucije	3.17	3.00	2.67	0.00	0.83	2.75	2.67	15.08	14.00	1.08	25.08	0.15	0.1	0.12
Recenziranje radova	1.00	2.33	1.17	1.00	0.00	0.92	0.83	7.25	7.83	-0.58	23.42	0.14	0.1	0.12
Pozvana predavanja	1.92	1.50	2.00	2.83	1.00	0.00	1.17	10.42	11.17	-0.75	23.25	0.14	0.1	0.12
Područje doktorata	2.67	2.83	2.83	2.33	1.00	1.83	0.00	13.50	13.33	0.17	24.17	0.14	0.05	0.10
	13.42	15.50	12.50	14.00	7.83	11.17	13.33			24.00	196.00			

Tablica 5.13: Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP7 i SNAP8

TRM (korak 6 metode)	Znanstveni projekti	Objave radova	Usavršavanja	Umrežavanje van institucije	Recenziranje radova	Pozvana predavanja	Područje doktorata	P_DO	P_DI	r	$r+c$	SNAP8	AHP	SNAP7
Znanstveni projekti	0.78	1.07	0.84	0.95	0.56	0.77	0.97	5.93	5.24	0.68	2.00	0.22	0.15	0.18
Objave radova	0.81	0.76	0.74	0.80	0.57	0.70	0.84	5.21	5.84	-0.64	0.68	0.07	0.30	0.19
Usavršavanja	0.78	0.83	0.60	0.82	0.44	0.64	0.78	4.89	4.88	0.01	1.32	0.14	0.20	0.17
Umrežavanje van institucije	0.94	1.01	0.86	0.79	0.52	0.80	0.92	5.84	5.37	0.48	1.79	0.19	0.10	0.15
Recenziranje radova	0.44	0.55	0.42	0.45	0.24	0.38	0.44	2.91	3.20	-0.29	1.03	0.11	0.10	0.11
Pozvana predavanja	0.66	0.70	0.63	0.72	0.39	0.47	0.63	4.19	4.45	-0.25	1.06	0.12	0.10	0.11
Područje doktorata	0.84	0.93	0.80	0.84	0.49	0.70	0.70	5.30	5.28	0.02	1.33	0.14	0.05	0.10
	5.24	5.84	4.88	5.37	3.20	4.45	5.28			1.32	9.23			

$$G = \frac{85}{100}\begin{bmatrix} 0.00 & 0.25 & 0.16 & 0.21 & 0.17 & 0.16 & 0.25 \\ 0.17 & 0.00 & 0.15 & 0.13 & 0.36 & 0.19 & 0.23 \\ 0.17 & 0.13 & 0.00 & 0.21 & 0.11 & 0.15 & 0.18 \\ 0.24 & 0.19 & 0.21 & 0.00 & 0.11 & 0.25 & 0.20 \\ 0.07 & 0.15 & 0.09 & 0.07 & 0.00 & 0.08 & 0.06 \\ 0.14 & 0.10 & 0.16 & 0.20 & 0.13 & 0.00 & 0.09 \\ 0.20 & 0.18 & 0.23 & 0.17 & 0.13 & 0.16 & 0.00 \end{bmatrix} + \frac{15}{100}\begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.23 & 0.16 & 0.20 & 0.17 & 0.16 & 0.23 \\ 0.17 & 0.02 & 0.15 & 0.13 & 0.33 & 0.19 & 0.21 \\ 0.17 & 0.13 & 0.02 & 0.20 & 0.11 & 0.15 & 0.17 \\ 0.22 & 0.19 & 0.20 & 0.02 & 0.11 & 0.23 & 0.19 \\ 0.08 & 0.15 & 0.10 & 0.08 & 0.02 & 0.09 & 0.07 \\ 0.14 & 0.10 & 0.16 & 0.19 & 0.13 & 0.02 & 0.10 \\ 0.19 & 0.18 & 0.21 & 0.16 & 0.13 & 0.16 & 0.02 \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

$$G^{\infty} = \begin{bmatrix} 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 \\ 0.16 & 0.16 & 0.16 & 0.16 & 0.16 & 0.16 & 0.16 \\ 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 & 0.14 \\ 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 & 0.17 \\ 0.09 & 0.09 & 0.09 & 0.09 & 0.09 & 0.09 & 0.09 \\ 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 & 0.12 \\ 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 & 0.15 \end{bmatrix} \tag{5.7}$$

Tablica 5.14: Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP9 i SNAP10

	ZP	OR	U	UVI	RR	PP	PD	SNAP10	AHP	SNAP9
Znanstveni projekti (ZP)	0.00	3.83	2.00	3.00	1.33	1.83	3.33	0.17	0.15	0.16
Objave radova (OR)	2.33	0.00	1.83	1.83	2.83	2.17	3.00	0.16	0.30	0.23
Usavršavanja (U)	2.33	2.00	0.00	3.00	0.83	1.67	2.33	0.14	0.20	0.17
Umrežavanje van institucije (UVI)	3.17	3.00	2.67	0.00	0.83	2.75	2.67	0.17	0.10	0.13
Recenziranje radova (RR)	1.00	2.33	1.17	1.00	0.00	0.92	0.83	0.09	0.10	0.10
Pozvana predavanja (PP)	1.92	1.50	2.00	2.83	1.00	0.00	1.17	0.12	0.10	0.11
Područje doktorata(PD)	2.67	2.83	2.83	2.33	1.00	1.83	0.00	0.15	0.05	0.10

$$G = \frac{85}{100}\begin{bmatrix} 0.00 & 0.23 & 0.12 & 0.18 & 0.08 & 0.11 & 0.20 \\ 0.14 & 0.00 & 0.11 & 0.11 & 0.17 & 0.13 & 0.18 \\ 0.14 & 0.12 & 0.00 & 0.18 & 0.05 & 0.10 & 0.14 \\ 0.19 & 0.18 & 0.16 & 0.00 & 0.05 & 0.17 & 0.16 \\ 0.06 & 0.14 & 0.07 & 0.06 & 0.00 & 0.06 & 0.05 \\ 0.12 & 0.09 & 0.12 & 0.17 & 0.06 & 0.00 & 0.07 \\ 0.16 & 0.17 & 0.17 & 0.14 & 0.06 & 0.11 & 0.00 \end{bmatrix} + \frac{15}{100}\begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.22 & 0.12 & 0.18 & 0.09 & 0.12 & 0.19 \\ 0.14 & 0.02 & 0.12 & 0.12 & 0.17 & 0.13 & 0.18 \\ 0.14 & 0.12 & 0.02 & 0.18 & 0.06 & 0.11 & 0.14 \\ 0.18 & 0.18 & 0.16 & 0.02 & 0.06 & 0.16 & 0.16 \\ 0.07 & 0.14 & 0.08 & 0.07 & 0.02 & 0.07 & 0.06 \\ 0.12 & 0.10 & 0.12 & 0.17 & 0.07 & 0.02 & 0.08 \\ 0.16 & 0.17 & 0.17 & 0.14 & 0.07 & 0.12 & 0.02 \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

$$G \cdot (I - G)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.57 & 0.79 & 0.63 & 0.71 & 0.46 & 0.59 & 0.72 \\ 0.62 & 0.57 & 0.57 & 0.61 & 0.48 & 0.55 & 0.65 \\ 0.60 & 0.63 & 0.46 & 0.63 & 0.37 & 0.51 & 0.60 \\ 0.71 & 0.75 & 0.65 & 0.58 & 0.43 & 0.62 & 0.69 \\ 0.38 & 0.47 & 0.37 & 0.39 & 0.23 & 0.34 & 0.38 \\ 0.52 & 0.54 & 0.50 & 0.57 & 0.34 & 0.38 & 0.49 \\ 0.64 & 0.70 & 0.62 & 0.64 & 0.41 & 0.54 & 0.53 \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

Tablica 5.15: Težine kriterija izračunate varijantama metoda SNAP11 i SNAP12

	Znanstveni projekti	Objave radova	Usavršavanja	Umrežavanje van institucije	Recenziranje radova	Pozvana predavanja	Područje doktorata	P_DO	P_DI	r	$r+c$	SNAP12	AHP	SNAP11
Znanstveni projekti	0.57	0.79	0.63	0.71	0.46	0.59	0.72	4.48	4.04	0.44	1.29	0.22	0.15	0.18
Objave radova	0.62	0.57	0.57	0.61	0.48	0.55	0.65	4.05	4.45	-0.40	0.44	0.08	0.30	0.19
Usavršavanja	0.60	0.63	0.46	0.63	0.37	0.51	0.60	3.80	3.81	-0.01	0.83	0.14	0.20	0.17
Umrežavanje van institucije	0.71	0.75	0.65	0.58	0.43	0.62	0.69	4.43	4.13	0.30	1.14	0.19	0.10	0.15
Recenziranje radova	0.38	0.47	0.37	0.39	0.23	0.34	0.38	2.55	2.73	-0.18	0.66	0.11	0.10	0.11
Pozvana predavanja	0.52	0.54	0.50	0.57	0.34	0.38	0.49	3.36	3.52	-0.17	0.67	0.11	0.10	0.11
Područje doktorata	0.64	0.70	0.62	0.64	0.41	0.54	0.53	4.07	4.06	0.01	0.86	0.15	0.05	0.10
	4.04	4.45	3.81	4.13	2.73	3.52	4.06			0.84	5.89			

Tablica 5.16: Težine kriterija izračunate svim varijantama metode SNAP

	SNAP1	SNAP2	SNAP3	SNAP4	SNAP5	SNAP6	SNAP7	SNAP8	SNAP9	SNAP10	SNAP11	SNAP12
Znanstveni projekti	0.19	0.22	0.20	0.25	0.15	0.15	0.18	0.22	0.16	0.17	0.18	0.22
Objave radova	0.19	0.08	0.18	0.06	0.22	0.14	0.19	0.07	0.23	0.16	0.19	0.08
Usavršavanja	0.16	0.13	0.16	0.12	0.17	0.14	0.17	0.14	0.17	0.14	0.17	0.14
Umrežavanje	0.14	0.19	0.15	0.20	0.12	0.15	0.15	0.19	0.13	0.17	0.15	0.19
Recenziranje radova	0.11	0.12	0.10	0.11	0.12	0.14	0.11	0.11	0.10	0.09	0.11	0.11
Pozvana predavanja	0.11	0.11	0.10	0.10	0.12	0.14	0.11	0.12	0.11	0.12	0.11	0.11
Područje doktorata	0.10	0.15	0.10	0.15	0.10	0.14	0.10	0.14	0.10	0.15	0.10	0.15

5.2.2 Određivanje težina domena u modelu za procjenu digitalne zrelosti visokih učilišta

Jedan od ciljeva projekta Higher Decision jest izrada modela za procjenu digitalne zrelosti visokih učilišta koji bi predstavljao svojevrsni upitnik kojim bi se po različitim dimenzijama moglo identificirati na kojoj razini je određena komponenta prisutna u određenoj visokoobrazovnoj instituciji te koji bi sadržavao agregacijski mehanizam kojim bi se razinu svake pojedine dimenzije moglo uključiti u izračun konačne razine digitalne zrelosti visokog učilišta. Stoga, tri su komponente tog modela za procjenu digitalne zrelosti:

1. Struktura elemenata koje treba vrednovati u svrhu mjerenja digitalne zrelosti,
2. Metode za prikupljanje podataka o zrelosti pojedinih elemenata visokoobrazovne institucije,
3. Mehanizam agregacije zrelosti pojedinih elemenata u ukupnu razinu zrelosti visokoobrazovne institucije.

Đurek i suradnice [143] prikazuju rezultate istraživanja vezane uz popis elemenata koje treba vrednovati u svrhu mjerenja digitalne zrelosti. Radi se o 7 područja/domena (engl. *areas, domains*):

- Vodstvo, planiranje i upravljanje,
- Osiguranje kvalitete,
- Znanstveno-istraživački rad,
- Transfer tehnologije i doprinošenje društvu,
- Učenje i poučavanje,
- IKT kultura,
- IKT resursi i infrastruktura.

Svako od 7 područja sadržava elemente na nižoj razini. Na nižoj razini je ukupno 43 poddomena/elemenata. Navedena tema u procesu je istraživanja. Inicijalni model za procjenu

zrelosti dan je u radu [144]. Struktura elemenata modela zrelosti je mrežna. U ovom radu, fokus je na razini domena i cilj je izračunati težine domena.

Podaci potrebni za provođenje metode SNAP i metode ANP prikupljeni su u sklopu dvodnevne radionice Analitike učenja i odlučivanje u visokom obrazovanju u okviru projekta Higher Decision. Podaci su se prikupljali uz pomoć unaprijed pripremljenih obrazaca, MS Excel datoteka i Superdecisions datoteka. Sudionici radionice bili su eksperti u području visokog obrazovanja, bivši i sadašnji članovi uprava fakulteta uglavnom sa Sveučilišta u Zagrebu te nastavnici. Svoje inpute dalo je petnaest sudionika većinom kroz radionice i druge projektne aktivnosti.

Proces prikupljanja podataka vrlo je sličan procesu prikupljanja podataka za prvi primjer. Prvo su podaci prikupljeni korištenjem DEMATEL skale uz pomoć pripremljenih obrazaca u MS Excelu. Pojedinačne procjene agregirane su u zajedničke procjene kako je prikazano u Tablici 5.17 (str. 150).

Procjene važnosti kriterija s obzirom na cilj prikupljeni su uz pomoć softvera Superdecisions te su potom pojedinačne procjene agregirane geometrijskom sredinom u zajedničke procjene iz čega su približnim postupkom izračunate težine kriterija s obzirom na cilj. Agregirane usporedbe dane su u Tablici 5.18 ((str. 150)), a težine kriterija su:

- $w(vpu) = 0.313$,
- $w(ok) = 0.174$,
- $w(zir) = 0.061$,
- $w(tt) = 0.023$,
- $w(up) = 0.051$,
- $w(ik) = 0.112$,
- $w(ii) = 0.266$.

S obzirom da se radi o problemu odlučivanja jednakih dimenzija kao i prvi primjer, sve tablice nećemo prikazivati budući da se izračuni rade na isti način kao i u prvom primjeru. Tablica s težinama domena preko svih 12 varijanti dana je u Tablici 5.19 (str. 151).

Tablica 5.17: Agregirani utjecaji među kriterijima prikupljeni od strane sudionika

	Vodstvo, planiranje i upravljanje	Osiguranje kvalitete	Znanstveno-istraživački rad	Transfer tehnologije i doprinošenje društvu	Učenje i poučavanje	IKT kultura	IKT infrastruktura
Vodstvo, planiranje i upravljanje	0.00	3.50	2.17	2.83	2.67	2.83	3.33
Osiguranje kvalitete	2.50	0.00	2.17	2.00	3.17	1.83	1.17
Znanstveno-istraživački rad	1.67	1.67	0.00	3.33	2.67	1.50	1.50
Transfer tehnologije i doprinošenje društvu	2.17	1.50	2.67	0.00	2.17	2.33	2.00
Učenje i poučavanje	1.17	2.33	2.67	2.17	0.00	2.67	2.33
IKT kultura	1.67	1.83	1.50	2.33	2.67	0.00	3.50
IKT infrastruktura	2.50	1.33	2.33	2.33	3.00	3.33	0.00

Tablica 5.18: Agregirane usporedbe u parovima kriterija u odnosu na cilj

	Vodstvo, planiranje i upravljanje	Osiguranje kvalitete	Znanstveno-istraživački rad	Transfer tehnologije i doprinošenje društvu	Učenje i poučavanje	IKT kultura	IKT infrastruktura
Vodstvo, planiranje i upravljanje	1.00	2.00	5.50	9.00	6.60	3.00	1.33
Osiguranje kvalitete	0.50	1.00	2.83	8.50	3.40	1.55	0.65
Znanstveno-istraživački rad	0.18	0.35	1.00	3.00	1.20	0.55	0.23
Transfer tehnologije i doprinošenje društvu	0.11	0.12	0.33	1.00	0.40	0.22	0.11
Učenje i poučavanje	0.15	0.29	0.83	2.50	1.00	0.45	0.19
IKT kultura	0.33	0.65	1.83	4.50	2.20	1.00	0.42
IKT infrastruktura	0.75	1.53	4.33	9.00	5.20	2.36	1.00

Tablica 5.19: Težine kriterija izračunate svim varijantama metode SNAP

	SNAP1	SNAP2	SNAP3	SNAP4	SNAP5	SNAP6	SNAP7	SNAP8	SNAP9	SNAP10	SNAP11	SNAP12
Vodstvo, planiranje i upravljanje	0.25	0.18	0.27	0.22	0.23	0.16	0.25	0.19	0.24	0.17	0.25	0.18
Osiguranje kvalitete	0.13	0.08	0.10	0.03	0.15	0.12	0.11	0.04	0.15	0.13	0.13	0.09
Znanstveno-istraživački rad	0.09	0.12	0.08	0.10	0.10	0.14	0.09	0.11	0.10	0.13	0.09	0.12
Transfer tehnologije i doprinošenje društvu	0.06	0.11	0.05	0.07	0.08	0.13	0.05	0.08	0.08	0.14	0.07	0.11
Učenje i poučavanje	0.13	0.21	0.16	0.26	0.11	0.16	0.16	0.27	0.10	0.14	0.13	0.20
IKT kultura	0.14	0.16	0.14	0.17	0.13	0.15	0.14	0.17	0.13	0.14	0.13	0.16
IKT infrastruktura	0.21	0.15	0.21	0.15	0.20	0.14	0.20	0.13	0.21	0.15	0.20	0.14

5.2.3 Određivanje prioriteta strateških ciljeva u Strateškoj mapi ciljeva na Fakultetu organizacije i informatike

Fakultetsko vijeće Fakulteta organizacije i informatike je 16. siječnja 2018. godine donijelo Strategiju razvoja Fakulteta organizacije i informatike Sveučilišta u Zagrebu za razdoblje od 2018. - 2023. Između ostalog, strategija sadrži strateške ciljeve koje se u narednom razdoblju planiraju ostvariti. Prilikom procesa strateškog planiranja korišten je BSC pristup. Definirane su perspektive i u njih su smješteni ciljevi, a među ciljevima definirani su utjecaji po načelu da neki strateški cilj može utjecati na neki drugi strateški cilj iz iste ili više perspektive. Ukupno je definirano 5 perspektiva (odozgo prema dolje) [102]:

- Misija,
- Javna odgovornost,
- Dionici,
- Procesi (Organizacija),
- Učenje i razvoj.

Ciljevi identificirani unutar perspektive *misija* su:

- M1 Obrazovati studente koji će biti dugoročno konkurentni na tržištu rada te nositelji gospodarskih i društvenih promjena,
- M2 Biti visokoobrazovna, međunarodno prepoznatljiva institucija u interdisciplinarnom području informatike, organizacije i poslovanja,
- M3 Ostvarivati izvrsnost i sinergiju istraživačkog, stručnog i nastavnog rada.

Ciljevi identificirani unutar perspektive *javna odgovornost* su:

- J1 Unaprjeđivati transparentnost i odgovornost u upravljanju javnom imovinom,
- J2 Povećati djelotvornost, učinkovitost i ekonomičnost u nastavnoj, znanstvenoj i stručnoj djelatnosti i poslovanju,
- J3 Biti proaktivna sastavnica Sveučilišta u području planiranja, upravljanja i vođenja te strateškog usmjeravanja,
- J4 Pružati jednake mogućnosti za učenje i rad predstavnicima ranjivih i podzastupljenih društvenih skupina.

Ciljevi identificirani unutar perspektive *dionici* su:

- D1 Ojačati ponudu obrazovnih usluga cjeloživotnog obrazovanja i obrazovanja odraslih usklađenih s potrebama tržišta rada,
- D2 Povećati efikasnost studiranja,
- D3 Ojačati nacionalnu i međunarodnu projektno- orijentiranu suradnju u strateškim područjima,
- D4 Poticati kulturu poduzetništva (izrada poslovnih studija, start- upovi i akademsko poduzetništvo kod zaposlenika i studenata),
- D5 Poticati izvrsnost i unaprjeđivati kvalitetu nastavne, znanstvene i stručne djelatnosti,

- D6 Unaprijediti nacionalnu i međunarodnu znanstvenu prepoznatljivost FOI-ja.

Ciljevi identificirani unutar perspektive *procesi* (*organizacija*) su:

- P01 Revidirati postojeće obrazovne programe - uskladiti s potrebama tržišta rada, unijeti nove sadržaje i metodiku izvođenja nastave,
- P02 Unaprijediti kvalitetu nastavnog procesa,
- P03 Pojačati vidljivost i prepoznatljivost Fakulteta (oglašavanje upisa na studije, Dan Fakulteta, društvene mreže, web stranice, i dr),
- P04 Poticati međunarodno prepoznatu izvrsnost u znanstveno-istraživačkom radu,
- P05 Intenzivirati znanstveno- istraživački rad s naglaskom na strateška područja,
- P06 Ojačati međunarodnu mobilnost i prepoznatljivost,
- P07 Intenzivirati poslovnu suradnju s gospodarstvom i širom zajednicom s naglaskom na strateška područja,
- P08 Poticati stvaranje i korištenje otvorenih resursa - otvoreni pristup znanstvenim informacijama, korištenje otvorenog koda,
- P09 Ojačati izdavačku djelatnost (JIOS, monografije, udžbenici, odobravanje izdavanja publikacija, prodaja, ...),
- P10 Snažiti kulturu tolerancije, multikulturalnosti, humanitarno i volontersko djelovanje,
- P11 Jačati kapacitete za strateško upravljanje i odlučivanje na razini Fakulteta,
- P12 Snažiti kulturu akademske čestitosti,
- P13 Poticati studentsko poduzetništvo.

Ciljevi identificirani unutar perspektive *učenje i razvoj* su:

- U01 Pojačati kompetencije i potencijale znanstveno- nastavnog osoblja za nastavu,
- U02 Pojačati kompetencije i potencijale znanstveno- nastavnog osoblja za ZIR i stručni rad,
- U03 Pojačati kompetencije i potencijale zaposlenika u stručnim službama,
- U04 Unaprijediti prostornu, informacijsku i informatičku infrastrukturu,
- U05 Inovirati područja od interesa i proširiti djelovanje na nova strateška područja,
- U07 Uvesti nova tehnološka rješenja i metodičke pristupe u nastavi,
- U08 Kontinuirano unaprjeđivati i inovirati poslovne procese.

Prilikom izrade Strategije definirano je postojanje utjecaja među ciljevima, a za potrebe ovog istraživanja članovi Uprave FOI-a definirali su i intenzitete tih utjecaja koji su agregirani i prikazani u Tablici 5.20. Osim procjena intenziteta utjecaja među ciljevima, članovi Uprave FOI dali su i usporedbe ciljeva u parovima u svakoj pojedinoj perspektivi (bitno za provođenje prioritizacije metodom AHP). Usporedbe strateških ciljeva u svakoj pojedinoj perspektivi dane su u Tablici 5.20, Tablici 5.22, Tablici 5.23, Tablici 5.24 i Tablici 5.25. Ukupni prioriteti strateških ciljeva dani su u Tablici 5.26. Usporedbe prioriteta strateških ciljeva po različitim varijantama metode SNAP dani su u 5.26.

Tablica 5.20: Utjecaji među strateškim ciljevima u Strateškoj mapi ciljeva Fakulteta organizacije i informatike

	M1	M2	M3	J1	J2	J3	J4	D1	D2	D3	D4	D5	D6	P01	P02	P03	P04	P05	P06	P07	P08	P09	P10	P11	P12	P13	U01	U02	U03	U04	U05	U07	U08
M1	0	0	0	1	3.2	0	3	3.6	2.6	0	0	4	3.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M2	0	0	0	1.2	3.2	2.6	0	0	0	3.8	2.4	3.8	3.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M3	0	0	0	1.2	3	0	0	3.4	0	3.6	3	3.8	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
J1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.8	0	0	3	2.2	0	0	0	0	0	0	2.4	0
J2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.8	3.2	0	2.6	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.2
J3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
J4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	3.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.2
D3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	4	3.8	2.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.6	3.8	0	3.4	3.6	3.6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.8	0	2
D6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	2.4	3.8	4	3.8	3.8	2.8	2.8	3.4	2.2	0	2.4	0	0	0	0	0	0	2.6	0
P01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.8	0	0
P02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	3.2	2.8	0	3.6	0
P03	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.8	0	0	0	0
P04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	3.4	0	0
P05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.2	3.4	0	0
P06	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.6	0	0	0	0	0
P07	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.2	0	0	2.8	0	0
P08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
P09	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.6	0	0	0	0	0
P10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.6	0	0	0	2.8
P12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.2	0	0	0	0	0
P13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
U1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
U2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
U3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
U4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
U5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
U7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
U8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tablica 5.21: Agregirane usporedbe misija u parovima

	M1	M2	M3
M1	1.00	2.41	2.35
M2	0.42	1.00	1.15
M3	0.43	0.87	1.00

Tablica 5.22: Agregirane usporedbe ciljeva u perspektivi *javna odgovornost*

	J1	J2	J3	J4
J1	1.00	0.29	0.28	0.68
J2	3.47	1.00	1.68	3.00
J3	3.60	0.59	1.00	1.86
J4	1.47	0.33	0.54	1.00

Tablica 5.23: Agregirane usporedbe ciljeva u perspektivi *dionici*

	D1	D2	D3	D4	D5	D6
D1	1.00	0.43	0.53	0.87	0.33	0.55
D2	2.35	1.00	1.64	2.30	0.92	1.89
D3	1.89	0.51	1.00	1.39	0.42	0.87
D4	1.15	0.44	0.72	1.00	0.26	0.72
D5	3.25	1.08	2.40	3.78	1.00	1.74
D6	1.82	0.43	1.15	1.39	0.57	1.00

Tablica 5.24: Agregirane usporedbe ciljeva u perspektivi *procesi*

	P01	P02	P03	P04	P05	P06	P07	P08	P09	P10	P11	P12	P13
P01	1.00	1.32	6.95	1.64	1.43	3.37	2.55	4.55	4.55	4.55	3.65	3.96	3.96
P02	0.76	1.00	5.46	1.25	1.25	2.55	1.78	3.65	3.96	3.96	3.18	3.18	2.77
P03	0.13	0.16	1.00	0.32	0.28	0.53	0.44	0.62	0.54	0.59	0.70	0.78	0.62
P04	0.61	0.80	3.18	1.00	0.87	1.78	1.35	2.41	2.41	3.18	1.83	2.77	2.77
P05	0.70	0.80	3.18	1.15	1.00	2.05	1.68	3.18	3.18	3.18	1.83	2.77	2.77
P06	0.30	0.39	1.68	0.56	0.49	1.00	0.87	1.18	1.55	1.55	0.89	1.35	1.35
P07	0.39	0.56	2.05	0.74	0.59	1.15	1.00	1.78	1.78	1.78	1.35	1.55	1.93
P08	0.20	0.24	1.25	0.37	0.28	0.76	0.50	0.87	0.89	0.89	0.76	0.78	0.89
P09	0.20	0.23	1.43	0.37	0.28	0.57	0.50	0.78	1.00	0.89	0.76	0.89	0.89
P10	0.20	0.23	1.32	0.28	0.28	0.57	0.50	0.68	0.68	1.00	0.87	0.78	0.78
P11	0.24	0.28	1.28	0.49	0.49	1.00	0.57	1.18	1.18	1.18	1.00	1.11	1.28
P12	0.23	0.28	1.15	0.32	0.32	0.66	0.50	1.02	0.89	1.18	0.80	1.00	1.02
P13	0.61	0.32	1.43	0.32	0.32	0.66	0.40	0.89	0.89	1.18	0.70	0.78	0.89

Tablica 5.25: Agregirane usporedbe ciljeva u perspektivi *učenje i razvoj*

	U1	U2	U3	U4	U5	U7	U8
U01	1.00	1.52	2.49	2.30	1.60	1.52	2.49
U02	0.66	1.00	1.89	1.74	1.21	1.15	1.74
U03	0.40	0.53	1.00	1.15	0.61	0.70	0.87
U04	0.44	0.57	0.87	1.00	0.53	0.66	1.32
U05	0.62	0.82	1.64	1.89	1.00	0.87	1.32
U07	0.66	0.87	1.43	1.52	1.15	1.00	1.43
U08	0.40	0.57	1.15	0.76	0.76	0.70	1.00

Tablica 5.26: Ukupni prioriteti strateških ciljeva

Strateški cilj	prioritet
M1 Obrazovati studente koji će biti dugoročno konkurentni na tržištu rada te nositelji gospodarskih i društvenih promjena.	0.108604
M2 Biti visokoobrazovna, međunarodno prepoznatljiva institucija u interdisciplinarnom području informatike, organizacije i poslovanja.	0.047612
M3 Ostvarivati izvrsnost i sinergiju istraživačkog, stručnog i nastavnog rada.	0.043784
J1 Unaprjeđivati transparentnost i odgovornost u upravljanju javnom imovinom	0.020921
J2 Povećati djelotvornost, učinkovitost i ekonomičnost u nastavnoj, znanstvenoj i stručnoj djelatnosti i poslovanju	0.087726
J3 Biti proaktivna sastavnica Sveučilišta u području planiranja, upravljanja i vođenja te strateškog usmjeravanja	0.060839
J4 Pružati jednake mogućnosti za učenje i rad predstavnicima ranjivih i podzastupljenih društvenih skupina	0.030514
D1 Ojačati ponudu obrazovnih usluga cjeloživotnog obrazovanja i obrazovanja odraslih usklađenih s potrebama tržišta rada	0.017518
D2 Povećati efikasnost studiranja	0.047987
D3 Ojačati nacionalnu i međunarodnu projektno- orijentiranu suradnju u strateškim područjima	0.026906
D4 Poticati kulturu poduzetništva (izrada poslovnih studija, start- upovi i akademsko poduzetništvo kod zaposlenika i studenata)	0.019438
D5 Poticati izvrsnost i unaprjeđivati kvalitetu nastavne, znanstvene i stručne djelatnosti	0.059337
D6 Unaprijediti nacionalnu i međunarodnu znanstvenu prepoznatljivost FOI-ja	0.028815
P01 Revidirati postojeće obrazovne programe - uskladiti s potrebama tržišta rada, unijeti nove sadržaje i metodiku izvođenja nastave	0.038616
P02 Unaprijediti kvalitetu nastavnog procesa	0.030588
P03 Pojačati vidljivost i prepoznatljivost Fakulteta (oglašavanje upisa na studije, Dan Fakulteta, društvene mreže, web stranice, i dr)	0.006066
P04 Poticati međunarodno prepoznatu izvrsnost u znanstveno-istraživačkom radu	0.022437
P05 Intenzivirati znanstveno- istraživački rad s naglaskom na strateška područja	0.024873
P06 Ojačati međunarodnu mobilnost i prepoznatljivost	0.011894
P07 Intenzivirati poslovnu suradnju s gospodarstvom i širom zajednicom s naglaskom na strateška područja	0.015183
P08 Poticati stvaranje i korištenje otvorenih resursa - otvoreni pristup znanstvenim informacijama, korištenje otvorenog koda	0.007755
P09 Ojačati izdavačku djelatnost (JIOS, monografije, udžbenici, odobravanje izdavanja publikacija, prodaja, ...)	0.007722
P10 Snažiti kulturu tolerancije, multikulturalnosti, humanitarno i volontersko djelovanje	0.007229
P11 Jačati kapacitete za strateško upravljanje i odlučivanje na razini Fakulteta	0.010192
P12 Snažiti kulturu akademske čestitosti	0.008348
P13 Poticati studentsko poduzetništvo	0.009096
U01 Pojačati kompetencije i potencijale znanstveno- nastavnog osoblja za nastavu	0.047572
U02 Pojačati kompetencije i potencijale znanstveno- nastavnog osoblja za ZIR i stručni rad	0.034247
U03 Pojačati kompetencije i potencijale zaposlenika u stručnim službama	0.019216
U04 Unaprijediti prostornu, informacijsku i informatičku infrastrukturu	0.019665
U05 Inovirati područja od interesa i proširiti djelovanje na nova strateška područja	0.029588
U07 Uvesti nova tehnološka rješenja i metodičke pristupe u nastavi	0.029961
U08 Kontinuirano unaprjeđivati i inovirati poslovne procese	0.019751

Tablica 5.27: Prioriteti strateških ciljeva prema različiti varijantama metode SNAP

	SNAP1	SNAP2	SNAP3	SNAP4	SNAP5	SNAP6	SNAP7	SNAP8	SNAP9	SNAP10	SNAP11	SNAP12
M1	0.06254	0.01648	0.05778	0.00696	0.06699	0.02538	0.06139	0.01417	0.06251	0.01641	0.06144	0.01428
M2	0.03211	0.01661	0.02740	0.00718	0.03652	0.02543	0.03090	0.01418	0.03201	0.01641	0.03096	0.01431
M3	0.02973	0.01568	0.02470	0.00561	0.03444	0.02509	0.02839	0.01300	0.03010	0.01641	0.02846	0.01314
J1	0.02329	0.02565	0.02168	0.02245	0.02478	0.02865	0.02358	0.02624	0.01979	0.01865	0.02351	0.02610
J2	0.05722	0.02671	0.05598	0.02424	0.05838	0.02902	0.05702	0.02632	0.05518	0.02263	0.05701	0.02630
J3	0.04550	0.03017	0.04546	0.03008	0.04555	0.03026	0.04541	0.02999	0.03951	0.01817	0.04542	0.03001
J4	0.03008	0.02964	0.02985	0.02918	0.03029	0.03007	0.03015	0.02978	0.02447	0.01842	0.03013	0.02975
D1	0.02371	0.02990	0.02357	0.02963	0.02384	0.03016	0.02331	0.02911	0.01925	0.02098	0.02335	0.02919
D2	0.03728	0.02658	0.03600	0.02402	0.03848	0.02898	0.03728	0.02658	0.03307	0.01815	0.03725	0.02651
D3	0.02621	0.02552	0.02456	0.02222	0.02775	0.02860	0.02613	0.02535	0.02409	0.02127	0.02610	0.02528
D4	0.02666	0.03389	0.02790	0.03636	0.02551	0.03158	0.02628	0.03313	0.01969	0.01994	0.02636	0.03327
D5	0.04110	0.02286	0.03854	0.01773	0.04349	0.02765	0.04101	0.02269	0.04171	0.02408	0.04096	0.02259
D6	0.02092	0.01302	0.01497	0.00112	0.02648	0.02415	0.02165	0.01448	0.02624	0.02366	0.02142	0.01403
P01	0.03798	0.03735	0.04041	0.04220	0.03571	0.03281	0.03819	0.03775	0.03711	0.03560	0.03822	0.03783
P02	0.03158	0.03256	0.03235	0.03412	0.03085	0.03111	0.03227	0.03396	0.03592	0.04126	0.03221	0.03384
P03	0.01951	0.03296	0.02043	0.03479	0.01866	0.03125	0.01955	0.03304	0.01415	0.02224	0.01957	0.03308
P04	0.02856	0.03469	0.03007	0.03771	0.02715	0.03187	0.02904	0.03565	0.02620	0.02997	0.02903	0.03562
P05	0.02918	0.03349	0.03028	0.03569	0.02816	0.03144	0.02962	0.03437	0.02577	0.02666	0.02960	0.03433
P06	0.02362	0.03535	0.02536	0.03883	0.02200	0.03210	0.02386	0.03582	0.01915	0.02641	0.02387	0.03585
P07	0.02261	0.03004	0.02252	0.02985	0.02270	0.03021	0.02299	0.03080	0.01829	0.02140	0.02295	0.03071
P08	0.02023	0.03270	0.02105	0.03434	0.01946	0.03116	0.02025	0.03274	0.01498	0.02220	0.02027	0.03278
P09	0.01961	0.03150	0.02002	0.03232	0.01923	0.03073	0.01987	0.03202	0.01429	0.02086	0.01985	0.03198
P10	0.02083	0.03442	0.02225	0.03726	0.01950	0.03177	0.02064	0.03404	0.02025	0.03327	0.02069	0.03416
P11	0.02038	0.03057	0.02047	0.03075	0.02029	0.03040	0.02047	0.03075	0.02331	0.03643	0.02046	0.03074
P12	0.01979	0.03123	0.02011	0.03187	0.01949	0.03063	0.01992	0.03150	0.01471	0.02107	0.01992	0.03149
P13	0.01970	0.03030	0.01970	0.03030	0.01970	0.03030	0.01970	0.03030	0.01275	0.01641	0.01970	0.03030
U01	0.04027	0.03296	0.04118	0.03479	0.03941	0.03125	0.04055	0.03353	0.03715	0.02673	0.04053	0.03348
U02	0.03879	0.04333	0.04327	0.05230	0.03460	0.03494	0.03877	0.04330	0.07554	0.11684	0.03885	0.04345
U03	0.02728	0.03535	0.02902	0.03883	0.02566	0.03210	0.02740	0.03558	0.03885	0.05848	0.02742	0.03562
U04	0.02698	0.03429	0.02835	0.03704	0.02569	0.03172	0.02727	0.03487	0.02714	0.03462	0.02725	0.03483
U05	0.03533	0.04107	0.03904	0.04848	0.03186	0.03414	0.03576	0.04193	0.05532	0.08105	0.03577	0.04194
U07	0.03219	0.03442	0.03361	0.03726	0.03087	0.03177	0.03246	0.03496	0.02853	0.02711	0.03245	0.03495
U08	0.02921	0.03868	0.03210	0.04444	0.02652	0.03329	0.02891	0.03806	0.03299	0.04622	0.02901	0.03827

Poglavlje 6

Evaluacija metode SNAP

Sukladno koracima paradigme znanosti o dizajniranju, nakon što je artefakt kreiran slijedi njegova evaluacija. Kako je ranije rečeno, proces izrade artefakta je iterativan što znači da nakon što je neka verzija artefakta napravljena slijedi njegova evaluacija pa ako artefakt ne zadovoljava, kreće kreiranje nove verzije artefakta. Ovisno o artefaktu koji se kreira, moguće je da prve verzije artefakta neće zadovoljiti ciljeve izrade artefakta.

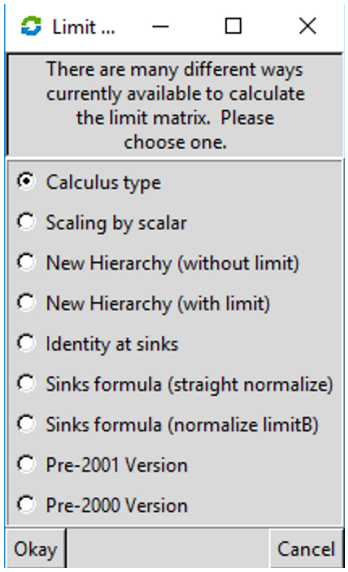
U ovom istraživanju napravljen je velik broj iteracija od inicijalnih verzija nove metode do onih predloženih u prethodnom koraku. U tom smislu, testirane su i druge mjere centraliteta i mogućnosti njihovih iskorištenja za izračun težina kriterija. Sve verzije koje nisu davale smislene rezultate su odbačene.

Iako je na kraju preostalo čak 12 verzija metode, radi se zapravo o dvije glavne varijante s manjim modifikacijama kao i verzijama koje u obzir uključuju ili ne uključuju težina kriterija s obzirom na cilj odlučivanja. Te dvije glavne varijante odnose se na poimanje koncepta utjecajnosti među kriterijima od strane donositelja odluka. Odnosi među varijantama metode SNAP dani su u Tablici 6.1.

Tablica 6.1: Odnosi među varijantama metode SNAP

Mjera centraliteta	Modifikacija (specifičnost) primijenjene mjere centraliteta	Usporedbe s obzirom na cilj	Bez usporedbi s obzirom na cilj
Stupanj centraliteta	$c = \max_{i=1}^{n} \{P_D O(i) - P_D I(i)\} - \min_{i=1}^{n} \{P_D O(i) - P_D I(i)\}$	SNAP1	SNAP2
	$c = \lvert\min_{i=1}^{n} \{P_D O(i) - P_D I(i)\}\rvert + 1$	SNAP3	SNAP4
	$c = 4(n-1)$	SNAP5	SNAP6
PageRank centralitet	mod. težinski PageRank temeljen DEMATEL-u	SNAP7	SNAP8
	težinski PageRank	SNAP9	SNAP10
	mod. težinski PageRank	SNAP11	SNAP12

Doista, davanje više opcija donositelju odluka da metodološki prilagodi metodu svojim poimanjima nije novost. Npr., u metodi ANP korisniku je omogućeno više opcija za izračun granične matrice (Slika 6.1). Veći broj opcija možemo smatrati i svojevrsnom analizom osjetljivosti pa ako su npr. rankovi prioriteta elemenata u svim opcijama isti, to nam je vrijedna informacija.



Slika 6.1: Opcije za izračun granične matrice u programu za podršku metodi ANP, Superdecisions

Ciljevi ovog poglavlja su:

- Usporediti rezultate primjene različitih verzije metode SNAP s rezultatima primjene metode ANP,
- Identificirati onu verziju metode SNAP koja pokazuje najbolje podudaranje s metodom ANP,
- Usporediti korisničku složenost primjene metode SNAP sa složenošću primjene metode ANP.

Kako bismo mogli postići navedene ciljeve, evaluaciju metode SNAP napravit ćemo na dva načina:

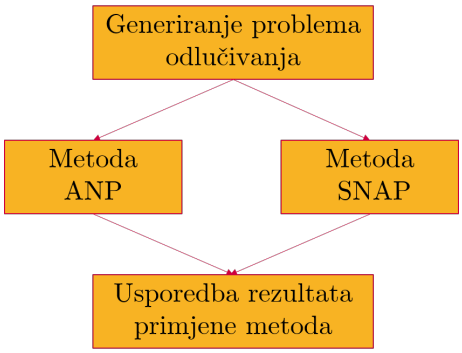
1. Softverskom simulacijom koja će generirati velik broj općih problema odlučivanja za različit broj kriterija u klasteru koji će biti povezani na različite načine,
2. Primjenom metoda SNAP i ANP na stvarnim problemima odlučivanja. Ti problemi će biti problemi obrađeni u dijelu 5.2. Tamo je napravljena primjena svih 12 varijanti metode SNAP, a ovdje ćemo napraviti usporedbu rezultata primjene one varijante koja je na simulaciji dala najbolje rezultate s rezultatima primjene metode ANP u tim problemima. Za vrijeme prikupljanja podataka od korisnika o tim problemima za primjenu metode SNAP, istovremeno su prikupljeni podaci kako bi se mogla napraviti implementacija metode ANP, a sve u svrhu usporedbe rezultata i ocjenu korisničke složenosti.

6.1 Softverska simulacija metoda SNAP i ANP

Kako je predviđeno u poglavlju 2, za evaluaciju metode odlučivanja napravljena je softverska simulacija. Cilj softverske simulacije bio je generiranje velikog broja općenitih problema odlučivanja, određivanje težina kriterija preko metode ANP i metode SNAP te potom usporedba rezultata primjene tih dviju metoda kroz izračun dva osnovna pokazatelja.

6.1.1 Struktura softverske simulacije

Opći koncept implementacije softverske simulacije dan je na Slici 6.2.



Slika 6.2: Osnovne komponente softverske simulacije

Globalno, softverska simulacija je računalni program napravljen u programskom jeziku Python 3.5 koji se sastoji od 4 dijela kako je prikazano na Slici 6.2. Program jeizradio suradnik na projektu Higher Decision (Mišo Džeko, mag. inf.). Komponente programa su objašnjene u nastavku.

6.1.1.1 Generiranje problema odlučivanja

Generiranje problema odlučivanja prva je komponenta softverske simulacije. Ako pogledamo metodu ANP, možemo identificirati nekoliko skupova ulaznih podataka:

1. Usporedbe kriterija s obzirom na cilj,
2. Usporedbe kriterija s obzirom na druge kriterije, temeljem zavisnosti/utjecaja među kriterijima,
3. Usporedbe klastera s obzirom na cilj,
4. Usporedbe klastera s obzirom na klastere.

Sve usporedbe iskazane su na Saatyjevoj skali relativnih važnosti.

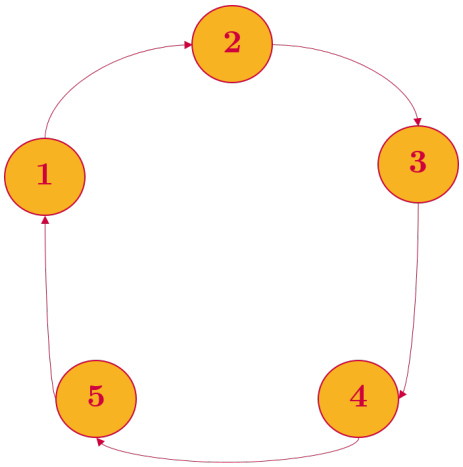
S druge strane, ako pogledamo metodu SNAP, ulazni podaci su:

1. Usporedbe kriterija s obzirom na cilj (Saatyjeva skala),
2. Utjecaji među kriterijima mjereni njihovim intenzitetima (DEMATEL skala),

3. Usporedbe klastera s obzirom na cilj (Saatyjeva skala).

Možemo uočiti razliku u ulaznim podacima za navedene metode što znači da ćemo unutar simulacije morati te dvije vrste podataka nekako povezati.

U dijelu 3.7.3, u analizi metode ANP, zaključeno je da u najvećem broju slučajeva, težine kriterija s obzirom na cilj (koje su rezultat usporedbi u parovima s obzirom na cilj) ne utječu na konačne težine kriterija. Slučajevi kada usporedbe s obzirom na cilj utječu na konačne težine kriterija su slučajevi kada je većina kriterija zavisi od najviše jednog kriterija u mreži. Jedan od takvih slučajeva dan je na Slici 6.3.



Slika 6.3: Problem odlučivanja kod kojeg svaki element zavisi od najviše jednog elementa

U praksi se takvi slučajevi javljaju prilično rijetko, a pregledom literature i analizom članaka u kojima je bila primjenjivana metoda ANP, nije nađen niti jedan takav slučaj.

Uzevši u obzir tu činjenicu, odmah na početku simulacije možemo pojednostaviti simulaciju s perspektive ulaznih podataka. Naime, kako u metodi ANP prioriteti s obzirom na cilj ne utječu na konačne težine kriterija, a s obzirom na veliku količinu računalnih resursa za provođenje simulacije, nećemo ih koristiti u simulaciji već će se simulacija odnositi samo na usporedbe kriterija i klastera s obzirom na utjecaje među kriterijima i klasterima.

Općenito govoreći, neparne verzije metode SNAP niti ne možemo evaluirati uspoređivanjem s metodom ANP budući da su neparne verzije metode SNAP neusporedive s metodom ANP. Samo na razini od 4 kriterija u klasteru ćemo napraviti simulaciju metode ANP sa svih 12 varijanti metode SNAP gdje će se za svaki par metode SNAP jasno vidjeti kako u neparnim varijantama metode SNAP usporedbe s obzirom na cilj daju vrlo loše rezultate u odnosu na metodu ANP, dok istovremeno parne verzije daju znatno bolje rezultate u odnosu na metodu ANP.

S obzirom na to da simulacija neće obuhvatiti usporedbu kriterija i klastera s obzirom na cilj, preostaju sljedeći ulazni podaci:

- U metodi ANP: usporedbe kriterija/klastera s obzirom na kriterije/klastere temeljem

zavisnosti/utjecaja među njima,
- U metodi SNAP: utjecaji među kriterijima.

Ranije je već pojašnjeno da u novoj metodi nećemo posebno izdvajati razinu klastera budući da razina kriterija sadrži već sve podatke relevantne za određivanje važnosti među kriterijima s obzirom na utjecajnosti.

Kako su ulazi u metode ANP i SNAP različiti, moramo ih svesti na zajednički nazivnik. S obzirom da su usporedbe u parovima relativne mjere, a utjecaji među kriterijima apsolutne mjere, zajednički nazivnik će biti apsolutne mjere, tj. utjecaji među kriterijima. Iz njih je lakše moguće derivirati usporedbe u parovima nego obrnuto. Taj dio je opisan i implementiran u drugoj komponenti softverske simulacije.

Općenito govoreći, ako imamo n kriterija, broj pozicija u matrici utjecaja koji treba popuniti iznosi $n^2 - n$, a kako na svaku poziciju može doći bilo koja od 5 vrijednosti s DEMATEL skale (0, 1, 2, 3 i 4), ukupan broj kombinacija s ponavljanjem iznosi 5^{n^2-n}:

- Ako u problemu odlučivanja imamo 4 kriterija, broj kombinacija problema odlučivanja iznosi $5^{12} = 244140625$,
- Ako u problemu odlučivanja imamo 5 kriterija, broj kombinacija problema odlučivanja iznosi $5^{20} = 95367431640625$,
- Ako u problemu odlučivanja imamo 6 kriterija, broj kombinacija problema odlučivanja iznosi $5^{30} = 931322574615478515625$,
- Ako u problemu odlučivanja imamo 7 kriterija, broj kombinacija problema odlučivanja iznosi $5^{42} = 2273736754432320594787597656 25$,
- ...

Ako se kombinacije problema odlučivanja generiraju na prikazani način, tada će među generiranim kombinacijama biti puno kombinacija koje su praktično iste. Npr. kod četiri kriterija, kombinacija kod kojih su sve nule, a samo jedna jedinica na zadnjem, dvanaestom mjestu, jednaka je je bilo kojoj kombinaciji gdje su sve nule, a jedinica na bilo kojem mjestu (njih je 11). Drugi problem koji se tu javlja je nemogućnost izvršenja takve simulacije zbog ograničenih računalnih resursa.

Zato ćemo kombinacije generirati na dva načina: pomoću metode CWR, kombinacije bez zamjena (engl. *combinations without replacement*) iz biblioteke *itertools* u Pythonu (https://docs.python.org/2/library/itertools.html#itertools.combinations_with_replacement), odnosno slučajnim odabirom generirati uzorak.

CWR postupkom kombinacije se generiraju na sljedeći način (4 kriterija):

```
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3]
```

```
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 3]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 4]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 2]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 3]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, 4]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 3]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 4]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 4]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 2]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 3]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 4]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 2]
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 3]
...
[2, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3]
[3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4]
[3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4]
[3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4]
[3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4]
[3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4]
[3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
[4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4]
```

U ovom slučaju, prvih šest vrijednosti u kombinaciji odnosi se na gornji trokut matrice utjecaja, a drugih šest vrijednosti odnosi se na donji trokut matrice utjecaja (Tablica 6.2).

Na ovaj način je osiguran uzorak u kojem nema ponavljajućih kombinacija, no međutim, s obzirom da matrica utjecaja nije lista, možemo biti sigurni da nisu uključene baš sve kombinacije problema odlučivanja. Generiranje baš svih kombinacija je računalno zahtjevan proces budući da provjera da li generirana kombinacija već postoji ili ne, zahtijeva računalne resurse koji su ograničeni. U tom smislu ograničit ćemo se na uzorak koji nastaje na naprijed opisani način

Tablica 6.2: Smještanje generiranih kombinacija u matricu utjecaja

	1	2	3	4
1		1	2	3
2	7		4	5
3	8	10		6
4	9	11	12	

(CWR). U konačnici, cilj ovog istraživanja je naći skup problema u kojima nova metoda daje usporedive rezultate metodi ANP, ne nužno ispitati skup svih problema.

Generiranje kombinacija problema odlučivanja slučajnim odabirom izvodi se na način da se slučajnim odabirom između cjelobrojnih vrijednosti od 0 do 4 pune odgovarajuća mjesta u matrici utjecaja (Tablica 6.2).

Simulacija je provedena za slučajeve od 4 do 10 kriterija.

6.1.1.2 Implementacija metoda ANP i SNAP

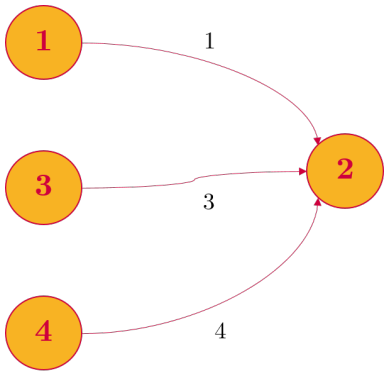
S obzirom na to da će ulazni podaci biti generirani tako da u potpunosti odgovaraju metodi SNAP, u ovom dijelu se nećemo posebno baviti implementacijom parnih varijanti metode SNAP jer sve varijante na ulazu mogu primiti generiranu matricu utjecaja (zavisnosti), a algoritamski su sve varijante prilično jednostavne za primjenu. Kao što je ranije navedeno, neparne varijante metode SNAP nećemo simulirati jer kod njih se u obzir uzimaju usporedbe kriterija u odnosu na cilj, a u metodi ANP te usporedbe u pravilu ne utječu na konačne težine kriterija.

Kako ulaz u metodu ANP nisu (barem ne direktno) utjecaji među kriterijima, unutar implementacije metode ANP moramo napraviti prilagodbu matrice utjecaja. To možemo učiniti na (najmanje) dva načina:

1. Korištenjem normalizacije zbrojem: svaki stupac matrice utjecaja podijelit ćemo sa pripadnim zbrojem stupca te tako dobiti direktne prioritete supermatrici. Vrlo sličan koncept korišten je u radovima koji su navedeni u dijelu 3.5.3. Ovdje, dakle, ne pretvaramo matricu utjecaja u usporedbe u parovima već direktno u prioritete supermatrice,
2. Korištenjem funkcije prijelaza: ovaj način prati stvarno rezoniranje donositelja odluka. Kada donositelj odluke mora usporediti dva kriterija u odnosu na treći, on uspoređuje koliko jedan kriterija utječe na treći u odnosu na koliko drugi kriterij utječe na treći kriterij i iskazati dominaciju na Saatyjevoj skali. Pogledajmo primjer sa Slike 6.4 koji sadrži četiri kriterija.

   Ovdje moramo usporediti tri kriterija (1, 3 i 4) s obzirom na kriterij 2. Na linijama su iskazani intenziteti utjecaja među kriterijima. To je jedan stupac iz matrice utjecaja u Tablici 6.3.

   Kada donositelj popunjava tablicu usporedbi za taj slučaj, on mora napraviti tri usporedbe:



Slika 6.4: Usporedba tri kriterija s obzirom na treći

Tablica 6.3: Matrica utjecaja za problem sa Slike 6.4

	1	2	3	4
1		1		
2		0		
3		3		
4		4		

- Usporedbu kriterija 1 i 3 s obzirom na 2 pri čemu mora znati kolikim intenzitetom 1 utječe na 2 i kolikim intenzitetom 3 utječe na 2,
- Usporedbu kriterija 1 i 4 s obzirom na 2 pri čemu mora znati kolikim intenzitetom 1 utječe na 2 i kolikim intenzitetom 4 utječe na 2,
- Usporedbu kriterija 3 i 4 pri s obzirom na 2 pri čemu mora znati kolikim intenzitetom 3 utječe na 2 i kolikim intenzitetom 4 utječe na 2.

Matrica usporedbi kriterija 1, 3 i 4 s obzirom na kriterij 2 dan je u Tablici 6.4. Najmanja moguća razlika među utjecaja među dva kriterija je 0 (kada dva kriterija utječu na treći kriterij istim intenzitetom). U tom slučaju vrijednost usporedbe ta dva kriterija iznosi 1 na Saatyjevoj skali. Dakle, sve moguće razlike u utjecajima (koje mogu iznositi 0-4) potrebno je modelirati na Saatyjevu skalu 1-9.

Tablica 6.4: Matrica usporedbi kriterija za problem sa Slike 6.4

2	1	3	4
1	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$
3	5	1	$\frac{1}{3}$
4	7	3	1

Kako su i DEMATEL i Saatyjeva skala relativne, omjerne i *fuzzy*, skaliranje jedne na drugu može biti linearno, zato je funkcija prijelaza definirana kao:

$$f(x) = \begin{cases} x \geq 0 & 1 + 2x \\ x < 0 & \frac{1}{1-2x} \end{cases} \tag{6.1}$$

pri čemu je x razlika između utjecaja dva kriterija u odnosu na treći, a $f(x)$ je vrijednost

na Saatyjevoj skali. Ova funkcija prijelaza poklapa se i s prvotno definiranom tablicom prijelaza u radu [72].

Problem koji se javlja u implementaciji metode ANP u ovoj simulaciji vezan je uz nepostojanje alternativa, a problemi oko toga već su pojašnjeni u dijelu 3.7.2. Rješenje tog problema smo već ponudili, a to je uključenje tzv. *fiktivne* alternative.

Uzevši u obzir ulazne podatke kao i i/reducibilnost supermatrice, metodu ANP smo u ovoj simulaciji implementirali na četiri načina:

- ANP1: korištenje normalizacije zbrojem bez fiktivne alternative,
- ANP2: korištenje normalizacije zbrojem i fiktivne alternative,
- ANP3: korištenje funkcije prijelaza bez fiktivne alternative,
- ANP4: korištenje funkcije prijelaza i fiktivne alternative.

Sve četiri varijante metode ANP smatramo ravnopravnima.

Simulacija metode ANP i metode SNAP za potrebe usporedbe pri čemu bi se za svaku od njih uzimali podaci koji odgovaraju onome što svaka metoda treba na ulazu, moguća je samo na stvarnim primjerima, ne na općenito generiranim slučajevima.

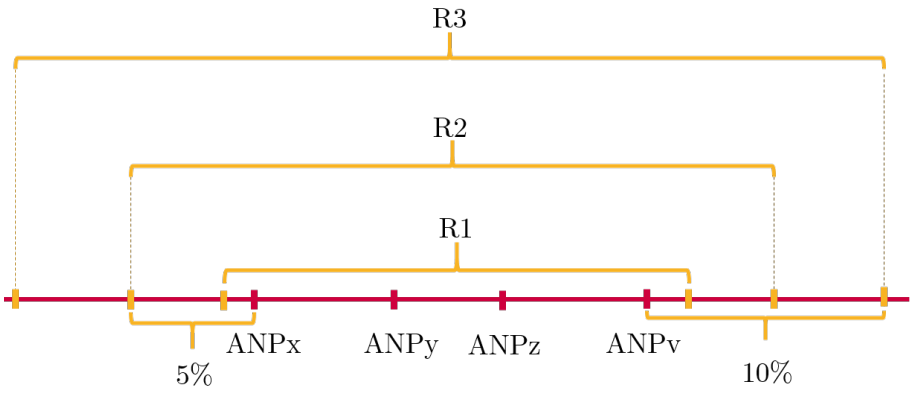
6.1.1.3 Uspoređivanje rezultata primjene metoda

Nakon što se za svaku generiranu kombinaciju matrice utjecaja izračunaju težine kriterija po metodi ANP (4 varijante) i po metodi SNAP (6 varijanti), slijedi uspoređivanje rezultata kako bismo utvrdili kolika su poklapanja između metoda. Pri tome koristimo dvije mjere:

1. Prva se odnosi na izračun postotka kriterija u ukupnom broju kriterija kod kojih je neka varijanta metode SNAP dala usporedive rezultata s metodom ANP. Tu su definirane 3 mjere:
   - R1: postotak kriterija kod kojih je težina kriterija izračunata nekom varijantom metode SNAP unutar 10% težine kriterija metodom ANP,
   - R2: postotak kriterija kod kojih je težina kriterija izračunata nekom varijantom metode SNAP unutar 5% apsolutno (5 postotnih točaka) od izračunate težine kriterija po metodi ANP,
   - R3: postotak kriterija kod kojih je težina kriterija izračunata nekom varijantom metode SNAP unutar 10% apsolutno (10 postotnih točaka) od izračunate težine kriterija po metodi ANP,

   Mjere su zorno predstavljene na Slici 6.5.

   Kako su u metodi ANP najmjerodavnije samo stvarne usporedbe kriterija u odnosu na cilj, sve četiri varijante kojima opisujemo metodu ANP smatramo ravnopravnima. Simulacijski je utvrđeno da su razlike u težinama kriterija među njima vrlo male, pogotovo kada se radi o matricama utjecaja koje sadrže mali broj vrijednosti 0, ili ih uopće ne sadrže. Dodatno, u preko 90% slučajeva one daju isti poredak težina kriterija. Razlike se javljaju onda kada



Slika 6.5: Mjere za usporedbu metoda ANP i SNAP

su težine kriterija međusobno slične.

Dakle, mjera R1 označava postotak kriterija čije težine izračunate metodom SNAP se nalaze u intervalu $[0.9 \cdot \text{ANPx}; 1.1 \cdot \text{ANPv}]$ pri čemu je ANPx ona verzija metode ANP koja je dala najmanju težinu za promatrani kriterij, a ANPv je ona verzija metode ANP koja je dala najveću težinu za promatrani kriterij. R2 označava postotak kriterija čije težine izračunate metodom SNAP se nalaze u u intervalu $[\text{ANPx} - 5\%; \text{ANPv} + 5\%]$. R3 označava postotak kriterija čije težine izračunate metodom SNAP se nalaze u u intervalu $[\text{ANPx} - 10\%; \text{ANPv} + 10\%]$.

2. Druga se odnosi na izračun Spearmanovog koeficijenta korelacije ranga ([134]) između varijante metode SNAP i metode ANP, tj. na korelaciju neke varijante metode SNAP s metodom ANP (rangovi metode ANP računat će se kao prosječni rangovi svih 4 varijanti metode ANP),

6.1.2 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 4 kriterija u klasteru

6.1.2.1 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 4 kriterija u klasteru (generiranje CWR)

Na razini od 4 kriterija provedena je simulacija metoda ANP i neparnih varijanti metode SNAP. Kako parne varijante metode SNAP kod izračuna težina kriterija ne uključuju usporedbe s obzirom na cilj nema ih smisla uspoređivati s metodom ANP za koju smo u analizi pokazali da usporedbe s obzirom na cilj ne uzima u obzir prilikom odlučivanja. Ukupan broj generiranih kombinacija jest 1820.

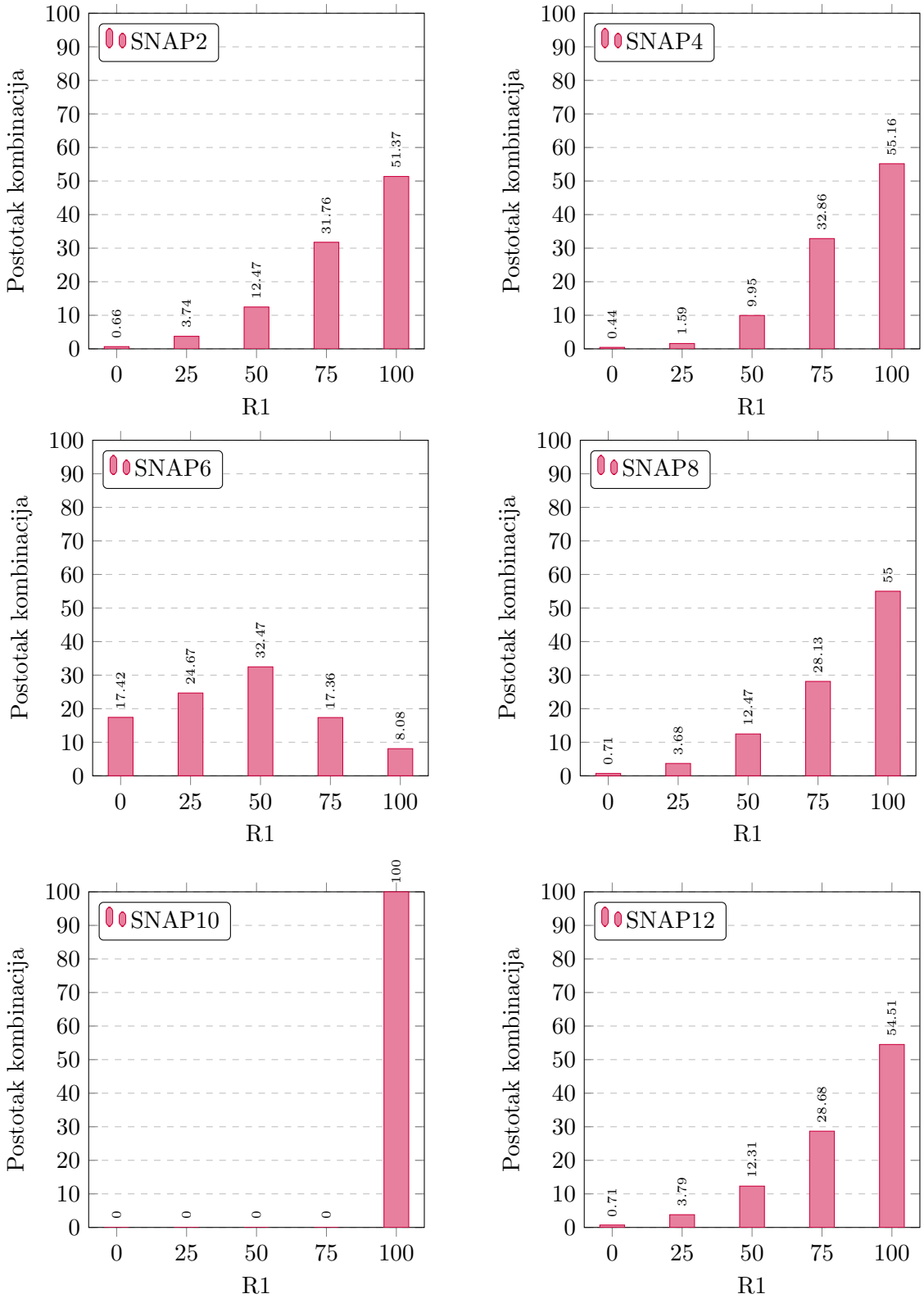
Rezultati simulacije prikazani su tablično i grafički:

- Na Slici 6.6 nalazi se prikaz distribucije generiranih kombinacija problema odlučivanja po varijabli R1 za različite varijante metode SNAP,
- Na Slici 6.7 nalazi se prikaz distribucije generiranih kombinacija problema odlučivanja po varijabli R2 za različite varijante metode SNAP,

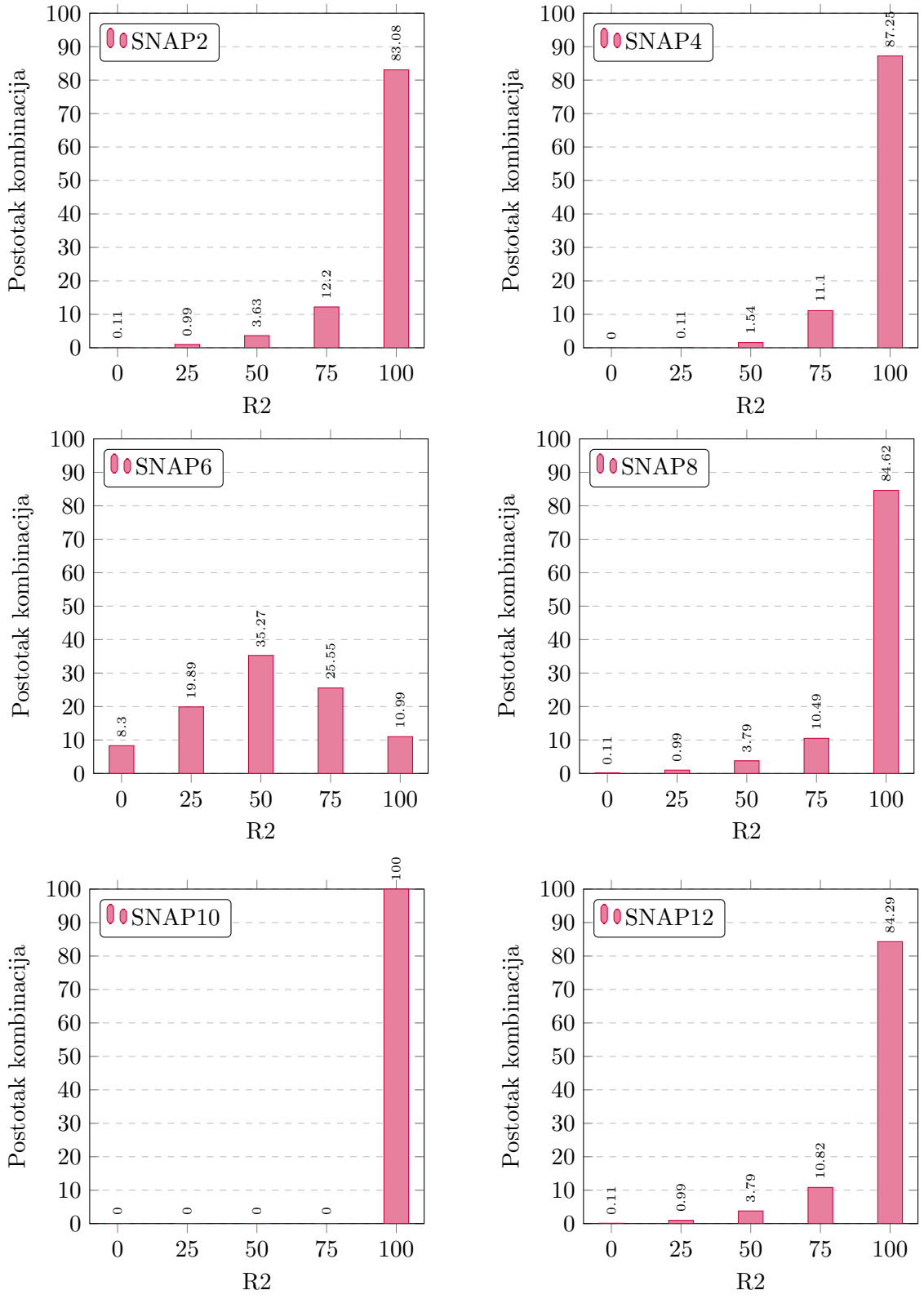
- Na Slici 6.8 nalazi se prikaz distribucije generiranih kombinacija problema odlučivanja po varijabli R3 za različite varijante metode SNAP,
- U Tablici 6.5 nalazi se prikaz distribucije generiranih kombinacija problema odlučivanja po varijablama R1, R2 i R3 za različite varijante metode SNAP,
- Na Slici 6.9 nalazi se prikaz distribucije generiranih kombinacija problema odlučivanja prema SPearmanovom koeficijentu za različite varijante metode SNAP,
- U Tablici 6.6 nalazi se prikaz distribucije generiranih kombinacija problema odlučivanja prema Spearmanovom koeficijentu za različite varijante metode SNAP.

Tablica 6.5: Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijablama R1, R2 i R3 kod 4 kriterija (N=1820)

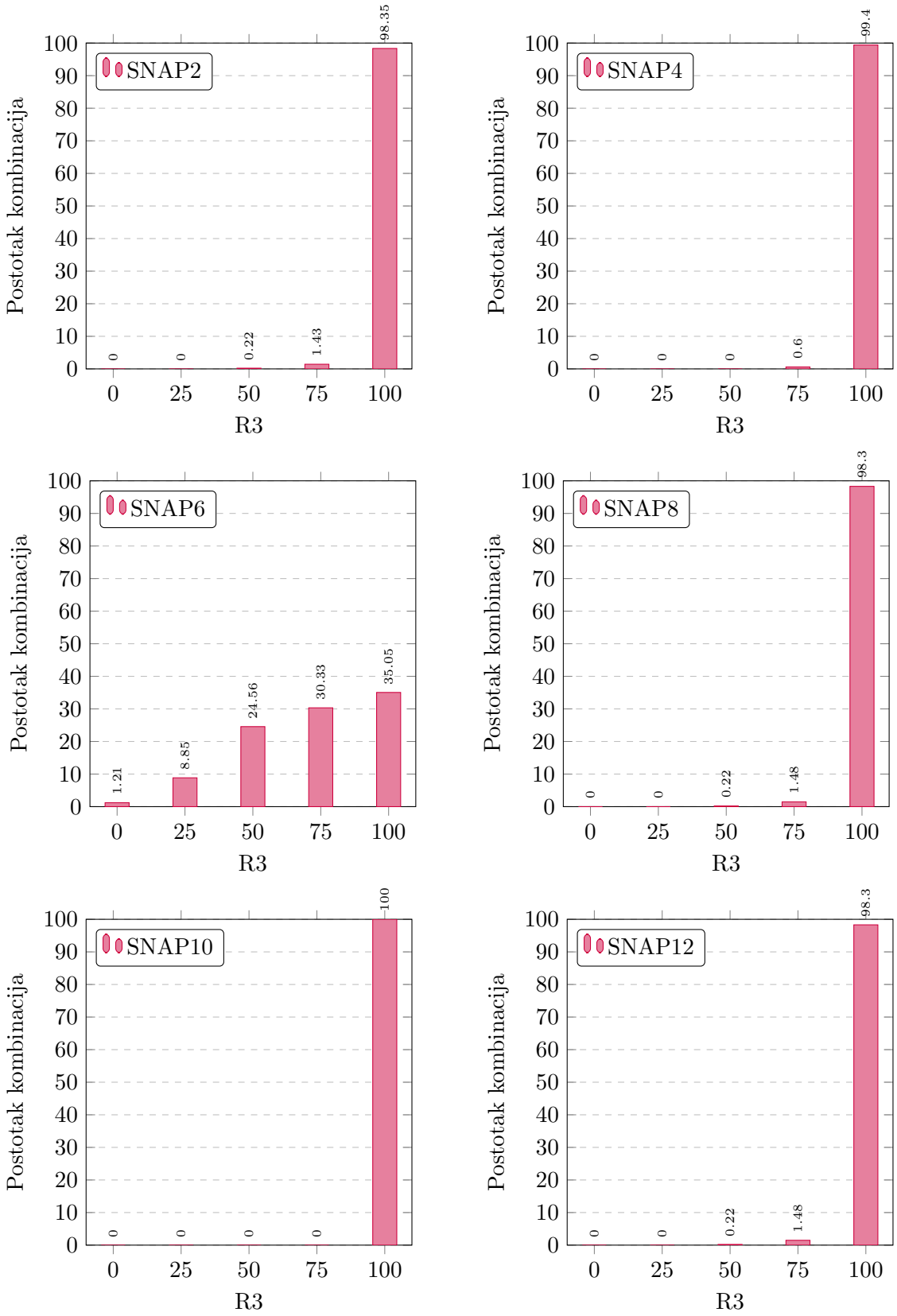
R1	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
R1	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
0	0.66	0.44	17.42	0.71	0.00	0.71
25	3.74	1.59	24.67	3.68	0.00	3.79
50	12.47	9.95	32.47	12.47	0.00	12.31
75	31.76	32.86	17.36	28.13	0.00	28.68
100	51.37	55.16	8.08	55.00	100.00	54.51
R2	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
R2	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
0	0.11	0.00	8.30	0.11	0.00	0.11
25	0.99	0.11	19.89	0.99	0.00	0.99
50	3.63	1.54	35.27	3.79	0.00	3.79
75	12.20	11.10	25.55	10.49	0.00	10.82
100	83.08	87.25	10.99	84.62	100.00	84.29
R3	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
0	0.00	0.00	1.21	0.00	0.00	0.00
25	0.00	0.00	8.85	0.00	0.00	0.00
50	0.22	0.00	24.56	0.22	0.00	0.22
75	1.43	0.60	30.33	1.48	0.00	1.48
100	98.35	99.40	35.05	98.30	100.00	98.30



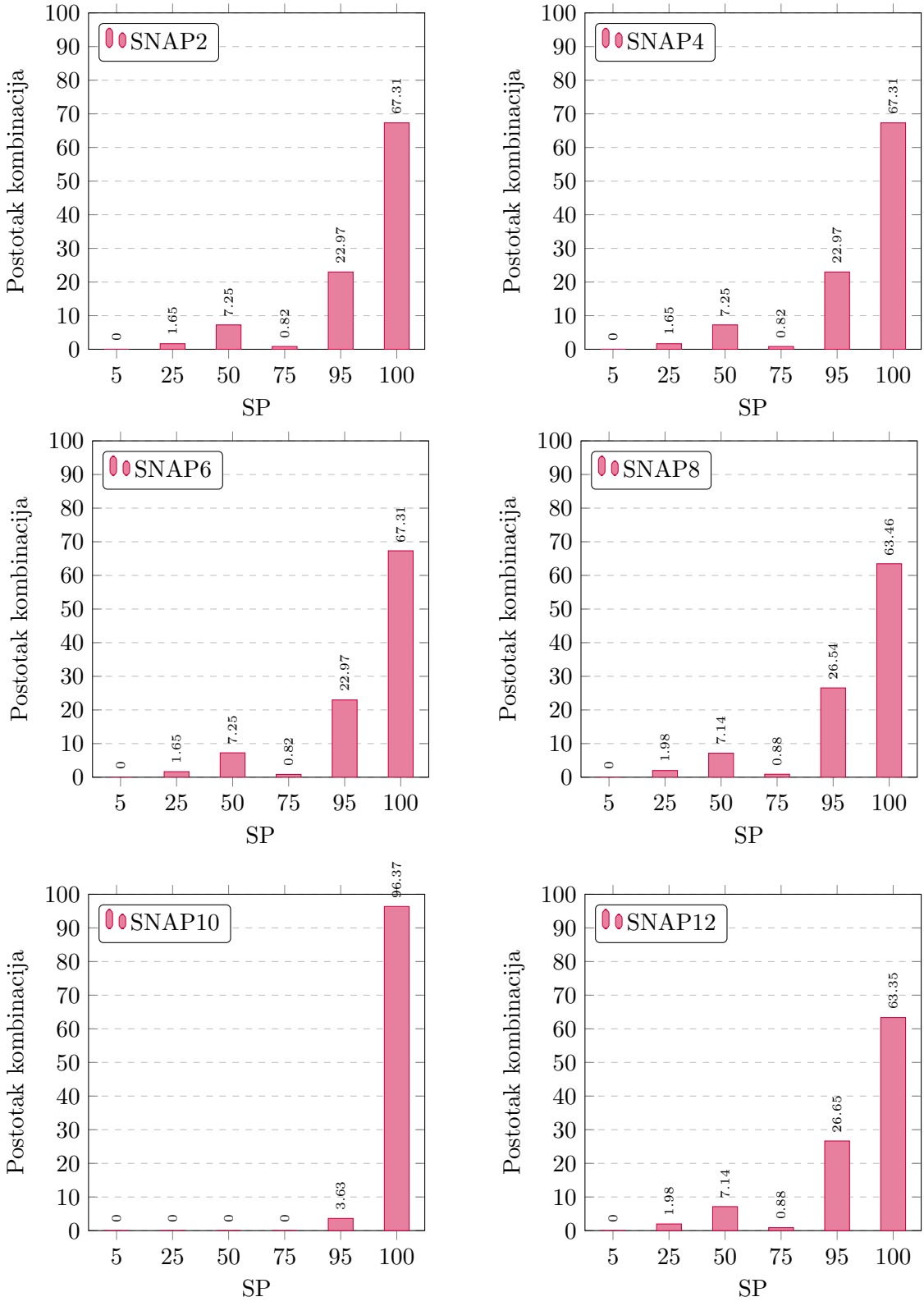
Slika 6.6: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 4 kriterija (N=1820)



Slika 6.7: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R2 kod 4 kriterija (N=1820)



Slika 6.8: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R3 kod 4 kriterija (N=1820)



Slika 6.9: Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema Spearmanovom koeficijentu kod 4 kriterija (N=1820)

Tablica 6.6: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema Spearmanovom koeficijentu korelacije ranga kod 4 kriterija (N=1820)

SP1	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
25	1.65	1.65	1.65	1.98	0.00	1.98
50	7.25	7.25	7.25	7.14	0.00	7.14
75	0.82	0.82	0.82	0.88	0.00	0.88
95	22.97	22.97	22.97	26.54	3.63	26.65
100	67.31	67.31	67.31	63.46	96.37	63.35

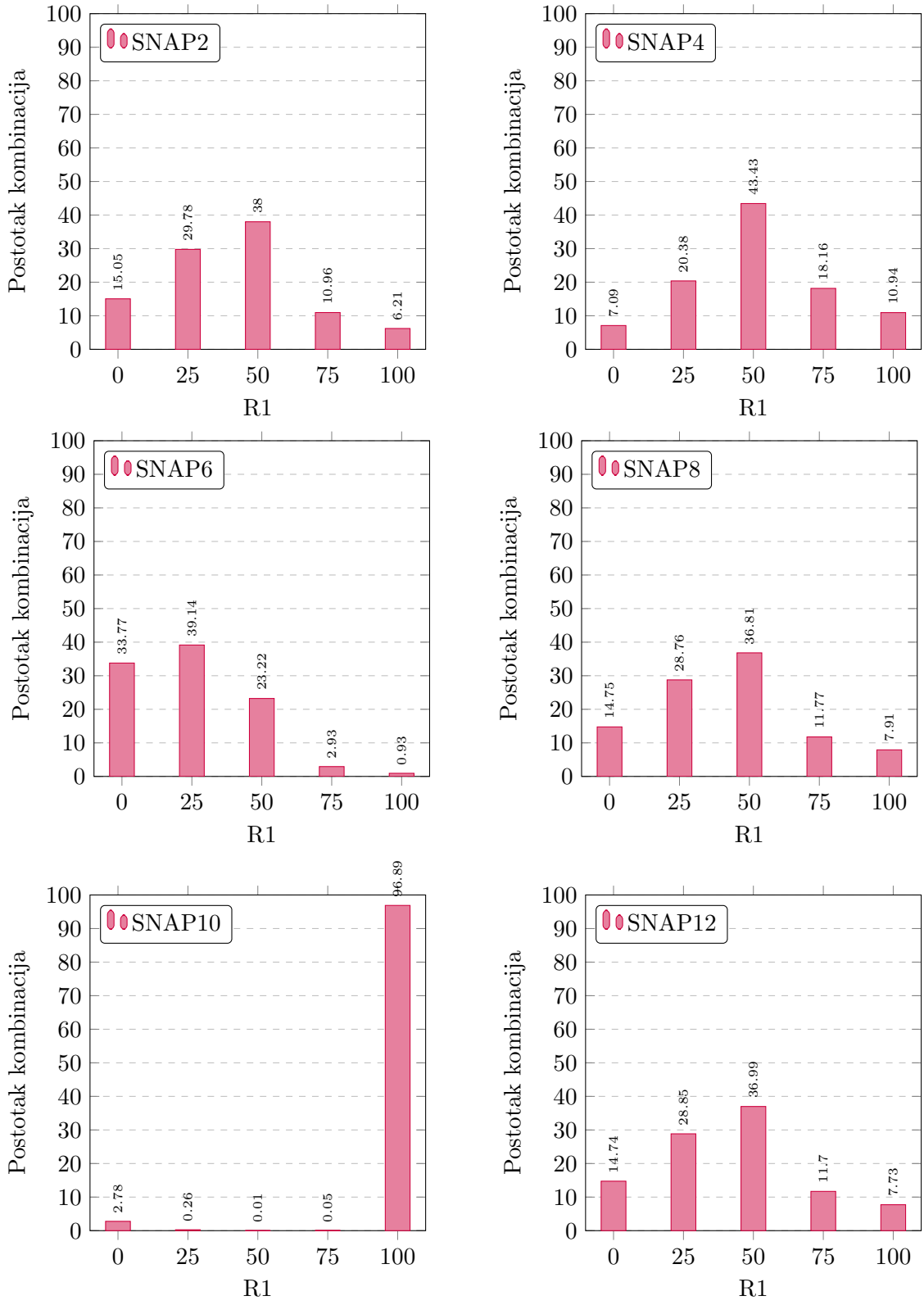
6.1.2.2 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 4 kriterija u klasteru (generiranje slučajnih brojeva)

Na razini od 4 kriterija provedena je simulacija metoda ANP i neparnih varijanti metode SNAP pri čemu su komebinacije generirane slučajnim brojevima. Ukupan broj generiranih kombinacija jest 22865739 što je 10% svih mogućih kombinacija.

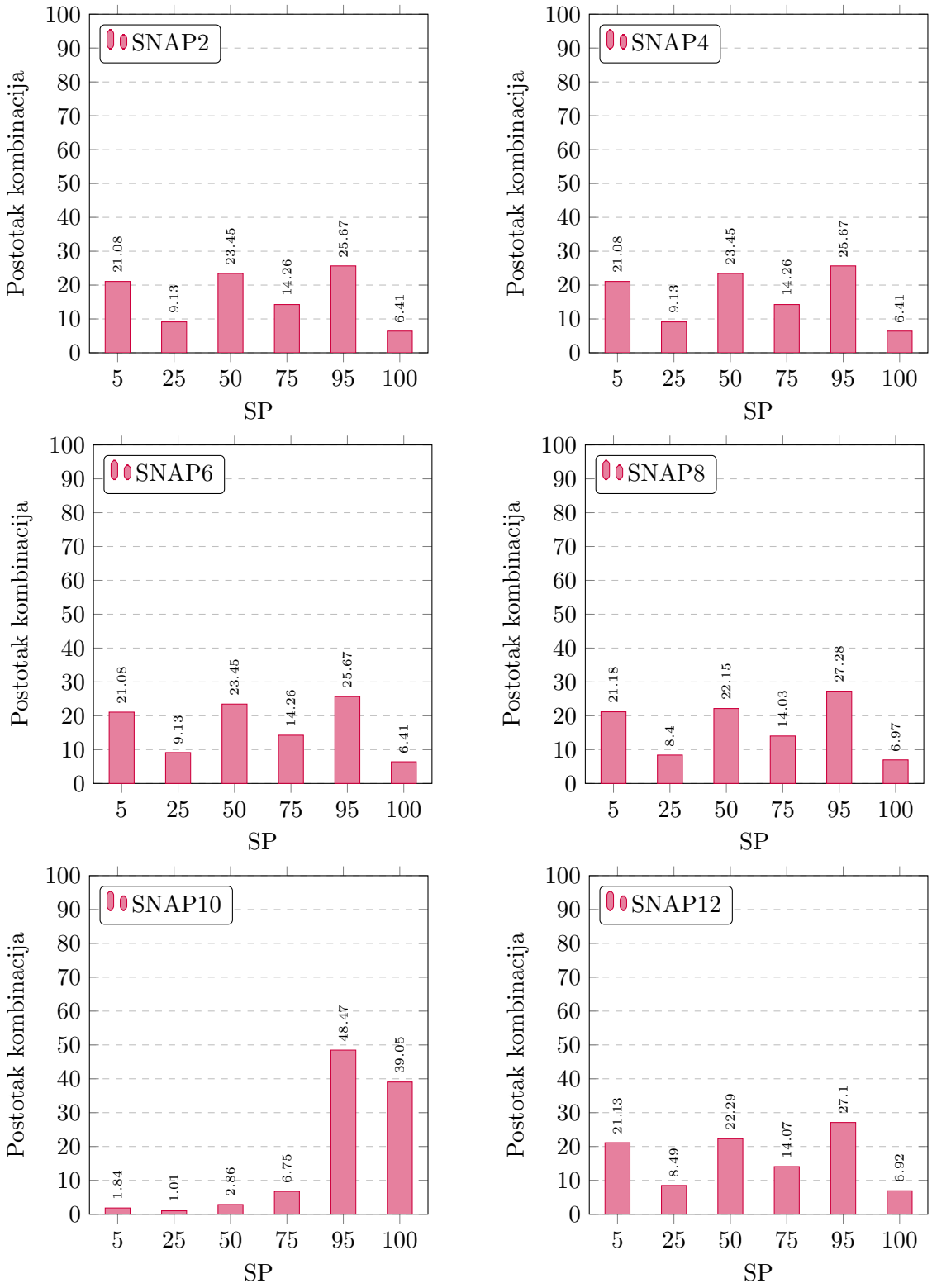
Rezultati simulacije prikazani su tablično i grafički. Na Slici 6.10 i u Tablici 6.7 nalazi se prikaz distribucije generiranih kombinacija problema odlučivanja po varijabli R1 za različite varijante metode SNAP. Na Slici 6.11 i u Tablici 6.8 nalazi se prikaz distribucije generiranih kombinacija problema odlučivanja prema Spearmanovom koeficijentu za različite varijante metode SNAP.

Tablica 6.7: Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 4 kriterija (N=22865739)

R1	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
R1	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
0	15.05	7.09	33.77	14.75	2.78	14.74
25	29.78	20.38	39.14	28.76	0.26	28.85
50	38.00	43.43	23.22	36.81	0.01	36.99
75	10.96	18.16	2.93	11.77	0.05	11.70
100	6.21	10.94	0.93	7.91	96.89	7.73



Slika 6.10: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 4 kriterija (N=22865739)



Slika 6.11: Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema Spearmanovom koeficijentu kod 4 kriterija (N=22865739)

Tablica 6.8: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema Spearmanovom koeficijentu korelacije ranga kod 4 kriterija (N=22865739)

SP1	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
5.00	21.08	21.08	21.08	21.18	1.84	21.13
25.00	9.13	9.13	9.13	8.40	1.01	8.49
50.00	23.45	23.45	23.45	22.15	2.86	22.29
75.00	14.26	14.26	14.26	14.03	6.75	14.07
95.00	25.67	25.67	25.67	27.28	48.47	27.10
100.00	6.41	6.41	6.41	6.97	39.05	6.92

Prema rezultatima simulacije za 4kriterija potvrđuje se da varijanta metode SNAP - SNAP10 daje najbolje rezultate od svih varijanti metode SNAP u smislu usporedivosti s metodom ANP. Simulacija je napravljena i za klastere sa 5-10 kriterija. Za njih su rezultati prikazani (samo) po pokazateljima R1 i SP.

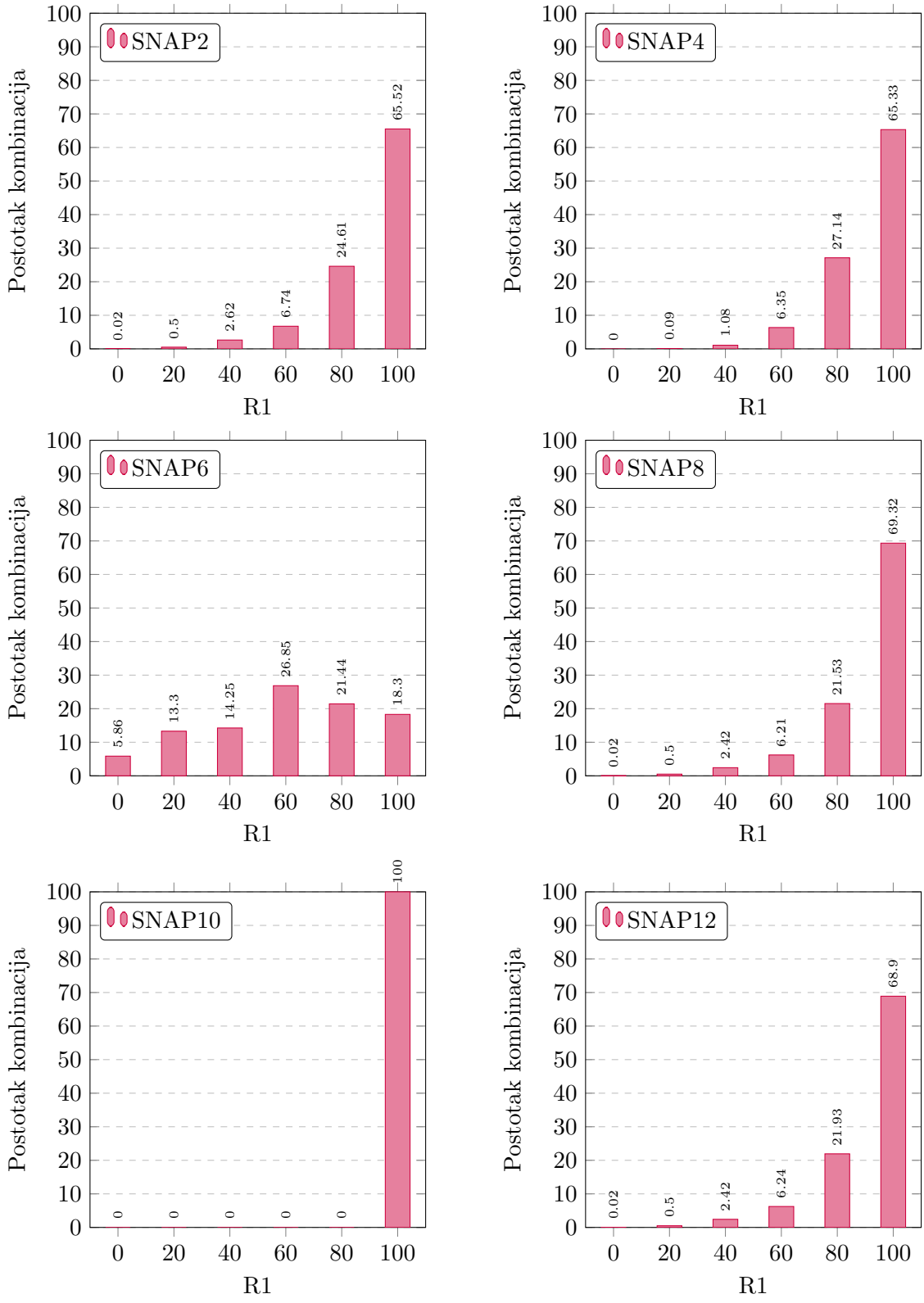
6.1.3 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 5 kriterija u klasteru

Na Slici 6.12 i u Tablici 6.9 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 5 kriterija. Na Slici 6.13 i u Tablici 6.10 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 5 kriterija. Generiranje ulaznih kombinacija je CWR postupkom. Ukupan broj kombinacija iznosi 10626.

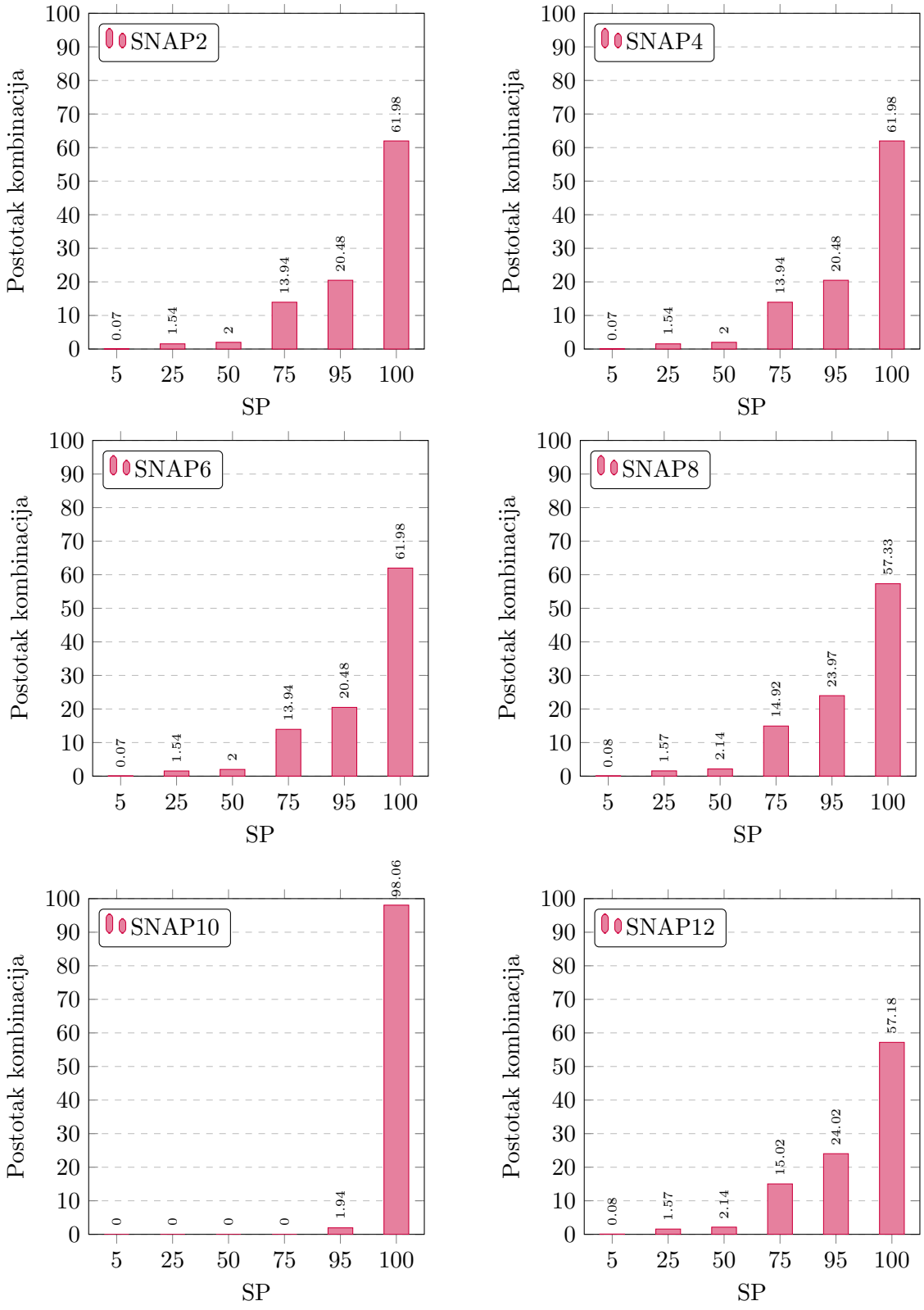
Kada je generiranje slučajnim brojevima onda se postižu slični rezultati. Na Slici 6.14 i u Tablici 6.11 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 5 kriterija. Na Slici 6.15 i u Tablici 6.12 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 5 kriterija. Broj kombinacija je 9999998.

Tablica 6.9: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 5 kriterija (N=10626)

R1	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
0	0.02	0.00	5.86	0.02	0.00	0.02
20	0.50	0.09	13.30	0.50	0.00	0.50
40	2.62	1.08	14.25	2.42	0.00	2.42
60	6.74	6.35	26.85	6.21	0.00	6.24
80	24.61	27.14	21.44	21.53	0.00	21.93
100	65.52	65.33	18.30	69.32	100.00	68.90



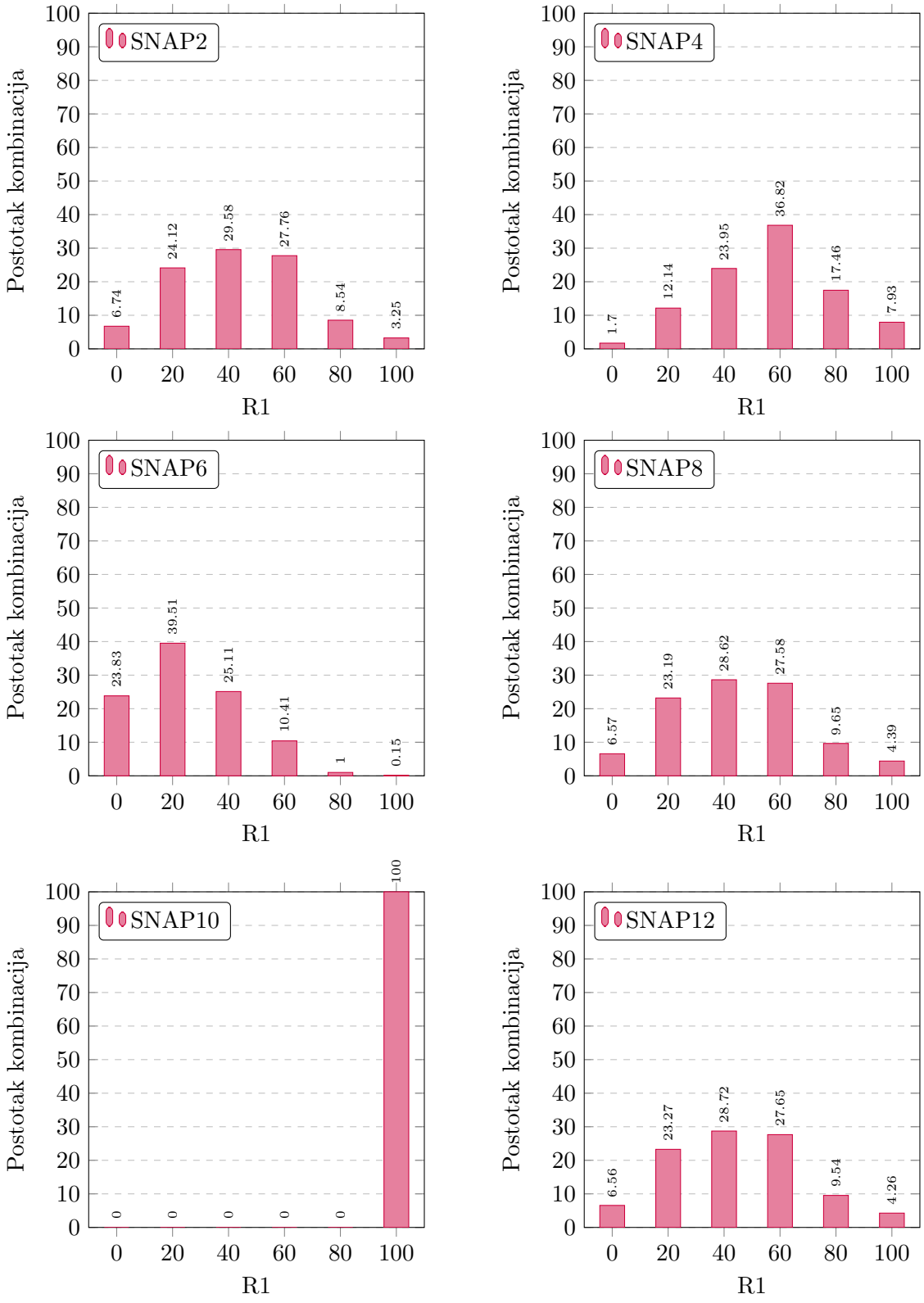
Slika 6.12: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 5 kriterija (N=10626)



Slika 6.13: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 5 kriterija (N=10626)

Tablica 6.10: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 5 kriterija (N=10626)

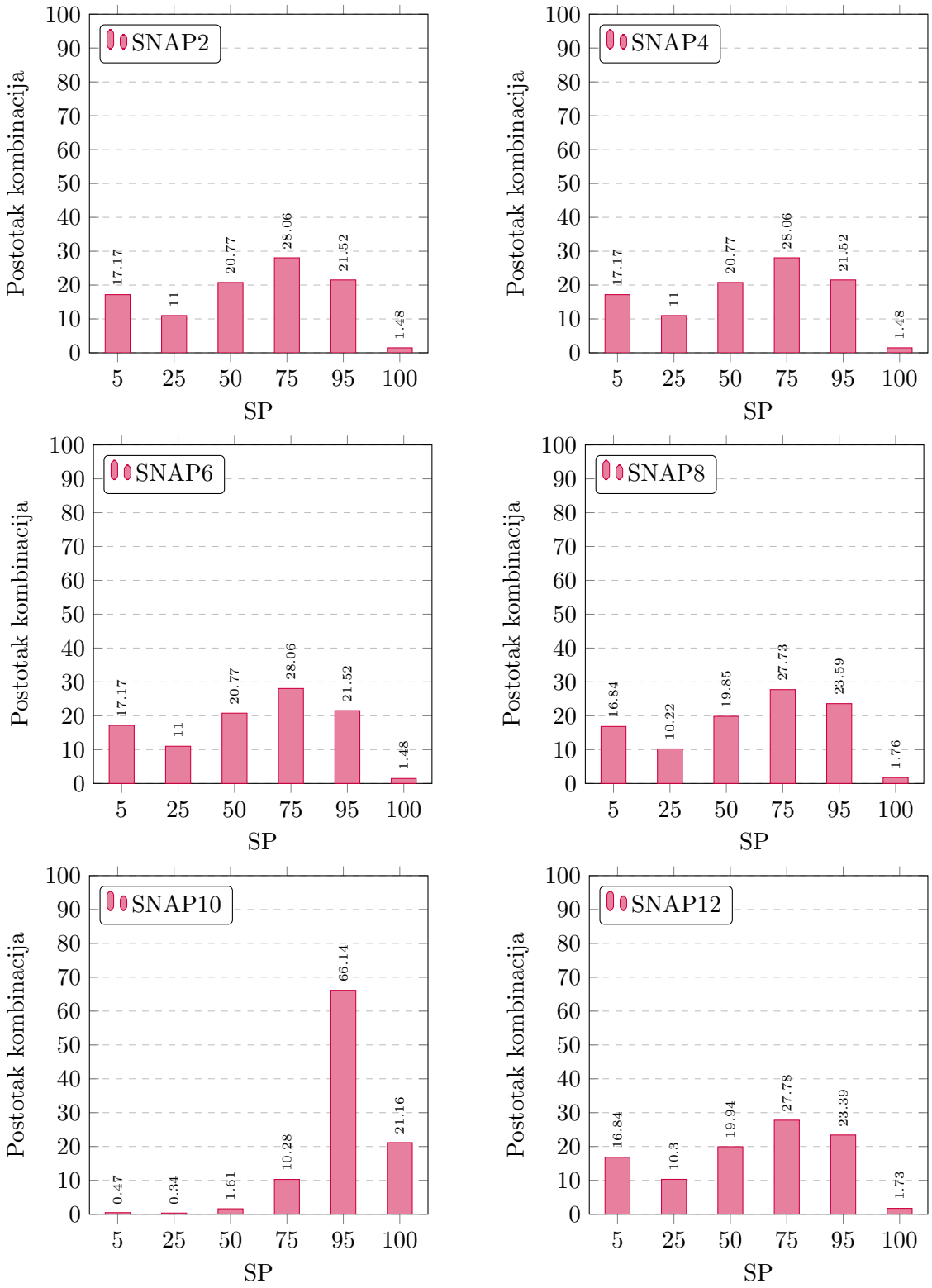
SP	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
5	0.07	0.07	0.07	0.08	0.00	0.08
25	1.54	1.54	1.54	1.57	0.00	1.57
50	2.00	2.00	2.00	2.14	0.00	2.14
75	13.94	13.94	13.94	14.92	0.00	15.02
95	20.48	20.48	20.48	23.97	1.94	24.02
100	61.98	61.98	61.98	57.33	98.06	57.18



Slika 6.14: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 5 kriterija (N=9999998)

Tablica 6.11: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 5 kriterija (N=9999998)

R1	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
0	6.74	1.70	23.83	6.57	0.77	6.56
20	24.12	12.14	39.51	23.19	0.02	23.27
40	29.58	23.95	25.11	28.62	0.00	28.72
60	27.76	36.82	10.41	27.58	0.00	27.65
80	8.54	17.46	1.00	9.65	0.00	9.54
100	3.25	7.93	0.15	4.39	99.20	4.26



Slika 6.15: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 5 kriterija (N=9999998)

Tablica 6.12: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 5 kriterija (N=9999998)

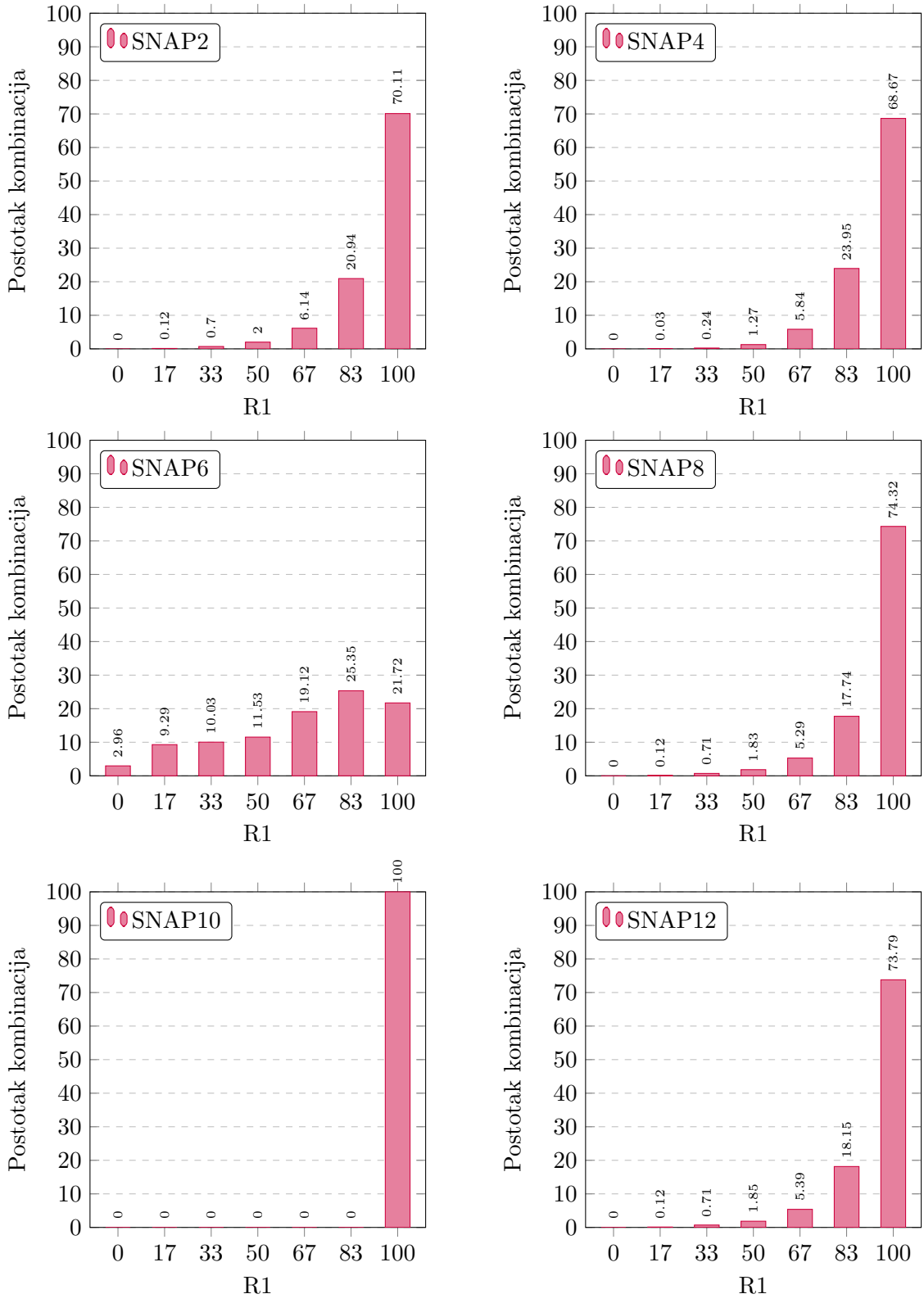
SP	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
5	17.17	17.17	17.17	16.84	0.47	16.84
25	11.00	11.00	11.00	10.22	0.34	10.30
50	20.77	20.77	20.77	19.85	1.61	19.94
75	28.06	28.06	28.06	27.73	10.28	27.78
95	21.52	21.52	21.52	23.59	66.14	23.39
100	1.48	1.48	1.48	1.76	21.16	1.73

6.1.4 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 6 kriterija u klasteru

Na Slici 6.16 i u Tablici 6.13 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 6 kriterija. Na Slici 6.17 i u Tablici 6.14 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 6 kriterija. Generiranje je CWR postupkom. Ukupno je generirano 46376 kombinacija. Kada je napravljeno generiranje kombinacija slučajnim brojevima, dobiveni su vrlo slični rezultati pa ih nećemo prikazivati.

Tablica 6.13: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 6 kriterija (N=46376)

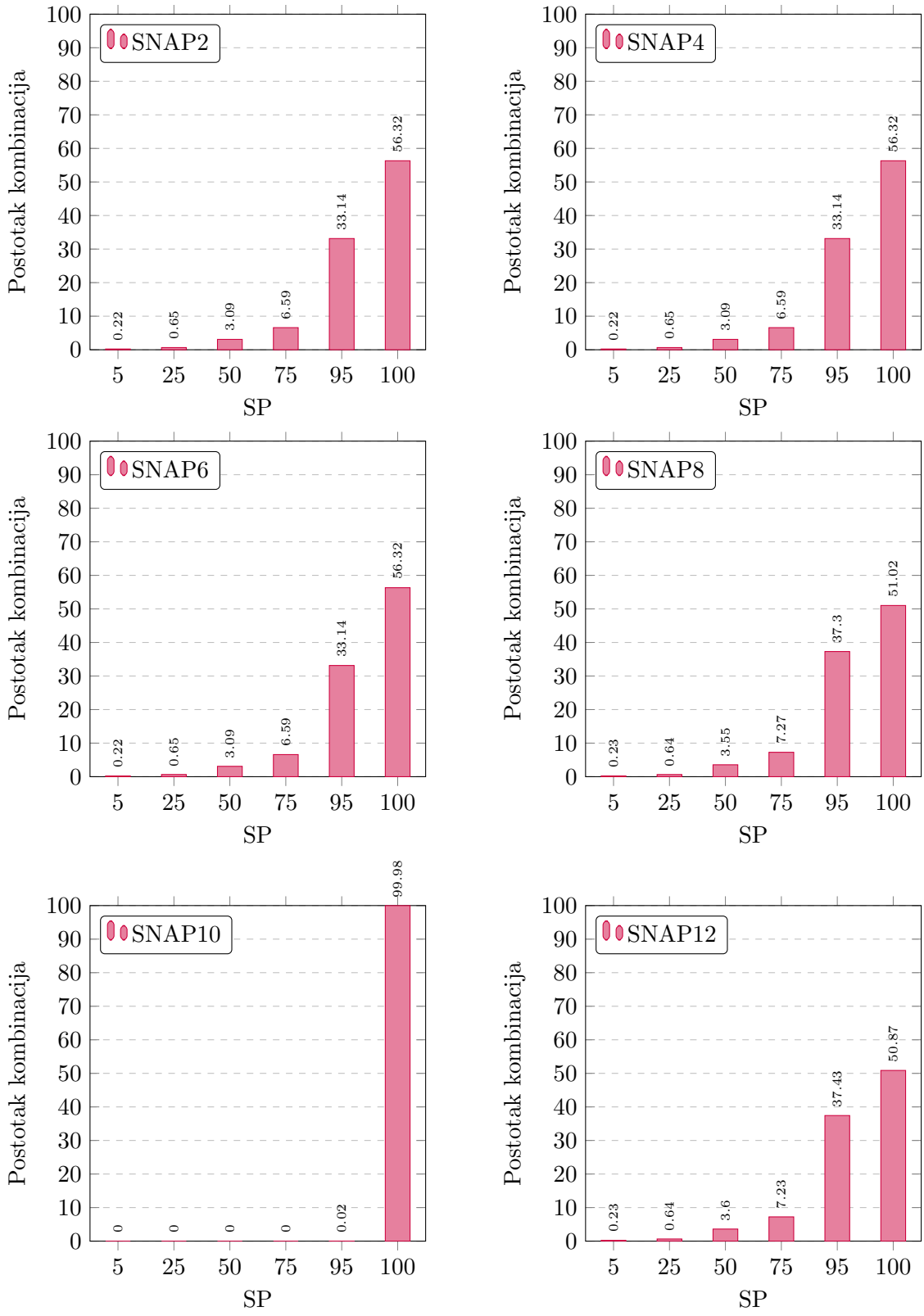
R1	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
0	0.00	0.00	2.96	0.00	0.00	0.00
17	0.12	0.03	9.29	0.12	0.00	0.12
33	0.70	0.24	10.03	0.71	0.00	0.71
50	2.00	1.27	11.53	1.83	0.00	1.85
67	6.14	5.84	19.12	5.29	0.00	5.39
83	20.94	23.95	25.35	17.74	0.00	18.15
1	70.11	68.67	21.72	74.32	100.00	73.79



Slika 6.16: Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 6 kriterija (N=46376)

Tablica 6.14: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 6 kriterija (N=46376)

SP	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
5	0.22	0.22	0.22	0.23	0.00	0.23
25	0.65	0.65	0.65	0.64	0.00	0.64
50	3.09	3.09	3.09	3.55	0.00	3.60
75	6.59	6.59	6.59	7.27	0.00	7.23
95	33.14	33.14	33.14	37.30	0.02	37.43
100	56.32	56.32	56.32	51.02	99.98	50.87



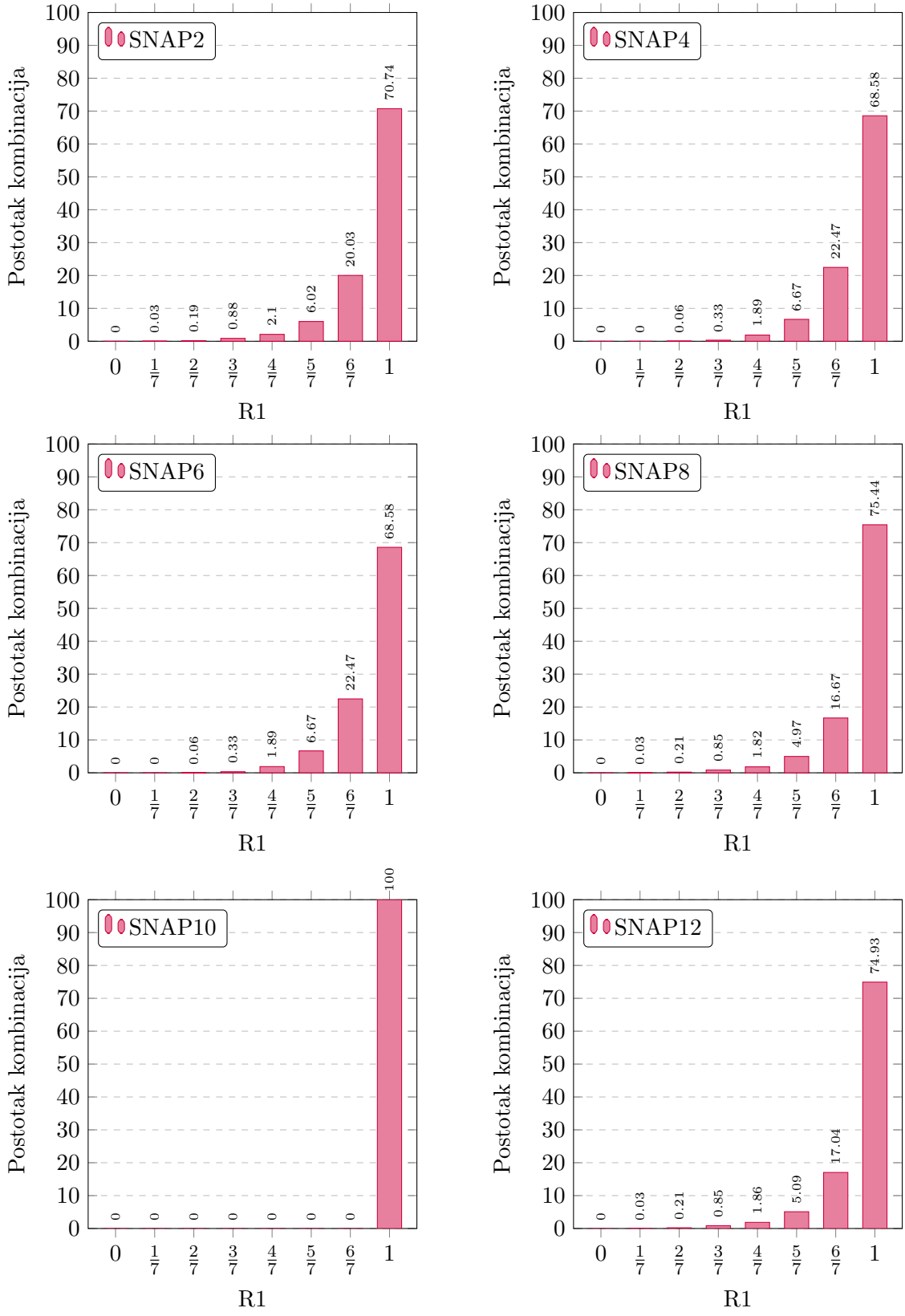
Slika 6.17: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 6 kriterija (N=46376)

6.1.5 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 7 kriterija u klasteru

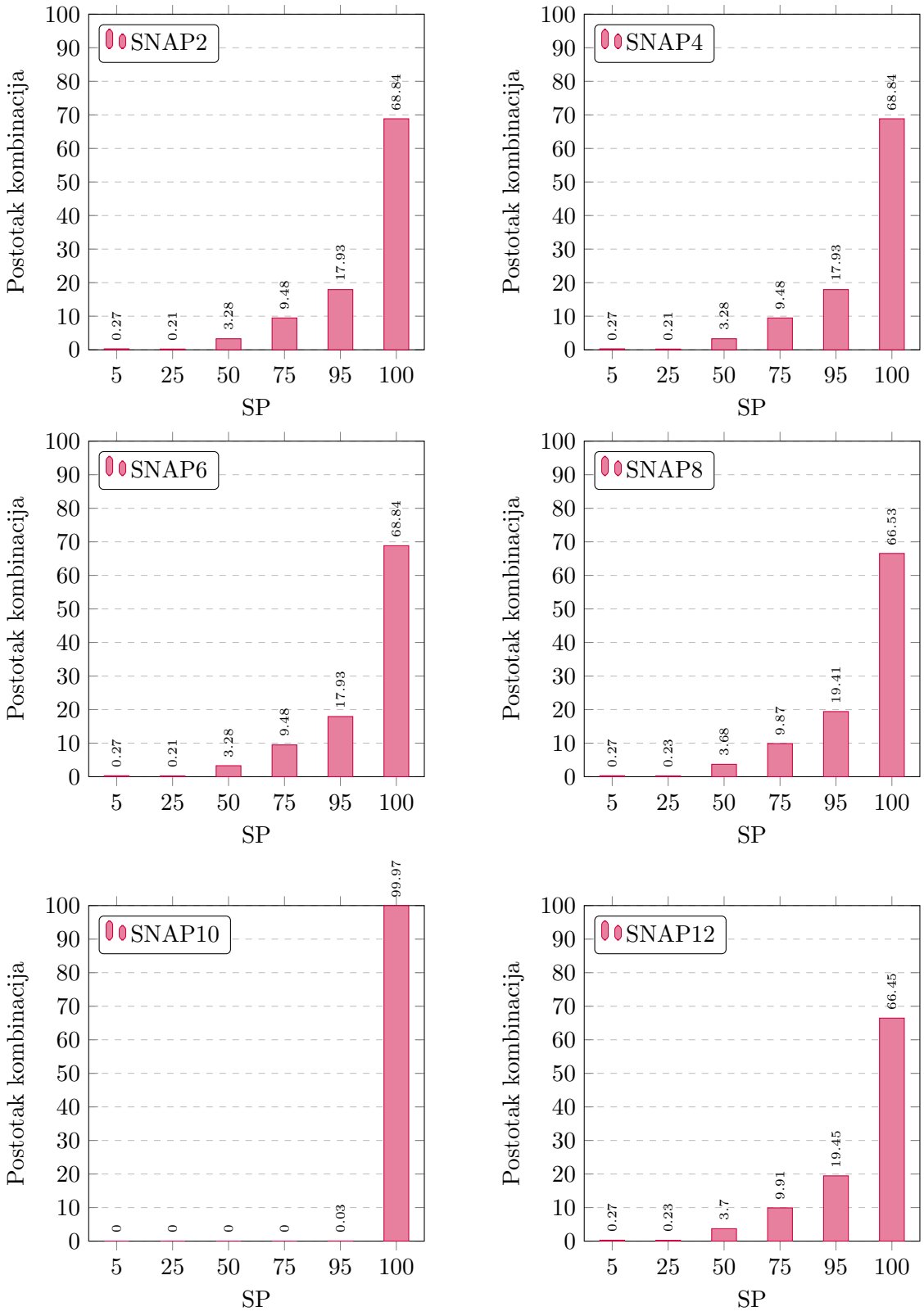
Na Slici 6.18 i u Tablici 6.15 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 7 kriterija. Na Slici 6.19 i u Tablici 6.16 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 7 kriterija. Generiranje je CWR postupkom. Ukupno je generirano 163185 kombinacija. Kada je napravljeno generiranje kombinacija slučajnim brojevima, dobiveni su vrlo slični rezultati pa ih nećemo prikazivati (broj kombinacija bio je 10 milijuna).

Tablica 6.15: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 7 kriterija (N=163185)

R1	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
0	0.00	0.00	1.84	0.00	0.00	0.00
$\frac{1}{7}$	0.03	0.00	6.09	0.03	0.00	0.03
$\frac{2}{7}$	0.19	0.06	7.59	0.21	0.00	0.21
$\frac{3}{7}$	0.88	0.33	7.21	0.85	0.00	0.85
$\frac{4}{7}$	2.10	1.89	11.60	1.82	0.00	1.86
$\frac{5}{7}$	6.02	6.67	14.61	4.97	0.00	5.09
$\frac{6}{7}$	20.03	22.47	27.39	16.67	0.00	17.04
1	70.74	68.58	23.68	75.44	100.00	74.93



Slika 6.18: Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 7 kriterija (N=163185)



Slika 6.19: Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 7 kriterija (N=163185)

Tablica 6.16: Pregled postotka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 7 kriterija (N=163185)

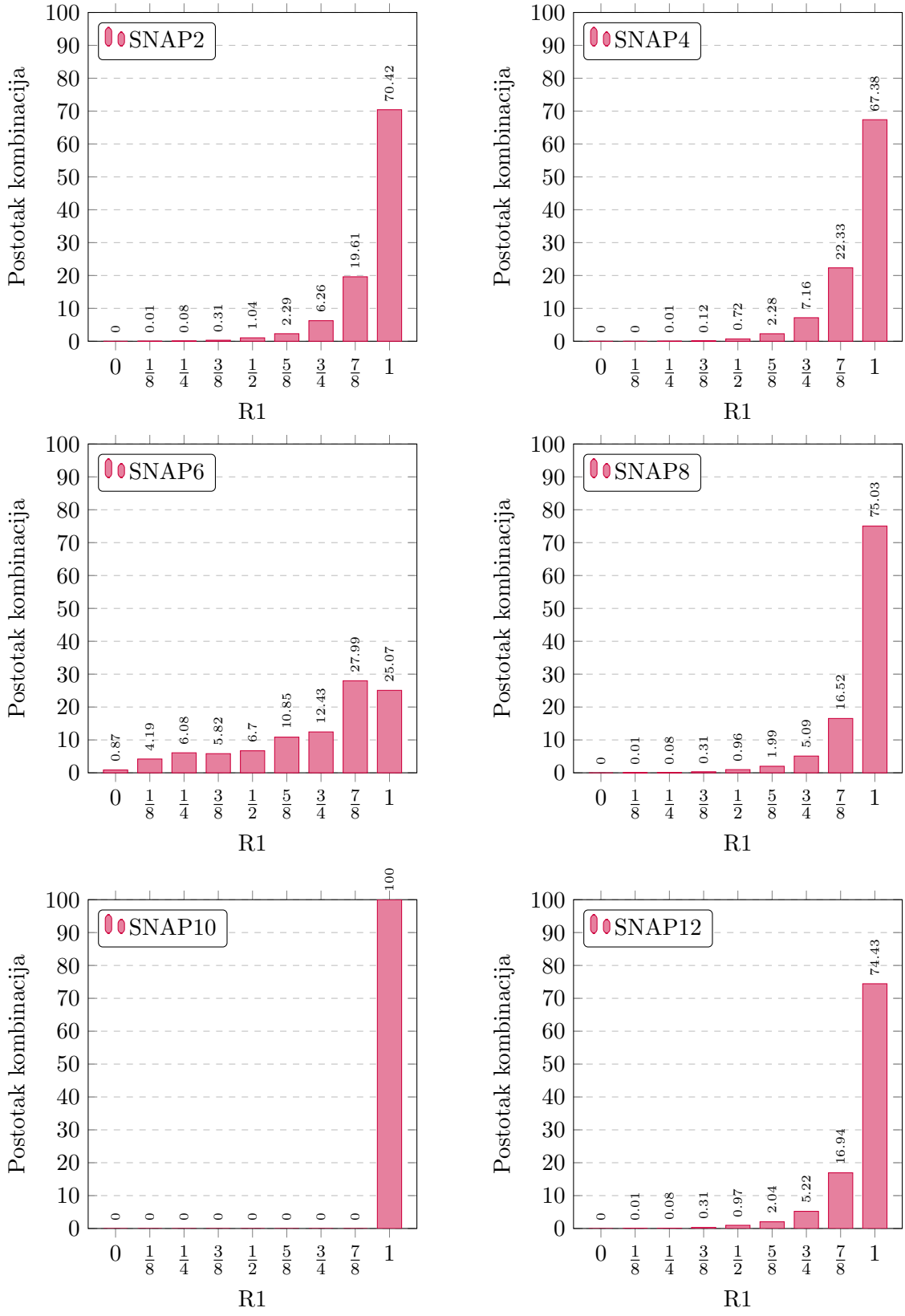
SP	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
5	0.27	0.27	0.27	0.27	0.00	0.27
25	0.21	0.21	0.21	0.23	0.00	0.23
50	3.28	3.28	3.28	3.68	0.00	3.70
75	9.48	9.48	9.48	9.87	0.00	9.91
95	17.93	17.93	17.93	19.41	0.03	19.45
100	68.84	68.84	68.84	66.53	99.97	66.45

6.1.6 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 8 kriterija u klasteru

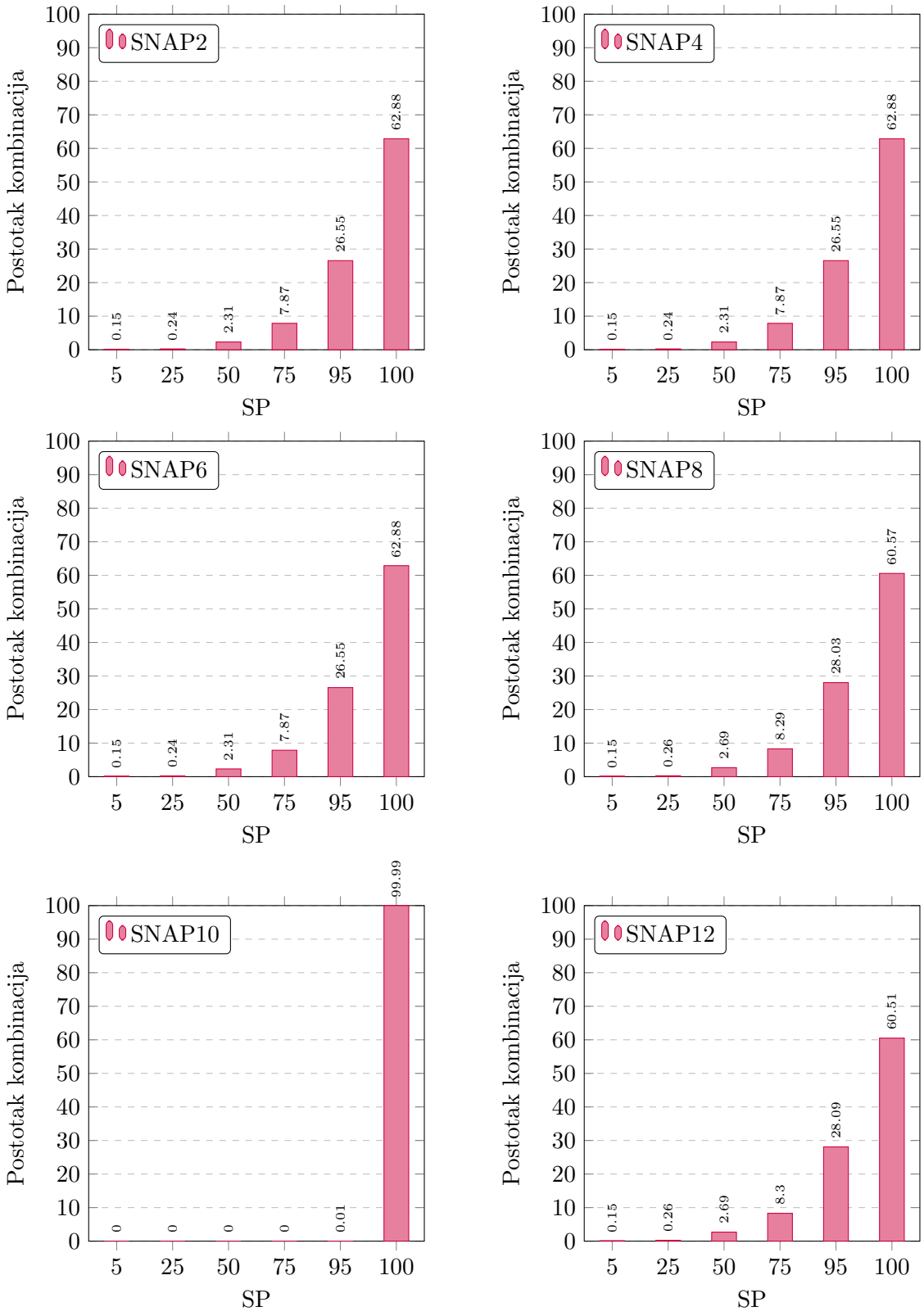
Na Slici 6.20 i u Tablici 6.17 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 8 kriterija. Na Slici 6.21 i u Tablici 6.18 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 8 kriterija. Generiranje je CWR postupkom. Ukupno je generirano 487635 kombinacija. Kada je napravljeno generiranje kombinacija slučajnim brojevima, dobiveni su vrlo slični rezultati pa ih nećemo prikazivati (broj kombinacija bio je 10 milijuna).

Tablica 6.17: Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 8 kriterija (N=487635)

R1	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
0	0.00	0.00	0.87	0.00	0.00	0.00
$\frac{1}{8}$	0.01	0.00	4.19	0.01	0.00	0.01
$\frac{1}{4}$	0.08	0.01	6.08	0.08	0.00	0.08
$\frac{3}{8}$	0.31	0.12	5.82	0.31	0.00	0.31
$\frac{1}{2}$	1.04	0.72	6.70	0.96	0.00	0.97
$\frac{5}{8}$	2.29	2.28	10.85	1.99	0.00	2.04
$\frac{3}{4}$	6.26	7.16	12.43	5.09	0.00	5.22
$\frac{7}{8}$	19.61	22.33	27.99	16.52	0.00	16.94
1	70.42	67.38	25.07	75.03	100.00	74.43



Slika 6.20: Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 8 kriterija (N=487635)



Slika 6.21: Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 8 kriterij (N=487635)a

Tablica 6.18: Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 8 kriterija (N=487635)

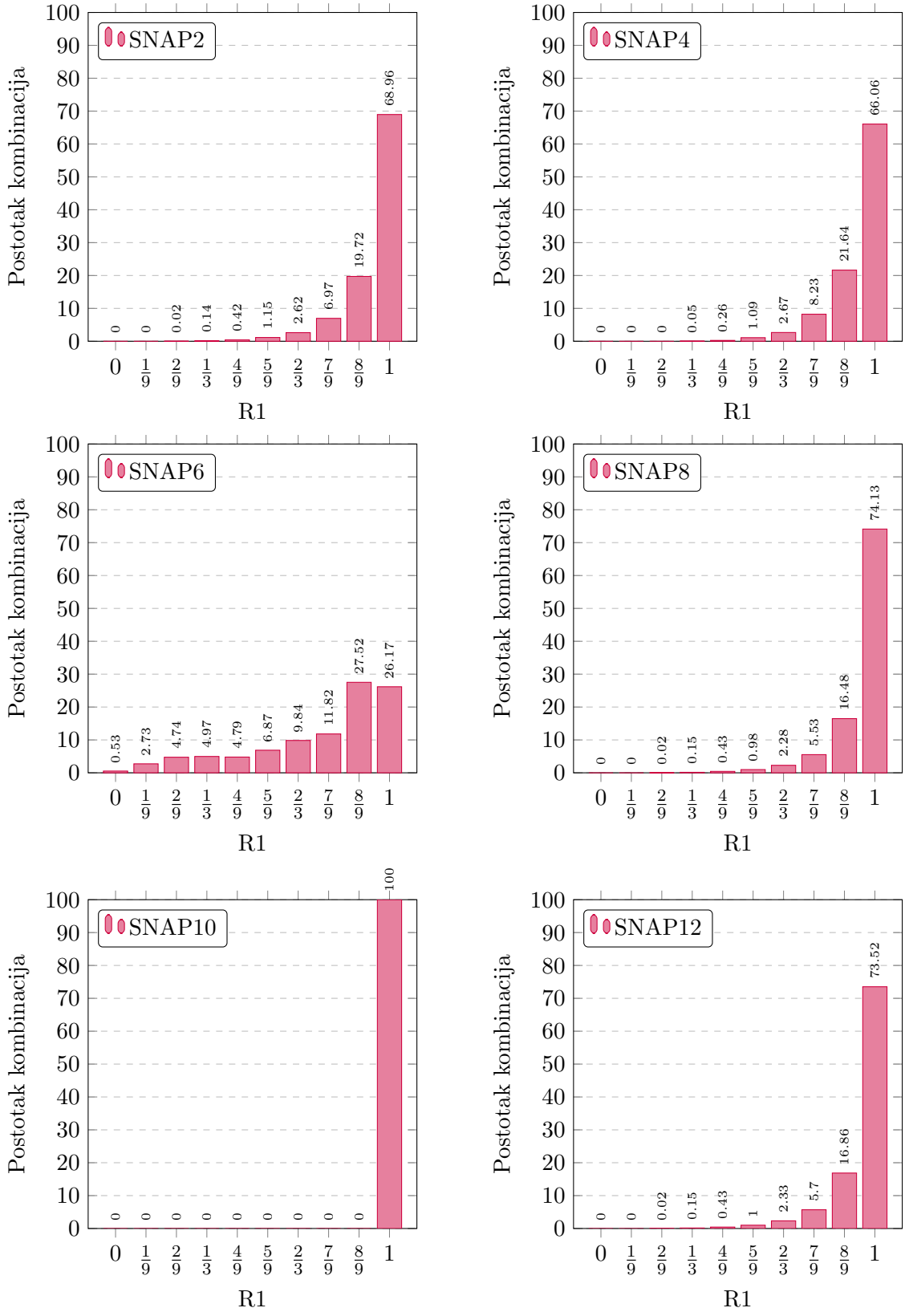
SP	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
5	0.15	0.15	0.15	0.15	0.00	0.15
25	0.24	0.24	0.24	0.26	0.00	0.26
50	2.31	2.31	2.31	2.69	0.00	2.69
75	7.87	7.87	7.87	8.29	0.00	8.30
95	26.55	26.55	26.55	28.03	0.01	28.09
100	62.88	62.88	62.88	60.57	99.99	60.51

6.1.7 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 9 kriterija u klasteru

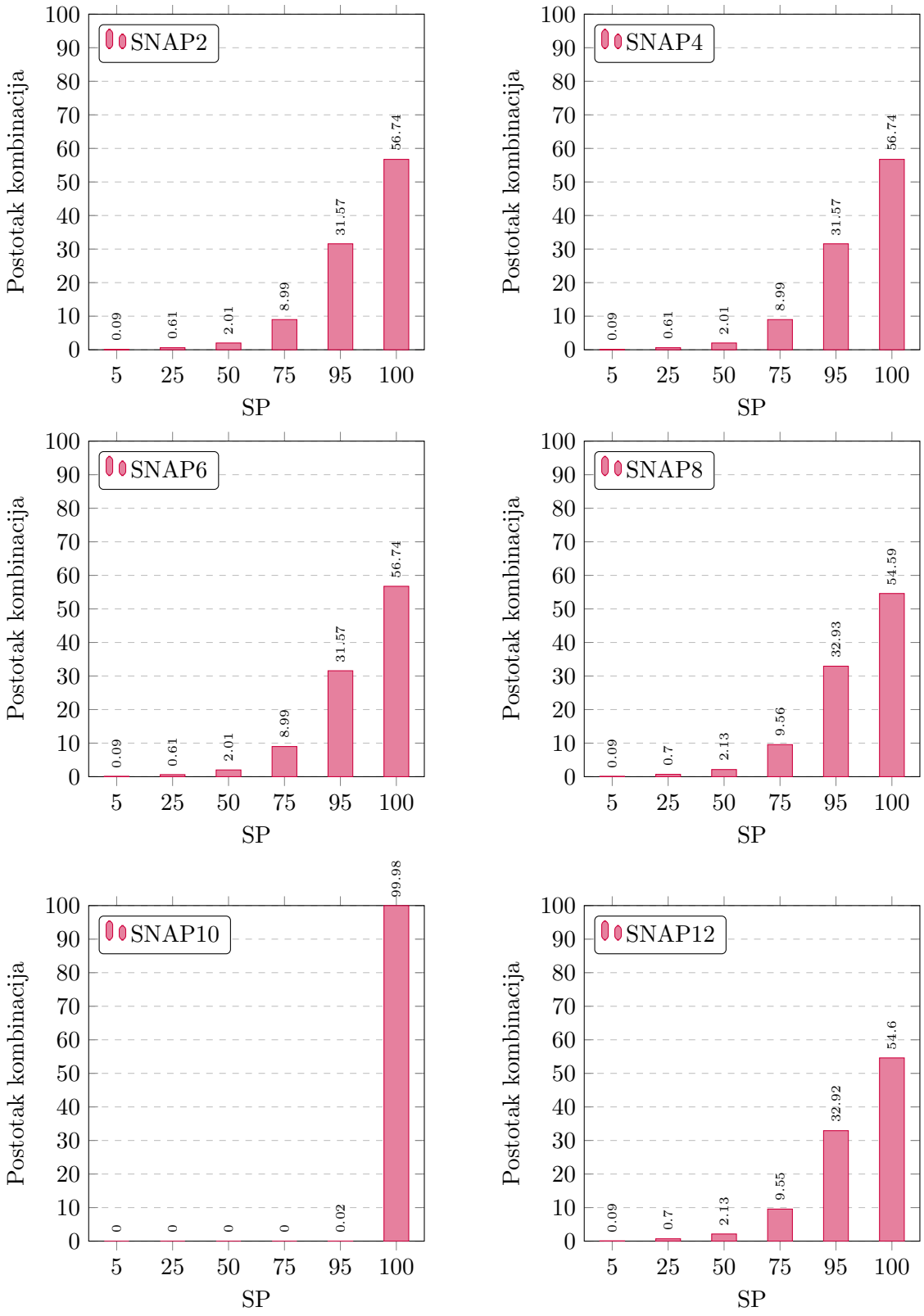
Na Slici 6.22 i u Tablici 6.19 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 9 kriterija. Na Slici 6.23 i u Tablici 6.20 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 9 kriterija. Generiranje je CWR postupkom. Ukupno je generirano 1282975 kombinacija. Kada je napravljeno generiranje kombinacija slučajnim brojevima, dobiveni su vrlo slični rezultati pa ih nećemo prikazivati (broj kombinacija bio je 10 milijuna).

Tablica 6.19: Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 9 kriterija (N=1282975)

R1	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
0	0.00	0.00	0.53	0.00	0.00	0.00
$\frac{1}{9}$	0.00	0.00	2.73	0.00	0.00	0.00
$\frac{2}{9}$	0.02	0.00	4.74	0.02	0.00	0.02
$\frac{1}{3}$	0.14	0.05	4.97	0.15	0.00	0.15
$\frac{4}{9}$	0.42	0.26	4.79	0.43	0.00	0.43
$\frac{5}{9}$	1.15	1.09	6.87	0.98	0.00	1.00
$\frac{2}{3}$	2.62	2.67	9.84	2.28	0.00	2.33
$\frac{7}{9}$	6.97	8.23	11.82	5.53	0.00	5.70
$\frac{8}{9}$	19.72	21.64	27.52	16.48	0.00	16.86
1	68.96	66.06	26.17	74.13	100.00	73.52



Slika 6.22: Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 9 kriterija (N=1282975)



Slika 6.23: Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 9 kriterija (N=1282975)

Tablica 6.20: Pregled broja kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 9 kriterija (N=1282975)

SP	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
5	0.09	0.09	0.09	0.09	0.00	0.09
25	0.61	0.61	0.61	0.70	0.00	0.70
50	2.01	2.01	2.01	2.13	0.00	2.13
75	8.99	8.99	8.99	9.56	0.00	9.55
95	31.57	31.57	31.57	32.93	0.02	32.92
100	56.74	56.74	56.74	54.59	99.98	54.60

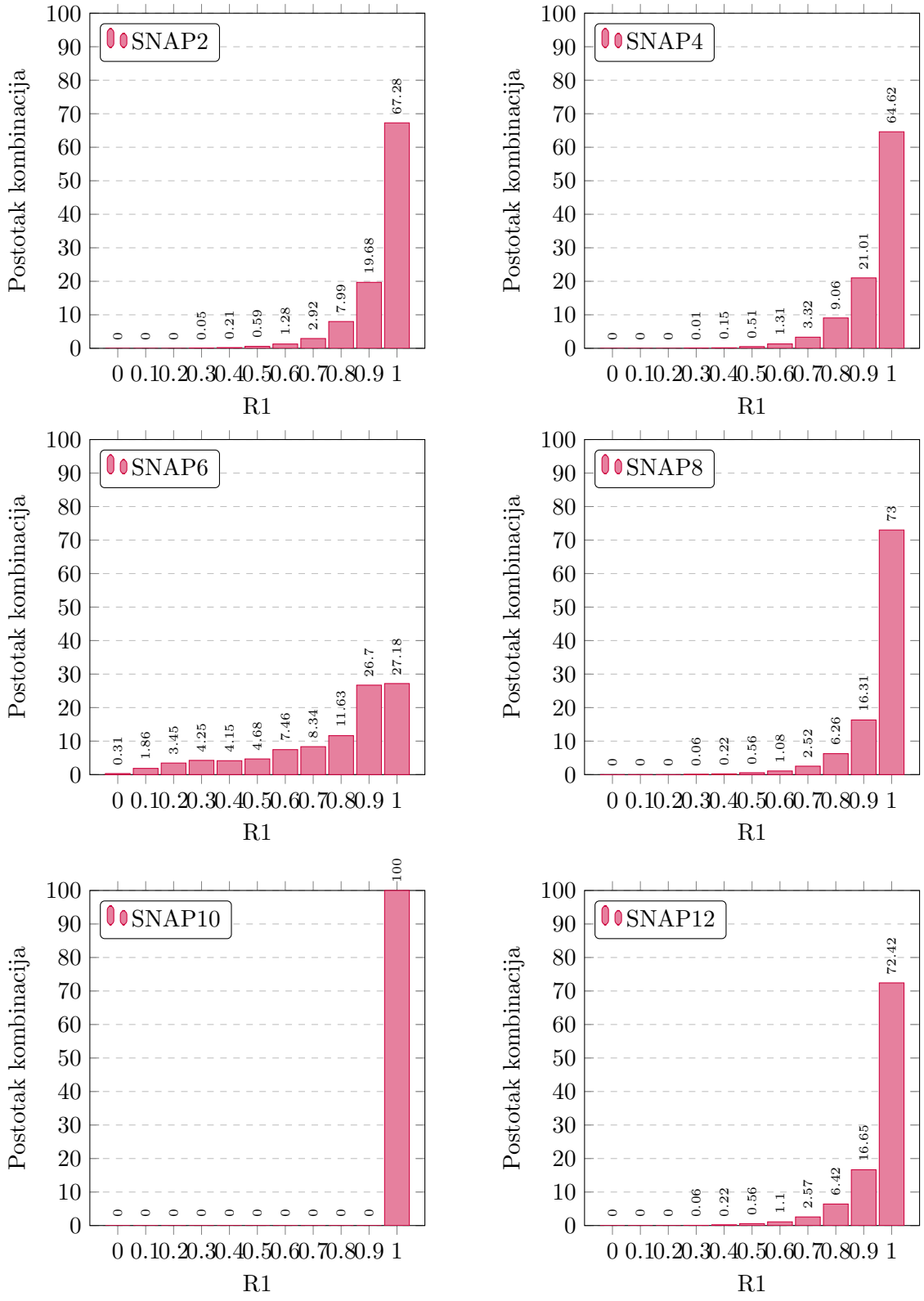
6.1.8 Rezultati simulacije metoda SNAP i ANP na 10 kriterija u klasteru

Na Slici 6.24 i u Tablici 6.21 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 10 kriterija. Na Slici 6.25 i u Tablici 6.22 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 10 kriterija. Generiranje je CWR postupkom. Ukupno je generirano 3049501 kombinacija.

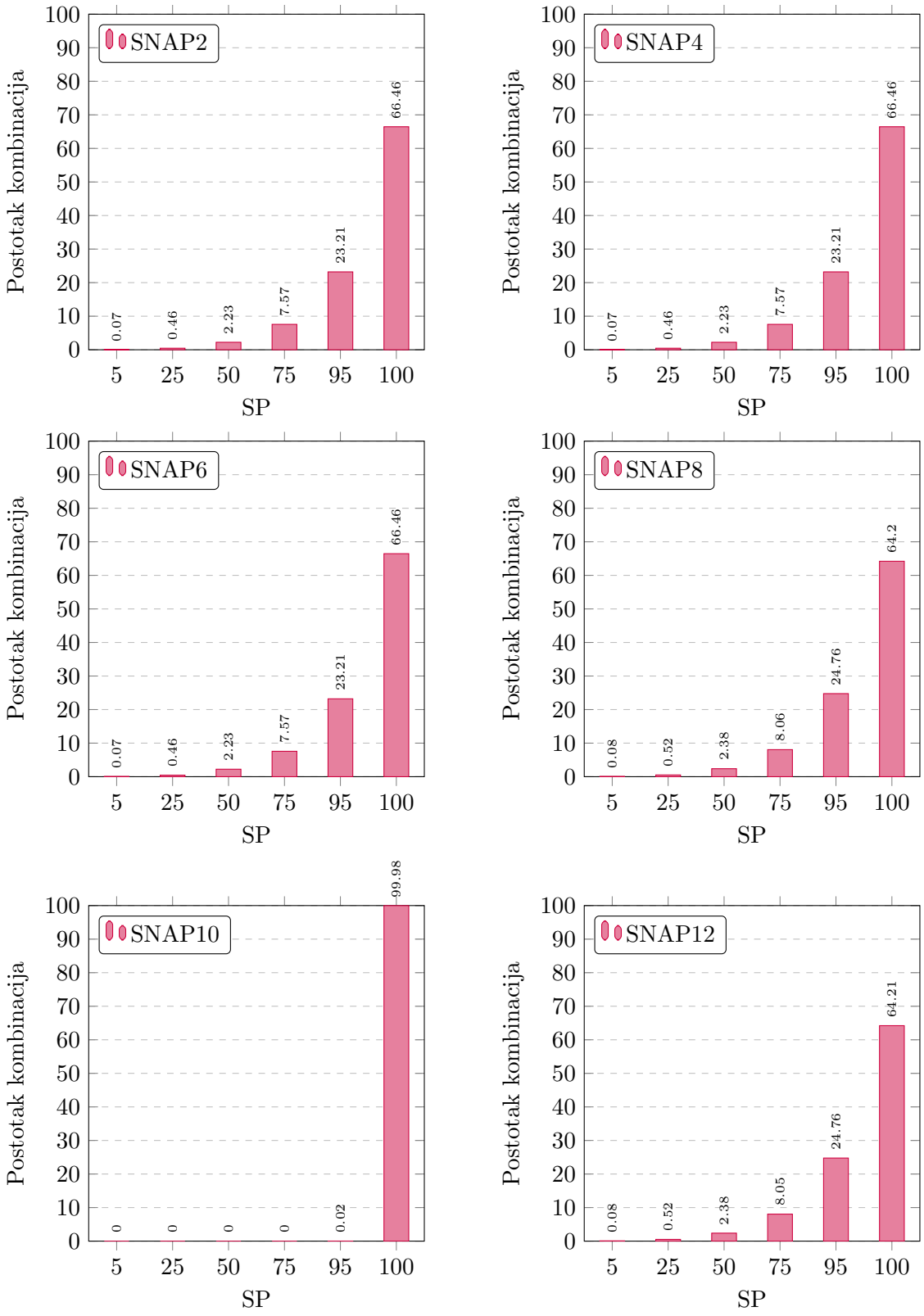
Kada je napravljeno generiranje kombinacija slučajnim brojevima, dobiveni su vrlo slični rezultati. Na Slici 6.26 i u Tablici 6.23 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 10 kriterija. Na Slici 6.27 i u Tablici 6.24 dani su pregledi postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 10 kriterija. Na taj način generiran je uzorak od 9999999 kombinacija.

Tablica 6.21: Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 10 kriterija (N=3049501)

R1	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
0	0.00	0.00	0.31	0.00	0.00	0.00
0.1	0.00	0.00	1.86	0.00	0.00	0.00
0.2	0.00	0.00	3.45	0.00	0.00	0.00
0.3	0.05	0.01	4.25	0.06	0.00	0.06
0.4	0.21	0.15	4.15	0.22	0.00	0.22
0.5	0.59	0.51	4.68	0.56	0.00	0.56
0.6	1.28	1.31	7.46	1.08	0.00	1.10
0.7	2.92	3.32	8.34	2.52	0.00	2.57
0.8	7.99	9.06	11.63	6.26	0.00	6.42
0.9	19.68	21.01	26.70	16.31	0.00	16.65
1	67.28	64.62	27.18	73.00	100.00	72.42



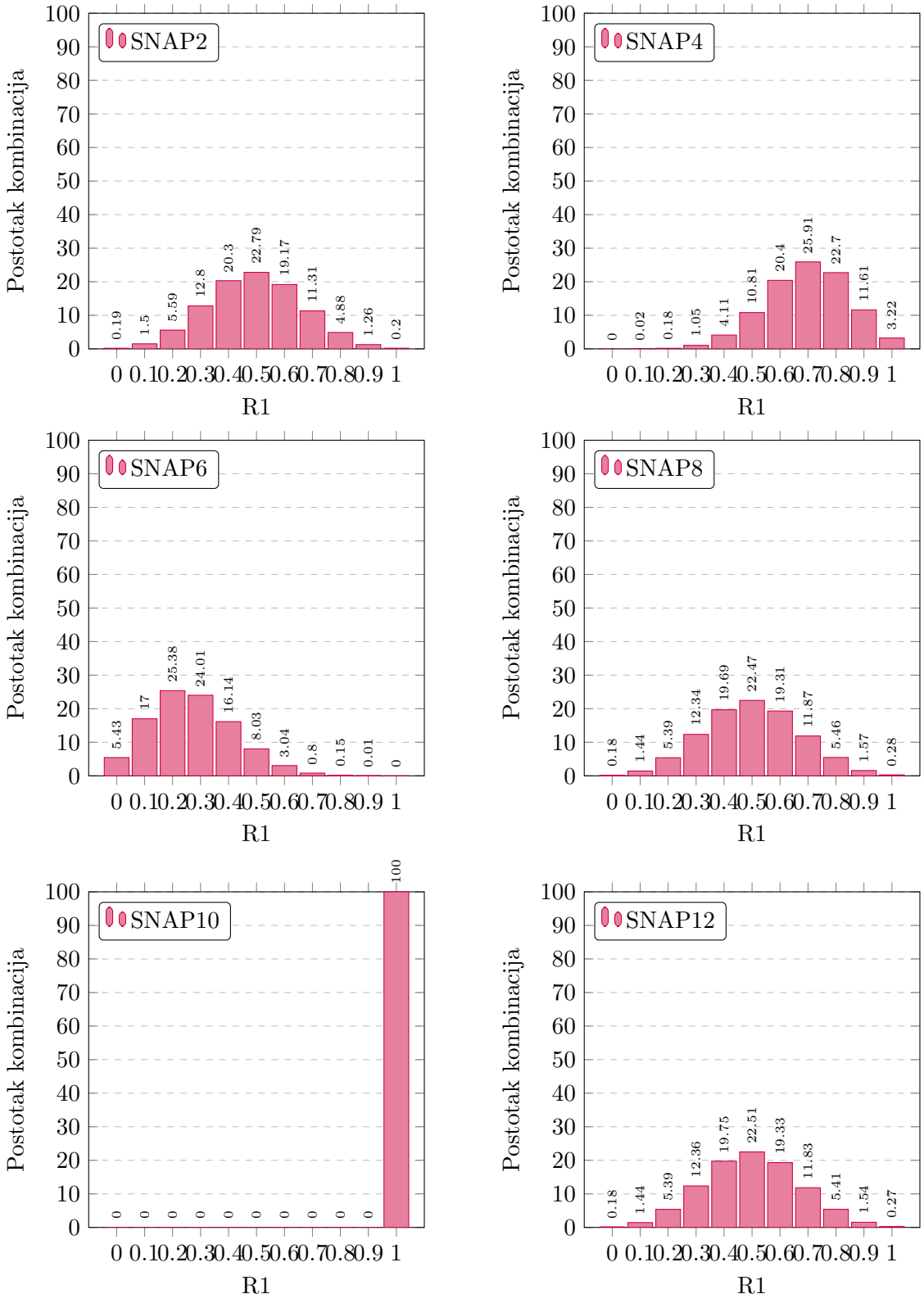
Slika 6.24: Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 10 kriterija (N=3049501)



Slika 6.25: Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 10 kriterija (N=3049501)

Tablica 6.22: Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 10 kriterija (N=3049501)

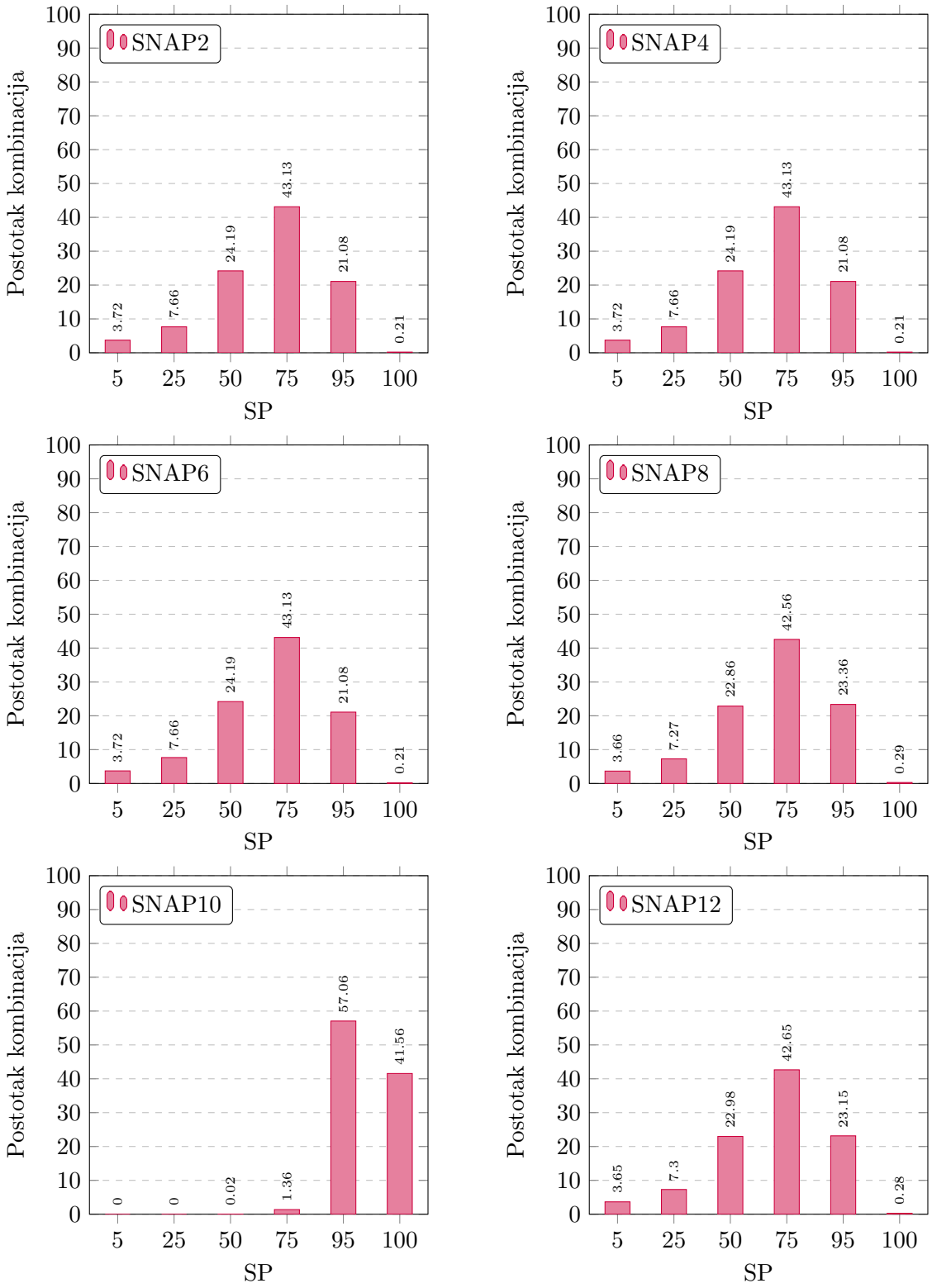
SP	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
5	0.07	0.07	0.07	0.08	0.00	0.08
25	0.46	0.46	0.46	0.52	0.00	0.52
50	2.23	2.23	2.23	2.38	0.00	2.38
75	7.57	7.57	7.57	8.06	0.00	8.05
95	23.21	23.21	23.21	24.76	0.02	24.76
100	66.46	66.46	66.46	64.20	99.98	64.21



Slika 6.26: Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 10 kriterija (N=9999999)

Tablica 6.23: Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema varijabli R1 kod 10 kriterija (N=9999999)

R1	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
0	0.19	0.00	5.43	0.18	0.00	0.18
0.1	1.50	0.02	17.00	1.44	0.00	1.44
0.2	5.59	0.18	25.38	5.39	0.00	5.39
0.3	12.80	1.05	24.01	12.34	0.00	12.36
0.4	20.30	4.11	16.14	19.69	0.00	19.75
0.5	22.79	10.81	8.03	22.47	0.00	22.51
0.6	19.17	20.40	3.04	19.31	0.00	19.33
0.7	11.31	25.91	0.80	11.87	0.00	11.83
0.8	4.88	22.70	0.15	5.46	0.00	5.41
0.9	1.26	11.61	0.01	1.57	0.00	1.54
1	0.20	3.22	0.00	0.28	100.00	0.27



Slika 6.27: Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 10 kriterija (N=9999999)

Tablica 6.24: Pregled postotaka kombinacija različitih verzija metode SNAP prema vrijednosti Spearmanovog koeficijenta kod 10 kriterija (N=9999999)

SP	SNAP2	SNAP4	SNAP6	SNAP8	SNAP10	SNAP12
5	3.72	3.72	3.72	3.66	0.00	3.65
25	7.66	7.66	7.66	7.27	0.00	7.30
50	24.19	24.19	24.19	22.86	0.02	22.98
75	43.13	43.13	43.13	42.56	1.36	42.65
95	21.08	21.08	21.08	23.36	57.06	23.15
100	0.21	0.21	0.21	0.29	41.56	0.28

6.2 Evaluacija metode SNAP na studijama slučajeva

U ovom dijelu napravit će se usporedba rezultata primjene metode SNAP i metode ANP u primjerima objašnjenima u dijelu 5.2. S obzirom da su rezultati simulacije pokazali da najbolje rezultate u smislu usporedbe s metodom ANP daje SNAP10, na tri studije slučajeva ćemo usporediti rezultate primjene metode ANP i SNAP10. U usporedbu ćemo dodati i varijantu SNAP2 koja je dala najbolje rezultate kada govorimo o varijantama koje se temelje na stupnju centraliteta. (Vrlo slične rezultate rezultatima metode SNAP2 dala je varijanta SNAP4.)

Usporedna analiza rezultata za primjer evaluacije znanstvenika dana je u Tablici 6.25.

Analiza rezultata:

- Temeljem ulaznih podataka o težinama veza među kriterijima, mogli smo provesti metodu SNAP i četiri simulacijske varijante metode ANP,
- Najmanja razlika među težinama kriterija izračunatim simulacijskim verzijama metode ANP iznosi 0.008, najveća 0.048, a prosječna razlika je 0.03,
- Težine kriterija metodom ANP koja je provedena u skladu s njezinim originalnim postupkom dane su u stupcu "ANP". Varijable R1, R2 i R3 (definirane u simulacijskom postupku) iznose 100% za metodu ANP u odnosu na simulacijsku verziju metode ANP (koja kombinira 4 verzije metode ANP, ANP1-ANP4),
- Slično, R1, R2 i R3 za metodu SNAP10 također iznose 100% u odnosu na simulacijsku verziju metode ANP (koja kombinira 4 verzija metode ANP, ANP1-ANP4),
- Za metodu SNAP2, R1=$\frac{6}{7}$, a R2 i R3 iznose 100% u odnosu na simulacijsku verziju metode ANP (koja kombinira 4 verzije metode ANP, ANP1-ANP4),
- U odnosu na provedeni ANP, R1, R2 i R3 iznose 100% za SNAP10, dok SNAP2 pokazuje dobre rezultate po varijablama R2 i R3 (100%), a loš na R1 ($\frac{3}{7}$),
- Spearmanov koeficijent korelacije ranga za provedenu metodu ANP u odnosu simulacijsku verziju metode ANP (koja kombinira 4 verzije metode ANP, ANP1-ANP4) iznosi 0.964,
- Spearmanov koeficijent korelacije ranga za metodu SNAP10 u odnosu na provedenu metodu ANP iznosi 0.928, a u odnosu na simulacijsku verziju metode ANP (koja kombinira

Tablica 6.25: Težine kriterija za primjer evaluacije znanstvenika

	ANP1	ANP2	ANP3	ANP4	ANP	rank ANP_x	rank ANP	SNAP10	rank SNAP10	SNAP2	rank SNAP2
Znanstveni projekti	0.1711	0.1574	0.2058	0.1749	0.1801	1	1	0.1671	1	0.2230	1
Objave radova	0.1605	0.1551	0.1458	0.1522	0.1665	3	2	0.1595	3	0.0801	7
Usavršavanja	0.1408	0.1406	0.1318	0.1334	0.1421	5	5	0.1405	5	0.1289	4
Umrežavanje van institucije	0.1708	0.1568	0.2053	0.1739	0.1587	2	3	0.1666	2	0.1882	2
Recenziranje radova	0.0818	0.1111	0.0528	0.0972	0.1000	7	7	0.0904	6	0.1185	5
Pozvana predavanja	0.1210	0.1309	0.1018	0.1198	0.1108	6	6	0.1237	7	0.1115	6
Područje doktorata	0.1540	0.1481	0.1566	0.1487	0.1418	4	4	0.1522	4	0.1498	3

4 verzije metode ANP, ANP1-ANP4) 0.964,

- Spearmanov koeficijent korelacije ranga za metodu SNAP2 u odnosu na provedenu metodu ANP iznosi 0.428, a u odnosu na simulacijsku verziju metode ANP (koja kombinira 4 verzije metode ANP, ANP1-ANP4) 0.607.

Usporedna analiza rezultata za primjer određivanja težina domena u modelu za procjenu digitalne zrelosti a dana je u Tablici 6.26. Analiza rezultata:

- Najmanja razlika među težinama kriterija izračunatim simulacijskim verzijama metode ANP iznosi 0.004, najveća 0.042, a prosječna razlika je 0.02,

- Težine kriterija metodom ANP koja je provedena u skladu s njezinim originalnim postupkom dane su u stupcu "ANP". Varijable R1, R2 i R3 (definirane u simulacijskom postupku) iznose 100% za metodu ANP u odnosu na simulacijsku verziju metode ANP (koja kombinira 4 verzije metode ANP, ANP1-ANP4),
- Slično, R1, R2 i R3 za metodu SNAP10 također iznose 100% u odnosu na simulacijsku verziju metode ANP (koja kombinira 4 verzije metode ANP, ANP1-ANP4),
- Za metodu SNAP2, R1=$\frac{3}{7}$, a R2 i R3 iznose 100% u odnosu na simulacijsku verziju metode ANP (koja kombinira 4 verzije metode ANP, ANP1-ANP4),
- U odnosu na provedeni ANP, R1, R2 i R3 iznose 100% za SNAP10, dok SNAP2 pokazuje dobre rezultate po varijablama R2 i R3 (100%), a loš na R1 ($\frac{3}{7}$),
- Spearmanov koeficijent korelacije ranga za metodu SNAP10 u odnosu na provedenu metodu ANP iznosi 0.892 (isti koeficijent je i u odnosu na simulacijsku verziju metode ANP (koja kombinira 4 verzije metode ANP, ANP1-ANP4)),
- Spearmanov koeficijent korelacije ranga za metodu SNAP2 u odnosu na provedenu metodu ANP iznosi 0.392 (0.607 u odnosu na simulacijsku verziju metode ANP (koja kombinira 4 verzije metode ANP, ANP1-ANP4)).

U trećoj studiji slučajeva vezanoj u prioritizaciju strateških ciljeva u strateškoj mapi ciljeva Fakulteta organizacije i informatike također su prikupljeni podaci kako bi se osim SNAP-a, mogla provesti i metoda ANP. Ovaj primjer je vrlo karakterističan zbog toga jer je ukupan broj veza među kriterijima nizak te stoga ANP u svojom inicijalnom obliku daje težine svih ciljeva 0.0. Stoga je nužno ovdje uvesti fiktivnu alternativu. U Tablici 6.27 nalaze se rezultati primjene metode ANP, simulacijske verzije ANP3, te SNAP10 i SNAP2.

S obzirom na veliki broj kriterija, s perspektive analize rezultata najzanimljivija mjera je Spearmanov koeficijent korelacije ranka. Analiza rezultata:

- Spearmanov koeficijent korelacije ranka metode ANP i simulacijske verzije metode ANP (koja kombinira 4 verzije metode ANP, ANP1-ANP4) iznosi 0.835,
- Spearmanov koeficijent korelacija ranka metode SNAP10 i metode ANP iznosi 0.841, a metode SNAP10 i simulacijske verzije metode ANP (koja kombinira 4 verzije metode ANP, ANP1-ANP4) 0.994,
- Spearmanov koeficijent korelacije ranka metode SNAP2 i metode ANP iznosi 0.745, a metode SNAP2 i simulacijske verzije metode ANP (koja kombinira 4 verzije metode ANP, ANP1-ANP4) 0.618,
- Kada govorimo o mjeri R1, rezultati su lošiji kod obje metode ($\frac{3}{11}$), dok kod mjera R2 i R3 imamo iznos od 100%.

Tablica 6.26: Težine kriterija za primjer određivanja težina domena u modelu za procjenu digitalne zrelosti

	ANP1	ANP2	ANP3	ANP4	ANP	rank ANP	SNAP10	rank SNAP10	SNAP2	rank SNAP2
Vodstvo. planiranje i upravljanje	0.1713	0.1583	0.2004	0.1734	0.1758	1	0.1583	1	0.1819	2
Osiguranje kvalitete	0.1329	0.1373	0.1318	0.1362	0.1346	4	0.1373	6	0.0828	7
Znanstveno-istraživački rad	0.1268	0.1345	0.1124	0.1286	0.1256	7	0.1345	7	0.1205	5
Transfer tehnologije i doprinos društvu	0.1364	0.1393	0.1198	0.1307	0.1316	6	0.1393	5	0.1054	6
Učenje i poučavanje	0.1390	0.1413	0.1263	0.1358	0.1356	5	0.1413	4	0.2058	1
IKT kultura	0.1411	0.1416	0.1371	0.1380	0.1395	3	0.1416	3	0.1581	3
IKT infrastruktura	0.1524	0.1476	0.1722	0.1572	0.1574	2	0.1476	2	0.1455	4

6.3 Usporedba metode SNAP i ANP s obzirom na karakteristike metode

U ovom dijelu prikazat ćemo usporedbu metoda SNAP i ANP prema generalnim kriterijima iz literature predloženim za evaluaciju metoda za višekriterijsko grupno odlučivanje. Neki od tih kriterija su vrlo generalni.

Tablica 6.27: Težine kriterija za primjer određivanja težina ciljeva u strateškoj mapi ciljeva Fakulteta organizacije i informatike

	SNAP10	SNAP2	r(SNAP10)	r(SNAP2)	ANP3	ANP	r(ANP3)	r(ANP)
M1	0.01641	0.01648	30	31	0.02118	0.02198	30	30
M2	0.01641	0.01661	30	30	0.02118	0.02198	30	30
M3	0.01641	0.01568	30	32	0.02118	0.02198	30	30
J1	0.01865	0.02565	26	27	0.02289	0.02336	26	23
J2	0.02263	0.02671	17	25	0.02590	0.02639	17	16
J3	0.01817	0.03017	28	21	0.02252	0.02309	28	24
J4	0.01842	0.02964	27	24	0.02271	0.02304	27	25
D1	0.02098	0.02990	23	23	0.02465	0.02506	21	17
D2	0.01815	0.02658	29	26	0.02251	0.02289	29	28
D3	0.02127	0.02552	21	28	0.02487	0.02728	20	14
D4	0.01994	0.03389	25	11	0.02386	0.02391	25	20
D5	0.02408	0.02286	15	29	0.02700	0.03057	14	8
D6	0.02366	0.01302	16	33	0.02669	0.02763	16	13
P01	0.03560	0.03735	7	4	0.03421	0.03437	7	6
P02	0.04126	0.03256	5	16	0.03843	0.03230	5	7
P03	0.02224	0.03296	18	13	0.02530	0.02367	18	21
P04	0.02997	0.03469	10	7	0.03032	0.02940	10	10
P05	0.02666	0.03349	13	12	0.02809	0.02796	11	11
P06	0.02641	0.03535	14	5	0.02792	0.02698	12	15
P07	0.02140	0.03004	20	22	0.02458	0.02432	22	18
P08	0.02220	0.03270	19	15	0.02528	0.02430	19	19
P09	0.02086	0.03150	24	17	0.02416	0.02298	24	26
P10	0.03327	0.03442	9	8	0.03333	0.02217	8	29
P11	0.03643	0.03057	6	19	0.03575	0.02360	6	22
P12	0.02107	0.03123	22	18	0.02447	0.02297	23	27
P13	0.01641	0.03030	30	20	0.02118	0.02198	30	30
U01	0.02673	0.03296	12	13	0.02684	0.02772	15	12
U02	0.11684	0.04333	1	1	0.08685	0.08700	1	1
U03	0.05848	0.03535	3	5	0.04696	0.04213	3	4
U04	0.03462	0.03429	8	10	0.03195	0.02956	9	9
U05	0.08105	0.04107	2	2	0.05989	0.06535	2	2
U07	0.02711	0.03442	11	8	0.02721	0.03577	13	5
U08	0.04622	0.03868	4	3	0.04010	0.05633	4	3

Evaluacijom metoda za višekriterijsko odlučivanje bavilo se više istraživača. Temeljem radova koje su publicirali možemo identificirati kriterije koji se odnose na evaluaciju metode. Neki od njih odnose se na složenost metode od strane korisnika. Kriteriji koji su identificirani su [114, 126]:

1. Jednostavnost primjene metode (u literaturi se još zove lakoća korištenja (engl. *ease of use*) ili jednostavnost primjene (engl. *simplicity of execution*) odnosi se na to koliko

je implementacija metode složena ili jednostavna, a s druge strane koliko je postupak razumljiv korisnicima te koliko on traje. Predložene vrijednosti po ovom kriteriju s perspektive jednostavnosti primjene su su:

- Niska (engl. *low*): logika je kompleksna i može biti korištena samo od strane stručnjaka u području metode odlučivanja,
- Srednja (engl. *medium*): potrebno je uložiti puno truda da bi se metoda razumjela,
- Visoka (engl. *high*): jednostavna je za razumijevanje i može biti primijenjena od strane većine korisnika u praksi,

Ovim svojstvom se kasnije bavimo detaljnije kada ćemo ocijeniti korisničku složenost metode SNAP i usporediti je s metodom ANP.

2. Obuhvat problema odlučivanja: dubina i širina (engl. *comprehensive structure: breadth and depth*) se odnosi se to koliko široko i detaljno je omogućeno strukturiranje problema odlučivanja. Širina se odnosi na to koliko kriterija i potkriterija je podržano od strane metode odlučivanja te je li omogućeno modeliranje zavisnosti među elementima, a dubina se odnosi na to dekompoziciju problema odlučivanja do najsitnijih detalja. Vrijednosti po ovom kriteriju mogu biti:
   - Niska (engl. *low*): moguće je modeliranje nekoliko važnijih kriterija bez dekompozicije u potkriterije i niže razine,
   - Srednja (engl. *medium*): struktura nije ni široka ni duboka,
   - Visoka (engl. *high*): struktura je široka (svi bitni kriteriji su uključeni) i duboka (kriteriji su dekomponirani u potkriterije),

   Po ovom kriteriju metode SNAP i ANP postižu jednaku vrijednost.
3. Uključenost glavnih čimbenika (engl. *merits*) u strukturu problema odlučivanja odnosi se na mogućnost opisivanja problema odlučivanja uključujući sveobuhvatne faktore utjecaja kao što su to BOCR faktori iz političkog, društvenog, ekonomskog, pravnog, okolišnog, tehnološkog i vojnog aspekta. Vrijednosti po ovom kriteriju mogu biti:
   - NA (engl. *not available*): metoda odlučivanja ne zadovoljava ovu mogućnost,
   - Niska (engl. *low*): metoda uključuje samo dva BOCR svojstva,
   - Srednja (engl. *medium*): uključuje tri dijela BOCR-a,
   - Visoka (engl. *high*): uključuje sve BOCR aspekte,

   Istraživanje u ovom radu je fokusirano na jedan kontrolni kriterij, no analogno može biti primijenjeno i na sve kontrolne kriterije i svojstva pa u tom slučaju metode SNAP i ANP po ovom kriteriju imaju istu vrijednost.
4. Logička, matematička procedura (engl. *logical, mathematical procedure*) se odnosi na formalnu matematičku reprezentaciju logike i rezoniranja na kojem se metoda temelji. Vrijednosti po ovom kriteriju definirane su kao:
   - Niska (engl. *low*): metoda uključuje jednostavnu matematičku strukturu,
   - Srednja (engl. *medium*): metoda uključuje relativne razlike u rangiranju alternativa,
   - Visoka (engl. *high*): metoda uključuje usporedbe u parovima za određivanje težina kriterija,

Ovaj kriterij povezuje se sa kriterijem povjerenja u prosudbe (engl. *faithfulness of judgments*) za koji je definirana i šira skala

- NA (engl. *not available*): metoda ne uključuje analizu podataka,
- Niska (engl. *low*): metoda ne uključuje intenzitete preferencija kod odlučivanja (npr. da/ne kriteriji)
- Srednja (engl. *medium*): metoda omogućuje direktno dodjeljivanje brojeva za intenzitete elemenata na nekoj skali koja se pretpostavlja, ali nije izvedena iz više osnovnih i zajedničkih shvaćanja (npr. opcija *ratings*)
- Visoka (engl. *high*): metoda proizlazi iz nekih drugih procjena koje su pažljivo implementirane,
- Vrlo visoka (engl. *very high*): metoda koristi procjene koje su dane u svojem elementarnom obliku (ovisno o vrsti kriterija); ili ako je po svom dizajnu objektivna metoda; ili se kontinuirano poboljšava,

Po definicijama vrijednosti ovog kriterija, metoda SNAP bi imala srednju ili visoku vrijednost (definicija za "srednja" odnosi se na alternative koje trenutno nisu u razmatranju, a definicija za "visoka" odnosi se samo na usporedbe u parovima). Po vrijednostima kriterija povjerenja u prosudbe, metoda SNAP i metoda ANP imale bi vrijednost "vrlo visoka".

5. Temeljenje metode na aksiomima (engl. *justification of the approach-justifiable axioms*) odnosi se na matematičke temelje metode, tj. jesu li oni temeljeni na aksiomima ili drugim matematičkim postavkama. Vrijednosti po ovom kriteriju su:
   - Niska (engl. *low*): metoda ne uključuje matematiku temeljenu na aksiomima,
   - Srednja (engl. *medium*): metoda uključuje aksiome samo djelomično,
   - Visoka (engl. *high*): metoda uključuje kompletne i logične aksiome,

   Metoda SNAP se temelji na matematičkim metodama - mjerama centraliteta. PageRank centralitet se temelji na teoriji grafova i beskonačnom redu u čijem temelju su najpoznatiji teoremi Perron-Frobeniusov teorem i Cauchiev teorem (suma beskonačnog broja članova matrice čiji zbrojevi po stupcima su pozitivni i manji od 1 je konačan broj). Također, za SNAP vrijedi aksiomi homogenosti, očekivanja i zavisnosti. Metode SNAP i ANP bi po ovom kriteriju primile vrijednost "visoka".
6. Skale za mjerenje (engl. *scales of measurement*) je kriterij kod kojeg evaluiramo metodu s obzirom na to koju skalu koristi. Postoji više vrsta skala [133]: nominalna (služi za opisivanje različitih svojstava, npr. spol, pripadnost političkim strankama i sl.), ordinalna (temelji se na rangu (poretku) objekata), intervalna (pretpostavlja jednake interval među jedinicama na toj ljestivi), omjerna (ima jednake intervale među jedinicama koje se mogu zbrajati, oduzimati, množiti i dijeliti; postoji apsolutna nula). Uz njih, navodi se i apsolutna skala, tj. specijalna vrsta omjerne skale koja počinje od nule i razvija se u jednom smjeru (pozitivnom ili negativnom). Njezine vrijednosti ne mogu biti promijenjene u druge brojeve i imati isto značenje [127]. Vrijednosti po ovom kriteriju po Saatyju su:
   - Niska (engl. *low*): metoda koristi nominalnu ili ordinalnu skalu,

- Srednja (engl. *medium*): metoda koristi intervalnu ili omjernu skalu,
- Visoka (engl. *high*): metoda koristi apsolutnu skalu,

Po drugoj analizi ovog kriterija, vrijednosti po kriteriju mogu biti niske i visoke. Niska vrijednost znači da se koristi nominalna ili ordinalna skala, a visoka znači da se koristi intervalna, omjerna ili visoka skala. Metode SNAP i ANP postižu visku vrijednost po ovom kriteriju,

7. Sinteza procjena preko funkcije spajanja (engl. *synthesis of judgments with merging functions*) označava način na koje se pojedinačni ulazni podaci i međurezultati agregiraju u ukupne rezultate. Vrijednosti po ovom kriteriju mogu biti:
   - Niska (engl. *low*): metoda sintetizira rezultate uprosječivanjem težina,
   - Srednja (engl. *medium*): metoda koristi jednostavnu težinsku metodu,
   - Visoka (engl. *high*): metoda koristi rigoroznu funkciju spajanja s razumnim težinama,

   Kako i SNAP10 i ANP postižu istu vrijednost po ovom kriteriju, tj. ukupne težine kriterija se agregiraju na sličan način, potenciranjem normalizirane matrice utjecaja. Stoga je algoritamska složenost metoda približno jednaka.
8. Rangiranje elemenata (engl. *ranking of tangibles*) se odnosi na to kako metoda prikazuje rezultate - težine kriterija i prioritete alternativa. Npr. u metodi Elektra rješenje se iščitava iz jezgre grafa u posljednjem koraku implementacije metode Elektre. Ako je jezgra grafa jedinstvena, imamo odluku [42, 23, 24]. Dakle, rezultat provedbe Elektre su alternative koje nikako nisu odluka (nisu u jezgri i ne znamo odnos među njima) te odluka (ako je jezgra grafa jedinstvena), odnosno, uži izbor alternativa (ako jezgra grafa nije jedinstvena). Slično, metoda ekvivalentih zamjena nas vodi do odluke, no nemamo informaciju o relativnom odnosu među alternativama [54]. S druge strane, metode koje se temelje na klasteriranju daju više informacija o ukupnom odnosu među alternativama. Primjer takve metode je metoda DEX [21]. Vrijednosti po ovom kriteriju mogu biti:
   - NA (engl. *not available*): metoda ne uključuje rangiranje,
   - Niska (engl. *low*): metoda koristi nominalnu skalu za kod rangiranja elemenata,
   - Srednja (engl. *medium*): metoda koristi koristi ordinalnu skalu kod rangiranja elemenata,
   - Visoka (engl. *high*): metoda koristi kardinalnu skalu kod rangiranja elemenata (intervalna, omjerna ili apsolutna),

   Metode SNAP i ANP imaju visoku vrijednost po ovom kriteriju.
9. Generalizacija za rangiranje nemjerljivih elemenata (engl. *generalization to ranking of intangibles*) se odnosi na to kako metoda uključuje faktore koji su nemjerljivi u izračun težina i prioriteta. Nemjerljivi elementi (kvalitativni kriteriji) moraju biti kvantificirani. Vrijednosti po ovom kriteriju mogu biti:
   - Niska (engl. *low*): metoda kvantificira kvalitativne kriterije doznačujući im vrijednosti na ordinalnoj skali,
   - Srednja (engl. *medium*): metoda kvantificira kvalitativne kriterije doznačujući im vrijednosti na intervalnoj, omjernoj ili apsolutnoj skali,

- Visoka (engl. *high*): metoda kvantificira kvalitativne kriterije korištenjem koncepta usporedbi u parovima,

Ovaj kriterij se odnosi na vrijednosti alternativa po kvalitativnim kriterijima, no kako je ovo istraživanje zasad fokusirano samo na razinu kriterija, metode SNAP i ANP su po ovom kriteriju neusporedive.

10. Očuvanje i preokret ranga (*rank preservation and reversal*) se odnosi na razinu alternativa. Kako je ograničenje istraživanja takvo da obuhvaća samo razinu kriterija, ne i alternative, ne možemo napraviti usporedbu metoda po ovom kriteriju.
11. Analiza osjetljivosti (engl. *sensitivity analysis*) se odnosi na ispitivanje kako određeni model (problem odlučivanja) ovisi o svojim ulaznim parametrima. Npr. ispitivanje kako težine kriterija zavise o procjenama utjecaja specifičnog kriterija na druge kriterije. Vrijednosti po ovom kriteriju su:
    - Niska (engl. *low*): metoda uključuje samo jednu varijablu u analizi osjetljivosti,
    - Srednja (engl. *medium*): metoda uključuje dvije varijable u analizi osjetljivosti,
    - Visoka (engl. *high*): metoda uključuje tri varijable u analizi osjetljivosti,

    Metode SNAP i ANP imaju visoku vrijednost na ovom kriteriju. Predmet analize osjetljivosti u metodi SNAP mogu biti utjecaji specifičnog/specifičnih kriterija na konačne težine kriterija, važnost pojedine osobe za problem odlučivanja i njezin ponder prilikom izračuna zajedničkih procjena, način normalizacije ukupne matrice veza i sl.
12. Validacija problemima odlučivanja (engl. *validation of decision problems*) se odnosi na verifikaciju metode. Vrijednosti su:
    - Niska (engl. *low*): metoda nije verificirana nikakvom validacijom,
    - Srednja (engl. *medium*): metoda je evaluirana kvalitativnim kriterijima,
    - Visoka (engl. *high*): metoda je evaluirana stvarnim (engl. *real-world*) problemima odlučivanja koji uključuju kvalitativne elemente,

    Postupak metode SNAP je verificiran softverskom simulacijom te usporedbom s metodom ANP. Također, metoda je evaluirana i stvarnim studijama slučajeva. Stoga, metode ANP i SNAP poprimaju visoku vrijednost na ovom kriteriju, iako je evidentna razlika u broju stvarnih primjera na kojima je metoda SNAP evaluirana.
13. Predviđanje ishoda odluke (engl. *prediction of the outcome of decisions with*) se odnosi na predviđanje rang liste alternativa. Po tom kriteriju SNAP i ANP su neusporedivi jer SNAP (još) ne uključuje alternative.
14. Uključenje zavisnosti i povratne veze (engl. *generalizability to dependence and feedback*) u strukturiranju problema odlučivanja se odnosi na to u kojoj mjeri metoda u obzir uzima zavisnosti i utjecaje među kriterijima. Vrijednosti po ovom kriteriju mogu biti:
    - NA (engl. *not available*): metoda ne modelira zavisnosti i utjecaje među kriterijima,
    - Niska (engl. *low*): metoda vrlo indirektno modelira zavisnosti ili povratne veze,
    - Srednja (engl. *medium*): metoda indirektno modelira zavisnosti i povratne veze,
    - Visoka (engl. *high*): metoda uključuje zavisnosti i povratne veze kao inpute i oni mogu utjecati na rezultate odluke,

Metode SNAP i ANP postižu jednake vrijednosti po ovom kriteriju usporedbe.

15. Rješavanje konflikata (engl. *conflict resolution*) odnosi se na to grupno odlučivanje, tj. agregaciju više mišljenja u zajedničke procjene. Kod toga mogu nastati konflikti. Ovaj kriterij se odnosi na to kako metoda rješava takve situacije. Vrijednosti kriterija su:
    - Niska (engl. *low*): metoda koristi jednostavnu matematičku kompezacijsku tehniku da napravi zamjene (engl. *tradeoffs*)
    - Srednja (engl. *medium*): metoda koristi analitičku metodu za rješavanje konflikta,
    - Visoka (engl. *high*): metoda uključuje normativni standard koji je prihvatljiv, praktičan, razumljiv, fleksibilan i dobro prihvaćen u praksi,

    Metoda ANP kao standard u agregaciji različitih prosubi koristi geometrijsku, a metoda SNAP aritmetičku sredinu (input podaci su iskazani na skali metode DEMATEL i agregiranje procjena aritmetičkom sredinom je dobro prihvaćen koncept još od pojave te metode). Obje metode postižu istu vrijednost po ovom kriteriju (visoka),
16. Pouzdanost i valjanost pristupa (engl. *trustworthiness and validity of the approach*) se odnosi na kvalitetu metode takvu da su njezini rezultati vrijedni pažnje donositelja odluka. Vrijednosti kriterija su:
    - Niska (engl. *low*): metoda koristi ordinalno mjerenje s jednostavnom strukturom,
    - Srednja (engl. *medium*): metoda koristi kardinalno mjerenje bez rigorozne matematičke podloge,
    - Visoka (engl. *high*): metoda koristi kardinalno mjerenje s matematičkim i logičkim procedurama i matematičkim aksiomima,

    Metode SNAP i ANP po ovom kriteriju postižu visoku vrijednost.
17. Učinkovitost vodstva (engl. *leadership effectiveness*) odnosi se na razinu u kojoj metoda pospješuje učinkovitost vodstva organizacije. Vrijednosti su:
    - Niska (engl. *low*): metoda je visoko tehnička i ne dozvoljava puno interakcije s vodstvom,
    - Srednja (engl. *medium*): metoda pospješuje učinkovitost samo kod strukturiranja,
    - Visoka (engl. *high*): metoda posješuje kolaboraciju u grupi kroz cjelokupnu implementaciju metode,

    Metode ANP i SNAP postižu visoku vrijednost po ovom kriteriju.
18. Učenje (engl. *learning*) se odnosi na razinu u kojoj metoda pomaže donositeljima odluka bolje razumijevanje problema, njegovih komponenti i veza među tim komponentama. Vrijednosti po ovom kriteriju su:
    - Niska (engl. *low*): metoda vrlo slabo utječe na znanje donositelja odluka o problemu,
    - Srednja (engl. *medium*): metoda poboljšava razumijevanje uzročno-posljedičnih veza u problemu odlučivanja,
    - Visoka (engl. *high*): metoda omogućuje pojedincu da proizvede materijale za učenje o problemu odlučivanja,

    Metode SNAP i ANP postižu visoku vrijednost po ovom kriteriju.

Osim po navedenim kriterijima, metode su u radovima uspoređivane i po nekim drugim kriterijima [57, 140, 141]: načinu kako se uspoređuju alternative, kompletnosti metoda, unificiranosti (jedinstvenosti) rezultata, transparentnosti, fleksibilnosti, primijenjivosti i praktičnosti. U najvećem broju radova metode i njihove varijante uspoređivane su po rezultatima na konkretnim studijama slučajeva.

Osim po navedenim kriterijima, kroz cijeli ovaj rad bavili smo se detaljnije usporedbom u smislu metodološke pozadine i karakterističnih svojstava: zahtijevanje stohastičnosti normalizirane matrice utjecaja (supermatrice), ireducibilnost normalizirane matrice utjecaja (neodvojivost kriterija i alternativa), utjecaj važnosti kriterija s obzirom na cilj na konačne težine kriterija te karakteristike ulaznih podataka.

6.4 Ispitivanje korisničke složenosti

U ovom dijelu se nešto dublje bavimo prvim kriterijem iz popisa kriterija za usporedbu metoda za višekriterijsko grupno odlučivanje koji su pokazani u prethodnom dijelu - složenost primjene metode koju smo u ovom radu još nazvali i korisničku složenost. Kada govorimo o korisničkoj složenosti metode odlučivanja mislimo na nekoliko aspekata:

1. Količinu poslova koje donositelj odluka treba odraditi primjenjujući neku metodu, a koju ćemo ovdje mjeriti brojem ulaznih podataka koje mora dati da bi se metoda primijenila, pri čemu treba razlikovati istovrsne i različite poslove i njihovu težinu,
2. Razumijevanje posla kojeg donositelj odluka treba izvršiti kojeg ćemo mjeriti brojem zahtjeva za ponovno objašnjenje zadataka koje treba odraditi,
3. Trajanje procesa implementacije metode odlučivanja.

Da bi evaluirali složenost po navedena tri aspekta, mjereno je vrijeme za davanje inputa potrebnih za implementaciju metode SNAP i metode ANP, a putem jednostavnog upitnika korisnici su se izjasnili oko težine i razumijevanja posla kojeg su radili. Količina, tj. broj ulaznih podataka mjeren je brojem i vrstom poslova koji su korisnici radili sukladno mjerema i težinama predloženim u radu [75].

Broj poslova. Razlikujemo nekoliko vrsta poslova koji se ponavljaju u metodi ANP i metodi SNAP. To su:

- Identifikacija utjecaja između dva kriterija. Količina tog posla je 1 (1 zadatak),
- Identifikacija težine utjecaja između dva kriterija. Količina tog posla je 2 (2 zadatka: identifikacija postojanja veze i određivanje težine veze). Ako se određuje samo težina veze (postojanje veze je već poznato), onda je težina tog posla 1.
- Usporedba dva kriterija (klastera) u parovima s obzirom na cilj (odgovara metodi AHP). S obzirom da je ovaj posao u potpunosti jednak i za metodu ANP i za metodu SNAP, njega nećemo analizirati jer je po složenosti irelevantan,
- Usporedba dva kriterija u parovima s obzirom na treći kriterij. Količina tog posla je 3

(3 zadatka: potrebno je identificirati težinu utjecaja prvog kriterija na treći, pa drugog kriterija na treći, a onda usporediti ta dva utjecaja na Saatyjevoj skali),

- Usporedba dva klastera s obzirom na treći klaster. Količina tog posla je 5 (potrebno je imati na umu utjecaje svih kriterija iz prvog klastera na treći, pa utjecaje svih kriterija iz drugog na treći i onda usporediti te skupine utjecaja).

Broj i vrsta poslova po studijama slučajeva dani su u Tablici 6.28.

Tablica 6.28: Broj poslova u metodama SNAP i ANP za tri studije slučaja

	ANP			SNAP
Studija slučava	Uspostava mreže	Usp. kriterija	Usp. klastera	Težinska mreža
Evaluacija znanstvenika	$7^2 - 7 = 42$	$7 \cdot (6^2 - 6) \cdot 3 = 630$	0	$(7^2 - 7) \cdot 2 = 84$
Težine domena zrelosti	$7^2 - 7 = 42$	$7 \cdot (6^2 - 6) \cdot 3 = 630$	0	$(7^2 - 7) \cdot 2 = 84$
Prioriteti BSC ciljeva	$33^2 - 33 = 1056$	$121 \cdot 3 = 363$	$3 \cdot 5 = 15$	$33^2 - 33 + 78 = 1134$

U sva tri slučaja broj poslova je manji kod metode SNAP. Generalno, možemo reći da je broj poslova zasigurno manji i kod bilo kojeg drugog problema, budući da metoda ANP indirektno uključuje identifikaciju težina veza utjecaja među kriterijima odlučivanja, dok metoda SNAP ne uključuje poslove koji se provode u metodi ANP. Što je mreža problema odlučivanja brojnija u smislu veza utjecaja, bit će i veća razlika u broju poslova u implementaciji metoda ANP i SNAP.

Težina i trajanje poslova. Težinu poslova evaluirali su korisnici koji su davali ulazne podatke za implementaciju metoda ANP i SNAP. Korisnici su dobili jednostavan upitnik na kojem su na skali od 1 do 5 ocijenili težinu odradbe pojedinih zadataka (1- vrlo jednostavno, 2- jednostavno, 3- niti jednostavno niti teško, 4- teško, 5- vrlo teško). Težinu prve četiri aktivnosti evaluirali su 34 sudionika, a zadnje 5.

Rezultati su dani u Tablici 6.29.

Tablica 6.29: Težine odradbe poslova u metodama SNAP i ANP za tri studije slučaja

Broj	Aktivnost	Prosjek	Mod	ANP	SNAP
1	Određivanje postojanja utjecaja među elementima	2.63	2	♡	♡
2	Određivanje težina utjecaja među elementima	3.21	3		♡
3	Uspoređivanje važnosti elemenata s obzirom na cilj	3.32	4	♡	
4	Uspoređivanje važnosti elemenata s obzirom na druge elemente	3.84	4	♡	
5	Uspoređivanje važnosti klastera s obzirom na druge klastera	4.86	5	♡	

Iz rezultata se vidi kako su aktivnosti koje se odnose na primjenu metode ANP (1, 3, 4, 5) po prosječnoj vrijednosti i modu značajno teže od aktivnosti koje se odnose na metodu SNAP (1, 2).

Trajanje poslova je određeno mjerenjem vremena odradbe aktivnosti pri čemu su mjerene samo aktivnosti određivanja težina utjecaja među elementima te uspoređivanja u parovima. Prve dvije studije slučajeva odrađivane su na radionicama na kojima je bilo 17+13 sudionika koji su zadatke obavljali paralelno, a kod treće studije sa svakim od 5 članova Uprave prikupljanje podataka je napravljeno individualno. To objašnjava razlike u trajanju aktivnosti. Usprkos tome što je treća studija slučaja znatno složenija, s obzirom na individualni rad, prosječno trajanje nije dulje nego kod prve dvije studije razmjerno složenosti. Rezultati su dani u Tablici 6.30.

Tablica 6.30: Prosječno trajanje obavljanja aktivnosti u minutama

	ANP		SNAP
Studija slučajeva	Usp. kriterija	Usp. klastera	Težinska mreža
Evaluacija znanstvenika	25	-	15
Težine domena zrelosti	30	-	15
Prioriteti BSC ciljeva	25	10	15

6.5 Zaključna kvalitativna analiza metode SNAP

Osnovni motiv za izradu metode SNAP bio je vezan uz smanjenje korisničke složenosti primjene metode ANP budući da je analizom literature utvrđeno da je za područje visokog obrazovanja, a obzirom na zahtijevane karakteristike, najpogodnija metoda ANP, ali stvarno stanje je takvo da se ona rijetko koristi, a znatno više se koriste druge metode, među kojima najčešće metoda AHP.

Početnom analizom utvrđeni su neki od nedostataka metode ANP, a kasnije u detaljnijoj analizi u dijelu 3.7 su nedostaci opširnije opisani i demonstrirani primjerima. Fokus ovog istraživanja bio je samo na nekim nedostacima, ne svim nedostacima metode ANP. Preciznije, radi se o sljedećim nedostacima:

- Veliki broj koraka (usporedbi u parovima) koji se trebaju napraviti u implementaciji metode ANP,
- Dugo trajanje procesa implementacije metode ANP,
- Teškoće u razumijevanju nekih usporedbi (pogotovo na razini klastera),
- Stohastičnost matrice u metodi ANP čime se problem odlučivanja u nekoj mjeri relativizira,

- Problemi u i/reducibilnosti supermatrice u metodi ANP (neodvojivost alternativa i kriterija),
- Bezutjecajnost usporedbi u parovima s obzirom na cilj na ukupne težine kriterija
- Utjecaj strukture problema odlučivanja na težine kriterija (grupiranje u klastere).

Nakon prezentacije i analize metode SNA zaključeno je da potencijal u izračunu težina kriterija i veliku ulogu u eliminaciji nedostataka metode ANP mogu imati stupanj centraliteta i PageRank centralitet te je sukladno tome kreirano 12 varijanti metode SNAP (u iterativnom postupku znanosti o dizajniranju bilo je i više varijante koje su u konačnici svedene na njih 12).

- Suštinska razlika između varijanti metode SNAP koje se temelje na stupnju centraliteta od onih koje se temelje na PageRank centralitetu jer u poimanju koncepta utjecajnosti. Kod stupnja centraliteta, bitni su direktni tj. neposredni utjecaji među kriterijima, dok kod PageRank centraliteta uz direktne utjecaje, u obzir se uzimaju i svi indirektni, tj. posredni utjecaji među kriterijima. Kako su varijante metode SNAP koje se temelje na PageRank centralitetu metodološki sličnije metodi ANP (metoda ANP u obzir uzima posredne utjecaje među kriterijima), jasno je da sličnije rezultate primjene na problemima odlučivanja u odnosu na metodu ANP pokazuju varijante metode SNAP temeljene na PageRank centralitetu. U možebitnoj softverskoj aplikaciji za podršku metodi SNAP, odluka o konceptu utjecajnosti ostat će na krajnjem korisniku,
- Ulaz u metodu SNAP je težinska matrica veza utjecaja među kriterijima koje su zapravo temelj donositeljima odluka za odradbu usporedbi u parovima u metodi ANP. Usporedbe u parovima mogu se izvesti iz utjecaja među kriterijima. Pokazano je da je broj poslova u metodi SNAP manji od broja poslova u metodi ANP. Razlika u broju poslova je veća što je gustoća mreže problema odlučivanja veća,
- Trajanje primjene metode SNAP je kraće od trajanja primjene metode ANP za iste probleme odlučivanja,
- Provedba koraka metode SNAP (davanje inputa) jednostavnija je od provedbe koraka metode ANP (davanje inputa),
- Kada govorimo o varijantama metode SNAP koje se temelje na stupnju centraliteta, nema problema oko stohastičnosti matrice utjecaja među kriterijima (postizanje stohastičnosti nije korak u primjeni metode). S druge strane, varijante metode SNAP koje se temelje na PageRank centralitetu imaju korak vezan uz normalizaciju matrice utjecaja, no samo u varijanti SNAP10 se inzistira na stohastičnosti normalizirane matrice utjecaja. Zbog toga i SNAP10 daje usporedive rezultate rezultatima metode ANP. Ipak, kako je cilj postići varijantu metode koja ne relativizira problem odlučivanja (ne inzistira se na stohastičnosti), kao konačna varijanta metode SNAP temeljena na PageRank centralitetu koja ne uzima u obzir usporedbe kriterija s obzirom na cilj predlaže se SNAP12,
- U smislu i/reducubilnosti, metoda SNAP nema takvih poteškoća. Varijante temeljene na stupnju centraliteta ne zahtijevaju transformacije matrice utjecaja za koje bi bilo važno da je matrica ireducibilna. Varijante metode SNAP temeljene na PageRank centralitetu

svojim koracima osiguravaju ireducibilnost, ili ne sadrže korake zbog kojih bi ireducibilnost bila bitna,

- S obzirom da metoda ANP ne uzima u obzir usporedbe s obzirom na cilj prilikom izračuna konačnih težina kriterija (tj. te usporedbe nemaju utjecaja ako se i naprave), metoda ANP se može uspoređivati samo s parnim varijantama metode SNAP. Neparne varijante u obzir uzimaju i usporedbe kriterija s obzirom na cilj. Iz rada [97] možemo zaključiti o dvokomponentnosti težina kriterija: (1) intenzitet utjecaja među elementima (engl. *the intensity of affecting*) i (2) snaga elementa (engl. *the strength of element*). U ovom radu intenzitet utjecaja među elementima označava parne varijante metode SNAP, a snaga elemenata ovisi o rezultatima primjene metode AHP. Potom se te dvije mjere uprosječuju u konačnu težinu kriterija,
- Kada govorimo o strukturiranju problema odlučivanja, grupiranje problema odlučivanja u klastere utječe na težine kriterija u metodi ANP budući da se u metodi ANP prvo rade usporedbe na razini kriterija unutar istih klastera, a potom se međusobno uspoređuju klasteri. Za te usporedbe indirektno moramo znati sve težine utjecaja između dva kriterija (osim u slučaju kada je jedan kriterij u klasteru koji utječe na drugi kriterij). U metodi SNAP cijeli problem odlučivanja gledamo kao veliki klaster i zbog toga nije potrebno raditi usporedbe u parovima klastera.

Dakle, u ovom radu se predlaže varijanta SNAP12 kao varijanta koja najbolje analizira problem odlučivanja. Ako korisnik želi uključiti i važnost kriterija s obzirom na cilj u izračun konačne težine kriterija, onda će primijeniti varijantu SNAP11. Ako pak korisnik smatra da ne postoje posredni utjecaji među kriterijima, koristit će varijantu SNAP2, odnosno SNAP1 ako još k tome smatra da u težinu kriterija treba uključiti i važnost kriterija s obzirom na cilj.

Usporedbe kriterija s obzirom na cilj i utjecaji među kriterijima se u konačnu težinu modeliraju aritmetičkom sredinom. No, za buduće istraživanje, predlažu se i dva druga načina agregacije:

- Agregacija geometrijskom sredinom nakon čega bi uslijedila normalizacija zbrojem.
- Množenje redaka matrice utjecaja težinama kriterija s obzirom na cilj nakon čega slijedi primjena metode SNAP12 (ili SNAP2).

Ova dva načina bliskija su agregaciji težina kriterija s obzirom na cilj i težina utjecaja među kriterijima u metodi WINGS.

Usko grlo ove metode je inicijalna matrica utjecaja među kriterijima, budući da se svi daljnji koraci temelje na tom izvoru. Prilikom primjene metode SNAP je stoga važno korektno i koncentrirano napraviti matricu utjecaja. U tom smislu moguće je osmisliti i neke preinake u prikupljanju podataka, npr.:

- Povećati DEMATEL skalu na više vrijednost, npr. do 7 tako da 7 poprimi značanje trenutne vrijednosti 4,
- Usmjeravati korisnika na prethodno napravljene procjene. Npr. Ako je u nekom trenutku za neki utjecaj ocijenio vrijednošću 3, pa kasnije neki drugi utjecaj opet sa 3, da se

softverski javi pitanje oko slaganja s jednakostima tih dviju procjena,
- Izračun lokalnih prioriteta po redovima i stupcima kako bi korisnik vidio relativne odnose i potvrdio poredak ili napravio korekcije,
- Izrada matrice utjecaja u dva koraka, prvo binarno - identificirati da li utjecaj postoji ili ne, bez promišljanja o njegovom iznosu, a potom procjena utjecaja koji su identificirani.
- Kod uspoređivanja u parovima postoji konzistentnost kao mjera kvalitete uspoređivanja, no ona je vrlo lokalizirana. Uspoređuju se intenziteti svih kriterija na isti kriterij. Približna analogija tome mogla bi biti uputa korisnicima da procjene težina utjecaja identificiraju po stupcima.

Ovo istraživanje provedeno je uz neka ograničenja. To su:

- Istraživanjem je obuhvaćena samo razina kriterija. Alternative nisu obuhvaćene,
- Istraživanje se odnosi na razinu jednog kontrolnog kriterija, ne na cijelu BOCR mrežu,
- Softverska simulacija zahtijevala je velike računalne resurse te nije bila izvediva na prosječnom računalu, nego je izvedena na računalnom klasteru Isabella na Sveučilišnom računskom centru Sveučilišta u Zagrebu (web: https://www.srce.unizg.hr/isabella/). Simulacijske matrice utjecaja generirane su funkcijom CWR čime je moguće da je jedan dio mogućih matrica utjecaja izostavljen. Simulacija je implementirana za sve CWR kombinacije u klasterima od 4 do 10 kriterija, no očekuje se da će metoda SNAP dati iste rezultate i za veći broj kriterija,
- Kako metode ANP i SNAP nisu direktno usporedive, bilo je potrebno napraviti prilagodbe u implementaciji metode ANP s obzirom na ulazne podatke (matrica utjecaja umjesto usporedbi u parovima) i na nedostatke metode ANP (ireducibilnosti i stohastičnost). Stoga su generirane 4 simulacijske varijante metode ANP kako je ranije opisano.

Sukladno pobrojanim ograničenja u ovom istraživanju, upravo ona postaju temelj za nastavak istraživanja u budućnosti:

- Uključenje alternativa u metodu. Jedan od smjerova istraživanja u smislu dodavanja alternativa u metodu može se odnositi na izradu mreža dominacija alternativa međusobno prema različitim kriterijima pa agregaciju tih mreža u konačne prioritet,
- Proširenje istraživanja s razine jednog kontrolnog kriterija na kompletnu BOCR mrežu. S obzirom da bi cijeli BOCR matrični blok utjecaja bio vjerojatno prekompleksan, jedan od načina proširenja istraživanja može se odnositi na analogiju s metodom ANP i primijeniti koncept metode ANP.

Na kraju ove kvalitativne analize valja napomenuti nekoliko radova nastalih u sklopu istraživanja na ovoj temi kojima su (in)direktno evaluirani neki zaključci i postavke korišteni i prezentirani u ovom radu:

1. Kadoić, Nikola, Nina Begičević Ređep i Blaženka Divjak: *A new method for strategic decision-making in higher education.* Central European Journal of Operations Research, (Special Issue of Croatian Operational Research Society and Collaborators), listopad 2017,

ISSN 1435-246X. http://link.springer.com/10.1007/s10100-017-0497-4.

U ovom radu napravljena je prezentacija i evaluacija metode SNAP1, dvokomponentna metoda koja se sastoji od metode AHP i primjene stupnja centraliteta na matricu utjecaja među kriterijima,

2. Kadoic, Nikola, Blazenka Divjak i Nina Begicevic Redep: *Effective Strategic Decision Making on Open and Distance Education Issues*. U Volungeviciene, Airina i Andras Szucs (urednici): *Diversity Matters!*, stranice 224-234, Jonkoping, Švedska, 2017. European Distance and E-Learning Network.
   https://bib.irb.hr/datoteka/888396.izvod_proeceedings.pdf
   U ovom radu prvi put je predstavljena ideja povezivanja mjera centraliteta iz SNA i koraka metode ANP u svrhu izračuna težina kriterija na, za korisnika, jednostavniji način. Rad je nagrađen,
3. Kadoić, Nikola, Nina Begičević Redep i Blaženka Divjak: *Decision Making with the Analytic Network Process*. U Kljajić Borštnar, Mirjana, Lidija Zadnik Stirn, Janez Zerovnik i Samo Drobne (urednici): *SOR 17 Proceedings*, SOR 2017, stranice 180-186, Bled, Ljubljana, 2017. Slovenian Society Informatika, Section of Operations Research and University of Maribor, Faculty of Organizational Sciences, Slovenia Society Informatika - Section for Operational Research.
   https://pdfs.semanticscholar.org/9f13/e05cdd25f3feffb49c09e04d60e69340655a.pdf
   U ovom radu prvi put je predstavljena matrica prijelaza koja je kasnije *prerasla* u funkciju za modeliranje metode ANP iz matrice utjecaja,
4. Kadoić, Nikola, Blaženka Divjak i Nina Begičević Redep: *Integrating the DEMATEL with the Analytic Network Process for Effective Decision-Making*. Central European Journal of Operations Research, (S.I. of SOR 2017 conference): 1-30, 2018. http://miau.gau.hu/miau/225/Annual_2017_Jonkoping_Proceedings.pdf
   U ovom radu je koncept funkcije prijelaza uspoređen s nekoliko integracija metoda DEMATEL i ANP,
5. Janes, Aleksander, Nikola Kadoić i Nina Begičević Redep: *The ANP Representation of the BSC*. U Strahonja, Vjeran i Valentina Kirinić (urednici): *CECIIS Proceedings 2017*, stranice 309-315, Varaždin, 2017. Faculty of Organization and Informatics. http://archive.ceciis.foi.hr/app/public/conferences/2017/08/SPDM-4.pdf.
6. Janeš, Aleksander, Nikola Kadoić i Nina Begičević Redep: *Differences in prioritization of the BSC's strategic goals using AHP and ANP methods*. Journal of Information and Organizational Sciences, 42(2):1-24, 2018.
   U ova dva rada uvedena je fiktivna alternativa kao rješenje za situacije kada je supermatrica u metodi ANP reducibilna, odnosno dok se javlja situacija da u problemu odlučivanja alternative nisu definirane (samo razina kriterija).

Poglavlje 7

Zaključak

7.1 Analiza postizanja ciljeva i potvrđivanja hipoteza definiranih u radu

Na kraju rada preostaje napraviti analizu postizanja ciljeva i potvrđivanja hipoteza koji su definirani na početku rada (2). Analiza se odnosi primarno na varijantu SNAP10.

- Cilj $\mathcal{C}1$: *Razviti novu metodu koja će modelirati utjecaje (zavisnosti) među kriterijima, a s ciljem premošćivanja nekih od nedostataka u primjeni metode ANP* je ispunjen.
  - ⇒ Nova metoda SNAP ima karakteristiku modeliranja utjecaja (zavisnosti) među kriterijima i uključenje intenziteta utjecaja među kriterijima u izračun težina kriterija.
  - ⇒ Nedostaci metode ANP koji su premošćeni novom metodom su: kraće trajanje procesa primjene metode, broj poslova koje treba napraviti je značajno manji i težine odradbe poslova su manje u odnosu na metodu ANP.
- Cilj $\mathcal{C}2$*: Odrediti klase problema na kojima metoda ANP nadograđena metodom SNA daje rezultate koji su usporedivi s rezultatima metode ANP, uz uvjet da je odlučivanje učinkovitije* je ispunjen. Ovaj cilj ima dvije komponente:
  - Prva komponenta odnosi se na određivanje problemskih domena u kojima bi se metoda SNAP mogla primijeniti.
    - ⇒ Inicijalno, motivacija za novu metodu odnosila se na područje visokog obrazovanja. Demonstracija primjene metode ANP odnosila se na područje visokog obrazovanja.
    - ⇒ U dijelu 3.6 prikazana su područja primjene metode ANP. S teorijskog stajališta, nema nikakvih razlika u mogućnosti primjene metode SNAP na probleme odlučivanja iz svih područja identificiranih u dijelu 3.6.
  - Druga komponenta odnosi se na određivanje skupa mrežnih struktura problema odlučivanja u kojima metoda SNAP daje rezultate koji su usporedivi s rezultatima metode ANP.
    - ⇒ Simulacijski je utvrđeno da je metoda SNAP usporediva s metodom ANP za

sve kombinacije problema odlučivanja u klasterima od 4 do 10 kriterija pri čemu su kombinacije generirane CWR postupkom. To čini klasu problema u kojima metoda SNAP (varijanta SNAP10) daje usporedive rezultate s metodom ANP.

⇒ S obzirom na rezultate simulacije, očekuje se usporedivost metode SNAP i za veći broj kriterija u klasteru koji po strukturi odgovaraju nekoj od CWR kombinacija.

⇒ Istraživanjem nije pokazano da metoda SNAP daje neusporedive rezultate u odnosu na metodu ANP za druge kombinacije (koje nisu generirane CWR postupkom) te ta analiza ostaje otvorena za buduća istraživanja.

- Hipoteza $\mathcal{H}1$*: Korisnička složenost kombinirane metode SNAP manja je od korisničke složenosti metode ANP* se potvrđuje.
  - ⇒ Broj koraka (poslova) u metodi SNAP manji je od broja poslova u metodi ANP za sve teorijske kombinacije, budući da metoda ANP indirektno uključuje sve korake koji se provode u metodi SNAP i još neke dodatne. Ovo je demonstrirano i na studijama slučajeva u dijelu 6.4.
  - ⇒ Težina odradbe poslova mjerena evaluacijskim upitnikom u metodi SNAP manja je od težina odradbe poslova u metodi ANP. To je pokazano u studijama slučajeva u dijelu 6.4.
  - ⇒ Trajanje provedbe metode SNAP kraće je od trajanja provedbe metode ANP.
  - ⇒ Korisnička složenost mjerena brojem poslova, težinom odradbe poslova i trajanjem primjene metoda manja je kod metode SNAP u odnosu na metodu ANP.
- Hipoteza $\mathcal{H}2$*: Primjena kombinirane metode SNAP daje usporedive rezultate s rezultatima metode ANP za određene klase problema uz uklanjanje nekih nedostataka metode ANP odlučivanja* se potvrđuje.
  - ⇒ Ova hipoteza povezana je s ciljem $\mathcal{C}2$.
  - ⇒ Metoda SNAP10 daje usporedive rezultate s metodom ANP za sve kombinacije problema odlučivanja u klasterima od 4 do 10 kriterija pri čemu su kombinacije generirane CWR postupkom.
  - ⇒ Primjena metode SNAP10 u području visokog obrazovanja kraća je i jednostavnija za korisnika od primjene metode SNAP u svim kombinacijama problema odlučivanja u klasterima od 4 do 10 kriterija pri čemu su kombinacije generirane CWR postupkom.

7.2 Diseminacija metode SNAP

Zadnja faza u procesu znanosti u dizajniranju je diseminacija artefakta. U tom smislu odrađene su tek početne diseminacijske aktivnosti. Glavna diseminacijska aktivnost je publiciranje radova. U tom smislu, ovaj rad je najkompletniji diseminacijski element za metodu SNAP. Ostali diseminacijski elementi navedeni su u dijelu 6.5, a u nastavku se nalazi puni popis radova koji su nastali u procesu istraživanja u ovom doktorskom radu.

[1] Janeš, Aleksander, Nikola Kadoić i Nina Begičević Redep: *Differences in prioritization*

of the BSC's strategic goals using AHP and ANP methods. Journal of Information and Organizational Sciences, 42(2):1–24, 2018.

[2] Janeš, Aleksander, Nikola Kadoić i Nina Begičević Ređep: *The ANP Representation of the BSC.* U Strahonja, Vjeran i Valentina Kirinić (urednici): *CECIIS Proceedings 2017*, stranice 309–315, Varaždin, 2017. Faculty of Organization and Informatics. http://archive.ceciis.foi.hr/app/public/conferences/2017/08/SPDM-4.pdf.

[3] Kadoić, N., B. Divjak i N.B. Redep: *Differences among social network structures in the private sector, politics and NGOs in Croatia.* TEM Journal, 6(4), 2017, ISSN 22178333.

[4] Kadoić, Nikola, Nina Begičević Ređep i Blaženka Divjak: *E-learning decision making: methods and methodologies.* U *Re-Imagining Learning Scenarios*, svezak CONFERENCE, stranica 24, Budapest, Hungary, 2016. European Distance and E-Learning Network, ISBN 9786155511103.

[5] Kadoić, Nikola, Nina Begičević Ređep i Blaženka Divjak: *Structuring e-Learning Multi-Criteria Decision Making Problems.* U Billjanović, Petar (urednik): *Proceedings of 40th Jubilee International Convention, MIPRO 2017*, stranice 811–817, Opatija, Croatia, 2017. Croatian Society for Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics - MIPRO, ISBN 9789532330922. http://docs.mipro-proceedings.com/proceedings/mipro{_}2017{_}proceedings.pdf.

[6] Kadoić, Nikola, Blaženka Divjak i Nina Begičević Ređep: *Integrating the DEMATEL with the Analytic Network Process for Effective Decision-Making.* Central European Journal of Operations Research, (S.I. of SOR 2017 conference):1–30, 2018.

[7] Kadoić, Nikola i Dijana Oreški: *Analysis of Student Behavior and Success Based on Logs in Moodle.* stranice 730–735, 2018.

[8] Marković, M.G., N. Kadoić i B. Kovačić: *Selection and prioritization of adaptivity criteria in intelligent and adaptive hypermedia e-learning systems.* TEM Journal, 7(1), 2018, ISSN 22178333.

[9] Đurek, Valentina, Blaženka Divjak i Nina Begičević Ređep: *Izvještaj o digitalnoj zrelosti visokog obrazovanja u Hrvatskoj.* Tehnički izvještaj, Fakultet organizacijse i informatike, Varazdin, 2018. http://higherdecision.foi.hr/sites/default/files/M8.1.Izvjestajoe-spremnostivisokogobrazovanjauHrvatskoj.pdf.

[10] Đurek, Valentina, Nikola Kadoić i Nina Begičević Ređep: *Assessing the Digital Maturity Level of Higher Education Institutions.* Proceedings of 41st Jubilee International Convention, MIPRO 2018, (July 2015):747–752, 2018.

[11] Wudhikarn, Ratapol: *Improving the intellectual capital management approach using the hybrid decision method.* Journal of Intellectual Capital, stranice JIC–07–2017–0088,

jun 2018, ISSN 1469-1930. https://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/JIC-07-2017-0088.

[12] Zekić-Sušac, Marijana, Rudolf Scitovski i Goran Lešaja: *CEJOR special issue of Croatian Operational Research Society*. Central European Journal of Operations Research, jun 2018, ISSN 1435-246X. http://link.springer.com/10.1007/s10100-018-0558-3.

Popis literature

[1] Ahmad, Rahman, Alan Farley i Naidoo Moonsamy: *Strategic planning in higher education institutions*. U *Proceedings International Conference of Technology Management, Business and Entrepreneurship 2012 (ICTMBE2012)*, svezak 2012, stranice 439–446, 2012. http://www.academia.edu/4242235/Strategic{_}planning{_}in{_}higher{_}education.

[2] Ahmed, Hassan M Selim: *Hybrid E-Learning Acceptance Model : Learner Perceptions*. Journal of Innovative Education, 8(2):313–346, 2010.

[3] Akyel, Nermin, Tulay KorkusuzPolat i Seher Arslankay: *Strategic Planning in Institutions of Higher Education: A Case Study of Sakarya University*. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 58:66–72, 2012, ISSN 18770428. http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042812044412.

[4] Alotaibi, Khalid A. i Venkata Sai Srinivasa Rao Muramalla: *Evaluating Strategic Marketing in Higher Education Through Social Media: A Study with Reference to Saudi Arabia*. International Business Management, 9(6):1042–1046, 2015, ISSN 19935250.

[5] Arratia, Argimiro i R. Ferrer-i Cancho: *Centrality*. Tehnički izvještaj, Universitat Polit'ecnica de Catalunya, Catalunya, 2018. https://www.cs.upc.edu/{~}CSN/slides/06centrality.pdf.

[6] Attri, Rajesh, Nikhil Dev i Vivek Sharma: *Interpretive Structural Modelling (ISM) approach : An Overview*. Research Journal of Management Sciences, 2(2):3–8, 2013, ISSN 0144-3577.

[7] Ayağ, Z. i R.G. Özdemir: *A hybrid approach to concept selection through fuzzy analytic network process*. Computers & Industrial Engineering, 56(1):368–379, feb 2009, ISSN 03608352.

[8] Ayağ, Zeki i Funda Samanlioglu: *An intelligent approach to supplier evaluation in automotive sector*. Journal of Intelligent Manufacturing, 27(4):889–903, aug 2016, ISSN 0956-5515. http://link.springer.com/10.1007/s10845-014-0922-7.

[9] Ayhan, Mustafa Batuhan: *A Fuzzy AHP Approach for Supplier Selection Problem: A Case Study in a Gearmotor Company*. Internation Journal of Managing Value and Supply Chains (IJMVSC), 4(3):11–23, 2013, ISSN 22307966.

[10] Badri, Masood A. i Mohammed H. Abdulla: *Awards of excellence in institutions of higher education: an AHP approach.* International Journal of Educational Management, 18(4):224–242, jun 2004, ISSN 0951-354X. http://www.emeraldinsight.com/doi/abs/10.1108/09513540410538813.

[11] Bassoppo-Moyo, Temba C.: *Applying needs assessment and strategic planning techniques in developing e-learning.* International Journal of Instructional Media, 35(4):373–380, 2008.

[12] Begicevic, N, B Divjak i T Hunjak: *AHP-based group decision making using keypads.* International Journal of Economics and Business Research, 3(4):443–458, jan 2011. doi:10.1504/IJEBR.2011.040953.http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true{&}db=inh{&}AN=12611379{&}lang=hr{&}site=ehost-live.

[13] Begičević, Nina: *Višekriterijski modeli odlučivanja u strateškom planiranju uvođenja e-učenja.* Disertacija, University of Zagreb, Faculty of organization and informatics, 2008.

[14] Begicevic, Nina, Blazenka Divjak i Tihomir Hunjak: *Comparison between AHP and ANP: Case Study of Strategic Planning of E-Learning Implementation.* Development, 1(1):1–10, 2007. http://www.ijahp.org/index.php/IJAHP/article/viewArticle/5.

[15] Begičević, Nina, Blaženka Divjak i Tihomir Hunjak: *Development of Ahp Based Model for Decision Making on E-Learning Implementation Implementation Decision Making E-Learning.* Journal of Information and Organizational Sciences, 31(1):13–24, 2007. http://hrcak.srce.hr/21442.

[16] Begičević, Nina, Blaženka Divjak i Tihomir Hunjak: *Prioritization of e-learning forms: A multicriteria methodology.* Central European Journal of Operations Research, 15(4):405–419, 2007, ISSN 1435246X.

[17] Begičević, Nina, Blaženka Divjak i Tihomir Hunjak: *Decision-making on prioritization of projects in higher education institutions using the analytic network process approach.* Central European Journal of Operations Research, 18(3):341–364, sep 2009, ISSN 1435-246X. http://link.springer.com/10.1007/s10100-009-0113-3.

[18] Begicevic Redep, N, M Klacmer Calopa i J Bockaj: *DECISION MAKING ON HUMAN RESOURCE CAPACITY IN THE HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS.* U *ICERI2015 Proceedings*, 8th International Conference of Education, Research and Innovation, stranice 2514–2524. IATED, 2015, ISBN 978-84-608-2657-6.

[19] Bellanca, Leana: *Measuring interdisciplinary research: Analysis of co-authorship for research staff at the University of York.* Bioscience Horizons, 2(2):99–112, 2009, ISSN 17547431.

[20] Bhadani, Abhay Kumar, Ravi Shankar i D. Vijay Rao: *Modeling the barriers of service adoption in rural Indian telecom using integrated ISM-ANP.* Journal of Modelling in Management, 11(1):2–25, feb 2016, ISSN 1746-5664. http://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/JM2-09-2013-0041.

[21] Bohanec, M i V Rajkovič: *DEX : An Expert System Shell for Decision Support.* Sistemica, 1(1):145–157, 1990.

[22] Bohanec, Marko: *Qualitative MultiCriteria Modelling Method DEX: Approach, Recent Advances and Applications.* U Scitovski, Rudolf i Marijana Zekić-Sušac (urednici): *Book of Abstracts, 16th International Conference on Operational Research, KOI 2016*, Osijek, 2016. Croatian Operational Research Society in collaboration with Faculty of Economics in Osijek and Department of Mathematics, University of Osijek. http://hdoi.hr/koi2016/wp-content/uploads/2015/09/BookOfAbstracts2016-web.pdf.

[23] Bojković, Nataša, Ivan Anić i Snežana Pejčić-Tarle: *One solution for cross-country transport-sustainability evaluation using a modified ELECTRE method.* Ecological Economics, 69(5):1176–1186, 2010, ISSN 09218009.

[24] Botti, Laurent i Nicolas Peypoch: *Multi-criteria ELECTRE method and destination competitiveness.* Tourism Management Perspectives, 6:108–113, 2013, ISSN 22119736. http://dx.doi.org/10.1016/j.tmp.2013.01.001.

[25] Broad, Martin, Andrew Goddard i Larissa Von Alberti: *Performance, Strategy and Accounting in Local Government and Higher Education in the UK.* Public Money and Management, 27(2):119–126, 2007, ISSN 0954-0962. http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1111/j.1467-9302.2007.00567.x.

[26] Büyüközkan, Gülçin, Tijen Ertay, Cengiz Kahraman, Da Ruan, Gülçin Büyüközkan, Tijen Ertay, Cengiz Kahraman i Da Ruan: *Determining the importance weights for the design requirements in the house of quality using the fuzzy analytic network approach.* International Journal of Intelligent Systems, 19(5):443–461, may 2004, ISSN 08848173. http://doi.wiley.com/10.1002/int.20006.

[27] Castillo, Mario i Roberto Zarama: *APPLICATION OF THE ANALYTIC NETWORK PROCESS (ANP) TO ESTABLISH WEIGHTS IN ORDER TO RE-ACCREDIT A PROGRAM OF A UNIVERSITY.* U *Proceedings of the International Symposium on the Analytic Hierarchy Process*, stranice 1–14. ISAHP, 2009.

[28] Chang, Betty, Chih Wei Chang i Chih Hung Wu: *Fuzzy DEMATEL method for developing supplier selection criteria.* Expert Systems with Applications, 38(3):1850–1858, 2011, ISSN 09574174. http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2010.07.114.

[29] Chen, Jou Chen, Joseph Shyu i Chi Yo Huang: *Configuring the Knowledge Diffusion Policy Portfolio of Higher Education Institutes.* Eurasia Journal of Mathematics, Science

and Technology Education, 13(8):5685–5734, aug 2017, ISSN 1305-8215. http://www.journalssystem.com/ejmste/,70680,0,2.html.

[30] Clayton, Mark J.: *Delphi: A Technique to Harness Expert Opinion for Critical Decision-Making Tasks in Education., Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology, 1997.* Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology, 17(4):373–386, 1997.

[31] Cortés-Aldana, Félix Antonio, Mónica García-Melón, Ignacio Fernández-de Lucio, Pablo Aragonés-Beltrán i Rocío Poveda-Bautista: *University objectives and socioeconomic results: A multicriteria measuring of alignment.* European Journal of Operational Research, 199(3):811–822, dec 2009, ISSN 03772217.

[32] Csendes, Tibor i Elvira Antal: *PageRank Based Network Algorithms for Weighted Graphs with Applications to.* 2:209–216, 2010.

[33] Ćukušić, Maja, Željko Garača i Mario Jadrić: *Determinants and Performance Indicators of Higher Education Institutions in Croatia.* Drustvena istrazivanja, 23(2):233–257, 2014, ISSN 13300288. http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84905055667{&}partnerID=tZOtx3y1.

[34] Dachyar, M: *Development of Strategy Model for Organizational Innovation through Information Systems in Higher Education in Indonesia.* International Journal of Technology, 6(2):283, apr 2015, ISSN 2087-2100. http://www.ijtech.eng.ui.ac.id/index.php/journal/article/view/659.

[35] De Morais, A.M. i J.M.F.R. De Araújo: *Educational data mining for support e-learning teacher based on decision tree.* U *Proceedings of the IADIS International Conference WWW/Internet 2013, ICWI 2013*, stranice 141–148, 2013.

[36] Divjak, Blaženka: *Development of a methodological framework for strategic decision-making in higher education – a case of open and distance learning (ODL) implementation (project application).* stranica 39, 2014.

[37] Divjak, Blaženka: *Challenges of Strategic Decision-Making within Higher Education and Evaluation of the Strategic Decisions.* U Hunjak, Tihomir, Valentina Kirinić i Mario Konecki (urednici): *Central European Conference on Information and Intelligent Systems*, stranice 41–46. University of Zagreb, Faculty of Organization and Informatics Varaždin, 2016. http://archive.ceciis.foi.hr/app/public/conferences/1/ceciis2016/papers/ECIS-2.pdf.

[38] Divjak, Blazenka: *Webpage od the project Development of a methodological framework for strategic decision-making in higher education – a case of open and distance learning (ODL) implementation*, 2017. http://higherdecision.foi.hr/, posjećeno 2017-01-07.

[39] Divjak, Blaženka i Nina Begičević Ređep: *Strategic Decision Making Cycle in Higher Education: Case Study of E-learning.* U *International Association for Development of the Information Society*, stranica 8. International Conference on E-learning 2015, 2015. http://www.researchgate.net/publication/280711901.

[40] Divjak, Blaženka i Alen Lovrenčić: *Diskretna matematika s teorijom grafova.* TIVA tiskara Varaždin, Fakultet organizacije i informatike Varaždin, Varaždin, 1. izdanje izdanje, 2005.

[41] Du, Donglei: *Social Network Analysis : Centrality Measures.*

[42] Duckstein, Lucien i Mark Gershon: *Multicriterion analysis of a vegetation management problem using ELECTRE II.* Applied Mathematical Modelling, 7(4):254–261, 1983, ISSN 0307904X.

[43] El Chanati, Hisham, Mohammed S. El-abbasy, Fadi Mosleh, Ahmed Senouci, Mona Abouhamad, Iason Gkountis, Tarek Zayed, Hassan Al-Derham, Hisham El Chanati, Mohammed S. El-abbasy, Fadi Mosleh, Ahmed Senouci, M Asce, Mona Abouhamad, Iason Gkountis, Tarek Zayed, M Asce, Hassan Al-Derham, Hisham El Chanati, Mohammed S. El-abbasy, Fadi Mosleh, Ahmed Senouci, Mona Abouhamad, Iason Gkountis, Tarek Zayed i Hassan Al-Derham: *Multi-Criteria Decision Making Models for Water Pipelines.* Journal of Performance of Constructed Facilities, 30(4):04015090, aug 2016, ISSN 0887-3828. http://ascelibrary.org/doi/10.1061/{%}28ASCE{%}29CF.1943-5509.0000842.

[44] Falatoonitoosi, Elham, Shamsuddin Ahmed i Shahryar Sorooshian: *Expanded DEMATEL for Determining Cause and Effect Group in Bidirectional Relations.* The Scientific World Journal, 2014:1–7, 2014, ISSN 2356-6140. http://www.hindawi.com/journals/tswj/2014/103846/.

[45] Fenu, Gianni i Massimiliano Picconi: *An Optimized Cost-Benefit Analysis for the Evaluation in E-Learning Services.* U *Networked Digital Technologies*, stranice 215–225. 2010. http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-14306-9{_}22.

[46] Fooladvand, Maryam, Mohammad H. Yarmohammadian i Somaye Shahtalebi: *The Application Strategic Planning and Balance Scorecard Modelling in Enhance of Higher Education.* Procedia - Social and Behavioral Sciences, 186:950–954, 2015, ISSN 18770428. http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877042815023757.

[47] Furková, A. i K. Surmanová: *Multiple selections of alternatives under constraints based on DEA results: Case study of slovak higher education institutions.* U *Proceedings of the 11th International Conference on Strategic Management and Its Support by Information Systems 2015, SMSIS 2015*, stranice 192–199, 2015.

[48] Garnett, A, A L Bevan-Dye i N de Klerk: *Deliberate strategy and the tangible link to performance: Lessons from South African higher education.* African Journal of Business Management, 5(33):12890–12897, 2011, ISSN 1993-8233.

[49] Gölcük, İlker i Adil Baykasoğlu: *An analysis of DEMATEL approaches for criteria interaction handling within ANP*. Expert Systems with Applications, 46:346–366, mar 2016, ISSN 09574174. http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0957417415007459.

[50] Goldberg, Andrew V: *Basic Shortest Path Algorithms*, 2005.

[51] Govan, Anjela Y i Carl D Meyer: *Ranking National Football League Teams Using Google PageRank*. https://www.ncsu.edu/crsc/reports/ftp/pdf/crsc-tr06-19.pdf, 2006.

[52] Graham, Charles R., Wendy Woodfield i J. Buckley Harrison: *A framework for institutional adoption and implementation of blended learning in higher education*. The Internet and Higher Education, 18:4–14, 2013, ISSN 10967516. http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1096751612000607.

[53] Gregov, Zrinka i Tihomir Hunjak: *Višekriterijski model za vrednovanje visokoškolskih nastavnika po AHP metodi*, 2014.

[54] Hammond, J. S., R. L. Keeney i H. Raiffa: *Even swaps: a rational method for making trade-offs*. Harvard business review, 76(2), 1998, ISSN 00178012.

[55] Hammond, John, Ralph Keeney i Howard Raiffa: *Smart Choices: A Practical Guide to Making Better Decisions*. 1999.

[56] Harker, Patrick T. i Luis G. Vargas: *The Theory of Ratio Scale Estimation: Saaty's Analytic Hierarchy Process*. Management Science, 33(11):1383–1403, nov 1987, ISSN 0025-1909. http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/mnsc.33.11.1383.

[57] Hermann, Robert, Rupert J. Baumgartner, Stefan Vorbach, Arne Ragossnig i Roland Pomberger: *Evaluation and selection of decision-making methods to assess landfill mining projects*. Waste Management and Research, 33(9):822–832, 2015, ISSN 10963669.

[58] Hevner, Alan i Samir Chatterjee: *Design Science Research in Information Systems*. stranice 9–22. 2010. http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-5653-8{_}2.

[59] Hladchenko, Myroslava: *Balanced Scorecard – a strategic management system of the higher education institution*. International Journal of Educational Management, 29(2):167–176, mar 2015, ISSN 0951-354X. http://www.emeraldinsight.com/doi/abs/10.1108/IJEM-11-2013-0164.

[60] Ho, William, Prasanta K. Dey i Helen E. Higson: *Multiple criteria decision making techniques in higher education*. International Journal of Educational Management, 20(5):319–337, aug 2006, ISSN 0951-354X. http://www.emeraldinsight.com/doi/abs/10.1108/09513540610676403http://www.inderscience.com/link.php?id=12958http://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/09513540610676403.

[61] Ho, William, Prasanta K. Dey, Helen E. Higson, Prasanta K. Dey, Helen E. Higson i Prasanta K. Dey: *An integrated multiple criteria decision making approach for resource allocation in higher education.* International Journal of Innovation and Learning, 20(5):471, 2007, ISSN 0951-354X. http://www.emeraldinsight.com/doi/abs/10.1108/09513540610676403http://eprints.aston.ac.uk/746/http://www.inderscience.com/link.php?id=12958.

[62] Horvat, Damir i Dušan Munđar: *Rangiranje web stranica.* Osjecki matematicki list, 17:51–62, 2017.

[63] Huang, Yueh Min i Po Sheng Chiu: *The effectiveness of a meaningful learning-based evaluation model for context-aware mobile learning.* British Journal of Educational Technology, 46(2):437–447, 2015, ISSN 00071013. http://doi.wiley.com/10.1111/bjet.12147.

[64] Janeš, Aleksander, Nikola Kadoić i Nina Begičević Ređep: *Differences in prioritization of the BSC's strategic goals using AHP and ANP methods.* Journal of Information and Organizational Sciences, 42(2):1–24, 2018.

[65] Janeš, Aleksander, Nikola Kadoić i Nina Begičević Ređep: *The ANP Representation of the BSC.* U Strahonja, Vjeran i Valentina Kirinić (urednici): *CECIIS Proceedings 2017*, stranice 309–315, Varaždin, 2017. Faculty of Organization and Informatics. http://archive.ceciis.foi.hr/app/public/conferences/2017/08/SPDM-4.pdf.

[66] Jani, Hajar Mat: *Teaching TRIZ Problem-Solving Methodology in Higher Education: A Review.* International Journal, 2(9):98–103, 2013.

[67] Kabók, József, Tibor Kis, Maria Csüllög i Imre Lendák: *Data envelopment analysis of higher education competitiveness indices in Europe.* Acta Polytechnica Hungarica, 10(3):185–201, 2013, ISSN 17858860. http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84877285464{&}partnerID=tZOtx3y1.

[68] Kadoić, N., B. Divjak i N.B. Redep: *Differences among social network structures in the private sector, politics and NGOs in Croatia.* TEM Journal, 6(4), 2017, ISSN 22178333.

[69] Kadoić, Nikola: *Primjena analize društvenih mreža u projektnom menadžmentu.* Master Thesis, University of Zagreb, Faculty of organization and informatics, Varazdin, 2010.

[70] Kadoić, Nikola, Nina Begičević Ređep i Blaženka Divjak: *E-learning decision making: methods and methodologies.* U *Re-Imagining Learning Scenarios*, svezak CONFERENCE, stranica 24, Budapest, Hungary, 2016. European Distance and E-Learning Network, ISBN 9786155511103.

[71] Kadoić, Nikola, Nina Begičević Ređep i Blaženka Divjak: *A new method for strategic decision-making in higher education.* Central European Journal of Operations Research,

(Special Issue of Croatian Operational Research Society and Collaborators), oct 2017, ISSN 1435-246X. http://link.springer.com/10.1007/s10100-017-0497-4.

[72] Kadoić, Nikola, Nina Begičević Ređep i Blaženka Divjak: *Decision Making with the Analytic Network Process*. U Kljajić Borštnar, Mirjana, Lidija Zadnik Stirn, Janez Žerovnik i Samo Drobne (urednici): *SOR 17 Proceedings*, SOR 2017, stranice 180–186, Bled, Ljubljana, 2017. Slovenian Society Informatika, Section of Operations Research and University of Maribor, Faculty of Organizational Sciences, Slovenia Society Informatika - Section for Operational Research.

[73] Kadoić, Nikola, Nina Begičević Ređep i Blaženka Divjak: *Structuring e-Learning Multi-Criteria Decision Making Problems*. U Billjanović, Petar (urednik): *Proceedings of 40th Jubilee International Convention, MIPRO 2017*, stranice 811–817, Opatija, Croatia, 2017. Croatian Society for Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics - MIPRO, ISBN 9789532330922. http://docs.mipro-proceedings.com/proceedings/mipro{_}2017{_}proceedings.pdf.

[74] Kadoić, Nikola, Blaženka Divjak i Nina Begičević Ređep: *Effective Strategic Decision Making on Open and Distance Education Issues*. U Volungeviciene, Airina i András Szűcs (urednici): *Diversity Matters!*, stranice 224–234, Jönköping, Sweden, 2017. European Distance and E-Learning Network.

[75] Kadoić, Nikola, Blaženka Divjak i Nina Begičević Ređep: *Integrating the DEMATEL with the Analytic Network Process for Effective Decision-Making*. Central European Journal of Operations Research, (S.I. of SOR 2017 conference):1–30, 2018.

[76] Kahveci, Tuba Canvar i Harun Taşkın: *Integrated Enterprise Management System for Higher Education Institutions based on Strategic and Process Management: The Case Study of Sakarya University*. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 106:1505–1513, 2013, ISSN 18770428. http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042813047939.

[77] Khan, Urfi i Abid Haleem: *Improving to Smart Organization*. Journal of Manufacturing Technology Management, 26(6):807–829, jul 2015, ISSN 1741-038X. http://dx.doi.org/10.1108/JMTM-05-2014-0062http://www.emeraldinsight.com/doi/abs/10.1108/02656710210415703http://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/JMTM-05-2014-0062.

[78] Khansari, Mohammad, Amin Kaveh, Zainabolhoda Heshmati i Maryam Ashkpoor Motlaq: *Centrality measures for immunization of weighted networks*. Network Biology, 6(1):12–27, 2016, ISSN 22208879. http://www.iaees.org/publications/journals/nb/articles/2016-6(1)/centrality-measures-for-immunization-of-weighted-networks.pdf.

[79] Khopkar, Sushant S., Rakesh Nagi, Alexander G. Nikolaev i Vaibhav Bhembre: *Efficient algorithms for incremental all pairs shortest paths, closeness and betweenness in social network analysis*. Social Network Analysis and Mining, 4(1):1–20, 2014, ISSN 18695469.

[80] King, Emma i Russell Boyatt: *Exploring factors that influence adoption of e-learning within higher education*. British Journal of Educational Technology, 46(6):n/a–n/a, nov 2014, ISSN 00071013. http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84906298128{&}partnerID=tZOtx3y1http://doi.wiley.com/10.1111/bjet.12195.

[81] Knoke, David i Song Yang: *Social Network Analysis (Quantitative Applications in the Social Sciences), Series: Quantitative Applications in the Social Sciences*. SAGE Publications, Inc, California, SAD, 2. izdanje, 2008, ISBN 978-1412927499.

[82] Kruss, Glenda, Simon McGrath, Il haam Petersen i Michael Gastrow: *Higher education and economic development: The importance of building technological capabilities*. International Journal of Educational Development, 43:22–31, 2015, ISSN 07380593. http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0738059315000528.

[83] Kumari, Taruna, Ashlesha Gupta i Ashutosh Dixit: *Comparative Study of Page Rank and Weighted Page Rank Algorithm*. International Journal of Innovative Research in Computer and Communication Engineering, 2(2):2929–2937, 2014.

[84] Labib, Ashraf, Martin Read, Charlotte Gladstone-Millar, Richard Tonge i David Smith: *Formulation of higher education institutional strategy using operational research approaches*. Studies in Higher Education, 5079(April 2015):1–20, 2013, ISSN 0307-5079. http://dx.doi.org/10.1080/03075079.2012.754868.

[85] Lee, Pei Chun i Hsin Ning Su: *Investigating the structure of regional innovation system research through keyword co-occurrence and social network analysis*. Innovation: Management, Policy & Practice, 12(1):26–40, apr 2010, ISSN 1447-9338. http://pubs.e-contentmanagement.com/doi/abs/10.5172/impp.12.1.26.

[86] Lee, Wen Shiung, Alex Yihou Huang, Yong Yang Chang i Chiao Ming Cheng: *Analysis of decision making factors for equity investment by DEMATEL and Analytic Network Process*. Expert Systems with Applications, 38(7):8375–8383, 2011, ISSN 09574174. http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2011.01.027.

[87] Lerner L. Alexandra: *A Strategic Planning Primer for Higher Education*, 1999. http://www.fgcu.edu/provost/files/strategic{_}planning{_}primer.pdf, posjećeno 2015-09-09.

[88] Leskovec, Jure, Anand Rajaraman i Jeffrey David Ullman: *Mining Social-Network Graphs*. U *Mining of Massive Datasets*, stranice 325–383. Cambridge University Press, Cambridge, 2014, ISBN 9781139924801. http://ebooks.cambridge.org/ref/id/CBO9781139924801A087.

[89] Liberatore, Matthew J. i Robert L. Nydick: *GROUP DECISION MAKING IN HIGHER EDUCATION USING THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS*. Research in Higher Education, 38(5):593–614, 1997.

[90] Lillis, Deirdre i Marion Lynch: *New Challenges for Strategy Development in Irish Higher Education Institutions*. Higher Education Policy, 27(2):279–300, 2013, ISSN 0952-8733. http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-84901033625{&}partnerID=tZOtx3y1.

[91] Lin, Chia Li, Meng Shu Hsieh i Gwo Hshiung Tzeng: *Evaluating Vehicle Telematics System by using a novel MCDM techniques with dependence and feedback*. Expert Systems with Applications, 37(10):6723–6736, 2010, ISSN 09574174. http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2010.01.014.

[92] Lu, Ming Tsang i Shi Weoi Lin: *Application of DEMATEL and ANP to investigate strategic drivers for green innovation*. The 11th Asia Pacific Industrual Engineering and Mangement Systems Conference, 7:3–8, 2010.

[93] Macfadyen, Leah P LP Leah P i Shane Dawson: *Numbers are not enough. Why e-learning analytics failed to inform an institutional strategic plan*. Educational Technology & Society, 15(3):149–163, 2012, ISSN 11763647. http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.441.9712{&}rep=rep1{&}type=pdf.

[94] Mascolo, Cecilia: *Social and Technological Network Analysis Lecture 3: Centrality Measures*. https://www.cl.cam.ac.uk/teaching/1314/L109/stna-lecture3.pdf, 2018.

[95] Mateos, Gonzalo: *Centrality Measures and Link Analysis Centrality measures*. 2016.

[96] Meyer, Carl D.: *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 2000, ISBN 0898719518, 9780898719512.

[97] Michnik, Jerzy: *Weighted influence non-linear gauge system (WINGS)-An analysis method for the systems of interrelated components*. European Journal of Operational Research, 228(3):536–544, 2013, ISSN 03772217. http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2013.02.007.

[98] Mincer, M i E Niewiadomska-Szynkiewicz: *Application of social network analysis to the investigation of interpersonal connections*. Journal of Telecommunications and Information Technology, 2012(2):83–91, 2012.

[99] Morel, Carlos Medicis, Suzanne Jacob Serruya, Gerson Oliveira Penna i Reinaldo Guimarães: *Co-authorship network analysis: a powerful tool for strategic planning of research, development and capacity building programs on neglected diseases*. PLoS Neglected Tropical Diseases, 3(8), 2009, ISSN 1935-2735.

[100] Mu, Enrique i Howard A Stern: *The City of Pittsburgh goes to the cloud: a case study of cloud solution strategic selection and deployment.* Journal of Information Technology Teaching Cases, 4(2):70–85, jan 2015, ISSN 2043-8869. http://www.palgrave-journals.com/doifinder/10.1057/jittc.2014.5.

[101] Munđar, Dušan i Damir Horvat: *Rangiranje ekipa i prognoziranje ishoda u rukometu korištenjem PageRank algoritma.* Poučak, 67:8–15, 2016.

[102] Neven Vrček: *Strategija razvoja Fakulteta organizacije i informatike*, 2018. https://www.foi.unizg.hr/sites/default/files/strategija{_}razvoja{_}fakulteta{_}organizacije{_}i{_}informatike{_}2018.-2023.pdf.

[103] Niemira, Michael P. i Thomas L. Saaty: *An Analytic Network Process model for financial-crisis forecasting.* International Journal of Forecasting, 20(4):573–587, 2004, ISSN 01692070.

[104] Ölçer, Mehmet Günal: *DEMATEL ve ANP Yaklaşımları Kullanılarak Hesap Çizelgelerine Dayalı Bir Karar Destek Sistemi Geliştirilmesi.* Fen Bilimleri Enstitüsü, stranica 167, 2013.

[105] Opsahl, Tore, Filip Agneessens i John Skvoretz: *Node centrality in weighted networks: Generalizing degree and shortest paths.* Social Networks, 32(3):245–251, jul 2010, ISSN 03788733. http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0378873310000183.

[106] Ortíz, Miguel A, Heriberto A Felizzola i Santiago Nieto Isaza: *A contrast between DEMATEL-ANP and ANP methods for six sigma project selection: a case study in healthcare industry.* BMC Medical Informatics and Decision Making, 15(S3):S3, dec 2015, ISSN 1472-6947. http://bmcmedinformdecismak.biomedcentral.com/articles/10.1186/1472-6947-15-S3-S3.

[107] Ou Yang, Yu Ping, How Ming Shieh i Gwo Hshiung Tzeng: *A VIKOR technique based on DEMATEL and ANP for information security risk control assessment.* Information Sciences, 232:482–500, 2013, ISSN 00200255. http://dx.doi.org/10.1016/j.ins.2011.09.012.

[108] Park, Bokyung i Robert Youngchul Kim: *Making a decision about importance analysis and prioritization of use cases through comparison the analytic hierarchy process (AHP) with use case point (UCP) technique.* International Journal of Software Engineering and its Applications, 8(3):89–96, 2014, ISSN 17389984.

[109] Pauer, Frédéric, Katharina Schmidt, Ana Babac, Kathrin Damm, Martin Frank i J. Matthias Graf von der Schulenburg: *Comparison of different approaches applied in Analytic*

Hierarchy Process – an example of information needs of patients with rare diseases. BMC Medical Informatics and Decision Making, 16(1):117, dec 2016, ISSN 1472-6947. http://bmcmedinformdecismak.biomedcentral.com/articles/10.1186/s12911-016-0346-8.

[110] Pavla, Slechtova, Vojackova Hana i Voracek Jan: *Blended Learning: Promising Strategic Alternative in Higher Education*. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 171:1245–1254, 2015, ISSN 18770428. http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042815002682.

[111] Pawan Kumar, FNU i David Claudio: *Implications of estimating confidence intervals on group fuzzy decision making scores*. Expert Systems with Applications, 65:152–163, dec 2016, ISSN 09574174. http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0957417416304079http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2016.08.012.

[112] Peffers, Ken, Tuure Tuunanen, Charles E Gengler, Matti Rossi, Wendy Hui, Ville Virtanen i Johanna Bragge: *The Design Science Research Process: A Model for Producing and Presenting Information Systems Research*. Proceedings of Design Research in Information Systems and Technology DESRIST'06, 24:83–106, 2006, ISSN 0742-1222. http://scholar.google.com/scholar?hl=en{&}btnG=Search{&}q=intitle:The+Design+Science+Research+Process:+A+Model+for+Producing+and+presenting+Information+Systems+Research{#}0.

[113] Peharda, Petra: *Analiza društvenih mreža*. diplomski rad, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet organizacije i informatike, 2009.

[114] Peniwati, Kirti: *Criteria for evaluating group decision-making methods*. Mathematical and Computer Modelling, 46(7-8):935–947, oct 2007, ISSN 08957177. http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0895717707001021.

[115] Poonikom, Kochoke, Christopher O'Brien i Chuvej Chansa-ngavej: *An application of the analytic network process (ANP) for university selection decisions*. ScienceAsia, 30(4):317–326, 2004. http://apps.webofknowledge.com/full{_}record.do?product=UA{&}search{_}mode=GeneralSearch{&}qid=1{&}SID=2Dn8CPJHIIBL@KbN8H6{&}page=1{&}doc=64.

[116] Potamias, Michalis, Francesco Bonchi, Carlos Castillo i Aristides Gionis: *Fast shortest path distance estimation in large networks*. Proceeding of the 18th ACM conference on Information and knowledge management - CIKM '09, stranica 867, 2009. http://portal.acm.org/citation.cfm?doid=1645953.1646063.

[117] Raluca, Danciu Aniela, Strat Vasile Alecsandru, Danciu Aniela i Strat Vasile: *Strategic Planning at the Level of Higher Education Institution 'Quantitative Elements Used in the Early Stages of the Process'*. Procedia - Social and Behavioral Sciences,

58:1–10, 2012, ISSN 18770428. http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877042812044345.

[118] Ramkumar, M., Tobias Schoenherr i Mamata Jenamani: *Risk assessment of outsourcing e-procurement services: integrating SWOT analysis with a modified ANP-based fuzzy inference system.* Production Planning & Control, 7287(June):1–20, may 2016, ISSN 0953-7287. http://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/09537287.2016.1190877.

[119] Rouyendegh, Babak Daneshvar i Serpil Erol: *The DEA - FUZZY ANP Department Ranking Model Applied in Iran Amirkabir University.* Acta Polytechnica Hungarica, 7(4):103–114, 2010, ISSN 1785-8860.

[120] Rovai, Alfred P. i James R. Downey: *Why some distance education programs fail while others succeed in a global environment.* The Internet and Higher Education, 13(3):141–147, jun 2010, ISSN 10967516. http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1096751609000281.

[121] Saaty, Thomas L.: *Decision Making with Dependence and Feedback: The Analytic Network Process : the Organization and Prioritization of Complexity.* RWS Publications, New York, second and izdanje, 2001, ISBN 0962031798,9780962031793.

[122] Saaty, Thomas L.: *Fundamentals of the analytic network process — Dependence and feedback in decision-making with a single network.* Journal of Systems Science and Systems Engineering, 13(2):129–157, 2004, ISSN 1004-3756. http://link.springer.com/10.1007/s11518-006-0158-y.

[123] Saaty, Thomas L.: *The Analytic Network Process – Dependence and Feedback in Decision-Making: Theory and Validation Examples.* U Voges, Kevin i Nigel Pope (urednici): *Business Applications and Computational Intelligence*, stranice 360–388. IGI Global, 2006, ISBN 9781591407027.

[124] Saaty, Thomas L: *Decision making with the analytic hierarchy process.* Int. J. Services Sciences, 1(1):83–98, 2008.

[125] Saaty, Thomas L. i Brady Cillo: *A Dictionary of Complex Decision Using the Analytic Network Process, The Encyclicon, Volume 2.* RWS Publications, Pittsburgh, 2. izdanje, 2008.

[126] Saaty, Thomas L. i Daji Ergu: *When is a Decision-Making Method Trustworthy? Criteria for Evaluating Multi-Criteria Decision-Making Methods.* International Journal of Information Technology & Decision Making, 14(06):1171–1187, 2015, ISSN 0219-6220. http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S021962201550025X.

[127] Saaty, Thomas L. i Mariya Sodenkamp: *The Analytic Hierarchy and Analytic Network Measurement Processes: The Measurement of Intangibles*. 1(1):91–166, 2010, ISSN 0025-1909. http://link.springer.com/10.1007/978-3-540-92828-7{_}4.

[128] Saaty, Thomas L. i Luis G. Vargas: *Decision Making with the Analytic Network Process: Economic, Political, Social and Technological Applications with Benefits, Opportunities, Costs and Risks*. Springer; Softcover reprint of hardcover 1st ed. 2006 edition (December 28, 2009), 2006, ISBN 978-1441941541. http://download.springer.com.ezproxy.royalroads.ca/static/pdf/307/bok:978-0-387-33987-0.pdf?originUrl=http://link.springer.com/book/10.1007/0-387-33987-6{&}token2=exp=1478916301{~}acl=/static/pdf/307/bok{%}3A978-0-387-33987-0.pdf?originUrl=http://link.

[129] Saaty, Thomas L. i Luis G. Vargas: *The Analytic Network Process*. U *Iranian journal of operational research*, svezak 1, stranice 1–28. 2013, ISBN 9781461472780. http://link.springer.com/10.1007/978-1-4614-7279-7{_}1.

[130] Shao, Jing, Marco Taisch, Miguel Ortega i D'Avolio Elisa: *Application of the DEMATEL Method to Identify Relations among Barriers between Green Products and Consumers*. 17th European Roundtable on Sustainable Consumption and Production - ERSCP 2014, stranice 1029–1040, 2014. https://conferences1.matheo.si/getFile.py/access?resId=0{&}materialId=3{&}confId=0.

[131] Sharma, Pallavi, G. Thakar i R.C. Gupta: *Interpretive Structural Modeling of Functional Objectives (Criteria ' s) of Assembly Line Balancing Problem*. International Journal of Computer Application, 83(13):14–22, 2013.

[132] Shih-Hsi, Yin, Ching Cheng Wang, Liang Yuan Teng, Yulam Mangolla Hsing i Shih-Hsi Yin: *Application of DEMATEL, ISM, and ANP for key success factor (KSF) complexity analysis in R&D alliance*. Scientific Research and Essays, 7(19):1872–1890, 2012, ISSN 19922248.

[133] Sikavica, Pere, Tomislav Hernaus, Nina Begičević Ređep i Tihomir Hunjak: *Poslovno odlučivanje*. Školska knjiga Zagreb, 2014, ISBN 978-953-0-30420-8.

[134] Spearman, C.: *The Proof and Measurement of Association between Two Things*. The American Journal of Psychology, 15(1):72, jan 1904, ISSN 00029556. https://www.jstor.org/stable/1412159?origin=crossref.

[135] Stefano, Domenico De, Giuseppe Giordano, Maria Prosperina Vitale, Domenico de Stefano, Giuseppe Giordano i Maria Prosperina Vitale: *Issues in the analysis of co-authorship networks*. Quality and Quantity, 45(5):1091–1107, 2011, ISSN 00335177.

[136] Sudaryo, Yoyo: *Method Analytic Network Process (ANP) financial performance for measuring on the higher education.* International Journal of Applied Business and Economic Research, 15(6):27–34, 2017, ISSN 09727302.

[137] Sumrit, Detcharat i Pongpun Anuntavoranich: *Using DEMATEL Method to Analyze the Causal Relations on Technological Innovation Capability Evaluation Factors in Thai Technology-Based Firms.* International Transaction Journal of Engineering, Management, & Applied Sciences & Technologies, 4(2):81–103, 2013, ISSN 2228-9860.

[138] Sveučilište u Zagrebu, Fakultetsko vijeće Fakulteta organizacije i informatike: *Instruktivni pokazatelji za donošenje odluka o izboru docenta*, 2016.

[139] Tavakoli, Mohammad Mehdi, Hadi Shirouyehzad i Reza Dabestani: *Proposing a hybrid method based on DEA and ANP for ranking organizational units and prioritizing human capital management drivers.* Journal of Modelling in Management, 11(1):213–239, feb 2016, ISSN 1746-5664. http://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/JM2-02-2014-0013.

[140] Toseland, Ronald W, Robert F Rivas i Dennis Chapman: *An Evaluation of Decision-Making Methods in Task Groups.* Social Work, 29(4):339–346, 1984, ISSN 00378046. http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true{&}db=sih{&}AN=5271089{&}site=ehost-live.

[141] Triantaphyllou, Evangelos i Chi tun Lin: *Development and evaluation of five fuzzy multiattribute decision-making methods.* International Journal of Approximate Reasoning, 14(4):281–310, 1996, ISSN 0888613X.

[142] Tsai, Wen Hsien i Wen Chin Chou: *Selecting management systems for sustainable development in SMEs: A novel hybrid model based on DEMATEL, ANP, and ZOGP.* Expert Systems with Applications, 36(2 PART 1):1444–1458, 2009, ISSN 09574174. http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2007.11.058.

[143] Đurek, Valentina, Nina Begičević Ređep i Blaženka Divjak: *Digital Maturity Framework for Higher Education Institutions.* U Strahonja, Vjeran i Valentina Kirinić (urednici): *Conference Proceedings Central European Conference on Information and Intelligent Systems 2017*, stranica 213, Varazdin, 2017. University of Zagreb, Faculty of Organization and Informatics Varaždin.

[144] Đurek, Valentina, Nikola Kadoić i Nina Begičević Ređep: *Assessing the Digital Maturity Level of Higher Education Institutions.* Proceedings of 41st Jubilee International Convention, MIPRO 2018, stranice 747–752, 2018.

[145] Vaishnavi, V K i W Kuechler: *Design science research methods and patterns: innovating information and communication technology*, svezak 54. 2008, ISBN 0849337968.

[146] Vaishnavi, Vijay i Bill Kuechler: *Design Science Research in Information Systems Overview of Design Science Research*. Ais, stranica 45, 2004, ISSN 02767783. http://www.desrist.org/design-research-in-information-systems/.

[147] Vujanović, Davor, Vladimir Momčilović, Nebojša Bojović i Vladimir Papić: *Evaluation of vehicle fleet maintenance management indicators by application of DEMATEL and ANP*. Expert Systems with Applications, 39(12):10552–10563, sep 2012, ISSN 09574174. http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0957417412004228.

[148] Wasserman, Stanley i Katherine Faust: *Social Network Analysis: Methods and Applications*. Cambridge University Press, Cambridge, 1. izdanje, 1994, ISBN 0521387078, 9780521387071.

[149] Wijnmalen, D. J D: *Analysis of benefits, opportunities, costs, and risks (BOCR) with the AHP-ANP: A critical validation*. Mathematical and Computer Modelling, 46(7-8):892–905, 2007, ISSN 08957177.

[150] Wu, Wei Wen: *Choosing knowledge management strategies by using a combined ANP and DEMATEL approach*. Expert Systems with Applications, 35(3):828–835, 2008, ISSN 09574174.

[151] Wudhikarn, Ratapol: *An efficient resource allocation in strategic management using a novel hybrid method*. Management Decision, 54(7):1702–1731, aug 2016, ISSN 0025-1747. http://www.emeraldinsight.com/doi/10.1108/MD-08-2015-0380.

[152] Xing, W. i A. Ghorbani: *Weighted PageRank algorithm*. Proceedings. Second Annual Conference on Communication Networks and Services Research, 2004., stranice 305–314, 2004, ISSN 0-7695-2096-0. http://ieeexplore.ieee.org/document/1344743/.

[153] Yang, Jiann Liang i Gwo Hshiung Tzeng: *An integrated MCDM technique combined with DEMATEL for a novel cluster-weighted with ANP method*. Expert Systems with Applications, 38(3):1417–1424, 2011, ISSN 09574174. http://dx.doi.org/10.1016/j.eswa.2010.07.048.

[154] Yang, Song, Franziska B. Keller i Lu Zheng: *Basics of Social Network Analysis*. Social Network Analysis: Methods and Examples, stranice 2–25, 2017.

[155] Yang, Ypo, Hm Shieh, Jd Leu i Gwo Hshiung Tzeng: *A novel hybrid MCDM model combined with DEMATEL and ANP with applications*. International Journal of Operations Research, 5(3):160–168, 2008.

[156] Yusof, Nor Ashikin Mohamed i Siti Hasliah Salleh: *Analytical Hierarchy Process in Multiple Decisions Making for Higher Education in Malaysia*. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 81:389–394, jun 2013, ISSN 18770428. http://dx.doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.06.448http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1877042813015152.

[157] Zeng, Jiahao, Min An i Nigel John Smith: *Application of a fuzzy based decision making methodology to construction project risk assessment.* International Journal of Project Management, 25(6):589–600, 2007, ISSN 02637863.

[158] Zhao, Yong i Chunyan Shao: *The Application of the Analytic Network Process in Evaluating Assets Management of the Institution of Higher Education.* Journal of Business and Management, 5(11):236–243, 2010.

[159] Živković, Živan, Djordje Nikolić, Predrag Djordjević, Ivan Mihajlović i Marija Savić: *Analytical Network Process in the Framework of SWOT Analysis for Strategic Decision Making.* International journal of services science, 12(7):199–216, 2015.

Životopis autora

Nikola Kadoić rođen je 25. veljače 1987. godine u Zagrebu. Osnovnu školu je pohađao u Belcu, srednju školu u Zlataru, a dva preddiplomska studija i diplomski studij na Fakultetu organizacije i informatike Sveučilišta u Zagrebu. Tokom studija osam je puta osvojio Dekanovu nagradu za izvrstan uspjeh u studiranju i različite vannastavne aktivnosti i međunarodna natjecanja, dva puta Rektorovu nagradu, tri puta nagradu Rotary Cluba Varaždin za završne i diplomski rad. Dobitnik je prestižne Top stipendije za top studente 2009. godine. Bio je demonstrator na pet kolegija, studentski savjetnik i pravobranitelj u jednom mandatu.
Nakon završetka diplomskog studija zaposlio se na Fakultetu organizacije i informatike. Do sad je bio suradnik na sedam kolegija, većinom povezanim s područjem odlučivanja na Katedri za organizaciju. Aktivan je u sva tri područja akademskog djelovanja s dobrim uspjehom:

- U nastavi je redovito među 10% najbolje ocijenjenih nastavnika na Fakultetu. 2013. je dobio priznanje portala www.srednja.hr za treći najbolji rezultat nastavnika na nekom visokom učilištu u Hrvatskoj. 2012. je sa nositeljima kolegija „Poslovno odlučivanje“ dobitnik Druge nagrade za najbolji e-kolegij na Sveučilištu u Zagrebu,
- U stručnom i znanstvenom radu redovito objavljuje članke, uglavnom na konferencijama. Autor je ili suautor devet znanstvenih radova u časopisima i dvadesetak znanstveno-stručnih radova na konferencijama. 2017. je dobio nagradu za uspješan rad mladog znanstvenika od međunarodne organizacije za e-učenje EDEN i švedske udruge SVERD,
- U doprinošenju društvu je aktivan kroz razne odbore na Fakultetu. Bio je predsjednik Udruge suradnika FOI u jednom mandatu, predstavnik asistenata u Fakultetskom vijeću i Povjerenstvu za kvalitetu u jednom mandatu te suradnik na nekoliko projekata. Aktivan je i u lokalnoj zajednici. Bio je autor i voditelj 4 projekta sufinancirana sredstvima Europske unije preko programa IPA i Erasmus+. 2014. godine je dobio Nagradu za doprinos društvu i volontiranje.

Popis izdvojenih znanstvenih i stručnih radova:

[1] Bohanec, Marko, Nikola Kadoić i Nina Begičević Ređep: *Qualitative Multiple Criteria Models with Cycles : A Preliminary Study with Method DEX*. U Ben Amor, Sarah (urednik): *Scientific program of the 24th International Conference on Multiple Criteria Decision Making*, Otawa, 2018. http://sites.telfer.uottawa.ca/mcdm2017/files/2016/08/MCDM-2017-Scientific-Program-June-29.pdf.

[2] Đurek, Valentina, Nikola Kadoić i Nina Begičević Ređep: *Assessing the Digital Maturity Level of Higher Education Institutions. Proceedings of 41st Jubilee International Convention, MIPRO 2018*, stranice 747–752, 2018.

[3] Đurek, Valentina, Nikola Kadoić i Željko Dobrović: *Digital Maturity of Higher Education Institution: A meta model of the Analytical Network Process (ANP) and Decision Expert*

(DEX). Proceedings of Central European Conference on Information and Intelligent Systems 2018, stranice 223–230, 2018.

[4] Đurek, Valentina, Nikola Kadoić i Nina Begičević Ređep: *Methodology for Developing Digital Maturity Model of Higher Education Institutions.* Journal of Computers 2018, stranice 1–10, 2018. (prihvaćen za objavu)

[5] Fabac, Robert, Jasminka Dobša i Nikola Kadoi: *Analysis of Characteristic of Zagreb Stock Exchange Sectors by Means of Fundamental Estimators.* U Aurer, Boris, Miroslav Bača i Kornelije Rabuzin (urednici): *Proceedings of the 20th Central European Conference on Information and Intelligent Systems*, stranice 203–210, Varaždin, 2009. Faculty of Organization and Informatics. http://archive.ceciis.foi.hr/app/index.php/ceciis/2009/paper/download/220/201.

[6] Gligora Marković, Maja, Nikola Kadoić i Božidar Kovačić: *Selection and prioritization of adaptivity criteria in intelligent and adaptive hypermedia e-learning systems.* TEM Journal, 7(1), 2018, ISSN 22178333.

[7] Ilečić, Katarina i Nikola Kadoić: *Conflict Resolution and Decision Making in Big-Size Organisations: Three Case Studies from Croatia.* U Mokrys, Micha i Stefan Badura (urednici): *Proceedings of the 5th International Virtual Conference on Advanced Scientific Results*, stranice 95–100, Žilina, jul 2017. EDIS - Publishing Institution of the University of Zilina. http://scieconf.com/archive/?vid=1{&}aid=2{&}kid=90501-446.

[8] Janeš, Aleksander, Nikola Kadoić i Nina Begičević Ređep: *Differences in prioritization of the BSC's strategic goals using AHP and ANP methods.* Journal of Information and Organizational Sciences, 42(2):1–24, 2018.

[9] Janeš, Aleksander, Nikola Kadoić i Nina Begičević Ređep: *The ANP Representation of the BSC.* U Strahonja, Vjeran i Valentina Kirinić (urednici): *CECIIS Proceedings 2017*, stranice 309–315, Varaždin, 2017. Faculty of Organization and Informatics. http://archive.ceciis.foi.hr/app/public/conferences/2017/08/SPDM-4.pdf.

[10] Kadoic, N. i N. Begičević Redep: *Methodology for online study program development - case study ePITUP.* U *2015 38th International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO)*, broj May, stranice 948–953, University of Zagreb, Faculty of Organization and Informatics, Varazdin, Croatia, 37631, may 2015. IEEE, ISBN 978-9-5323-3082-3. 10.1109/MIPRO.2015.7160411http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true{&}db=inh{&}AN=15305144{&}lang=hr{&}site=ehost-livehttp://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=7160411http://ieeexplore.ieee.org/document/7160411/.

[11] Kadoić, N., B. Divjak i N.B. Redep: *Differences among social network structures in the private sector, politics and NGOs in Croatia.* TEM Journal, 6(4), 2017, ISSN 22178333.

[12] Kadoić, N. i M. Kopić: *Theory of microcrediting in transitional economies.* Journal of Information and Organizational Sciences, 33(1), 2009, ISSN 18463312.

[13] Kadoic, Nikola: *ICT technologies and structured dialogue experience of "Go, go, NGO!" project.* U *2016 39th International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO)*, stranice 1527–1532. IEEE, may 2016, ISBN 978-953-233-086-1. http://ieeexplore.ieee.org/document/7522381/.

[14] Kadoić, Nikola: *Citizen Participation in Decision Making Processes in Croatian Local Government Units.* International Journal of Science and Engineering Investigations, 6(60), 2017, ISSN 2251-8843. http://www.ijsei.com/papers/ijsei-66017-02.pdf.

[15] Kadoić, Nikola, Nina Begičević Ređep i Blaženka Divjak: *E-learning decision making: methods and methodologies.* U *Re-Imagining Learning Scenarios*, svezak CONFERENCE, stranica 24, Budapest, Hungary, 2016. European Distance and E-Learning Network, ISBN 9786155511103.

[16] Kadoić, Nikola, Nina Begičević Ređep i Blaženka Divjak: *A new method for strategic decision-making in higher education.* Central European Journal of Operations Research, (Special Issue of Croatian Operational Research Society and Collaborators), oct 2017, ISSN 1435-246X. http://link.springer.com/10.1007/s10100-017-0497-4.

[17] Kadoić, Nikola, Nina Begičević Ređep i Blaženka Divjak: *Decision Making with the Analytic Network Process.* U Kljajić Borštnar, Mirjana, Lidija Zadnik Stirn, Janez Žerovnik i Samo Drobne (urednici): *SOR 17 Proceedings*, SOR 2017, stranice 180–186, Bled, Ljubljana, 2017. Slovenian Society Informatika, Section of Operations Research and University of Maribor, Faculty of Organizational Sciences, Slovenia Society Informatika - Section for Operational Research.

[18] Kadoić, Nikola, Nina Begičević Ređep i Blaženka Divjak: *Structuring e-Learning Multi-Criteria Decision Making Problems.* U Billjanović, Petar (urednik): *Proceedings of 40th Jubilee International Convention, MIPRO 2017*, stranice 811–817, Opatija, Croatia, 2017. Croatian Society for Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics - MIPRO, ISBN 9789532330922. http://docs.mipro-proceedings.com/proceedings/mipro{_}2017{_}proceedings.pdf.

[19] Kadoić, Nikola, Blaženka Divjak i Nina Begičević Ređep: *Effective Strategic Decision Making on Open and Distance Education Issues.* U Volungeviciene, Airina i András Szűcs (urednici): *Diversity Matters!*, stranice 224–234, Jönköping, Sweden, 2017. European Distance and E-Learning Network.

[20] Kadoić, Nikola, Blaženka Divjak i Nina Begičević Ređep: *Integrating the DEMATEL with the Analytic Network Process for Effective Decision-Making.* Central European Journal of Operations Research, (S.I. of SOR 2017 conference):1–30, 2018. (prihvaćen za objavu)

[21] Kadoić, Nikola: *Characteristics of the Analytic Network Process, a Multi-Criteria Decision-Making Method*. Croatian operational research review:1–10, 2018. (prihvaćen za objavu)

[22] Kadoic, Nikola i Irena Kedmenec: *Using ICT tools for decision making support in local government units*. U *2016 39th International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO)*, stranice 1533–1538. IEEE, may 2016, ISBN 978-953-233-086-1. http://ieeexplore.ieee.org/document/7522382/.

[23] Kadoić, Nikola i Irena Kedmenec: *ERA Metamodel of the Analytical Hierarchy Process and Risk Matrix*. Proceedings of 41st Jubilee International Convention, MIPRO 2018, stranice 1525–1530, 2018.

[24] Kadoić, Nikola i Dijana Oreški: *Analysis of Student Behavior and Success Based on Logs in Moodle*. Proceedings of 41st Jubilee International Convention, MIPRO 2018, stranice 730–735, 2018.

[25] Kocanjer, Diana i Nikola Kadoić: *Raising students' awareness about ethical behavior*. U Mokrys, Michal i Stefan Badura (urednici): *The 4th Global Virtual Conference*, stranice 88–93, Žilina, may 2016. EDIS - Publishing Institution of the University of Zilina, ISBN 9788055411972. http://gv-conference.com/archive/?vid=1{&}aid=2{&}kid=30401-764.

[26] Kopić, Matija, Nikola Kadoić i Marina Klačmer Čalopa: *Management's role in strategic planning and application of ICT in modern organization*. U Auer, Boris, Miroslav Bača i Markus Schatten (urednici): *Proceedings of the 21th Central European Conference on Information and Intelligent Systems*, stranice 335–343, Varaždin, 2010. Faculty of Organization and Informatics. http://archive.ceciis.foi.hr/app/index.php/ceciis/2010/paper/view/304/152.

[27] Oreški, Dijana, Nikola Kadoić *Analysis of ICT students' LMS engagement and sucess. Economic and Social Development 35th International Scientific Conference on Economic and Social Development – "Sustainability from an Economic and Social Perspective" - Book of Proceedings* , 2018. stranice 434-442