

Utjecaj dinamičke neuravnoteženosti i asimetrije potisne sile na rasipanje padnih točaka nevođenih projektila

Trzun, Zvonko

Doctoral thesis / Disertacija

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:766867>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-05-13**

Repository / Repozitorij:

[Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb](#)





Sveučilište u Zagrebu

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Zvonko Trzun

**UTJECAJ DINAMIČKE
NEURAVNOTEŽENOSTI I ASIMETRIJE
POTISNE SILE NA RASIPANJE PADNIH
TOČAKA NEVOĐENIH PROJEKTILA**

DOKTORSKI RAD

Zagreb, 2022.



Sveučilište u Zagrebu

FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

Zvonko Trzun

**UTJECAJ DINAMIČKE
NEURAVNOTEŽENOSTI I ASIMETRIJE
POTISNE SILE NA RASIPANJE PADNIH
TOČAKA NEVOĐENIH PROJEKTILA**

DOKTORSKI RAD

Mentor: Prof. dr.sc. Milan Vrdoljak

Zagreb, 2022.



Sveučilište u Zagrebu

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING AND NAVAL
ARCHITECTURE

Zvonko Trzun

**THE EFFECT OF MASS UNBALANCE
AND THRUST FORCE ASYMMETRY ON
THE DISPERSION OF UNGUIDED
PROJECTILE HITS**

DOCTORAL DISSERTATION

Supervisor: Prof. dr.sc. Milan Vrdoljak

Zagreb, 2022.

PODACI ZA BIBLIOGRAFSKU KARTICU

UDK: 623.4

Ključne riječi: dinamička neuravnoteženost, asimetrija potisne sile, 6DOF model prilagođen asimetričnim projektilima, parametarski CAD model, proizvodne pogreške, disperzija padnih točaka projektila radi proizvodnih pogrešaka, Monte Carlo simulacija nedeterminističkih poremećaja, preciznost nevođenih projektila

Znanstveno područje: TEHNIČKE ZNANOSTI

Znanstveno polje: Zrakoplovstvo, raketna i svemirska tehnika

Institucija u kojoj je rad izrađen: Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

Mentor rada: Prof. dr. sc. Milan Vrdoljak

Broj stranica: 185

Broj slika: 115

Broj tablica: 19

Broj korištenih bibliografskih jedinica: 109

Datum obrane: 1.3.2022.

Povjerenstvo: Prof. dr. sc. Zdravko Terze, predsjednik povjerenstva

Izv. prof. dr. sc. Hrvoje Cajner, član

Doc. dr. sc. Mladen Viher, član

Institucije u kojima je rad pohranjen:

Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu

Nacionalna i sveučilišna knjižnica u Zagrebu

ZAHVALA

Prije svih zahvaljujem profesoru dr.sc. Slobodanu Jankoviću. Profesore, hvala Vam na uistinu nemjerljivoj pomoći koju ste mi pružili. Izrada doktorata je gotova, ali naše kave i druženja se nastavljaju. Još uvijek imam puno toga za naučiti od Vas, jednako kao što sam učio proteklih 25 godina.

Zahvaljujem nadalje svojem mentoru prof dr.sc. Milanu Vrdoljaku te svim članovima povjerenstva (prof dr.sc. Z. Terze, prof dr.sc. H. Cajner i doc dr.sc. M. Viher) koji su mi davali vrlo vrijedne sugestije kako bi ovaj rad bio još bolji. Cijenim sav trud i ljubaznost s kojima ste odgovarali na svaku moju molbu za pomoć. Osobito je velika sreća kada se pogodi da je mentor ujedno i iskreni prijatelj, baš kao što je to bilo u mojem slučaju.

S osobne strane, kronološki ponajprije zahvaljujem svojim roditeljima koji su mi omogućili studiranje u teškim vremenima rata i oskudice. Mama i tata, hvala vam - bez vas ne bi bilo mogega studija, niti magisterija, a na kraju niti ovoga doktorata.

Nadalje zahvaljujem svojoj supruzi Mariji na strpljivosti i podršci koju mi je pružala tijekom višegodišnjega rada na doktoratu. Znam da nije bilo lako, ali ona je uvijek bila tu da me digna kada je bilo teško. I premda moja Marija ne voli komplimente (osmijeh), reći ću joj još jednom, iskreno i s ljubavlju, da je najbolja supruga na svijetu.

I onda šećer na kraju - posebno zahvaljujem svojoj djeci Filipu, Dominiku, Patriciji i Mateu. Bili ste moj glavni razlog za ulazak u ovaj naporni poduhvat. Prema vama osjećam ljubav koju samo roditelj može poznavati, silnu i bezuvjetnu. Sam smisao života, svo nadahnuće i motivacija, svi moji najsretniji i najtužniji trenutci, moji najdraži doktorati – sve ste to bili, i zauvijek ostajete vi.

SADRŽAJ:

SAŽETAK	iv
EXTENDED SUMMARY	v
POPIS SLIKA	viii
POPIS TABLICA	xii
POPIS OZNAKA	xiii
1. UVOD	1
1.1. Motivacija	1
1.2. Pregled dosadašnjih istraživanja	4
1.3. Cilj i hipoteza rada	8
1.4. Metoda rješavanja problema	8
1.5. Pregled strukture rada	10
2. PARAMETARSKI CAD MODEL PROJEKTILA S PROIZVODNIM POGREŠKAMA	13
2.1. CAD 3D model	16
2.1.1. Letjelica	17
2.1.2. Gorivo (motor) rakete	19
2.2. Parametrizacija proizvodnih pogrešaka u CAD 3D modelu	21
2.3. Geometrijski koordinatni sustav (G-KS)	22
2.4. Pogreška spoja bojeve glave i komore motora	24
2.5. Pogreška izrade bojeve glave	28
2.6. Pogreška izvedbe mlaznice	33
2.7. Pogreška ugradnje bloka goriva u komoru motora	36
2.8. Zaključci poglavlja	38
3. PRILAGOĐENI 6DOF MODEL LETA PROJEKTILA	39
3.1. Osnovne diferencijalne jednadžbe 6DOF modela	39
3.2. Aerodinamička sila i moment	44
3.3. Prilagodba aerodinamike zbog nepoklapanja osi glave i komore motora	49
3.4. Inercijske karakteristike projektila	53
3.4.1. Inercijske karakteristike letjelice	53
3.4.2. Inercijske karakteristike goriva i cijele rakete	53

3.5. Usporedba klasičnog i modificiranog 6DOF (G6DOF) modela leta	56
3.6. Zaključci poglavlja.....	57
4. PROGRAMSKO RJEŠENJE 6DOF MODELA LETA	58
4.1. Glavni program	60
4.1.1. Uvođenje proizvodnih pogrešaka	61
4.2. Postavljanje diferencijalnih jednadžbi	63
4.3. Primjer određivanja putanje rakete	66
4.4. Usporedba doleta s podacima iz Tablica gađanja	69
4.5. Zaključci poglavlja.....	70
5. ANALIZA UTJECAJA PROIZVODNIH POGREŠAKA KAO DETERMINISTIČKIH VELIČINA.....	71
5.1. Klasična analiza utjecaja pogrešaka proizvodnje	71
5.2. Analiza pogreške spoja bojeve glave i komore motora.....	72
5.3. Analiza pogreške izvedbe bojeve glave (provrti).....	79
5.4. Analiza pogreške izvedbe mlaznice	82
5.5. Analiza pogreške ugradnje goriva.....	88
5.6. Usporedba efekata svih analiziranih pogrešaka.....	94
5.7. Pogreška gađanja i efikasnost na cilju.....	95
5.8. Zaključci poglavlja.....	97
6. STATISTIČKA OBRADA REZULTATA SIMULACIJE NEDETERMINISTIČKIH POGREŠAKA DOBIVENIH METODOM MONTE CARLO	99
6.1. Monte Carlo metoda.....	99
6.2. Određivanje parametara Monte Carlo simulacije	102
6.3. Definiranje veličine uzorka.....	103
6.4. Odabir veličine uzorka prema intervalima procjene parametara disperzije	105
6.5. Odabir funkcije distribucije vjerojatnosti.....	109
6.5.1. Normalna funkcija distribucije gustoće vjerojatnosti	110
6.5.2. Weibullova funkcija distribucije gustoće vjerojatnosti	111
6.5.3. Rayleighova funkcija distribucije gustoće vjerojatnosti	112
6.6. Parametri uključeni u Monte Carlo simulaciju	115
6.7. Simulacija pogreške spoja bojeve glave i komore motora.....	116
6.7.1. Procjena normalnosti distribucije padnih točaka.....	120
6.7.2. Pogreška disperzirana prema Rayleighovoj distribuciji	124

6.8. Simulacija pogreške provrta bojeve glave.....	130
6.9. Simulacija pogreške ugradnje bloka goriva u komoru motora.....	134
6.10. Simulacija pogreške izvedbe mlaznice.....	139
6.11. Simulacija istovremene pojave sve četiri pogreške	149
6.12. Usporedba s podacima iz Tablica gađanja	153
6.13. Zaključci poglavlja.....	155
7. STATISTIČKA ANALIZA VEZE IZMEĐU KVALITETE PROIZVODNJE I PRECIZNOSTI PROJEKTILA	156
7.1. Simulacija razina kvalitete i proizvodnih pogrešaka	157
7.2. Preciznost nevođene rakete uz eliminaciju pogreške mlaznice.....	165
7.3. Usporedba idealnog projektila i projektila proizvedenog s najvećim pogreškama	167
7.4. Zaključci poglavlja.....	168
8. ZAKLJUČAK	169
8.1. Ostvareni znanstveni doprinosi.....	173
8.2. Mogući smjerovi daljnjeg istraživačkog rada.....	174
LITERATURA.....	176
ŽIVOTOPIS.....	184

SAŽETAK

Analizira se efekt proizvodnih pogrešaka na povećanje disperzije padnih točaka nevođenog projektila. Korištena metoda primjenjiva je na sve tipove nevođenih projektila, a prikazana je na primjeru rakete poznatih karakteristika. Kao studija slučaja simulira se pojava četiri proizvodne pogreške: izvedbe bojeve glave, spoja bojeve glave i komore motora, izvedbe mlaznice te ugradnje bloka goriva u komoru motora. Navedene pogreške uzrokuju dinamičku neuravnoteženost projektila i asimetriju potisne sile.

Predložena metoda povezuje CAD 3D model rakete (u koji su uvodi asimetrija mase i potisne sile uslijed nabrojanih pogrešaka) sa 6DOF modelom leta koji je prilagođen praćenju leta upravo ovakvih asimetričnih projektila. Ova dva modela spojena su u jedinstvenu sveobuhvatnu Monte Carlo simulaciju. Na taj način se jednoznačno pokazuje kako nesavršenosti pojedinih proizvodnih faza povećavaju disperziju padnih točaka. Identificiraju se kritične faze proizvodnje kod koji je potrebno inzistirati na posebno strogim tolerancijama, dok se u drugim fazama (a koje daju slabiji efekt na preciznost projektila) mogu dozvoliti blaže tolerancije i tako sniziti cijenu proizvodnje. Pokazuje se koliko dominantni mogu biti neki poremećaji u smislu povećanja nepreciznosti, npr. loša kvaliteta izvedbe mlaznice, nakon čega disperzija padnih točaka prelazi dozvoljene granice čak i ako se za sve druge faze proizvodnje nametnu najstrože tolerancije.

Opisana metoda predstavlja analitički opravdani način postizanja kompromisa između kriterija cijene i kriterija preciznosti, a što je ključni zahtjev kod izrade nevođenih projektila.

Ključne riječi

dinamička neuravnoteženost, asimetrija potisne sile, 6DOF model prilagođen asimetričnim projektilima, parametarski CAD model, proizvodne pogreške, disperzija padnih točaka projektila radi proizvodnih pogrešaka, Monte Carlo simulacija nedeterminističkih poremećaja, preciznost nevođenih projektila

EXTENDED SUMMARY

The doctoral dissertation has been divided into eight chapters, of which the first chapter is introductory, and the eighth concludes the dissertation. The list of used literature, as well as the lists of figures, tables, and variables used in the text, are especially singled out.

The first introductory chapter brings the motivation for research and an overview of previous research. The goal and hypothesis of the work are set, and the methodology of problem-solving is presented. In the end, an overview of the entire doctoral dissertation is given. The research is based on the following hypotheses: by applying the non-deterministic model of the unguided missile flight, it is possible to determine the functional dependence between mass imbalance and thrust asymmetry with increasing area of impact points dispersion, and to give recommendations for projectile production aiming to reduce dispersion area. The aim of this dissertation is to improve a non-deterministic flight model with six degrees of freedom for unguided projectiles, to show the sensitivity of the trajectory to various disturbances. The model will incorporate the mass imbalance and thrust asymmetry for the selected rocket and will assess the impact of these disturbances on the increase of impact points dispersion area.

The second chapter presents a parametric CAD model of a projectile manufactured with certain errors. The whole dissertation tries to solve the problem of the influence of production errors on the flight of the projectile and emphasizes the differences between the ideal and non-ideal projectile trajectory, where the latter is burdened with production errors. At the beginning of the chapter, a CAD 3D model of the projectile is given, and it is shown why it is divided into two main parts (components): the spacecraft and the propellant. After that, it is shown how the parameterization of production errors in the CAD 3D model was performed. The newly introduced geometric coordinate system (G-KS) is explained. After that, the production errors are described: errors in the connection of the warhead and the engine chamber.

The third chapter describes the adjusted 6DOF flight model of the projectile. The basic differential equations of the 6DOF model are given, where the aerodynamic force and torque are especially elaborated. The reason is that it is necessary to adjust the aerodynamics due to the noncollinearity of the warhead and the engine chamber symmetry axes (due to the faulty produced joint between the warhead and the engine chamber). After that, the inertia characteristics of the projectile are presented, separately for each component: the aircraft and the propellant. For the first time, the reason for the introduction of the CAD 3D model is visible, because its output variables (geometrical and inertial characteristics) become the input for the

6DOF model. Finally, the classic and modified 6DOF model (called G6DOF for the sake of distinction, but also because of the coordinate system in which it was developed) are compared.

The fourth chapter presents the software solution of the 6DOF flight model. This is important to explain the interrelationships of individual program parts, but also to explain the capabilities of the program itself as it can incorporate not only manufacturing errors but also many other disturbances (e.g., atmospheric conditions, weapons conditions, etc.). The main program is presented, and it is shown how the production errors are introduced. The setting of differential equations and connections with other parts of the program is further clarified. An example of determining the trajectory of an (ideal) missile is also given, and the flight parameters are compared with the data from the corresponding Firing tables. The 122 mm M-21 GRAD rocket is taken as an example.

In the fifth chapter, the impact of production errors is analyzed, and these errors are treated as deterministic variables. The methods of classical analysis of the production errors impact are described, followed by the separate analysis for each of the four previously described production errors: erroneously manufactured joint of the warhead and engine chamber, warhead (or its bore), nozzle, and propellant installation. The first three described errors change the geometrical and inertial characteristics of the component "frame", while the last error relates to the component "propellant". The chapter provides a comparison of the effects for all analyzed errors, first at the maximum allowable angles of noncollinearity δ_i and then at the same angle for all errors. Finally, the impact point deviation (i.e., the inaccuracy of the missile) is analyzed due to the described errors and the rocket effectiveness on the target.

The sixth chapter describes the statistical processing of the simulation results. Errors are treated as nondeterministic variables, and the simulation is performed by the Monte Carlo (MC) method. The MC method is commented at the beginning, and the methods of determining the MC simulation parameters are described: defining the sample size, selecting the probability distribution function according to which the input variables will be dispersed (normal probability, Weibull, or Rayleigh). The parameters included in this MC Monte Carlo simulation are given, and the occurrence of just one and then all four production errors at the same time is simulated separately. The chapter describes methods for estimating the normality of the impact points distribution. Further, it compares the simulation results if the input parameters follow the normal, or if they follow the Rayleigh distribution. All results are compared with the area of the dispersion as stated in the corresponding Firing tables. It is analyzed which error explains most of the dispersion listed in the Firing tables.

Chapter 7 describes a statistical analysis of the relationship between production quality levels and projectile precision. The terms "level of production quality" and the "index of potential capacity of the process C_p " (which directly determine the limits of the specification, i.e. the limits of the allowed parameter's value) are introduced. Nine combinations of production quality levels are simulated (where each stage of production can be performed in high-, standard- or low- quality) and it is shown not only that one production error is dominant, but also how dominant. This error effect cannot be compensated even by reducing other errors to a minimum. A comparison of the trajectory of an ideal projectile and a projectile produced with the maximum permissible errors is given.

Chapter eight gives the conclusion of the doctoral dissertation. Scientific contributions of the dissertation are: 1) improvement of the flight model with six degrees of freedom for unguided projectiles, in such a way as to enable the implementation of statistical simulations and analysis of non-deterministic characteristics of projectiles having the unbalanced mass and asymmetric thrust; 2) determining the functional relationships between mass imbalance and thrust asymmetry and increased impact points dispersion area, by using statistical methods; 3) improving the assessment of the allowable limits of non-deterministic projectile design errors, according to the allowable limits of the projectile impact points dispersion area.

Finally, possible directions for further research are given.

Keywords:

mass imbalance, thrust asymmetry, 6DOF, CAD 3D model, projectile's impact points dispersion, manufacturing errors, Monte Carlo simulation of non-deterministic disturbances, unguided projectile precision

POPIS SLIKA

Slika 1.1. Presjeci granata, vidljiva vrlo neprecizna izvedba	2
Slika 1.2. Granata visoke razine izrade	3
Slika 2.1. CAD model rakete, vanjska površina (gore) i presjek (dolje).....	16
Slika 2.2. Krilca rakete	17
Slika 2.3. 3D CAD model rakete.....	17
Slika 2.4. Komponenta „letjelica“, svi dijelovi rakete osim goriva	18
Slika 2.5. CAD 3D model raketnog goriva.....	19
Slika 2.6. Promjena intenziteta potisne sile (<i>eng.: Thrust</i>) s vremenom, u ovisnosti o obliku presjeka bloka goriva	20
Slika 2.7. Proizvodne pogreške koje se razmatraju u sklopu rada	21
Slika 2.8. Geometrijski koordinatni sustav (G-KS)	23
Slika 2.9. Eksplozivna glava rakete s unutrašnjim navojem na dnu (pozicija 12).....	24
Slika 2.10. Komora motora s vanjskim navojem za spoj na bojevu glavu (pozicija 3)	24
Slika 2.11. Raketa 122 mm M-21-OF GRAD, vidljiv spoj bojeve glave i komore motora.....	25
Slika 2.12. Nepodudaranje bojeve glave i komore motora.....	25
Slika 2.13. Nepodudaranje L-KS i G-KS uslijed proizvodnih pogrešaka	26
Slika 2.14. 3D model pogreške spoja bojeve glave i komore motora.....	27
Slika 2.15. Pogreške pri obradi unutrašnjih površina otkivaka.....	28
Slika 2.16. Posljedica dinamičke neuravnoteženosti projektila; pune linije prikazuju slučaj kada se ne prigušuju početne amplitude napadnoga kuta.....	29
Slika 2.17. CAD 3D model bojeve glave	30
Slika 2.18. Nepodudaranje osi simetrije provrta i vanjske površine bojeve glave	31
Slika 2.19. Presjek bojeve glave za slučaj bojeve glave izvedene idealno (lijevo) i s pogreškom (desno); istaknuto zadebljanje košuljice	31
Slika 2.20. Presjek bojeve glave s naglašenom pogreškom provrta.....	32
Slika 2.21. Presjek stražnjeg dijela rakete s mlaznicom rakete (istaknuti detalji)	33
Slika 2.22. Presjek stražnjeg dijela rakete s mlaznicom; krilca otklopljena.....	33
Slika 2.23. Pojednostavljeni CAD 3D model mlaznice rakete	34
Slika 2.24. Pogreška izvedbe mlaznice	35
Slika 2.25. Presjek komore motora rakete s graničnicima za centriranje (poz. 20 i 29)	36
Slika 2.26. CAD 3D model goriva i komore motora.....	37
Slika 2.27. Nepodudaranje osi simetrije goriva s osima G-KS.....	37
Slika 2.28. Ugradnja bloka goriva bez pogreške (gore) i s pogreškom δ_p (dolje).....	38
Slika 3.1. Nošeni koordinatni sustav	41
Slika 3.2. Aerodinamička normalna sila uslijed nepodudaranja osi glave i komore motora.....	50
Slika 3.3. Promjena totalnog napadnog kuta zbog nepodudaranja osi bojeve glave i komore motora	51
Slika 4.1. Shema programskog rješenja 6DOF modela leta projektila.....	60
Slika 4.2. Uvođenje pogreške bojeve glave (gore) i ugradnje goriva (dolje)	63
Slika 4.3. Uvođenje pogreške spoja bojeve glave i komore motora	63
Slika 4.4. Posljedice pogreške izvedbe mlaznice.....	64

Slika 4.5. Određivanje inercijskih karakteristika letjelice, goriva i cijele rakete.....	65
Slika 4.6. Računanje aerodinamičke sile i momenta u program 6DOF	66
Slika 4.7. Putanje rakete (promjena visine i skretanja s daljinom)	67
Slika 4.8. Brzina leta i kutna brzina oko uzdužne osi, promjena s vremenom leta.....	68
Slika 4.9. Napadni kut i kut klizanja, promjene tijekom leta.....	69
Slika 4.10. Gibanje oko središta mase, prve dvije sekunde (gore) i let nakon dvije sekunde do kraja leta (dolje).....	70
Slika 4.11. Usporedba doleta prema Tablicama gađanja i prema G6DOF modelu	71
Slika 5.1. Krivulje padnih točaka za različite kutove pogreške δ i radijalne kutove φ	72
Slika 5.2. Pogreška spoja bojeve glave i komore motora, kutovi δ_{HC} i φ_{HC}	73
Slika 5.3. Kut zakreta glavnih osi ε_L u funkciji kuta pogreške δ_{HC}	75
Slika 5.4. Krivulje padnih točaka za različite vrijednosti kuta δ_{HC}	76
Slika 5.5. Usporedba površine disperzije prema TG (linija E4) i uslijed pogreške δ_{HC}	78
Slika 5.6. Gibanje oko središta mase, $\delta_{HC} = 0,3^\circ$, $t = 0-1$ [s]	78
Slika 5.7. Gibanje oko središta mase, $\delta_{HC} = 0,3^\circ$, $t = 0-4$ [s]	79
Slika 5.8. Pogreška proizvodnje bojeve glave	80
Slika 5.9. Krivulje padnih točaka za različite vrijednosti kuta δ_H	81
Slika 5.10. Pogreška izvedbe mlaznice, oznake.....	83
Slika 5.11. Krivulje padnih točaka za različite vrijednosti kuta δ_N	84
Slika 5.12. Usporedba disperzije prema TG (linija E4) i odstupanja uslijed pogreške δ_N	86
Slika 5.13. Napadni kut α za slučaj $\delta_N = 0,1146^\circ$; $t = 0-2$ [s] (gore), cijeli let (dolje)	87
Slika 5.14. α - β dijagram za $t = 0-1$ [s] (gore) i za $t = 0-4$ [s] (dolje); kutovi pogreške $\delta_N = 0,1146^\circ$, $\varphi_N = 0^\circ$	88
Slika 5.15. Pogreška ugradnje goriva, prikazan kut δ_P	89
Slika 5.16. Krivulje padnih točaka za različite vrijednosti kuta δ_P	91
Slika 5.17. Usporedba pojasa disperzije E_4 (prema TG) i odstupanja uslijed pogreške δ_P	92
Slika 5.18. Gibanje oko središta mase pri pogreški ugradnje goriva, prve dvije sekunde	93
Slika 5.19. Napadni kut α tijekom cijelog leta	93
Slika 5.20. α - β dijagram, $t = 0-1$ [s] (gore) i $t=1-4$ [s] (dolje); $\delta_P = 0,3^\circ$, $\varphi_P = 60^\circ$	94
Slika 5.21. Usporedni prikaz odstupanja od cilja; kut svih pogrešaka $\delta = 1^\circ$	95
Slika 5.22. Usporedni prikaz odstupanja od cilja, sve osim pogreške mlaznice.....	96
Slika 5.23. Odstupanja uslijed proizvodnih pogrešaka i površina ubojitog djelovanja, raketa 122 mm	98
Slika 6.1. Kriteriji pri odabiru streljiva [1]	102
Slika 6.2. Shema Monte Carlo simulacije za slučaj nesavršenosti projektila.....	103
Slika 6.3. Područje prihvatanja i područje odbacivanja.....	107
Slika 6.4. Normalna distribucija.....	111
Slika 6.5. Weibullova distribucija	112
Slika 6.6. Rayleighova distribucija kao poseban slučaj Weibullove (uz $k = 2$, $\lambda = \sigma\sqrt{2}$)	113
Slika 6.7. Frekvencije vrijednosti kuta bojeve glave prema komori motora δ_{HC}	118
Slika 6.8. Disperzija padnih točaka uslijed pogreške spoja bojeve glave i komore motora.....	119
Slika 6.9. Procjene očekivanja po daljini i po pravcu, promjene s povećanjem uzorka	120

Slika 6.10. Procjene s_x i s_z , promjene s povećanjem uzorka.....	120
Slika 6.11. Frekvencije padnih točaka po daljini (gore) i po pravcu (dolje)	121
Slika 6.12. Q-Q graf, komponenta daljine padnih točaka.....	122
Slika 6.13. Veza između apsolutnih vrijednosti kuta δ_{HC} i kružnih pogrešaka; dodana linija trenda (isprekidana linija)	124
Slika 6.14. Histogram kutova pogreške δ_{HC} , prema Rayleighovoj distribuciji.....	125
Slika 6.15. Disperzija padnih točaka, kut δ_{HC} prema Rayleighovoj distribuciji	126
Slika 6.16. Disperzije padnih točaka, različite distribucije kuta δ_{HC}	126
Slika 6.17. Usporedba frekvencija dometa/daljina (gore) i skretanja raketa (dolje).....	127
Slika 6.18. Daljina/domet rakete: usporedba kutijastih (box-plot) dijagrama za Rayleighovu distribuciju (lijevo) prema normalnoj distribuciji (desno).....	128
Slika 6.19. Skretanje rakete: usporedba kutijastih (box-plot) dijagrama za Rayleighovu distribuciju (lijevo) prema normalnoj distribuciji (desno).....	129
Slika 6.20. Frekvencije vrijednosti kuta pogreške bojeve glave δ_H	131
Slika 6.21. Disperzija padnih točaka uslijed pogreške bojeve glave.....	132
Slika 6.22. Usporedba disperzije padnih točaka zbog pogrešaka δ_H , odnosno δ_{HC}	132
Slika 6.23. Usporedba <i>box-plot</i> dijagrama za domet rakete: disperzija zbog pogreške spoja bojeve glave i komore (lijevo) prema pogrešci provrta bojeve glave (desno)	134
Slika 6.24. Usporedba <i>box-plot</i> dijagrama za skretanje: disperzija zbog pogreške spoja bojeve glave i komore (lijevo) prema pogrešci provrta bojeve glave (desno)	134
Slika 6.25. Frekvencije kuta pogreške bloka goriva prema komori motora δ_P	135
Slika 6.26. Disperzija padnih točaka uslijed pogreške bloka goriva prema komori motora	136
Slika 6.27. Usporedba disperzije padnih točaka zbog pogrešaka δ_P , odnosno δ_{HC} i δ_H	136
Slika 6.28. Pogreška δ_P , frekvencije padnih točaka po daljini (gore) i po skretanju (dolje)	138
Slika 6.29. Procjene očekivanja i standardnih devijacija, promjene s povećanjem uzorka.....	139
Slika 6.30. Histogram vrijednosti kuta pogreške mlaznice	140
Slika 6.31. Disperzija padnih točaka uslijed pogreške mlaznice	141
Slika 6.32. Usporedba s disperzijom zbog pogreške a) glave, b) spoja glave i komore, c) goriva	142
Slika 6.33. Procjene očekivanja i standardnih devijacija disperzije uslijed pogreške mlaznice u ovisnosti o broju iteracija	144
Slika 6.34. Disperzija padnih točaka, kut δ_N disperziran prema Rayleighovoj distribuciji.....	145
Slika 6.35. Pogreška mlaznice $\delta_N = 0,1146^\circ$, različiti radijalni kutovi φ_N , komponente brzine leta.....	146
Slika 6.36. Pogreška mlaznice, različiti radijalni kutovi φ_N : komponente kutne brzine	146
Slika 6.37. Usporedba gibanja oko središta mase za slučaj $\varphi_N = 0^\circ$ i $\varphi_N = 180^\circ$	148
Slika 6.38. Istovremena pojava četiri pogreške - disperzija padnih točaka.....	151
Slika 6.39. Istovremena pojava sve četiri pogreške: procjena očekivanja po dometu (a) i skretanju (b), standardnih devijacija po dometu (c) i skretanju (d), sve u funkciji broja iteracija	152
Slika 6.40. Koeficijenti korelacije za sve četiri pogreške.....	153
Slika 6.41. Usporedba rezultata dobivenih simulacijom s podacima iz Tablica gađanja; isprekidane linije predstavljaju pojas bolje polovice pogodaka (prema (6.29))......	154

Slika 6.42. Usporedba disperzije padnih točaka za nevođene i vođene projekte [2]	155
Slika 7.1. Distribucija kutova proizvodne pogreške δ_{HC} , tri razine kvalitete	160
Slika 7.2. Disperzija padnih točaka za različite razine kvalitete proizvodnje	161
Slika 7.3. Disperzija padnih točaka (simulacije 1-3), pogodci istaknuti tamnijom bojom.....	164
Slika 7.4. Broj pogodaka za simulacije br. 1-6	165
Slika 7.5. Disperzija padnih točaka (simulacije br. 7-9).....	167
Slika 7.6. Gore: gibanje oko centra mase za a) idealni i b) neidealni projektil; dolje: napadni kut za idealni i neidealni projektil, prvih 5 sekundi leta.....	168

POPIS TABLICA

Tablica 5.1. Raspon između krajnjih točaka za različite kutove δ_{HC}	77
Tablica 5.2. Raspon između krajnjih točaka za različite kutove δ_H	82
Tablica 5.3. Raspon između krajnjih točaka za različite kutove δ_N	85
Tablica 5.4. Raspon između krajnjih točaka za različite kutove δ_P	91
Tablica 5.5. Očekivana pogreška E za rakete različitih kalibara	97
Tablica 5.6. Površina ubojitog djelovanja raketa različitih kalibara	97
Tablica 6.1. Pogreška spoja bojeve glave i komore, parametri disperzije padnih točaka	119
Tablica 6.2. Deskriptivna statistika, disperzija padnih točaka uslijed δ_{HC}	123
Tablica 6.3. Deskriptivna statistika, disperzija uslijed δ_{HC} , različite ulazne distribucije	128
Tablica 6.4. Deskriptivna statistika, disperzija uslijed δ_H	133
Tablica 6.5. Deskriptivna statistika, disperzija uslijed δ_P	137
Tablica 6.6. Deskriptivna statistika, disperzija uslijed δ_N	143
Tablica 6.7. Istovremena pojava četiri pogreške – parametri disperzije padnih točaka.....	151
Tablica 7.1. Razine kvalitete i pripadajuće karakteristične vrijednosti.....	157
Tablica 7.2. Standardne devijacije za simulirane pogreške i razine kvalitete	159
Tablica 7.3. Raspon i površina disperzije padnih točaka (95% IP, simulacije 1-3).....	160
Tablica 7.4. Raspon i površina disperzije padnih točaka (95% IP, simulacije 4-6).....	162
Tablica 7.5. Rezultati ANOVA metode, izlazna varijabla: domet.....	166
Tablica 7.6. Rezultati ANOVA metode, izlazna varijabla: skretanje	166

POPIS OZNAKA

Latinične oznake

Simbol	Mjerna jedinica	Opis
$\mathbf{a}_{cor}$	[m/s ²]	vektor Coriolisovog ubrzanja
A_0	[rad]	azimut cijevi
CEP	[m]	vjerojatna kružna pogreška (eng. <i>Circular Error Probable</i>)
C_ℓ, C_m, C_n		koeficijenti aerodinamičkog momenta: koeficijent momenta valjanja, koeficijent momenta propinjanja i koeficijent momenta skretanja
$C_{\ell 0}, C_{\ell p}, C_{\ell ps}$		koeficijent momenta valjanja za nulti totalni napadni kut; gradijenti koeficijenta momenta valjanja po kutnoj brzini p i po totalnom napadnom kutu σ
$C_{\bar{m}\sigma}, C_{\bar{m}\dot{\sigma}}, C_{\bar{m}q}$		gradijenti koeficijenta propinjanja po totalnom napadnom kutu σ , po derivaciji totalnog napadnog kuta $\dot{\sigma}$, te po kutnoj brzini q
$C_{n\sigma}, C_{\bar{n}p\sigma}$		gradijenti koeficijenta skretanja po totalnom napadnom kutu σ te po kutnoj brzini p
C_p		indeks potencijalne sposobnosti procesa
C_X, C_Y, C_Z		koeficijenti: aksijalne sile, bočne sile i sile uzgona
$C_{x0}, C_{x\sigma^2}$		koeficijent aksijalne sile za nulti totalni napadni kut, gradijent koeficijenta aksijalne sile za kvadrat totalnog napadnog kuta
$C_{\bar{Y}\sigma}, C_{\bar{Y}\sigma p}$		gradijent koeficijenta bočne sile: za totalni napadni kut te za totalni napadni kut i kutnu brzinu p
$C_{Z\sigma}$		gradijent koeficijenta sile uzgona zbog totalnog napadnog kuta
$DPMO$		broj defekata na milijun prilika
$\mathbf{e}^0$		vektor nominalnih vrijednosti parametara
e	[m]	debljina bloka goriva
E_x, E_z	[m]	očekivane pogreške po daljini i po skretanju
$\mathbf{F}_A$	[N]	vektor aerodinamičke sile
$\mathbf{F}_T$	[N]	vektor potisne sile
h	[m]	nadmorska visina projektila
$\mathbf{H}$	[kgm ² /s]	vektor kinetičkog momenta
I_1, I_2, I_3	[kgm ²]	glavni momenti tromosti

$I_x, I_y, I_z, I_{xy}, I_{yz}, I_{zx}$	[kgm ²]	momenti tromosti prema osima odabranog k.s.
$I_{Px}(t)$	[kgm ²]	tenzor tromosti goriva prema uzdužnoj osi simetrije
$I_{Py}(t) \equiv I_{Pz}(t)$	[kgm ²]	tenzor tromosti goriva prema poprečnim osima simetrije
I	[kgm ²]	tenzor tromosti rakete
I_L	[kgm ²]	tenzor tromosti letjelice
I_P	[kgm ²]	tenzor tromosti goriva
l_P	[m]	duljina bloka goriva
L	[Nm]	moment valjanja
LSL	[rad]	donja granica specifikacije, ovdje donja granica dozvoljenih vrijednosti kuta pogreške; usp. <i>USL</i>
L_{GO}, L_{GF}, L_{GS}, L_{GL}, L_{GP}		matrice transformacije u geometrijski k.s. i to redom: iz nošenog k.s., vezanog k.s., strujnog k.s., k.s. letjelice i k.s. goriva
m_L	[kg]	masa letjelice
m_N	[kg]	nominalna masa rakete
$m_{p0}, m_p(t)$	[kg]	početna i trenutna masa goriva
$m\mathbf{g}$	[N]	vektor gravitacijske sile
M	[Nm]	moment propinjanja
M_H	[Nm]	moment dodatne aerodinamičke normalne sile zbog kuta δ_{HC}
M_A	[Nm]	vektor aerodinamičkog momenta
M_T	[Nm]	vektor momenta potisne sile
N	[Nm]	moment skretanja
N_H	[N]	dodatna aerodinamička normalna sila zbog kuta δ_{HC}
p_b	[Pa]	tlak izgaranja goriva
p, q, r	[rad/s]	komponente vektora kutnih brzina Ω
p^*, q^*, r^*		bezdimenzionalne komponente vektora kutnih brzina
r_0, R_0	[m]	početni unutrašnji odnosno vanjski radijus bloka goriva
$r(t), R(t)$	[m]	trenutni unutrašnji odnosno vanjski radijus bloka goriva tijekom izgaranja
R_E	[m]	radijus Zemlje
R	[m]	vektor položaja padne točke
s_x, s_z	[m]	procjene standardne devijacije za disperziju padnih točaka po daljini, odnosno po skretanju
$S_0, S(t)$	[m ²]	početna, odnosno trenutna površina goriva u dodiru s

S_r	[m ²]	plamenom referentna površina projektila
t_a	[s]	vrijeme izgaranja goriva, ujedno duljina aktivne faze leta
u_b	[m/s]	brzina izgaranja goriva
USL	[rad]	gornja granica specifikacije, ovdje gornja granica dozvoljenih vrijednosti kuta pogreške; usp. USL
$\mathbf{V}$	[m/s]	vektor aerodinamičke brzine
$\mathbf{V}_k$	[m/s]	vektor brzine leta
$\mathbf{V}_w$	[m/s]	vektor vjetra
x_E		os simetrije eksplozivnog punjenja
x_G		os simetrije komore motora, os geometrijskog k.s.
x_H		os simetrije bojeve glave
x_m	[m]	udaljenost (po osi x_G) središta mase rakete od vrha rakete
x_L		os simetrije letjelice
x_P		os simetrije goriva
$\mathbf{X}$		vektor stanja
Z -vrijednost		označava koliko standardnih devijacija može biti obuhvaćeno unutar kontrolnih granica

Grčke oznake

α	[rad]	napadni kut
β	[rad]	kut klizanja
$\delta X_V, \delta X_{Wx}, \delta X_\gamma, \delta \alpha$	[m]	pogreške daljine (dometa) zbog poremećaja početne brzine, uzdužnog vjetra, početnog kuta, faktora usklađivanja C_l i mase
$\delta Z_{\chi_0}, \delta Z_{Wz}, \delta Z_{C2}$	[m]	pogreške skretanja zbog poremećaja početnog kuta, bočnog vjetra i faktora usklađivanja C_2
δ_H	[rad]	kut pogreške između osi x_E i x_H (pogreška bojeve glave)
δ_{HC}	[rad]	kut pogreške između osi x_H i x_G (pogreška glava - komora)
δ_P	[rad]	kut pogreške između osi x_P i x_G (pogreška bloka goriva)
δ_N	[rad]	kut pogreške između osi x_N i x_G (pogreška mlaznice)
$\delta \mathbf{R}$	[m]	vektor promašaja padne točke u odnosu na cilj
$\Delta\alpha, \Delta\beta$	[rad]	komponente kuta δ_{HC} u geometrijskom k.sn

Δ_m	[kg]	vrijednost podintervala mase
ΔC_X		koeficijent dodatne sile aerodinamičkog otpora uzrokovanog pogreškom bojeve glave prema komori
ε_L	[rad]	kut između osi x_G i glavne osi x
φ_H	[rad]	radijalni kut ravnine $x_E - x_H$
φ_{HC}	[rad]	radijalni kut ravnine $x_H - x_G$
φ_L	[rad]	radijalni kut ravnine $x_G - x$
φ_P	[rad]	radijalni kut ravnine $x_P - x_G$
φ_N	[rad]	radijalni kut ravnine $x_N - x_G$
γ_0	[rad]	početna elevacija cijevi
μ_B	[Ns]	konstanta karakteristična za određenu vrstu i seriju goriva, određuje brzinu izgaranja goriva
ρ_0	[m]	vektor položaja paljbenog položaja
ρ_c	[m]	vektor udaljenosti središta mase goriva od središta mase rakete
ρ_L	[m]	vektor udaljenosti centra mase letjelice od nosa rakete
ρ_m	[m]	vektor udaljenosti centra mase rakete od nosa rakete
ρ_P	[m]	vektor udaljenosti centra mase goriva od nosa rakete
ρ_T	[m]	vektor položaja cilja
σ	[rad]	totalni napadni kut
σ_H	[rad]	korrigirani totalni napadni kut zbog pojave kuta δ_{HC}
σ_x, σ_z	[m]	standardna devijacija pogreške padne točke po daljini, odnosno po skretanju
$\varphi_G, \vartheta_G, \psi_G$	[rad]	De'Sparreovi kutovi: kut valjanja, kut propinjanja i kut skretanja
$\tilde{\Omega}$	[rad/s]	koso-simetrična matrica kutne brzine
Ω	[rad/s]	vektor kutne brzine

1. UVOD

1.1. Motivacija

Proizvodnja streljiva za vojne potrebe specifičan je proces kojega karakteriziraju visoki zahtjevi prema proizvođačima, s vrlo strogim tolerancijama – ponekad osjetno strožima nego li je to slučaj kod civilne proizvodnje. Razlozi za ovako rigorozne kontrole leže u samoj prirodi upotrebe oružanih sustava. Naime, danas se topničkim i raketnim projektilima gađaju ciljevi na vrlo velikim daljinama, pri čemu očekivana pogreška svedeno ne smije prijeći nekoliko promila dometa (ovisno o vrsti projektila).

Ova je zadaća tim teža ako se radi o nevođenom streljivu, dakle bez mogućnosti naknadnih korekcija. Tada preciznost izravno ovisi o kvaliteti izrade, pri čemu svaka asimetrija ili neuravnoteženost utječu na disperziju pogodaka [3],[4]. Projektil mora biti izveden tako da slijedi liniju gađanja i da brzo amortizira sve udare i poremećaje u početnoj fazi leta [5], jer smanjenje preciznosti nosi sa sobom višestruke opasnosti – povećanje kolateralnih žrtava, presporo izvršavanje taktičkih zadaća, pretjeranu potrošnju streljiva i opasnost po vlastite snage.

Upravo bi zbog nastojanja da se po svaku cijenu izbjegnu kolateralne žrtve, osobito u uvjetima urbanih sukoba kakvi su danas puno češći i izgledniji nego li su to sukobi na nenaseljenom terenu, razvoj topništva i streljiva većih kalibara mogao zapasti u svojevrsnu krizu. Ovakav je fenomen već vidljiv kod nekih vojski pa se izrazito preferira korištenje vođenog streljiva. Međutim, većina i dalje masovno koristi nevođene projekte. Razlog je jasan: nevođenih projektila ne samo da su još puna skladišta, nego je i proizvodnja novih nevođenih projektila osjetno niža u odnosu na složenije i skuplje vođene¹. Stoga je i dalje opravdano govoriti o nevođenim projektilima, o načinima kako ih što bolje koristiti i kako ih ubuduće proizvoditi kvalitetno a ujedno sa što manjim troškovima.

Zbog sigurnosnih, humanitarnih, vojnih i ekonomskih razloga rastu zahtjevi prema proizvođačima oružja i streljiva od kojih se traži da isporučuju proizvode što više kvalitete, a još uvijek prihvatljive cijene [6],[7]. Na žalost jasno je da zbog smanjenja troškova mora biti prihvaćena određena razina pogrešaka u proizvodnji (takav je uostalom slučaj i kod proizvodnje proizvoda namijenjenih za mirnodopsku upotrebu).

¹“Lessons Learned” from the Russo-Ukrainian War; Personal Observations, Dr. Phillip A. Karber: „The Russian emphasis on MLRS has grown since the Cold War. In the mid1980s the ratio of one MLRS to four traditional artillery systems. This is a proportion Ukraine had maintained in its artillery park. However, the Russians have substantially increased their ratio of rocket launchers to artillery so that, in the Donbas, it is now three MLRS to four traditional tubes. The Russian emphasis on the massive use of area fire is in stark contrast to the Western preoccupation over the last decade with precision-strike.“

Kako zahtjev za preciznošću stoji u suprotnosti sa zahtjevom za što nižom cijenom proizvodnje, postaje jasno da je potrebno pronaći optimum koji će ta dva zahtjeva najbolje pomiriti.

Sve navedeno vodi do pitanja - do koje je razine kvalitete razumno inzistirati na strogim tolerancijama kada se radi o proizvodnji nevođenih projektila? Pretjerivanje u bilo kojem smislu (postavljanjem preblagih, ili pak prestrogih zahtjeva prema proizvođačima) može gotovo biti jednako neopravdano. Na slici 1.1 prikazani su presjeci projektila koji jasno pokazuju što se događa kada se preveliki naglasak daje na nisku cijenu projektila, a nauštrb kvalitete.



Slika 2.1. Presjeci granata, vidljiva vrlo neprecizna izvedba

Radi se o presjecima granata različitih kalibara. Vidi se izrazito loša obradu vanjske i unutrašnje površine projektila, što dovodi do neujednačene debljine stijenke granate. Prikazani presjeci predstavljaju primjer proizvodnje vrlo slabe kvalitete, pri čemu nisu usamljeni. Pojedini proizvođači štede na troškovima tako da obrađuju samo dio projektila (npr. samo vanjsku površinu). Ovako izveden projektil bit će opterećen velikom dinamičkom neuravnoteženošću, a slika rasipanja padnih točaka može izlaziti iz dopuštenih granica.

Oni proizvođači koji pak fino obrađuju projektil i s vanjske i s unutrašnje strane to posebno naglašavaju, navodeći kako njihovi projektili imaju osjetno manju sliku rasipanja u odnosu na proizvode konkurencije (slika 1.2).



Slika 1.2. Granata visoke razine izrade²

Na slici 1.2 prikazana je granata renomiranog norveškog proizvođača streljiva. Uz sliku granate posebno se naglašava kako se radi o 155-milimetarskoj granati „obrađenoj izvana i iznutra radi postizanja veće preciznosti“. Činjenica da se košuljica granate fino obrađuje ističe se dakle kao komparativna prednost pred konkurencijom.

Nasuprot loše obrađenim granatama s početka poglavlja (slika 1.1) rađene su rakete jednog proizvođača iz bivše države i to tijekom 80-tih godina prošloga stoljeća. Kod ove rakete bili su postavljeni nerealno strogi zahtjevi, odnosno proizvođaču su nametnute prestroge kontrole. To je dovelo do toga da je proizvodnja na kraju postala neisplativa. Na proizvodnoj liniji koja je trebala poslužiti za proizvodnju stotina tisuća raketa proizvedeno je tek nekoliko serija, a veliki postotak raketa proglašen je škartom. Rakete su odbacivane zbog vrlo malih pogrešaka, npr. male nekolinearnosti bojeve glave i komore motora. U ovom se radu analizira i efekt spomenute nekolinearnosti (uz druge pogreške) kako bi se ispitala opravdanost tadašnje odluke o odbacivanju velikog postotka raketa.

² https://www.janes.com/images/assets/423/54423/precision-guided_munitions_for_field_artillery.pdf

Motivacija za ovaj rad su dakle loša iskustva u proizvodnji streljiva. Prečesto je kvaliteta proizvodnje bila niska, a gotovo jednako često previsoka (što je onda dovodilo do previsoke cijene). Stoga se u ovom radu razvija analitički model koji će pokazati kako pronaći optimum između kvalitete i cijene. Taj optimum mora biti utemeljen na znanstvenim metodama, potvrđen ranije dostupnim podacima i novo razvijenim simulacijama, a koje se provode za potrebe testiranja početne hipoteze i rješavanja opisanoga problema.

1.2. Pregled dosadašnjih istraživanja

Potrebu za proizvodnjom kvalitetnog streljiva lako je opravdati: nastoje se svesti kolateralne žrtve na minimum, taktički je važno da se neprijatelja potrebno neutralizira što brže, ne dajući mu da djeluje po našim snagama. U svjetlu nastojanja za povećanjem preciznosti, već ranije proizvedeno streljivo nastoji se osuvremeniti uz prihvatljive troškove konverzije. Tako se kod topničkih granata stari upaljači zamjenjuju novima, opremljenima upravljačkim površinama [8]. Vođenje se uglavnom ostvaruje jednostavnijim metodama, uspoređivanjem ostvarenih parametara leta sa željenima u određenim vremenskim intervalima [9],[10]. Postoje pokušaji uvođenja i drugih metoda korekcije putanje, na primjer ugradnjom pulsno-mlaznih motora [11], no ovakve modifikacije već zahtijevaju ozbiljna ulaganja te je upitna njihova šira primjenjivost [12].

Opisani zahvati nose sa sobom i određene probleme – na primjer mogući gubitak stabilnosti [11],[12] – no glavni ograničavajući faktor ostaje cijena. Osobito je problem naknadno uvesti vođenje na projektilima većih dimenzija kao što su rakete, a kod kojih je potrebno dodati veće vodeće površine [15]. Zbog ovakvih problema, kao i zbog visoke cijene modifikacija, vrlo je upitno u kojoj će se mjeri i u kojim rokovima vojske odlučivati na dodavanje sustava vođenja starom streljivu ili kada će se dogoditi prijelaz na proizvodnju isključivo vođenoga streljiva. Nameće se opet zaključak da će se velik dio proizvodnje i dalje odnositi na nevođeno streljivo, a što onda iznova naglašava potrebu za proizvodnjom streljiva dovoljno visoke točnosti i dovoljno niske cijene.

Što se tiče poremećaja koji dovode do disperzije padnih točaka, ovaj će se rad ograničiti na dinamičku neuravnoteženost i asimetriju potisne sile. Utjecaj potisne sile razmatran je opsežnije u literaturi, dok je dinamička neuravnoteženost slabije obrađena. Kada se i spominje, pretežito se govori o klasičnim topovskim projektilima [16]. Kod raketa se više razmatra utjecaj potisne sile kao dominantnog uzroka rasipanja. Međutim ne uspoređuje se negativan efekt asimetrije potisne sile s posljedicama drugih proizvodnih pogrešaka te je to problem koji se

nastoji riješiti ovim doktorskim radom. Važno je napomenuti kako se u ovom radu smatra da asimetrija potisne sile dolazi samo od pogreške mlaznice.

Detaljnije se utjecaj neuravnoteženosti mase na povećanje rasipanja pogotka obrađuju u već spomenutom radu [3] i u [17]. U [3] autori identificiraju najutjecajnije faktore koji dovode do rasipanja slike pogodaka te posebno razmatraju pojavu poprečnih komponenata početne kutne brzine koja se javlja uslijed neuravnoteženosti mase. Ovaj rad predstavlja vrlo dobro polazište za opsežniju analizu, koja bi dodatno obuhvatila sve klase projektila (spomenuti rad tretira samo klasične topničke projekte) i gdje bi bio analiziran utjecaj asimetrije potisne sile. Ograničenje rada [3] vidi se i u 6DOF (šest stupnjeva slobode, eng. *Six Degrees of Freedom*) modelu leta kakav je postavljen, budući je razvijen u aerobalističkom koordinatnom sustavu koji se primjenjuje kod topničkih projektila, no načelno ne i kod raketa.

U [17] se također razmatra utjecaj dinamičke neuravnoteženosti, ovdje na primjeru projektila stabiliziranih krilcima. Projektil se nesimetričnom raspodjelom mase namjerno čini dinamički neuravnoteženim. Ovo rezultira poremećajnim momentom i porastom totalnog napadnog kuta, a koji se povećava s porastom brzine rotacije oko uzdužne osi. Ovakva umjetno izazvana dinamička neuravnoteženost omogućava promatranje ekstremnih ponašanja projektila, no ne povezuje se s pogreškama proizvodnje.

Dinamičku neuravnoteženost i njezin utjecaj na let projektila pokazuju i Decker i suradnici [4] navodeći kako upravo ona uzrokuje da se uz precesijsko i nutacijsko gibanje javlja još jedno oscilatorno gibanje vrlo visoke frekvencije i malih amplituda (manje od 0,02 stupnja). Ovo je dokazano snimanjem ponašanja projektila M110A2E1 za 155-milimetarsku haubicu.

Mingireanu i suradnici [18] daju 6DOF model leta jedne nevođene rakete. Iako uvode neuravnoteženost mase, fokus članka ipak je na variranju iznosa impulsa potisne sile. Rasipanje pravca potisne sile se ne razmatra. Neuravnoteženost mase uvode variranjem aksijalnih momenata tromosti, ali zadržavaju pretpostavku da nema devijacijskih momenata tromosti. Spomenute promjene na glavnim momentima tromosti ne povezuju s pogreškama u fazi proizvodnje nego ih povezuju isključivo s nehomogenošću pogonskog punjenja.

Khalil i suradnici [19] također analiziraju disperziju padnih točaka nevođene rakete uslijed različitih poremećaja. Poremećaje dijele u tri glavne grupe (poremećaji prilikom lansiranja, poremećaji atmosfere i poremećaji zbog nesavršenosti proizvodnje). U ovu treću skupinu svrstavaju odstupanje mase i balističkih svojstava goriva, ukupne mase rakete, promjene njenih glavnih momenata tromosti te položaja središta mase. Proračun pojednostavljuju pretpostavkom kako se položaj središta mase rasipa isključivo duž uzdužne osi simetrije i ne razmatraju mogućnost pojave kuta između glavnih osi i osi simetrije vanjske površine.

Više radova se usputno referencira na uzroke rasipanja padnih točaka, ali uglavnom bez detaljnije rasprave jer se fokus premješta na druge teme. Tako npr. u [11] Pavković i suradnici predlažu da se preciznost nevođenih raketnih projektila poveća korekcijama uz pomoć impulsnih mlaznih motora male snage. Spominju dinamičku neuravnoteženost, no odmah uvode pretpostavku o uspješnom prigušenju početnih oscilacija totalnog napadnog kuta i više se ne bave ovim problemom. Problem širokih granica rasipanja nevođenih raketa analiziran je i u [20] gdje autori predlažu više ili manje sofisticirana ili cjenovno zahtjevnija rješenja. Potencijalni poremećaji se samo nabrajaju, no bez ulaženja u detaljnije analize i otkrivanja uzročno-posljedične veze s proizvodnim pogreškama.

Mogući su i drugačiji pristupi pa se tako u [21] navodi kako modeli leta daju determinističko rješenje, dok je kretanje samoga projektila nedeterminističko. Bez razmatranja poremećaja koji dovode do nedeterminističkog ponašanja projektila, uvodi se odstupanje od deterministički određene putanje u obliku stohastičkog šuma. Ovakav pristup daje procjenu parametara disperzije padnih točaka, međutim ne povezuje tu disperziju s njenim stvarnim uzročnicima. Treba napomenuti da spomenuti naslovi uglavnom ne razmatraju spregu povećanja preciznosti i cijene projektila, iako je taj odnos izrazito važan. U ratu iscrpljivanja gubi ona strana koja prva izgubi potencijal za daljnjim ratovanjem [22].

U vlastitim istraživanjima [23] analiziran je utjecaj poremećaja u raznim fazama leta projektila primjenom Murphyjeve metode, a što se može shvatiti kao prvi korak prema dubljem istraživanju procesa koji dovode do rasipanja putanja projektila.

Radi ispitivanja utjecaja poremećaja bit će potrebno razviti odgovarajući model leta projektila. Danas se u praktičnoj primjeni koriste modificirani model materijalne točke (MPMM, eng. *Modified Point Mass Model*) [24] i 6DOF model [25], no za opis leta neuravnoteženog projektila MPMM ne odgovara budući da ne opisuje gibanje oko središta mase u potpunosti.

Upravo je 6DOF model leta projektila opterećenog neuravnoteženošću mase razrađen u [26] gdje se promatra utjecaj različitih poremećaja na let klasičnog projektila stabiliziranog rotacijom. Između ostalog promatra se utjecaj promjene aksijalnih i devijacijskih momenata tromosti u odnosu na vrijednosti izmjerene kod projektila s idealnom osnosimetričnom raspodjelom mase. Ne razmatraju se posebno uzroci ovih promjena, dok se istovremeno uvodi pretpostavka da su poprečni momenti tromosti jednaki te brojna druga pojednostavljenja.

U radu [27] pokazuje se razvoj i 6DOF model projektila s dodanom rotirajućom masom koja ga dovodi u dinamičku neuravnoteženost, pri čemu se položaj mase namjerno varira i koristi kao upravljački mehanizam. I ovdje se radi pojednostavljenja uvodi pretpostavka da postoji samo

aksijalni pomak centra mase te pretpostavka da su poprečni momenti tromosti međusobno jednaki.

Slična pojednostavljenja primjećuju se i u drugim radovima. Najčešće se još uvodi pretpostavka da su devijacijski momenti tromosti jednaki nuli. Ne razmatra se promjena inercijskih karakteristika projektila tijekom leta što ne odgovara slučaju izgaranja goriva rakete. U modele se ne uvodi zakret glavnih osi tromosti prema osima simetrije projektila.

Za potrebe ovog rada razmatrana je problematika odabira tolerancija, budući da je ona temeljni mehanizam eventualnog postizanja zadovoljavajuće kvalitete uz prihvatljivu cijenu. Recentna literatura dosta opsežno opisuje ovaj problem te naglašava kako suviše velike (labave) tolerancije mogu dovesti do djelomične ili potpune neupotrebljivosti konačnog proizvoda dok prestroge tolerancije prekomjerno podižu cijenu oružju i streljivu [28].

Metode odabira tolerancija autori uglavnom dijele na tzv. klasične i na statističke metode [29]. Kod klasičnih metoda proizvođač se oslanja na ranija iskustva, postojeće standarde i tablice no to često nije moguće ako se radi o specijaliziranoj proizvodnji kao što je i ovdje slučaj. Stoga se preporuča statističko modeliranje zavisnosti rezultirajuće disperzije padnih točaka i ulaznih poremećaja odnosno posljedica varijacija u proizvodnji [30]. Neke od češće korištenih statističkih metoda su višestruka regresijska analiza, analiza metodom odzivne površine, Monte-Carlo simulacija i druge, a njihovo korištenje detaljnije će biti obrazloženo u planu istraživanja. Statističke metode zahtijevaju minimalnu veličinu uzorka kako bi rezultat bio odgovarajuće razine povjerenja [31].

U [32] iznosi se tvrdnja kako je određena razina nesigurnosti neizbježna kada se radi o mehaničkim sustavima i to uslijed različitih oštećenja i trošenja tijekom vremena, no nesigurnost je inherentna već i samoj proizvodnji zbog proizvodnih pogrešaka te uslijed variranja dimenzija proizvoda unutar propisanih tolerancija. Stoga je svaki deterministički model u većini slučajeva zapravo netočan. Što se tiče načina dodavanja spomenutih nesigurnosti, spominje se nekoliko metoda no na prvom je mjestu Monte-Carlo simulacija kao široko rasprostranjen način procjene odzivne funkcije u uvjetima nemogućnosti kontroliranja cjelokupnog procesa izrade proizvoda.

Pregledom dostupne literature može se zaključiti kako problem neuravnoteženosti mase kod nevođenih raketa nije analiziran u potpunosti. Asimetrija potisne sile nešto je bolje obrađena, ali pretpostavke i pojednostavljenja u navedenim radovima ipak bitno ograničavaju širu primjenjivost. U spomenutim radovima također izostaje detaljnija analiza veze između pojedinačnih pogrešaka proizvodnje (koje onda izazivaju neuravnoteženost mase i asimetriju potisne sile) te krajnjeg povećanja slike rasipanja padnih točaka projektila.

1.3. Cilj i hipoteza rada

Cilj rada je unaprijediti nedeterministički model leta sa šest stupnjeva slobode gibanja za nevođene projekte kako bi se njime mogla pokazati osjetljivost putanje o različitim poremećajima. Modelom će biti obuhvaćena neuravnoteženost mase i asimetrija potisne sile za odabranu raketu te će biti ocijenjen utjecaj navedenih poremećaja na povećanje rasipanja padnih točaka i na stabilnost rakete.

Hipoteza istraživanja glasi: Primjenom nedeterminističkog modela leta nevođenih projektila moguće je odrediti funkcionalnu ovisnost između neuravnoteženosti mase i asimetrije potisne sile s povećanjem slike rasipanja padnih točaka te dati preporuke za proizvodnju projektila s ciljem smanjenja granica rasipanja.

1.4. Metoda rješavanja problema

Radi potvrđivanja hipoteze rada kreira se CAD 3D model promatrane rakete. Podaci potrebni za razvoj modela preuzeti su iz ranije objavljenih radova, dostupne tehničke dokumentacije te elaborata s ranijih ispitivanja. Inercijske i geometrijske karakteristike 3D modela rakete usklađene su s karakteristikama stvarne rakete.

Radi potrebe kasnijih simulacija i analiza CAD 3D model se kreira parametarski, tako da se u kasnijim fazama mogu varirati odstupanja (proizvodne pogreške) inercijskih i geometrijskih karakteristika pojedinih dijelova rakete. Na kraju se ta odstupanja stavljaju u funkcionalnu vezu s promjenama na tenzoru tromosti i promjenama položaja glavnih osi rakete.

Nadalje se razvija nedeterministički model leta sa šest stupnjeva slobode gibanja (6DOF) za nevođene projekte, primjenjiv na klasične topničke te na reaktivne projekte. Model leta zahtijeva detaljan opis karakteristika projektila a koje se mogu podijeliti u tri grupe: aerodinamičke značajke ovisne o Machovom broju, karakteristike potisne sile tijekom rada motora te inercijske značajke. Kako se radi o tijelu promjenjive mase za opis gibanja primjenjuje se teorija solidifikacije.

Inercijske značajke od posebnog su interesa za ovo istraživanje te se odgovarajuća pažnja posvećuje opisu neuravnoteženosti mase. Posljedično se mijenjaju položaj središta mase i tenzor tromosti, a glavne osi tromosti projektila se više se ne podudaraju s osima simetrije vanjske površine projektila. Pored toga se u model uključuje i asimetričnost potisne sile. Model leta razvija se tako da omogućuje unošenje i analizu utjecaja spomenutih odstupanja na let projektila, čime se dobiva nedeterministički model s uključenim poremećajima.

Pokazuje se da je klasični 6DOF model leta nepraktičan za opis leta dinamički neuravnoteženog projektila. Novi, prilagođeni model, razvijen je u koordinatnom sustavu koji više nije vezan uz glavne osi tromosti projektila (kao što je to vezani, ili njegova nerotirajuća inačica aerobalistički koordinatni sustav) nego je vezan uz vanjsku geometriju projektila. Time se jasno pokazuje razlika između položaja osi simetrije vanjske površine i glavnih osi tromosti. Novi se k.s. naziva geometrijski, a njegove su osi zakrenute za kut ε_L u odnosu na glavne osi tromosti. Kako je prilagođeni 6DOF model razvijen u geometrijskom k.s., radi distinkcije od klasičnog označava se G6DOF.

Na kraju se još izrađuje programsko rješenje G6DOF modela leta nevođenih klasičnih topničkih i reaktivnih projektila. Model omogućuje unos utjecaja pogrešaka u proizvodnji projektila, što je ulazni podatak za primarni problem kojega se u radu nastoji riješiti. Kao i kod klasičnog 6DOF modela, moguće je unijeti i poremećaje stanja oružja te poremećaja stanja atmosfere. Unos poremećaja moguće je modelirati pojedinačno ili skupno te ih se onda dovodi u vezu s rasipanjem padne točke. Dodatna je prednost što je model leta razvijen korištenjem polarnih koordinata te je stoga jednostavnije primjenjiv i na rakete velikog dometa. Ovakav model inače se lako prerađuje tako da odgovara i vođenim raketama i to dodavanjem modula vođenja.

Modeli se testiraju na primjeru rakete čije su karakteristike dobro poznate. Za navedenu raketu dostupni su podaci o aerodinamici te o kretanju potisne sile. Aerodinamički podaci potvrđeni su ranijim ispitivanjima na poligonu, a podaci o potisnoj sili ranije provedenim ispitivanjima na probnom stolu. Inercijske značajke potvrđene su mjerenjima i odgovarajućim proračunima. Rezultati koje daje model leta uspoređuju se s podacima iz Tablica gađanja za navedenu raketu; kako su podaci u tablicama dobiveni ranijim opsežnim ispitivanjima i ispaljivanjem velikog broja raketa, u kontekstu ovoga rada zamjenjuju stvarne eksperimentalne podatke s visokom razinom povjerenja.

Parametrizirane nedeterminističke proizvodne pogreške uvode se u CAD 3D model te se kao rezultat dobivaju inercijske i geometrijske karakteristike simulirane rakete (koja se u općem slučaju razlikuje od idealne, proizvedene bez pogrešaka). Pogreške su zadane preko dva kuta: kuta δ_i koji daje nekolinearnost osi geometrijske simetrije dva susjedna ili obuhvatna dijela te radijalnog kuta φ_i koji pokazuje položaj ravnine gdje leži kut δ_i . Indeks i se kasnije zamjenjuje oznakom odgovarajuće pogreške/poremećaja.

CAD 3D model rakete spaja se s G6DOF modelom u jedinstvenu Monte-Carlo (MC) simulaciju. Inercijske i geometrijske karakteristike neidealne rakete (opterećene pogreškama u

fazi proizvodnje) postaju ulazni parametar za G6DOF model leta. G6DOF model, zapravo 6DOF model prilagođen za opis leta dinamički neuravnoteženih projektila, preuzima te inercijske i geometrijske podatke i one postaju ulazni podatak pri računanju putanje.

Najprije se svaka pogreška promatra izolirano, kao deterministička veličina. Uz eliminiranje svih drugih poremećaja, dobiva se jasna veza između pojedinih pogrešaka i posljedične nepreciznosti rakete.

Potpunija se informacija, a koja uključuje i eventualne interakcije efekata pojedinih proizvodnih pogrešaka, dobiva kada se pogreške tretiraju kao nedeterminističke veličine. Za potrebe rada koristi se generator nedeterminističkih pogrešaka prema odabranim parametrima. Uspoređuju se rezultati dobiveni korištenjem dvije distribucije vjerojatnosti na ulazu, normalne i Rayleighove. Zbog nedeterminističke prirode ulaznih podataka slijedi i nedeterministički izlaz, u ovom slučaju opis putanja i položaja padnih točaka projektila.

Kada se paralelno simulira pojava više nedeterminističkih pogrešaka, Monte Carlo (MC) simulacija daje karakterističnu sliku disperzije padnih točaka. MC simulacija i inače daje najbolje rezultate tamo gdje je teško odrediti jednoznačnu odzivnu funkciju s obzirom na veći broj regresora. Kvaliteta izlaznih rezultata ovisi izravno o dobrom odabiru ulaznih parametara (u ovom slučaju: intervala unutar kojega se mogu naći proizvodne pogreške, distribucije prema kojoj se pogreške rasipaju te parametara tih distribucija). Ulazni parametri temelje se na dostupnim podacima ili su određeni empirijski, u skladu s realnim mogućnostima proizvodnih procesa. Pažnja se posvećuje i određivanju minimalne veličine uzoraka, kako bi podaci dobiveni MC simulacijom bili odgovarajuće razine vjerodostojnosti.

Rezultati MC simulacije obrađuju se korištenjem različitih statističkih metoda te se dobiva utjecaj pojedinih pogrešaka na povećanje površine rasipanja pogodaka. Dobivena disperzija padnih točaka projektila uspoređuje se s podacima iz Tablica gađanja te se potvrđuje dobro slaganje rezultata simulacija s podacima dobivenim probnim gađanjima.

1.5. Pregled strukture rada

Rad je podijeljen na osam poglavlja, od kojih je prvo poglavlje uvodno a osmo donosi zaključak rada. Posebno je izdvojen popis korištene literature te popisi slika, tablica i oznaka veličina koje se koriste u tekstu.

Prvo uvodno poglavlje donosi motivaciju za istraživanje i pregled dosadašnjih istraživanja. Postavljaju se cilj i hipoteza rada te se odmah daje metoda rješavanja problema. Na kraju se daje pregled cijelog doktorskog rada.

Drugo poglavlje predstavlja parametarski CAD model projektila proizvedenog s određenim pogreškama. Cijeli rad zapravo pokušava razriješiti problem utjecaja proizvodnih pogrešaka na let projektila te se naglašavaju razlike između idealnog i neidealnog projektila, pri čemu je ovaj drugi opterećen upravo tim pogreškama proizvodnje. Na početku poglavlja daje se CAD 3D model projektila i pokazuje zašto se dijeli na dva glavna dijela (komponente): letjelicu i gorivo. Nakon toga se pokazuje kako je provedena parametrizacija proizvodnih pogrešaka u CAD 3D modelu. Objašnjava se novouvedeni geometrijski koordinatni sustav (G-KS). Nakon toga se opisuju proizvodne pogreške: spoja bojeve glave i komore motora, izrade bojeve glave, izvedbe mlaznice i ugradnje bloka goriva u komoru motora.

Treće poglavlje opisuje prilagođeni 6DOF model leta projektila. Daju se osnovne diferencijalne jednadžbe 6DOF modela, a posebno se još razrađuje aerodinamička sila i moment. Razlog je taj što je potrebno provesti prilagodbu aerodinamike zbog nepoklapanja osi glave i komore motora (zbog pogreške spoja bojeve glave i komore motora). Nakon toga se predstavljaju inercijske karakteristike projektila i to posebno za svaku komponentu: letjelicu i gorivo. Po prvi puta je vidljiv razlog uvođenja CAD 3D modela, jer njegove izlazne varijable (inercijske karakteristike letjelice) postaju ulazne za 6DOF model. U nastavku se uspoređuju klasični i modificirani 6DOF model (radi distinkcije, ali i koordinatnog sustava u kojemu je razvijen nazvan G6DOF).

Četvrto poglavlje predstavlja programsko rješenje 6DOF modela leta. Ovo je važno da se objasne međusobne veze pojedinih dijelova programa, ali i mogućnosti samoga programa budući da on može pokazati utjecaj ne samo proizvodnih pogrešaka nego i brojnih drugih poremećaja (npr. stanja atmosfere, starosti oružja itd.). Predstavljen je glavni program i pokazano kako je izvedeno uvođenje proizvodnih pogrešaka. Nadalje se pojašnjava postavljanje diferencijalnih jednadžbi i veza s drugim dijelovima programa. Daje se i primjer određivanja putanje (idealne) rakete te se uspoređuju parametri leta s podacima iz odgovarajućih Tablica gađanja. Kao primjer uzima se 122 mm raketa M-21 GRAD.

U petom poglavlju analizira se utjecaj proizvodnih pogrešaka, pri čemu se ove tretiraju kao determinističke veličine. Opisuju se metode klasične analiza utjecaja pogrešaka proizvodnje, a nakon toga se analizira pojava svake od četiri ranije opisane proizvodne pogreške: pogreške spoja bojeve glave i komore motora, izvedbe bojeve glave (odnosno njenog provrta), izvedbe mlaznice i ugradnje goriva. Prve tri opisane pogreške mijenjaju geometrijske i inercijske karakteristike komponente letjelice, dok se posljednja pogreška odnosi na komponentu gorivo. Kroz poglavlje se daje usporedba efekata svih analiziranih pogrešaka, prvo na maksimalno

dozvoljenim kutovima pogreške δ_i a nakon toga i na istom kutu. Na kraju se analizira pogreška gađanja (odnosno nepreciznost rakete) radi opisanih pogrešaka i njena efikasnost na cilju.

Šesto poglavlje opisuje statističku obradu rezultata simulacije proizvodnih pogrešaka. Pogreške se tretiraju kao nedeterminističke varijable, a simulacija se provodi metodom Monte Carlo (MC). Stoga se na početku komentira MC metoda te se opisuju metode određivanja parametara MC simulacije: definiranje veličine uzorka, odabir funkcije distribucije vjerojatnosti prema kojoj će biti disperzirane ulazne varijable (normalna funkcija distribucije gustoće vjerojatnosti, Weibullova i Rayleighova). Daju se parametri uključeni u ovu MC Monte Carlo simulaciju te se posebno simulira pojava samo po jedne a onda i sve četiri proizvodne pogreške istovremeno. Kroz poglavlje se opisuju metode procjene normalnosti distribucije padnih točaka, a uspoređuju se i rezultati simulacije ako ulazni parametri slijede normalnu ili ako slijede Rayleighovu distribuciju. Svi rezultati se uspoređuju s površinom disperzije kako je navedena u odgovarajućim Tablicama gađanja te se analizira koja pogreška objašnjava najveći dio disperzije navedene u tablicama.

Sedmo poglavlje opisuje statističku analizu veze između razina kvalitete proizvodnje i preciznosti projektila. Uvodi se pojam razine kvalitete proizvodnje i indeksa potencijalne sposobnosti procesa C_p , a koji izravno određuju granice specifikacije tj. granice dozvoljenih vrijednosti parametara. Simulira se devet kombinacija razina kvalitete proizvodnje (svaka faza proizvodnje može biti izvedena u visokoj, standardnoj ili niskoj kvaliteti) i pokazuje se ne samo da je jedna pogreška dominantna, nego i koliko je naglašeno dominantna. Efekt te pogreške ne može biti kompenzirana čak ni svođenjem drugih pogrešaka na minimum. Daje se usporedba putanja idealnog projektila i projektila proizvedenog s maksimalno dozvoljenim pogreškama.

Osmo poglavlje daje zaključak rada. Predstavljeni su znanstveni doprinosi rada. Na kraju se predstavljaju mogući pravci daljnjeg istraživačkog rada.

2. PARAMETARSKI CAD MODEL PROJEKTILA S PROIZVODNIM POGREŠKAMA

Svaka raketa, čak i ako nema ugrađen sustav navođenja, složeni je sustav koji se proizvodi kroz veliki broj koraka i uz korištenje različitih tehnoloških postupaka. Tijekom proizvodnje nastoji se svaki od spomenutih postupaka provesti što preciznije, no ipak se neminovno javljaju pogreške koje će se odraziti na ponašanje rakete tijekom leta.

Dokazi o postojanju takvih pogrešaka mogu se izvesti na dva načina: izravnim mjerenjima, ili posredno preko analize površine rasipanja projektila. Ako je $\vec{R}$ vektor položaja padne točke, onda se osjetljivost promjene tog položaja o pojedinom poremećaju e ocjenjuje pomoću parcijalne vektorske derivacije $\partial \vec{R} / \partial e$. Ova derivacija slijedi iz neke od numeričkih metoda – na primjer metode razlika [23]:

$$\frac{\partial \vec{R}}{\partial e} = \frac{\vec{R}(e + \delta e) - \vec{R}(e)}{\delta e}, \quad (2.1)$$

pri čemu se vektor $\vec{R}$ može razviti u red oko vektora nominalnih vrijednosti parametara (neka je označen sa $\mathbf{e}^0$):

$$\vec{R}(\mathbf{e}) = \vec{R}(\mathbf{e}^0) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \vec{R}}{\partial e_i} (e_i - e_i^0) + n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 \vec{R}}{\partial e_i \partial e_j} (e_i - e_i^0)(e_j - e_j^0) + \dots \quad (2.2)$$

Ako se mogu zanemariti parcijalne derivacije drugog i višeg reda, onda se iz gornjeg izraza može izvući samo odstupanje položaja padne točke $\delta \vec{R}$ i to u pojednostavljenom obliku:

$$\delta \vec{R} = \frac{\partial \vec{R}}{\partial e_1} \delta e_1 + \frac{\partial \vec{R}}{\partial e_2} \delta e_2 + \dots \frac{\partial \vec{R}}{\partial e_n} \delta e_n = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \vec{R}}{\partial e_i} \delta e_i, \quad (2.3)$$

gdje je

$\delta \vec{R}$ = pogreška, razlika između $\vec{R}(\mathbf{e}^0)$ i $\vec{R}(\mathbf{e})$

$\partial \vec{R} / \partial e_i$ = diferencijalni koeficijent, ujedno mjera osjetljivosti pogreške padne točke o promjenama pojedinog parametra

δe_i = devijacija pojedinog ulaznog parametra, razlika između e_i^0 i e_i .

Uzroci koji dovode do disperzije dijele se na one vezane uz stanje oružja (npr. neujednačenost početne brzine zbog istrošenosti ili iskrivljenosti cijevi/lansera), nadalje one vezane uz stanje atmosfere (npr. neujednačenost vertikalnog profila vektora vjetrova) te na kraju na one koji su vezani uz stanje streljiva (npr. neujednačenost balističkih karakteristika pogonskoga punjenja) [33]. Poznavanje posljedica pojedinih pogrešaka nije moguće postići isključivo

intuitivnim metodama. Na primjer, projektil u pasivnoj fazi leta skreće niz vjetar, no u aktivnoj fazi projektil skreće u vjetar. Drugi primjer je povećanje mase, koje u nekim slučajevima rezultira podbačajem, a pri drugim uvjetima gađanja prebačajem. Ovo su samo neki od primjera koji naglašavaju potrebu pažljive analize poremećaja [34].

Što se tiče mase projektila, ona snažno utječe na trajektoriju projektila te se stoga mjeri i posebno označava u postupku proizvodnje. Ipak, ne označava se točna masa nego relativno široki maseni podinterval (engl.: *weight zone*) unutar kojega se ta masa nalazi. Granice jednog podintervala mogu se međusobno razlikovati i za nekoliko stotina grama. Prema NATO standardu masa streljiva se označava na sljedeći način:

■	$m_N - 5\Delta_m \leq m < m_N - 3\Delta_m$
■ ■	$m_N - 3\Delta_m \leq m < m_N - \Delta_m$
■ ■ ■	$m_N - \Delta_m \leq m \leq m_N + \Delta_m$
■ ■ ■ ■	$m_N + \Delta_m < m \leq m_N + 3\Delta_m$
■ ■ ■ ■ ■	$m_N + 3\Delta_m < m \leq m_N + 5\Delta_m$

gdje je Δ_m vrijednost poluintervalu a m_N je nominalna masa projektila, oboje određeni od strane proizvođača. Za danas često korišteni projektil (155 mm) definirana je nominalna masa $m_N = 43,2$ kg dok je vrijednost podintervalu $\Delta_m = 296$ g, što znači da se unutar istog masenog podintervalu nalaze projektili čija se masa međusobno može razlikovati za gotovo 600 g. Disperzija mase često se uvodi kao značajan parametar u Monte-Carlo simulacije kao jedna od najvažnijih inercijskih karakteristika, kao npr. u [35] ili [36].

Izvedena pogreška $\delta \vec{R}$ određuje se u skladu s ograničenjima odabranog modela leta. Tako se npr. pogreška doleta δX prema modelu MMPM računa zbrajanjem pogrešaka zbog:

- poremećaja početne brzine $\delta X_v = \frac{\partial X}{\partial V_0} \delta V_0,$
- poremećaja uzdužnog vjetra $\delta X_{w_x} = \frac{\partial X}{\partial W_x} \delta w_x,$
- poremećaja početnog kuta $\delta X_\gamma = \frac{\partial X}{\partial \gamma_0} \delta \gamma_0,$
- poremećaja faktora usklađivanja $\delta X_{CI} = \frac{\partial X}{\partial C_I} \delta C_I,$
- poremećaja mase $\delta X_m = \frac{\partial X}{\partial m} \delta m.$

Ako su poremećaji δV_0 , $\delta \gamma_0$, δC_l i δm slučajne veličine koje se sve rasipaju prema normalnoj distribuciji, sa matematičkim očekivanjem jednakim nuli i standardnim devijacijama σ_V , σ_γ , σ_{C_l} i σ_m , tada se mogu izračunati i parametri rezultirajuće disperzije položaja padne točke. Na primjer dolet se također rasipa prema normalnoj distribuciji oko položaja cilja gdje je očekivanje i sa standardnom devijacijom koja se računa metodom korijena srednje kvadratne pogreške:

$$\sigma_x = \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial V_0} \sigma_V\right)^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial W_x} \sigma_{W_x}\right)^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial \gamma_0} \sigma_{\gamma_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial C_l} \sigma_{C_l}\right)^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial m} \sigma_m\right)^2} . \quad (2.4)$$

Ponekad se uvodi još i osjetljivost na promjene aerodinamičkih koeficijenata te pogreške ciljanja po daljini i pravcu kao u [37] i [38]. Ovisnost o meteorološkim uvjetima daje se na različite načine (tlak i temperatura zraka u istočnoj literaturi, gustoća i brzina zvuka u zapadnoj).

Analogno izrazu (2.4), određuje se standardna devijacija disperzije po pravcu:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial \chi_0} \sigma_{\chi_0}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial W_z} \sigma_{W_z}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial C_2} \sigma_{C_2}\right)^2} . \quad (2.5)$$

dok se pogreška pravca računa zbrajanjem pogrešaka zbog odstupanja kuta pravca $\delta \chi_0$, bočnog vjetra δW_z i faktora usklađivanja δC_2 . Međutim, što se tiče odstupanja po pravcu, u praksi ovakvo usklađivanje ne daje uvijek dobre rezultate. Primarno je to zato što je rasipanje koeficijenata usklađivanja (C_l i C_2) uvedeno samo da se kompenziraju nedostaci MPMM modela. Analiza rasipanja prema 6DOF modelu daje osjetno bolje rezultate jer ovaj model obuhvaća i rasipanje poprečne kutne brzine, premda dio disperzije ostaje neobjašnjen [39].

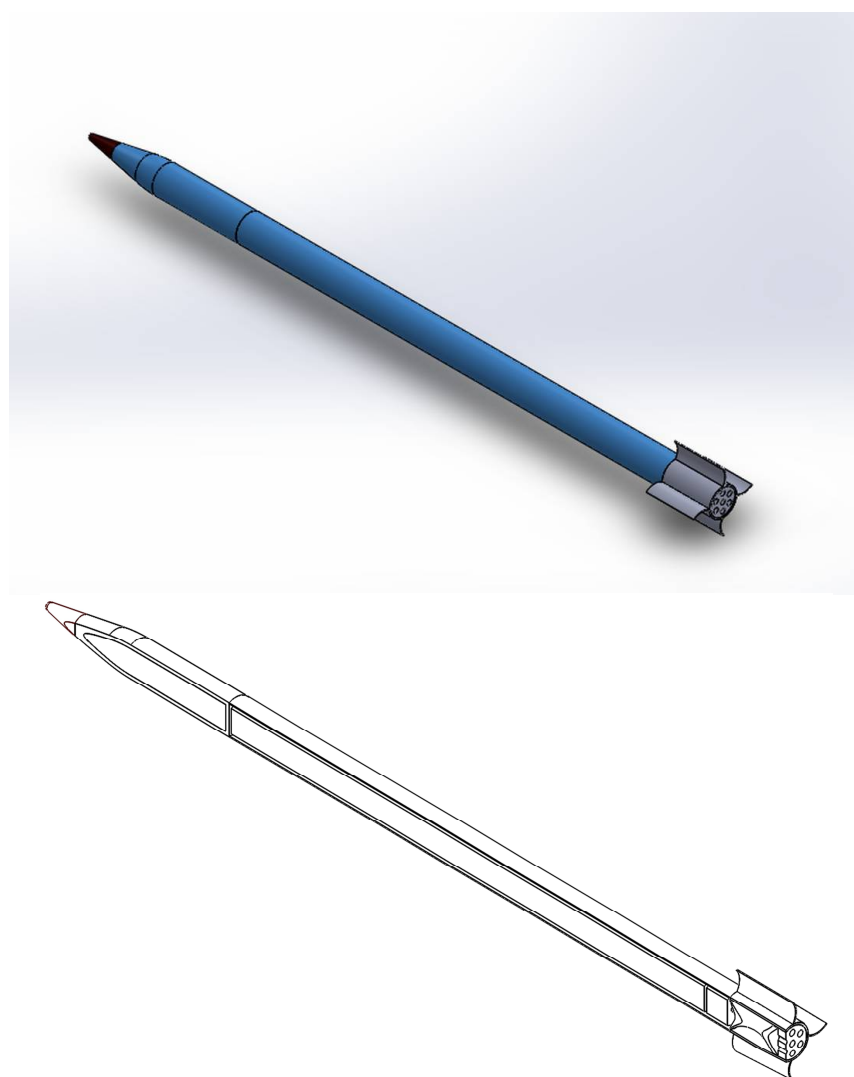
Stoga se zaključuje sljedeće:

- zbog nedostataka modela leta, ili zbog nemogućnosti obuhvaćanja/mjerenja svih parametara, klasična analiza ne objašnjava u potpunosti uzroke disperzije padnih točaka projektila
- dio te nerazjašnjene disperzije potrebno je pripisati utjecaju pogrešaka proizvodnje, što se nastoji dokazati ovim radom.

2.1. CAD 3D model

Radi što točnije procjene površine disperzije projektila (konkretno dijela disperzije uzrokovanog pogreškama proizvodnje), izrađuje se 3D model rakete u CAD programu. Metodologija pokazana u radu primjenjiva je na sve vođene i nevođene projekte, a kao pokazni primjer odabrana je nevođena raketa dobro poznatih karakteristika.

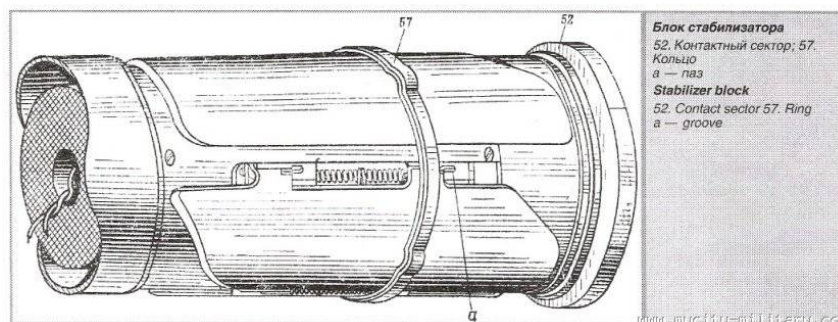
Model rakete je izrađen tako da odgovara originalu, u skladu s dostupnim podacima. Na žalost potpuna projektna dokumentacija za ovu raketu nije javno dostupna. Model rakete (vanjska površina i presjek) prikazani su na slici 2.1:



Slika 2.1. CAD model rakete, vanjska površina (gore) i presjek (dolje)

Kao što je vidljivo, radi se o raketi stabiliziranoj krilcima koja se nalaze pri dnu projektila. Razmatrana raketa ima dva nasuprotna para zakrivljenih krilaca (tzv. „*wrap-around*

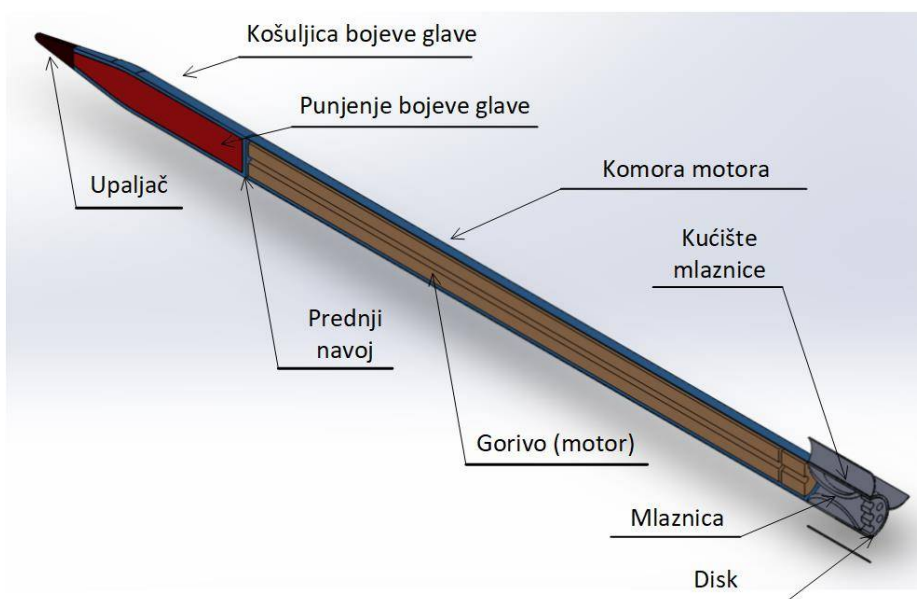
fins“) kako bi se raketa mogla umetnuti u lanser. Krilca su sve do ispaljenja osigurana od rastvaranja polimernim prstenom kao što je prikazano na slici 2.2 (poz. 57).



Slika 2.2. Krilca rakete [40]

3D model rakete (prikazan na slici 2.3) je podijeljen na dvije glavne komponente:

- 1) na motor ili gorivo koje izgara tijekom aktivne faze
- 2) na letjelicu koja obuhvaća sve preostale dijelove rakete.



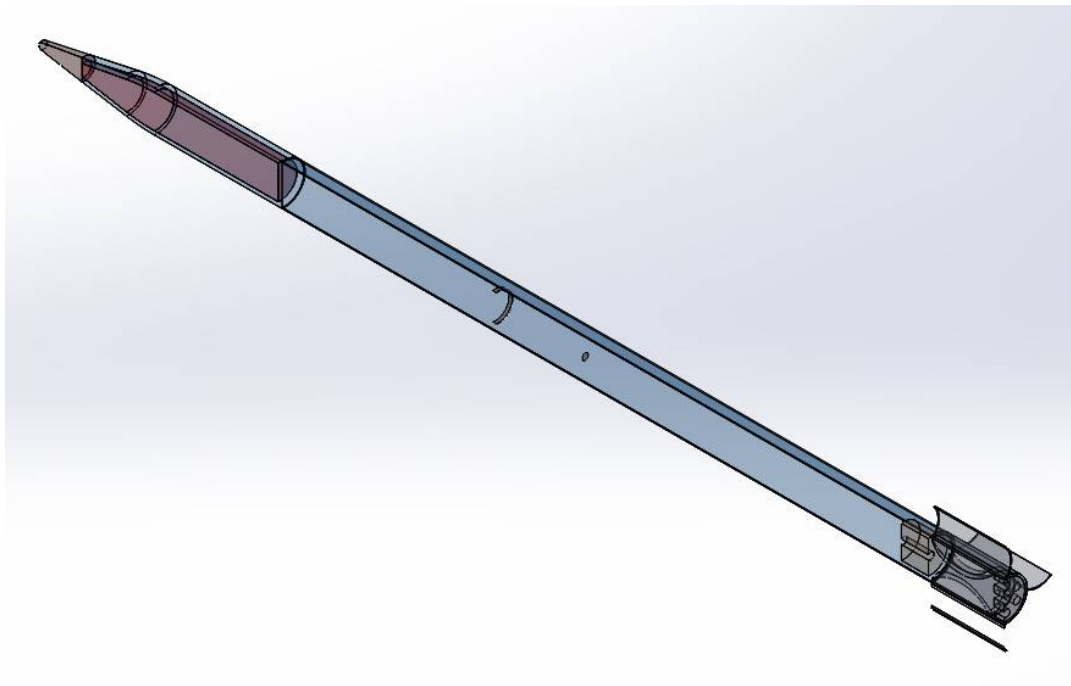
Slika 2.3. 3D CAD model rakete

2.1.1. Letjelica

Unutar komponente „letjelica“ modelirani su sljedeći dijelovi:

- upaljač
- košuljica bojeve glave
- eksplozivno punjenje bojeve glave
- prednji navoj (spoj bojeve glave i komore motora)

- komora motora
- stražnji navoj (spoj komore motora i plašta mlaznice s krilcima)
- plašt mlaznice s krilcima
- mlaznica rakete
- stražnji disk mlaznice



Slika 2.4. Komponenta „letjelica“, svi dijelovi rakete osim goriva

Komponenta letjelica prikazana je na slici 2.4. Karakteristično je za ovu komponentu da joj se tijekom leta ne mijenjaju geometrijska i inercijska svojstva:

$I_x, I_y, I_z, I_{xy}, I_{yz}, I_{zx}$ = momenti tromosti prema osima odabranog k.s.

I_1, I_2, I_3 = glavni momenti tromosti

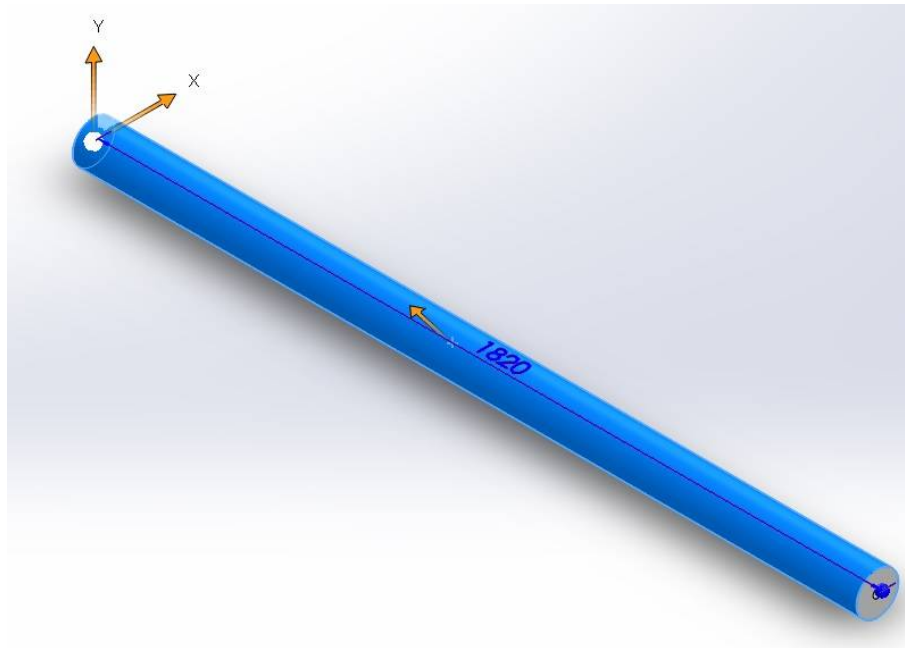
$m_L, \vec{\rho}_L$ = masa letjelice i vektor položaja njenog centra mase (prema nosu rakete)

Sve gore navedene inercijske karakteristike letjelice dobivene su iz CAD 3D modela rakete. Faza izrade 3D modela može biti vremenski zahtjevna, no njene prednosti su značajne u odnosu na klasično mjerenje inercijskih karakteristika putem skupih i kompliciranih spojeva [41]. Ovo se osobito odnosi na slučaj kada se uvedu i pogreške proizvodnje: tada CAD program daje promijenjene inercijske karakteristike, uzrokovane nesavršenostima u geometriji ili rasporedu mase unutar letjelice.

2.1.2. Gorivo (motor) rakete

Blok goriva modeliran je kao cilindar debele stijenke. Početni unutrašnji polumjer cilindra je r_0 , vanjski polumjer R_0 , a debljina bloka $e = R_0 - r_0$. Izgaranje goriva odvija se konstantnom brzinom u preko unutrašnje i vanjske površine cilindra budući da vanjska površina nije inhibirana (posljedica zahtjeva da gorivo bude operabilno na ekstremno niskim temperaturama kod kojih se inhibitor odvaja i gubi funkciju). Ovakvo izgaranje daje konstantan priliv plinovitih proizvoda reakcije, odnosno jednoliki intenzitet potisne sile F_T .

Blok goriva prikazan je na slici 2.5.



Slika 2.5. CAD 3D model raketnog goriva

Dodatno se usvajaju klasične pretpostavke unutrašnje balistike rakete:

- 1) blok goriva je homogen po kemijskom sastavu, gustoći, temperaturi i drugim utjecajnim parametrima koji bi mogli utjecati na brzinu izgaranja ili smjer reaktivnog mlaza
- 2) prodiranje plamena u unutrašnjost bloka goriva je pravilno i teče konstantnom brzinom, a gorivo izgara po slojevima (prema geometrijskom zakonu izgaranja)
- 3) intenzitet potisne sile ovisi isključivo o površini koja je u kontaktu s plamenom $S(t)$.

Kod navedene rakete unutrašnja površina bloka goriva tijekom izgaranja neprestano raste, dok se vanjska površina smanjuje te se stoga ova se dva efekta međusobno poništavaju. U skladu s pretpostavkom navedenom pod 3), intenzitet potisne sile ostaje konstantan za cijelo vrijeme izgaranja ($F_T = \text{const.}$).

U unutrašnjoj se balistici veza između intenziteta potisne sile $F(t)$ i trenutne površine izgaranja $S(t)$ prikazuje izrazom:

$$F_T(t) = \mu_B \frac{S_0}{V_0} \frac{S(t)}{S_0} u_b, \quad (2.6)$$

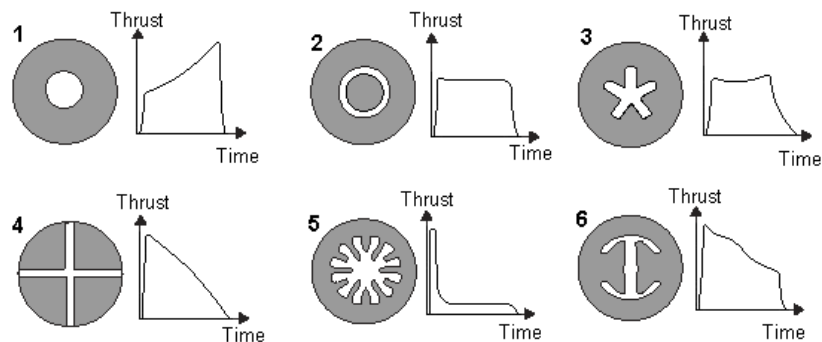
gdje je

μ_B = konstanta karakteristična za određenu vrstu i seriju goriva

S_0 = početna površina izgaranja goriva (= unutrašnja + vanjska)

V_0 = početni volumen goriva.

Promjenom bilo kojeg od gore spomenutih parametara moguće je varirati intenzitet potisne sile tijekom izgaranja. Tako se na primjer korištenjem većeg broja blokova goriva malih dimenzija dobiva veći omjer S_0 / V_0 , a time i brže izgaranje; također se promjenom oblika bloka goriva dobiva postepeni pad ili porast omjera $S(t) / S_0$, a time onda i željena dinamika promjene potisne sile prema slici 2.6:



Slika 2.6. Promjena intenziteta potisne sile (eng.: *Thrust*) s vremenom, u ovisnosti o obliku presjeka bloka goriva [42]

Brzina izgaranja u_b najviše ovisi o tlaku p_b pri kojem se odvija izgaranje. Ova je ovisnost prikazana Saint-Robertovim zakonom [43]:

$$u_b = A \cdot p_b^\nu, \quad (2.7)$$

gdje je:

A = koeficijent koji ovisi o kemijskom sastavu baruta i konstantan je za jednu vrstu ili seriju goriva

ν = koeficijent, također konstantan je za jednu vrstu ili seriju goriva, uvijek pozitivan te jednak ili manji od 1.

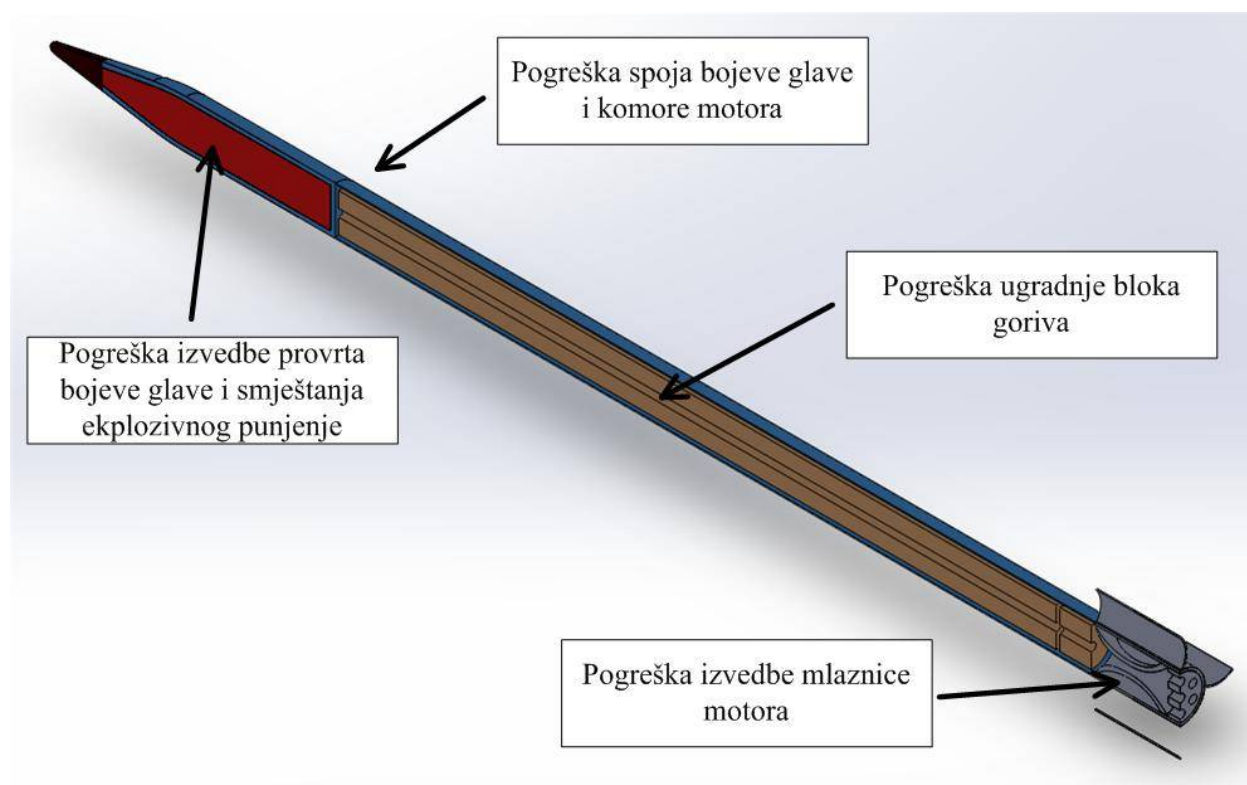
Kako se kod raketa ne razvijaju toliko visoki tlakovi (tipično 6-7 MPa, nasuprot 300 MPa u cijevima klasičnog topničkog i pješačkog naoružanja), onda se za potrebe ovoga rada usvaja pretpostavka o konstantnoj brzini izgaranja u_b .

2.2. Parametrizacija proizvodnih pogrešaka u CAD 3D modelu

Proizvodnja rakete izvodi se kroz više koraka te korištenjem različitih proizvodnih postupaka. Za potrebe rada bit će analizirano nekoliko tipičnih pogrešaka. Slične analize mogu se naći u literaturi [44], provedene korištenjem različitih metoda, no ne uz pristup kakav je predložen u ovome radu: da promatrane pogreške proizvodnje budu uvedene u CAD 3D model, čime CAD model postaje simulacija proizvodnog procesa.

Pogreške su tretirane kao nedeterminističke veličine, disperzirane prema pretpostavljenim parametrima i funkcijama distribucije gustoće vjerojatnosti. Na taj način ne samo da se mogu procijeniti glavni generatori nepreciznosti (kao npr. u [45] gdje se konstatira potreba za općim podizanjem kvalitete proizvodnje – ne ulazeći u razliku među pojedinim koracima) nego se mogu i točnije procijeniti granice dozvoljenih tolerancija.

Tijekom izrade rakete moguće se mnoge pogreške, no u okviru ovoga rada bit će odabrane četiri česte pogreške radi ilustracije predložene metode, kao što je prikazano na slici 2.7.



Slika 2.7. Proizvodne pogreške koje se razmatraju u sklopu rada

Pogreške prikazane na slici 2.7 na različite se načine odražavaju na let projektila: dok neke samo mijenjaju inercijske karakteristike projektila, druge mijenjaju još i aerodinamička svojstva projektila, unose asimetriju potisne sile itd.

Prije predstavljanja pojedinačnih pogrešaka, bit će najprije opisan novi koordinatni sustav koji se uvodi radi lakšeg simuliranja pogrešaka proizvodnje.

2.3. Geometrijski koordinatni sustav (G-KS)

Proizvodne pogreške uzrokuju dinamičku neuravnoteženost te se više ne poklapaju osi simetrije vanjske površine projektila s glavnim osima tromosti.

Inercijske karakteristike dane su u vezanom koordinatnom sustavu (eng. *frame*, F-KS) koji je vezan uz glavne osi tromosti projektila. Uslijed proizvodnih pogrešaka, od projektila do projektila mijenja se ishodište vezanog koordinatnog sustava (ishodište je vezano uz centar mase) te smjer njegovih osi.

Što se tiče geometrijskih karakteristika, uvodi se koordinatni sustav koji će biti vezan upravo uz osi simetrije vanjske površine. Kutovi nepodudaranja osi ovoga novog koordinatnog sustava u odnosu na F-KS ujedno su mjerilo utjecaja pogrešaka proizvodnje.

Novouvedeni koordinatni sustav naziva se geometrijski k.s. (skraćeno G-KS). Njegove osi su kolinearne s osima simetrije vanjske površine projektila, jednako usmjerene za idealni projektil kao i za nesavršeno proizvedene projekte. Os x_G se podudara s uzdužnom osi simetrije vanjske površine komore motora, dok su poprečne osi y_G i z_G vezane uz krilca.

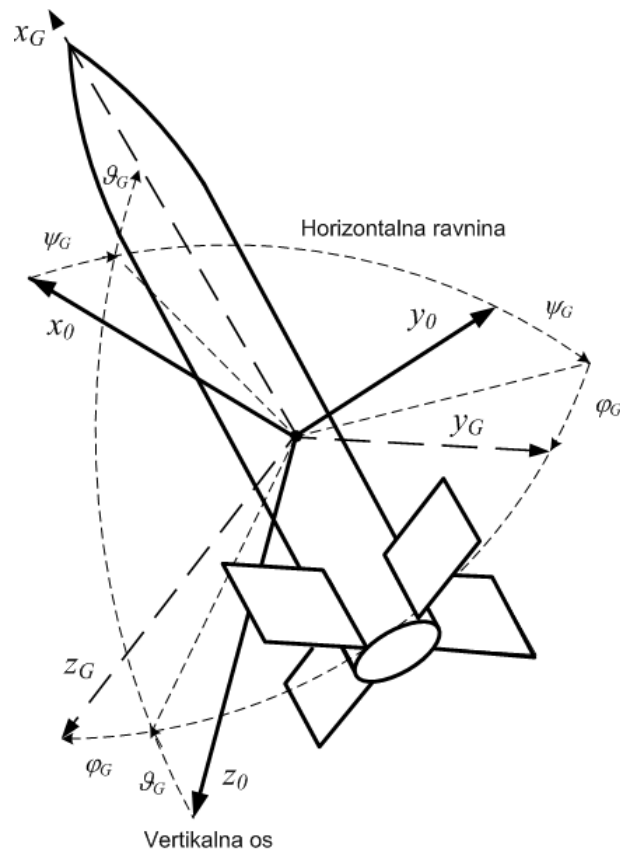
Ishodište G-KS je smješteno u centru mase i jedino njegov položaj varira od projektila do projektila. Ovaj koordinatni sustav prati sva translatorna i rotacijska gibanja projektila. Ovakve karakteristike nema niti jedan drugi koordinatni sustav [16] te uvođenje G-KS olakšava analizu.

Orijentacija geometrijskog koordinatnog sustava određena je u odnosu na nošeni koordinatni sustav (x_O, y_O, z_O) pomoću tri kuta (slika 2.8):

- ψ_G u horizontalnoj ravnini oko osi z_O ,
- ϑ_G u vertikalnoj ravnini oko horizontalne osi $\tilde{y}$,
- φ_G oko osi x_G .

Ovi su kutovi poznati kao DeSparreovi kutovi. Odgovarajuća matrica transformacije iz polaznog u G-KS slijedi kao rezultat triju sukcesivnih transformacija. Prva transformacija za kut

ψ_G oko osi z_0 ima matricu transformacije $L_z(\psi_G)$, ona se množi sa $L_y(\vartheta_G)$ te na kraju sa $L_x(\varphi_G)$. Sveukupna matrica transformacije ima oblik $L_{GO} = L_z(\psi_G)L_y(\vartheta_G)L_x(\varphi_G)$.



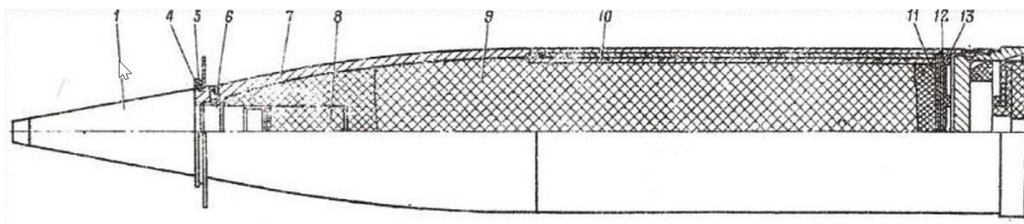
Slika 2.8. Geometrijski koordinatni sustav (G-KS)

Kod transformacije iz F-KS u G-KS matrica transformacije nastaje korištenjem samo dva kuta, budući da os z nije nužno u vertikalnoj ravnini kao kod nošenog k.s. Zbog toga što je vezan uz geometriju projektila, a ne uz njegove inercijske karakteristike, G-KS je posebno pogodan za praćenje leta projektila kod kojega postoji dinamička neuravnoteženost. Također je pogodan za analizu gibanja projektila promjenjive mase (uslijed izgaranja goriva). Aerodinamički koeficijenti su izravno primjenjivi u G-KS jer su i oni vezani uz vanjsku površinu projektila. Zbog svega navedenog, *6DOF model leta koji je korišten u ovom radu razvijen je u G-KS.*

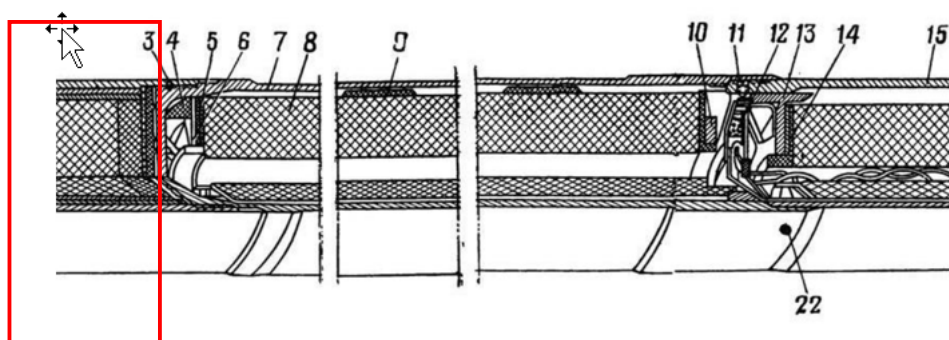
2.4. Pogreška spoja bojeve glave i komore motora

Tehnološka pozadina procesa

Na komori motora koja je za razmatranu raketu izvedena iz bešavne cijevi, naknadno se narezuje navoj preko kojega se onda na komoru učvršćuju bojeva glava. Shema spoja bojeve glave i komore motora vidljiv je na slikama 2.9 i 2.10.



Slika 2.9. Eksplozivna glava rakete s unutrašnjim navojem na dnu (pozicija 12) [40]



Slika 2.10. Komora motora s vanjskim navojem za spoj na bojevu glavu (pozicija 3) [40]

Kao i kod drugih opisanih proizvodnih postupaka i ovdje se u općem slučaju javljaju pogreške. Često se ovi problemi javljaju još i prije početka narezivanja navoja zbog pogrešaka u izratku na kojemu se treba izvesti navoj, pri čemu su osnovne moguće greške su loša kružnost/cilindričnost provrta, netočna dimenzija, prethodnom obradom očvršnuta površina te moguće neravnine i brazde nakon bušenja početnog provrta. Pogreške mogu nastati i zbog savijenosti jednog od dva dijela koji se spajaju (bojeve glave ili komore motora).

Kao posljedica neke od gore navedenih pogrešaka, javlja se nepodudaranje osi simetrije bojeve glave s osi komore motora (odnosno s osima geometrijskog koordinatnog sustava G-KS).

Na slici 2.11 prikazana je raketa 122 mm M-21-OF GRAD. Dobro je vidljiv spoj komore motora i bojeve glave.



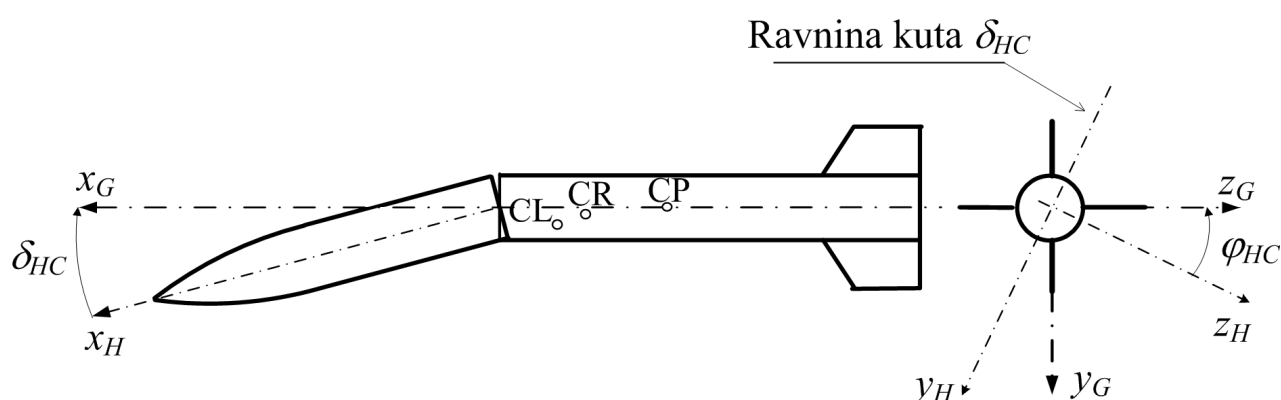
Slika 2.11. Raketa 122 mm M-21-OF GRAD, vidljiv spoj bojeve glave i komore motora

Parametrizacija pogreške u CAD 3D modelu

Pogreška spoja bojeve glave i komore motora simulira se preko:

- kuta pogreške δ_{HC} između osi simetrije vanjske površine bojeve glave x_H i osi simetrije komore motora x_G ; kut δ_{HC} leži se u tzv. ravni poremećaja $x_H - x_G \equiv x_H - y_H$
- kuta φ_{HC} koji daje radijalni zakret ravnine poremećaja u odnosu na referentnu ravninu $x_G - y_G$.

Pogreška izvedbe spoja bojeve glave i komore motora prikazana je na slici 2.12.



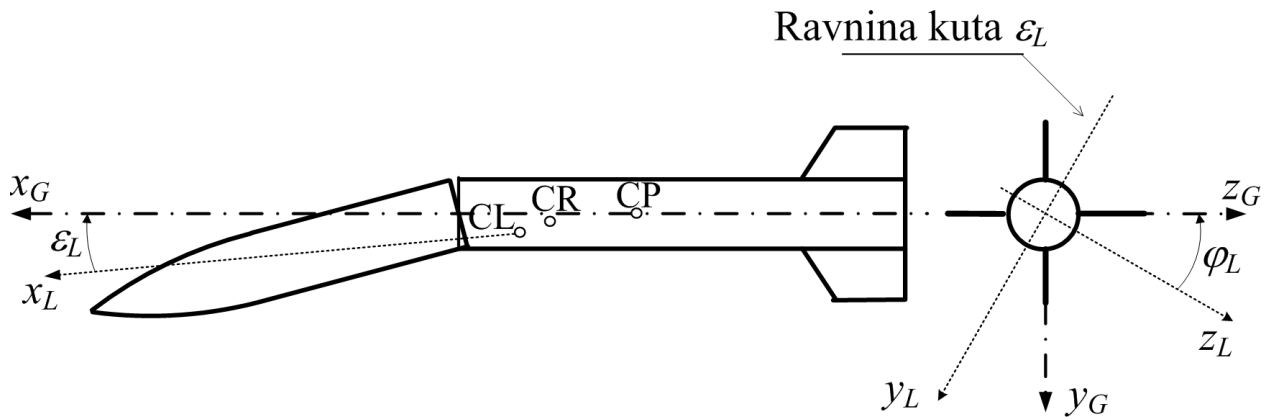
Slika 2.12. Nepodudaranje bojeve glave i komore motora

Os simetrije komore motora ujedno je i os geometrijskog koordinatnog sustava x_G . Oba kuta pogreške bojeve glave prema komori motora, δ_{HC} i φ_{HC} , su nedeterminističke varijable. Kut pogreške δ_{HC} kreće se unutar dozvoljenih granica, odnosno unutar definiranih tolerancija proizvodnje (ova se varijabla kasnije detaljno razmatra), dok je radijalni kut φ_{HC} uniformno disperziran oko osi x_G (vrijedi $0^\circ \leq \varphi_{HC} \leq 360^\circ$). Radi prikladnosti odabrano je da je os z_H okomita na ravninu poremećaja $x_H - x_G$, kao na slici 2.12.

Radi opisivanja ove proizvodne pogreške, uvode se još dva koordinatna sustava. Jedan je poznati vezani k.s. (F-KS), definiran tako da mu osi leže na pravcima glavnih osi projektila, dok je drugi tzv. koordinatni sustav letjelice (L-KS) čije x_L , y_L i z_L osi leže na pravcima glavnih osi komponente „letjelica“ i ima ishodište u središtu mase letjelice. Letjelica je jedna od dvije komponente rakete (druga je gorivo), kao što je ranije objašnjeno.

Na slici 2.12 je ishodište L-KS označeno sa CL, dok su CP i CR središte mase goriva odnosno cijele rakete. Vidi se da se ova tri središta mase ne podudaraju, na što je pri preračunavanju tenzora inercije iz jednog u drugi koordinatni sustav potrebno obratiti pažnju. Također je vidljivo da središta mase pojedinih komponenata ili čitave rakete ne mora ležati na osi x_G zbog asimetrične raspodjele mase.

Koordinatni sustavi F-KS i L-KS se podudaraju nakon što izgori cijelo gorivo. Također vrijedi da će se F-KS i G-KS podudarati samo ako je projektil proizveden savršeno, odnosno bez proizvodnih pogrešaka. Međutim u realnom slučaju uvijek se javljaju veća ili manja odstupanja od savršene rakete, ponovno u skladu s već citiranom tvrdnjom da je nesigurnost inherentna samoj proizvodnji te da je svaki deterministički model zapravo netočan [32]. Stoga će doći do nepodudaranja između L-KS i G-KS, kao što je prikazano na slici 2.13.

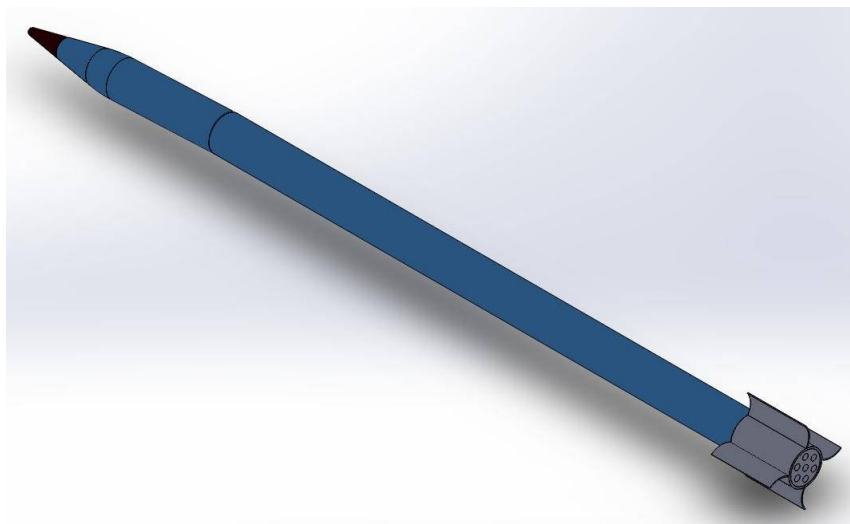


Slika 2.13. Nepodudaranje L-KS i G-KS uslijed proizvodnih pogrešaka

Nepodudaranje L-KS i G-KS koordinatnih sustava opisuje se, u skladu s ranije usvojenom notacijom, preko dva kuta:

- kuta ε_L između glavne osi tromosti letjelice x_L i osi geometrijske simetrije vanjske površine x_G ; kut ε_L leži u $x_L - y_L$ ravnini
- kuta φ_L koji daje radijalni zakret te ravnine u odnosu na referentnu ravninu $x_G - y_G$.

Kutovi koji opisuju pogreške proizvodnje (npr. δ_{HC} i φ_{HC} za pogrešku spoja bojeve glave i komore motora) stoje u funkcionalnoj korelaciji s kutovima zakreta glavnih osi tromosti prema osima geometrijske simetrije - no ne radi se o istim vrijednostima. Čak i ako je prisutna samo jedna pogreška, npr. δ_{HC} , u općem slučaju ne vrijedi $\delta_{HC} = \varepsilon_L$. Na slici 2.14 prikazan je primjer pogreške spoja bojeve glave i komore motora prikazan u CAD 3D modelu.



Slika 2.14. 3D model pogreške spoja bojeve glave i komore motora

U slučaju da istovremeno postoji više pogrešaka proizvodnje, uspostavljanje analitičke relacije između proizvodnih pogrešaka i rezultirajućih promjena inercijskih karakteristika postaje složen zadatak kojega osjetno olakšava korištenje CAD 3D modela. U realnom slučaju javlja se upravo ovakva situacija: projektil je izveden s više pogrešaka, od kojih svaka različitim intenzitetom i u različitom pravcu utječe na promjene inercijskih karakteristika. Tada svaka pogreška treba biti simulirana s odgovarajućim parom kutova δ i φ , nakon čega CAD 3D model daje inercijske karakteristike realne (a ne idealne) rakete.

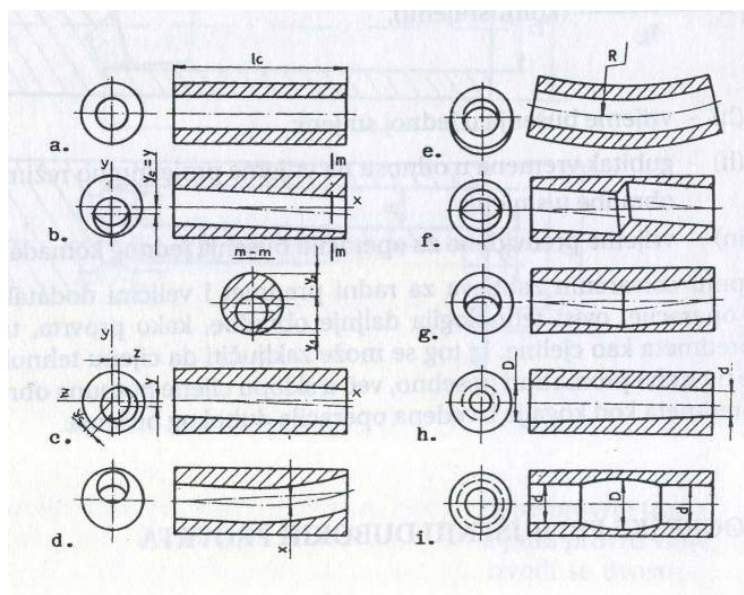
Pogrešno izveden spoj bojeve glave i komore motora uzrokuje i diskontinuitet vanjske površine rakete. Stoga se javljaju promjene u aerodinamičkim karakteristikama rakete. Potrebno je obratiti pažnju na dodatni inducirani otpor te na normalnu silu koja stvara moment oko centra mase. Ovaj se problem detaljno obrađuje u kasnijim poglavljima.

2.5. Pogreška izrade bojeve glave

Tehnološka pozadina procesa

Košuljica bojeve glave proizvodi se kovanjem u metal, a koji se pod pritiskom malja preše deformira i ispunjava unaprijed profilirani prostor izrađen u ukovnju. Kovanje u ukovnjima prikladno je za velikoserijsku proizvodnju i takvim se postupkom načelno mogu postići točne dimenzije i oblici otkivka. Ipak, kod kovanja u otvorenim ukovnjima, osobito ako se radi o kovanju u toplom stanju, potrebne su dodatne obrade [46]. Kod proizvodnje košuljice granate ili bojeve glave rakete, kovanje je nezamjenjivo kao tehnološki postupak s obzirom na dobre mehaničke karakteristike odnosno visoku otpornost na tlačna i vlačna naprezanja, udarna opterećenja te izrazito visoke temperature i tlakove koji prate proces. Postizanje tako dobrih mehaničkih svojstava uz istovremeno prihvatljive troškove izrade ne nudi niti jedan drugi tehnološki postupak [47].

Kako je površina otkivaka vrlo gruba, a što bi nakon ispaljenja povećavalo aerodinamički otpor, potrebno ju je dodatno obraditi. Obraduje se vanjska površina, za razliku od unutrašnje koju veliki dio proizvođača ostavlja takvom kakva je, ili je obrađuje s vrlo grubim tolerancijama. Na slici 2.15 prikazane su tipične pogreške otkivka, od kojih mnoge ostaju čak i nakon obrade vanjske i unutrašnje površine.



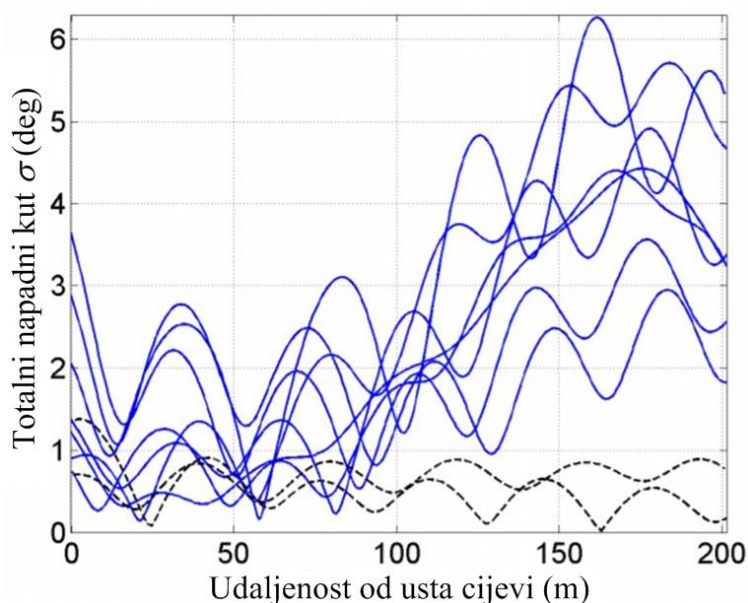
Slika 2.15. Pogreške pri obradi unutrašnjih površina otkivaka [44]

Pogreške na slici 2.15 su sljedeće: a. nepravilno izbušen, proširen ili općenito obrađen provrt; b. odstupanje osi provrta u vertikalnoj ravnini; c. odstupanje u općenito položenoj ravnini; d. zakrivljeni provrt; e. krivljenje obrađivanog komada; f. odstupanje pri dvostranom

bušenju ili obradi; g. prijelom pri dvostranom bušenju ili obradi; h. koničnost provrta; i. proširenje provrta [44]

U ovom će radu posebno biti ispitan utjecaj nepodudaranja osi simetrije provrta u odnosu na uzdužnu os simetrije bojeve glave (slika 2.15c). Ovakve pogreške su uglavnom ograničene na male vrijednosti, no posljedice mogu biti nezanemarive te određeni postotak takvih proizvoda mora biti odbačen tijekom kontrole kvalitete [48]. Kriteriji za odbacivanje mogu biti pogrešno određeni, osobito ako se preskoči potpuna analiza kakva je predložena u ovom radu.

Zbog pogreške istaknute na slici 2.15c, javlja se dinamička neuravnoteženost koja uzrokuje nepredvidivo ponašanje projektila i povećava opasnost od promašaja. Jedan ekstreman primjer prikazan je u [17] gdje je na 155 mm projektil dodana masa od 4 kg, asimetrično pričvršćena unutar košuljice granate. Uslijed ovakvog izrazitog narušavanje masene uravnoteženosti, projektil gubi stabilnosti, kao što je pokazano na slici 2.16 (pune linije pokazuju totalni napadni kut dinamički neuravnoteženog projektila). Vidi se sve veće povećanje napadnog kuta, umjesto stabilizacije koja se očekuje kod stabilnoga projektila.



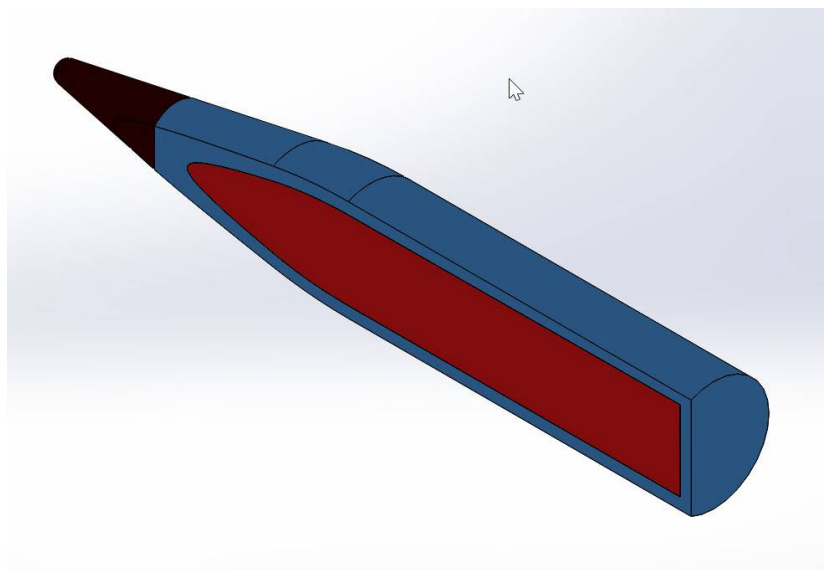
Slika 2.16. Posljedica dinamičke neuravnoteženosti projektila; pune linije prikazuju slučaj kada se ne prigušuju početne amplitude napadnoga kuta [17]

Poremećaji koji se nameću projektilu u sklopu ovoga rada nisu toliko drastični da bi uzrokovali gubitak stabilnosti. S druge strane, čak i mali poremećaji mogu uzrokovati veliku disperziju putanja i padnih točaka projektila, osobito na većim daljinama gađanja [49].

Bojeva glava rakete koja će biti analizirana relativno je velike težine od 18,4 kg. Samo eksplozivno punjenje teži 6,5 kg tzv. TGAF-5 smjese (40% TNT, 40% RDX/heksogen, 17% aluminij u prahu i 3% flegmatizator).

Novije verzije punjene su jačom A-IX-2 smjesom (73% RDX, 23% aluminijski prah i 4% voštani flegmatizator) s visokim faktorom relativne učinkovitosti $RE = 1,54$ [50].

Na slici 2.17 prikazan je presjek bojeve glave. Vidljivi su upaljač, košuljica bojeve glave i eksplozivno punjenje.

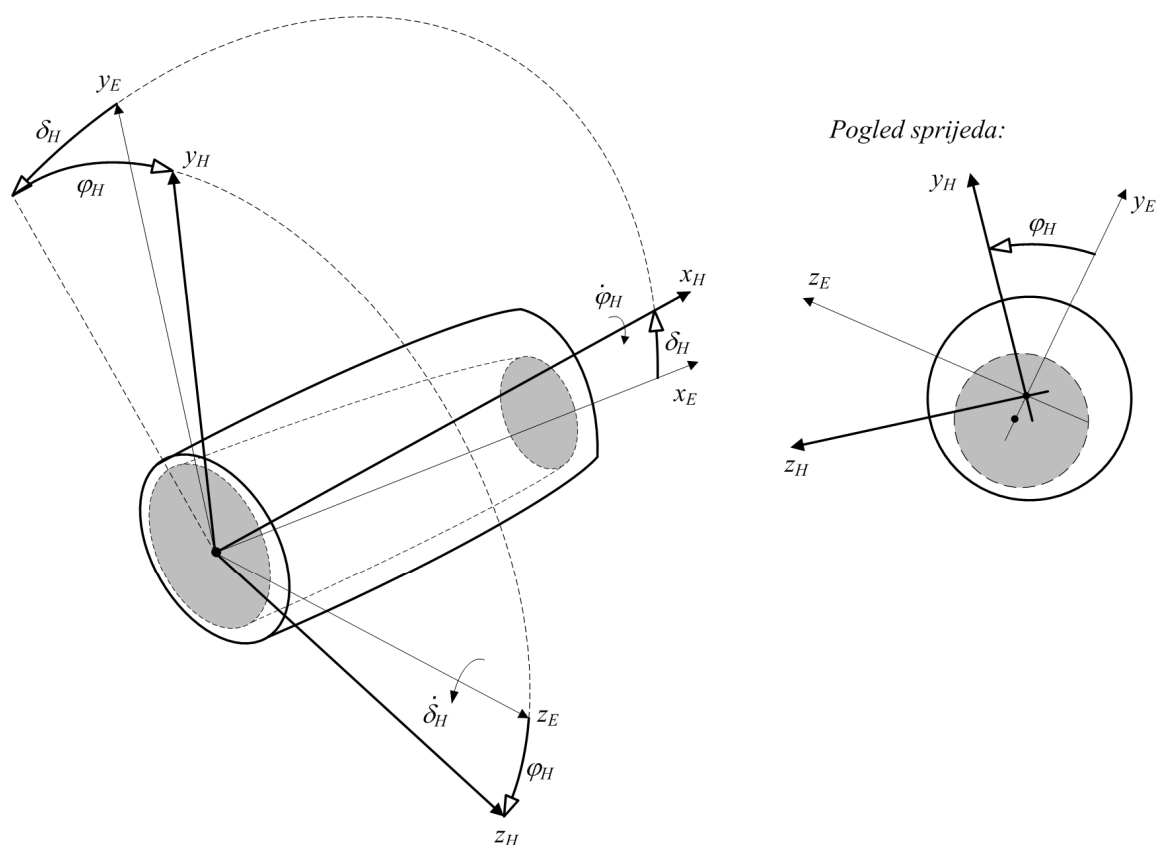


Slika 2.17. CAD 3D model bojeve glave

Parametrizacija pogreške u CAD 3D modelu

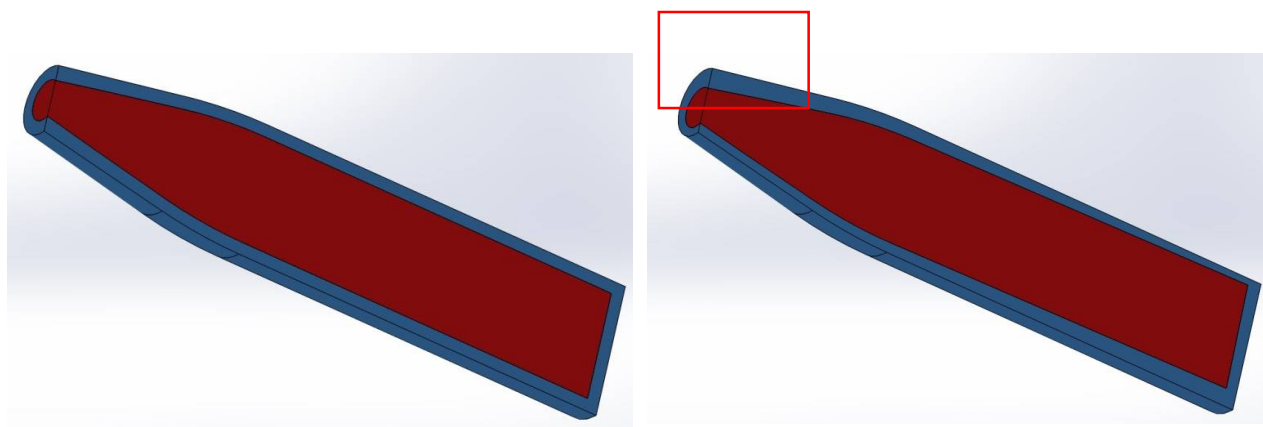
Pogreška se opisuje preko kuta pogreške δ_H između dviju osi simetrije, osi x_E vezane uz provrt i x_H vezane uz vanjsku površinu te preko kuta φ_H koji daje položaj te ravnine prema $x_H - y_H$ ravnini.

Kutovi δ_H i φ_H prikazani su na slici 2.18.



Slika 2.18. Nepodudaranje osi simetrije provrta i vanjske površine bojeve glave

Preko kutova δ_H i φ_H simulirana je pogreška kovanja i naknadne obrade bojeve glave i u CAD 3D modelu. Na slici 2.19 prikazan je presjek bojeve glave za slučaj kada ne postoji proizvodna pogreška ($\delta_H = 0^\circ$, gornji dio slike) i slučaj kada pogreška postoji ($\delta_H = 1^\circ$, donji dio slike).



Slika 2.19. Presjek bojeve glave za slučaj bojeve glave izvedene idealno (lijevo) i s pogreškom (desno); istaknuto zadebljanje košuljice

Matrica transformacije iz koordinatnog sustava vezanog za unutrašnju površinu (indeks E) u koordinatni sustav vezan za vanjsku površinu bojeve glave (indeks H) slijedi iz izraza:

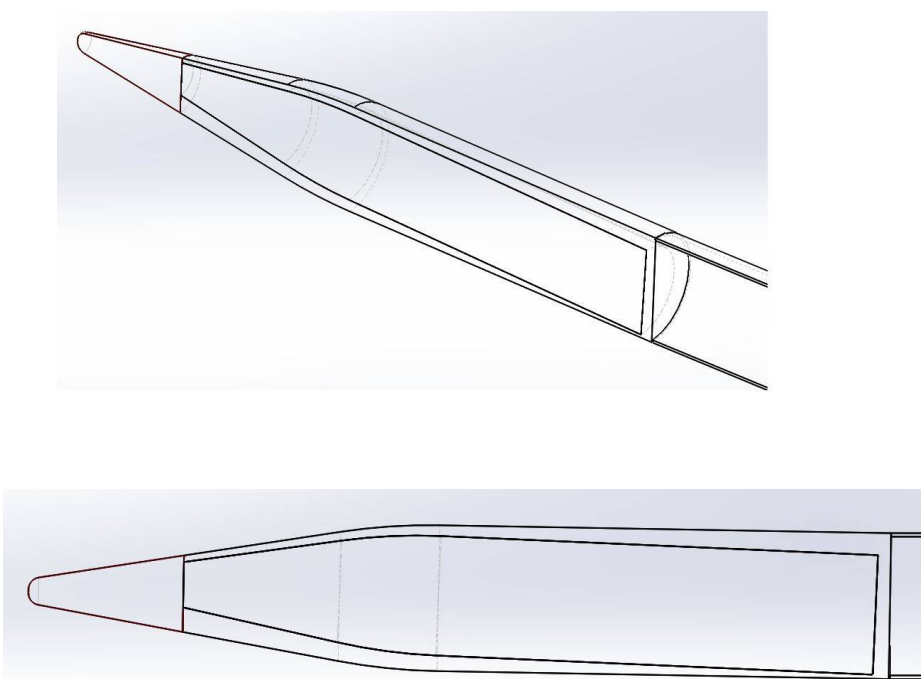
$$\mathbf{L}_{HE} = \mathbf{L}_x(\varphi_H) \cdot \mathbf{L}_z(\delta_H) = \begin{bmatrix} \cos(\delta_H) & \sin(\delta_H) & 0 \\ -\cos(\varphi_H)\sin(\delta_H) & \cos(\varphi_H)\cos(\delta_H) & \sin(\varphi_H) \\ \sin(\varphi_H)\sin(\delta_H) & -\sin(\varphi_H)\cos(\delta_H) & \cos(\varphi_H) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Što se tiče kuta δ_H , on se rasipa prema najpodesnijoj distribuciji vjerojatnosti, a što se detaljno komentira u Poglavlju 7. Na temelju iskustva može se reći da parametri disperzije ovise:

- o realnim mogućnostima proizvodnog procesa, pri čemu napredniji proizvodni procesi daju manju pogrešku
- o zahtjevima postavljenima proizvođaču, a koji mogu biti usmjereni ili na što višu kvalitetu izrade ili na što nižu cijenu konačnog proizvoda.

Kut δ_H se rasipa osnosimetrično u odnosu na os x_H . Njegova se disperzija simulira prema nekoj od prikladnih funkcija distribucije vjerojatnosti. Pokazano je u ranijim istraživanjima kako disperziju δ_H u ravnini poremećaja vrlo dobro prikazuje normalna distribucija vjerojatnosti.

Na slici 2.20 prikazana je naglašena pogreška izvedbe provrta, izvučena iz CAD modela: os simetrije unutrašnje površine x_E zakrenuta je za $1,5^\circ$ u odnosu na os simetrije vanjske površine x_H . U praksi će te vrijednosti ipak biti nešto manje.

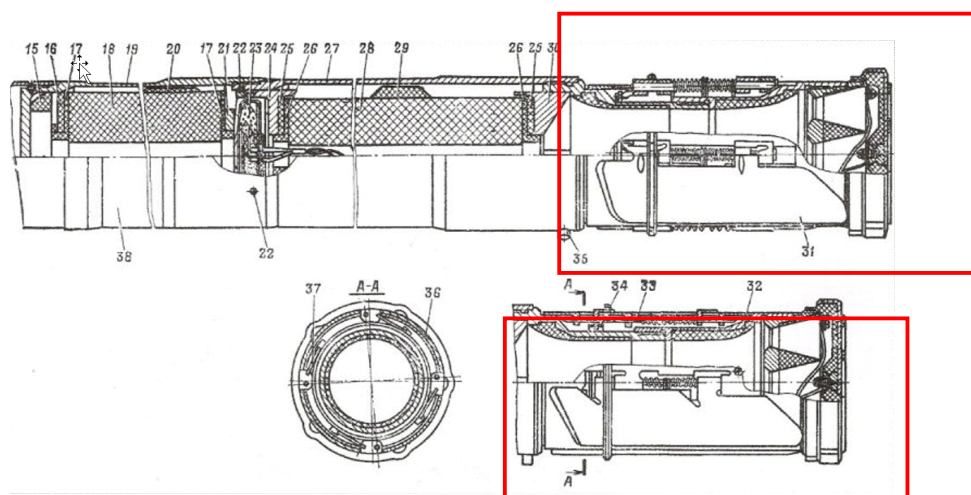


Slika 2.20. Presjek bojeve glave s naglašenom pogreškom provrta

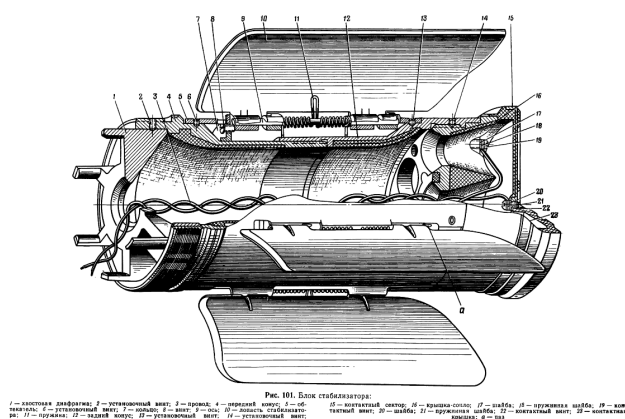
2.6. Pogreška izvedbe mlaznice

Tehnološka pozadina procesa

U raketama se mlaznice obično izvode ili lijevanjem, u jednom komadu zajedno s kućištem mlaznice, ili kao poseban dio koji se onda ugrađuje u kućište. Kod promatrane rakete radi se o ovom drugom slučaju. Presjek mlaznice je prikazan na slikama 2.21 i 2.22.



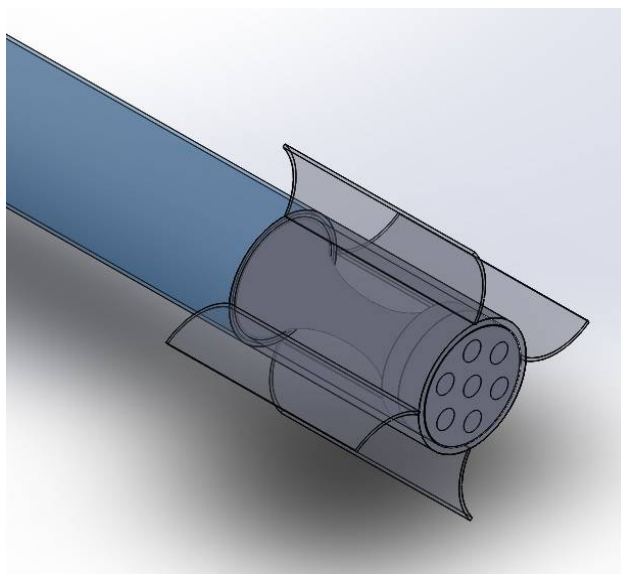
Slika 2.21. Presjek stražnjeg dijela rakete s mlaznicom rakete (istaknuti detalji) [40]



Slika 2.22. Presjek stražnjeg dijela rakete s mlaznicom; krilca otklopljena [40]

Pogreške u izvedbi mlaznice imaju dva efekta: unošenje asimetrije u raspodjelu mase te činjenicu da potisna sila više nije na osi simetrije rakete. Osobito je ovaj drugi efekt nepovoljan, do te mjere da postaje glavni uzrok disperzije padnih točaka [51]. Poprečna komponenta potisne sile uzrokuje moment oko središta mase, čime projektil gubi sposobnost da prati liniju gađanja [52]. Opasno je već i malo odstupanje vektora potiska u odnosu na os simetrije rakete. Da se smanji utjecaj ove pogreške, rakete se izvode tako da rotiraju oko uzdužne osi (nameće se spreg

sila zakretanjem stabilizacijskih krilaca ili zakretanjem mlaznica), no svejedno se ne uspijeva kompenzirati pogrešku u cijelosti.



Slika 2.23. Pojednostavljeni CAD 3D model mlaznice rakete

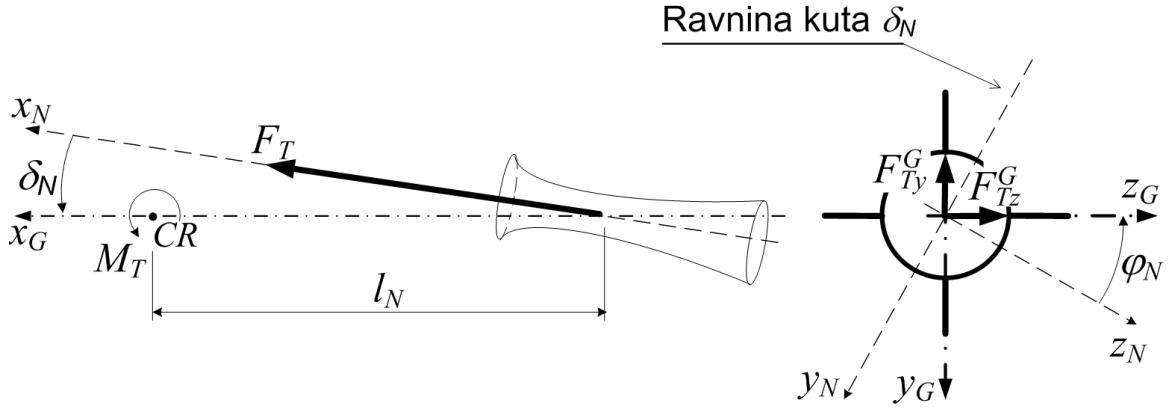
Na slici 2.23 vidi se da je CAD 3D model mlaznice pojednostavljen u odnosu na originalne nacрте. Detaljnije modeliranje rakete je moguće, no nije ključno za rješavanje zadanog problema. Prikazani dio (kao i cijela raketa) modelirani su tako da glavne geometrijske i inercijske značajke CAD 3D modela odgovaraju karakteristikama stvarne rakete.

Parametrizacija pogreške u CAD 3D modelu

Do asimetrije potisne sile može doći iz čitavog niza razloga, na primjer zbog nesimetričnog izgaranja goriva, korozije mlaznice uslijed neadekvatnog skladištenja i slično. Međutim, od interesa za ovaj rad je posebice točnost izrade mlaznice. Svi drugi potencijalni uzroci asimetrije mlaza isključuju se te se u okviru rada smatra da do asimetrije potisne sile dolazi isključivo zbog pogreške izvedbe mlaznice. Stoga su u okviru ovoga rada su termini pogreška izvedbe mlaznice i asimetrija potisne sile sinonimi.

Asimetrija potisne sile kao dominantni uzročnik disperzije putanja projektila poznata je već od ranije [53]. S obzirom na veliku osjetljivost putanje projektila o pravcu potisne sile, bilo kakve pogreške izvedbe mlaznice moraju biti svedene na minimum.

Radi lakšeg opisa asimetrije potisne sile, uvodi se novi pomoćni koordinatni sustav nazvan koordinatni sustav mlaznice (N-KS). Njegova je os x_N poravnata sa uzdužnom osi simetrije mlaznice (koja je rotacijski simetrična pa je to ujedno i njezina glavna os inercije). Pogreška se opisuje preko kutova δ_N i φ_N , kao što je prikazano na slici 2.24.



Slika 2.24. Pogreška izvedbe mlaznice

Detaljnije se kutovi pogreške opisuju u Poglavlju 7. Ishodište N-KS je u središtu mlaznice, s koordinatama $\rho_N^G = [\ell_N \ 0 \ 0]^T$ (koordinate dane u G-KS). Vektor potisne sile $\vec{F}_T$ leži na osi x_N , što znači da u N-KS potisna sila ima samo komponentu duž ove osi, ali zato u G-KS postoje komponente potisne sile duž poprečnih osi. Kutovi transformacije između G-KS i N-KS su δ_N (kut u ravni pogreške mlaznice $x_G - x_N$) i φ_N (radijalni kut koji opisuje zakret ove ravnine u odnosu na referentnu ravninu $x_G - y_G$). Matrica transformacije između ova dva k.s. je

$$\mathbf{L}_{GN} = \mathbf{L}_x(\varphi_N) \mathbf{L}_z(\delta_N). \quad (2.9)$$

Kao što se vidi na slici 2.24, potisna sila ne leži na osi simetrije rakete x_G nego se u općem slučaju javljaju i njene poprečne komponente po osima y_G i z_G . Za uvođenje u 6DOF model leta je potrebno potisnu silu $\vec{F}_T$ i njezin moment $\vec{M}_T$ izraziti upravo u G-KS te slijedi:

$$\mathbf{F}_T^G = \begin{bmatrix} F_{Tx}^G \\ F_{Ty}^G \\ F_{Tz}^G \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{GN} \begin{bmatrix} F_T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_T \cos \delta_N \\ -F_T \sin \delta_N \cos \varphi_N \\ F_T \sin \delta_N \sin \varphi_N \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

za silu u G-KS, odnosno za moment potisne sile u G-KS:

$$\mathbf{M}_T^G = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{Tz}^G \cdot \ell_N \\ F_{Ty}^G \cdot \ell_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_T \sin \delta_N \sin \varphi_N \cdot \ell_N \\ -F_T \sin \delta_N \cos \varphi_N \cdot \ell_N \end{bmatrix}, \quad (2.11)$$

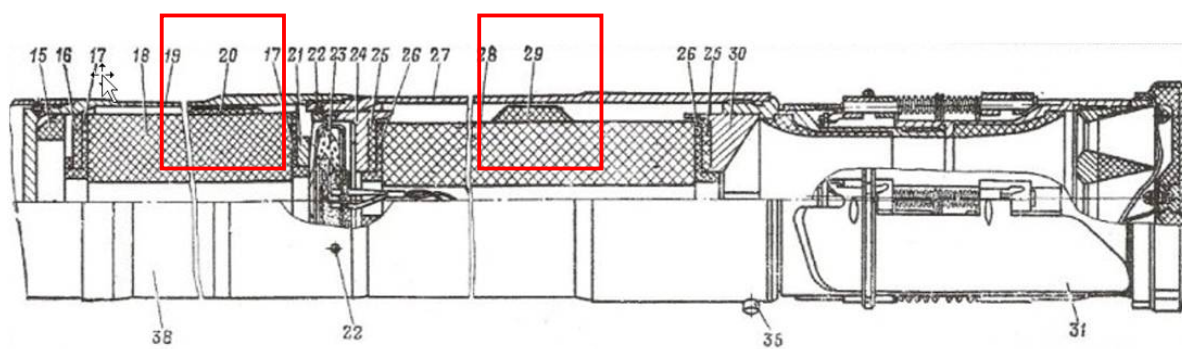
gdje je F_T intenzitet potisne sile, varijabilan tijekom aktivne faze leta projektila.

2.7. Pogreška ugradnje bloka goriva u komoru motora

Tehnološka pozadina procesa

Komora motora je bešavna cijev u koju se naknadno umeće blok goriva rakete. Kod proizvodnje bešavnih cijevi moguća je pojava različitih pogrešaka: odstupanja od kružnosti, uključevine ili nanese ljuske, pukotine zbog unutrašnjih naprezanja i druge, no one u okviru ovog rada neće biti razmatrane nego se smatra da je komora motora savršeno izvedena. Razmatra se samo pogreška pri umetanju bloka goriva u komoru.

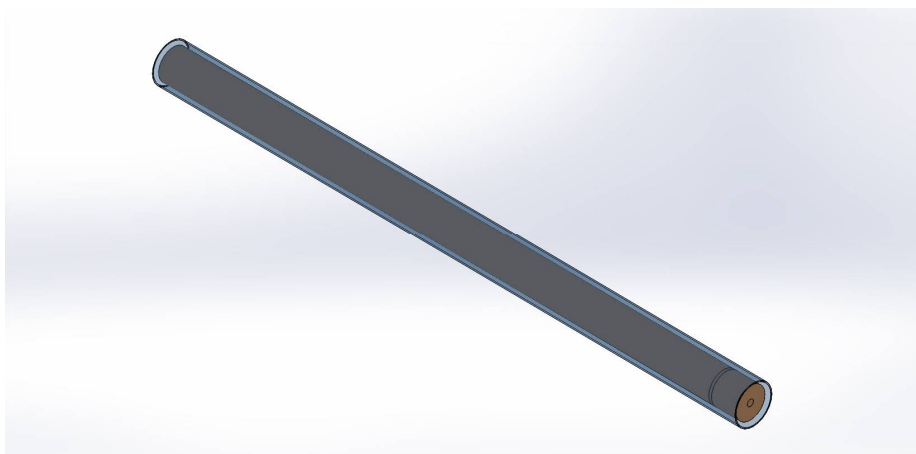
Pri pojavi već i vrlo male zračnosti između goriva i komore motora, u općem slučaju javlja se nepodudaranje osi simetrije ova dva dijela rakete. Iako je ova pogreška u praksi ograničena na vrlo male vrijednosti, analize pokazuju da utjecaj na disperziju putanja svejedno može biti značajan. Ovo je očekivan rezultat budući da je gorivo među najtežim dijelovima rakete (na njegovu masu otpada gotovo 30% ukupne mase rakete).



Slika 2.25. Presjek komore motora rakete s graničnicima za centriranje (poz. 20 i 29) [40]

Na slici 2.25 vide se graničnici koje do određene mjere centriraju i fiksiraju gorivo u komori, no nisu garancija savršenog smještaja. Osobito to vrijedi za sustav kao kod rakete GRAD, kod koje izgaranje teče i s unutrašnje i s vanjske strane bloka goriva. Kod izgaranja samo po unutrašnjoj površini goriva, moguće je da uslijed rotacijskih sila ili loma graničnika dođe do pomicanja goriva unutar komore motora, odnosno nepodudaranje osi simetrije ova dva dijela konstrukcije.

Određena zračnost mora biti prisutna radi lakšeg umetanja bloka goriva u komoru motora. Kod rakete M-21OF ostavlja se zračnost 5 - 10 mm. Na slici 2.26 prikazan je CAD model goriva u komori motora.



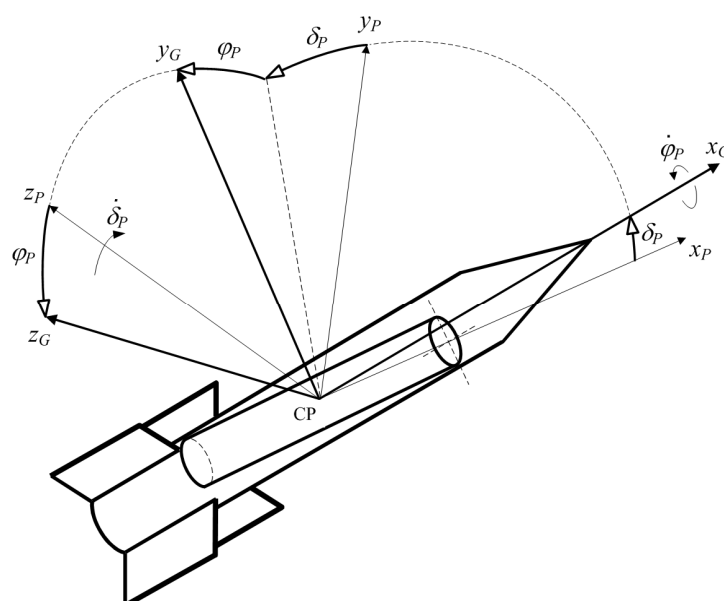
Slika 2.26. CAD 3D model goriva i komore motora

U slučaju oštećenja ili pogrešne izvedbe moguće su i veće vrijednosti zakreta bloka goriva, što uzrokuje opasnu dinamičku neuravnoteženost rakete.

Parametrizacija pogreške u CAD 3D modelu

Parametrizira se zakret bloka goriva oko središta mase goriva (označen sa CP na slici). Ovisno o veličini kutova pogreške goriva, mijenjaju se komponente tenzora tromosti u G-KS. S obzirom da se zakret simulira oko CP, onda ta točka ostaje fiksna u odnosu na tijelo rakete te se u prvoj iteraciji može pretpostaviti da je CP na osi simetrije x_G .

Kutovi δ_p i φ_p prikazani su na slici 2.27.

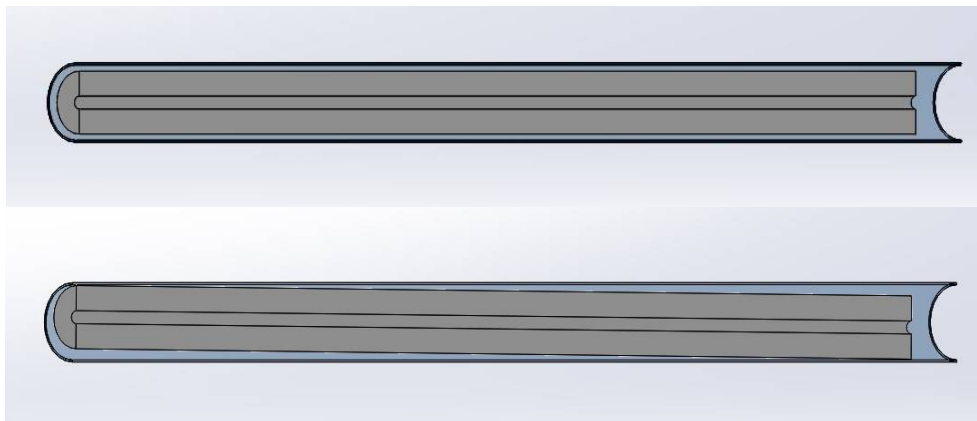


Slika 2.27. Nepodudaranje osi simetrije goriva s osima G-KS

Pogreška umetanja bloka goriva u komoru motora simulirana u CAD 3D modelu preko dva kuta:

- kuta δ_p između osi simetrije komore x_G i osi simetrije goriva x_p , u ravnini $x_p - x_G$
- kuta φ_p koji daje radijalni zakret te ravnine u odnosu na referentnu ravninu $x_G - y_G$.

Na slici 2.28 prikazan je presjek bojeve glave za slučaj $\delta_p = 0^\circ$ (nema poremećaja, prikazano gore) i za slučaj $\delta_p = 1^\circ$ (postoji poremećaj). U oba je slučaja radijalni kut $\varphi_p = 0^\circ$.



Slika 2.28. Ugradnja bloka goriva bez pogreške (gore) i s pogreškom δ_p (dolje)

2.8. Zaključci poglavlja

1. Razvijen je CAD 3D model rakete, čije inercijske i geometrijske karakteristike odgovaraju karakteristikama stvarne rakete.
2. Parametriziraju se četiri pogreške proizvodnje (pogreška izvedbe bojeve glave, spoja bojeve glave i komore motora, ugradnje goriva u komoru motora te izvedbe mlaznice).
3. Svaka proizvodna pogreška parametrizirana je s dva kuta, pri čemu kut δ_i daje zakret osi geometrijske simetrije dva susjedna dijela rakete, dok kut φ_i daje položaj ravnine u kojoj se pojedina pogreška pojavljuje.
4. U CAD 3D model uvode se proizvodne pogreške te CAD software daje izmijenjene inercijske i geometrijske karakteristike pojedinog dijela ili čitave rakete (položaj središta mase, tenzor tromosti, položaj glavnih osi).
5. Izmijenjene geometrijske i inercijske karakteristike postaju ulazni parametri za 6DOF model leta rakete, a što se detaljno opisuje u nastavku rada.
6. U nastavku rada dokazuje se da dinamička neuravnoteženost (iskazana promjenom karakteristika koje daje CAD 3D model) osjetno utječe na položaj padne točke projektila.

3. PRILAGOĐENI 6DOF MODEL LETA PROJEKTILA

3.1. Osnovne diferencijalne jednačbe 6DOF modela

Za potrebe opisivanja leta projektila odabran je model sa šest stupnjeva slobode gibanja, u literaturi [1],[22] referenciran kao 6DOF model. Ovaj model u potpunosti opisuje gibanje centra mase i oko centra mase. Manje složen, ali i manje precizan MPMM model (model sa četiri stupnja slobode gibanja) nije primjenjiv za sve klase projektila, a osobito se neprikladnim pokazao za modeliranje leta reaktivnih projektila tijekom aktivne faze leta [54].

Pri razvijanju modela leta projektila sa šest stupnjeva slobode gibanja (dalje u tekstu: 6DOF), u literaturi se u najvećem broju slučajeva uvodi pretpostavka o osnosimetričnosti projektila [55], što znači da posjeduju jednake poprečne momente tromosti $I_y = I_z$ dok su produkti tromosti jednaki nuli ($I_{xy} = I_{yz} = I_{zx} = 0$). Međutim u ovom radu, gdje je fokus upravo na dinamički neuravnoteženim projektilima, ova pretpostavka neće vrijediti.

Gore spomenuti modeli 6DOF, a koji podrazumijevaju geometrijsku i masenu osnosimetričnost projektila, bit će u nastavku teksta referencirani kao „klasični 6DOF“. Oni se uglavnom razvijaju u vezanom koordinatnom sustavu (F-KS) ili u njenoj nerotirajućoj inačici, aerobalističkom koordinatnom sustavu (B-KS) [56]. Međutim niti jedan od ovih koordinatnih sustava nije pogodan za deskripciju leta asimetričnog projektila te se stoga razvija nova inačica 6DOF modela leta i to u već ranije predstavljenom geometrijskom koordinatnom sustavu (G-KS). Da se naglasi razlika prema klasičnom 6DOF-u, ovaj će model biti nazvan G6DOF.

Na sustav se primjenjuje princip solidifikacije (očvršćivanja). Za trenutak t sustav svih materijalnih čestica unutar kontrolne površine se očvrstne, te sustav postaje kruto tijelo. Solidifikacija omogućuje primjenu temeljnih izraza klasične mehanike koji vrijede za tijela nepromjenjive mase. Premda se masa, momenti tromosti i položaj središta mase zapravo mijenjaju tijekom leta, solidifikacijom se poništava relativno gibanje čestica tekućina i plina u odnosu na tijelo te su navedene veličine konstantne za trenutak t . Uz stvarne vanjske sile i momente potrebno je dodatno uvesti još i reaktivne sile i momente.

Polazne jednačbe G6DOF modela slijede iz:

1. modificiranog Newtonovog zakona za tijela promjenljive mase m , prema kojem je derivacija brzine leta $\mathbf{V}_K^G$ jednaka vektorskom zbroju aerodinamičke sile $\mathbf{F}_A^G$, potisne ili reaktivne sile

$\mathbf{F}_T^G$ te sile gravitacije $m\mathbf{g}^G$. Zbog principa solidifikacije se ne derivira masa. Sve sile su izražene u G-KS. S obzirom da promatramo derivaciju u relativnom koordinatnom sustavu G-KS, a koji je vezan za raketu, dodajemo i Coriolisovu inercijalnu silu $m\mathbf{a}_{cor}^G$:

$$m(\dot{\mathbf{V}}_K^G + \tilde{\boldsymbol{\Omega}}_G \cdot \mathbf{V}_K^G) = \mathbf{F}_A^G + \mathbf{F}_T^G + \mathbf{L}_{GO} m\mathbf{g}^O - m\mathbf{a}_{cor}^G. \quad (3.1)$$

2. derivacije kinetičkog momenta tijela promjenljive mase, a koja je jednaka zbroju momenta aerodinamičke sile $\mathbf{M}_A^G$ i momenta potisne sile $\mathbf{M}_T^G$:

$$\dot{\mathbf{H}}^G + \tilde{\boldsymbol{\Omega}}_G \cdot \mathbf{H}^G = \mathbf{M}_A^G + \mathbf{M}_T^G, \quad (3.2)$$

gdje je kinetički moment $\mathbf{H}^G$ jednak produktu tenzora tromosti za G-KS (tražimo komponente kinetičkog momenta u tom koordinatnom sustavu) i kutne brzine rakete koja je jednaka kutnoj brzini G-KS: $\mathbf{H}^G = \mathbf{I}^G \boldsymbol{\Omega}_G^G$. $\dot{\mathbf{H}}^G$ je derivacija komponenti vektora kinetičkog momenta

3. matrične forme kinetičke jednakosti, a koja povezuje stav projektila $\mathbf{s}^G = [\varphi_G \ \vartheta_G \ \psi_G]^T$ i kutnu brzinu G-KS $\boldsymbol{\Omega}_G^G = [p \ q \ r]^T$:

$$\dot{\mathbf{s}}^G = \mathbf{R}^{-1}(\varphi, \vartheta) \cdot (\boldsymbol{\Omega}_G^G - \boldsymbol{\Omega}_O^G), \quad (3.3)$$

gdje je $\boldsymbol{\Omega}_O^G$ matrica kutne brzine nošenog k.s., a $\mathbf{R}$ je definirana kao

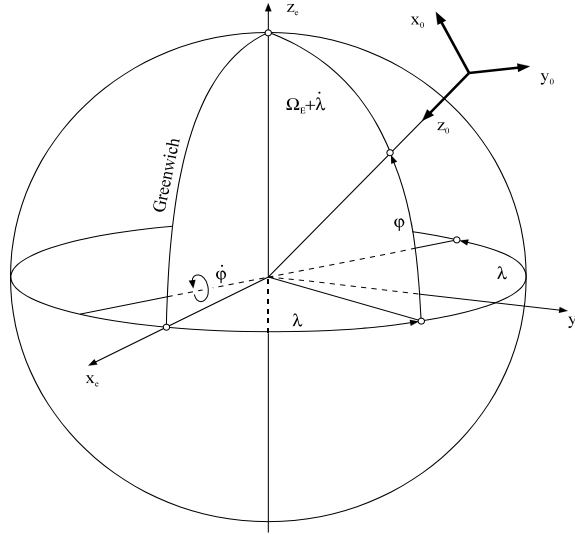
$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \vartheta_G \\ 0 & \cos \varphi_G & \sin \varphi_G \cos \vartheta_G \\ 0 & -\sin \varphi_G & \cos \varphi_G \cos \vartheta_G \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

4. veze brzina i derivacija koordinata u geocentričnom koordinatnom sustavu (E-KS):

$$\begin{aligned} V_{Kx}^O &= \dot{\varphi}_E (R_E + h) \\ V_{Ky}^O &= (\dot{\lambda} + \Omega_E) \cdot (R_E + h) \cos \varphi_E \\ V_{Kz}^O &= -\dot{h}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

gdje je h nadmorska visina, R_E radijus Zemlje a Ω_E je njena kutna brzina; φ_E i λ su geografska širina odnosno geografska duljina. Na Slici 3.1 prikazana je veza

između nošenog k.s. i koordinata u geocentričnom k.s.



Slika 3.1. Nošeni koordinatni sustav i krivolinijske koordinate [52],[53]

gdje je kutna brzina nošenoga koordinatnog sustava

$$\vec{\Omega}_O = \vec{\Omega}_E + \vec{\dot{\lambda}} + \vec{\dot{\phi}}_E, \quad (3.6)$$

ili u matričnom obliku

$$\mathbf{\Omega}_O^G = \mathbf{\Omega}_E^G + \mathbf{L}_{GE} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} + \mathbf{L}_{GO} \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\phi}_E \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{\Omega}_E^G + \mathbf{L}_{GO} \left(\mathbf{L}_{OE} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{\phi}_E \\ 0 \end{bmatrix} \right), \quad (3.7)$$

gdje se ranije navedene matrice transformacije računaju prema izrazima:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{OE} &= \mathbf{L}_y(-\varphi_E - \pi/2) \mathbf{L}_z(\lambda) \\ \mathbf{L}_{GO} &= \mathbf{L}_x(\varphi_G) \mathbf{L}_y(\vartheta_G) \mathbf{L}_z(\psi_G) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Kako bi bilo moguće definirati gibanje projektila velikog dometa, u modelu se koriste krivolinijske koordinate.

Položaj središta mase projektila definiran je geografskom duljinom λ , geografskom širinom φ_E i nadmorskom visinom h – nabrojane tri veličine su ujedno komponente vektora stanja (3.10) a njihove se derivacije pojavljuju u prve tri postavljene diferencijalne jednadžbe (3.11). No u određenim je situacijama položaj projektila moguće prikazati i krivolinijskim koordinatama:

- x duž zemljopisne dužine

- y predstavlja visinu
- z duž zemljopisne širine.

Veza između krivolinijskih i geocentričnih koordinata slijedi iz izraza:

$$\begin{aligned} x &= (R_E + h)(\varphi_E - \varphi_{0E}) \\ y &= h \\ z &= (R_E + h)\cos\varphi_E \cdot (\lambda - \lambda_0) \end{aligned} \quad , \quad (3.9)$$

gdje su λ_0 i φ_{0E} geocentrične koordinate ishodišta lokalnog koordinatnog sustava dok su λ , φ_E i h koordinate središta mase projektila.

Primjenom gore navedenog sustava polaznih jednadžbi dobiva se vektor stanja sa sljedećim nepoznicama, odnosno komponentama:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \varphi_E & \lambda & h & \underbrace{u_K \quad v_K \quad w_K}_{\mathbf{V}_K^G} & \underbrace{H_x \quad H_y \quad H_z}_{\mathbf{H}^G} & \underbrace{\varphi_G \quad \vartheta_G \quad \psi_G}_{\mathbf{s}^G} \end{bmatrix}^T \quad (3.10)$$

Prve tri varijable u vektoru stanja (1.9) su koordinate rakete u geocentričnom koordinatnom sustavu: nadmorska visina, geografska duljina i širina. Druge tri varijable su komponente brzine leta projektila u geometrijskom koordinatnom sustavu $\mathbf{V}_K^G$. Slijede tri komponente kinetičkog momenta u istom koordinatnom sustavu $\mathbf{H}^G$, dok četvrti skup od tri komponente vektora stanja predstavlja kutove stava projektila $\mathbf{s}^G$ u nošenom koordinatnom sustavu.

Predloženi G6DOF model razlikuje se od klasičnog 6DOF modela s obzirom da se u vektoru stanja novog modela pojavljuju komponente kinetičkog momenta $\mathbf{H}^G$, za razliku od klasičnog modela gdje su kutne brzine projektila $\mathbf{\Omega}_G^G$.

Slijedi model leta rakete velikog dometa koji čini 12 diferencijalnih jednadžbi u matričnom zapisu:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{V}_K^O \quad , \quad (3.11)$$

$$m(\dot{\mathbf{V}}_K^G + \tilde{\mathbf{\Omega}}_G \cdot \mathbf{V}_K^G) = \mathbf{F}_A^G + \mathbf{F}_T^G + \mathbf{L}_{GO} m \mathbf{g}^O - m \mathbf{a}_{cor}^G \quad , \quad (3.12)$$

$$\dot{\mathbf{H}}^G + \tilde{\boldsymbol{\Omega}}_G \cdot \mathbf{H}^G = \mathbf{M}_A^G + \mathbf{M}_T^G, \quad (3.13)$$

$$\dot{\mathbf{s}}^G = \mathbf{R}^{-I}(\varphi, \vartheta) \cdot (\boldsymbol{\Omega}_G^G - \boldsymbol{\Omega}_O^G), \quad (3.14)$$

gdje se jednađžba (3.11) raspisuje po komponentama geocentričnog koordinatnog sustava kao:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_E &= \frac{V_{kx}^O}{R_E + h} \\ \dot{\lambda} &= \frac{V_{ky}^O}{(R_E + h) \cos \varphi_E} - \Omega_E \\ \dot{h} &= -V_{kz}^O \end{aligned} \quad (3.11a)$$

Pored ovih diferencijalnih postavlja se i algebarska matrična jednađžba:

$$\boldsymbol{\Omega}_G = (\mathbf{I}^G)^{-I} \cdot \mathbf{H}^G. \quad (3.15)$$

S obzirom da se radi o modelu rakete velikog dometa treba uzeti u obzir i promjenu ubrzanja zemljine teže s visinom [57]:

$$g = g_0 \frac{f(\varphi_E)}{\left(I + \frac{h}{R_E}\right)^2}, \quad (3.16)$$

gdje je

$$\begin{aligned} g_0 &= 9.80616 \text{ m/s}^2 \\ f(\varphi_E) &= 1 - 0.0026372 \cos 2\varphi_E + 0.0000059 \cos^2 2\varphi_E \\ R_E &= 6357 \cdot 10^3 \text{ m} \end{aligned}$$

Budući da je vektor kinetičkog momenta $\mathbf{H}^G$ određen integriranjem diferencijalne jednađžbe (3.13) te s obzirom da je tenzor tromosti tijela $\mathbf{I}^G$ također poznat, iz jednađžbe (3.15) slijede komponente vektora kutne brzine po osima geometrijskog koordinatnog sustava.

U izrazu (3.11) pojavljuje se brzina leta. Za proračun aerodinamičkih sila potrebno je međutim poznavati aerodinamičku brzinu, no ona se lako dobiva iz odnosa brzine leta, aerodinamičke brzine i vjetra:

$$\mathbf{V}_K^G = \mathbf{V}_W^G + \mathbf{V}^G. \quad (3.17)$$

3.2. Aerodinamička sila i moment

U diferencijalnim jednadžbama (3.12) i (3.13) pojavljuju se komponente aerodinamičke sile $\mathbf{F}_A^G$ po osima geometrijskog koordinatnog sustava te komponente aerodinamičkog momenta $\mathbf{M}_A^G$ po istom koordinatnom sustavu, a u odnosu na središte mase rakete.

Kada su projektili križne ili zvjezdaste konfiguracije, tada su obično aerodinamički harmonici uslijed rotacije zanemarivi te su aerodinamičke značajke takvih projektila osnosimetrične. Drugim riječima, kut valjanja ϕ nema utjecaja na njih.

U takvim slučajevima najlakše se izračunavaju komponente aerodinamičke sile i aerodinamičkog momenta u strujnom koordinatnom sustavu. Stoga će i u ovom radu aerodinamička sila i moment biti izračunati u strujnom koordinatnom sustavu, gdje su:

- komponente aerodinamičke sile duž osi strujnog koordinatnog sustava:

$$\bar{\mathbf{F}}_A = \begin{bmatrix} \bar{X}_A \\ \bar{Y}_A \\ \bar{Z}_A \end{bmatrix} = \frac{\rho V^2}{2} S_r \cdot \begin{bmatrix} C_{x0} + C_{x\sigma^2} \sigma^2 \\ (C_{\bar{Y}\sigma} + C_{\bar{Y}\sigma p} \bar{p}^*) \sigma \\ C_{\bar{Z}\sigma} \sigma \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

gdje je ρ gustoća zraka, V je aerodinamička brzina dok je S_r referentni presjek projektila

- komponente aerodinamičkog momenta za središte mase duž osi strujnog koordinatnog sustava:

$$\bar{\mathbf{M}}_{FA} = \begin{bmatrix} \bar{L}_A \\ \bar{M}_A \\ \bar{N}_A \end{bmatrix} = \frac{\rho V^2}{2} S_r d \cdot \begin{bmatrix} C_{\ell 0} + (C_{\ell p} + C_{\ell ps} \sigma) \bar{p}^* \\ C_{\bar{m}\sigma} \sigma + C_{\bar{m}\dot{\sigma}} \dot{\sigma}^* + C_{\bar{m}q} \bar{q}^* \\ [C_{\bar{n}p\sigma} \bar{p}^* + C_{n\sigma} - C_{\bar{m}\dot{\sigma}} (\dot{\phi}^* - \dot{\phi}^*)] \sigma + C_{\bar{m}q} \bar{r}^* \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

pri čemu se u jednadžbama pojavljuju bezdimenzionalne komponente kutne brzine

$p^* = \frac{p d/2}{V}$, $q^* = \frac{q d}{V}$ i $r^* = \frac{r d}{V}$. Crtica iznad kutnih brzina označava da su prikazane prema osima strujnog koordinatnog sustava.

U ovim jednadžbama pored dobro poznatih komponenata aerodinamičke sile i aerodinamičkog momenta dodan je i efekt zakrivljenih krilaca (tzv. *"Wraparound fins"*) [54],[55]. To je bočna sila zbog napadnog kuta $C_{\bar{Y}\sigma} \sigma$ koja je se zbraja sa Magnusovom silom, ali za razliku od nje nije funkcija kutne brzine. Isto tako u proračun momenta dodajemo i moment $C_{\bar{n}\sigma} \sigma$ koji nije ovisan o kutnoj brzini $\bar{p}$, za razliku od Magnusovog momenta s kojim se zbraja.

Kutna brzina rotacije strujne ravnine oko osi rakete x_G određena je derivacijom

$$\dot{\phi} = \frac{d}{dt} \arctg \frac{v}{w} = \frac{I}{I + \left(\frac{v}{w}\right)^2} \frac{\dot{v}w - v\dot{w}}{w^2} = \frac{\dot{v}w - v\dot{w}}{v^2 + w^2} . \quad (3.20)$$

Gradijenti ovisni o Machovom broju dobro su poznati i preuzeti su iz [60]:

$$C_{x0}, \quad C_{\bar{z}\sigma}, \quad C_{\ell0}, \quad C_{\ell p}, \quad C_{\bar{m}\sigma}, \quad C_{\bar{m}\dot{\sigma}}, \quad C_{\bar{m}q} . \quad (3.21)$$

Gradijenti Magnusove sile su zanemareni s obzirom na malu rotaciju p , dok su gradijenti

$$C_{x\sigma^2}, \quad C_{\bar{y}\sigma}, \quad C_{n\sigma} \quad (3.22)$$

procijenjeni metodama projektne aerodinamike. Svi aerodinamički derivativi su funkcije Machovog broja.

Za određeni Machov broj vrijednost gradijenta se dobiva interpolacijom (npr. *spline* interpolacijom). U okviru ovoga rada ne raspravlja se o metodama određivanja aerodinamičkih derivativa, a mogu se pronaći radovi koji analiziraju izračune trajektorija korištenjem derivativa dobivenih numeričkim metodama, mjerenjima u zračnim tunelima ili nekom trećom metodom. Tako se na primjer u [61] pokazuje da i aproksimacije derivativa mogu poslužiti za određivanje sporije promjenjivih varijabli kao što je brzina leta ili položaj padne točke, no ne daju dobre rezultate za opis gibanja oko središta mase (napadnog kuta i kuta klizanja, kutnih brzina itd.).

Aerodinamički derivativi i koeficijenti se određuju prema osima strujnog koordinatnog sustava. Budući da su nam potrebne komponente duž osi geometrijskog k.s., treba ih prebaciti pomoću odgovarajuće matrice transformacije

$$\mathbf{L}_{GS} = \mathbf{L}_x(\varphi) . \quad (3.24)$$

S obzirom da su gradijenti aerodinamičkog momenta izračunati ili izmjereni u aerodinamičkom tunelu za neku fiksnu točku Γ , moment treba preračunati za trenutno središte mase rakete prema izrazu

$$\mathbf{M}_{CM} = \mathbf{M}_{\Gamma} + \mathbf{F}_A \mathbf{p}_{VC} . \quad (3.25)$$

Iz jednadžbi za komponente aerodinamičke sile i aerodinamičkog momenta vidi se da oni ovise o stanju atmosfere. Za okolni zrak potrebno je poznavati specifičnu masu i brzinu zvuka kako bi mogli odrediti Machov broj potreban za aerodinamičke derivative. Bit će potreban i podatak o brzini okolnog zraka tj. vjetru, da bi se onda iz brzine leta $\mathbf{V}_K$ (odnosno brzine

projektila u odnosu na Zemlju) mogla izračunati aerodinamička brzina $\mathbf{V}$ (brzina u odnosu na zrak). Ova zadnja veličina potrebna je jer se preko nje definira Machov broj.

Također je za proračun putanje rakete velikog dometa potrebno poznavati stanje atmosfere ovisno ne samo o visinskom sloju, nego i o koordinatama promatrane točke i o trenutku mjerenja. U slučaju da se radi o srednjim dometima, reda veličine nekoliko desetaka kilometara, može se pojednostaviti model atmosfere te usvojiti da su značajke atmosfere ovisne samo o visini promatrane točke. Također, u ovom pojednostavljenom modelu zanemaruje se vertikalni vjetar prema zakonu o hidrostatskoj ravnoteži, a nakon čega vertikalni stup atmosfere postaje uravnotežen isključivo razlikom tlakova s gornje i donje strane te silom teže [62]. U ovom radu koristit će se ICAO standardna atmosfera [109].

Najprije je potrebno odrediti aerodinamičku brzinu u geometrijskom koordinatnom sustavu. U vektoru stanja $\mathbf{X}$ (izraz 3.10) pojavljuju se komponente brzine leta pa prema jednadžbi (3.17) slijedi

$$\begin{aligned}\mathbf{V}^G &= \mathbf{V}_K^G - \mathbf{V}_W^G \\ \mathbf{V}^G &= \mathbf{V}_K^G - \mathbf{L}_{OG} \mathbf{V}_W^O.\end{aligned}\quad (3.26)$$

Iz modela atmosfere poznate su komponente vjetra u nošenom koordinatnom sustavu:

$$\mathbf{V}_W^O = \begin{bmatrix} V_N \\ V_E \\ -V_H \end{bmatrix}, \quad (3.27)$$

gdje su komponente definirane na sljedeći način: V_N je sjeverna komponenta vjetra, V_E istočna a V_H vertikalna usmjerena prema gore. Budući se vertikalni vjetar zanemaruje, vrijedi $V_H = 0$.

Poznavanje komponenata aerodinamičke brzine u G-KS omogućuje izračunavanje svih potrebnih veličina za aerodinamičke koeficijente:

$$Ma = \frac{|\mathbf{V}^G|}{a}, \quad (3.28)$$

$$\sigma = \arctg \frac{\sqrt{v^2 + w^2}}{u} \approx \frac{\sqrt{v^2 + w^2}}{u}. \quad (4-29)$$

Derivacijom druge jednadžbe (koja daje vrijednost totalnog napadnog kuta) slijedi

$$\dot{\sigma} = \frac{(\dot{v} + \dot{w}) \cdot u - (v^2 + w^2) \cdot \dot{u}}{V^2 \sqrt{v^2 + w^2}}, \quad (3.30)$$

ili u bezdimenzionalnom obliku

$$\dot{\sigma}^* = \frac{d}{2V} \dot{\sigma} = \frac{d}{2V} \frac{(\dot{v}\dot{w} + w\dot{v}) \cdot u - (v^2 + w^2) \cdot \dot{u}}{V^2 \sqrt{v^2 + w^2}} . \quad (3.31)$$

Kutne brzine $\bar{p}, \bar{q}$ i $\bar{r}$ koje su potrebne za izračun aerodinamičkih koeficijenata slijede iz matrične jednadžbe

$$\begin{bmatrix} \bar{p} & \bar{q} & \bar{r} \end{bmatrix}^T = \bar{\Omega} , \quad (3.32)$$

pri čemu su u modificiranom 6DOF modelu kutne brzine dane oko osi geometrijskog k.s. pa su označene gornjim indeksom „G“ (Ω^G). Ovaj vektor slijedi matričnom transformacijom vektora $\bar{\Omega}$ koji je dobiven prema (3.32). Aerodinamički koeficijenti računaju se prema osima strujnog koordinatnog sustava te se također prije uvođenja u jednadžbe množe se matricom transformacije

$$\mathbf{L}_{GS} = \mathbf{L}_x(\varphi) , \quad (3.33)$$

gdje je φ kut odklona strujne ravnine $Ox\bar{z}$ od ravnine simetrije Oxz_G geometrijskog koordinatnog sustava oko osi x koja je zajednička i za strujni i za geometrijski koordinatni sustav. Taj kut može se izračunati iz odnosa poprečnih komponente aerodinamičke brzine:

$$\varphi = \arctg^{-1}(v / w) . \quad (3.34)$$

Nakon računanja matrice transformacije iz geometrijskog u strujni koordinatni sustav moguće je konačno odrediti vektor kutnih brzina u strujnom koordinatnom sustavu:

$$\bar{\Omega} = \mathbf{L}_{SG} \Omega^G . \quad (3.35)$$

dok komponente bezdimenzionalne kutne brzine oko osi strujnog koordinatnog sustava slijede iz izraza

$$\begin{bmatrix} \bar{p}^* & \bar{q}^* & \bar{r}^* \end{bmatrix}^T = \bar{\Omega} \cdot \frac{d}{2V} . \quad (3.36)$$

Za rješavanje modela leta projektila potrebne su komponente aerodinamičke sile i aerodinamičkog momenta duž osi geometrijskog k.s. Ako se na već opisani način zanemare harmonici, tada aerodinamički koeficijenti ne ovise o kutu valjanja (kut između strujne ravnine i koordinatne ravnine $x_G - z_G$) odnosno vrijedi

$$\mathbf{F}_A^G = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \frac{\rho V^2}{2} S_r \cdot \begin{bmatrix} C_{x0} + C_{x\sigma^2}(\alpha^2 + \beta^2) \\ C_{y\beta}\beta + C_{y\alpha}\alpha \\ C_{z\alpha}\alpha + C_{z\beta}\beta \end{bmatrix} . \quad (3.37)$$

Gornji izraz može se usporediti s izrazom (3.18) gdje je definirana aerodinamička sila u strujnom koordinatnom sustavu. Vidi se važna razlika budući da se u strujnom k.s. prirodno koristi totalni napadni kut σ , a u geometrijskom k.s. dva kuta u ravninama vezanim uz osi geometrijskog k.s. - napadni kut α i kut klizanja β .

Komponente aerodinamičkog momenta za referentnu točku duž osi geometrijskog k.s. mogu se izračunati preko izraza:

$$\mathbf{M}_A^G = \begin{bmatrix} L_A \\ M_A \\ N_A \end{bmatrix} = \frac{\rho V^2}{2} S_r d \cdot \begin{bmatrix} C_{\ell 0} + C_{\ell p} p^* \\ C_{m\alpha} \alpha + C_{m\beta} \beta + C_{m\dot{\alpha}} \dot{\alpha}^* + C_{mq} q^* \\ C_{n\beta} \beta + C_{n\alpha} \alpha + C_{n\dot{\beta}} \dot{\beta}^* + C_{nr} r^* \end{bmatrix}, \quad (3.38)$$

koji se može usporediti s izrazom (3.19) te se vide razlike između računanja u strujnom k.s. uz uvođenje totalnog napadnog kuta σ i izračuna u geometrijskom k.s. preko kutova α i β , a što je pokazano u gornjem izrazu. S obzirom na simetriju vanjske površine rakete postoji veza između sljedećih aerodinamičkih gradijenata:

$$C_{y\beta} = C_{z\alpha}; \quad C_{n\beta} = -C_{m\alpha}; \quad C_{n\beta} = C_{m\dot{\alpha}}; \quad C_{nr} = C_{mq}. \quad (3.39)$$

Uvodi se pretpostavka:

$$C_{y\alpha} = 0; \quad C_{z\beta} = 0; \quad C_{m\beta} = 0; \quad C_{n\alpha} = 0, \quad (3.40)$$

te jednadžbe za komponente aerodinamičke sile duž osi geometrijskog k.s. prelaze u oblik:

$$\mathbf{F}_A^G = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \frac{\rho V^2}{2} S_r \cdot \begin{bmatrix} C_{x0} + C_{x\sigma^2} (\alpha^2 + \beta^2) \\ C_{z\alpha} \beta \\ C_{z\alpha} \alpha \end{bmatrix}, \quad (3.41)$$

dok se komponente aerodinamičkog momenta za referentnu točku Γ i duž osi G-KS računaju preko izraza

$$\mathbf{M}_{AV}^G = \begin{bmatrix} L_A \\ M_A \\ N_A \end{bmatrix} = \frac{\rho V^2}{2} S_r d \cdot \begin{bmatrix} C_{\ell 0} + C_{\ell p} p^* \\ C_{m\alpha} \alpha + C_{m\dot{\alpha}} \dot{\alpha}^* + C_{mq} q^* \\ -C_{m\alpha} \beta + C_{m\dot{\alpha}} \dot{\beta}^* + C_{mq} r^* \end{bmatrix}. \quad (3.42)$$

Za praktične svrhe potrebno je izračunati aerodinamičku silu i aerodinamički moment samo u jednom od spomenutih koordinatnih sustava, a onda se druga vrijednost jednostavno dobiva množenjem odgovarajućom matricom transformacije. Na primjer, ako su $\bar{\mathbf{F}}_A$ i $\bar{\mathbf{M}}_{AV}$ već izračunati u strujnom k.s., tada se obje veličine mogu izračunati i u geometrijskom k.s. preko izraza

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_A^G &= \mathbf{L}_{GS} \bar{\mathbf{F}}_A \\ \mathbf{M}_{AV}^G &= \mathbf{L}_{GS} \bar{\mathbf{M}}_{AV}\end{aligned} \quad (3.43)$$

Vektor momenta dobiven preko izraza (3.42) izračunat je za aerodinamičku referentnu točku Γ čiji je vektor položaja $\boldsymbol{\rho}_\Gamma^G$, a za daljnje izračune potrebno je izračunati moment djelujućih sila prema središtu mase odnosno prebaciti moment u središte mase rakete određeno vektorom položaja $\boldsymbol{\rho}_m^G$:

$$\mathbf{M}_A^G = \mathbf{M}_{AV}^G + (\boldsymbol{\rho}_\Gamma^G - \boldsymbol{\rho}_m^G) \mathbf{F}_A^G \quad (3.44)$$

3.3. Prilagodba aerodinamike zbog nepoklapanja osi glave i komore motora

Pogreške nabrojane u poglavlju 2 uzrokuju promjene inercijskih karakteristika rakete, no pogrešno izveden spoj bojeve glave i srednjeg dijela rakete (komore motora) dodatno još uzrokuje promjene aerodinamičkih karakteristika rakete. Kako je spomenuta pogreška definirana preko kuta δ_{HC} koji daje kut između osi simetrije bojeve glave x_H i komore motora x_G , onda se može reći kako diskontinuitet vanjske konture letjelice kreira dodatnu aerodinamičku normalnu silu glave N_H i dodatni otpor ΔC_X .

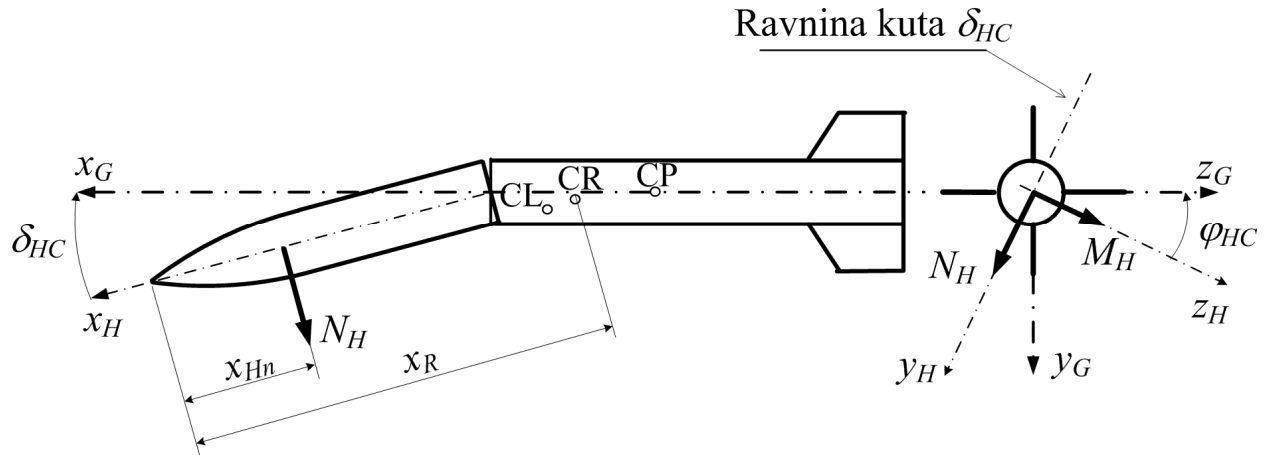
Sila N_H javlja se u ravnini pogreške ($x_H - x_G$), a računa se preko izraza:

$$N_H = \frac{\rho V^2}{2} S_r C_{N\delta} \delta_{HC} \quad (3.45)$$

gdje se vidi linearna ovisnost o promjeni kuta δ_{HC} . Također se javlja i moment ove sile prema središtu mase M_H , okomit na ravninu poremećaja $x_H - x_G$:

$$M_H = N_H (x_m - x_{Hn}) \quad (3.46)$$

gdje je x_{Hn} udaljenost hvatišta normalne sile N_H od vrha rakete, a x_m udaljenost središta mase rakete u odnosu na vrh rakete. Položaj Sila N_H i moment M_H prikazani su na slici 3.2:



Slika 3.2. Aerodinamička normalna sila uslijed nepodudaranja osi glave i komore motora

Komponente dodatne sile N_H i njenog momenta za središte mase M_H u geometrijskom k.s. računaju se kao

$$\Delta \mathbf{F}_A^G = \mathbf{L}_{GH} \begin{bmatrix} 0 \\ N_H \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Delta \mathbf{M}_A^G = \mathbf{L}_{GH} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_H \end{bmatrix}, \quad (3.47)$$

gdje se matrica transformacije iz koordinatnog sustava glave u geometrijski k.s. računa kao

$$\mathbf{L}_{GH} = \mathbf{L}_x(\phi_{HC}) \mathbf{L}_z(\delta_{HC}). \quad (3.48)$$

Zbrajanjem ove dodatne aerodinamičke sile $\Delta \mathbf{F}_A^G$ i njenog momenta $\Delta \mathbf{M}_A^G$ sa ranije izračunatom aerodinamičkom silom $\mathbf{F}_A^G$ i aerodinamičkim momentom $\mathbf{M}_A^G$ dobivamo ukupnu aerodinamičku silu $\mathbf{F}_{A_uk}^G$ i aerodinamički moment $\mathbf{M}_{A_uk}^G$. Komponente aerodinamičke sile duž osi G-KS su onda :

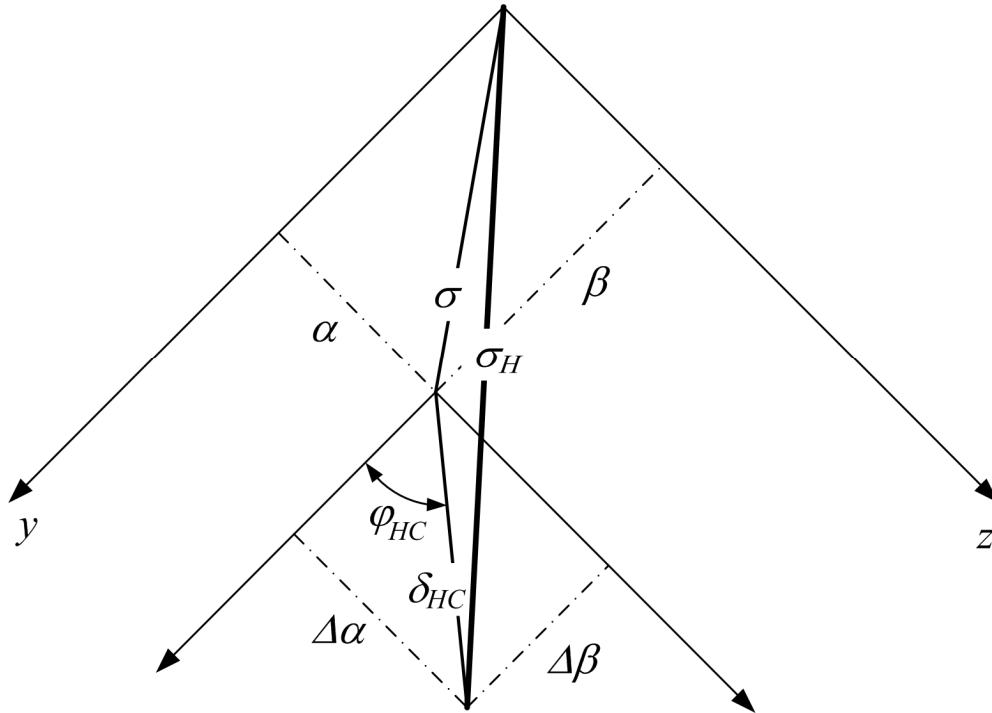
$$\mathbf{F}_{A_uk}^G = \mathbf{F}_A^G + \Delta \mathbf{F}_A^G = \frac{\rho V^2}{2} S_r \cdot \begin{bmatrix} C_{x0} + C_{x\sigma^2}(\alpha^2 + \beta^2) \\ C_{y\beta}\beta + C_{y\alpha}\alpha \\ C_{z\alpha}\alpha + C_{z\beta}\beta \end{bmatrix} + \mathbf{L}_{GH} \begin{bmatrix} 0 \\ N_H \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.49)$$

dok se ukupni aerodinamički moment za središte mase duž osi G-KS određuje prema:

$$\mathbf{M}_{A_uk}^G = \mathbf{M}_A^G + \Delta \mathbf{M}_A^G = \frac{\rho V^2}{2} S_r d \cdot \begin{bmatrix} C_{\ell 0} + C_{\ell p} \bar{p}^* \\ C_{m\alpha}\alpha + C_{m\beta}\beta + C_{m\dot{\alpha}}\dot{\alpha}^* + C_{mq}q^* \\ C_{n\beta}\beta + C_{n\alpha}\alpha + C_{n\dot{\beta}}\dot{\beta}^* + C_{nr}r^* \end{bmatrix} + \mathbf{L}_{GH} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_H \end{bmatrix}. \quad (3.50)$$

Radi kuta δ_{HC} javlja se također inducirani otpor koji usporava projektil tijekom leta i smanjuje mu dolet. Radi se o vrlo malim vrijednostima ako se kut pogreške δ_{HC} drži unutar uskih granica. Ipak, određivanje inducirano otpora nije trivijalno jer se javlja problem određivanja derivativa koji istovremeno ovisi i o totalnom napadnom kutu σ (koji se nalazi u strujnoj ravnini) i o kutu pogreške δ_{HC} (koji se nalazi u ravnini pogreške).

Kutovi σ i δ_{HC} prikazana su na slici 3.3:



Slika 3.3. Promjena totalnog napadnog kuta zbog nepodudaranja bojeve glave i komore motora

Potrebno je pronaći neki rezultirajući kut σ_H . Približno ga je moguće izračunati na sljedeći način:

$$\begin{aligned}\alpha_H &= \alpha + \Delta\alpha \\ \beta_H &= \beta + \Delta\beta\end{aligned}\quad (3.51)$$

gdje su $\Delta\alpha$ i $\Delta\beta$ komponente kuta δ_{HC} u geometrijskom k.s. (u kojem su također prikazani kutovi α i β). Onda je:

$$\sigma_H = \sqrt{(\alpha + \Delta\alpha)^2 + (\beta + \Delta\beta)^2} \quad (3.52)$$

gdje je

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= \delta_{HC} \cdot \sin\left(2\pi - \varphi_{HC} - \frac{\pi}{2}\right) = \delta_{HC} \cdot \cos\varphi_{HC} \\ \Delta\beta &= \delta_{HC} \cdot \cos\left(2\pi - \varphi_{HC} - \frac{\pi}{2}\right) = -\delta_{HC} \cdot \sin\varphi_{HC}\end{aligned}\quad (3.53)$$

Kada je ovako poznat rezultirajući kut σ_H , onda je konačno moguće izračunati ukupnu silu otpora koja u sebi uključuje i inducirani otpor uslijed pojave kuta. Za ovu silu inače vrijedi

$$C_X(-\sigma) = C_X(\sigma) \quad , \quad (3.54)$$

što znači da se radi o parnoj funkciji od kuta σ (ili od σ_H u ovom slučaju). Razvijanjem u red te parne funkcije bit će

$$C_X = C_{X0}(Ma) + C_{X\sigma^2}(Ma)\sigma_H^2 + \dots \quad , \quad (3.55)$$

gdje je

$$C_{X\sigma^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 C_X}{\partial \sigma^2} \right)_{\sigma=0} \quad . \quad (3.56)$$

Najčešće je za praktične svrhe dovoljno uključiti član drugoga reda. Prvi član $C_{X0}(Ma)$ predstavlja pak vrijednost koeficijenta aksijalne sile za slučaj kada je aerodinamička brzina u pravcu osi simetrije rotacione površine.

3.4. Inercijske karakteristike projektila

Radi rješavanja sustava diferencijalnih jednadžbi (3.11)-(3.14) i algebarske matrične jednadžbe (3.15), potrebno je odrediti inercijske karakteristike projektila. To su masa projektila m , položaj središta mase $\mathbf{p}_m$ i tenzor tromosti $\mathbf{I}$ odnosno njegove komponente po osima G-KS te u odnosu na središte mase.

Radi lakšeg povezivanja s CAD 3D modelom, navedeni inercijski podaci računaju se posebno za obje komponente rakete i to na način:

- da inercijske karakteristike letjelice daje CAD 3D model, u ovisnosti o uvedenim pogreškama bojeve glave, spoja bojeve glave i komore motora te mlaznice
- da se inercijske karakteristike goriva (koje se mijenjaju tijekom aktivne faze leta) određuju funkcijom koja daje karakteristike za trenutak t , $0 \leq t \leq t_a$ (t_a je vrijeme izgaranja goriva odnosno trajanje aktivne faze leta).

3.4.1. Inercijske karakteristike letjelice

Masa, položaj središta mase i tenzor tromosti letjelice označeni su sa m_L , $\mathbf{p}_L$, $\mathbf{I}_L$. Određuju se iz 3D modela izrađenog u nekoj od CAD aplikacija.

Komponenta letjelica je podijeljena na više dijelova (npr. bojeva glava, kućište motora, kućište mlaznice zajedno s krilcima itd.) te se i za svaki od njih, ukoliko je potrebno, mogu iz CAD 3D modela dobiti svi podaci. Geometrijske i inercijske karakteristike pojedinih dijelova ili cijele letjelice razlikuju se od rakete do rakete (zbog pogrešaka proizvodnje).

Razmatrana raketa nakon paljenja motora, a prije polijetanja s lansera, gubi nešto manje od pola kilograma mase uslijed odvajanja zaštitnog poklopca mlaznice na kojemu su također smješteni kontakti za davanje inicijalnog impulsa paljenja. Ova masa ne ulazi u proračun leta projektila jer se odvaja od rakete prije nego što ova napusti lanser.

3.4.2. Inercijske karakteristike goriva i cijele rakete

Pogonski blok razmatrane rakete izveden je u obliku šupljega cilindra, pri čemu se izgaranje odvija istovremeno po unutrašnjoj i vanjskoj površini bloka goriva. Baze bloka goriva presvučene su inhibitorom koji onemogućava čeono izgaranje, dakle po bazama cilindra.

S obzirom na ovakav režim izgaranja, duljina bloka goriva se ne smanjuje dok stijenke bloka postaju sve tanje. Pretpostavlja se da je brzina izgaranja goriva konstantna u_b . Stoga unutrašnji radijus bloka goriva raste od r_0 konstantnom brzinom izgaranja u_b :

$$r(t) = r_0 + u_b t \quad , \quad (3.57)$$

gdje vrijeme ide od 0 do t_a . Jednakom i konstantom brzinom ($u_b = \text{const.}$) se vanjski radijus R smanjuje tijekom izgaranja:

$$R(t) = R_0 - u_b t \quad . \quad (3.58)$$

Ako su poznati vrijeme izgaranja i dimenzije bloka goriva (r_0 i R_0) te ako se brzina izgaranja ne mijenja, onda mora vrijediti:

$$u_b = \frac{R_0 - r_0}{2t_a} \quad . \quad (3.59)$$

Kako se radi o šupljem cilindru u svakom trenutku može se izračunati masa preko izraza

$$m_P(t) = \pi l_P (R^2 - r^2) \frac{m_{P0}}{V_{P0}} \quad , \quad (3.60)$$

gdje odnos m_{P0}/V_{P0} predstavlja specifičnu masu goriva. Radi se o početnoj masi goriva podijeljenoj s početnim volumenom goriva.

Uzdužni i poprečni moment tromosti goriva, s obzirom da ono ima oblik šupljeg cilindra, računaju se preko izraza

$$\begin{aligned} I_{Px}(t) &= \frac{m_P}{2} (R^2 + r^2) \\ I_{Py}(t) &= I_{Pz} = \frac{m_P}{12} (3R^2 + 3r^2 + l_P^2) \end{aligned} \quad , \quad (3.61)$$

gdje indeks „P“ upućuje da se radi o pogonskom gorivu („*propellant*“). Može se primijetiti da će zbog osnosimetričnosti vrijediti

$$I_{Py} = I_{Pz} \quad , \quad (3.62)$$

pa je tenzor tromosti goriva u njegovom koordinatnom sustavu, odnosno prema glavnim osima goriva:

$$\mathbf{I}_P^P = \begin{bmatrix} I_{Px} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Py} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Py} \end{bmatrix} \quad . \quad (3.63)$$

Međutim uslijed pogrešaka u umetanju goriva u komoru motora, glavne osi tromosti goriva neće se podudarati s osima geometrijskog koordinatnog sustava rakete nego će biti zakrenute za neki prostorni kut koji se može opisati preko kutova δ_P i φ_P . Potrebno je stoga tenzor inercije $\mathbf{I}_P^P$ prebaciti u geometrijski koordinatni sustav preko matrice transformacije:

$$\mathbf{L}_{GP} = \mathbf{L}_x(\varphi_P) \mathbf{L}_z(\delta_P) = \begin{bmatrix} \cos(\delta_P) & \sin(\delta_P) & 0 \\ -\cos(\varphi_P)\sin(\delta_P) & \cos(\varphi_P)\cos(\delta_P) & \sin(\varphi_P) \\ \sin(\varphi_P)\sin(\delta_P) & -\sin(\varphi_P)\cos(\delta_P) & \cos(\varphi_P) \end{bmatrix}. \quad (3.64)$$

Koristeći ovu matricu transformacije i pravilo o računanju momenata tromosti za paralelne osi može se izračunati tenzor tromosti goriva za osi geometrijskog koordinatnog sustava i za središte mase rakete. To se postiže u dva koraka: prvo se zakreće koordinatni sustav goriva tako da postane paralelan geometrijskom koordinatnom sustavu:

$$\mathbf{I}_P^{\text{zakrenut}} = \mathbf{L}_{GP} \mathbf{I}_P^P \mathbf{L}_{PG}, \quad (3.65)$$

a onda se drugom koraku ovako zakrenuti tenzor prikazuje za središte mase rakete, prema Steinerovom teoremu [38]:

$$\mathbf{I}_P^G = \mathbf{I}_P^{\text{zakrenut}} + \tilde{\mathbf{p}}_c \tilde{\mathbf{p}}_c m_P, \quad (3.66)$$

gdje je $\mathbf{p}_c$ udaljenost središta mase goriva od središta mase rakete, a $\tilde{\mathbf{p}}_c$ je kososimetrična matrica čiji članovi slijede iz komponenata vektora $\mathbf{p}_c$. Vektor $\mathbf{p}_c$ se određuje prema:

$$\mathbf{p}_c = \mathbf{p}_m - \mathbf{p}_P, \quad (3.67)$$

pri čemu se položaj središta mase goriva i letjelice dobivaju iz CAD 3D modela, dok $\mathbf{p}_m$ slijedi prema:

$$\mathbf{p}_m = \frac{\mathbf{p}_L m_L + \mathbf{p}_P m_P}{m_L + m_P}. \quad (3.68)$$

Kako je pretpostavljeno jednoliko izgaranje goriva po slojevima, to znači da se ne mijenja položaj središta mase goriva $\mathbf{p}_P = \text{const.}$ Međutim zbog promjene mase goriva m_P mijenja se položaj središta mase rakete $\mathbf{p}_m$.

Jednom kada je izračunat tenzor tromosti za gorivo te kada je iz CAD 3D modela dobiven tenzor tromosti za letjelicu te kada su oba prikazana prema osima G-KS i za središte mase rakete (CR), tenzor tromosti čitave rakete slijedi sumiranjem

$$\mathbf{I}^G = \mathbf{I}_L^G + \mathbf{I}_P^G. \quad (3.69)$$

3.5. Usporedba klasičnog i modificiranog 6DOF (G6DOF) modela leta

Kao što je vidljivo iz ranijih izraza, 6DOF model korišten u ovom radu zapravo je modificirani klasični 6DOF model leta, prilagođen projektilima kod kojih postoji masena asimetrija.

Klasični 6DOF model moguće je razviti u različitim koordinatnim sustavima, ovisno o potrebama i vrsti projektila čiji se let prikazuje. Za topničke projekte bez krilaca najčešće se koristi 6DOF razvijen u aerobalističkom koordinatnom sustavu, čije osi odgovaraju glavnim osima tromosti i koji ne rotira s projektilom.

Bez izvođenja cijelog klasičnog 6DOF sustava koji je poznat iz literature [1,17] , komentira se samo jednadžba momenata sile koja ima oblik:

$$\tilde{\Omega}_p^P \begin{bmatrix} H_x \\ H_y^P \\ H_z^P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{H}_x \\ \dot{H}_y^P \\ \dot{H}_z^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L + L^F \\ M^P + M^{P-F} \\ N^P + N^{P-F} \end{bmatrix}, \quad (3.70)$$

gdje je $\tilde{\Omega}_p^P$ vektor kutne brzine aerobalističkog koordinatnog sustava izražen u istom k.s. Napomena: veličine izražene u aerobalističkom koordinatnom sustavu označene s gornjim indeksom „P“.

Komponente kinetičkog momenta u aerobalističkom koordinatnom sustavu dane su matričnom jednadžbom

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y^P \\ H_z^P \end{bmatrix} = \mathbf{L}_{PF} \mathbf{I} \mathbf{L}_{FP} \Omega^P = \mathbf{I} \Omega^P = \mathbf{I} \left(\Omega_O^P + \begin{bmatrix} p \\ q^P \\ r^P \end{bmatrix} \right). \quad (3.71)$$

Kako su komponente kutne brzine nošenog koordinatnog sustava Ω_O^P male u odnosu na kutne brzine letjelice p , q^P i r^P , onda su komponente kinetičkog momenta duž osi aerobalističkog koordinatnog sustava

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y^P \\ H_z^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q^P \\ r^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x p \\ I_y q^P \\ I_z r^P \end{bmatrix}. \quad (3.72)$$

Gornji oblik tenzora tromosti vrijedi samo za projekte kod kojih ne postoji dinamička neuravnoteženost i samo kod koordinatnih sustava koji su vezani uz inercijske karakteristike. Međutim aerodinamički koeficijenti su vezani uz vanjsku geometriju.

Stoga se uvodi geometrijski koordinatni sustav, koji omogućava:

- korištenje unaprijed određenih aerodinamičkih koeficijenata (jer su i oni vezani uz vanjsku površinu projektila)
- povezivanje 6DOF modela (sada modificiranog, „G6DOF“) s CAD 3D modelom projektila
- jednostavniji prikaz uzroka i posljedica dinamičke neuravnoteženosti
- prikaz efekta svake pojedine proizvodne pogreške na tenzor tromosti projektila te posljedičnog odstupanja padne točke od položaja cilja.

3.6. Zaključci poglavlja

- 1) Razvijen je modificirani 6DOF model, prilagođen projektilima kod kojih postoji dinamička neuravnoteženost.
- 2) Osnovne razlike između klasičnog 6DOF modela (u aerobalističkom ili vezanom k.s.) te modificiranog G6DOF modela razvijenog u geometrijskom koordinatnom sustavu vide se primarno u vektoru stanja.
- 3) U modificiranom modelu mogu se ispustiti pretpostavke i pojednostavljenja koja uvodi klasični 6DOF model, a koji smanjuju opću primjenjivost i točnost modela:
 - a. ne uvodi se više pretpostavka da se osi simetrije vanjske površine podudaraju s glavnim osima tromosti
 - b. ne uvodi se više pretpostavka da su članovi izvan glavne tenzora tromosti = 0 (u modificiranom modelu: $I_{xy} \neq I_{yz} \neq I_{zx} \neq 0$)
 - c. ne uvodi se više pretpostavka da su poprečni momenti tromosti jednaki (u modificiranom modelu: $I_y \neq I_z$).
- 4) U modificiranom 6DOF modelu diferencijalne jednačbe razvijene su u koordinatnom sustavu vezanom uz vanjsku površinu. Stoga se aerodinamički koeficijenti mogu izravno uvrštavati u jednačbe, nakon čega se aerodinamičke sile i momenti za modificirani 6DOF određuju se prema (3.41) i (3.42), a dodatna sila i moment zbog proizvodne pogreške koja se odnosi na promjenu vanjskog oblika sa (3.47).
- 5) Modificirani 6DOF model omogućava jednostavno spajanje s CAD 3D modelom iz kojega uzima inercijske karakteristike za neidealne projekte.
- 6) Opisani model omogućava da se dobije rasipanje padnih točaka uzrokovanih modeliranim proizvodnim pogreškama.

4. PROGRAMSKO RJEŠENJE 6DOF MODELA LETA

Programsko rješenje modela leta projektila sa šest stupnjeva slobode gibanja razvijeno je tako da slijedi sustav jednačbi (3.27) predstavljen u prethodnom poglavlju. Kako je za studiju slučaja odabrana raketa, u radu se ponekad koristiti i taj izraz umjesto riječi projektil.

Program slijedi poznate principe modularnog programiranja [64] koja podrazumijeva rastavljanje programa na dijelove (module ili rutine) od kojih svaki rješava jedan dio cjelokupnog problema. Ti su moduli međusobno povezani jer dijele varijable i konstante, a dijele i jedan zajednički problem kojega rješavaju; s druge strane su ipak i samostalne cjeline pa je moguće prilagođavati jedan modul (npr. inercijske karakteristike projektila) dok drugi ostaju neizmijenjeni i mogu se primijeniti na različite vrste projektila (npr. stanje atmosfere).

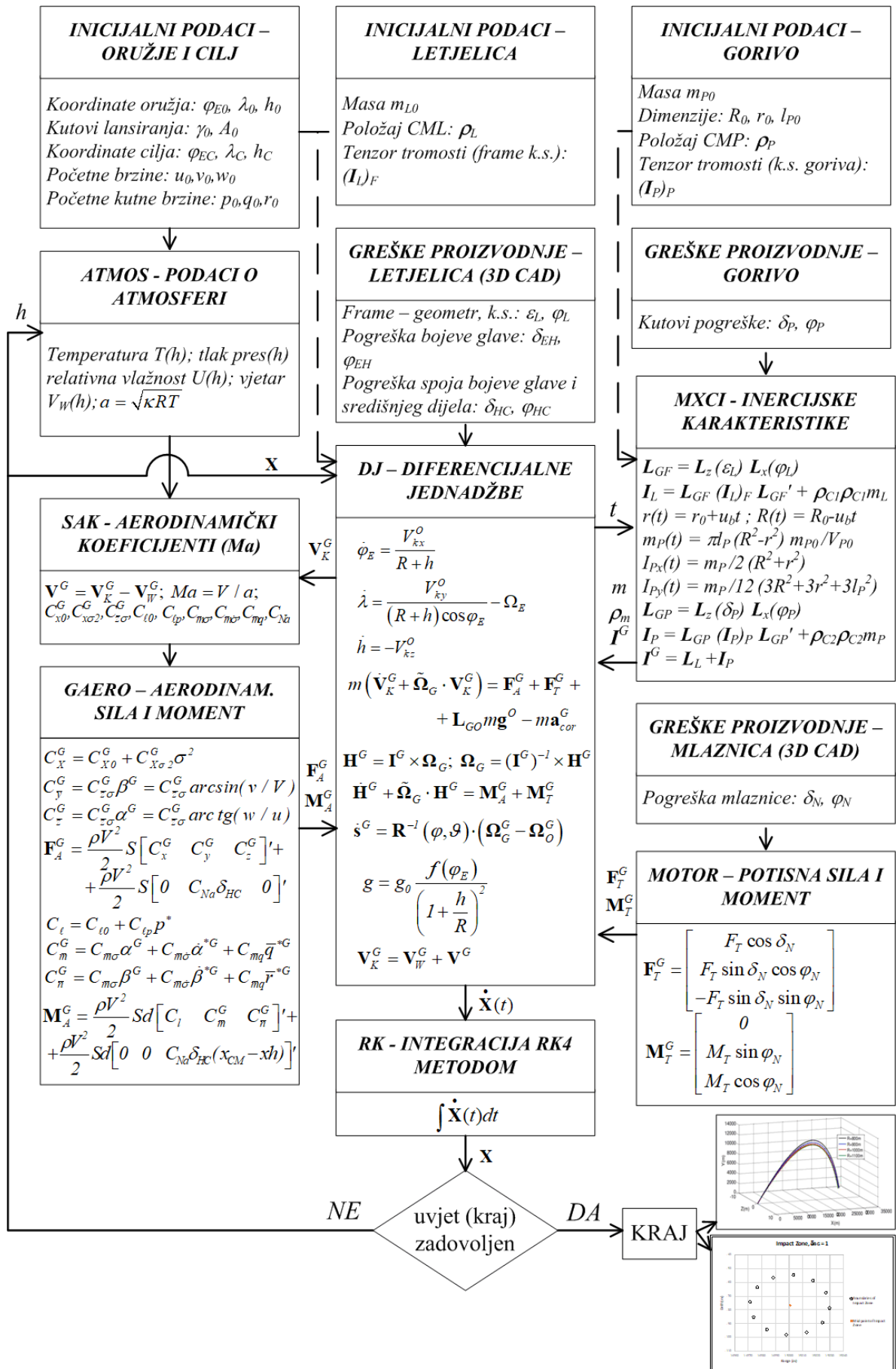
Prema toj logici program je moguće podijeliti na:

- *glavni dio* koji u sebi sadrži početne uvjete, opis stanja oružja, atmosfere i druge opće podatke te pored toga služi da poziva potprogram u trenutku kada ovi postanu potrebni te
- *potprogramme* koji rješavaju mali segment ukupnog programa kada i na način na koji je to potrebno. Primjer ovakvog potprograma je onaj koji računa inercijske karakteristike analiziranog projektila. Drugi primjer je potprogram koji definira stanje atmosfere u skladu s podacima iz meteo-biltena, nadalje poseban potprogram daje potisnu silu motora u aktivnoj fazi leta itd.

U nastavku teksta radi jednostavnosti koristit će se termin *glavni program* za onaj modul koji se prvi pokreće i poziva druge te termin *potprogrami* za sve module koji se pozivaju iz glavnog programa ili iz nekog drugog potprograma.

Program je za potrebe rada razvijen u MATLAB-u te dozvoljava visoku razinu nadzora nad promjenama varijabli, postavljanjem uvjeta za prekide programa te naknadnu obradu i grafički prikaz dobivenih rezultata. Radi postizanja veće brzine moguće je posegnuti i za drugim programskim rješenjima. S tehničke strane gledano, predstavljeno rješenje stoga nije jedino moguće niti savršeno optimizirano, no odgovara na postavljene zahtjeve i omogućava analizu utjecaja dinamičke neuravnoteženosti na preciznost projektila.

Shema programskog rješenja koje daje putanju projektila, koristeći ranije predstavljeni 6DOF model leta, prikazana je na slici 4.1.



Slika 4.1. Shema programskog rješenja 6DOF modela leta projektila

4.1. Glavni program

U glavnom programu definiraju se inicijalne vrijednosti za stanje oružja, okoline i projektila. Nakon toga se poziva potprogram u kojemu će biti postavljene diferencijalne jednačbe prema (3.11) - (3.14) te potprogram za njihovo numeričko integriranje Runge-Kutta metodom. Na kraju glavnog programa postavlja se provjera o zadovoljavanju uvjeta za prekid ili nastavak rada; ako su uvjeti zadovoljeni (npr. ako je projektil pao na tlo ili ako je postignuta određena daljina) svi izračunati podaci se zapisuju i pripremaju za daljnju obradu.

Što se tiče inicijalnih podataka, oni se mogu svrstati u tri skupine:

- stanje oružja
 - o koordinate paljbenog položaja $\mathbf{p}_0$
 - o početna brzina projektila $\mathbf{V}_{K0}$
 - o početna kutna brzina projektila $\mathbf{\Omega}_0$
 - o azimut i planirana elevacija cijevi A_0 i γ_0
 - o pretpostavljeni odskočni kut $\Delta\gamma_0$; polazna elevacija je tada $\gamma_{UK_0} = \gamma_0 + \Delta\gamma_0$
 - o eventualni pad početne brzine uslijed istrošenosti oružja ΔV_0
- stanje projektila
 - o kalibar d
 - o referentna površina S_r
 - o masa m
 - o položaj središta mase $\mathbf{p}_m$
 - o tenzor inercije $\mathbf{I}$ -
 - o temperatura barutnog punjenja T_B .
- stanje atmosfere
 - o temperatura zraka T
 - o tlak p
 - o relativna vlažnost zraka Φ .
 - o vektor vjetra $\mathbf{V}_w$
- stanje cilja
 - o koordinate cilja $\mathbf{p}_T$; uz već definirani položaj oružja $\mathbf{p}_0$ dana je i razlika visine cilja prema oružju Δh_0 , a time i mjesni kut cilja.

U glavnom programu se također definiraju opće konstante kao što je gravitacijsko ubrzanje, radijus Zemlje, kutna brzina njezine vrtnje i slično.

Navedene podatke je moguće ili definirati izravno u programu, ili ih program može čitati iz pripremljene ulazne datoteke. Također je moguće izvesti da takve vrijednosti budu unesene preko grafičkog sučelja čime ovaj program već poprima obilježja rudimentarne verzija sustava za upravljanje vatrom.

Neovisno o načinu pribavljanja potrebnih vrijednosti, u glavnom programu postavlja se inicijalni vektor stanja sa 12 komponentata prema izrazu (3.10):

$$\varphi_E \quad \lambda \quad h \quad \underbrace{u_K \quad v_K \quad w_K}_{\mathbf{V}_K^G} \quad \underbrace{H_x \quad H_y \quad H_z}_{\mathbf{H}^G} \quad \underbrace{\varphi_G \quad \vartheta_G \quad \psi_G}_{\mathbf{s}^G} . \quad (4.1)$$

Prve tri varijable u vektoru stanja su koordinate rakete u geocentričnom koordinatnom sustavu, druge tri su komponente brzine leta u odnosu na Zemlju (duž osi G-KS), slijede tri komponente kinetičkog momenta (duž osi G-KS) te na kraju tri kuta koji definiraju stav rakete prema nošenom koordinatnom sustavu.

Kako je za numeričku integraciju odabrana Runge-Kutta metoda četvrtog stupnja, onda je unutar glavne petlje postavljena još jedna petlja koja za svaku točku putanje četiri puta ponavlja postavljanje diferencijalnih jednadžbi (pozivanjem potprograma DJ) i njihovo rješavanje numeričkom integracijom (pozivanjem potprograma RK).

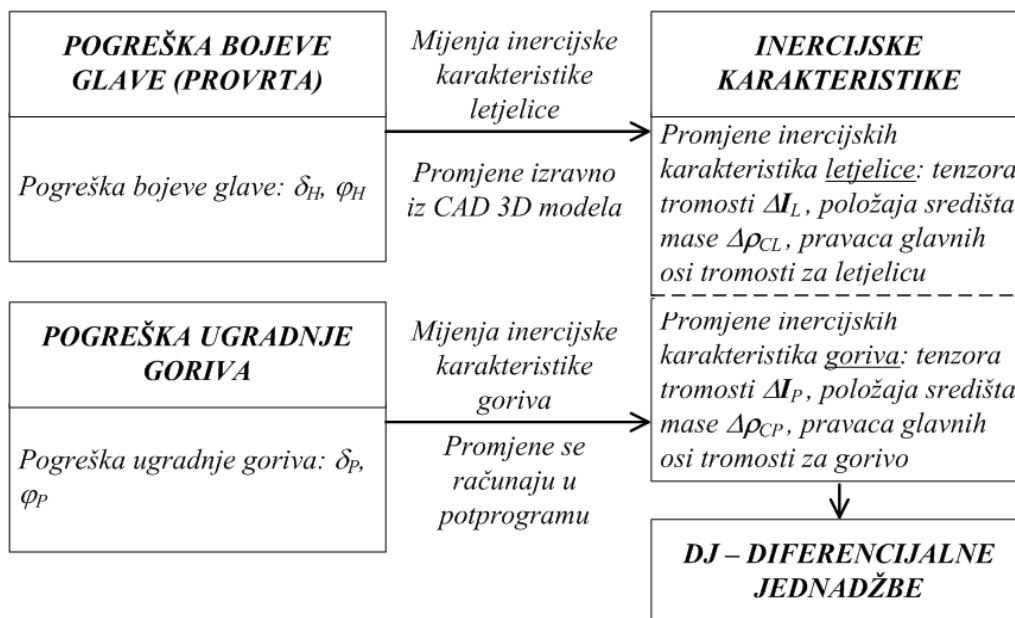
Nakon četiri prolaska DJ i RK potprograma te dobivanja vektora stanja, za svaku točku leta provjerava se je li dostignut uvjet za završetak programa. Taj uvjet može biti npr. dosegnuta određena daljina, prolaz projektila ispod visine na kojoj se nalazi cilj i slično.

4.1.1. Uvođenje proizvodnih pogrešaka

Kao što je već ranije bilo objašnjeno, pogreške proizvodnje mijenjaju geometrijske i inercijske karakteristike rakete a dobivaju se iz CAD 3D modela. Svaka pogreška je definirana preko odgovarajućeg kuta δ_i (kut između uzdužnih osi simetrije dva susjedna dijela rakete) te kuta φ_i koji daje zakret ravnine u kojoj leži kut δ_i u odnosu na odabranu referentnu ravninu.

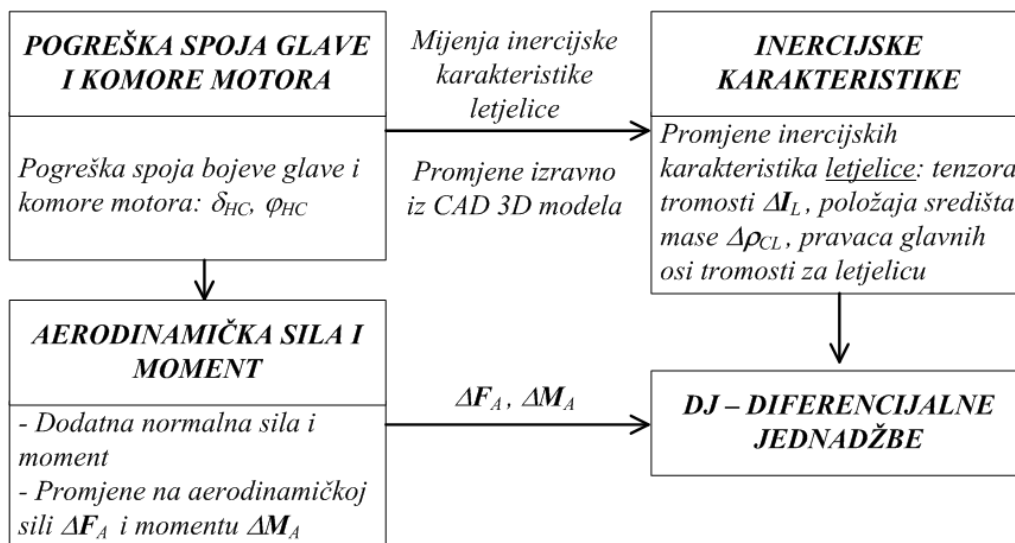
Za sve četiri pogreške koje se razmatraju kroz ovaj doktorski rad uvodi se po jedan ovakav par kutova, a koji zajedno daju prostorni kut nepodudaranja osi simetrije dva susjedna dijela (kao npr. za pogrešku spoja bojeve glave i komore motora) ili dva dijela rakete od kojih je jedan ugrađen unutar drugoga (eksplozivno punjenje unutar košuljice bojeve glave, blok goriva unutar komore motora i mlaznica unutar kućišta s krilcima).

Pogreška bojeve glave (provrti) i pogreška ugradnje bloka goriva odražavaju se isključivo na promjene inercijskih karakteristika. Razlika je u tome što se prva pogreška odražava na karakteristike letjelice, a druga goriva. U razvijenom rješenju inercijske karakteristike letjelice slijede izravno iz CAD 3D modela, dok se inercijske karakteristike goriva računaju u posebnom potprogramu ovisno o parametarski zadanoj pogrešci (slika 4.2).



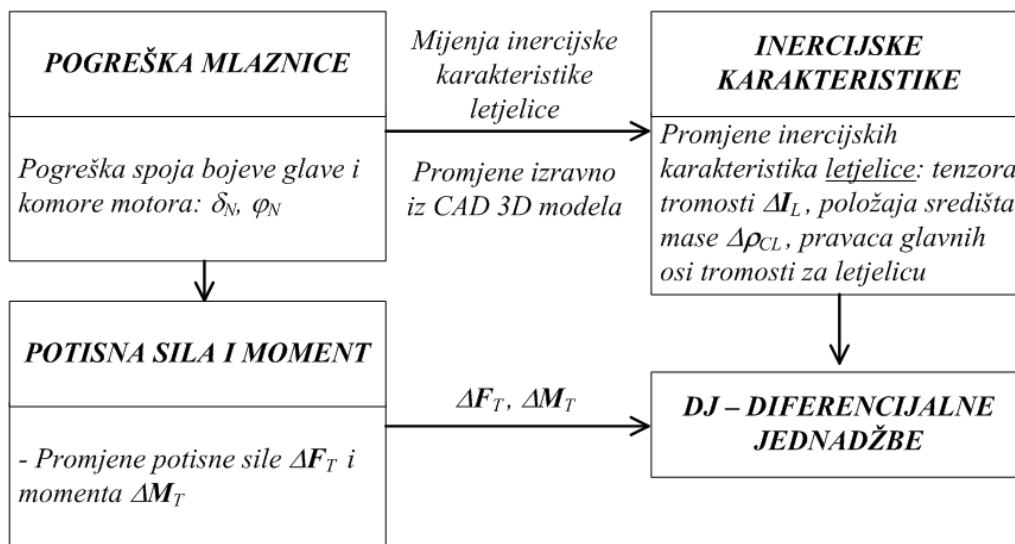
Slika 4.2. Uvođenje pogreške bojeve glave (gore) i ugradnje goriva (dolje)

Pogreška spoja bojeve glave i komore motora uzrokuje promjene inercijskih karakteristika letjelice (podatke daje CAD software), ali se još dodatno reflektira i na aerodinamička svojstva rakete prema (3.47). Pogreška je prikazana na slici 4.3.



Slika 4.3. Uvođenje pogreške spoja bojeve glave i komore motora

Pogreška mlaznice mijenja tenzor tromosti letjelice te dodatno skreće pravac potisne sile s osi simetrije rakete vanjske površine rakete. Komponente potisne sile u G-KS daje poseban potprogram, a izvedba je prikazana na slici 4.4.



Slika 4.4. Posljedice pogreške izvedbe mlaznice

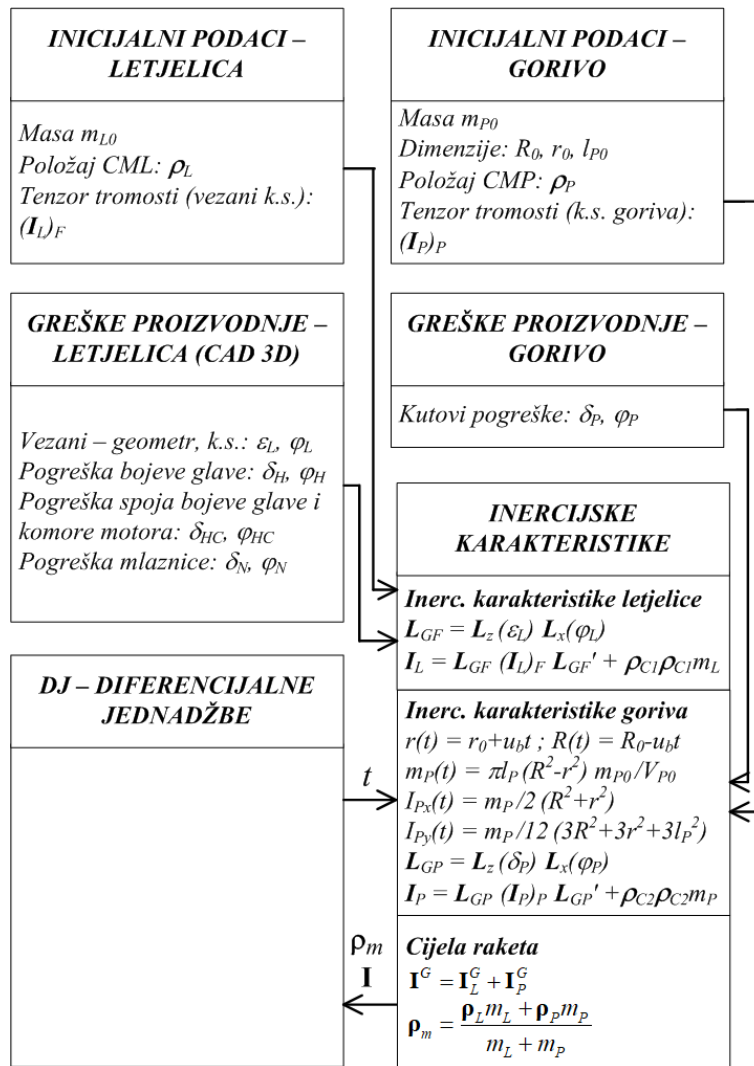
4.2. Postavljanje diferencijalnih jednadžbi

U potprogramu DJ postavljaju se diferencijalne jednadžbe (3.11) - (3.14) iz kojih onda slijedi vektor derivacija varijabli stanja:

$$\mathbf{F} = \dot{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_E & \dot{\lambda} & \dot{h} & \dot{u}_K & \dot{v}_K & \dot{w}_K & \dot{H}_x & \dot{H}_y & \dot{H}_z & \dot{\phi} & \dot{\vartheta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T. \quad (4.2)$$

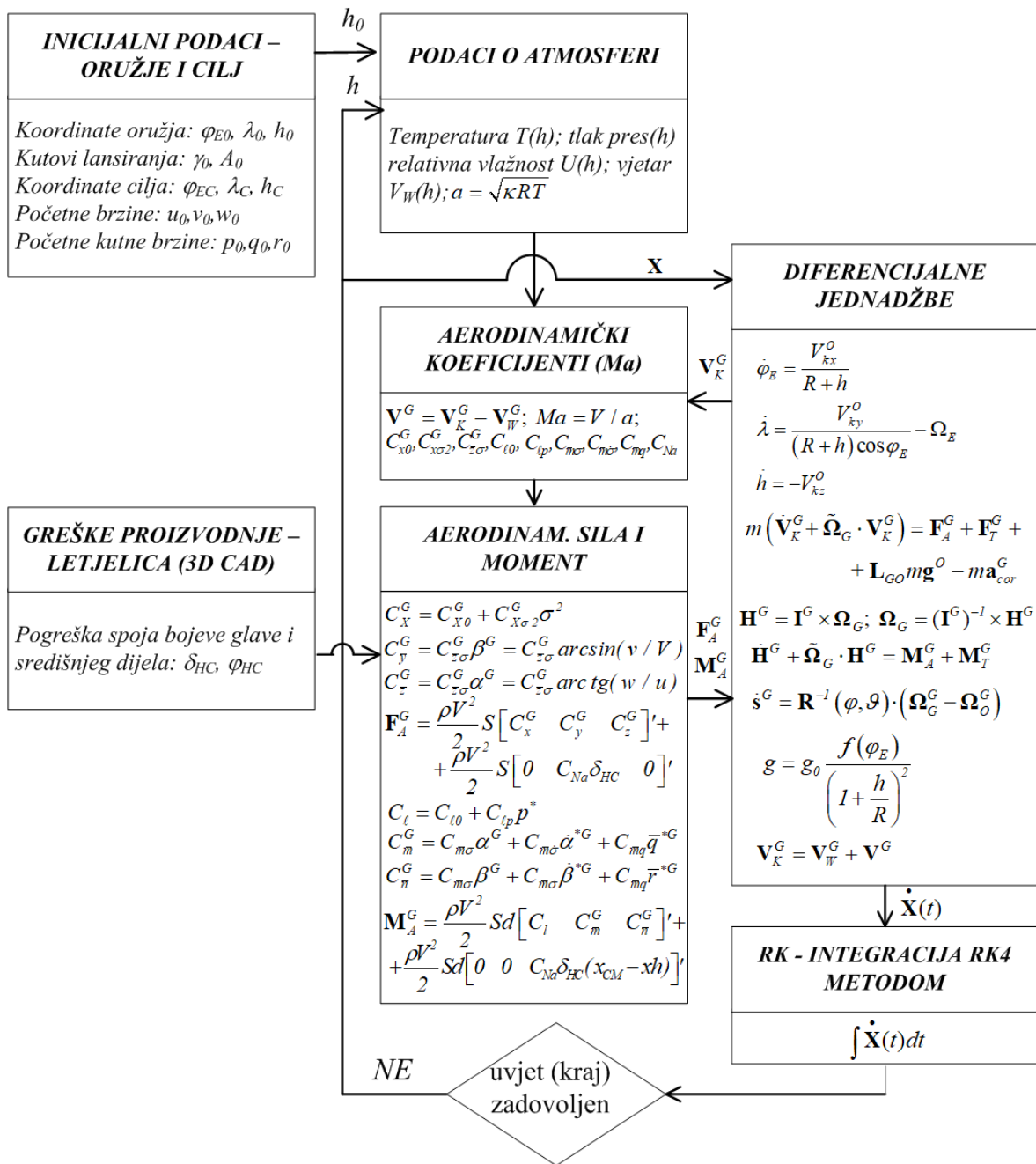
Za postavljanje ovih jednadžbi bit će potrebni podaci o geometrijskim i inercijskim karakteristikama projektila, stanju atmosfere te silama (aerodinamičkoj i potisnoj) i njihovim momentima oko središta mase projektila. Ove vrijednosti slijede iz drugih potprograma, a koji se svi pozivaju iz DJ:

- masa, središte mase i tenzor tromosti projektila prema osima G-KS računaju se u potprogramu *Inercijske karakteristike* kako je to objašnjeno u potpoglavlju 3.4 (slika 4.5)



Slika 4.5. Određivanje inercijskih karakteristika letjelice, goriva i cijele rakete

- komponente potisne (reaktivne) sile i njenog momenta za središte mase, također duž osi G-KS, prema (3.12) i (3.13) daje potprogram *Potisna sila i moment*
- gustoća zraka, brzina zvuka u zraku i vjetar dobivaju se pozivom potprograma *Podaci o atmosferi*
- komponente aerodinamičke sile i komponente aerodinamičkog momenta za središte mase duž osi G-KS dobivaju se pozivom potprograma *Aerodinamička sila i moment* (slika 4.6).



Slika 4.6. Računanje aerodinamičke sile i momenta u program 6DOF

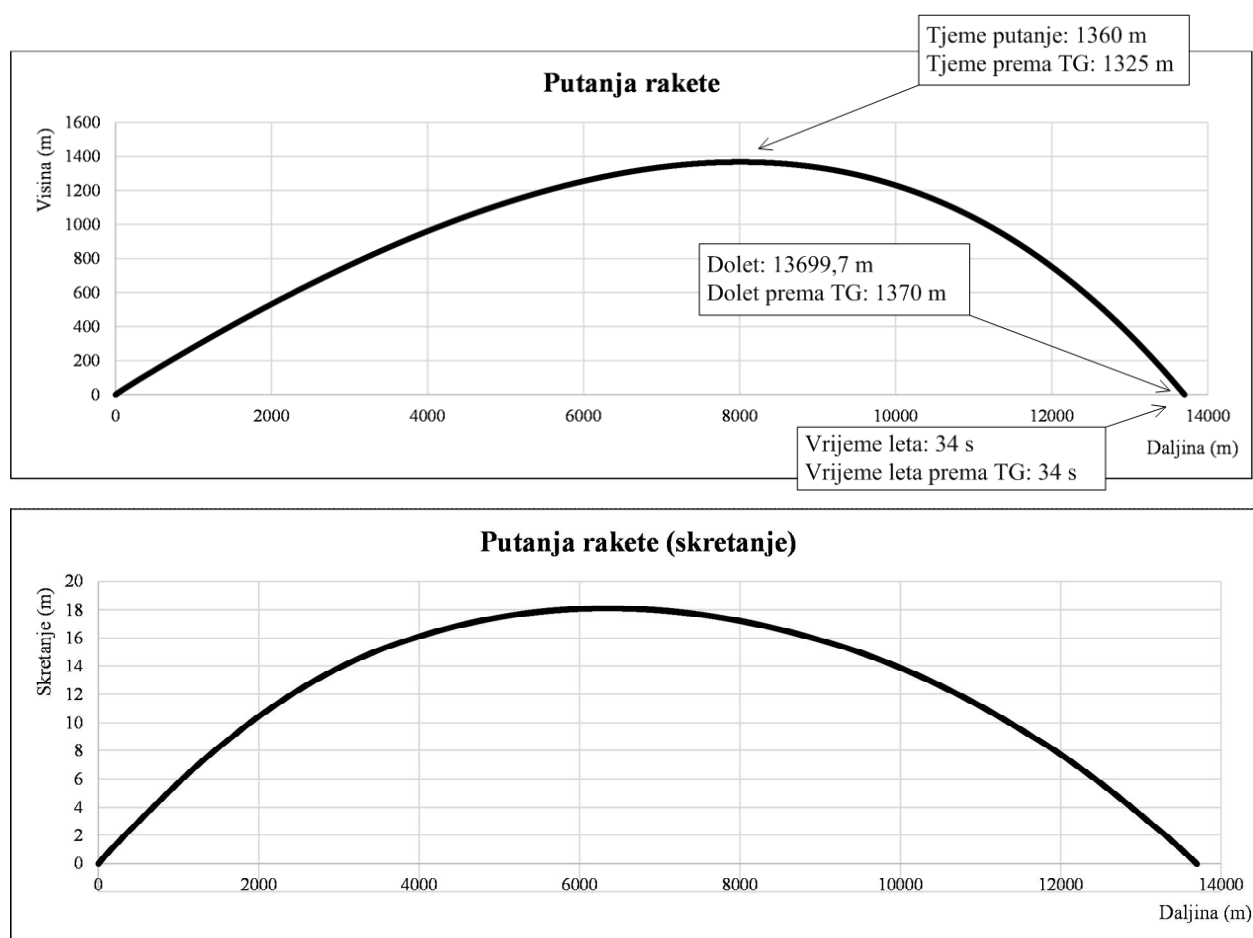
Kao što slika 4.6 pokazuje, za određivanje aerodinamičke sile potreban je velik broj informacija koje se neprestano povlače iz drugih potprograma, ovisno o uvjetima leta: tako se npr. mijenjaju podaci o atmosferi ovisno o visinskom sloju u kojemu se trenutno nalazi projektil, u proračun se uvode aerodinamički koeficijenti ovisno o stanju okolišnog zraka i tako dalje.

4.3. Primjer određivanja putanje rakete

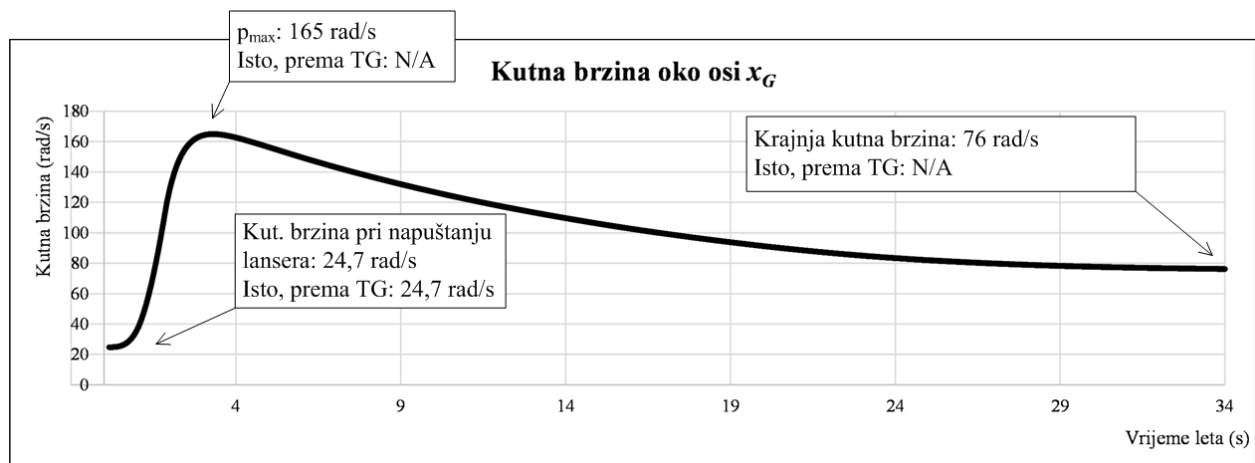
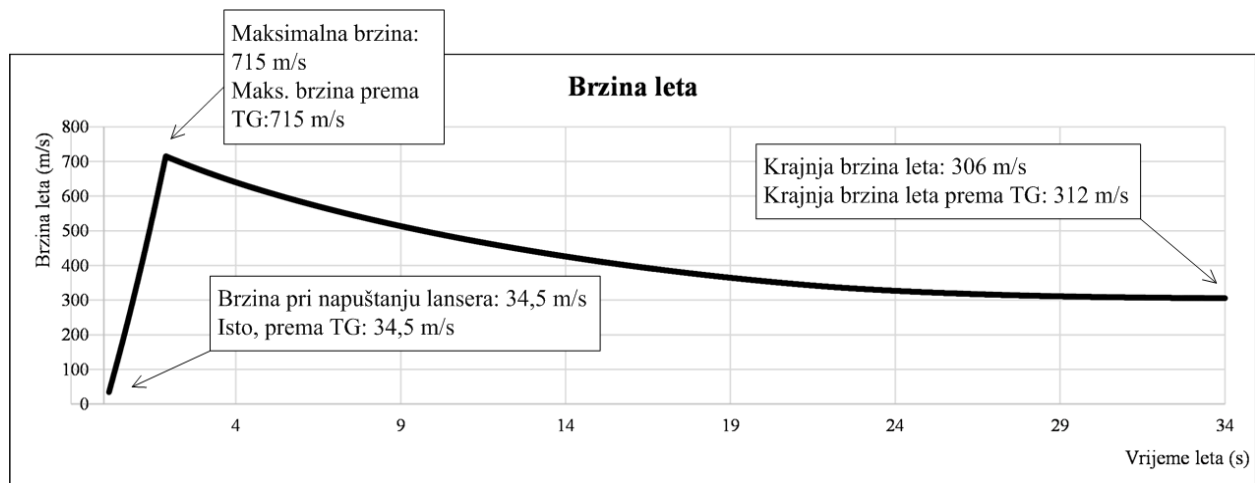
Program 6DOF provjeren je na primjeru gađanja cilja na udaljenosti 13.700 metara, što odgovara 2/3 maksimalnog doleta rakete. Uvjeti gađanja su sljedeći:

- oružje i streljivo odgovaraju nominalnim podacima, nema pogrešaka proizvodnje
- cilj je na udaljenosti od $X = 13.700$ m, na istoj visini kao i usta cijevi, mjesni kut $S_\gamma = 0^\circ$
- gađa se raketom M-21-OF GRAD 122 mm, bez kočionog prstena
- atmosfera je standardna ICAO atmosfera: $T_0 = 288$ K, $p_0 = 1013$ hPa, relativna vlažnost $\Phi_0 = 0\%$, vjetra nema $W_x = W_y = W_z = 0$ m/s.

Na slikama 4.7 i 4.8 prikazani su glavni parametri kretanja projektila prema G6DOF modelu opisanom u poglavlju 3, programski izvedenom kao u poglavlju 4. Dobiveni parametri leta uspoređeni su s podacima iz Tablica gađanja za ovu raketu.



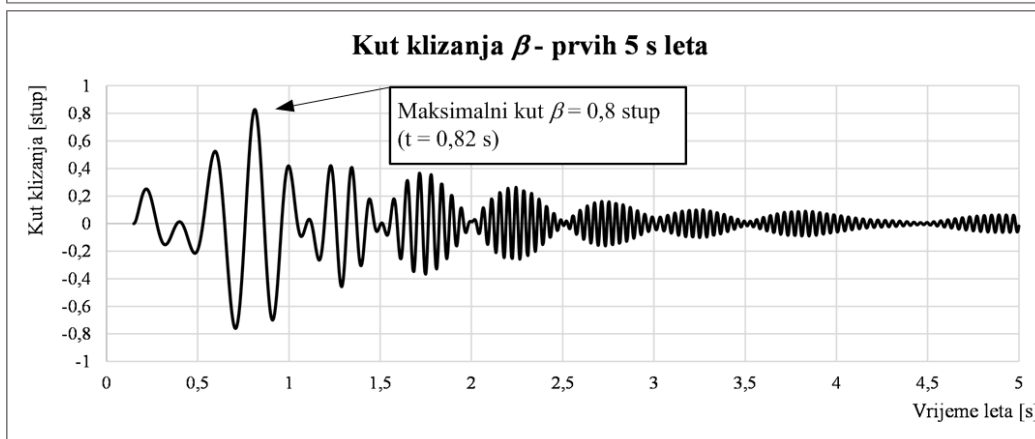
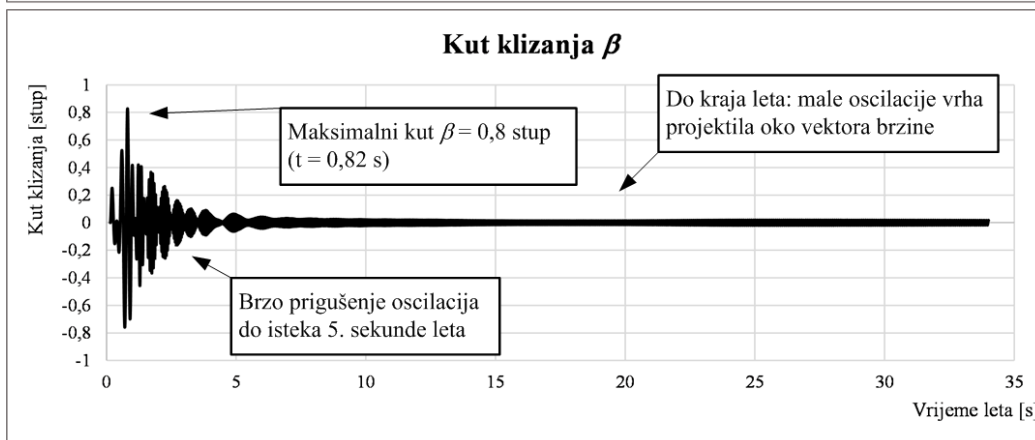
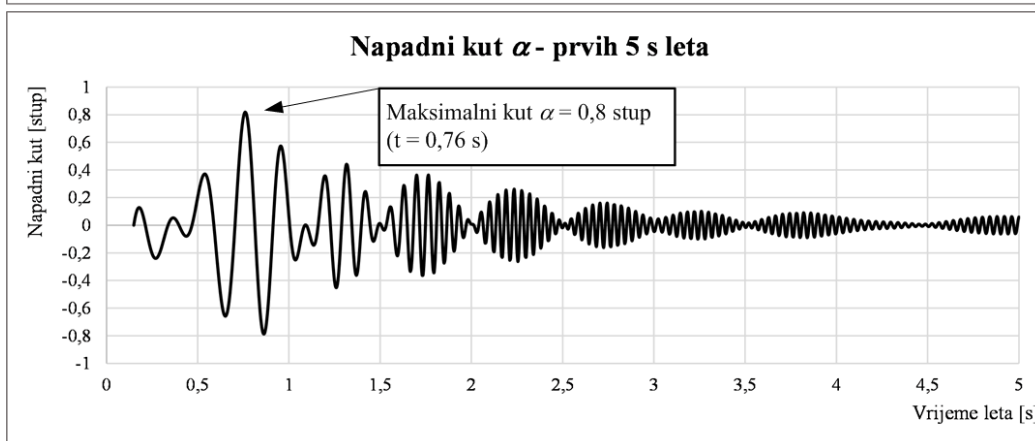
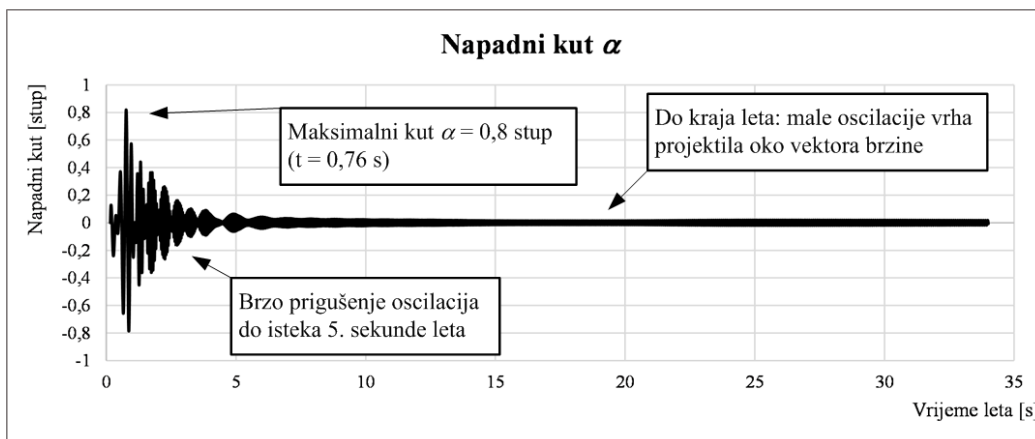
Slika 4.7. Putanje rakete (promjena visine i skretanja s daljinom)



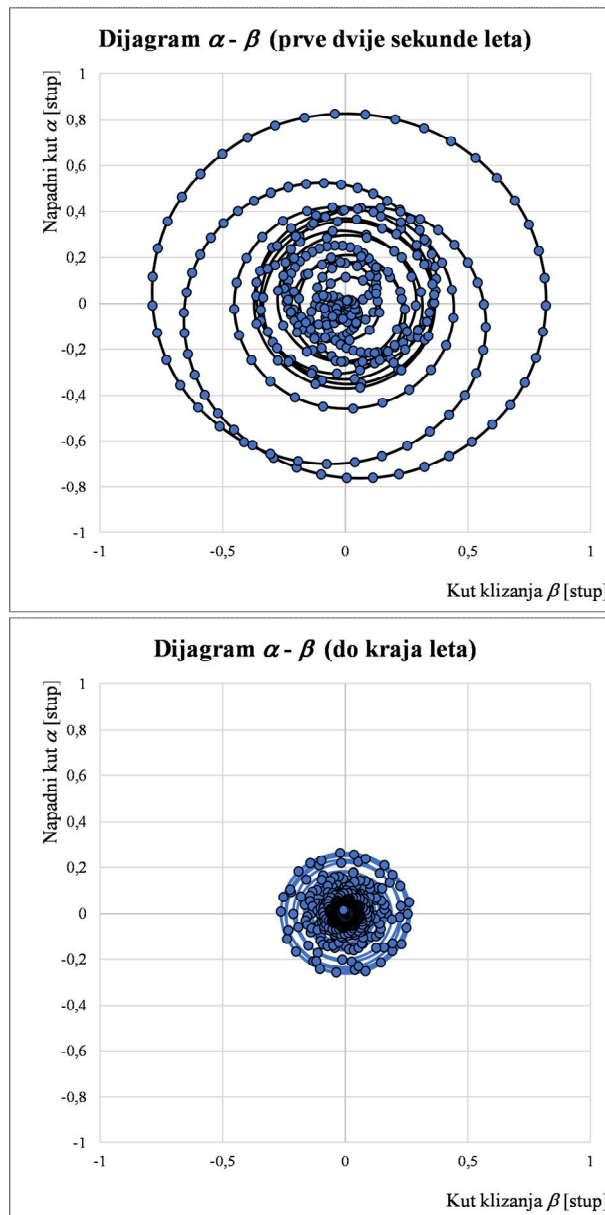
Slika 4.8. Brzina leta i kutna brzina oko uzdužne osi, promjena s vremenom leta

Analiza gibanja oko središta mase pokazuje brzo smirivanje početnih oscilacija napadnog kuta α i kuta klizanja β . U prvoj sekundi po izlasku iz lansera oba kuta doživljavaju maksimalne amplitude, nešto manje od 1° , no već do kraja druge sekunde amplitude padaju na $0,4^\circ$, a gibanje se nastavlja pravilno sve do kraja leta.

Gibanje oko središta mase prikazano je na slikama 4.9 i 4.10.



Slika 4.9. Napadni kut i kut klizanja, promjene tijekom leta

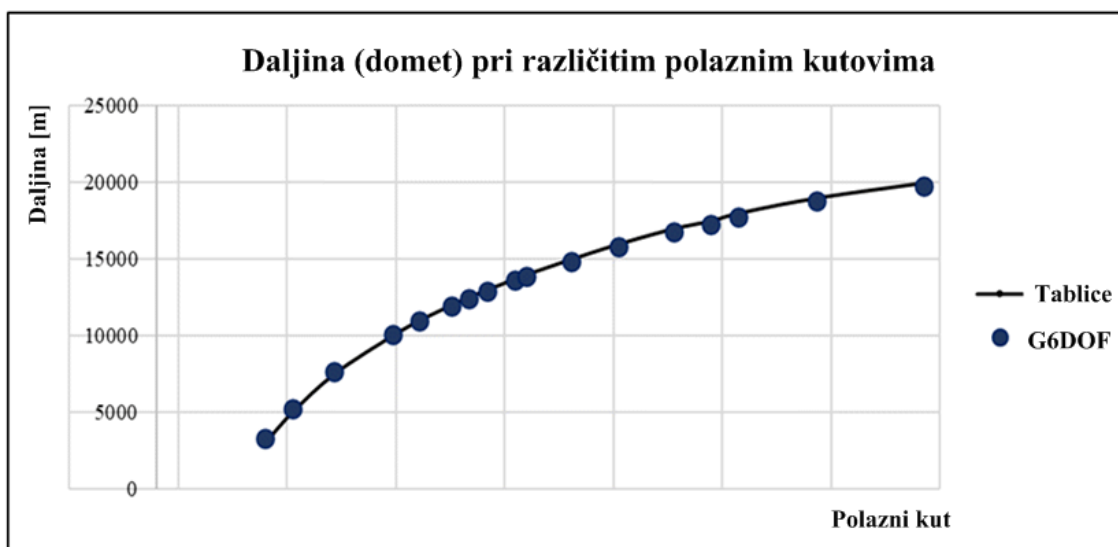


Slika 4.10. Gibanje oko središta mase, prve dvije sekunde (gore) i let nakon dvije sekunde do kraja leta (dolje)

4.4. Usporedba doleta s podacima iz Tablica gađanja

Za kraj se mogu usporediti doleti dobiveni G6DOF programom s podacima iz Tablica gađanja (TG). Provjeravaju se rezultati u intervali 10.000 – 20.000 m, što odgovara „radnim“ daljinama na kojima se koristi ova raketa.

Za sve daljine manje od 10 km koristi se raketa s jednim od dva raspoloživa kočiona prstena.



Slika 4.11. Usporedba doleta prema Tablicama gađanja i prema G6DOF modelu

Na slici 4.11 vidi se vrlo dobro poklapanje doleta prema G6DOF programu s podacima iz Tablica gađanja. Razlike su toliko male da se može se s visokom razinom povjerenja zaključiti kako program daje vjerodostojne rezultate te se mogu dalje izvoditi zaključci temeljeni na ovakvom matematičkim i programskom rješenju.

4.5. Zaključci poglavlja

1. Predstavljeno je programsko rješenje G6DOF modela leta koji je predstavljen u prethodnom poglavlju.
2. Pojašnjeni su glavni elementi programa (glavni program, potprogram za postavljanje diferencijalnih jednadžbi i drugi).
3. Prikazano je kako se u program uvode proizvodne pogreške.
4. Program je testiran na primjeru idealne rakete.
5. Dobivena putanja i elementi gibanja oko središta mase uspoređeni su s podacima iz Tablica gađanja te se pokazuje vrlo dobro slaganje dobivenih podataka s tablicama.
6. Zaključuje se da predstavljeno rješenje može biti korišteno za buduće izračune i analizu efekata proizvodnih pogrešaka na putanju rakete.

5. ANALIZA UTJECAJA PROIZVODNIH POGREŠAKA KAO DETERMINISTIČKIH VELIČINA

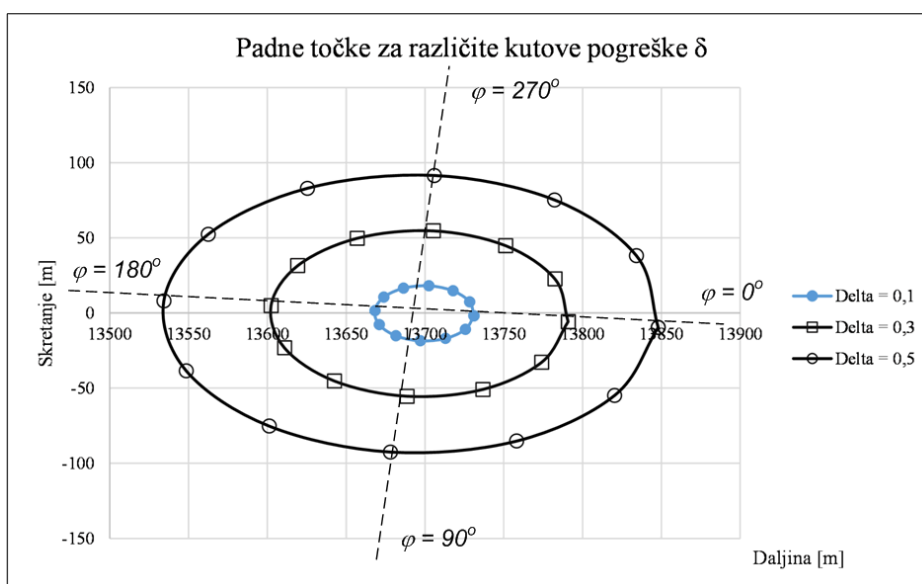
Utjecaj ranije opisanih proizvodnih pogrešaka bit će ispitan na dva načina:

- tretirajući pogreške kao **determinističke veličine**, uz uspostavljanje veze između pogrešaka različitih intenziteta i rezultirajućeg odstupanja padnih točaka
- tretirajući pogreške kao **nedeterminističke veličine**, uz provedbu simulacija i statističku analizu rezultata (u sljedećim poglavljima).

5.1. Klasična analiza utjecaja pogrešaka proizvodnje

Prvi način tretiranja pogrešaka srodan je klasičnim metodama odabira dozvoljenih proizvodnih pogrešaka, odnosno tolerancija proizvodnje: analizira se utjecaj sve većih pogrešaka i traži se ona granica kod koje proizvod više ne zadovoljava uvjete funkcionalnosti [65]. Kombinacijom takvih metoda služi se npr. metoda najgoreg slučaja (*eng.: Worst-Case Method*) koja analizira što bi se dogodilo kada bi sve pogreške bile na gornjim dopuštenim granicama [66], [67].

U ovom radu deterministička obrada pogrešaka bit će provedena na način da se za svaku od njih odabere jedna veličina kuta pogreške δ_i unutar dozvoljenih granica ($|\delta_i| \leq \delta_{i_max}$) te se onda za taj kut varira radijalni kut φ_i unutar granica $0 \leq \varphi_i \leq 2\pi$. Promjenom kuta φ_i zakreće se ravnina pogreške u odnosu na referentnu ravninu $x_G - y_G$ čiji je položaj u početnom trenutku konstantan.



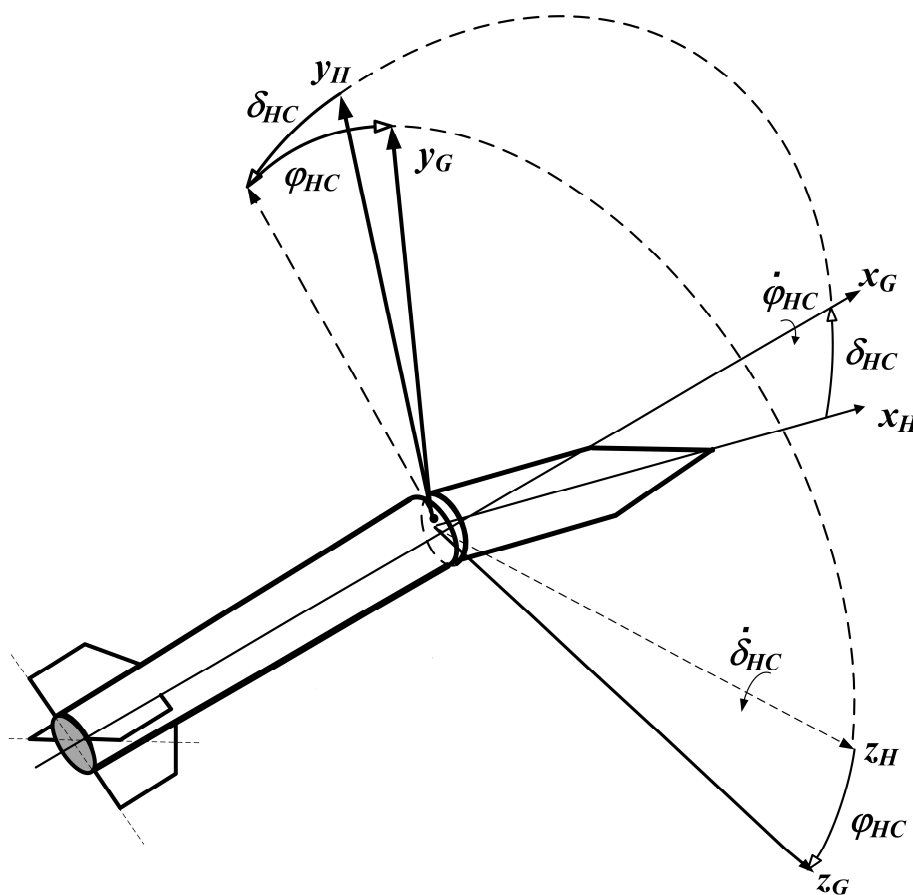
Slika 5.1. Krivulje padnih točaka za različite kutove pogreške δ i radijalne kutove φ

Svaki par kutova (δ_i , φ_i) rezultira jednom padnom točkom, no i dalje vrijedi da su za jedan kut pogreške δ_i sve porazmještene po istoj krivulji (tipično eliptičnog oblika). Ova se elipsa prostire oko neke središnje točke, a koja će u općem slučaju biti manje ili više pomaknuta u odnosu na cilj.

Veličina krivulje (elipse) padnih točaka određena je iznosom kuta δ_i . Promjenom radijalnog kuta φ_i ne mijenjaju se dimenzije elipse, nego samo padne točke bivaju razmještene po njoj. Odabir maksimalno dozvoljene pogreške provodi se analizom promašaja po daljini i po pravcu, vrijednostima koje u pravilu postavlja vojska a na proizvođaču je onda da se uklopi u zadane granice.

5.2. Analiza pogreške spoja bojeve glave i komore motora

Tehnološka pozadina pogreške spoja bojeve glave i komore motora objašnjena je u ranijim poglavljima. Analizira se utjecaj nepodudaranja osi simetrije bojeve glave i komore motora. Ove su dvije osi simetrije međusobno zakrenute za kut δ_{HC} u ravnini poremećaja $x_H - y_H$, a koja je od referentne ravnine $x_G - y_G$ otklonjena za kut φ_{HC} .



Slika 5.2. Pogreška spoja bojeve glave i komore motora, kutovi δ_{HC} i φ_{HC}

Analizira se efekt pogrešaka u intervalu $0^\circ \leq \delta_{HC} \leq 0,3^\circ$. Gornja granica intervala je ujedno tolerancija izrade ovog spoja ($\delta_{HC_tol} = 0,3^\circ$). Vrijednost tolerancije procijenjena je tako da dobro opisuje mogućnosti proizvodnog procesa.

Promjene inercijskih karakteristika letjelice

Razmatrana pogreška uzrokuje promjene inercijskih karakteristika letjelice:

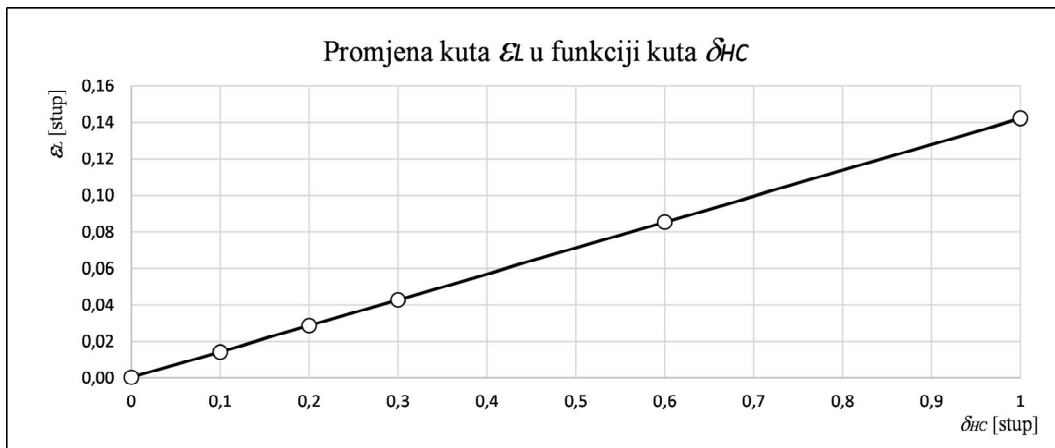
- položaja središta mase ρ_{mL}
- smjera glavnih osi tromosti u odnosu na osi geometrijskog koordinatnog sustava
- tenzora inercije $\mathbf{I}_L^G$; u tom tenzoru, danom u G-KS pojavljuju se produkti inercije (I_{xy} , I_{yz} , I_{zx}) kojih nema kod rakete izvedene bez pogrešaka (kod „idealne“ rakete).

Što se tiče središta mase, ono gotovo da i ne mijenja svoj položaj. Radi se o promjenama manjima od jednog milimetra, čak i na samoj gornjoj granici promatranog intervala $\delta_{HC} = \delta_{HC_tol} = 0,3^\circ$. Za praktične izračune moguće je stoga zaključiti da se položaj središta mase ne mijenja uslijed pogrešne izvedbe bojeve glave.

Analiza promjena na tenzoru tromosti također pokazuje da se radi o relativno malim promjenama. Kut između glavne osi tromosti x i osi x_G geometrijskog koordinatnog sustava označava se sa ε_L .

Analiza pokazuje da postoji linearna ovisnost između kuta pogreške δ_{HC} i kuta ε_L , pri čemu je ovaj drugi kut (zakreta glavnih osi prema osima geometrijske simetrije) za red veličine manji od iznosa kuta pogreške δ_{HC} . Na gornjoj granici promatranog intervala ($\delta_{HC} = 0,3^\circ$) doseže vrijednost od samo $\varepsilon_L = 0,04^\circ$. Ako ne postoje drugi poremećaji, tada kut ε_L leži u ravnini pogreške $x_H - y_H$ kao i kut δ_{HC} .

Slika 5.3 pokazuje da se radi o vrlo malim promjenama inercijskih karakteristika letjelice, no one se svejedno ne smiju zanemariti. U predloženom programskom rješenju uzimaju se u obzir sve promjene tenzora tromosti i položaja središta mase. Analiza u nastavku pokazuje ispravnost ovakve odluke, odnosno dokazuje se da čak i ovakve male promjene rezultiraju velikim odstupanjima padnih točaka u odnosu na položaj cilja.



Slika 5.3. Kut zakreta glavnih osi ε_L u funkciji kuta pogreške δ_{HC}

Utjecaj na odstupanje padne točke

Analiza utjecaja na odstupanje padne točke projektila (u odnosu na cilj) provodi se izračunom prema sljedećim parametrima:

- ispituje se utjecaj za kutove pogreške u intervalu $0^\circ \leq \delta_{HC} \leq 0,3^\circ$
- radijalni kut mijenja se unutar intervala $0^\circ \leq \varphi_{HC} \leq 360^\circ$, za potrebe analize povećava se s inkrementom od 30°
- gađa se cilj na koordinatama $\mathbf{p}_C = (13700, 0, 0)$ [m] - ova daljina je odabrana zato što predstavlja $2/3$ maksimalnog dometa promatrane rakete
- osim pogreške spoja bojeve glave i komore motora ne postoje nikakva druga odstupanja od nominalnih uvjeta.

Let projektila računa se prema G6DOF modelu i uz pomoć predstavljenog programskog rješenja.

Ulazni parametri, a koji uključuju točne geometrijske i inercijske karakteristike za svaku raketu (ovisno o uvedenoj proizvodnoj pogrešci) dobiveni su iz CAD 3D modela rakete.

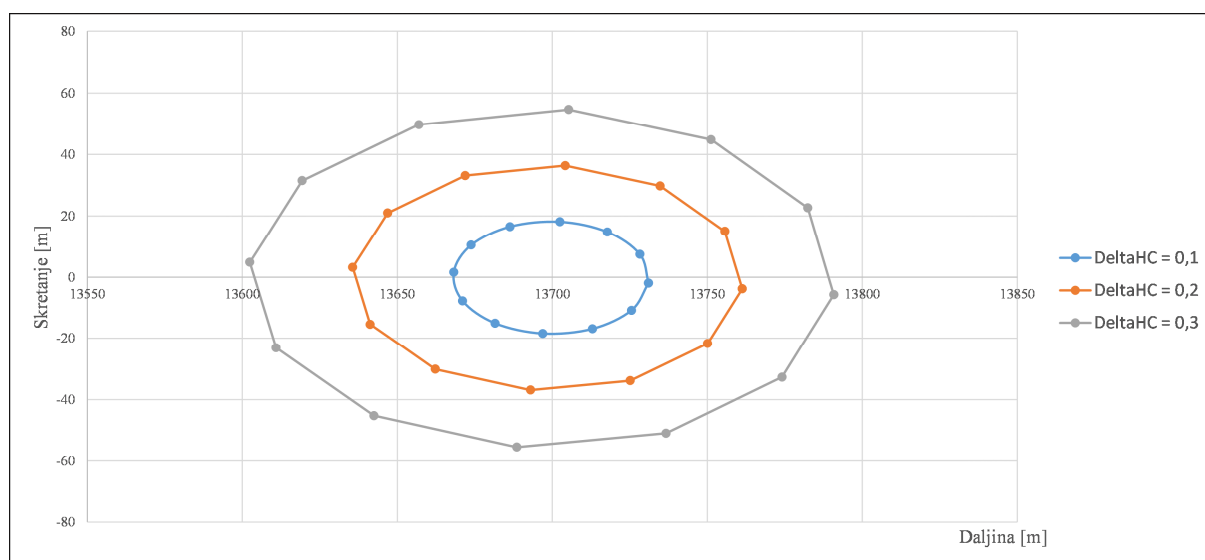
Dobiveni rezultati uspoređeni su s Tablicama gađanja, a koje se mogu smatrati mjerodavnim podatkom i zamjenjuju provedbu financijski nedostupnih mjerenja. Tablice gađanja su nastale na temelju gađanja većim brojem projektila koja se u pravilu provodi na sljedeći način:

- za odabranu elevaciju gađa se u kratkom vremenskom razdoblju, s minimalno pet projektila kako bi se minimizirao utjecaj promjene atmosferskih prilika
- gađanje se provodi se kroz tri uzastopna dana, što znači da se sveukupno za svaku odabranu elevaciju gađa s minimalno 15 projektila

- gađanje se provodi na nekoliko elevacija: npr. za topničko oružje to su elevacije 5° , 15° , 25° , 45° , elevacija najvećeg dometa te 65° za gornju grupu kutova; za rakete gađa se na više različitih daljina.

Sve ovo potvrđuje vrijednost Tablica gađanja te je argument koji govori da se podaci iz njih mogu smatrati kontrolnim mehanizmom s kojim će biti uspoređeni rezultati numeričkih simulacija.

U skladu s očekivanjima, uvođenjem pogreške spoja bojeve glave i komore dobivene su elipse po kojima su smještene padne točke projektila. Veličina osi ovih elipsa – ili raspon između minimalne i maksimalne koordinate padne točke po daljini, odnosno po pravcu – ovisi isključivo o iznosu kuta δ_{HC} . Na slici 5.4 su prikazane krivulje po kojima su razmještene padne točke za tri vrijednosti kuta pogreške: $\delta_{HC} = 0,1^\circ$, $\delta_{HC} = 0,2^\circ$ i $\delta_{HC} = 0,3^\circ$.



Slika 5.4. Krivulje padnih točaka za različite vrijednosti kuta δ_{HC}

Osi elipse (odnosno raspon između maksimuma i minimuma po daljini ili po pravcu) rastu u promatranom intervalu linearno s porastom kuta δ_{HC} . U tablici 5.1 dan je raspon između krajnjih padnih točaka.

Tablica 5.1. Raspon između krajnjih točaka za različite kutove δ_{HC}

Kut pogreške δ_{HC} [stup]	Po daljini			Po skretanju			Prosječna vrijednost padne točke	
	Minimum [m]	Maksimum [m]	Raspon [m]	Minimum [m]	Maksimum [m]	Raspon [m]	Prosječna daljina [m]	Prosječno skretanje [m]
0,1	13668,2	13731,0	62,9	-18,5	18,1	36,6	13699,6	-0,2
0,2	13635,6	13761,3	125,7	-36,9	36,4	73,3	13698,5	-0,3
0,3	13602,4	13790,8	188,4	-55,4	54,7	110,1	13696,7	-0,4

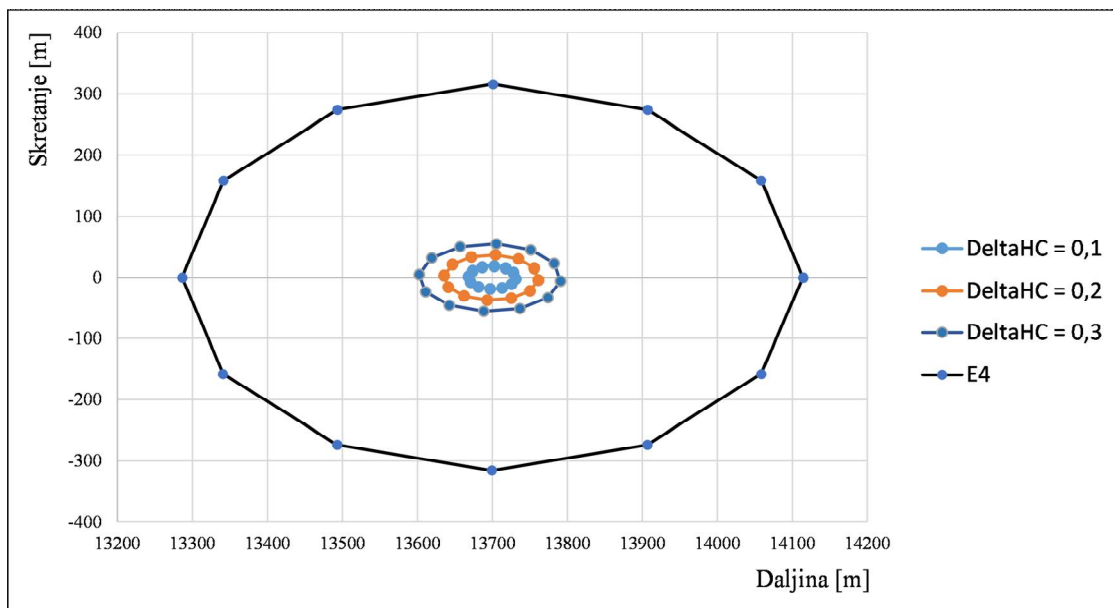
Vidi se da je krivulja padnih točaka kod najmanje analizirane pogreške $\delta_{HC} = 0,1^\circ$ relativno prihvatljivih dimenzija, 62,9 x 36,6 m. Međutim, kod najveće dozvoljene pogreške krivulja zatvara trostruko veću površinu pa krajnje padne točke mogu međusobno biti udaljene čak 188 m po daljini i 110 m po pravcu. Veći kutovi pogreške rezultirali bi još većim rasponima između padnih točaka, što znači da bi takav projektil bio vrlo niske efikasnosti iako je za sada u simulaciji isključen utjecaj svih drugih poremećaja.

Iz Tablice 5.1 vidljivo je i da prosječna vrijednost padne točke s porastom kuta bilježi sve veći podbačaj u odnosu na cilj, što je očekivano zbog dodatnog induciranog otpora uslijed diskontinuiteta vanjske konture. Također se srednja točka malo pomiče u stranu, što je također očekivano zbog dodatne normalne sile i njenog momenta.

Za kraj se može efekt ove pogreške usporediti s rezultatima iz Tablica gađanja. U njima se između ostalog navodi očekivana pogreška, a koja u teoriji gađanja ima sljedeće značenje:

- kod dovoljno velikog uzorka, polovica svih projektila past će unutar pojasa $(\mu - E, \mu + E)$ (tzv. pojas bolje polovice pogodaka, kod dovoljno velikog uzorka vrijedi $P(\mu - E < x < \mu + E) = 0,5$)
- 99,65% pogodaka past će unutar pojasa $(\mu - 4E, \mu + 4E)$.

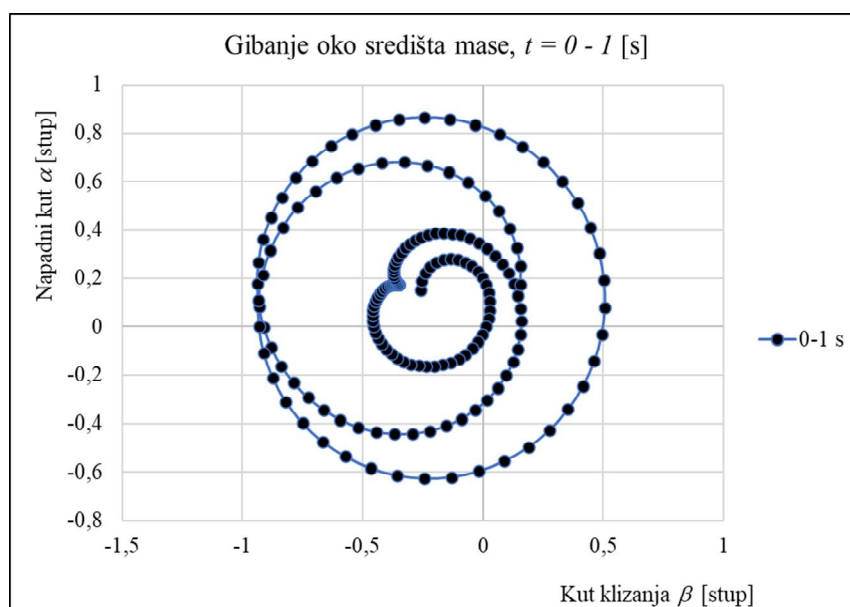
Na slici 5.5 prikazane su krivulje padnih točaka projektila za različite pogreške δ_{HC} i uspoređene s ovim drugim pojasom koji daju Tablice gađanja – radi se o površini eliptičnog oblika čije poluosi četiri očekivane pogreške po daljini E_x i četiri po pravcu E_z ($4 \cdot E_x$ i $4 \cdot E_z$). Ovaj pojas označen je sa E_4 i predstavlja površinu u kojoj bi se trebale naći padne točke gotovo svih projektila opterećenih raznim poremećajima.



Slika 5.5. Usporedba površine disperzije prema TG (linija E4) i uslijed pogreške δ_{HC}

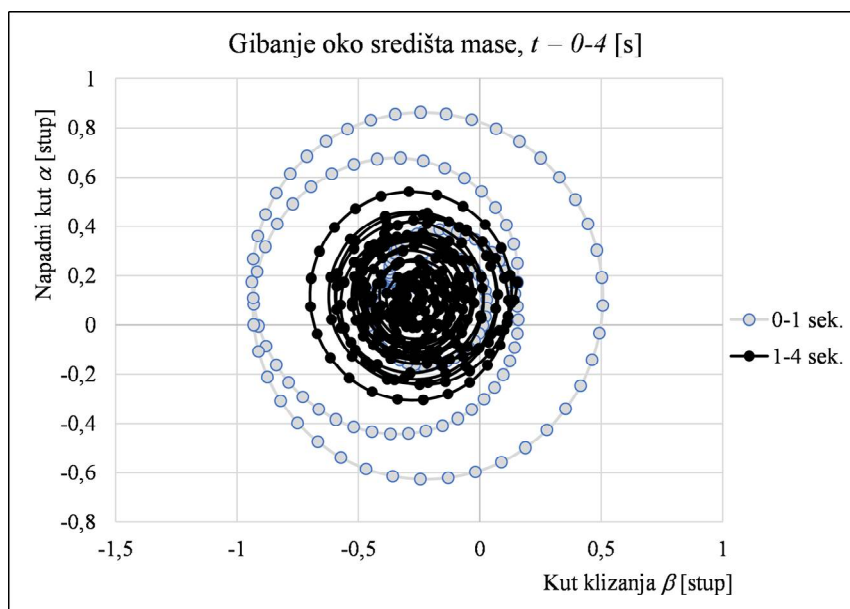
S obzirom da maksimalna pogreška $\delta_{HC} = 0,3^\circ$ daje odstupanja padne točke koja su osjetno manja od pojasa E_4 , to znači da postoji još snažnih generatora nepreciznosti analizirane rakete.

Zanimljivo je još analizirati gibanje oko središta mase. Na slici 5.6 prikazani su napadni kut α i kut klizanja β za slučaj $\delta_{HC} = 0,3^\circ$; $\varphi_{HC} = 60^\circ$:



Slika 5.6. Gibanje oko središta mase, $\delta_{HC} = 0,3^\circ$, $t = 0-1$ [s]

Vidi se da su kutovi nešto veći nego kod slučaja bez poremećaja. Niti napadni kut niti kut klizanja ne prelaze vrijednost od 1° , ali slika više nije simetrična s obzirom na os geometrijske simetrije x_G . Putanja projektila skrenuta je u stranu, što na kraju rezultira skretanjem padne točke od 45 metara. Na slici 5.7 prikazano je gibanje oko središta mase za prve četiri sekunde:



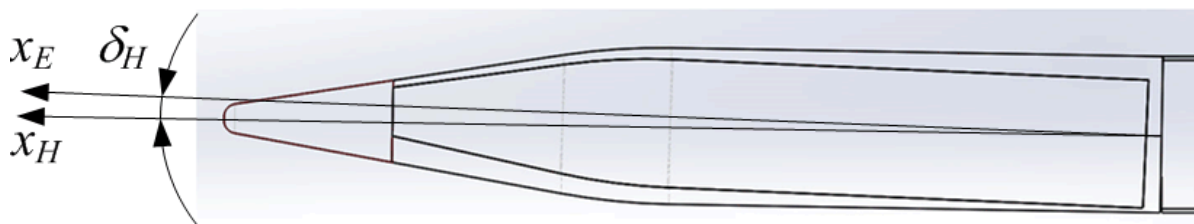
Slika 5.7. Gibanje oko središta mase, $\delta_{HC} = 0,3^\circ$, $t = 0-4$ [s]

Na slici 5.7 vidljivo je brzo smirivanje oscilacija vrha projektila oko vektora brzine te već do četvrte sekunde kutovi α i β padaju na vrijednosti ispod $0,4^\circ$ (i nastavljaju padati u nastavku leta). Projektil stoga ostaje stabilan, što je važan zaključak kada se radi o malim vrijednostima kuta pogreške δ_{HC} . Iz prakse je inače poznato da postoji tek mala vjerojatnost pojave raketa kod kojih bi vrijedilo da je $\delta_{HC} > 0,3^\circ$, budući bi takav slučaj upućivao na vrlo nisku kvalitetu proizvodnje. Pri postavljanju zahtjeva prema proizvođačima može se postaviti zahtjev da se rakete kod kojih bi pogreška bila veća od $0,3^\circ$ odbace u fazi kontrole kvalitete.

Pogreška spoja bojeve glave i komore motora spada među pogreške s relativno velikim utjecajem na točnost gađanja te je potrebno postaviti relativno uske tolerancije. Te tolerancije ne moraju biti toliko stroge kao kod izrade mlaznice, ali moraju biti strože nego npr. u fazi izrade bojeve glave. Procjenjuje se da je vrijednost $\delta_{HC} = 0,3^\circ$ krajnja pogreška koja je još prihvatljiva, uz uvjet da se pojavi kod što manjeg broja isporučenih proizvoda.

5.3. Analiza pogreške izvedbe bojeve glave (provrt)

Analizira se utjecaj nepodudaranja osi simetrije unutrašnje površine (označena sa x_E) s osi simetrije vanjske površine bojeve glave (oznaka: x_H). Ove su dvije osi simetrije međusobno zakrenute za kut δ_H u ravni poremećaja $x_E - y_E$, a koja je od referentne ravnine $x_H - y_H$ otklonjena za kut φ_H .



Slika 5.8. Pogreška proizvodnje bojeve glave

Analizira se efekt pogrešaka u intervalu $0^\circ \leq \delta_H \leq 0,5^\circ$. Naime temeljem prethodnih analiza ustanovljeno je da ova pogreška utječe na putanju višestruko manje nego je to slučaj s ostalim pogreškama analiziranim u ovom radu. S druge strane, procjenjuje se da nema smisla ići na nerealno velike pogreške (1° , 2° ili čak više) jer se takvi slučajevi ipak teško mogu očekivati u uvjetima realne proizvodnje. Stoga se odabire vrijednost tolerancije izrade bojeve glave $\delta_{H_tol} = 0,5^\circ$ koja realno odražava karakteristike proizvodnog procesa.

Promjene inercijskih karakteristika letjelice

Kao i pogreška spoja bojeve glave i komore, tako i ova proizvodna pogreška uzrokuje promjene inercijskih karakteristika letjelice (položaja središta mase ρ_{mL} , smjera glavnih osi tromosti u odnosu na osi geometrijskog koordinatnog sustava te tenzora inercije $\mathbf{I}_L^G$).

Položaj središta mase gotovo da se i ne mijenja – radi se o promjenama koje se mjere u desetim dijelovima milimetra. Ovakve promjene nisu od značaja za praktične izračune, iako su u programskom rješenju koje prati ovaj doktorski rad one ipak uvedene.

Analize promjena na pravicima glavnih osi i na tenzoru tromosti pokazuje da se radi o vrlo malim promjenama. Kut ε_L koji daje zakret glavne osi tromosti x u odnosu na os x_G za dva reda veličine je manji od kuta δ_H te linearno raste s porastom kuta pogreške.

Iako male po iznosu, promjene inercijskih karakteristika se svejedno ne zanemaruju. Utjecaj na putanju postoji, iako mnogo slabiji nego je to slučaj kod drugih analiziranih pogrešaka. Navedeni zaključci bit će pokazani u nastavku rada.

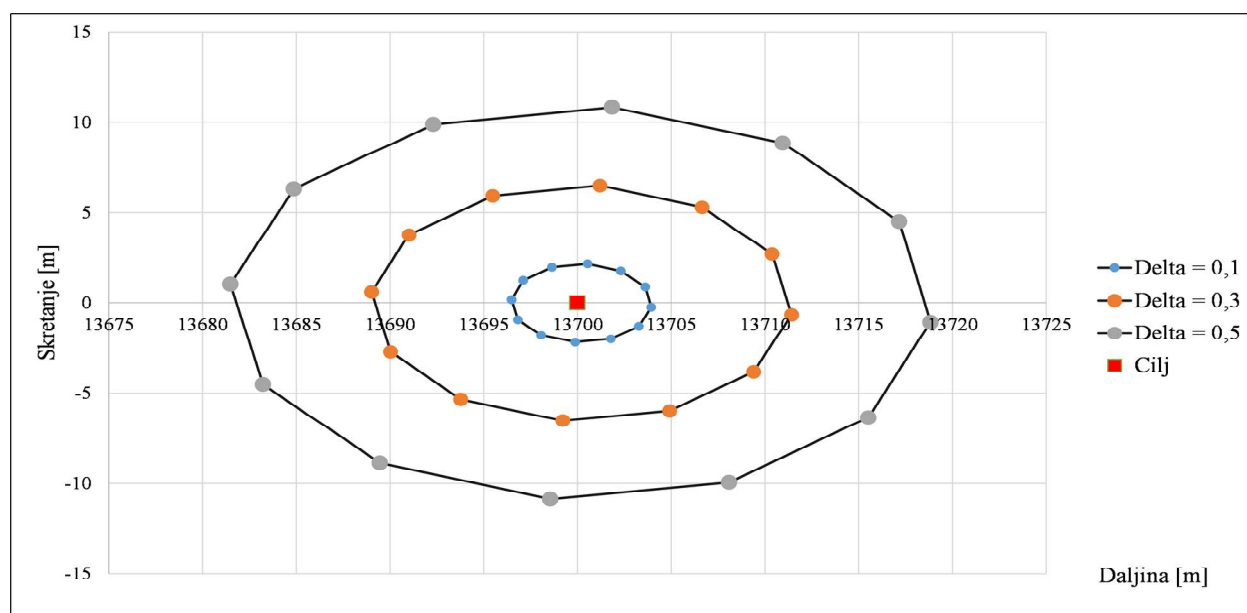
Utjecaj na odstupanje padne točke

Analiza utjecaja na odstupanje padne točke projektila (u odnosu na cilj) provodi se izračunom prema sljedećim parametrima:

- ispituje se utjecaj za kutove pogreške u intervalu $\delta_H = 0^\circ - 0,5^\circ$
- radijalni kut mijenja se unutar intervala $\varphi_H = 0^\circ - 360^\circ$, za potrebe analize povećava se s inkrementom od 30°
- gađa se cilj na koordinatama $\mathbf{p}_C = (13700, 0, 0) \text{ [m]}$
- osim pogreške proizvodnje bojeve glave ne postoje nikakva druga odstupanja od nominalnih uvjeta.

Let projektila računa se prema G6DOF modelu i uz pomoć ranije predstavljenog programskog rješenja. Ulazne geometrijske i inercijske karakteristike za svaku raketu dobiveni su iz CAD 3D modela te se razlikuju od rakete do rakete ovisno o intenzitetu i smjeru simulirane pogreške.

Na slici 5.9 su prikazane krivulje po kojima su razmještene padne točke za tri vrijednosti kuta pogreške: $\delta_H = 0,1^\circ$, $\delta_H = 0,3^\circ$ i $\delta_H = 0,5^\circ$.



Slika 5.9. Krivulje padnih točaka za različite vrijednosti kuta δ_H

Osi elipse (odnosno raspon između maksimuma i minimuma po daljini ili po pravcu) rastu u promatranom intervalu linearno s porastom kuta δ_H . U tablici 5.2 je dan raspon između krajnjih padnih točaka.

Tablica 5.2. Raspon između krajnjih točaka za različite kutove δ_H

Kut pogreške δ_H [stup]	Po daljini			Po skretanju			Prosječna vrijednost padne točke	
	Minimum [m]	Maksimum [m]	Raspon [m]	Minimum [m]	Maksimum [m]	Raspon [m]	Prosječna daljina [m]	Prosječno skretanje [m]
0,1	13696,5	13703,9	7,5	-2,2	2,1	4,3	13700,2	0,0
0,3	13689,0	13711,4	22,4	-6,5	6,5	13,0	13700,2	0,0
0,5	13681,5	13718,8	37,3	-10,9	10,8	21,7	13700,2	0,0

Krivulja koja spaja padne točke čak je i kod najveće analizirane pogreške $\delta_H = 0,5^\circ$ prihvatljivih dimenzija, $37,3 \times 21,7$ m. U usporedbi s drugim pogreškama, problem neprecizne izrade bojeve glave ima vrlo mali utjecaj. Čak i kod dvostruko veće pogreške ($\delta_H = 1^\circ$) taj utjecaj bi bio manji nego kod analiziranih pogrešaka spoja bojeve glave i komore ili pogreške ugradnje goriva.

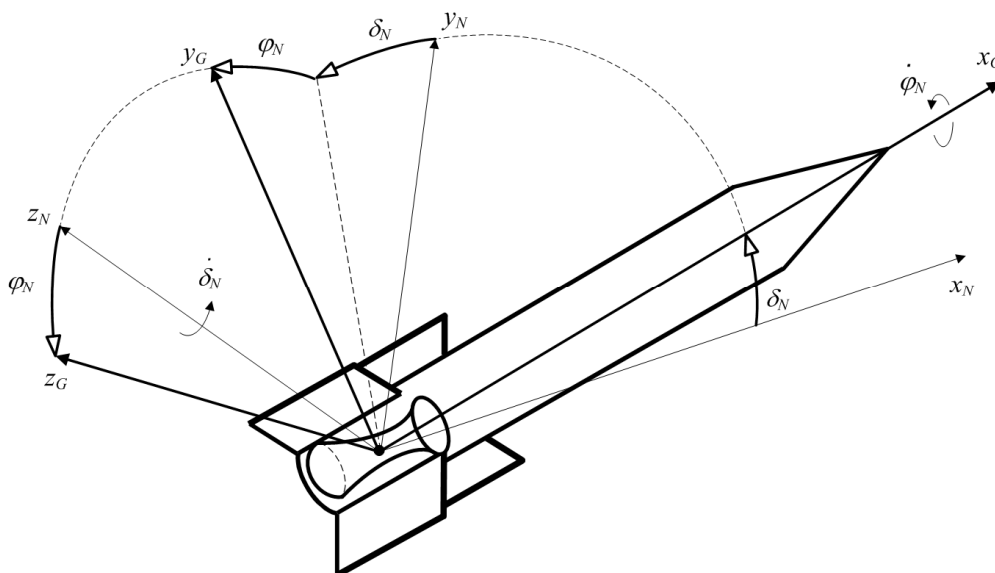
Štoviše, ova analiza pokazuje da niti dinamička neuravnoteženost eksplozivnog punjenja (uslijed pogrešaka prilikom punjenja ili nehomogenosti punjenja) vjerojatno neće značajnije utjecati na preciznost rakete.

Također su vrlo male (zanemarive) promjene u gibanju oko središta mase u odnosu na gibanje neporemećene rakete.

Pogreška izrade bojeve glave ima najmanji utjecaj na gibanje rakete od svih analiziranih proizvodnih pogrešaka. Stoga može biti svrstana među pogreške s malim utjecajem na točnost gađanja, a tijekom proizvodnje moguće je dozvoliti vrlo široke tolerancije bez značajnijeg povećanja nepreciznosti. Procjenjuje se da je vrijednost $\delta_H = 0,5^\circ$ pogreška koja se može prihvatiti za analiziranu raketu.

5.4. Analiza pogreške izvedbe mlaznice

Analizira se utjecaj nepodudaranja osi simetrije mlaznice x_N i osi simetrije komore motora x_G . Dvije osi simetrije međusobno su zakrenute za kut δ_N u ravnini poremećaja $x_N - y_N$, a koja je od referentne ravnine $x_G - y_G$ otklonjena za kut φ_N .



Slika 5.10. Pogreška izvedbe mlaznice, oznake

S obzirom da pogrešna izvedba mlaznice izaziva asimetriju potisne sile, a koja je poznata kao najveći izvor nepreciznosti nevođenih raketa, pri analizi ove pogreške bit će odabrane vrlo uske granice $0^\circ \leq \delta_N \leq 0,1146^\circ$. Gornja granica intervala (odnosno tolerancija izrade) $\delta_{N_tol} = 0,1146^\circ$ odgovara vrijednosti od 2 mrad, a što je prema literaturi poznato kao maksimalna pogreška koja se još može tolerirati [68]. Rakete izvedene s većom pogreškom uzrokuju preveliko odstupanje padne točke, što se dokazuje u nastavku rada. U ovom se radu smatra da asimetrija potisne sile dolazi samo od pogreške mlaznice.

Promjene inercijskih karakteristika letjelice

Kao i kod ranije razmatranih pogrešaka i pogreška izvedbe mlaznice utječe na promjenu inercijskih karakteristika letjelice.

Središte mase vrlo malo mijenja svoj položaj. I ovdje se radi o promjenama manjima od milimetra, što je očekivano jer se radi o izrazito malom zakretu mlaznice. Za praktične izračune moguće je zanemariti ovaj pomak središta mase (letjelice i posljedično rakete), no u programskom rješenju pomak se ipak uvodi iako bez značajnog utjecaja na putanju i položaj

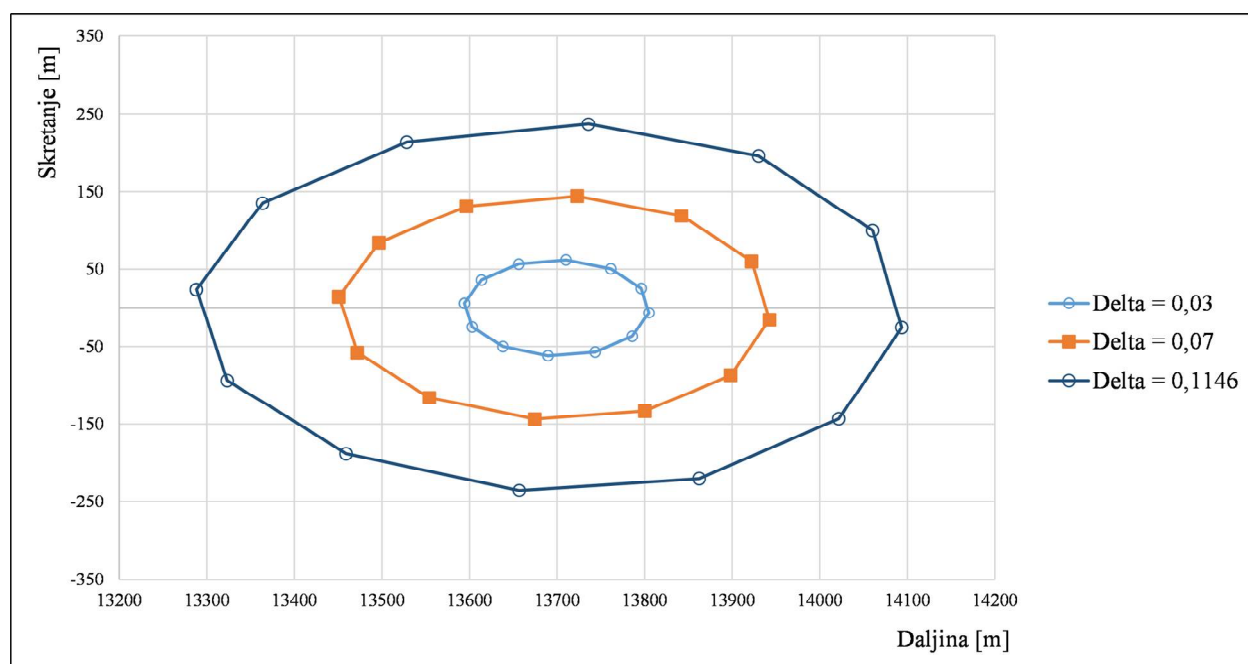
padne točke rakete. Za ovu raketu pogreška mlaznice ne utiče značajno na inercijske karakteristike te glavni efekt na putanju rakete dolazi od asimetrije potisne sile.

Utjecaj na odstupanje padne točke

Kao i ranije, analiza utjecaja na odstupanje padne točke projektila provodi se izračunom prema uspostavljenim parametrima:

- ispituje se utjecaj za kutove pogreške u intervalu $0^\circ \leq \delta_N \leq 0,1146^\circ$
- radijalni kut mijenja se unutar intervala $\varphi_N = 0^\circ - 360^\circ$ te se za potrebe analize povećava s inkrementom od 30°
- gađa se cilj na koordinatama $\mathbf{p}_C = (13700, 0, 0)$ [m]
- ne postoje nikakva druga odstupanja od nominalnih uvjeta.

Let projektila računa se prema G6DOF modelu i uz pomoć predstavljenog programskog rješenja. Ulazni parametri za G6DOF model dobiveni su iz CAD 3D modela rakete. Dobiveni rezultati uspoređeni su s Tablicama gađanja, koje se smatraju mjerodavnim referentnim podacima. Po provedenom proračunu, nakon uvođenja pogreške mlaznice dobivene su elipse po kojima su smještene padne točke projektila. Veličina osi ovih elipsa ovisi isključivo o iznosu kuta δ_N . Na slici 64 su prikazane krivulje po kojima su razmještene padne točke za tri vrijednosti kuta pogreške: $\delta_N = 0,03^\circ$, $\delta_N = 0,07^\circ$ i $\delta_N = 0,1146^\circ$.



Slika 5.11. Krivulje padnih točaka za različite vrijednosti kuta δ_N

Slika potvrđuje da je asimetrija potisne sile, a koja je u ovom slučaju posljedica pogreške izvedbe mlaznice, zaista dominantan izvor nepreciznosti nevođenih projektila. Čak i pri najmanjoj analiziranoj pogrešci ($\delta_N = 0,03^\circ$, što je deset puta manje od maksimalne pogreške spoja bojeve glave i komore motora) raspon između maksimuma i minimuma po daljini je 210 m, a po pravcu 123 m. S porastom kuta pogreške ovi rasponi dalje rastu (tablica 5.3).

Tablica 5.3. Raspon između krajnjih točaka za različite kutove δ_N

Kut pogreške δ_N [stup]	Po daljini			Po skretanju			Prosječna vrijednost padne točke	
	Minimum [m]	Maksimum [m]	Raspon [m]	Minimum [m]	Maksimum [m]	Raspon [m]	Prosječna daljina [m]	Prosječno skretanje [m]
0,03	13594,21	13804,95	210,75	-61,69	61,74	123,43	13699,76	-0,03
0,07	13450,85	13942,68	491,83	-143,73	144,26	287,99	13697,76	-0,04
0,1146	13288,23	14093,67	805,44	-234,94	236,48	471,42	13693,63	-0,07

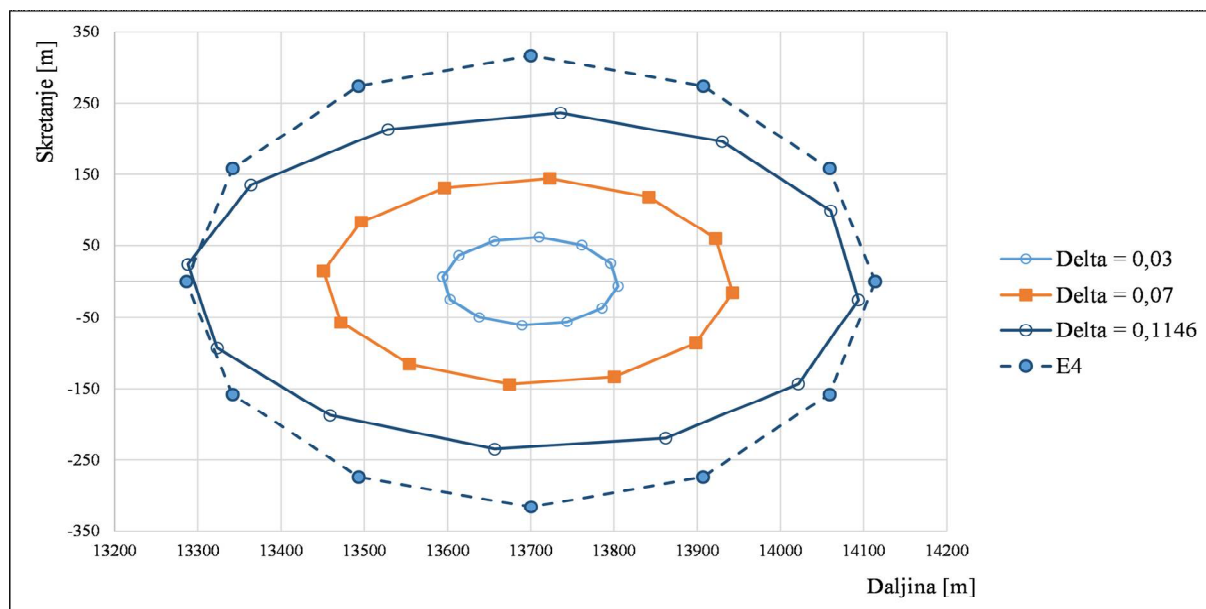
Tablica 5.3 pokazuje da su kod maksimalne dozvoljene pogreške ($\delta_N = 0,1146^\circ$) padne točke porazmještene po elipsi dimenzija 805×471 m. Dakle, čak i uz ovako usko postavljene tolerancije proizvodnje, osjetno strože nego je to slučaj pri izradi drugih dijelova rakete, efekt pogreške izrade mlaznice je daleko najznačajniji. Stoga fazi izrade mlaznice potrebno posvetiti najviše pažnje, čak i uz rizik od porasta troškova krajnjega proizvoda.

Gore navedena usporedba kutova različitih pogrešaka (tj. konstatacija da je maksimalno dozvoljeni kut pogreške mlaznice δ_N deset puta manji od maksimalno dozvoljenoga kuta pogreške spoja bojeve glave i komore motora δ_{HC}) daje indikativne podatke koji upućuju na različiti efekt pojedinih pogrešaka.

Međutim, za potrebe potpunije optimizacije proizvodnje potrebno je uvesti i dodatne elemente u analizu. Uspoređujući različite faze proizvodnje, potrebno je tada analizirati da li zaista nazivno jednako smanjenje pogreške (npr. za $0,1^\circ$) u isto vrijeme zahtijeva i jednaki utrošak energije i financijskih sredstava u svakoj fazi. Analizirajući pak svaku pogrešku ponaosob, može se pretpostaviti da neće biti jednako zahtjevno smanjiti pogrešku s različitih polaznih razina (npr. s $0,5^\circ$ na $0,4^\circ$ u usporedbi sa smanjenjem sa $0,2^\circ$ na $0,1^\circ$, iako se u oba slučaja pogreška smanjuje za isti apsolutni iznos).

Ipak, za provedbu ovakvih dodatnih analiza potrebno je osigurati pristup dodatnim podacima (npr. podaci o troškovima pojedine faze proizvodnje), no oni na žalost u ovom trenutku nisu dostupni.

Na slici 5.12 dobiveni rezultati uspoređeni su s rezultatima iz Tablica gađanja, odnosno s linijom E_4 koja ograničava elipsu s poluosima dimenzija 4 očekivane pogreške (4E). Pogreška asimetrije potisne sile (odnosno pogrešno izvedene mlaznice) objašnjava najveći dio nepreciznosti analizirane rakete.

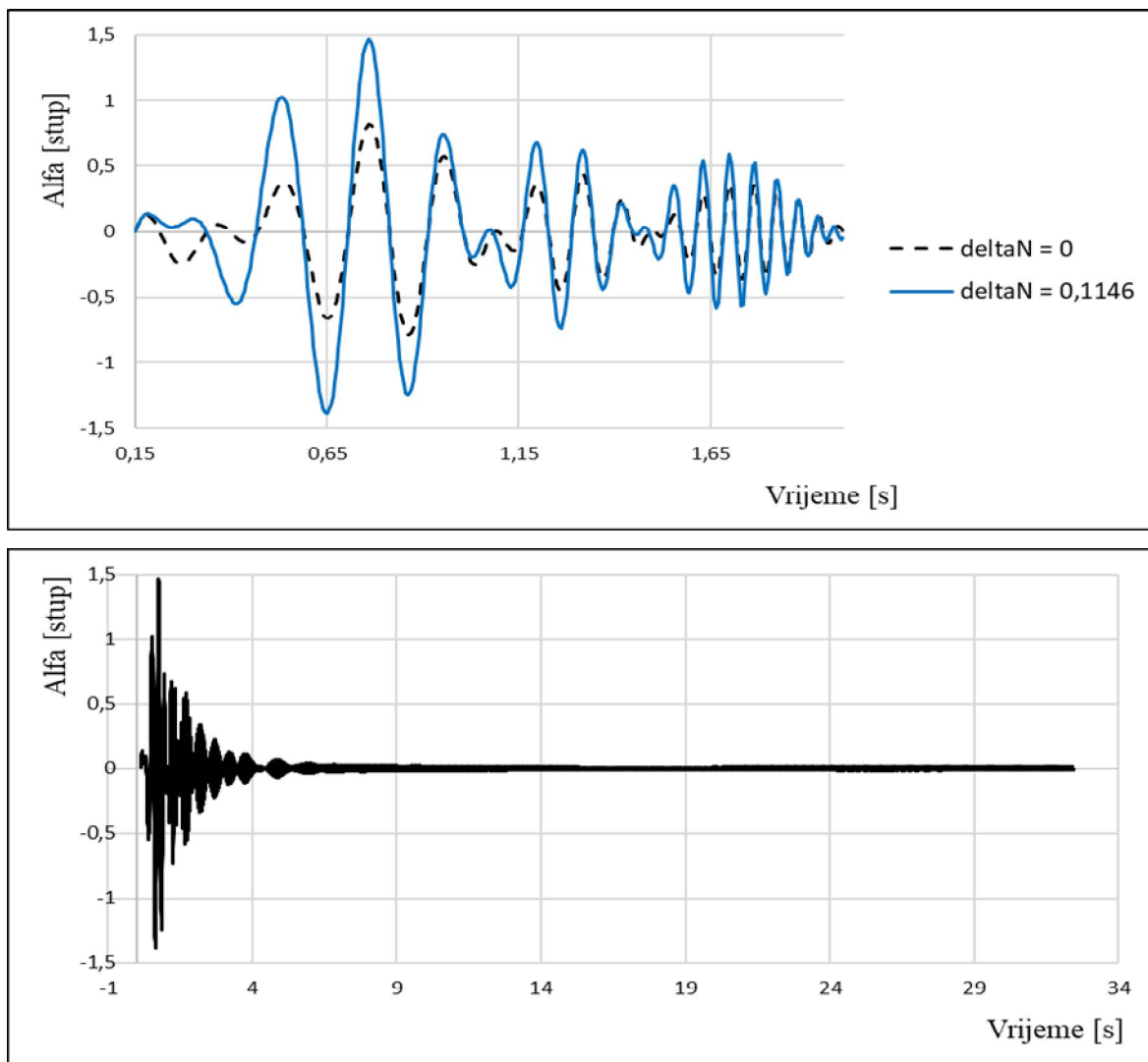


Slika 5.12. Usporedba disperzije prema TG (linija E4) i odstupanja uslijed pogreške δ_N

Također, vidi se da je maksimalna pogreška mlaznice za ovaj rad dobro odabrana. Veća pogreška dala bi prevelika odstupanja padnih točaka te se eventualno može pričati o dodatnom pooštavanju tolerancija (da se dozvole još manji kutovi δ_N) a nikako o njihovom ublažavanju.

Pogreška po daljini gotovo je u potpunosti objašnjena kutom δ_N , dok kod pogreške po pravcu preostaje nešto veći prostor koji se mora objasniti nekim drugim poremećajima. Najvjerojatnije se kod Tablica gađanja radi o utjecaju vjetra koji ima sposobnost značajno skrenuti projektil s linije gađanja. Naime, vjetar je najneugodnija karakteristika atmosfere, nepredvidiva i brzo promjenjiva. Udari vjetra mogu lako skrenuti projektil s linije gađanja. Pri tome je potpuno suprotan efekt vjetra u aktivnoj fazi, za razliku od efekta u pasivnoj fazi, što unosi dodatnu dozu nesigurnosti pri proračunu putanje projektila.

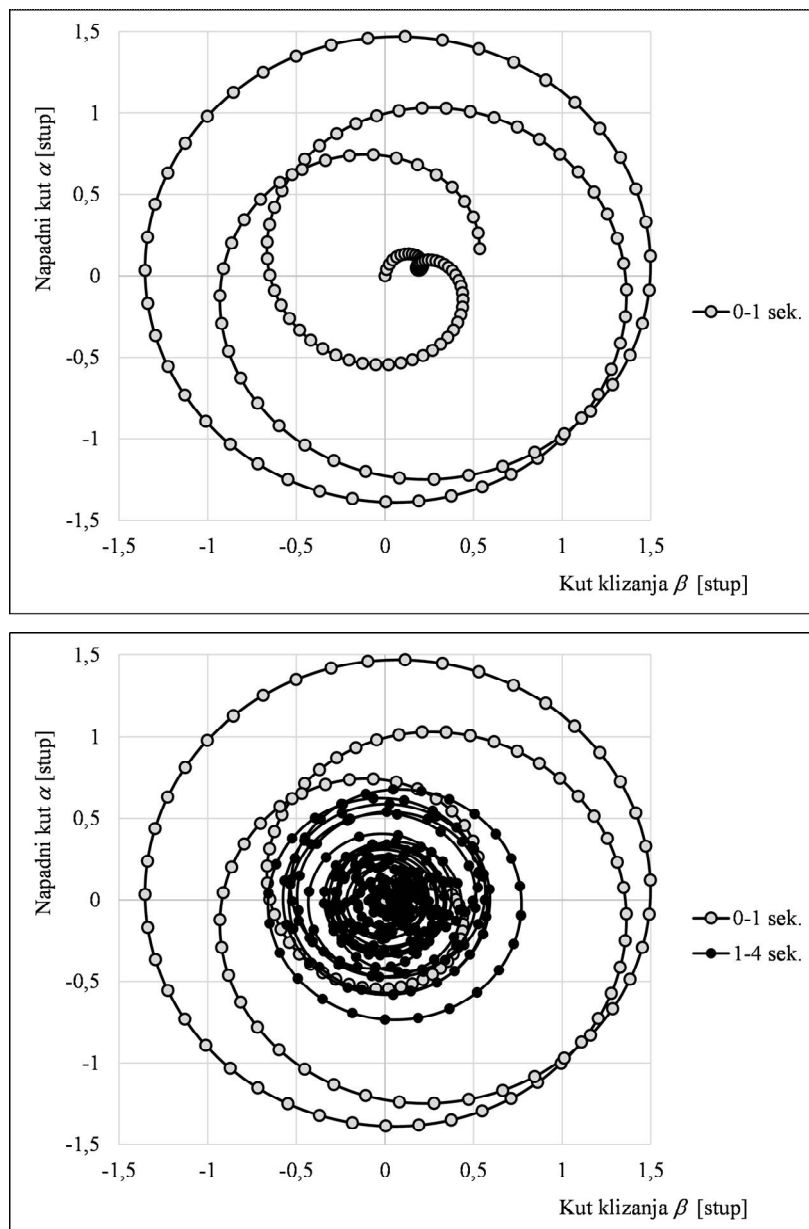
U nastavku se još analizira gibanje oko središta mase. Na slici 5.13 prikazan je napadni kut α za slučaj $\delta_N = 0,1146^\circ$, $\varphi_N = 0^\circ$ (prve dvije sekunde leta na slici gore te cijeli let na slici dolje):



Slika 5.13. Napadni kut α za slučaj $\delta_N = 0,1146^\circ$; $t = 0-2$ [s] (gore), cijeli let (dolje)

Značajnije oscilacije bilježe se samo u prvim sekundama leta, nakon čega se gibanje vrha projektila vrlo brzo smiruje. Na slici 5.13 (gore) prikazan je i napadni kut α kod leta idealno proizvedenoga projektila. Vidi se da se vrh projektila kreće s nešto većim amplitudama kada postoji proizvodna greška (maks. napadni kut $\alpha_{max} = 1,5^\circ$), no ne radi se o prevelikim amplitudama te se iskustveno može reći da ne prijeti opasnost od gubitka stabilnosti. Isti zaključak slijedi iz slike kuta klizanja ($\beta_{max} = 1,5^\circ$).

Na slici 5.14 prikazan je α - β dijagram za početne sekunde leta. Također se i ovdje vidi brzo smirivanje gibanja oko središta mase.



Slika 5.14. α - β dijagram za $t = 0-1$ [s] (gore) i za $t = 0-4$ [s] (dolje); kutovi pogreške $\delta_N = 0,1146^\circ$, $\varphi_N = 0^\circ$

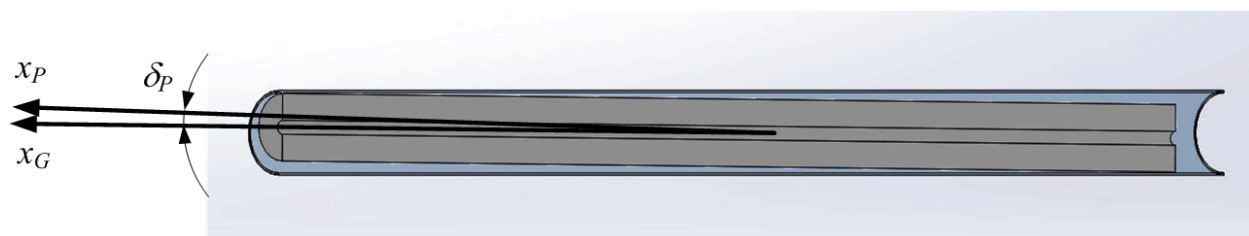
Pogreška izvedbe mlaznice je pogreška s najvećim utjecajem na točnost gađanja. Pogreška od samo $0,03^\circ$ uzrokuje odstupanja od cilja koja se već mjere u stotinama metara. Ovdje definirano maksimalno odstupanje od 2 mrad ($\delta_N = 0,1146^\circ$) daje krivulju padnih točaka dimenzija 805×471 m, što već gotovo da odgovara površini ukupne disperzije padnih točaka.

Stoga je za ovu fazu proizvodnje potrebno definirati najstrože tolerancije, čak i ako to znači povećanje cijene izrade rakete. Uštede se mogu postići u drugim fazama proizvodnje, no tijekom izrade mlaznice je nužno inzistirati na maksimalnoj mogućoj kvaliteti. Više radova naglašava kako je povećanje preciznosti od osobite je važnosti u uvjetima urbanog ratovanja radi

smanjenja kolateralnih žrtava na minimum, na primjer [69] i [70]. Ovaj drugi članak posebno komentira varijacije vektora potisne sile i naglašava ih kao glavni faktor povećanja površine disperzije padnih točaka raketa. Također se ističe da taj faktor može biti reduciran jedino u fazi proizvodnje, a što je teza koja se provlači i kroz cijeli ovaj doktorski rad.

5.5. Analiza pogreške ugradnje goriva

Analizira se utjecaj nepodudaranja osi simetrije bloka goriva x_P i osi simetrije komore motora x_G . Dvije osi simetrije međusobno su zakrenute za kut δ_P (slike 2.27 i 5.15) u ravnini poremećaja $x_P - y_P$, a koja je od referentne ravnine $x_G - y_G$ otklonjena za kut φ_P .



Slika 5.15. Pogreška ugradnje goriva, prikazan kut δ_P

Ovo je jedina od četiri analizirane pogreške čija se pogreška ne odražava na geometrijske i inercijske karakteristike letjelice, nego goriva kao komponente. Razlog za odvajanje goriva u zasebnu kategoriju (tj. komponentu, kako je ovdje nazvana), je taj što jedino gorivo mijenja svoje inercijske karakteristika tijekom leta – ili još točnije tijekom aktivne faze leta, dok gorivo izgara.

Gorivo je smješteno u središnjem dijelu rakete, unutar komore motora. Relativno je velike mase – 20,5 kg što je skoro trećina mase čitave rakete. Stoga promjene inercijskih svojstava goriva imaju veliki efekt na masu, položaj središta mase i smjer glavnih osi tromosti čitave rakete. Također bilo kakve pogreške pri ugradnji goriva mogu imati veliki utjecaj na ponašanje rakete tijekom leta, što se provjerava i komentira u nastavku rada.

S obzirom da je blok goriva relativno fiksno smješten u komoru motora, uz mali zazor kako bi gorivo moglo biti ubačeno u komoru (ali da nakon toga ne „pleše“ unutar komore), time se već ograničava kut pogreške δ_P na male vrijednosti. Za potrebe ovoga rada pretpostavlja se maksimalna granica kuta pogreške $\delta_{P_tol} = 0,3^\circ$ te se analiziraju promjene parametara leta u intervalu $0^\circ \leq \delta_P \leq 0,3^\circ$.

Promjene inercijskih karakteristika rakete

Budući da izgaranje teče simetrično po vanjskoj i unutrašnjoj površini bloka goriva, središte mase ove komponente tijekom izgaranja ne mijenja svoj položaj $\mathbf{p}_P$.

Promjene na tenzoru tromosti $\mathbf{I}_P$ nisu velike po iznosu, no ne smiju se zanemariti bez analize utjecaja na putanju i položaj padnih točaka rakete. Štoviše preliminarne analize pokazuju da taj utjecaj uopće nije zanemariv, što se dodatno nastoji potvrditi detaljnijom analizom.

Utjecaj na odstupanje padne točke

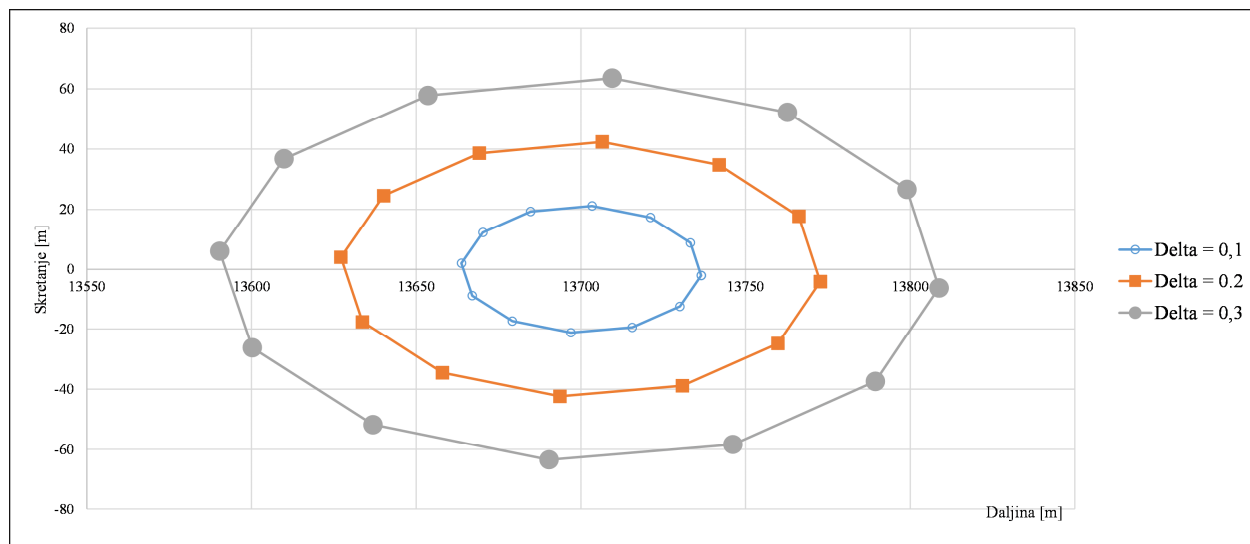
Kao i kod analize posljedica drugih pogrešaka i ovdje se računa putanja rakete prema odabranim parametrima:

- ispituje se utjecaj za kutove pogreške u intervalu $0^\circ \leq \delta_p \leq 0,3^\circ$
- radijalni kut mijenja se unutar intervala $\varphi_p = 0^\circ - 360^\circ$ te se za potrebe analize povećava s inkrementom od 30°
- gađa se cilj na položaju $\mathbf{p}_C = (13700, 0, 0) [m]$
- osim pogreške ugradnje goriva ne postoje druga odstupanja od nominalnih uvjeta.

Let projektila računa se prema G6DOF modelu i uz pomoć predstavljenog programskog rješenja. Ulazni parametri za G6DOF model dobiveni su iz CAD 3D modela rakete. Dobiveni rezultati uspoređeni su s Tablicama gađanja, koje se smatraju mjerodavnim korektivnim podacima.

Po provedenom proračunu, nakon uvođenja pogreške mlaznice dobivene su elipse po kojima su smještene padne točke projektila. Veličina osi ovih elipsa ovisi isključivo o iznosu kuta δ_p .

Na slici 5.16 su prikazane krivulje po kojima su razmještene padne točke za tri vrijednosti kuta pogreške: $\delta_p = 0,1^\circ$, $\delta_p = 0,2^\circ$ i $\delta_p = 0,3^\circ$.



Slika 5.16. Krivulje padnih točaka za različite vrijednosti kuta δ_p

Kao što slika prikazuje, pogreška ugradnje goriva ne izaziva tako snažne promjene na položajima padnih točaka kao pogreška mlaznice, ali se s druge strane ipak radi o vrlo ozbiljnom utjecaju koji je usporediv s pogreškom spoja bojeve glave i komore motora, a za red veličine snažniji od pogreške bojeve glave.

Već pri najmanjoj analiziranoj pogrešci ($\delta_p = 0,1^\circ$) raspon između maksimuma i minimuma po daljini je 73 m, a po pravcu 42 m. Ove su vrijednosti usporedive s pogreškom spoja bojeve glave i komore. S porastom kuta pogreške, rasponi rastu još više (tablica 5.4).

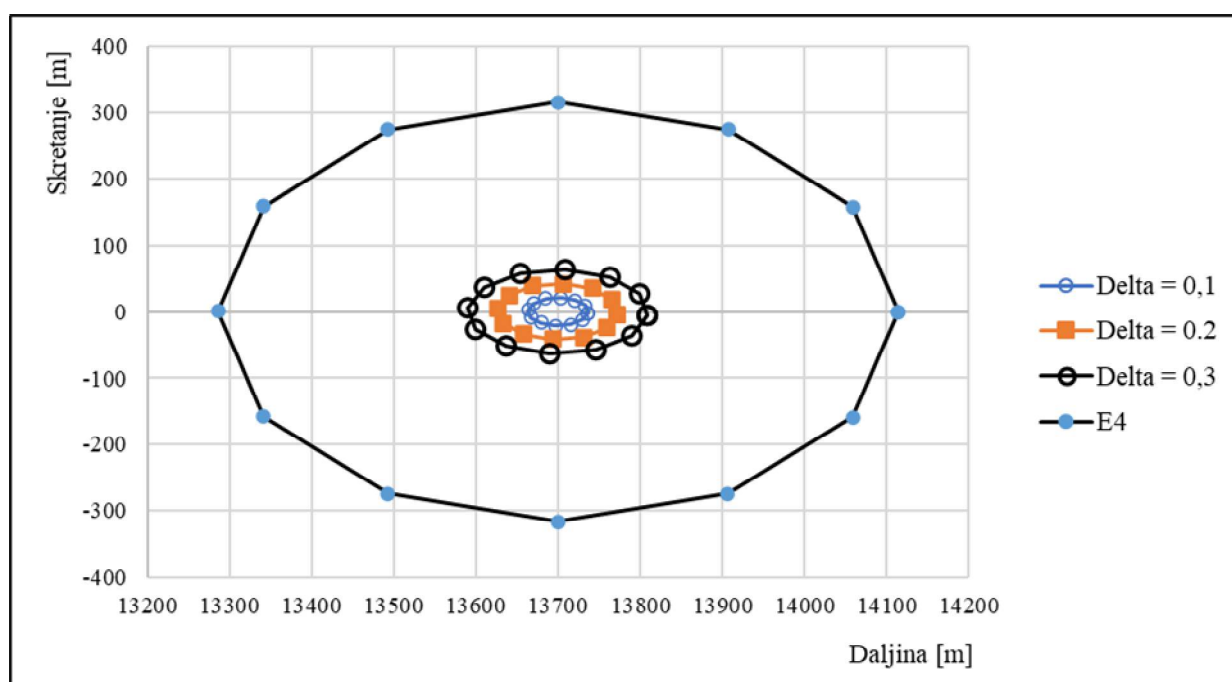
Tablica 5.4. Raspon između krajnjih točaka za različite kutove δ_p

Kut pogreške δ_p [stup]	Po daljini (dolet)			Po pravcu (skretanje)			Prosječna vrijednost padne točke	
	Minimum [m]	Maksimum [m]	Raspon [m]	Prosječna daljina [m]	Maksimum [m]	Raspon [m]	Prosječna daljina [m]	Prosječno skretanje [m]
0,1	13663,73	13736,54	72,81	-21,19	21,14	42,33	13700,15	-0,03
0,2	13627,10	13772,72	145,62	-42,342	42,321	84,663	13699,99	-0,04
0,3	13590,322	13808,748	218,426	-63,483	63,51	126,993	13699,70	-0,04

Kod maksimalne dozvoljene pogreške ($\delta_p = 0,3^\circ$) padne točke su porazmještene po elipsi dimenzija 218×127 m. Ako bi se uspoređivao ovaj utjecaj s posljedicama koje na odstupanje padnih točaka uzrokuju druge pogreške, tada se zaključuje da najveći utjecaj i dalje ima pogreška mlaznice, dok pogreška ugradnje goriva daje čak i nešto veće odstupanje nego je to kod pogreške

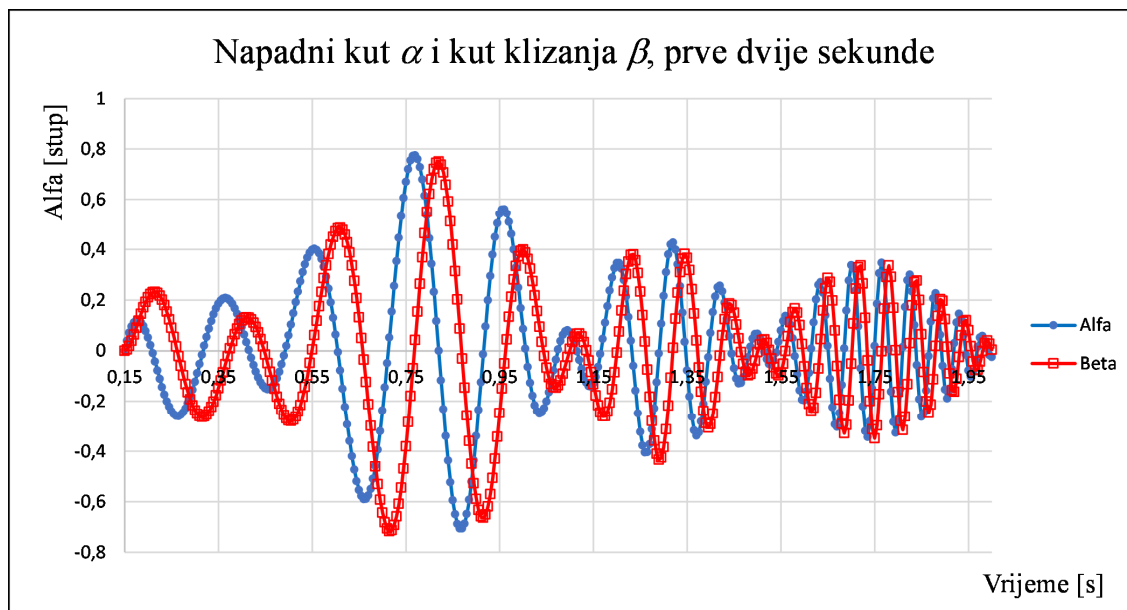
spoja bojeve glave i komore motora. Očito je da se radi o fazi proizvodnje na koju treba obratiti veliku pažnju jer čak i male pogreške rezultiraju velikom nepreciznošću rakete.

Kao i kod drugih pogrešaka, ovi rezultati mogu se usporediti s rezultatima iz Tablica gađanja, konkretno s linijom E_4 koja ograničava elipsu s poluosima dimenzija $(\mu - 4E, \mu + 4E)$. Slika 5.17 pokazuje da pogreška ugradnje goriva objašnjava manji dio ukupnog odstupanja rakete, dok uzroke preostalog i većeg dijela nepreciznosti treba tražiti drugdje (ranije je pokazano da je najveći dio izazvan pogreškom izvedbe mlaznice).



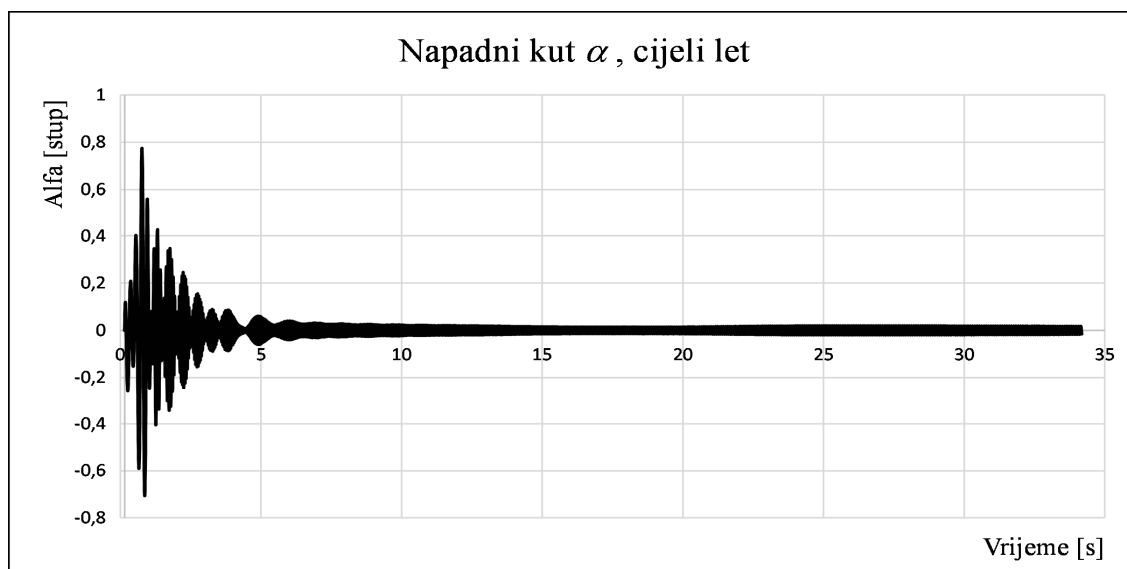
Slika 5.17. Usporedba pojasa disperzije E_4 (prema TG) i odstupanja uslijed pogreške δ_p

U nastavku se još analizira gibanje oko središta mase. Na slici 5.18 prikazani su napadni kut α i kut klizanja β u prve dvije sekunde leta i to za slučaj pogreške ugradnje goriva, $\delta_p = 0,3^\circ$ ($\varphi_p = 60^\circ$).



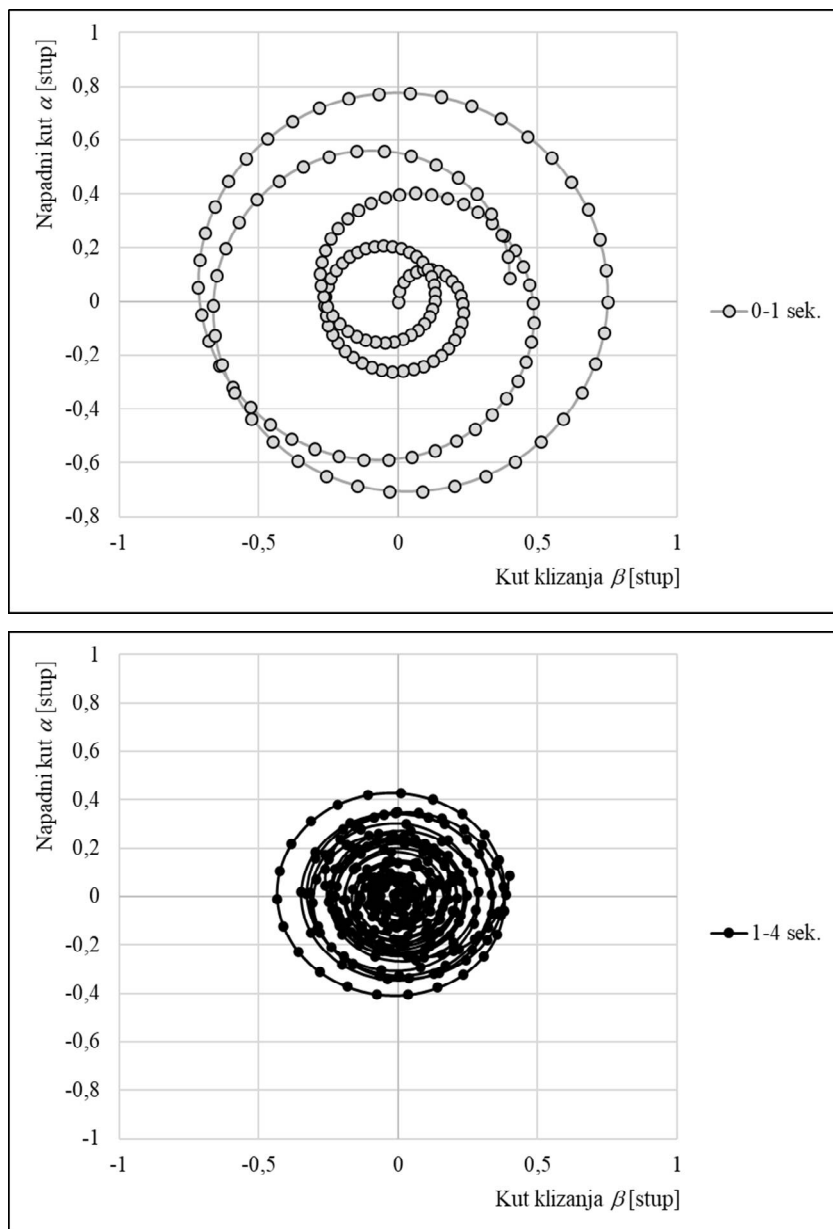
Slika 5.18. Gibanje oko središta mase pri pogreški ugradnje goriva, prve dvije sekunde

Kao i kod ranije analiziranih poremećaja, najveće amplitude kutova α i β javljaju se na početku leta, a onda brzo dolazi do smirivanja. Zaključke potvrđuje prikaz napadnoga kuta α kroz cijeli let na slici 5.19 (vrlo slično se mijenja i kut klizanja β pa se ta slika ne prikazuje):



Slika 5.19. Napadni kut α tijekom cijelog leta

Na slici 5.20 dan je još α - β dijagram koji pokazuje gibanje vrha projektila oko vektora brzine tijekom prve sekunde leta (gore) te tijekom $t=1-4$ [s] (dolje). Na obje slike prikazan je let projektila s pogreškom ugradnje goriva $\delta_p = 0,3^\circ$, $\varphi_p = 60^\circ$.



Slika 5.20. α - β dijagram, $t = 0-1$ [s] (gore) i $t=1-4$ [s] (dolje); $\delta_p = 0,3^\circ$, $\varphi_p = 60^\circ$

Početne oscilacije vrha projektila brzo se prigušuju i smiruju te projektil leti bez opasnosti od gubitka stabilnosti.

Pogreška ugradnje bloka goriva daje veliki efekt na preciznost rakete, premda za red veličine manji od pogreške mlaznice. Pogreška od $0,3^\circ$ uzrokuje promašaje koje se mjere u stotinama metara (padne točke su raspoređene po elipsi dimenzija 218×127 m).

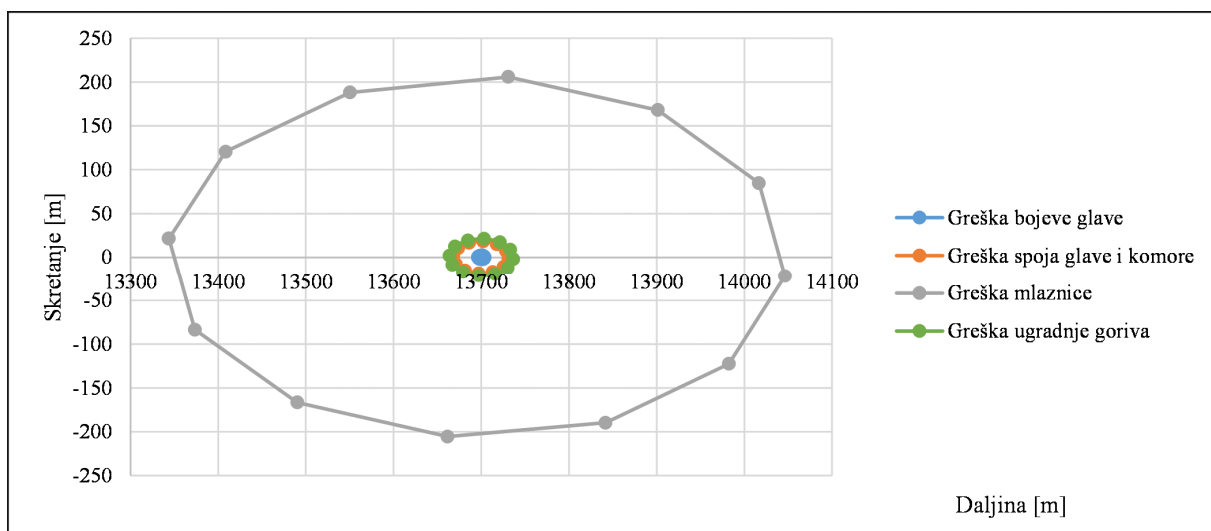
Za ovu fazu proizvodnje postoji prostor da se malo slobodnijim tolerancijama postigne ušteda, ali pogreške svejedno treba držati unutar relativno tijesnih granica. Maksimalna pretpostavljena pogreška u ovom radu ($\delta_{p_tol} = 0,3^\circ$) dobro odgovara tim kriterijima.

5.6. Usporedba efekata svih analiziranih pogrešaka

Odstupanja padnih točaka potrebno je staviti u zajednički kontekst kako bi se ocijenila njihova ozbiljnost. Uostalom svi naponi za smanjenjem troškova mogu biti opravdani samo ako se proizvodni proces promatra holistički [71].

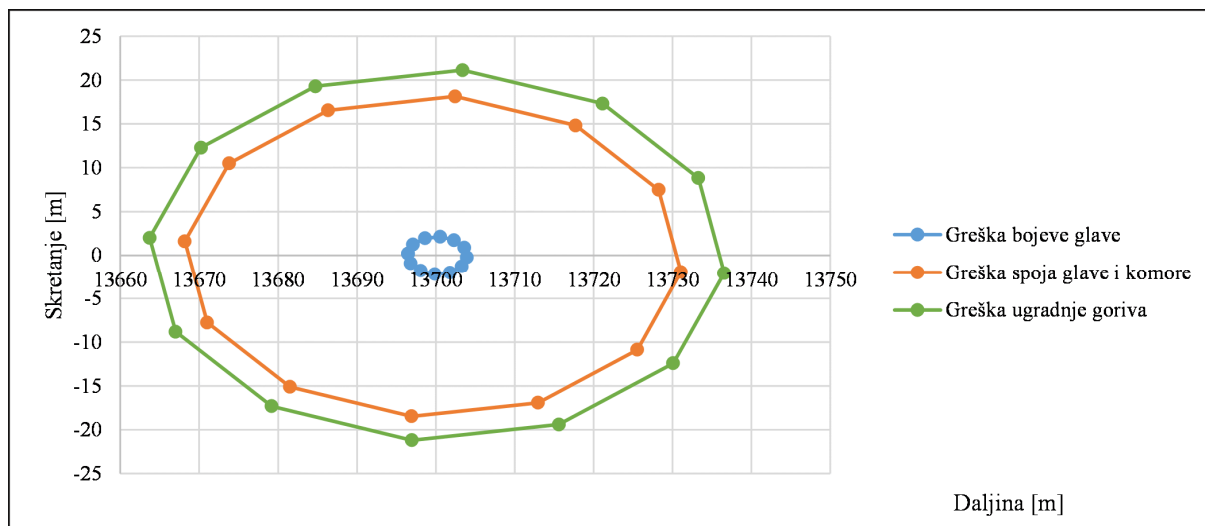
Stoga se ovdje međusobno uspoređuju posljedice svih pogrešaka i to na način da se vrijednosti svakog kuta pogreške stave na jednu istu, zajedničku vrijednost – dok se posljedice sasvim sigurno razlikuju u ozbiljnosti, što je pokazano u prethodnim analizama. Opravdanost izravne usporedbe kutova različitih pogrešaka komentirana je u potpoglavlju 5.4. (Analiza pogreške izvedbe mlaznice).

Radi usporedbe odabrana je jedinstvena pogreška od 1° (uspoređuju se posljedice za slučaj $\delta_H = \delta_{HC} = \delta_N = \delta_P = 0, 1^\circ$). Slika 5.21 pokazuje krivulje (elipse) padnih točaka za svaku pojedinu pogrešku.



Slika 5.21. Usporedni prikaz odstupanja od cilja; kut svih pogrešaka $\delta = 1^\circ$

Efekt pogreške mlaznice toliko je značajan da se druge pogreške niti ne razaznaju na slici. Stoga se na sljedećoj slici uklanja δ_N i prikazuju se krivulje padnih točaka preostalih pogrešaka.



Slika 5.22. Usporedni prikaz odstupanja od cilja, sve osim pogreške mlaznice

Prethodne dvije slike još jednom dokazuju koliko je snažan efekt pogreške mlaznice. S druge strane pogreška bojeve glave daje najmanje odstupanje padnih točaka od cilja. Prema ovakvoj analizi moguće je ispravno postaviti zahtjeve prema kvaliteti proizvodnje za svaku pojedinu fazu, ostvarujući traženi optimum između kriterija kvalitete i kriterija cijene proizvoda.

Ponovno se napominje kako za potpunu optimizaciju proizvodnje treba uvesti i dodatne elemente u analizu, jer niti je za nazivno jednako smanjenje pogreške (npr. za $0,1^\circ$) u različitim proizvodnim fazama potreban jednaki utrošak energije i financijskih sredstava niti je jednako zahtjevno smanjiti pogrešku ako su različite polazne razine (npr. s $0,5^\circ$ na $0,4^\circ$ u usporedbi sa smanjenjem sa $0,2^\circ$ na $0,1^\circ$). Opširnije je ovo komentirano u potpoglavlju 5.4.

5.7. Pogreška gađanja i efikasnost na cilju

Koliko proizvodne pogreške umanjuju efikasnost gađanja najbolje se vidi ako se odstupanja padne točke stave u omjer sa radijusom ubojitog djelovanja analizirane rakete. Ovaj radijus inače se razlikuje od rakete do rakete te primarno ovisi o masi i sastavu korištenog eksploziva.

Kratak pregled radijusa ubojitog djelovanja nekoliko široko korištenih raketa prikazan je u tablici 5.5.

Tablica 5.5. Očekivana pogreška E za rakete različitih kalibara [72]

Kalibar rakete	Maksimalni dolet [km]	Očekivana pogreška E pri maksimalnom doletu [m]
107 mm	8	40 x 65
122 mm	20	80 x 160
240 mm	11	105 x 230
300 mm (vođena)	70	75 x 75

Ovaj podatak se može usporediti s površinama ubojitog djelovanja istih raketa, prikazanima u tablici 5.6.

Tablica 5.6. Površina ubojitog djelovanja raketa različitih kalibara [72]

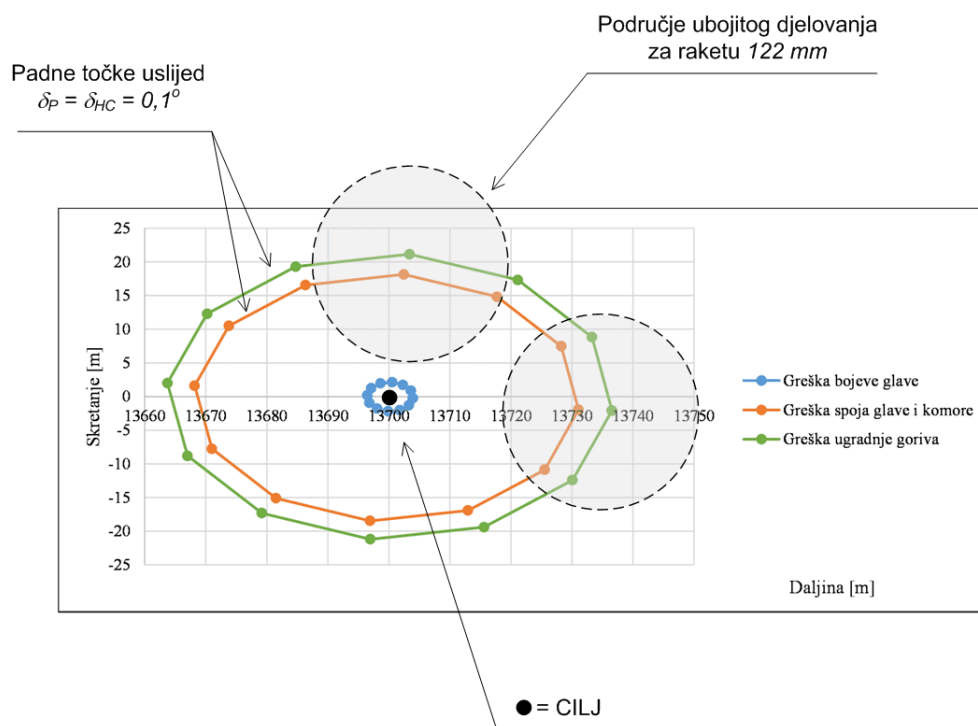
Kalibar rakete	Masa eksplozivnog punjenja [kg]	Površina ubojitog djelovanja - aktiviranje na tlu [m ²]	Površina ubojitog djelovanja - aktiviranje u zraku [m ²]
107 mm	1,3	450	550
122 mm	6,4	700	850
240 mm	42	1500	1700
300 mm (vođena)	75	2400	2600

Površina ubojitog djelovanja rakete kalibra 122 mm je 700 m², što odgovara radijusu ubojitog djelovanja od 15 m. Radijus efektivnog djelovanja od 25 m. Raketa koja padne na većoj udaljenosti od cilja vjerojatno neće ostvariti svoju zadaću.

Ranija analiza pokazuje da već i proizvodne pogreške sa slabijim efektom (npr. pogreška spoja bojeve glave i komore motora $\delta_{HC} = 0,1^\circ$, ili pogreška ugradnje goriva $\delta_p = 0,1^\circ$) daju vjerojatnost $P < 0,5$ da će projektil pasti unutar toga radijusa.

Posebno su kritične pogreške mlaznice, jer već $\delta_N = 0,01^\circ$ znači da će projektil pasti 20 m od cilja.

Usporedba distribucije padnih točaka i područja ubojitog djelovanja prikazana je na slici 5.23.



Slika 5.23. Odstupanja uslijed proizvodnih pogrešaka i površina ubojitog djelovanja, raketa 122 mm

5.8. Zaključci poglavlja

1. Analiziran je efekt svake pojedine pogreške na odstupanje padnih točaka u odnosu na položaj cilja (promašaj).
2. Efekt pogrešaka razmatra se tako da im se kut pogreške δ_i uzima u odabranom intervalu $0^\circ \leq \delta_i \leq \delta_{i_max}$. Gornja granica intervala δ_{i_max} , ujedno i proizvodna tolerancija za analiziranu fazu, odabire se ili prema literaturi ili empirijski u skladu s realnim mogućnostima proizvodnog procesa.
3. Za svaku pogrešku razmatraju se i promjene koje unose u inercijske karakteristike rakete (položaj središta mase $\mathbf{p}_m$, smjer glavnih osi tromosti u odnosu na osi G-KS te tenzor inercije $\mathbf{I}^G$ gdje se pojavljuju produkti tromosti I_{xy}, I_{yz}, I_{zx}).
4. Čak i pri maksimalnom kutu pogreške δ_{i_max} bilježe se odstupanja padne točke koja su osjetno manja od pojasa E_4 prema Tablicama gađanja; jedini izuzetak je pogreška mlaznice te se pokazuje da je ona najsnažniji generator nepreciznosti analizirane rakete.

5. Pogreška spoja bojeve glave i komore motora te pogreška ugradnje bloka goriva pokazuju srednje snažan utjecaj na preciznost rakete te je za te proizvodne faze moguće postaviti manje stroge proizvodne tolerancije δ_{HC_max} i δ_{P_max} .
6. Najstrože treba postaviti toleranciju izrade mlaznice δ_{N_max} , a višestruko slobodnije mogu se postaviti tolerancije za izradu bojeve glave δ_{H_max} jer je to faza s najslabijim efektom na preciznost rakete.
7. Pokazuje se kako je moguće procijeniti koliko proizvodne pogreške umanjuju efikasnost gađanja, odnosno vjerojatnost pogađanja cilja. Ta će analiza biti provedena u poglavlju 7. gdje se pogreške tretiraju kao nedeterminističke veličine.
8. Analiza gibanja oko središta mase pokazuje da su odabrane prihvatljivo male granice kutova pogrešaka te se kod svake početne amplitude oko vektora brzine (kutovi α i β) brzo umiruju te raketi ne prijeti gubitak stabilnosti.

6. STATISTIČKA OBRADA REZULTATA SIMULACIJE NEDETERMINISTIČKIH POGREŠAKA DOBIVENIH METODOM MONTE CARLO

U poglavlju 5 analiziran je efekt svake od četiri proizvodne pogreške koje se koriste u ovom radu radi ilustracije polaznih teza. Proizvodne pogreške tretirane su kao determinističke veličine, a naglasak je na analizi utjecaja pojedine pogreške te eventualno njihova međusobna komparacija kako bi se ustanovilo u kojoj fazi proizvodnje je moguće implementirati blaže tolerancije, a gdje je potrebno inzistirati na maksimalnoj kvaliteti i na manjim tolerancijama proizvodnje.

U nastavku se pogreške tretiraju kao nedeterminističke veličine. Cilj je analizirati pojavu pojedine pogreške, ali i svih četiri istovremeno što najbolje odgovara stvarnom slučaju. Radi što većeg približavanja realnosti uvodi se pojam distribucije gustoće vjerojatnosti, odnosno uzima se u obzir vjerojatnost pojave određenog intenziteta pogreške. Također se pokazuju metode statističke obrade rezultata te zaključci koje je moguće izvući temeljem takve analize.

Pojava pogrešaka simulira se Monte Carlo metodom, a koja se pokazuje prikladnom za ovaj tip analize.

6.1. Monte Carlo metoda

Ovisno o prethodno već dostupnim informacijama i o razini kvalitete koja se zahtijeva u fazi projektiranja proizvoda ili proizvodne linije, postoji veći broj metoda koje projektantima stoje na raspolaganju. Ako se radi o dobro poznatom proizvodnom procesu, ili izrazito jednostavnom, tada se može koristiti neka od metoda koje daju brze rezultate bez potreba za dugim procesorskim opterećenjem. Uvodi se pretpostavka o disperziji karakteristika konačnih proizvoda (dimenzija, položaja i oblika) te se definiraju dozvoljene tolerancije kako bi većina proizvoda bila funkcionalna. Primjeri takvih „brzih“ metoda su metoda najgoreg slučaja (eng. *Worst-Case Analysis, WCA*) ili metoda korijena sume kvadrata (eng. *Root Sum Square, RSS*).

Međutim ako se ne poznaju mogućnosti proizvodnog procesa, ako ne postoji dovoljno informacija o mogućoj varijabilnosti u karakteristikama proizvoda ili čak nije poznata niti funkcija gustoće vjerojatnosti prema kojoj se može očekivati promatrana varijabilnost, tada je potrebno koristiti neku od naprednijih metoda. Monte Carlo metoda je prikladna čak i za slučajeve kada se ne mogu unaprijed uvesti pretpostavke koje bi pojednostavile analizu (npr. pretpostavka o prihvatljivoj linearizaciji procesa, ili o normalnoj distribuciji vjerojatnosti prema kojoj će biti disperzirane pogreške proizvodnje i karakteristike proizvoda). Ova metoda se

pokazuje prikladnom za analizu čak i onih uzoraka koji pokazuju asimetričnost, šiljatost ili spljoštenost distribucije frekvencija i slično [73].

Monte Carlo simulacija široko je rasprostranjena metoda za analizu efekata između višestrukih poremećaja i rezultirajućih promjena na promatranoj veličini [29]. Koristi se kada je nepraktično tražiti jednoznačnu funkcionalnu vezu između više ulaznih parametara i rezultata koji ovise upravo o njihovoj promjeni. Oslanja se na opetovano nedeterminističko uzorkovanje radi dobivanja numeričkih rezultata, pri čemu je ideja da se koristi stohastičnost uzorka kako bi se na kraju zaključilo o procesima koji mogu biti deterministički po svojoj prirodi.

Ako se promatraju slučajni uzorci $X_1, \dots, X_n$ iz nepoznate distribucije F , tada je ideja da realizacije $x_1, \dots, x_m$ sadrže sve dostupne informacije o distribuciji F . Očekuje se da će opetovano uzorkovanje potvrditi kako su realizacije disperzirane upravo prema distribuciji F . U problemu koji se obrađuje u ovome radu postoji cijeli niz parametara koji utječu na krajnji rezultat, što povećava složenost modela. Pri izvlačenju zaključaka temeljem provedene Monte Carlo simulacije moguća su dva izvora pogreške:

- 1) da se pogrešno zamijeni distribucija F s nekom neodgovarajućom distribucijom $\hat{F}$
- 2) da se ispravno prepozna distribucija F , ali da se na temelju realizacija $x_1, \dots, x_m$ izvedu pogrešni zaključci o parametrima distribucije.

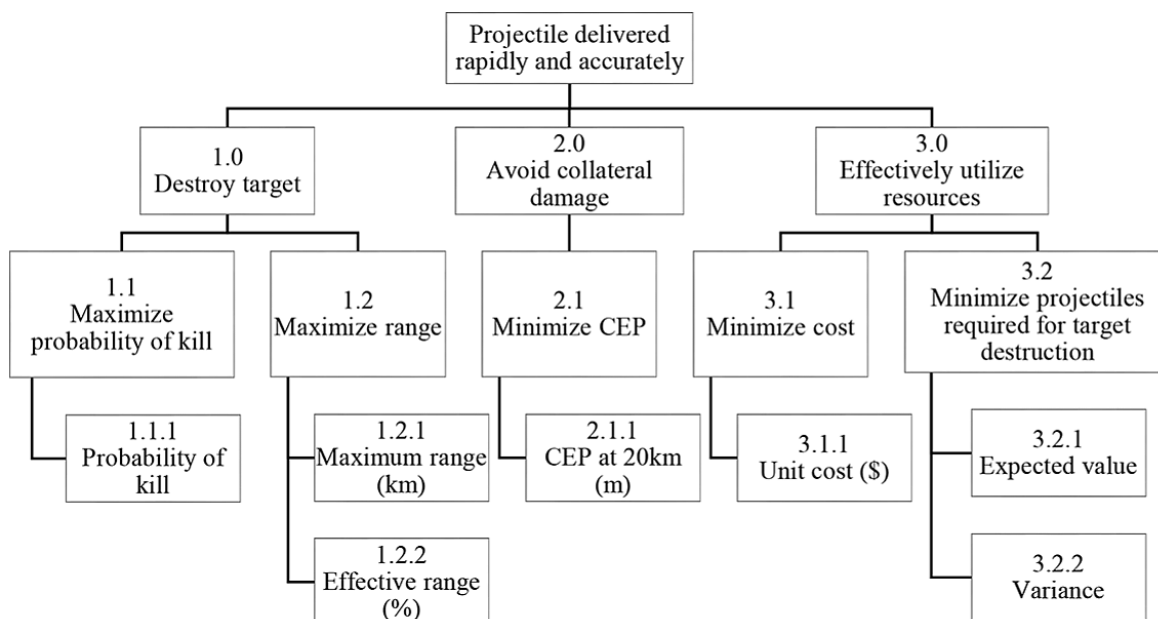
Opasnost od pojave navedenih pogrešaka općenito se može smanjiti povećanjem uzorka odnosno broja realizacija (iteracija). Također je potrebno ispravno identificirati distribuciju vjerojatnosti prema kojoj su disperzirani ulazni, ali i podaci na izlazu iz same simulacije.

Što se tiče korištenja Monte Carlo simulacije u radovima koji se bave temama iz balistike, oružjem i streljivom, ono je često kada postoji nesigurnost u jedan ili više parametara koji mogu utjecati na vanjskobalističke izračune.

Tako se u [74] prikazuje Monte Carlo simulacija gađanja raketom srednjeg dometa. U simulaciju je uključen 41 parametar, pri čemu su modelirane sljedeće grupe poremećaja: poremećaji aerodinamike, potisne sile, atmosfere i vjetra, mase i inercijskih karakteristika, dimenzija i uvjeta lansiranja. Simulirano je 70.000 skupova ulaznih podataka i rezultirajućih putanja. Predviđeno je da analiza pokaže slabosti u projektiranju rakete i pomogne u određivanju dozvoljenih pogrešaka za promatrane parametre.

U [1] se ispituje učinkovitost različitih vrsta streljiva kalibra 155 mm. Na temelju uzorka od 4000 iteracija za svaku od četiri analizirane vrste streljiva, dokazuje se da je na većim udaljenostima potrebno za uništenje cilja i do tisuću puta manje M982 1a-1 ili M982 1a-2 Excalibur vođenih projektila, nego li klasičnih M795 i M549A1 155 mm granata. S gledišta

ovog rada posebno je zanimljiva shema koja pokazuje kriterije kojima se vodi zapovjednik u nastojanju da uništi neprijatelja (slika 6.1).



Slika 6.1. Kriteriji pri odabiru streljiva [1]

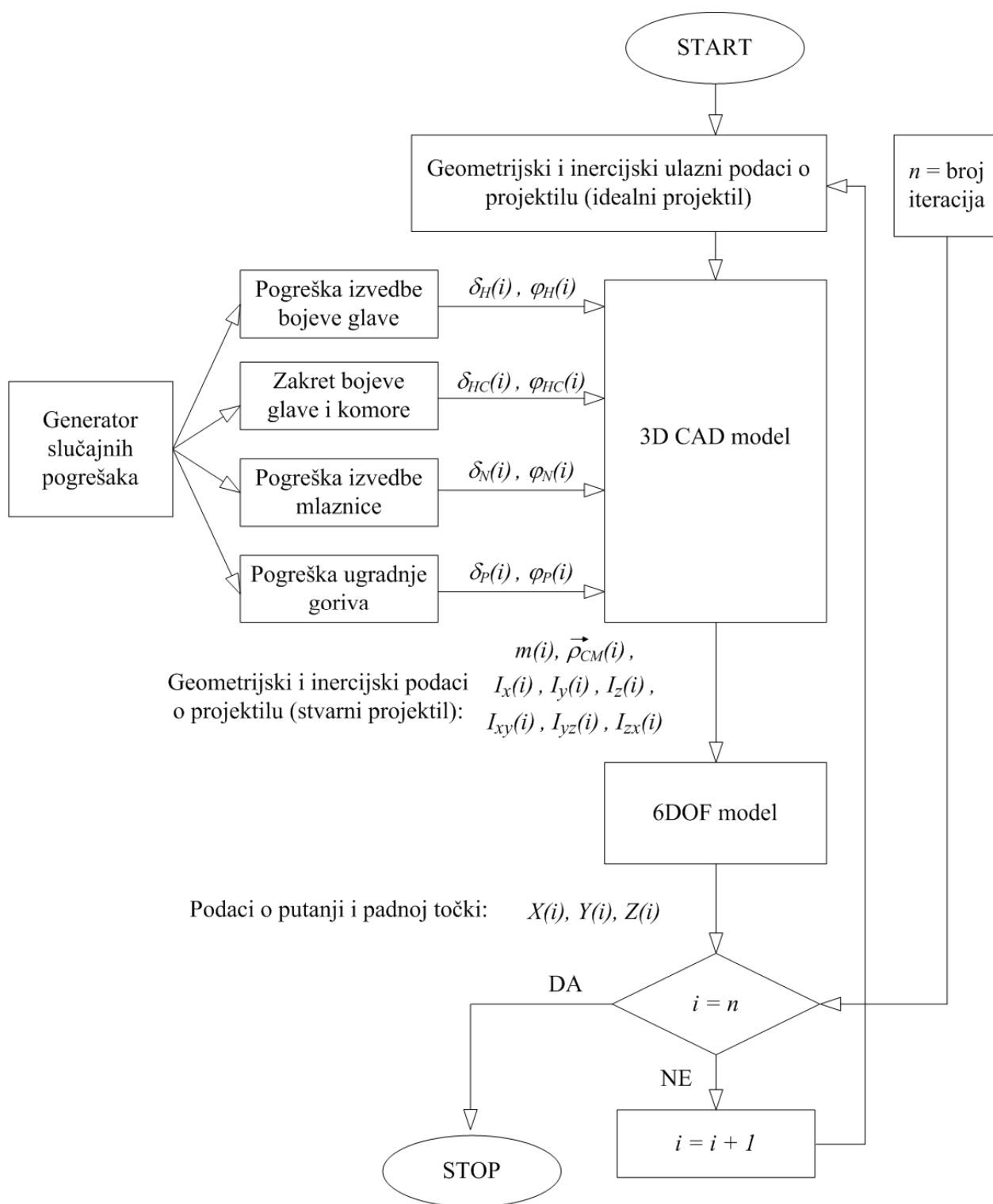
Prvi kriterij svakako je uništenje cilja, no nikako se ne smiju zanemariti niti drugi kriterij (izbjegavanje kolateralnih žrtava) i na kraju treći (učinkovito korištenje resursa). Vjerojatna kružna pogreška (eng. *Circular Error Probable*, CEP), koja se u topništvu češće zamjenjuje s očekivanom pogreškom po daljini i po pravcu ovdje je pozicionirana kao dio kriterija izbjegavanja kolateralnih žrtava, no ona svakako utječe i na druga dva kriterija. Ovo je zapravo drugi pogled na temu ovoga doktorskog rada – pronalaženje kompromisa između preciznosti i cijene projektila. S obzirom na značajnu razliku u cijeni između vođenih Excalibur i klasičnih topničkih projektila (150.000 \$ nasuprot 300 \$) čini se da univerzalan odgovor na ovo pitanje ipak još nije pronađen.

U [75] se ispituje utjecaj potencijalno pogrešno određenih aerodinamičkih koeficijenata na simulaciju putanje rakete kratkoga dometa. Uzroke netočnog definiranja aerodinamičkih koeficijenata autori doduše ne vežu uz proizvodne pogreške nego uz pogreške pretpostavki CFD modela, nerealistične pretpostavke vezane uz analitičke proračune, pogreške u mjerenju i drugo.

S porastom procesorske snage računala, sve veći broj radova oslanja se na Monte Carlo simulacije radi uspostavljanja veza između različitih varijabli ili potvrde rezultata dobivenih drugim metodama.

6.2. Određivanje parametara Monte Carlo simulacije

Na slici 6.2 prikazana je simulacija Monte Carlo metodom koja se koristi u ovome radu.



Slika 6.2. Shema Monte Carlo simulacije za slučaj nesavršenosti projektila

Na početku se definiraju početni uvjeti za idealnu raketu, a onda se uvode pogreške proizvodnje nakon čega iz CAD 3D modela slijede inercijski podaci za „stvarnu“ raketu – odnosno raketu kakva izlazi iz proizvodnje, drugačijih karakteristika nego bi bile kod idealno izvedene rakete. Takvi „stvarni“ (a ne idealni) inercijski podaci uvode se u 6DOF model leta, a koji daje putanju i položaj padne točke za „stvarne“ rakete. Rezultati se na kraju statistički obrađuju i uspoređuju s Tablicama gađanja.

Kao što se vidi sa slike 6.2, potrebno je unaprijed pripremiti određene parametre prema kojima će biti provedena simulacija. U više radova (npr. [69,73]) navode se koraci u pripremi i provedbi Monte Carlo simulacije:

- 1) postavljaju se ciljevi i ograničenja simulacije te se ona definira u skladu s time
- 2) identificiraju se parametri koji pridonose traženim rezultatima
- 3) definiraju se tolerancije odnosno interval unutar kojega će biti disperzirani parametri iz prethodnog koraka
- 4) definira se statistička distribucija prema kojoj će biti disperzirani parametri
- 5) postavljaju se svi modeli koji ovisno o ulaznim parametrima daju konačni rezultat
- 6) određuje se n , potreban broj iteracija radi dobivanja rezultata tražene razine povjerenja
- 7) uvode se nedeterminističke varijacije u ulazne varijable – u slučaju ovog doktorskog rada radi se o pogreškama proizvodnje
- 8) izvode se svi modeli simulacije (CAD 3D model daje inercijske karakteristike, 6DOF model leta daje putanju i položaj padne točke)
- 9) koraci 6) i 7) ponavljaju se n puta.

Najveća mana Monte Carlo simulacija je potreba za velikim brojem iteracija kako bi se dobili rezultati tražene razine povjerenja [77]. U skladu sa željenom razinom povjerenja, potrebno je pronaći adekvatnu veličinu uzorka budući da pogrešna veličina uzorka vodi ili prema rezultatima koji ne daju rezultate dovoljne razine preciznosti, ili do nepotrebno velikog uzorka koji simulaciju čini nepraktičnom ili čak neizvedivom.

6.3. Definiranje veličine uzorka

Pri definiranju parametara simulacije određuje se potrebna veličinu uzorka, odnosno broj iteracija, kako bi zaključci temeljeni na simulaciji bili prihvaćeni s traženim povjerenjem. Ovaj korak se često preskače, odnosno veličina uzorka se uzima empirijski. U [78] se navodi da samo 9% autora pojašnjava na temelju čega su odabrali onaj broj uzoraka koji koriste u svom radu.

U velikom broju radova autori preuzimaju broj simulacija iz tuđih radova, zbog čega dolazi do velikih razlika od studije do studije (npr. u [75] se preporuča minimalno 900 iteracija, a u [79] se govori o 10.000 iteracija i tako dalje. Često se jednostavno napominje kako je zbog praktičnih ograničenja i ograničenog procesorskog vremena odabran nešto manji uzorak (tipično nekoliko stotina ili tisuća iteracija) [80].

U ovom radu veličina uzorka odabire se temeljem središnjeg graničnog teorema, a koji se prema [78] može izraziti na sljedeći način: ako su realizacije unutar slučajnih uzoraka $x_1, x_2, \dots, x_n$ disperzirane prema distribuciji F , s očekivanjem μ i varijancom σ^2 , tada su (uz uvjet da je n dovoljno velik) srednje vrijednosti uzoraka $\bar{x}$ aproksimativno disperzirane prema normalnoj distribuciji, uz parametre $E(\bar{x}) = E(x) = \mu$ i $\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$. Ova aproksimacija postaje tim točnija što je veći broj iteracija n unutar jednoga uzorka.

Ako je dakle pogreška aritmetičke sredine uzorka Monte Carlo simulacije oblika $\sigma / \sqrt{n}$, onda se ona može reducirati ili povećanjem broja simulacija, ili smanjenjem standardne devijacije. Ovdje se odabire povećanje veličine uzorka. Naime, metode smanjenja standardne devijacije uvode nove pretpostavke, a koje nisu zadovoljene u ovom problemu: tako npr. metoda kontrolnih varijabli zahtijeva poznavanje očekivanja neke slične slučajne varijable; metoda slojevitog uzorkovanja zahtijeva poznavanje uvjetne distribucije i vjerojatnosti s kojima slučajna varijabla poprima vrijednosti u svakom pojedinom podskupu; metoda uzorkovanja po važnosti zahtijeva poznavanje distribucije slučajne varijable te ako se odabere pogrešna distribucija čak vodi do povećanja varijance.

Zbog toga se u ovom radu odabire smanjenje standardne devijacije te greška simulacije opada s korijenom broja iteracija ($\sqrt{n}$). Ako se traži dvostruko manja greška potrebno je postaviti četverostruko veći uzorak, tri puta manja pogreška traži devet puta veći uzorak i tako dalje.

Naravno veličina uzorka ovisi o traženoj razini vjerodostojnosti rezultata; ako je u nekoj analizi prihvatljiva i nešto veća pogreška, ili ako veći uzorak jednostavno nije dostupan (npr. ako je dostupan ograničen broj opažanja stvarnih događaja), čak i tada Monte Carlo simulacija pokazuje svoju veliku praktičnu primjenjivost. I sa manjim brojem iteracija moguće je osnovno razumijevanje procesa, a jednako tako moguće je i procijeniti parametre distribucije (očekivanje i varijancu) premda tada u širokim intervalima. Za sužavanje tih intervala nesigurnosti potrebno je ipak pripremiti uzorak s većim brojem ponavljanja [81].

Za potrebe ovoga rada odabire se veličina uzorka tako da procjene standardne devijacije i očekivanja disperziranih padnih točaka budu unutar odabranih intervala.

6.4. Odabir veličine uzorka prema intervalima procjene parametara disperzije

Procjena intervala unutar kojega se (oko srednje točke uzorka $\bar{x}$) nalazi očekivanje μ razlikuje se ako je poznata standardna devijacija populacije σ , no češće se događa da je poznata samo procjena standardne devijacije uzorka s (zapravo se radi o s_x i s_z , procjenama standardne devijacije po daljini i po pravcu). Tada se ispitivanju pridružuje nova varijabla t :

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{n} \quad , \quad (6.1)$$

gdje je s već spomenuta procjena standardne devijacije:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad . \quad (6.2)$$

Standardnu devijaciju σ (koja je konstanta) moguće je dobiti tek iz beskonačno velikog uzorka, dok je s slučajna varijabla. Svakom ispitivanju (od n pokusa) odgovara jedna realizacija slučajne varijable t , a koja slijedi Studentovu distribuciju:

$$f(t) = \frac{B_n}{\sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{n-1}\right)^n}} \quad , \quad (6.3)$$

gdje je član

$$B_n = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\sqrt{\pi(n-1)} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \quad . \quad (6.4)$$

U gornjem izrazu Γ označava gama faktorsku funkciju, određenu izrazom $\Gamma(n) = (n-1)!$. Vidi se da parametar B_n ovisi isključivo o broju stupnjeva slobode $DF = n-1$, koji su također u izravnoj vezi s brojem događaja n u uzorku x .

Studentova distribucija [82] oblikom podsjeća na normalnu distribuciju, ali je nešto šira i s nižim vrhom kod matematičkog očekivanja. Oblik joj se mijenja jedino s promjenom veličine uzorka n te se porastom broja elemenata u uzorku približava normalnoj distribuciji s očekivanjem u nuli i standardnom devijacijom $\sigma = 1$ (iz toga razloga se n ponekad naziva i parametrom normalnosti).

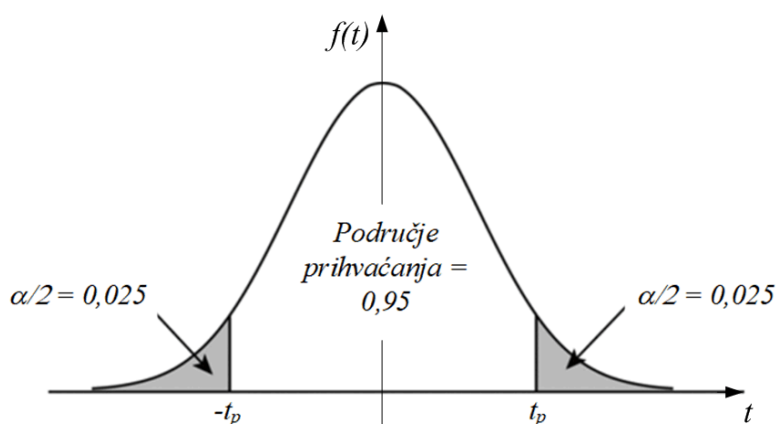
Vjerojatnost da slučajna veličina t bude u intervalu od $-t_p$ do t_p je

$$P(|t| < t_p) = \int_{-t_p}^{+t_p} f(t, n) dt \quad , \quad (6.5)$$

odnosno s obzirom na simetričnost funkcije gustoće Studentove distribucije $f(t)$ vrijedi

$$P(|t| > t_p) = 2 \int_0^{t_p} f(t, n) dt . \quad (6.6)$$

U gornjem izrazu vrijednost t_p je vrijednost Studentove t varijable koji odgovara odabranoj razini povjerenja, ili razini značajnosti budući su ove dvije veličine u izravnoj vezi. Naime, površina ispod grafa funkcije gustoće za odabranu distribuciju može se podijeliti na dva dijela, od kojih je jedan jednak području odbacivanja α (u literaturi razina značajnosti ili nivo signifikantnosti) dok je drugi jednak području prihvatanja i računa se kao $1 - \alpha$. Ako se koriste oba kraka simetrične funkcije gustoće vjerojatnosti, odnosno ukupno područje odbacivanja α sastoji se od dva dijela kao na slici 6.3:



Slika 6.3. Područje prihvatanja i područje odbacivanja

Za praktične svrhe češće se rješava inverzni problem, odnosno traži se potreban broj iteracija n ako su zadane vrijednosti t_p (koja određuje veličinu intervala povjerenja) i P (razina povjerenja) [56]. Tada se traži n za kojega vrijedi

$$-t_p < \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} < t_p , \quad (6.7)$$

odnosno

$$\bar{x} - t_p \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_p \frac{s}{\sqrt{n}} , \quad (6.8)$$

uz traženu razinu povjerenja P .

Matematičko očekivanje μ nalazi se unutar intervala povjerenja $\pm \Delta$ oko srednje točke uzorka $\bar{x}$:

$$\Delta = t_p \frac{s}{\sqrt{n}}, \quad (6.9)$$

pri čemu se Δ smanjuje sa korijenom broja iteracija n . S povećanjem uzorka varijanca distribucije $\bar{x}$ konvergira prema nuli ($\sigma_{\bar{x}}^2 \rightarrow 0$). Kako je svaki uzorak ipak konačan, to znači da Monte Carlo metoda ne daje egzaktan odgovor, nego procjenu intervala unutar kojega se nalaze parametri disperzije uzorka [80].

Jednostavnom transformacijom izraza (6.9) dobiva se da je uz zadani interval povjerenja $\pm\Delta$ potrebno provesti n iteracija:

$$n \geq \left(t_p \frac{s}{\Delta} \right)^2, \quad (6.9)$$

no broj n se ne može unaprijed odrediti prema gornjim izrazima jer simulacija tek treba biti provedena i još ne postoje podaci o $\bar{x}$ niti o s . S druge strane parametar t_p ovisi o odabranoj razini povjerenja P , ali i o broju stupnjeva slobode $DF = n - 1$ kojega tek treba izračunati te se stoga određivanje n provodi iterativno.

Prikladno je zadati poluširinu intervala povjerenja Δ kao relativnu vrijednost, odnosno ne zadavati Δ nego definirati omjer s / Δ ili Δ / s . Uobičajeno je disperziju padnih točaka analizirati posebno po daljini, a posebno po pravcu te se odabire da spomenuti omjer bude izražen u odnosu na procjenu standardne devijacije s_x .

Kako postoji velika razlika između procjena standardnih očekivanja s_x za disperziju padnih točaka uslijed pogrešaka koje se ovdje analiziraju, onda se odabiru i različite vrijednosti omjera Δ / s_x :

- za analizu pogreške bojeve glave odabire se $\Delta / s_x = 0,2 \rightarrow$ iterativno se dobiva potreban broj pokusa $n = 99$ (radi usklađenosti s drugim analiziranim pogreškama odabrano je da se provede 1000 simulacija)
- za pogreške spoja bojeve glave i komore te za pogrešku ugradnje goriva, odabire se $\Delta / s_x = 0,1 \rightarrow$ slijedi $n = 387$ (odabrano je da se provede 1000 simulacija)
- za pogrešku mlaznice $\Delta / s_x = 0,05 \rightarrow$ slijedi $n = 1539$ (odabrano 2000)
- za sve pogreške istovremeno, $\Delta / s_x = 0,05 \rightarrow$ slijedi $n = 1539$ (odabrano 3000)
- svi spomenute vrijednosti dobivene su uz razinu povjerenja $P = 0,95$.

Ovakve vrijednosti su odabrane u skladu s preliminarnim analizama. Pokazuje se da tada δ iznosi tek nekoliko metara (kod analize pogreške bojeve glave tek oko jednog metra), što je vrlo dobra preciznost s obzirom da se gađa cilj na 13.700 m.

Također je moguće maksimalnu pogrešku rezultata izraziti kao relativnu vrijednost, u omjeru ne samo prema s nego i prema srednjoj točki uzorka $\bar{x}$. Opet se kreće od izraza (6.8) koji nakon dijeljenja sa $\bar{x}$ daje ε_a kao relativnu vrijednost poluintervalu povjerenja procjene μ :

$$\varepsilon_a = t_p \frac{s}{\bar{x}\sqrt{n}} \quad , \quad (6.10)$$

iz čega slijedi veličina uzorka:

$$n = \left(t_p \frac{s}{\bar{x}\varepsilon_a} \right)^2 \quad . \quad (6.11)$$

Potrebna veličina uzorka n i ovdje se računa iterativno. Za simulaciju se uvode sljedeće pretpostavke:

- gađa se cilj na $X = 13.700$ m (2/3 maksimalnog doleta, standardna vrijednost na kojoj se provode ispitivanja)
- traži se rezultat uz razinu povjerenja $P=0,95$
- temeljem ranijih ispitivanja pretpostavlja se procjena standardne devijacije maksimalno $s = 100$ m, a i to samo kod pogreške mlaznice
- usvaja se kao prihvatljivo $\varepsilon_a = 0,04\%$ doleta rakete.

Uz ovako definirane ulazne parametre, iz izraza (6.11) slijedi maksimalan broj pokusa $n = 1536$. Može se, kao i za slučaj određivanja n prema omjeru Δ/s usvojiti $n = 1540$. Na ovaj način dobiva se ε_a kao vrijednost poluintervalu povjerenja procjene očekivanja od samo $\varepsilon_a \approx 5$ m (uz $P = 0,95$), što predstavlja odlično podudaranje za potrebe realnih izračuna. maksimalan broj pokusa.

Ovo vrijedi samo kada se simulira i pogreška mlaznice, dok druge proizvodne pogreške daju disperziju sa bitno manjom vrijednosti s_x . Stoga se zadržava veličina uzorka kao što je ranije određeno (1000 za pogrešku bojeve glave, 1000 za pogrešku bojeve glave prema komori motora i 1000 za pogrešku ugradnje goriva, 2000 za pogrešku mlaznice i 3000 za simulaciju sve četiri pogreške istovremeno).

Ovako odabrane veličine uzorka javljaju se u brojnim radovima, na primjer NASA-inoj analizi leta bespilotne nadzvučne letjelice X-43 [83] gdje se pokazuje kako uzorak od 1600 iteracija daje stabilne procjene parametara disperzije te se daljnjim povećavanjem uzorka ne očekuju više značajne promjene u procjenama matematičkog očekivanja, standardne devijacije i drugih parametara. S druge strane određeni broj autora opisuje simulaciju s bitno manjim brojem uzoraka, kao npr. [84] gdje se analizira disperzija rakete 120 mm sličnih inercijskih karakteristika kao kod rakete GRAD i to na temelju Monte-Carlo simulacije sa samo 200 iteracija. Isti autori kasnije analiziraju disperziju rakete 160 mm i ovoga puta koriste 600 iteracija radi veće vjerodostojnosti rezultata [20].

6.5. Odabir funkcije distribucije vjerojatnosti

Jedan od osnovnih problema koje treba riješiti prilikom generiranja podataka i to podjednako onih koji predstavljaju ulaz i onih koji su izlaz iz Monte Carlo simulacije, jest da li pretpostaviti da su oni disperzirani prema normalnoj distribuciji, nekoj drugoj, ili da li uopće pretpostavljati da podaci slijede bilo kakvu distribuciju [80].

U ovom radu odabran je pristup da ulazni podaci budu generirani prema distribuciji koja se empirijski, ali i temeljem podataka iz literature pretpostavlja očekivanom. Izlazni podaci se s druge strane analiziraju i testiraju na sličnost pretpostavljenim distribucijama, a tek nakon toga se nastavlja statistička analiza.

Što se tiče ulaznih podataka, simulira se pojava proizvodnih pogrešaka od kojih je svaka simulirana preko para kutova:

- kuta δ_i koji definira nepodudaranje osi simetrije dva dijela projektila (npr. bojeve glave i komore motora, ili komore motora i mlaznice, itd.) i koji leži u ravnini pogreške
- kuta φ_i koji definira zakret ravnine pogreške (ravnine u kojoj leži kut δ_i) u odnosu prema odabranoj referentnoj ravnini.

Što se tiče radijalnih kutova φ_i , oni su disperzirani osnosimetrično oko referentne osi prema uniformnoj distribuciji, unutar intervala $0 \leq \varphi_i \leq 2\pi$ [rad]. Za referentnu os uglavnom se uzima os x_G geometrijskog koordinatnog sustava, jedino je kod pogreške bojeve glave to os simetrije vanjske površine glave x_H . Kutovi pogreške δ_i disperzirani su prema normalnoj distribuciji. Radi se o dobro poznatoj distribuciji koja se zato samo kratko predstavlja u nastavku.

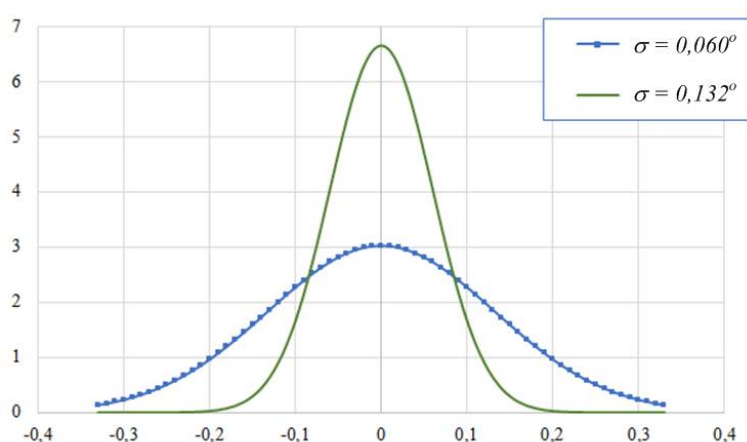
6.5.1. Normalna funkcija distribucije gustoće vjerojatnosti

Opći oblik funkcije normalne distribucije je

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (6.12)$$

što se za slučaj $\mu = 0$ reducira u oblik

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}. \quad (6.12a)$$



Slika 6.4. Primjer normalne distribucije, različite standardne devijacije i očekivanje 0

Slika 6.4 pokazuje da normalna distribucija daje najveću gustoću vjerojatnosti kod vrijednosti μ , koja onda pada prema krakovima distribucije i to naglije kod manjih vrijednosti standardne devijacije σ . Funkcija distribucije vjerojatnosti se izražava kao

$$F(x) = P(x \leq x_i) = \int_{-\infty}^{x_i} f(x) dx, \quad (6.13)$$

pri čemu ovaj izraz nema analitičko rješenje nego se rješava uz pomoć tablica ili numerički.

Što se tiče izlaznih varijabli (u ovom slučaju: udaljenosti položaja padne točke u odnosu na cilj) tada se u anglosaksonskoj literaturi govori o kružnoj očekivanoj pogrešci (CEP). Analizom izlaznog uzorka često se prepoznaje da ona slijedi Weibullovu ili Rayleighovu distribuciju te se i one ukratko predstavljaju u nastavku.

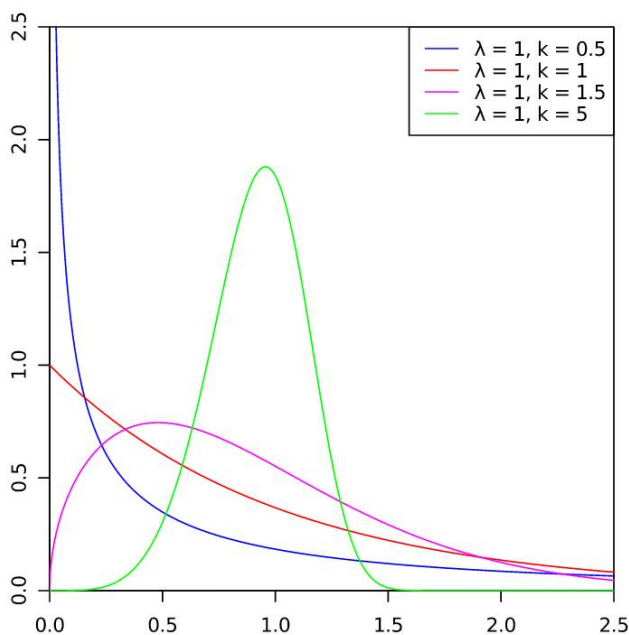
6.5.2. Weibullova funkcija distribucije gustoće vjerojatnosti

Opći oblik distribucije je

$$f(x; \lambda, k) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x - \mu}{\lambda} \right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x - \mu}{\lambda} \right)^k} & \text{za } x \geq \mu \\ 0 & \text{za } x < \mu \end{cases}, \quad (6.14)$$

gdje je λ = parametar veličine ili prostiranja, k = parametar oblika a μ = parametar položaja.

Na slici 6.5 prikazane su inačice Weibullove distribucije u ovisnosti o parametru k .



Slika 6.5. Weibullova distribucija

Distribucija vjerojatnosti računa se prema izrazu

$$F(x) = 1 - e^{-(x/\lambda)^k}, \quad (6.15)$$

dok se medijan x_0 ($P(x \leq x_0) = 0,5$) računa prema

$$x_0 = \lambda (\ln 2)^{1/k}. \quad (6.16)$$

U ovisnosti o parametru oblika k , postoji više posebnih slučajeva Weibullove distribucije, od kojih je za potrebe ovog rada najzanimljivija Rayleighova distribucija.

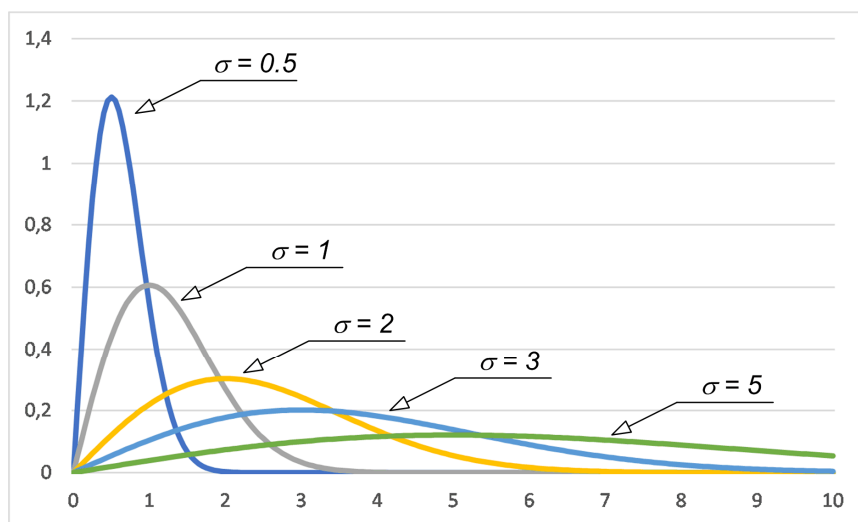
6.5.3. Rayleighova funkcija distribucije gustoće vjerojatnosti

Rayleighova distribucija je poseban slučaj Weibullove distribucije ako su $k = 2$ i $\lambda = \sigma\sqrt{2}$ te uvođenjem pretpostavke da je $\mu = 0$ nakon čega opći oblik funkcije iz (6.14) prelazi u

$$f(\rho) = \begin{cases} \frac{\rho}{\sigma^2} e^{-\left(\frac{\rho^2}{2\sigma^2}\right)} & \text{za } \rho \geq 0 \\ 0 & \text{za } \rho < 0 \end{cases} \quad (6.17)$$

U gornjem izrazu koriste se polarne koordinate jer Rayleighova distribucija opisuje disperziju u dvodimenzionalnom prostoru, odnosno disperziju veličina koje imaju dvije komponente s jednakom disperzijom. Sama disperzija se odnosi na neki polumjer $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ te se zapravo računa vjerojatnost da se ρ nađe unutar određenog intervala. Rayleighova distribucija je također gausijanska, a nastaje množenjem izraza za dvije klasične normalne distribucije s istom standardnom devijacijom:

$$\begin{aligned} f(x)dx f(y)dy &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) dx \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) dy \\ &= \frac{1}{\sigma^2 2\pi} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right) dx dy \end{aligned} \quad (6.18)$$



Slika 6.6. Rayleighova distribucija kao poseban slučaj Weibullove (uz $k = 2$, $\lambda = \sigma\sqrt{2}$)

Nakon zamjene kartezijanskih neovisnih varijabli x i y polarnim varijablama ρ i δ :

$$\begin{aligned}x &= \rho \cos \varphi \\y &= \rho \sin \varphi\end{aligned}\quad (6.19)$$

te znajući da je Jakobijan ove transformacije [56]:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \rho} & \frac{\partial x}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial y}{\partial \rho} & \frac{\partial y}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = \rho \quad , \quad (6.20)$$

slijedi vjerojatnost događaja u prstenu od ρ do $\rho+d\rho$:

$$dp = \int \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}\right) \rho d\rho d\varphi = \frac{\rho}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}\right) d\rho \quad . \quad (6.21)$$

Izraz (6.21) koristi varijablu ρ s obzirom da se radi o vjerojatnosti u dvodimenzionalnom prostoru, odnosno u svim ravninama oko neke središnje osi. U ovom doktorskom radu pogreška se gleda uvijek u samo jednoj ravnini (ravnini pogreške), pri čemu je njezin zakret u odnosu na referentnu ravninu određen kutom φ . U toj ravnini je prema Rayleighovoj distribuciji disperziran kut δ koji postaje varijabla funkcije gustoće vjerojatnosti:

$$f(\delta) = \frac{\delta}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}\right) \quad , \quad (6.22)$$

gdje je δ kut pogreške, dok je σ standardna devijacija originalnih normalnih distribucija. U Rayleighovoj distribuciji σ više nije standardna devijacija nego parametar oblika (konstanta).

Maksimalna gustoća vjerojatnosti gornje funkcije je na vrijednosti δ_m koju se nalazi iz derivacije funkcije gustoće $f'(\delta_m) = 0$:

$$f'(\delta_m) = -\frac{(\delta_m^2 - \sigma^2)}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\delta_m^2}{2\sigma^2}\right) = 0 \quad \rightarrow \quad \delta_m = \sigma \quad , \quad (6.23)$$

gdje se vidi da je $\delta_m = \sigma$ te se onda funkcija gustoće Rayleighove distribucije može pisati i u obliku

$$f(\delta) = \frac{\delta}{\delta_m^2} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\delta_m^2}\right) \quad , \quad (6.24)$$

gdje se vidi da distribucija postaje jedno parametarska te njezin oblik ovisi samo o izboru σ (odnosno δ_m) kao što pokazuje Slika 6.6.

Matematičko očekivanje te distribucije određuje se po definiciji pomoću sljedećeg

integrala:

$$\mu = \int_0^{\infty} \delta f(\delta) d\delta = \int \frac{\delta^2}{\delta_m^2} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\delta_m^2}\right) d\delta = \delta_m \sqrt{\frac{\pi}{2}} , \quad (6.25)$$

što pokazuje da Rayleighova distribucija nema svojstvo (kao npr. normalna distribucija) da je matematičko očekivanje μ tamo gdje je ekstrem funkcije gustoće.

Vjerojatnost da δ bude manje od neke zadane vrijednosti δ_0 slijedi iz kumulativne funkcije distribucije vjerojatnosti

$$p(\delta < \delta_0) = \int \frac{\delta}{\delta_m^2} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2\delta_m^2}\right) d\delta = 1 - \exp\left(-\frac{\delta_0^2}{2\delta_m^2}\right) . \quad (6.26)$$

U teoriji gađanja često se traži koji je to interval oko cilja unutar kojega će pasti 50% pogodaka. Taj se interval naziva još i pojas bolje polovice pogodaka ako se analizira disperzija padnih točaka odvojeno po daljini i po visini, ili CEP ako se promatra kružna pogreška. Analogno, ako se traži interval od 0 do δ_0 unutar kojega se može očekivati da će se naći 50% vrijednosti δ , tada iz gornjeg izraza slijedi da je

$$1 - \exp\left(-\frac{\delta_0^2}{2\delta_m^2}\right) = 0.5 , \quad (6.27)$$

odnosno

$$\delta_0 = \delta_m \sqrt{2 \ln 2} = 1,177 \cdot \delta_m . \quad (6.28)$$

Gornji izrazi pokazuju da je vrijednost δ_0 veća od δ_m ali ipak manja od matematičkog očekivanja (jer je $\mu = 1,253 \cdot \delta_m$).

6.6. Parametri uključeni u Monte Carlo simulaciju

Pogreške proizvodnje, njihove posljedice, ali i parametri distribucije prema kojoj su disperzirane ove varijable su realne i mjerljive. One su uvijek prisutne u većoj ili manjoj mjeri i nema niti jednog parametra uključenog u proizvodnju projektila koji ne pridonosi konačnoj disperziji putanje i padne točke [85].

Radi praktičnih ograničenja, ukazuje se potreba da se u simulaciju uvode samo parametri koji imaju najveći efekt na konačne rezultate. Za slučaj gađanja nevođenim reaktivnim projektilom, ti su kritični parametri:

- od značajki projektila (bez motora) - masa bojeve glave
- od značajki oružja – stanje lansera ili cijevi
- od karakteristika raketnog motora: pravac i intenzitet reaktivne sile
- od karakteristika atmosfere: temperatura, tlak, vlažnost zraka i osobito stanje vjetra
- od ostalih početnih uvjeta: pravac i intenzitet početne brzine; poprečna kutna brzina i početni kutovi.

Svi ovi parametri mogu biti varirani kako bi se analizirale moguće situacije pri stvarnome gađanju. Većina autora odabire iste grupe kritičnih parametara koje variraju unutar nekih granica (često arbitrarno postavljenih) te onda provjeravaju utjecaj na putanju. Gore nabrojani parametri variraju se u radovima iz različitih površine balistike, kao npr. u [84] ili [86]. Neki autori radije analiziraju disperziju aerodinamičkih koeficijenata [87] koja može biti posljedica pogreške u prethodnim izračunima, no izglednije je da se radi o pogreškama proizvodnje. Također je moguće analizirati utjecaj pogrešaka ciljanja kao u [88] (u gore navedenoj podjeli spada među karakteristike oružja) ili varijabilnosti početne brzine kao u [89], no one su primarno vezane uz unutrašnju balistiku te se u ovome radu posebno ne razmatraju. Moguće je ipak primijetiti da svi spomenuti radovi ipak analiziraju i utjecaj nedeterministički promjenjivih inercijskih karakteristika.

Intervali unutar kojega se variraju poremećaji uzimaju se u citiranim radovima arbitrarno, s malo veza prema ranijim mjerenjima: tako je na primjer u [74] pretpostavljeno rasipanje kuta početne elevacije u intervalu $\pm 0,3^\circ$ oko nominalne vrijednosti, mase goriva unutar $\pm 1\%$, zakreta vektora potisne sile $\vec{F}_T$ za maksimalno $\pm 0,3^\circ$ u odnosu na pravac simetrije rakete (u x - z i u x - y ravnini), intenziteta potisne sile F_T za $\pm 1\%$ nominalne vrijednosti itd. Također su postavljene granice rasipanja glavnih momenata inercije za $\pm 2\%$ nominalne vrijednosti te se u simulaciju uvodi pomak položaja središta mase za $\pm 20\text{ mm}$ i to jednako ako se gleda raketa sa

gorivom ili prazna. U [90] simulira se disperzija istih parametara, ali unutar drugačijih granica. U oba rada uvode se pretpostavke koje umanjuju opću primjenjivost dobivenih zaključaka:

- poremećaji geometrijskih i inercijskih karakteristika rakete ne povezuju se sa fazom proizvodnje - promjene npr. tenzora tromosti se uzimaju kao ulazni podatak, bez obrazlaganja zašto baš takve varijacije
- pretpostavlja se da ne postoji razlika u poprečnim momentima tromosti ($I_y = I_z$)
- pretpostavlja se da središte mase ostaje na osi x .

Stvarne granice disperzije pogrešaka rijetko se publiciraju zbog tajnosti podataka, osim u vrlo rijetkim slučajevima kao na primjer u [91]. Stoga je dostupna literatura vrlo skromna, a objavljeni radovi se uglavnom koncentriraju na rješavanje uskog spektra problema ili poremećaje uzimaju arbitrarno. I u ovom se radu, radi fokusiranja na jednu temu, od poremećaja uvode samo pogreške proizvodnje. S druge se strane nastoji uvoditi što manje dodatnih pretpostavki i pojednostavljenja, da se ipak zadrži šira primjenjivost dobivenih zaključaka.

Stoga analiza predstavljena u ovom radu predstavlja jedan od rijetkih nama poznatih pokušaja da se napokon povežu nesavršenosti proizvodnje i krajnje nepreciznosti projektila.

6.7. Simulacija pogreške spoja bojeve glave i komore motora

Radi provjere utjecaja pogreške spoja bojeve glave s komorom motora provodi se simulacija gađanja s 1000 raketa M-21-OF GRAD.

Uvjeti koji se pretpostavljaju isti za svih 1000 simulacija su:

- kut elevacije $\gamma = 20^\circ$
- kut azimuta $A_\theta = 0,4^\circ$ (odgovara zahtjevu iz Tablica gađanja da se gađa u desno za 7 tisućitih, radi skretanja rakete na svim daljinama gađanja)
- standardno stanje ICAO atmosfere $T = 288,15$ K; $p = 1013$ hPa; $W_x = W_z = 0$ m/s (vertikalni vjetar se prema zakonu o vertikalnoj ravnoteži zanemaruje); relativna vlažnost zraka = 0 %
- položaj cilja (u lokalnom koordinatnom sustavu) $\mathbf{p}_C^L = [13700, 0, 0]$.

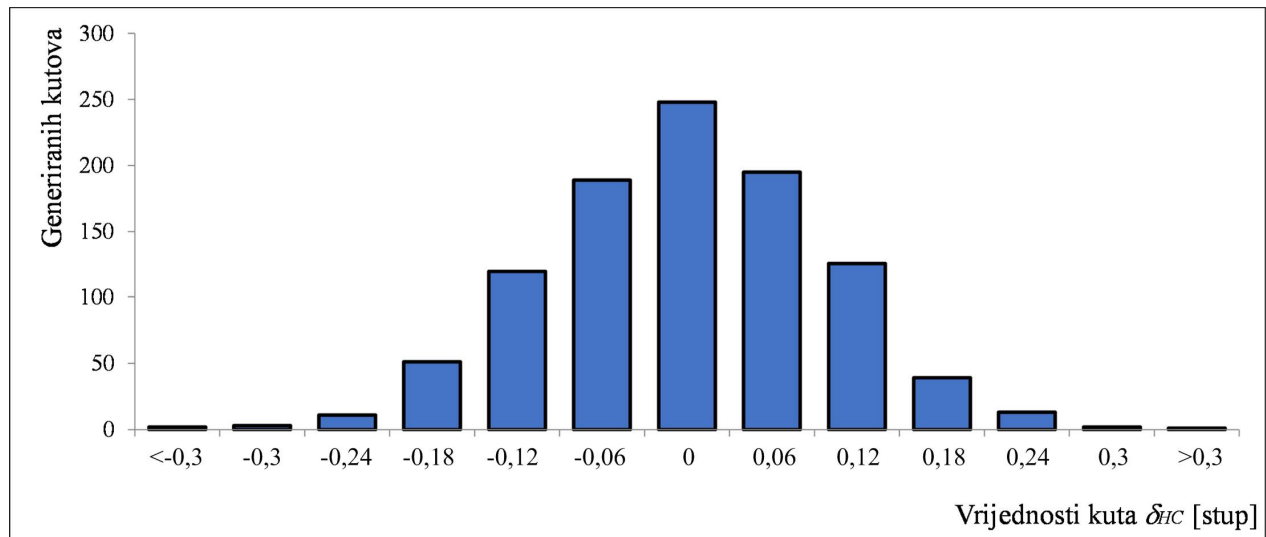
Uvjeti koji se simuliraju različiti za svaku pojedinačnu raketu:

- kut pogreške δ_{HC}
- radijalni kut φ_{HC}

- inercijske karakteristike koje se mijenjaju uslijed različitih iznosa kuta poremećaja δ_{HC} i položaja ravnine poremećaja φ_{HC} :
 - o vektor položaja središta mase $\mathbf{p}_m$
 - o tenzor inercije $\mathbf{I}^G$
 - o položaj glavnih osi inercije.

Dva kuta koja određuju intenzitet i prostorni položaj kuta pogreške δ_{HC} i φ_{HC} , disperzirani su na sljedeći način:

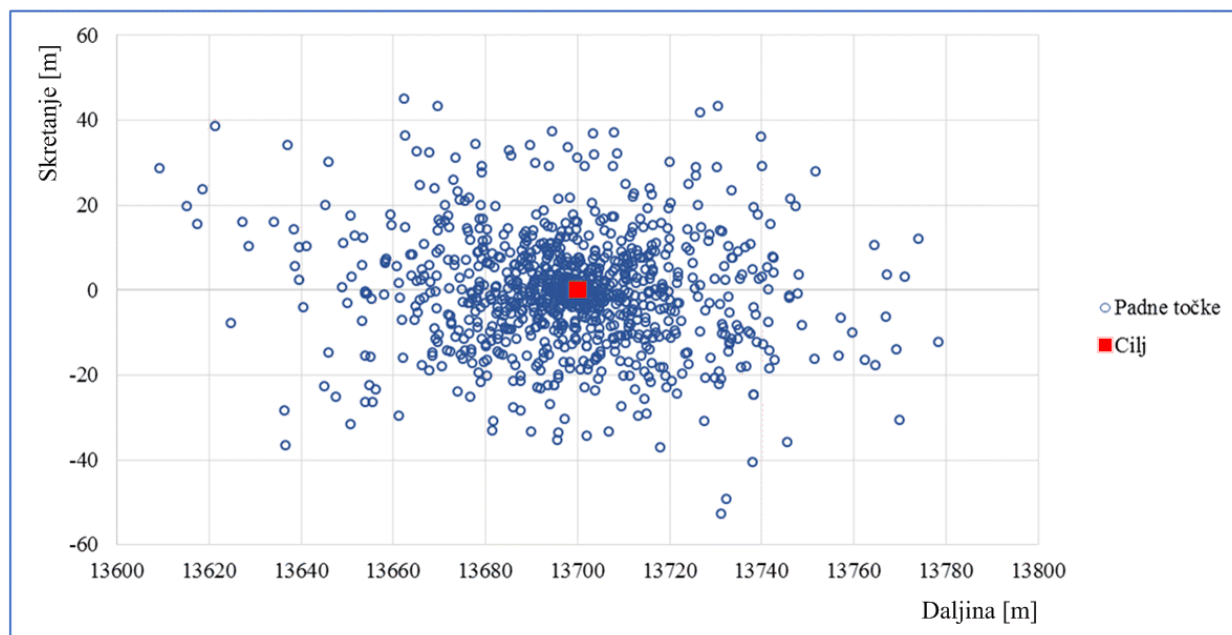
- radijalni kut φ_{HC} disperziran je prema uniformnoj distribuciji vjerojatnosti, unutar intervala $0^\circ \leq \varphi_{HC} \leq 360^\circ$
- kut poremećaja δ_{HC} disperziran je prema normalnoj distribuciji vjerojatnosti, s parametrima $\sigma_{HC} = 0,1^\circ$, $\mu_{HC} = 0^\circ$; uz vjerojatnost $P = 0,997$ apsolutna vrijednost kuta δ_{HC} poprima vrijednost manju ili jednaku maksimalno dozvoljenoj toleranciji proizvodnje, $|\delta_{HC_tol}| = 0,3^\circ$.



Slika 6.7. Frekvencije vrijednosti kuta bojeve glave prema komori motora δ_{HC}

Slika 6.7 služi kao vizualna potvrda da je kut δ_{HC} zaista disperziran prema normalnoj distribuciji. Od 1000 simuliranih kutova, tri su čija je apsolutna vrijednost veća od $0,3^\circ$. Može se postaviti uvjet da se ovakve projekte izdvoji u postupku kontrole kvalitete, no ovdje su ostavljeni radi ispitivanja utjecaja na putanju i preciznost projektila.

Simulacija 1000 gađanja, u skladu s opisanim uvjetima, daje sljedeću sliku disperzije padnih točaka oko cilja (slika 6.8, cilj označen pravokutnikom):



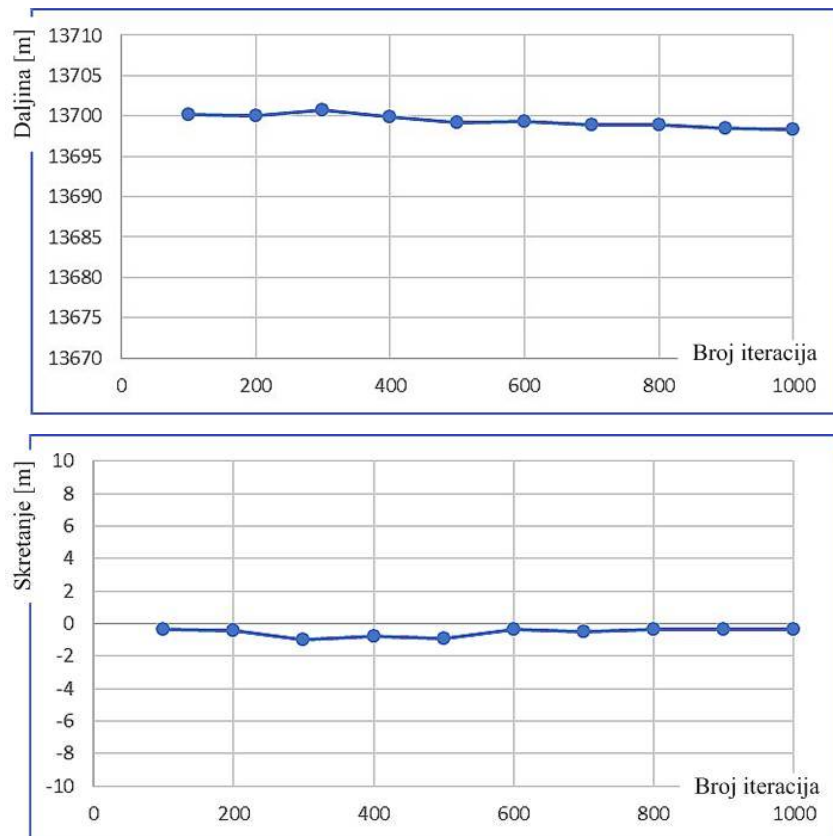
Slika 6.8. Disperzija padnih točaka uslijed pogreške spoja bojeve glave i komore motora

Disperzija padnih točaka pokazuje trend koncentriranja oko položaja cilja te opadanja frekvencije pogodaka s udaljavanjem od cilja. Statističkom analizom dobiveni su sljedeći parametri disperzije padnih točaka:

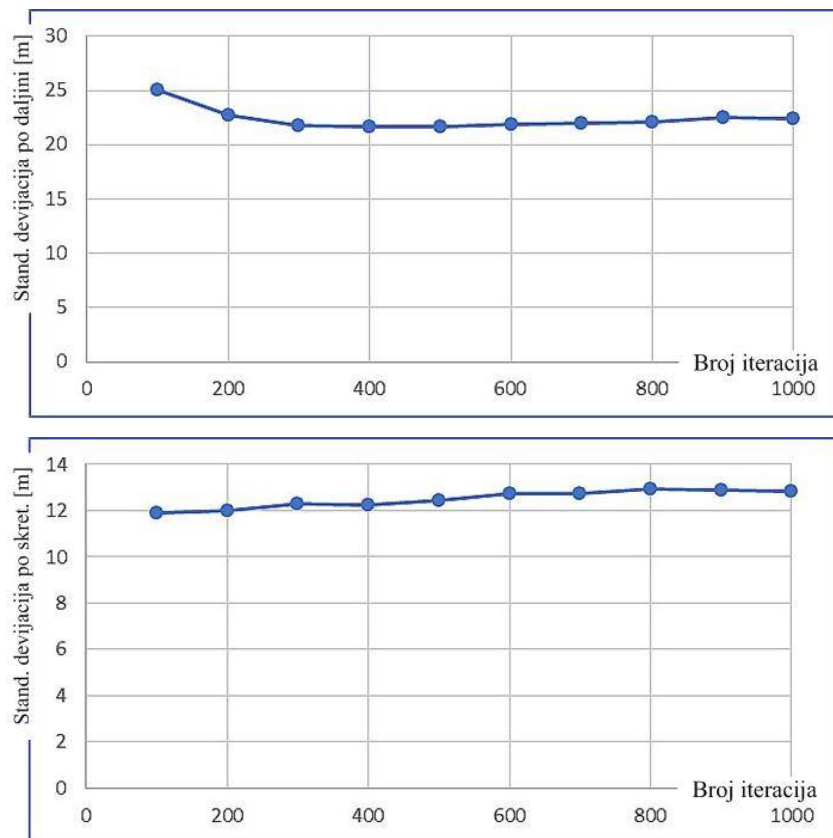
Tablica 6.1. Pogreška spoja bojeve glave i komore, parametri disperzije padnih točaka

	Procjena očekivanja ($P = 95\%$)	Procjena standardne devijacije
Po daljini	$\mu_x = 13698,4 \pm 1,4 \text{ m}$	$s_x = 22,5 \text{ m}$
Po pravcu	$\mu_z = -0,4 \pm 0,8 \text{ m}$	$s_z = 12,8 \text{ m}$

Procjene navedene u tablici 6.1 dobivene su temeljem kompletne simulacije sa 1000 iteracija, dok manji uzorak daje nešto drugačije vrijednosti. Međutim kako pokazuju slike 6.9 i 6.10, procjene očekivanja i standardnih devijacija po daljini i po skretanju relativno brzo dostižu vrijednosti bliske navedenima u tablici 6.1 te se malo mijenjaju s porastom broja iteracija:



Slika 6.9. Procjene očekivanja po daljini i po pravcu, promjene s povećanjem uzorka

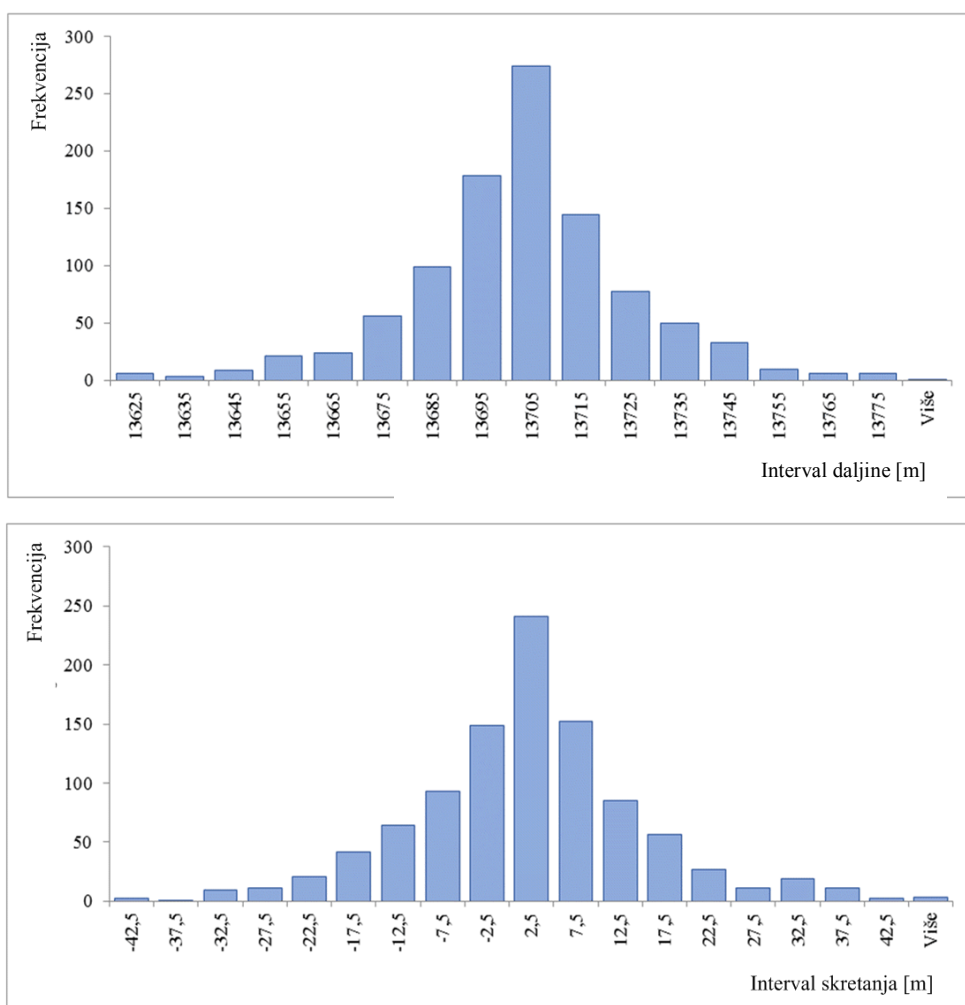


Slika 6.10. Procjene s_x i s_z , promjene s povećanjem uzorka

Također je sa slika 6.9 i 6.10 vidljivo da procjene parametara putanje osciliraju unutar vrlo uskih granica te se može pretpostaviti da s daljnjim povećanjem veličine uzorka neće doći do značajnijih promjena u prikazanim procjenama.

6.7.1. Procjena normalnosti distribucije padnih točaka

Pretpostavlja se da su padne točke disperzirane prema normalnoj distribuciji. Prva provjera ove hipoteze je vizualni test, proveden provjerom frekvencija položaja padnih točaka po daljini i po pravcu (slika 6.11):



Slika 6.11. Frekvencije padnih točaka po daljini (gore) i po pravcu (dolje)

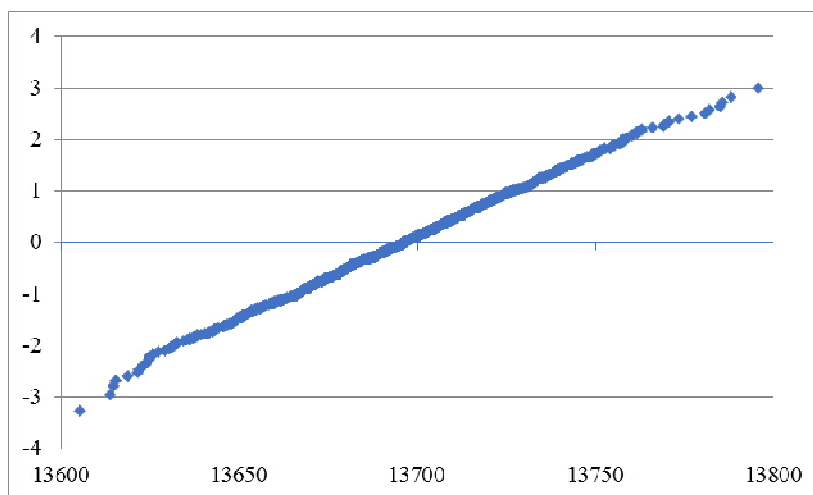
Iz gornjih histograma može se vizualno procijeniti da su uzorci distribuirani prema normalnoj ili nekoj srodnoj distribuciji. Standardni testovi (Kolmogorov-Smirnov test – KS test, Shapiro-Wilk test – SW test i drugi) nisu prikladni za analizu normalnosti velikih uzoraka te ih je stoga potrebno tumačiti zajedno s drugim parametrima. Karakteristike svakog testa detaljno su opisane u radovima drugih autora, na primjer [92] i [93].

Za velike uzorke (>300) potrebno je šire tumačiti i rezultate za koeficijent asimetrije (eng: *skewness*) i koeficijent spljoštenosti (eng: *kurtosis*) te stoga više autora daje preporuke da se ne odbacuje hipoteza o normalnosti uzorka čak niti za velike vrijednosti ove dvije mjere: u [94] se preporučuje odbacivanje hipoteze tek ako je apsolutna vrijednost za koeficijent asimetrije >2 , ili ako je apsolutna vrijednost za koeficijent spljoštenosti >7 . U [95] se preporuča korištenje z-vrijednosti za koeficijent asimetrije i koeficijent spljoštenosti *te* se navodi kako se uzorak može prepoznati kao normalan ako su spomenute z-vrijednosti $< 1,96$. Za vrlo velike uzorke čak se preporuča podizanje granice za z-vrijednost na 3,29.

Normalnost uzorka inače je važna za statističke metode kao što su korelacijska ili regresijska analiza, t-test i analiza varijance. Prema centralnom graničnom teoremu, odstupanje od normalnosti nije presudan problem kod velikih uzoraka (>100), no tada ipak dolazi u pitanje reprezentativnost izvedenih zaključaka te s njima povezane razine značajnosti P [96].

Za analizirani primjer ustanovljeno je:

- opisni parametri (srednja vrijednost, medijan i mod) koincidiraju
- koeficijent asimetrije je -0,13 po daljini i 0,10 po pravcu; koeficijent spljoštenosti je 1,6 po daljini i 1,3 po pravcu, što indicira da se radi o normalno distribuiranom uzorku
- KS i SW testovi daju izrazito niske kritične vrijednosti (npr. kritična vrijednost KS testa = 0,0428) te nisu prikladni za ocjenu normalnosti ovako velikog uzorka jer proglašavaju odstupanje od normalnosti čak i kod niskih vrijednosti (ovdje: 0,3738)
- Q-Q graf, nazvan još i graf normalne vjerojatnosti (eng. *Quantile-Quantile Plot*, *Normal Probability Plot*) također upućuje na veliku vjerojatnost da je promatrana varijabla (u ovom slučaju dometi raketa) normalno distribuirana.



Slika 6.12. Q-Q graf, komponenta daljine padnih točaka

Gotovo sve točke leže na pravcu, kao što se i očekuje od uzorka disperziranog prema normalnoj distribuciji. Vrijednosti deskriptivne statistike za daljinu dane su u tablici 6.2.

Tablica 6.2. Deskriptivna statistika, disperzija padnih točaka uslijed δ_{HC}

	Daljina X	Skretanje Z
Srednja vrijednost (<i>Average</i>)	13698,40	-0,35
Standardna pogreška	0,71	0,41
Medijan	13698,73	-0,27
Standardna devijacija	22,46	12,84
Varijanca uzorka	504,43	164,91
Koeficijent spljoštenosti (<i>Kurtosis</i>)	1,627	1,349
Koeficijent asimetrije (<i>Skewness</i>)	-0,131	0,108
Raspon	169,15	97,61
Minimum	13609,25	-52,71
Maksimum	13778,40	44,90
Veličina uzorka	1000	
Interval povjerenja za procjenu očekivanja (95,0%)	1,39	0,80

Sličnu analizu potrebno je provesti radi ispitivanja disperzije padnih točaka uslijed drugih pogrešaka (da se izbjegne ponavljanje, neće biti prikazivani svi grafovi i tablice).

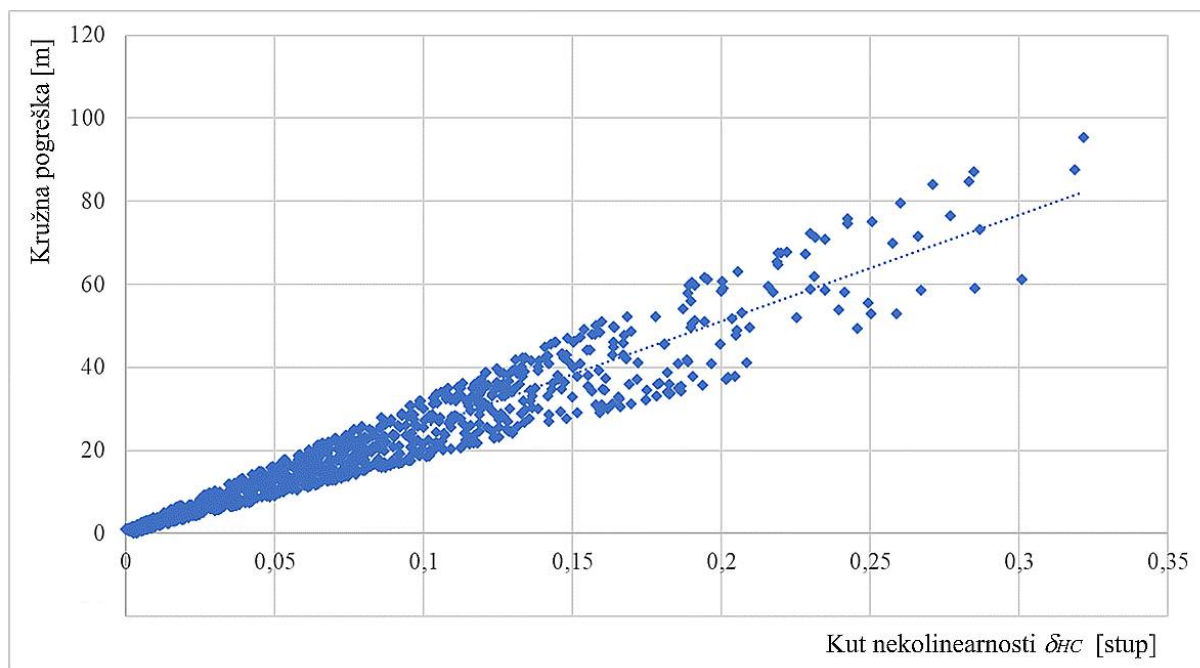
Na slici 6.8 prikazana je disperzija položaja padne točke kao posljedica utjecaja oba kuta koja opisuju pogrešku izvedbe bojeve glave (δ_{HC} i φ_{HC}). Što se tiče pojedinačnog utjecaja jednog i drugog kuta na položaj padne točke, on je pokazan u prethodnom poglavlju gdje su pogreške bile tretirane kao determinističke veličine.

U nastavku se daje korelacijska analiza koja ispituje vezu između kružne pogreške i apsolutne vrijednosti kuta δ_{HC} .

Koeficijent korelacije između vektora kružnih pogrešaka **CE** ($CE_i = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta z_i^2}$, gdje su Δx_i i Δz_i odstupanja padne točke od cilja po daljini i po skretanju) i vektora radijalnih kutova φ_{HC} je 0,049 te se zaključuje da ne postoji povezanost. S druge strane, koeficijent korelacije između vektora **CE** i vektora kutova pogreške δ_{HC} je 0,96 što upućuje na visoku povezanost između pojedine kružne pogreške CE_i i kuta δ_{HCi} [97].

S obzirom da su kružne pogreške uniformno usmjerene od položaja cilja, no ovdje se uzimaju isključivo kao pozitivne vrijednosti, umjesto stvarne vrijednosti kuta δ_{HCi} uzima se uvijek njegova apsolutna vrijednost. Na slici 6.13 prikazan je dijagram raspršenosti (scatter

diagram) koji pokazuje jasnu vezu između apsolutnih vrijednosti kuta δ_{HC} i rezultatnih kružnih pogrešaka.



Slika 6.13. Veza između apsolutnih vrijednosti kuta δ_{HC} i kružnih pogrešaka; dodana linija trenda (isprekidana linija)

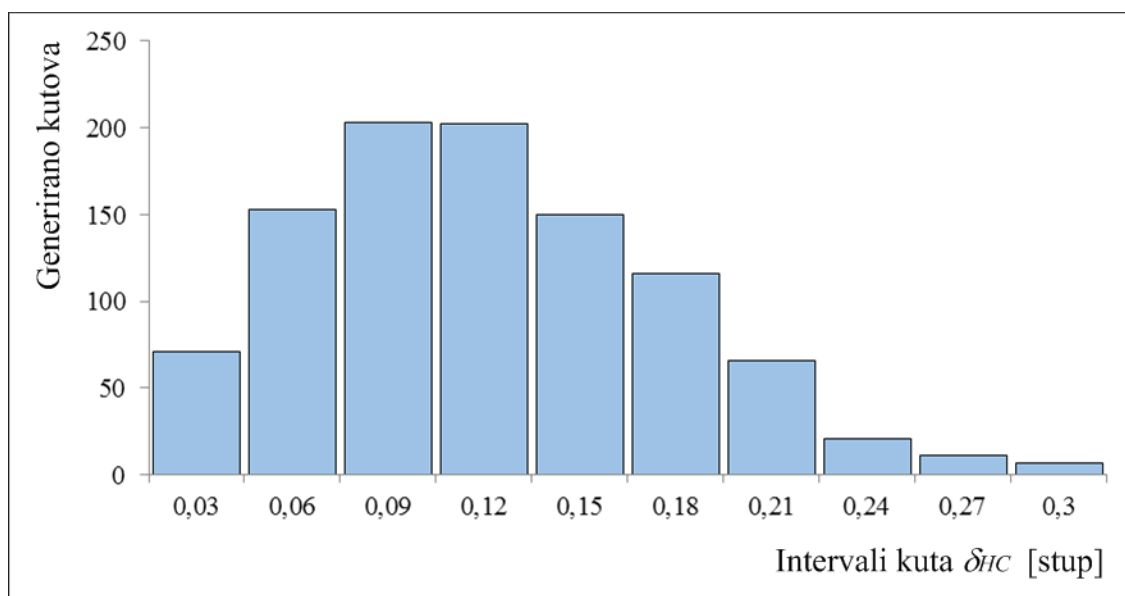
Iz gornje analize proizlaze sljedeći zaključci:

- 1) Pogreška spoja bojeve glave i komore motora rezultira srednje velikim površinama disperzije padnih točaka te je moguće dozvoliti blaže proizvodne tolerancije u odnosu na izvedbu mlaznice, ali vrijednosti kutova pogreške ipak treba ograničiti (u ovoj analizi: $|\delta_{HC}| \leq 0,3^\circ$ uz $P = 0,997$).
- 2) Površina disperzije padne točke linearno raste s porastom kuta pogreške δ_{HC} .
- 3) Potrebno je obratiti pažnju na dodatnu normalnu silu i njezin moment, budući da ova pogreške rezultira ne samo promjenom inercijskih nego i aerodinamičkih karakteristika projektila.
- 4) Analizom disperzije procijenjeno je površina disperzije $169,2 \times 97,6$ m, što je značajno čak i uz ovako mali dozvoljeni kut pogreške.

6.7.2. Pogreška disperzirana prema Rayleighovoj distribuciji

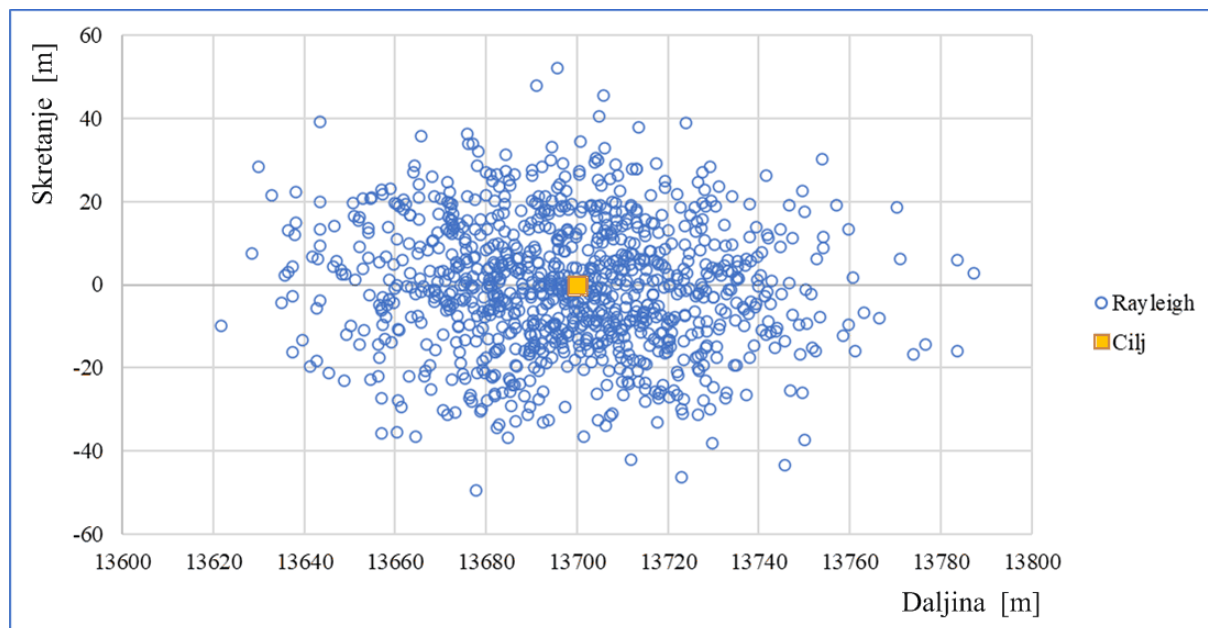
Poremećaji simulirani u ovom radu (proizvodne pogreške) disperzirani su prema nekoliko unaprijed definiranih pravila. Usvojeno je da su radijalni kutovi φ_i disperzirani uniformno oko referentne osi u intervalu $\varphi_i = 0 - 360^\circ$, dok su kutovi δ_i smješteni u ravninu poremećaja i disperzirani prema normalnoj distribuciji. Zanimljivo je usporediti prezentirane rezultate sa zaključcima koji slijede ako bi kut δ_{HC} bio disperziran prema Rayleighovoj distribuciji. Ova je distribucija već ukratko opisana ranije (izrazi 6.17 – 6.28).

Radi usporedivosti rezultata, odabran je parametar distribucije $\delta_m = 0,087^\circ$. Funkcija distribucije vjerojatnosti pokazuje da će se slučajne realizacije kutova δ_{HC} naći unutar intervala $0^\circ \leq \delta_{HC} \leq 0,3^\circ$ uz $P = 0,997$, a što je usporedivo s vjerojatnošću da se vrijednost δ_{HC} nađe unutar intervala $-0,3^\circ \leq \delta_{HC} \leq 0,3^\circ$ za ranije analizirani slučaj gdje su kutovi δ_{HC} bili disperzirani prema normalnoj distribuciji. Histogram s frekvencijama kutova pogreške δ_{HC} (Rayleigheva distribucija) prikazan je na slici 6.14.



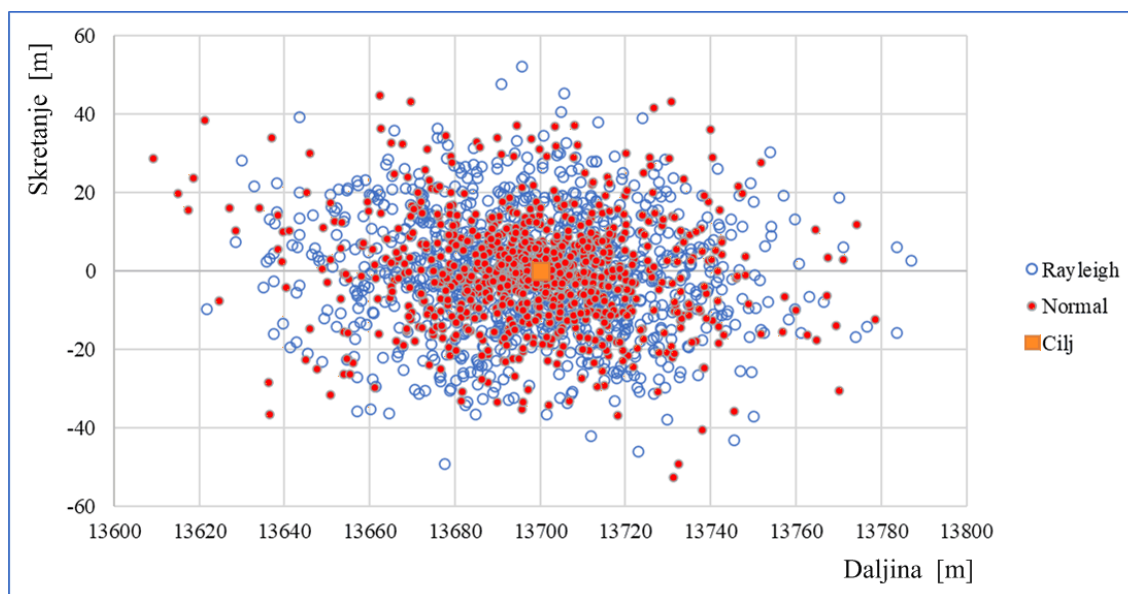
Slika 6.14. Histogram kutova pogreške δ_{HC} , prema Rayleighovoj distribuciji

Uz ovako pripremljene kutove δ_{HC} i φ_{HC} provedena je Monte-Carlo (MC) simulacija, uz jednake ostale ulazne parametre kao u prethodnom poglavlju. Disperzija 1000 padnih točaka dana je na slici 6.15.

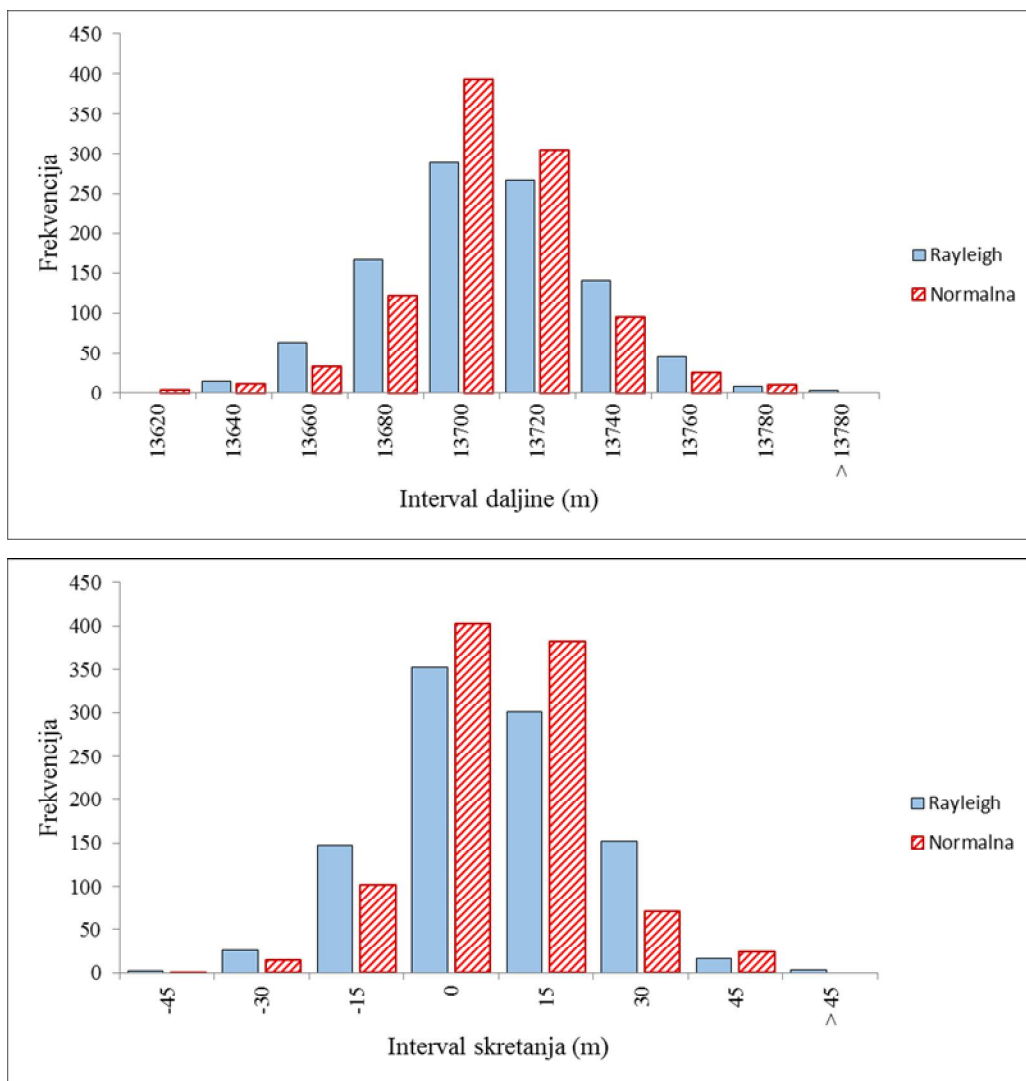


Slika 6.15. Disperzija padnih točaka, kut δ_{HC} prema Rayleighovoj distribuciji

Slika 6.15 pokazuje da je i u ovom slučaju vidljiva koncentracija padnih točaka oko položaja cilja te sve manja učestalost s udaljavanjem po daljini ili po pravcu. Usporedna slika disperzije padnih točaka za poremećaje prema dvije distribucije prikazana je na slici 6.16.



Slika 6.16. Disperzije padnih točaka, različite distribucije kuta δ_{HC}



Slika 6.17. Usporedba frekvencija dometa/daljina (gore) i skretanja raketa (dolje)

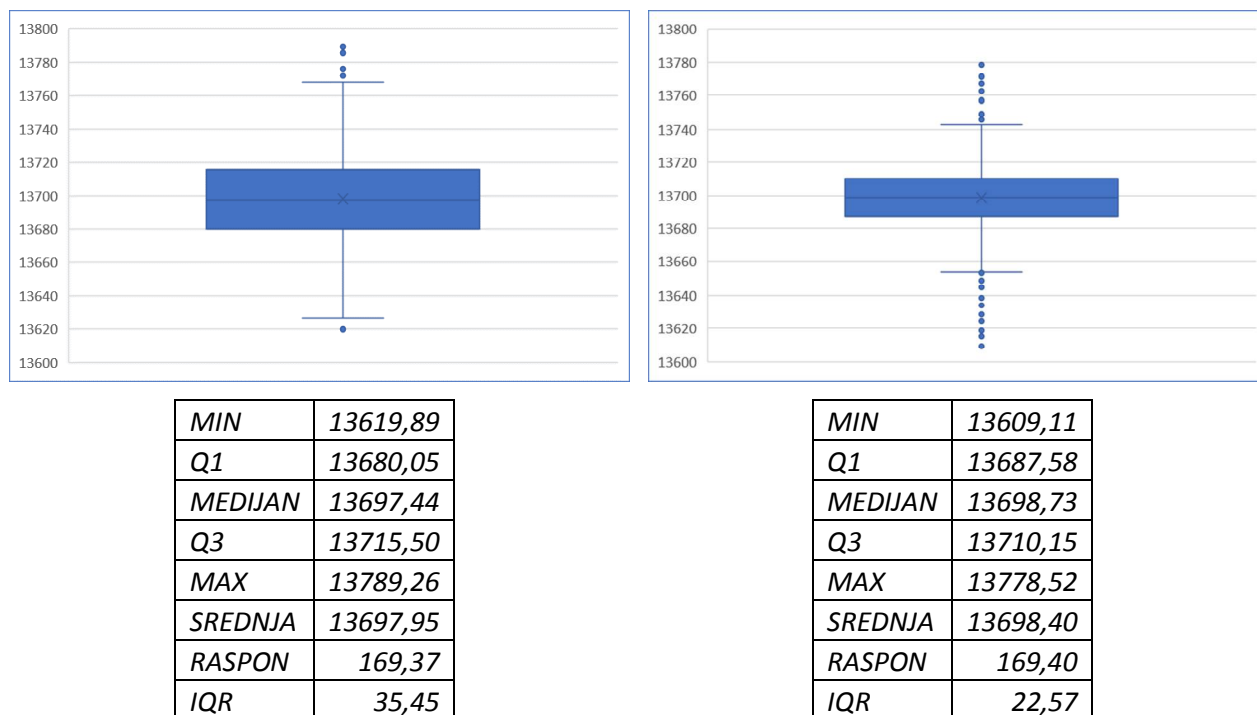
Na slici 6.16. je vidljivo kako obje distribucije (normalna i Rayleighova) rezultiraju gotovo istim površinama disperzije, odnosno podjednakim ekstremnim vrijednostima i po daljini i po skretanju. Međutim, poremećaji disperzirani prema normalnoj distribuciji rezultiraju značajno većom koncentracijom padnih točaka oko cilja nego li je to slučaj kada su ulazni kutovi disperzirani prema Rayleighovoj distribuciji. Ovo se dokazuje usporedbom frekvencija daljina i skretanja padnih točaka raketa (slika 6.17).

Deskriptivna statistika dobivenih uzoraka prema obje distribucije pokazuje vrlo dobro podudaranje srednje vrijednosti, medijana i granica disperzije padnih točaka.

Tablica 6.3. Deskriptivna statistika, disperzija uslijed δ_{HC} , različite ulazne distribucije

	Daljina X		Skretanje Z	
	Normalna distribucija	Rayleighova distribucija	Normalna distribucija	Rayleighova distribucija
Srednja vrijednost (<i>Average</i>)	13698,40	13697,98	-0,35	-0,59
Standardna pogreška simulacije	0,71	0,86	0,41	0,50
Medijan	13698,73	13697,44	-0,27	-0,78
Standardna devijacija	22,46	27,14	12,84	15,91
Varijanca uzorka	504,43	736,60	164,91	253,26
Koeficijent spljoštenosti (<i>Kurtosis</i>)	1,627	0,020	1,349	-0,127
Koeficijent asimetrije (<i>Skewness</i>)	-0,131	0,104	0,108	0,024
Raspon	169,15	169,37	97,61	103,73
Minimum	13609,25	13619,89	-52,71	-50,51
Maksimum	13778,40	13789,26	44,90	53,23
Veličina uzorka	1000			
Interval povjerenja za procjenu μ (95,0%)	1,39	1,68	0,80	0,99

Rayleighova distribucija rezultira većom standardnom devijacijom disperzije padnih točaka. Također daje vrlo nizak koeficijent spljoštenosti, što upućuje na platikurtičnu krivulju distribucije vjerojatnosti, odnosno na činjenicu da se radi o zvonastoj krivulji sa slabijim grupiranjem rezultata oko središnje vrijednosti (tablica 6.3). I usporedba kutijastih (*box-plot*) dijagrama doleta i skretanja raketa, uz ulazne pogreške simulirane prema dvije distribucije, potvrđuje gore navedene zaključke (slika 6.18).

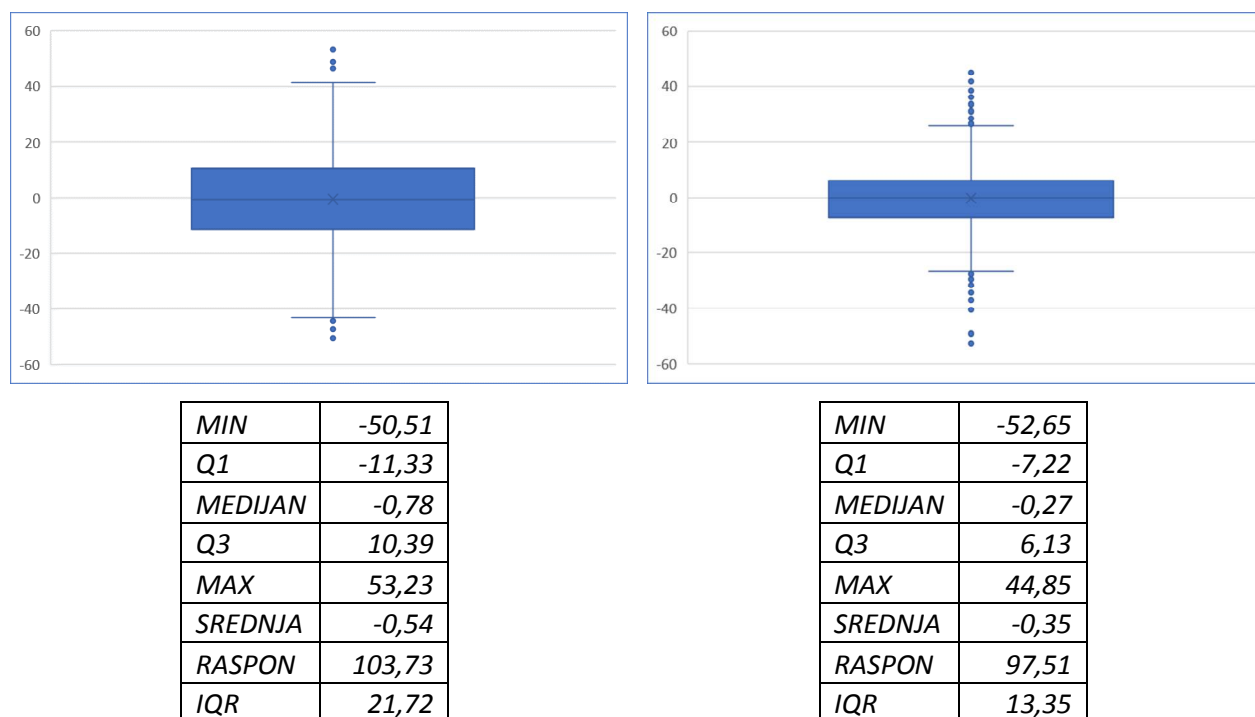


Slika 6.18. Daljina/domet rakete: usporedba kutijastih (*box-plot*) dijagrama za Rayleighovu distribuciju (lijevo) prema normalnoj distribuciji (desno)

Poremećaji disperzirani prema Rayleighovoj distribuciji pokazuju bitno veći interkvartil ($IQR = 35,45$ m, nasuprot $IQR = 22,57$ m za normalnu distribuciju). Ipak ukupan interval disperzije praktično je jednak za obje distribucije ($X_{max} - X_{min} \approx 169$ m), što je i logično s obzirom da su parametri za obje distribucije odabrani tako da daju $|\delta_{HC}| \leq 0,3^\circ$ uz $P = 0,997$.

Sa slike 6.18 je nadalje vidljivo da se prepoznaje bitno manje stršećih vrijednosti (*outliera*) kod Rayleighove distribucije. Outlier je ovdje definiran kao svaka točka koja je za $1,5 \cdot IQR$ manja od $Q1$ (donjeg kvartila), odnosno za isto toliko veća od $Q3$ (gornji kvartil). O drugim mogućim pravilima za detektiranje stršećih vrijednosti opširnije se navodi u [98], dok se u [99] podrobnije govori o multivarijantnim outlierima. Kutijasti dijagrami i stršeće vrijednosti ovdje se spominju da se potvrdi veća koncentracija podataka oko srednje vrijednosti kod ulaznih parametara generiranih prema normalnoj distribuciji.

Istovjetni zaključci (uža IQR vrijednost i veći broj stršećih vrijednosti kod normalne distribucije) slijede i kada se analiziraju vrijednosti skretanja rakete. Kutijasti dijagram i tablični pregled kvartila dani su na slici 6.19:



Slika 6.19. Skretanje rakete: usporedba kutijastih (box-plot) dijagrama za Rayleighovu distribuciju (lijevo) prema normalnoj distribuciji (desno)

Kao i kod dometa, vidljivo je da obje distribucije daju sličan interval disperzije po skretanju $Z_{max} - Z_{min} \approx 100$ m, ali je zato interkvartil osjetno veći za slučaj kada su ulazni poremećaji simulirani Rayleighovom distribucijom ($IQR = 21,7$ m) nego kada je korištena normalna distribucija ($IQR = 13,4$ m). Što se tiče stršećih vrijednosti, njih je opet bitno više kada je uzorak pripremljen prema normalnoj distribuciji.

Zaključno, kod normalno distribuiranih ulaznih parametara dobivaju se rezultati uz bitno veću koncentraciju oko cilja, što je očekivani rezultat. Ako bi ulazni parametri bili disperzirani prema Rayleighovoj distribuciji, slijedi platikurtična krivulja rezultata, odnosno slabije grupiranje rezultata oko središnje vrijednosti nego je to očekivano.

Ulazni podaci pripremljeni prema Rayleighovoj distribuciji daju praktično istu površinu disperzije padnih točaka, za slučaj da je parametar oblika δ_{HCm} odabran tako da za obje distribucije vrijedi $|\delta_{HC}| \leq 0,3^\circ$ uz $P = 0,997$.

Ako se pak odabere $\delta_{HCm} = \sigma_{HC} = 0,1^\circ$ (kao što vrijedi za normalnu distribuciju) tada se češće mogu očekivati vrijednosti $\delta_{HC} > 0,3^\circ$, a površina disperzije je veća i bolje odgovara procjeni dobivenoj nakon analize deterministički zadanih poremećaja.

Zaključno, bez dodatnih probnih gađanja ne može se sa sigurnošću preporučiti korištenje jedne niti odbaciti korištenje druge distribucije.

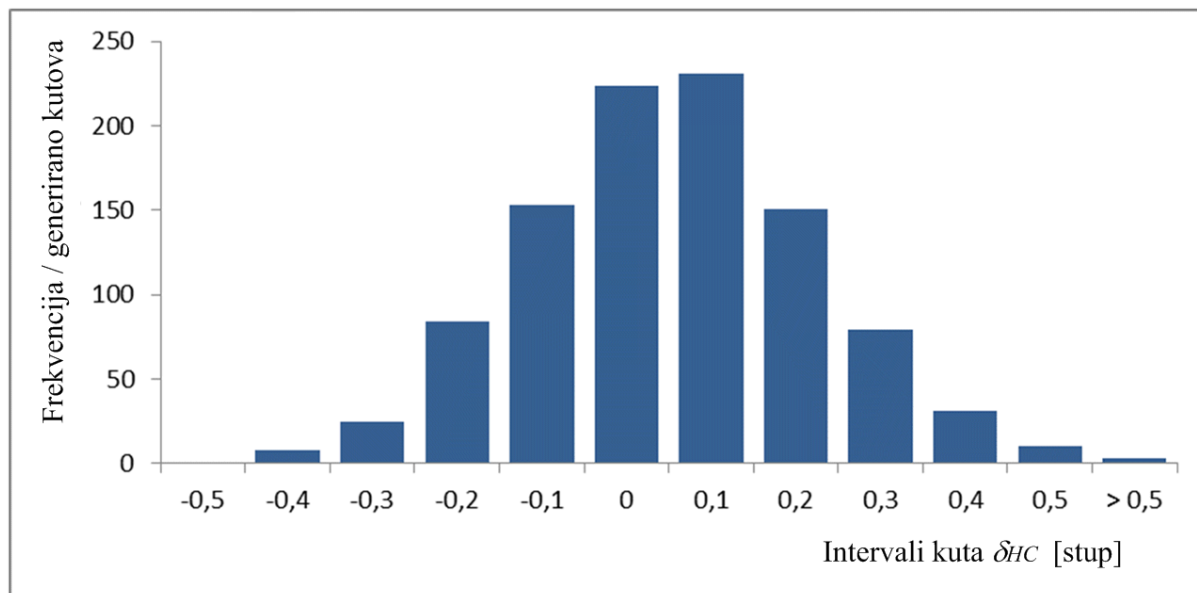
6.8. Simulacija pogreške provrta bojeve glave

Radi provjere utjecaja pogreške bojeve glave provedena je simulacija gađanja s 1000 raketa. Kao i kod simulacije nekolinearnosti bojeve glave prema komori motora, uvjeti koji se pretpostavljaju isti za sve simulacije su kut elevacije, kut azimuta, stanje atmosfere i položaj cilja. Uvjeti koji se simuliraju različiti za svaku pojedinačnu raketu su kut pogreške δ_H , radijalni kut φ_H i inercijske karakteristike koje se mijenjaju uslijed različitih iznosa kutova δ_H i φ_H .

Dva kuta koja određuju intenzitet i prostorni položaj pogreške, δ_H i φ_H , disperzirani su na sljedeći način:

- radijalni kut φ_H disperziran je prema uniformnoj distribuciji vjerojatnosti, unutar intervala $0^\circ \leq \varphi_H \leq 360^\circ$
- kut poremećaja δ_H disperziran je prema normalnoj distribuciji vjerojatnosti, sa standardnom devijacijom $\sigma_H = 0,17^\circ$; to znači da vrijedi $|\delta_H| \leq 0,5^\circ$ uz $P = 0,997$.

Ne simulira se izdvajanje raketa tijekom kontrole kvalitete te je stoga moguće da se u malom broju slučajeva pojave i kutovi nešto veći od $|\delta_{Hmax}| = 0,5^\circ$. Promatra se odstupanje padnih točaka u odnosu na položaj cilja i za te rijetke slučajeve.

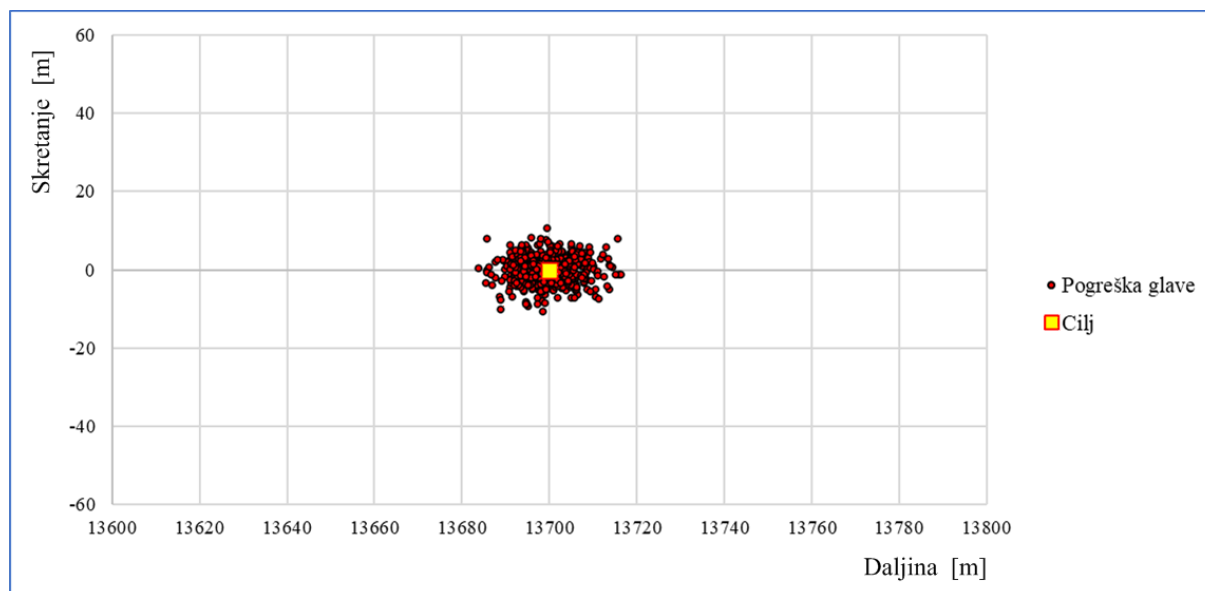


Slika 6.20. Frekvencije vrijednosti kuta pogreške bojeve glave δ_H

Slika 6.20 služi kao vizualna potvrda da je kut δ_H zaista disperziran prema normalnoj distribuciji. Od 1000 simuliranih kutova, samo su tri kuta veća od $0,5^\circ$. Takvi bi

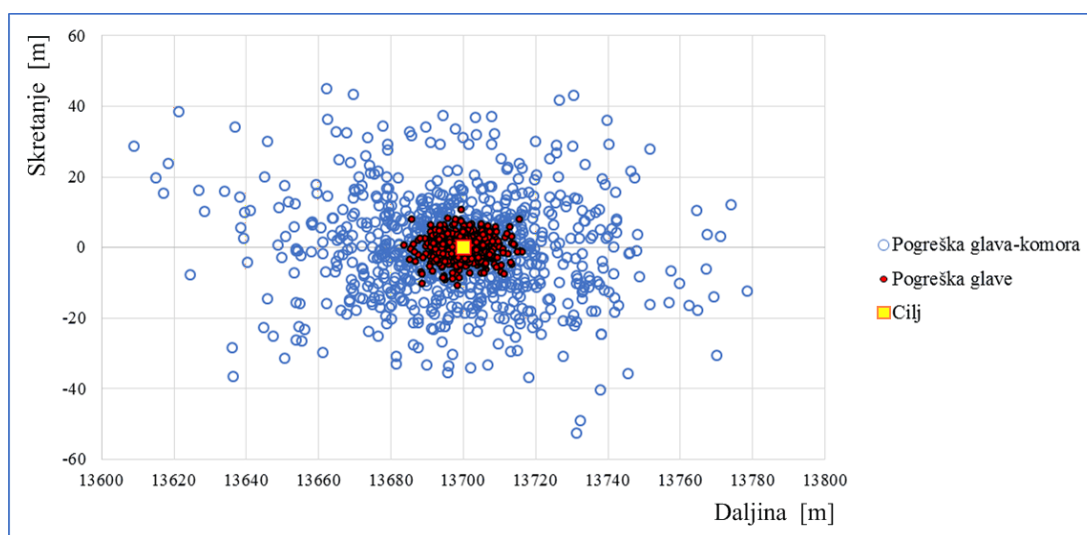
projektili prema postavljenim uvjetima morali biti izdvojeni u fazi kontrole kvalitete i odbačeni kao škart. Inače radi se o vrlo prihvatljivom postotku odbačenih proizvoda: samo 0,3%.

Ovdje se ova tri kuta ipak ostavljaju kako bi se mogao provjeriti rezultirajući utjecaj na nepreciznost projektila. Simulacija 1000 gađanja, u skladu s opisanim uvjetima, daje sljedeću sliku disperzije padnih točaka oko cilja (označen na slici 6.21 kvadratićem):



Slika 6.21. Disperzija padnih točaka uslijed pogreške bojeve glave

Zanimljivo je usporediti dobivene rezultate s disperzijom uslijed δ_{HC} :



Slika 6.22. Usporedba disperzije padnih točaka zbog pogrešaka δ_H , odnosno δ_{HC}

Slika 6.22 pokazuje da pogreška spoja bojeve glave i komore motora δ_{HC} uzrokuje disperziju po značajno većoj površini nego je to slučaj kod pogreške provrta bojeve glave δ_H .

Disperzija pokazuje jasan trend koncentriranja oko položaja cilja te opadanja frekvencije pogodaka s udaljavanjem od cilja. Spomenuto koncentriranje oko položaja cilja je u skladu s jednim od tri poznata načela teorija gađanja: 50% projektila će pasti unutar tzv. bolje polovice pogodaka (pojasa omeđenog s jednom očekivanom pogreškom E sa svake strane matematičkog očekivanja μ). Preostala dva načela su načelo rasprostiranja koje govori da će u dovoljno velikom uzorku 99,5 % projektila pasti unutar intervala $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$, odnosno $(\mu - 4E, \mu + 4E)$ te načelo simetričnosti koje govori da će podjednaki broj ishoda biti raspoređen s obje strane osi provučene kroz srednju točku pogodaka.

Tablica 6.4. Deskriptivna statistika, disperzija uslijed δ_H

	Daljina X	Skretanje Z
Srednja vrijednost (<i>Average</i>)	13699,67	-0,26
Standardna pogreška simulacije	0,14	0,08
Medijan	13699,73	-0,30
Standardna devijacija	4,45	2,58
Varijanca uzorka	19,79	6,65
Koeficijent spljoštenosti (<i>Kurtosis</i>)	1,489	1,759
Koeficijent asimetrije (<i>Skewness</i>)	0,185	0,001
Raspon	32,66	21,41
Minimum	13683,66	-10,72
Maksimum	13716,32	10,69
Veličina uzorka	1000,00	
Interval povjerenja za procjenu očekivanja (95,0%)	0,28	0,16

Deskriptivna statistička analiza pokazuje da se očekivanje uzorka nalazi (s 95% sigurnosti) unutar intervala $\Delta_x = 13699,7 \pm 0,3$ m po daljini, odnosno $\Delta_z = -034 \pm 0,2$ m po skretanju. Standardna devijacija uzorka procijenjena je na $s_x = 4,5$ m po daljini i $s_z = 2,6$ m po skretanju. Koeficijent spljoštenosti i koeficijent asimetrije upućuju da je izlaz normalno distribuiran.

Usporedbe kutijastih dijagrama također potvrđuje da pogreška spoja bojeve glave i komore motora znatno više utječe na rasipanje padnih točaka i nepreciznost rakete. Ovo vrijedi čak i uz činjenicu da su odabrane užje granice pogreške spoja glave i komore ($|\delta_{HC}| \leq 0,3^\circ, P = 0,997$) nego je to slučaj kod δ_H ($|\delta_H| \leq 0,5^\circ, P = 0,997$):



Slika 6.23. Usporedba *box-plot* dijagrama za domet rakete: disperzija zbog pogreške spoja bojeve glave i komore (lijevo) prema pogrešci provrta bojeve glave (desno)

Sa slike 6.23 je vidljivo je kako pogreška spoja bojeve glave i komore daje bitno veći interkvartil *IQR* i ukupan interval disperzije. Jednaki zaključci slijede iz analize skretanja rakete (slika 6.24):



Slika 6.24. Usporedba *box-plot* dijagrama za skretanje: disperzija zbog pogreške spoja bojeve glave i komore (lijevo) prema pogrešci provrta bojeve glave (desno)

Površina disperzije padne točke linearno raste s porastom kuta pogreške δ_H te je stoga opravdano ograničiti pogrešku izrade bojeve glave na relativno male vrijednosti.

U usporedbi s drugim pogreškama proizvodnje, pogreška izvedbe bojeve glave ima slabi efekt. Stoga je moguće dozvoliti labavije proizvodne tolerancije, odnosno dozvoliti veće vrijednosti kuta δ_H nego na primjer kuta δ_{HC} .

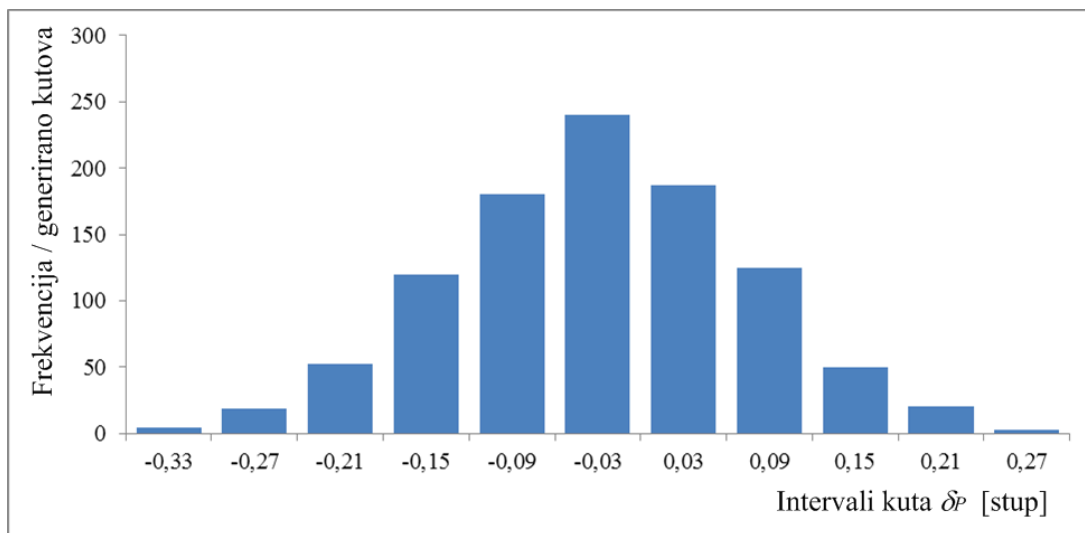
6.9. Simulacija pogreške ugradnje bloka goriva u komoru motora

Radi provjere utjecaja pogreške bojeve glave provedena je simulacija gađanja s 1000 raketa M-21-OF GRAD. Kao i kod ranije analiziranih pogrešaka, uvjeti koji se pretpostavljaju isti za sve simulacije su kut elevacije, kut azimuta, stanje atmosfere i položaj cilja. Uvjeti koji se simuliraju različiti za svaku pojedinačnu raketu su kut pogreške δ_p , radijalni kut φ_p i inercijske karakteristike koje se mijenjaju uslijed različitih iznosa tih kutova.

Kutovi koja određuju intenzitet i prostorni položaj pogreške disperzirani su na sljedeći način:

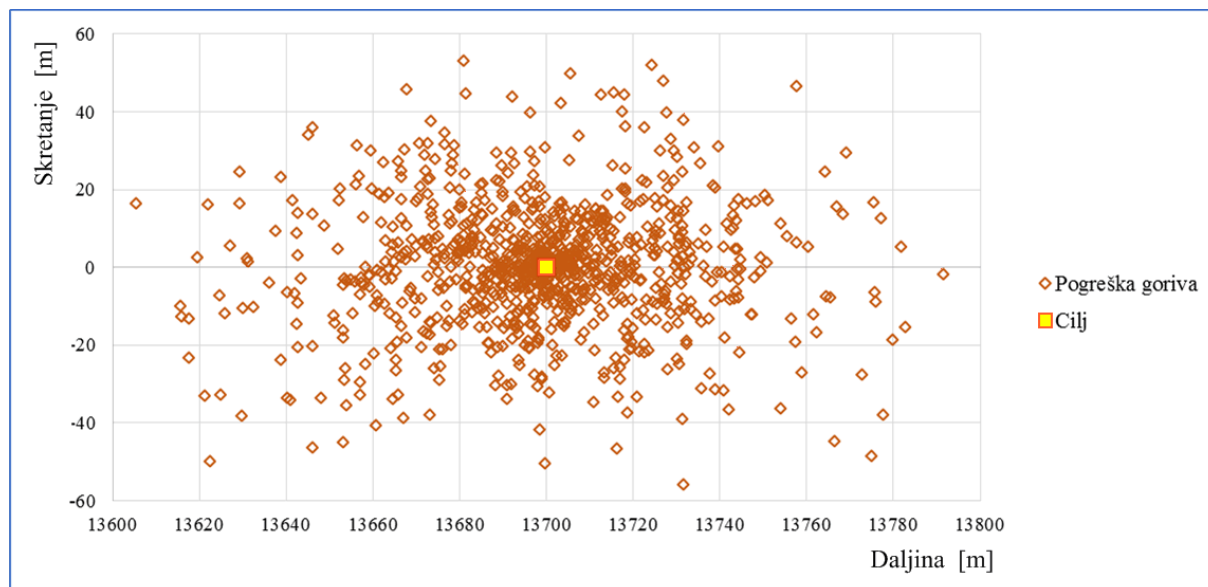
- radijalni kut φ_p disperziran je prema uniformnoj distribuciji vjerojatnosti, unutar intervala $0^\circ \leq \varphi_p \leq 360^\circ$
- kut poremećaja δ_p disperziran je prema normalnoj distribuciji vjerojatnosti, sa standardnom devijacijom $\sigma_p = 0,1^\circ$; To znači da vrijedi $\delta_p \leq 0,3^\circ$ uz 99,7 % vjerojatnosti.

Histogram distribucije kutova prikazan je na slici 6.25.



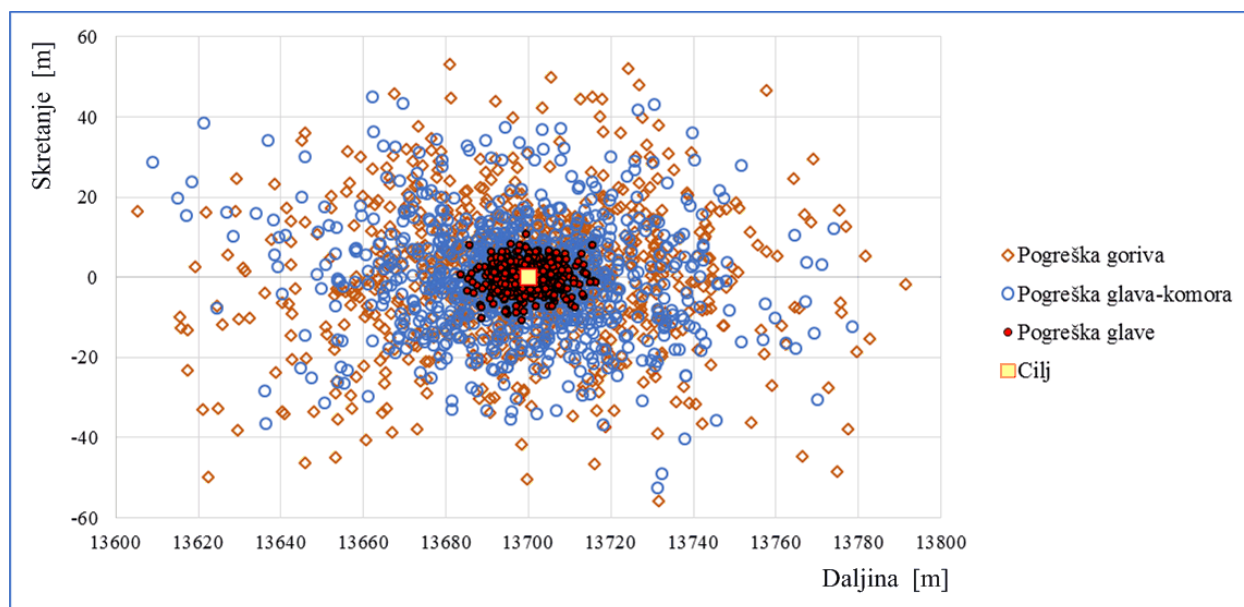
Slika 6.25. Frekvencije kuta pogreške bloka goriva prema komori motora δ_p

Uz ulazne podatke pripremljene kao što je navedeno, simulacija gađanja s 1000 neidealnih raketa daje sljedeću disperziju padnih točaka (slika 6.26):



Slika 6.26. Disperzija padnih točaka uslijed pogreške bloka goriva prema komori motora

Zanimljivo je još usporediti površine disperzije do sada analiziranih pogrešaka. Prikazane su na slici 6.27.



Slika 6.27. Usporedba disperzije padnih točaka zbog pogrešaka δ_P , odnosno δ_{HC} i δ_H

Vidi se da pogreška ugradnje goriva rezultira približno jednakim površinama disperzije kao i pogreška spoja bojeve glave i komore motora. Pogreška izvedbe bojeve glave daje za red veličine manju disperziju, iako su kod nje dozvoljeni najveći kutovi pogreške.

Ovo će se naravno odraziti i na proizvodne tolerancije te se stoga može eventualno razmisliti o još strožim tolerancijama vezanima uz dvije pogreške sa snažnijim efektom, dok se kod izrade bojeve glave mogu tolerancije čak i dodatno ublažiti.

Tablica 6.5. Deskriptivna statistika, disperzija uslijed δ_P

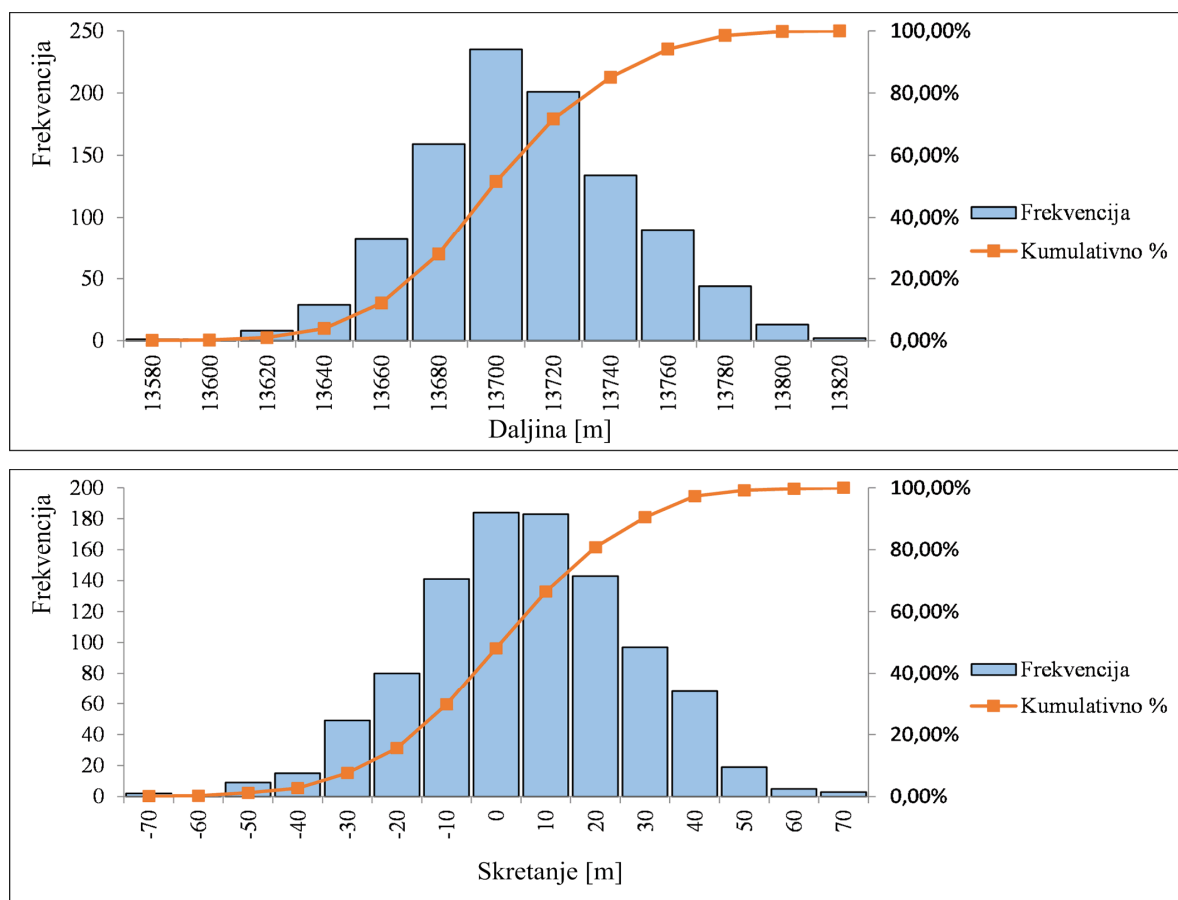
	Daljina X	Skretanje Z
Srednja vrijednost (<i>Average</i>)	13699,21	0,30
Standardna pogreška	0,87	0,50
Medijan	13699,64	0,11
Standardna devijacija	27,49	15,73
Varijanca uzorka	755,68	247,43
Koeficijent spljoštenosti (<i>Kurtosis</i>)	1,091	1,519
Koeficijent asimetrije (<i>Skewness</i>)	-0,012	0,090
Raspon	207,36	126,30
Minimum	13605,69	-55,98
Maksimum	13813,06	70,32
Veličina uzorka	1000,00	
Interval povjerenja za procjenu očekivanja (95,0%)	1,71	0,98

Pretpostavlja se da su padne točke disperzirane prema normalnoj distribuciji. Kolmogorov-Smirnov test daje nisku vrijednost parametra testa $D=0,024$ što je manje od kritične vrijednosti $D_{1000;0,05}=0,0429$ te visoku p -vrijednost $=0,605$.

Stoga se zaključuje da se radi o normalno disperziranom uzorku. Isto se pokazuje i za disperziju padnih točaka po pravcu, gdje K-S test daje parametar testa $D=0,036$ (niže od kritične vrijednosti $D_{1000;0,05}=0,0429$) te visoku p -vrijednost $=0,818$.

Druga provjera ove hipoteze je vizualni test, proveden provjerom frekvencija koordinata padnih točaka po daljini i po pravcu (Slika 6.28). Iz histograma se vizualno procjenjuje da su uzorci distribuirani prema normalnoj distribuciji.

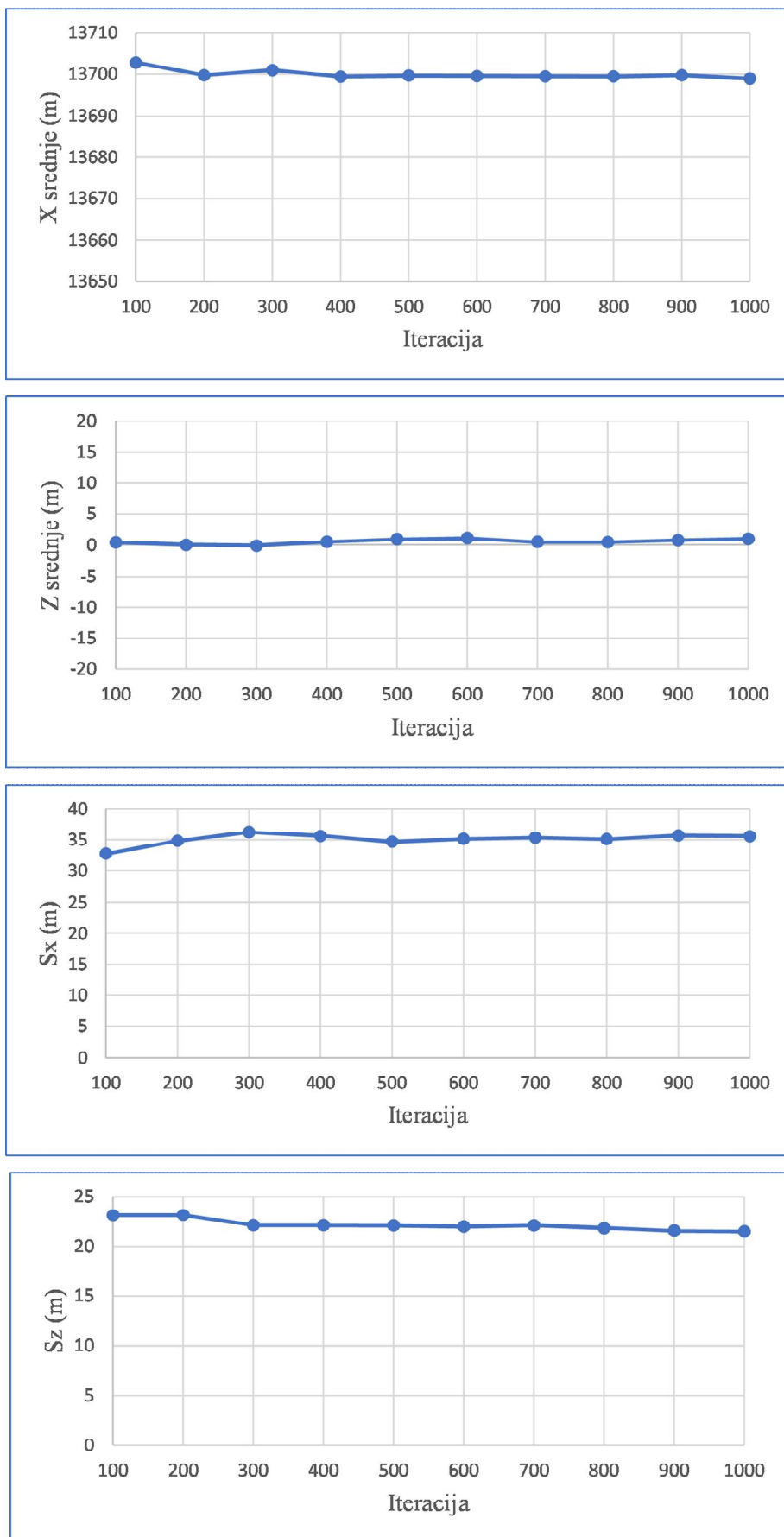
Stoga se prema oba kriterija (K-S test, histogrami) zaključuje da izlazni rezultati slijede normalnu distribuciju.



Slika 6.28. Pogreška δ_p , frekvencije padnih točaka po daljini (gore) i po skretanju (dolje)

Za kraj se još daju grafovi koji pokazuju da se relativno brzo (uz manji broj iteracija) postižu dobre procjene parametara disperzije. Iz grafova (Slika 6.29) je vidljivo da procjene parametara putanje osciliraju unutar uskih granica te se može pretpostaviti da se s daljnjim povećanjem broja iteracija (povećanjem veličine uzorka) procijenjene vrijednosti više ne bi značajnije mijenjale. Zaključuje se da Monte-Carlo simulacija s 1000 ponavljanja daje dovoljno precizne procjene parametara disperzije.

Pokazuje se da pogreška ugradnje goriva daje približno isto površina disperzije kao i pogreška spoja bojeve glave i komore motora, a osjetno veće nego u slučaju pogreške provrta bojeve glave i to a je kut pogreške pretpostavljen u granicama $-0,3^\circ \leq \delta_p \leq 0,3^\circ$ uz $P = 0,997$. Procijenjena je standardna devijacija disperzije $s_x = 27,5$ m po daljini, odnosno $s_z = 15,7$ m po skretanju; ove vrijednosti i dimenzije površine disperzije padnih točaka su očekivane s obzirom na otprije poznate rezultate poligonskih ispitivanja te su granice intervala disperzije kuta δ_p dobro odabrane.



Slika 6.29. Procjene očekivanja i standardnih devijacija, promjene s povećanjem uzorka

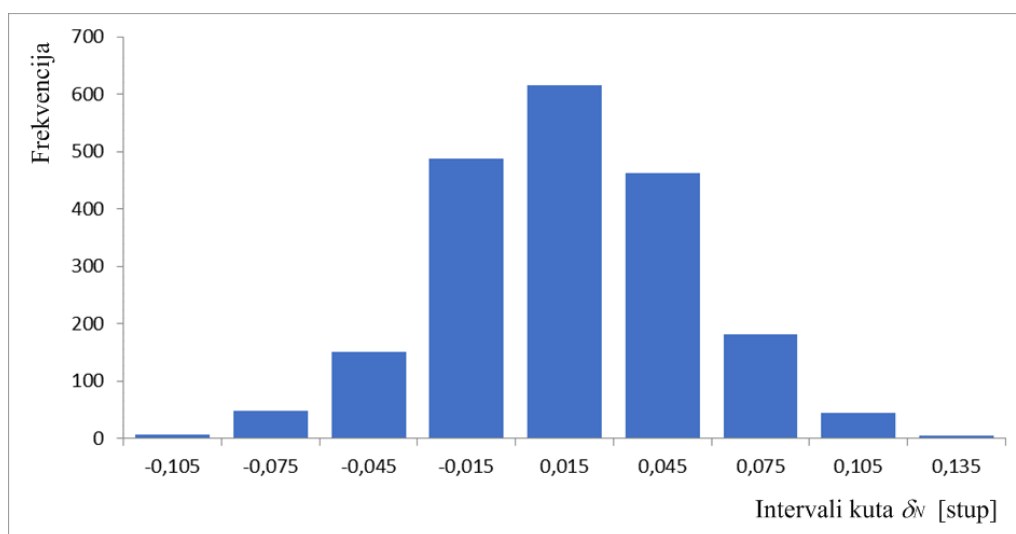
6.10. Simulacija pogreške izvedbe mlaznice

Asimetrija potisne sile najsnažniji je generator disperzije nevođenih projektila. Već i pri vrlo malim odstupanjima potisne sile od osi simetrije, površina rasipanja padnih točaka proteže se stotinama metara po daljini i po pravcu.

Raniji radovi pokazuju da je dodavanje vođenja na projektil praktično jedini način smanjenja ovako uzrokovane disperzije [100]. Jedan od najvažnijih doprinosa ovoga rada bit će analiza koliko je zapravo pogreška izvedbe mlaznice dominantna u usporedbi s drugim proizvodnim pogreškama, odnosno može li se njezin utjecaj ublažiti maksimalnim smanjenjem drugih pogrešaka.

Radi provjere utjecaja pogreške izvedbe mlaznice provedena je simulacija gađanja s 2000 raketa M-21-OF GRAD. Uvjeti koji se pretpostavljaju isti za svih 2000 simulacija su kut elevacije, kut azimuta, standardno stanje ICAO atmosfere i položaj cilja (u lokalnom koordinatnom sustavu). Uvjeti koji se simuliraju različiti za svaku pojedinačnu raketu su kut pogreške δ_N i radijalni kut φ_N te inercijske karakteristike koje se mijenjaju zbog navedenih kutova.

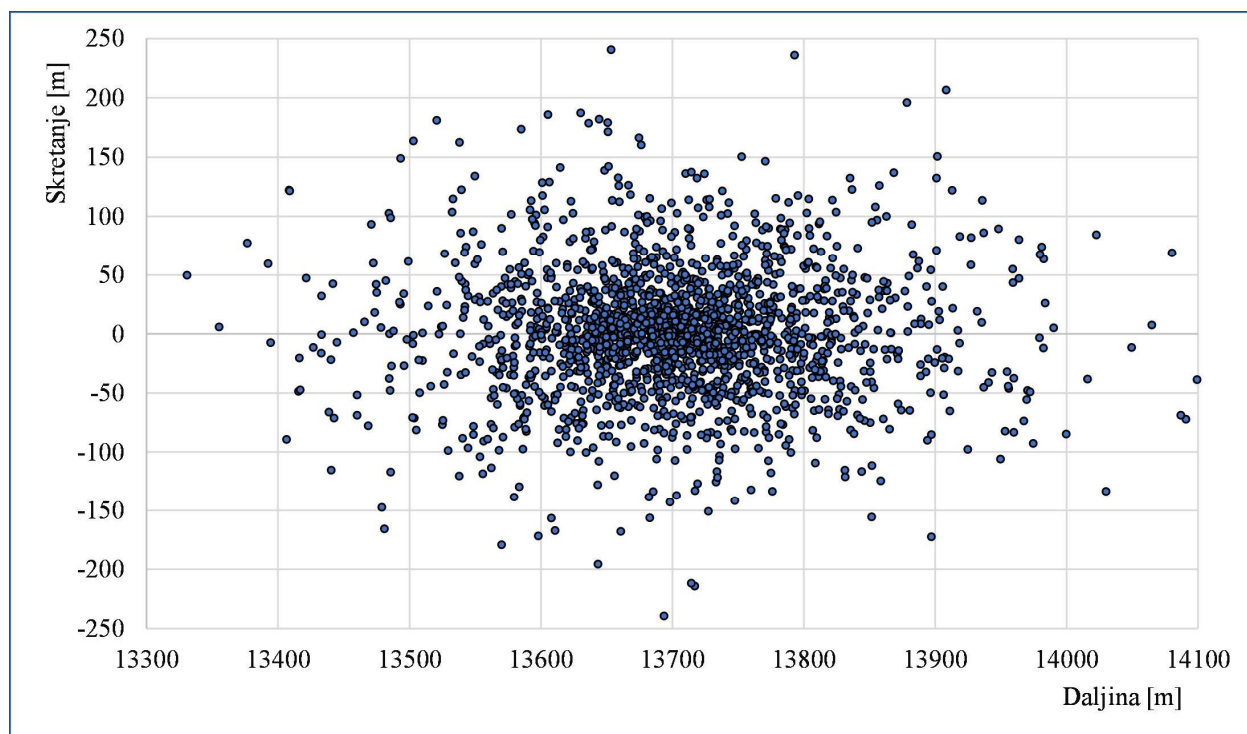
Radijalni kut φ_N disperziran je prema uniformnoj distribuciji vjerojatnosti, unutar intervala $0^\circ \leq \varphi_N \leq 360^\circ$. Kut poremećaja δ_N disperziran je prema normalnoj distribuciji vjerojatnosti, tako da vrijedi $|\delta_N| \leq 0,1146^\circ (\equiv 2 \text{ mrad})$ uz $P = 0,997$. Ovakva je vrijednost odabrana u skladu s podacima iz literature [68].



Slika 6.30. Histogram vrijednosti kuta pogreške mlaznice

Slika 6.30 služi kao vizualna potvrda da je kut δ_N zaista disperziran prema normalnoj distribuciji. Kutovi pogreške zadovoljavaju uvjet $|\delta_N| \leq 0,1146^\circ$ ili su marginalno veći.

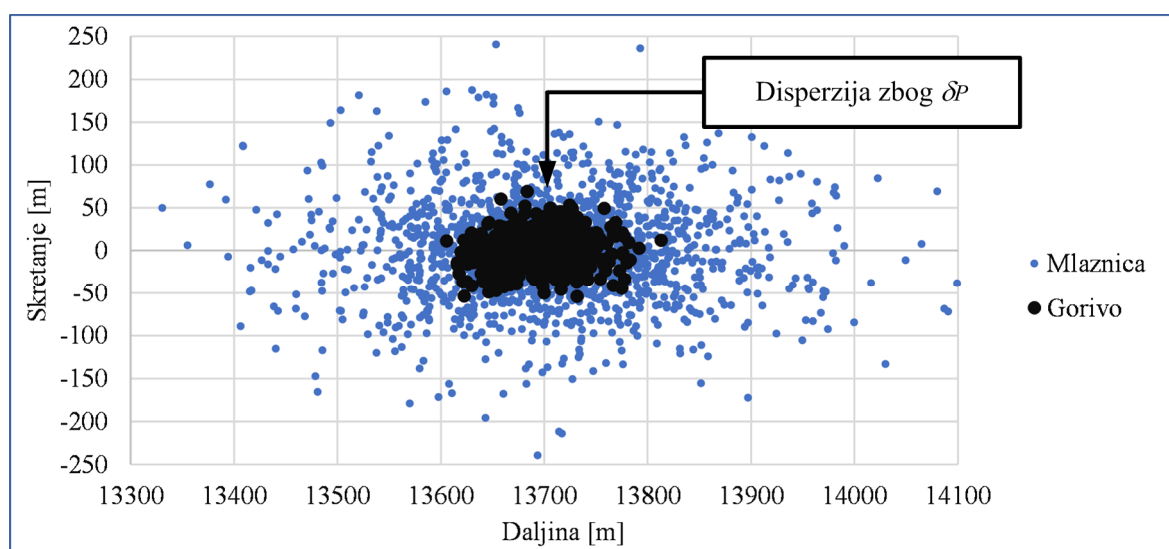
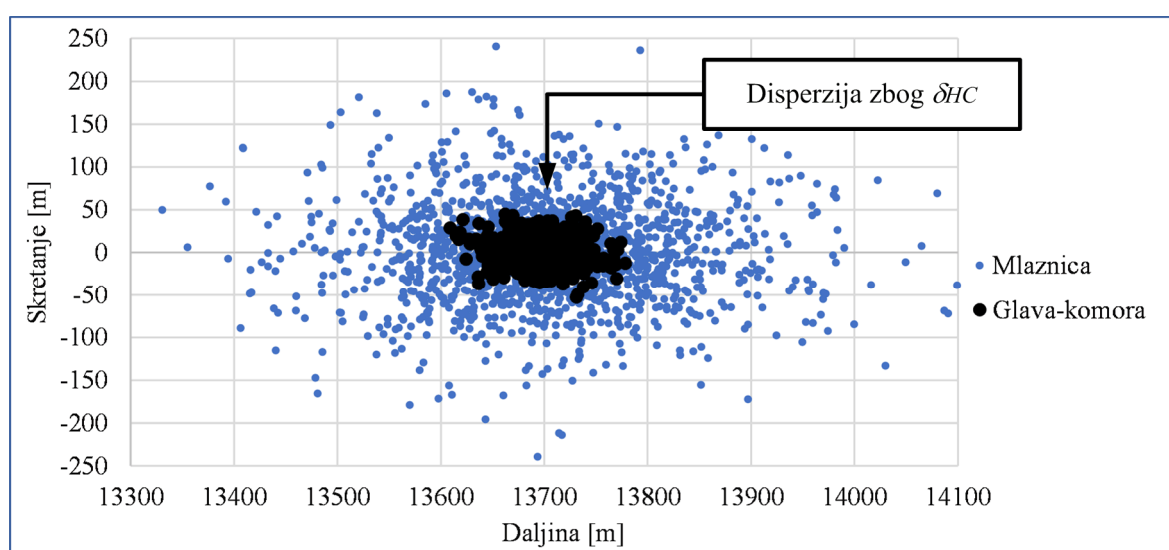
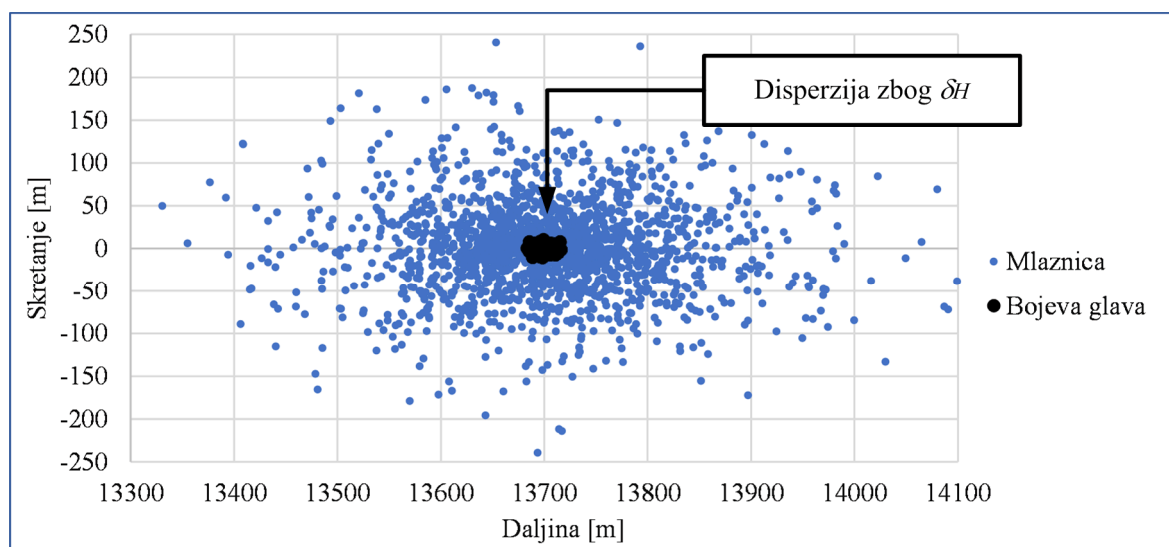
Simulacija daje sljedeću disperziju padnih točaka (slika 6.31):



Slika 6.31. Disperzija padnih točaka uslijed pogreške mlaznice

Sa slike 6.31 vidljivo je izrazito veliko površina disperzije padnih točaka.

Zanimljivo je usporediti ga s disperzijom uslijed drugih analiziranih pogrešaka kao na slici 6.32, gdje se pokazuje da pogreška izvedbe mlaznice uzrokuje daleko najveću disperziju padnih točaka, čak i kada je maksimalan kut odklona mlaznice (kut pogreške mlaznice) ograničen na višestruko manje vrijednosti u odnosu na druge pogreške



Slika 6.32. Usporedba s disperzijom zbog pogreške a) glave, b) spoja glave i komore, c) goriva

Sa slike 6.32 očitava se red veličine snažniji efekt pogreške izvedbe mlaznice, premda je vrijednost tolerancija odnosno maksimalnog kuta otklona mlaznice (u odnosu na os rakete) višestruko manja u odnosu na druge pogreške:

- za pogrešku provrta bojeve glave, kut $\delta_{H_tol} = 0,5^{\circ}$
- za pogrešku spoja bojeve glave i komore motora, $\delta_{HC_tol} = 0,3^{\circ}$
- za pogrešku ugradnje bloka goriva u komoru motora, $\delta_{P_tol} = 0,3^{\circ}$
- za pogrešku izvedbe mlaznice, $\delta_{N_tol} = 0,1146^{\circ} (\equiv 2 \text{ mrad})$.

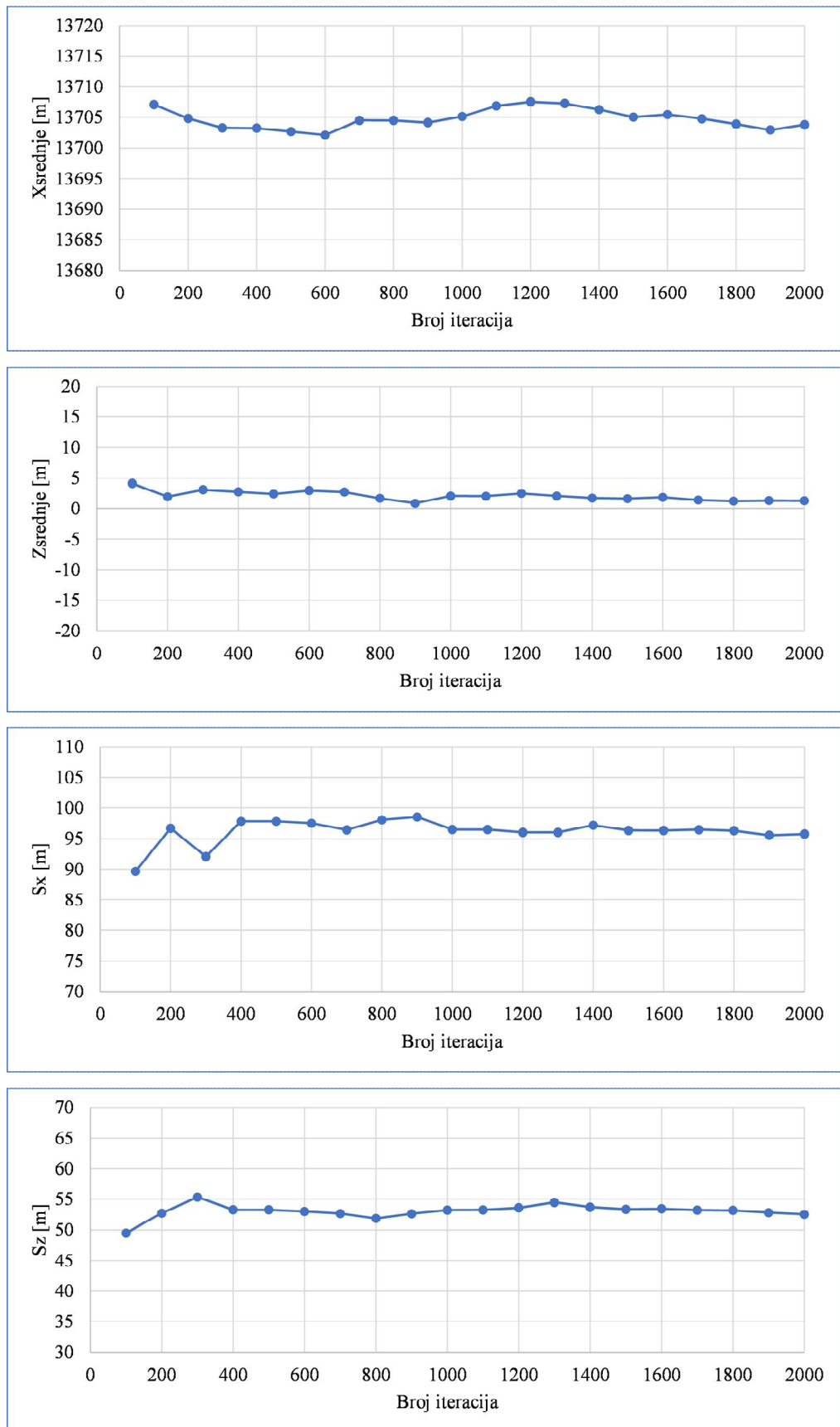
Deskriptivna statistika daje sljedeće vrijednosti disperzije padnih točaka, razdvojeno po dometu i po skretanju (tablica 6.6):

Tablica 6.6. Deskriptivna statistika, disperzija uslijed δ_N

	Daljina X	Skretanje Z
Srednja vrijednost (<i>Average</i>)	13703,80	1,29
Standardna pogreška	2,14	1,18
Medijan	13701,29	0,14
Standardna devijacija	95,75	52,55
Varijanca uzorka	9167,50	2761,87
Koeficijent spljoštenosti (<i>Kurtosis</i>)	1,54	1,90
Koeficijent asimetrije (<i>Skewness</i>)	0,15	0,13
Raspon	768,64	479,89
Minimum	13330,81	-239,41
Maksimum	14099,45	240,48
Veličina uzorka	2000	
Interval povjerenja za procjenu očekivanja (95,0%)	4,20	2,30

Već je nekoliko puta pokazano da se relativno brzo, odnosno s manjim uzorkom, moguće dobiti procjene očekivanja i standardnih devijacija za disperziju padnih točaka (ovo vrijedi za obje promatrane dimenzije, domet i skretanje). Ovakav je zaključak osobito opravdano provjeriti kod disperzije zbog pogreške mlaznice, s obzirom da se radi o poremećaju koji ima vrlo snažan efekt i stoga već male nekonzistentnosti u pripremi ulaznih parametara mogu navesti na pogrešne zaključke. Kod analiziranog slučaja već nakon 1000 iteracija procjene svih parametara se malo mijenjaju i kreću se unutar nekoliko metara te se pretpostavlja da s daljnjim povećanjem uzorka ne bi više došlo do značajnijih promjena.

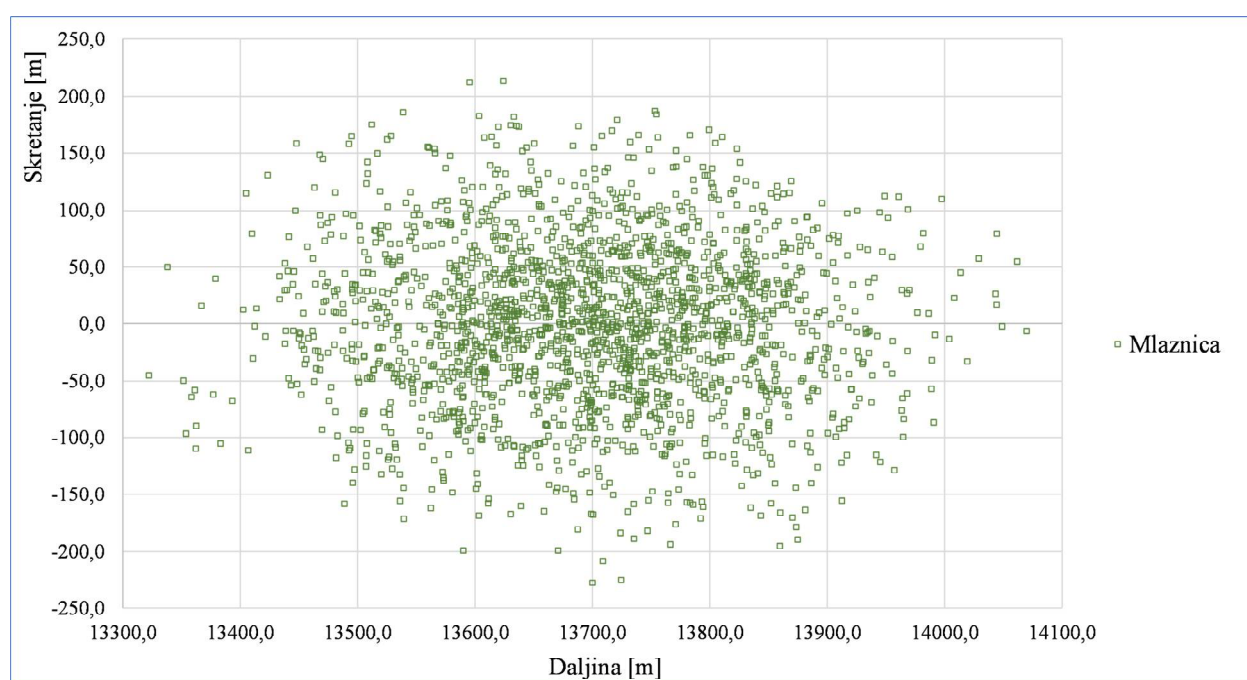
Slika 6.33 pokazuje promjenu procjene očekivanja i standardnih devijacija po daljini i po skretanju s povećanjem broja iteracija.



Slika 6.33. Procjene očekivanja i standardnih devijacija disperzije uslijed pogreške mlaznice u ovisnosti o broju iteracija

Provedena je i simulacija disperzije uz ulazni poremećaj (kut δ_N) disperziran prema Rayleighovoj distribuciji i to uz parametar distribucije $\delta_{Nm} = 0,034^\circ$ koji također daje $\delta_N \leq 0,1146^\circ$ uz $P = 0,997$ kao što je to bilo odabrano za slučaj normalne distribucije kuta δ_N (kod Rayleighove distribucije δ_N poprima samo pozitivne vrijednosti).

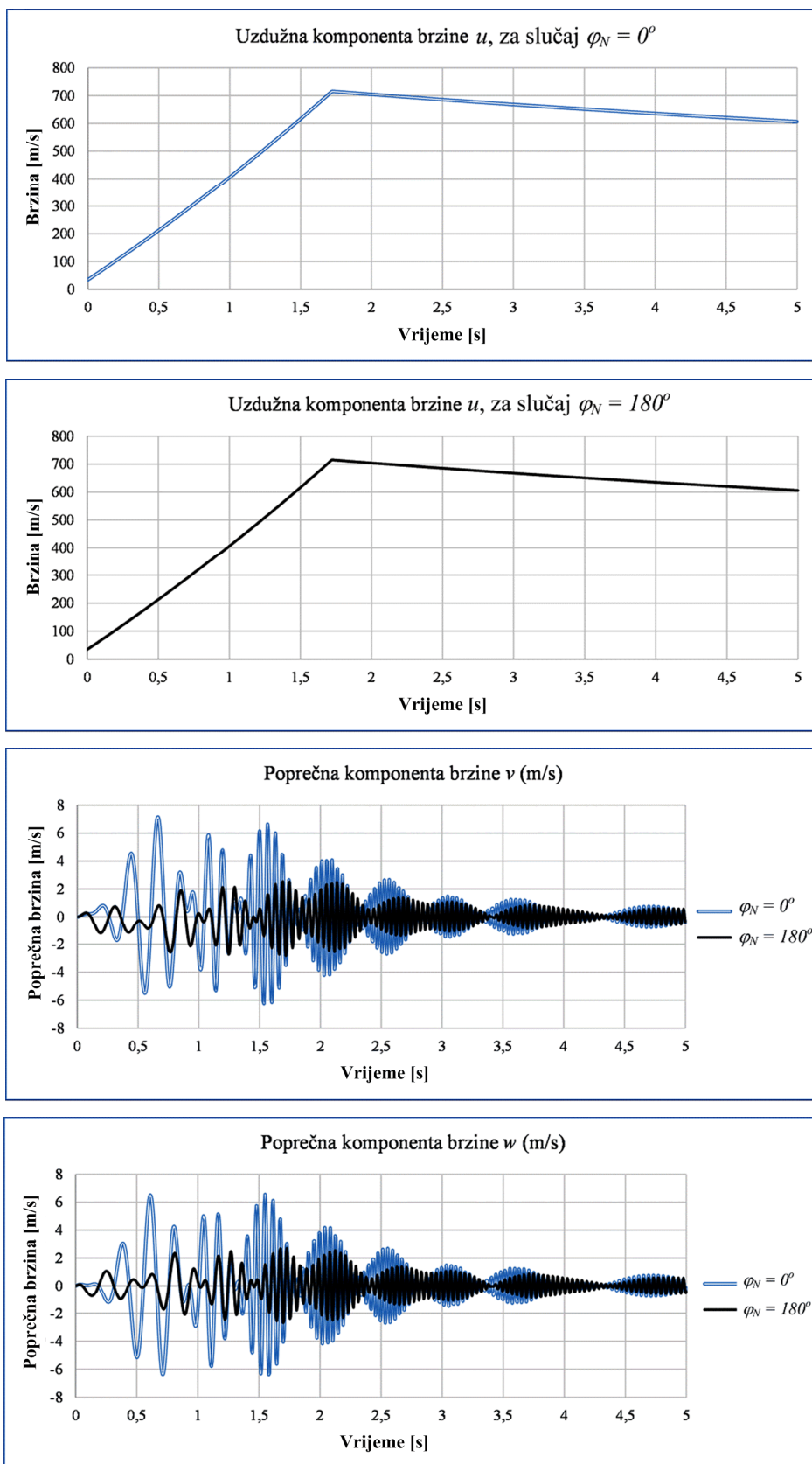
Površina disperzije je vrlo slična (slika 6.34), no točke su više raspršene oko položaja cilja te je teže prepoznati elipsoidni uzorak koji je karakterističan za disperziju padnih točaka. Štoviše, teško je prepoznati i položaj cilja, koji se jasno ističe za slučaj kada je kut δ_N disperziran prema normalnoj distribuciji. Stoga se čini da normalno distribuirani poremećaji daju bolju sliku disperzije padnih točaka.



Slika 6.34. Disperzija padnih točaka, kut δ_N disperziran prema Rayleighovoj distribuciji

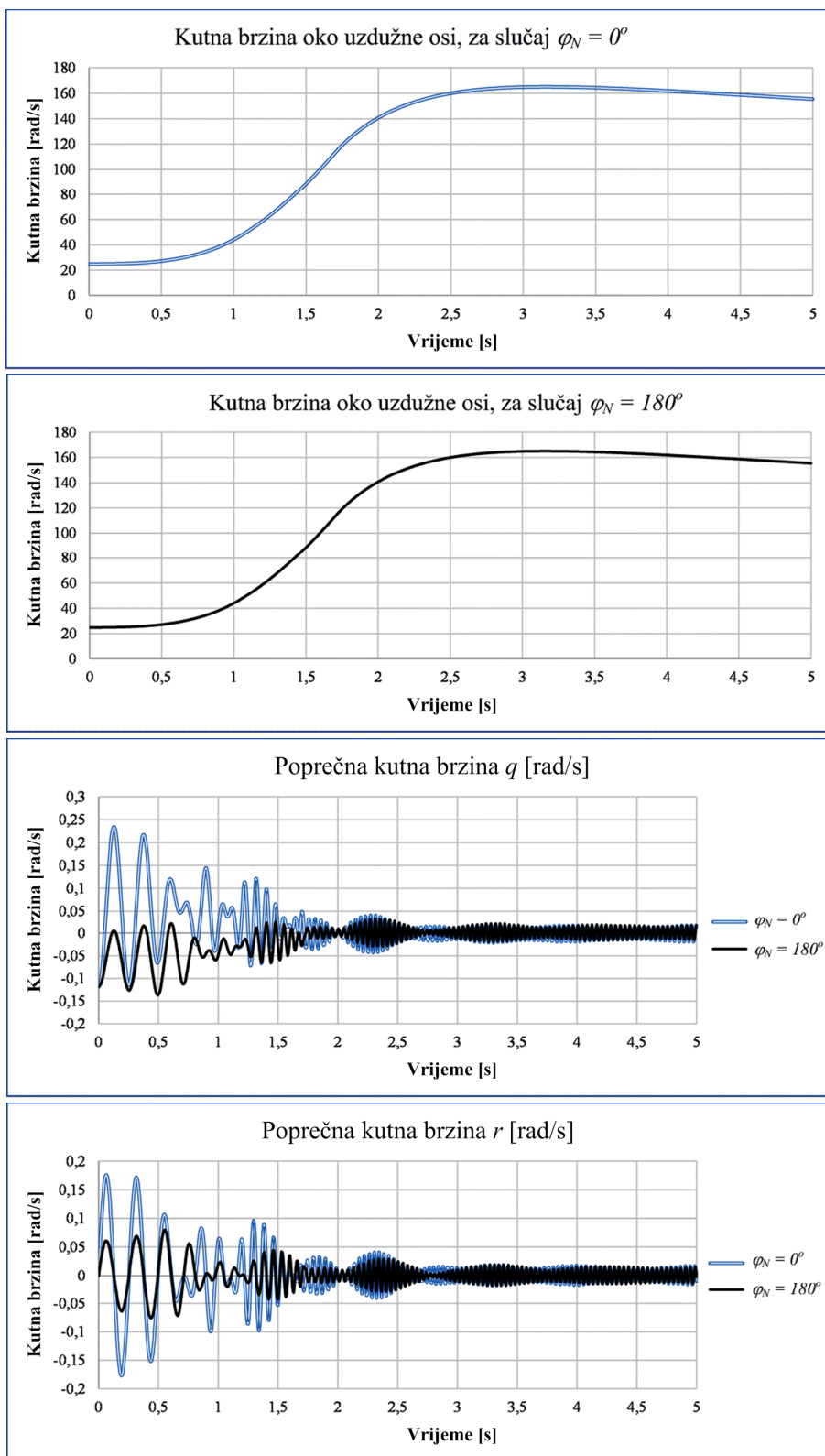
Za kraj se još analiziraju komponente brzine leta za dva karakteristična slučaja: $\varphi_N = 0^\circ$, odnosno $\varphi_N = 180^\circ$ i uz kut pogreške $\delta_N = 0,1146^\circ$. Komponente brzine su prikazane za prvih pet sekundi leta jer su tu najveće oscilacije, a nakon toga početni poremećaji bivaju prigušeni.

Slučaj kada je $\varphi_N = 0^\circ$ rezultira inače najmanjim dometom (izraženi podbačaj). S druge strane slučaj $\varphi_N = 180^\circ$ rezultira najvećim dometom (izraženi prebačaj). Zanimljivo je promotriti gibanje oko središta mase za ova dva ekstremna i dijametralno suprotna slučaja (slika 6.35).



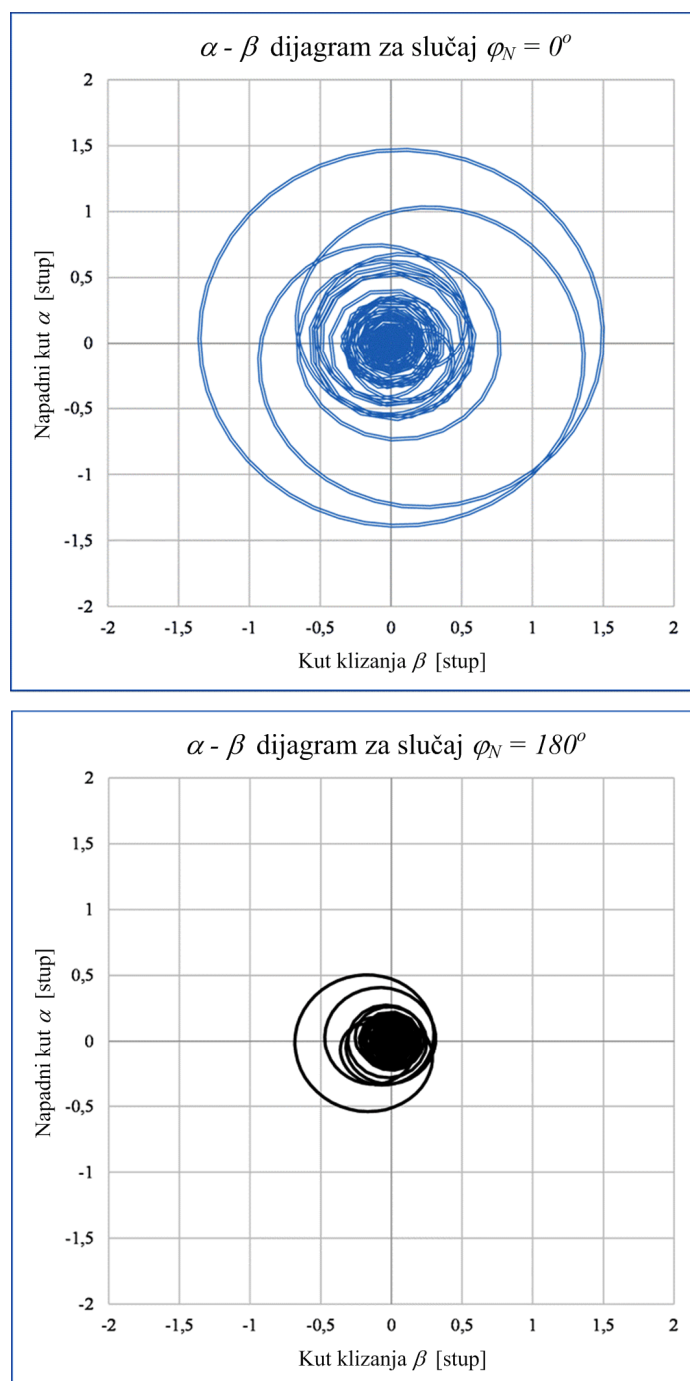
Slika 6.35. Pogreška mlaznice $\delta_N = 0,1146^\circ$, različiti radijalni kutovi φ_N , komponente brzine leta

Na slici 6.36 prikazane su komponente kutne brzine. Poprečne komponente q i r se brzo smanjuju s prigušenjem početnih poremećaja, dok kutna brzina p oko uzdužne osi x_G raste za vrijeme rada motora te nakon toga opada sve do kraja leta.



Slika 6.36. Pogreška mlaznice, različiti radijalni kutovi φ_N : komponente kutne brzine

Na kraju se još prikazuje gibanje oko središta mase (točnije: gibanje vrha projektila oko vektora brzine). Na slici 6.37 prikazani su napadni kuta α i kuta klizanja β za slučajeve kada je $\varphi_N = 0^\circ$ (dobiva se najveći podbačaj) i za slučaj $\varphi_N = 180^\circ$ (najveći prebačaj) .



Slika 6.37. Usporedba gibanja oko središta mase za slučaj $\varphi_N = 0^\circ$ i $\varphi_N = 180^\circ$

Slika 6.37 potvrđuje da je gibanje oko središta mase osjetno izraženije u slučaju kada je $\varphi_N = 0^\circ$, raste prostorni kut i povećava se aerodinamički otpor te zbog toga projektil pada na

manjim daljinama i bilježi podbačaj u odnosu na položaj cilja. Jednako tako, kada je radijalni kut $\varphi_N = 180^\circ$, događa se uz iste ostale uvjete gađanja najveći prebačaj.

Kako je nemoguće predvidjeti položaj ravnine poremećaja, odnosno iznos kuta φ_N , onda je preciznost nevođenog projektila moguće jedino smanjiti inzistiranjem na maksimalnoj kvaliteti proizvodnje u fazi izrade mlaznice kako bi se smanjio kut δ_N .

Zaključno, analizom simulacije ispaljenja 2000 raketa metodom Monte-Carlo potvrđeno je kako pogreška mlaznice rezultira najvećom disperzijom padnih točaka (u odnosu na druge pogreške) te je stoga dominantan uzročnik nepreciznosti projektila. Stoga je za ovu fazu proizvodnje potrebno inzistirati na najvišoj kvaliteti proizvodnje i najstrožim proizvodnim tolerancijama.

Simulacija daje procjenu standardne devijacije $s_x = 95,8$ m po daljini, odnosno $s_z = 52,6$ m po skretanju. Zaključuje se da se radi o vrlo širokoj površini disperzije, čak i nakon što je kut pogreške ograničen na male vrijednosti $\delta_N \leq 0,1146^\circ (\equiv 2 \text{ mrad})$.

Ovako veliko površina disperzije padnih točaka (koje višestruko nadmašuje disperziju uslijed drugih analiziranih proizvodnih pogrešaka) odgovara pretpostavkama i otprije poznatim rezultatima poligonskih ispitivanja.

6.11. Simulacija istovremene pojave sve četiri pogreške

Za kraj se analizira istovremena pojava svih ranije analiziranih pogrešaka. Ovakva analiza prikazuje realnu situaciju, budući da tijekom stvarne proizvodnje dolazi do istovremene pojave većih ili manjih pogrešaka u svim proizvodnim fazama. Svaka pogreška definirana je parom kutova kao što je ranije opisano: s kutom δ_i koji daje intenzitet kuta u ravnini pogreške te s radijalnim kutom φ_i koji daje zakret te ravnine u odnosu na referentnu ravninu.

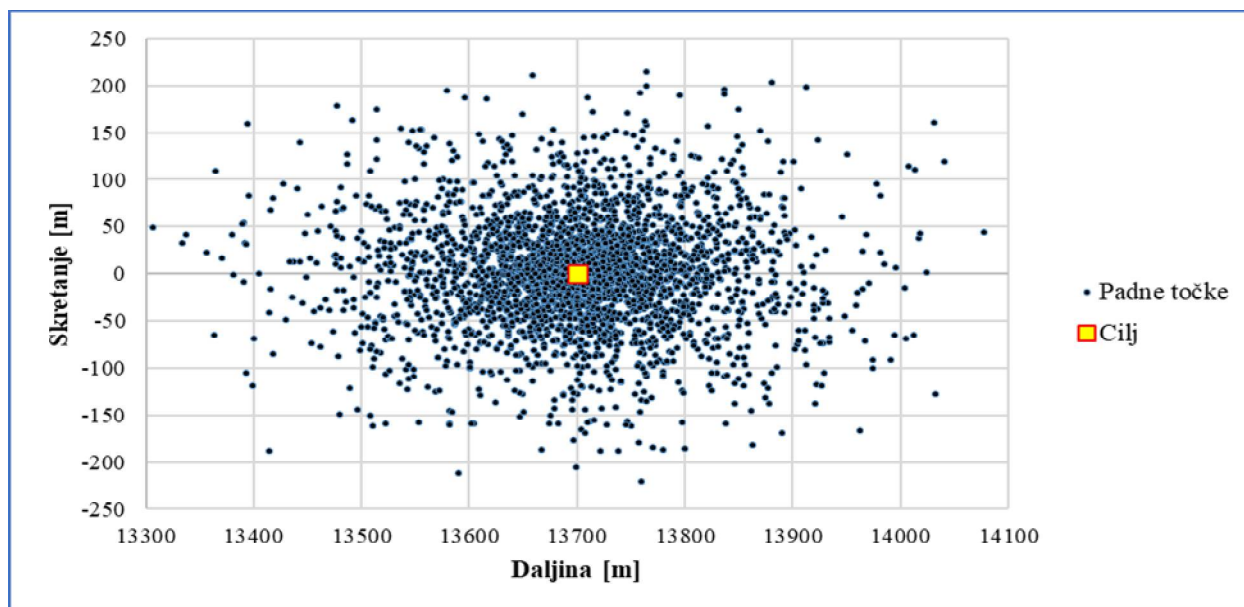
Navedeni kutovi δ_i i φ_i disperzirani su prema već ranije objašnjenim distribucijama vjerojatnosti:

- kut φ_i prema uniformnoj distribuciji, u intervalu $0^\circ \leq \varphi_i \leq 360^\circ$
- kut δ_i prema normalnoj distribuciji, s odabranim parametrima disperzije:
 - o za pogrešku provrta bojeve glave: $a_H = 0^\circ$, $\sigma_H = 0,167^\circ$ ($|\delta_H| \leq 0,5^\circ$ uz $P = 0,997$)
 - o za pogrešku spoja bojeve glave i komore motora: $a_{HC} = 0^\circ$, $\sigma_{HC} = 0,1^\circ$ ($|\delta_{HC}| \leq 0,3^\circ$ uz $P = 0,997$)
 - o za pogrešku ugradnje bloka goriva: $a_p = 0^\circ$, $\sigma_p = 0,1^\circ$ ($|\delta_p| \leq 0,3^\circ$ uz $P = 0,997$)
 - o za pogrešku izvedbe mlaznice: $a_N = 0^\circ$, $\sigma_N = 0,038^\circ$ ($|\delta_N| \leq 0,1146^\circ = 2 \text{ mrad}$ uz $P = 0,997$)

Radi provjere utjecaja pogreške izvedbe mlaznice provedena je simulacija gađanja s 3000 raketa M-21-OF GRAD, a koja daje omjer $s_x / \Delta = 28$ (prema (6.9)). Uz pretpostavljenu vrijednost procjene standardne devijacije disperzije po daljini $S_x \approx 100 \text{ m}$ (na temelju prethodne analize i simulacije s manjim brojem iteracija) slijedi da je poluinterval povjerenja $\Delta \approx 3,5 \text{ m}$, što je zadovoljavajuća preciznost procjene s obzirom na veliku udaljenost cilja $X = 13700 \text{ m}$.

Uvjeti koji se pretpostavljaju isti za svih 3000 simulacija su kut elevacije $\gamma = 20^\circ$, kut azimuta $A_0 = 0,4^\circ$, standardno stanje ICAO atmosfere i položaj cilja $\mathbf{p}_C^L = [13700, 0, 0]$. Uvjeti koji se simuliraju različiti za svaku pojedinačnu raketu su kutovi pogrešaka δ_i i radijalni kutovi φ_i . Za kutove se pretpostavlja da su nedeterminističke veličine te se posebno generiraju za svaku simuliranu raketu i za svaku pogrešku. Stohastičke pogreške rezultiraju inercijskim karakteristikama koje se razlikuju od onih idealne rakete.

Simulacija daje sljedeću disperziju padnih točaka (slika 6.38):



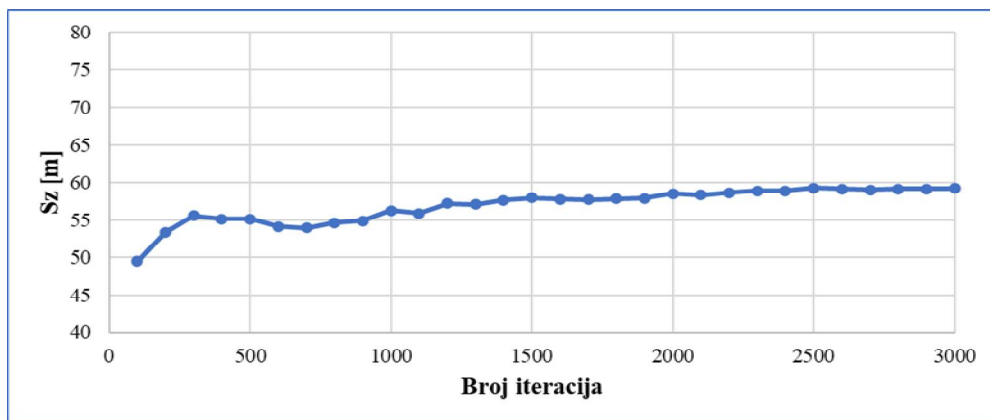
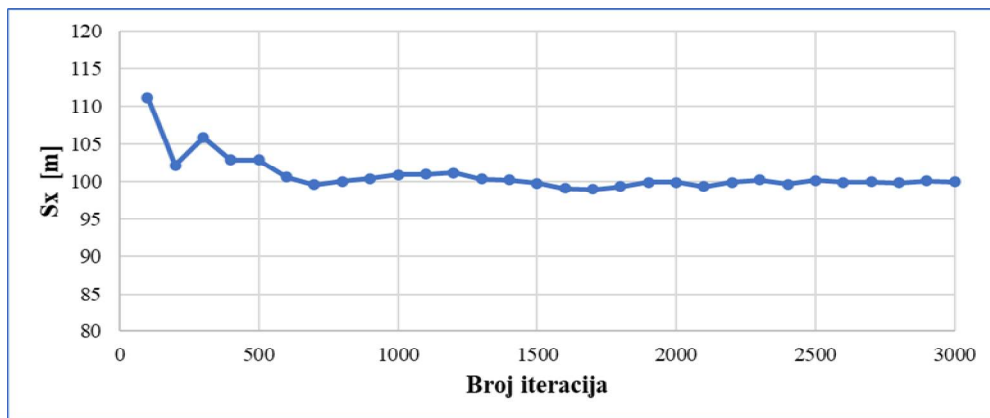
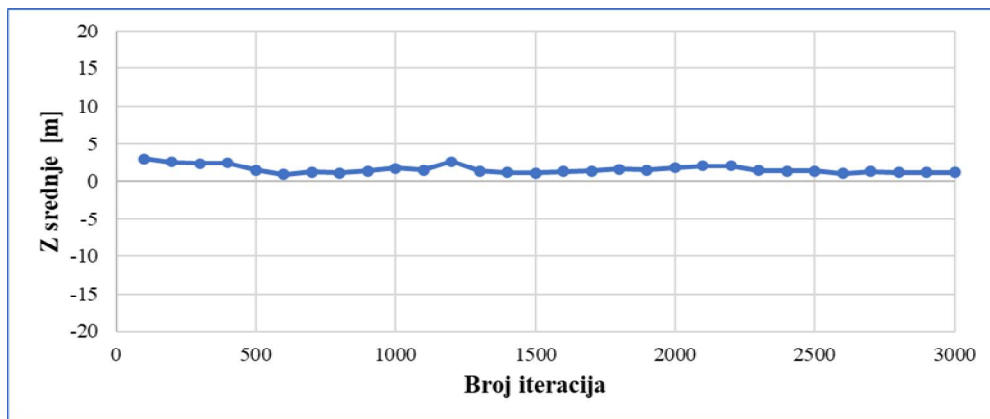
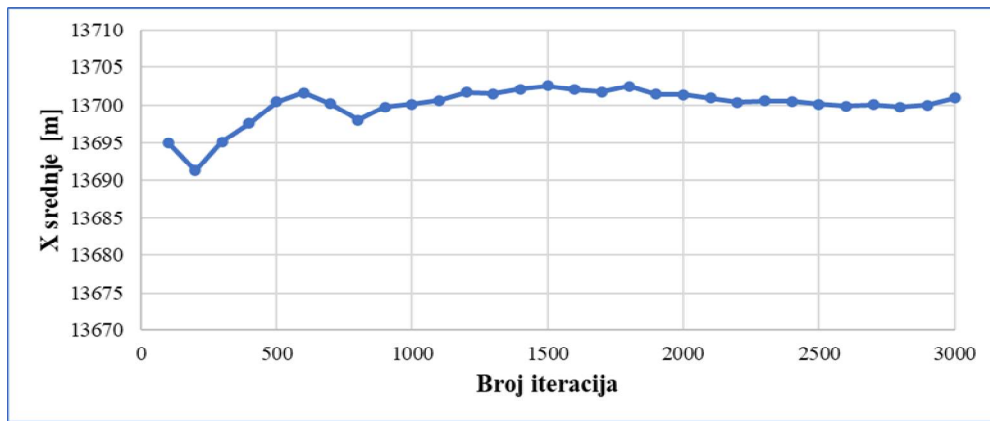
Slika 6.38. Istovremena pojava četiri pogreške - disperzija padnih točaka

Prema očekivanju, vidi se da je površina disperzije nešto veće od disperzije koju daje samo pogreška mlaznice, a osjetno veće od disperzije uslijed svih ostalih pogrešaka. Statističkom analizom dobiveni su sljedeći parametri disperzije padnih točaka (tablica 6.7):

Tablica 6.7. Istovremena pojava četiri pogreške – parametri disperzije padnih točaka

	Daljina X	Skretanje Z
Srednja vrijednost (<i>Average</i>)	13700,98	1,13
Standardna pogreška simulacije	1,83	1,08
Medijan	13703,76	0,50
Standardna devijacija	100,00	59,21
Varijanca uzorka	10000,58	3506,38
Koeficijent spljoštenosti (<i>Kurtosis</i>)	1,177	0,893
Koeficijent asimetrije (<i>Skewness</i>)	-0,078	0,004
Raspon	851,44	435,62
Minimum	13274,03	-220,97
Maksimum	14125,47	214,65
Veličina uzorka	3000	
Interval povjerenja za procjenu očekivanja (95,0%)	3,58	2,12

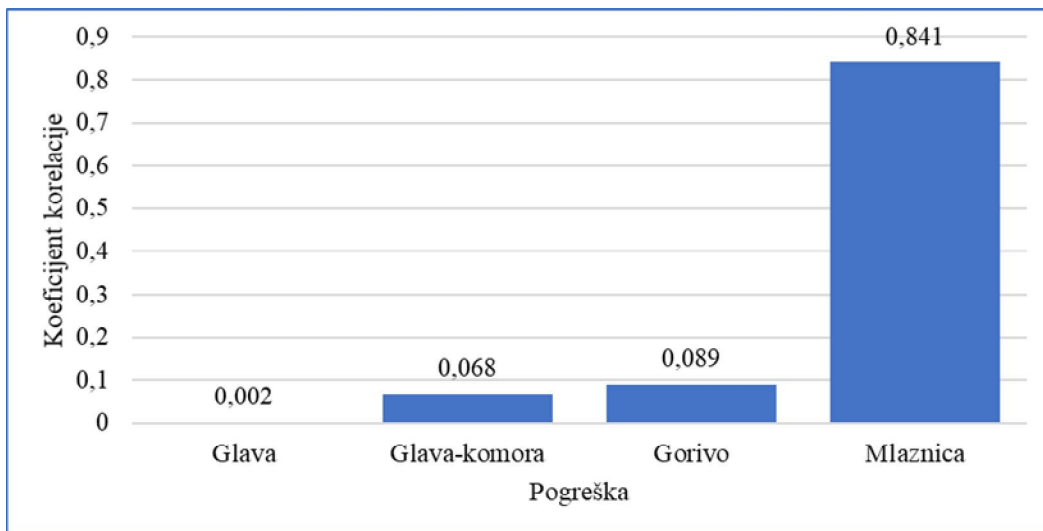
Analiza parametara disperzije (Slika 6.39) pokazuje da je velikim uzorkom postignuta stabilnost procjene parametara disperzije. Vrijednosti procjena osciliraju dok je uzorak malen, no otprilike na polovici ukupnog broja iteracija se praktično postižu konačne vrijednosti procjena.



Slika 6.39. Istovremena pojava sve četiri pogreške: procjena očekivanja po dometu (a) i skretanju (b), standardnih devijacija po dometu (c) i skretanju (d), sve u funkciji broja iteracija

Može se pretpostaviti da s daljnjim povećanjem uzorka ne bi više došlo do značajnih promjena procjena.

Zanimljivo je za kraj promotriti rezultate korelacijske analize, a koja potvrđuje ranije zaključke. Traže se koeficijenti korelacije između kružne pogreške (CE) i apsolutnih vrijednosti kutova pogreške. Pokazuje se da je koeficijent korelacije između $|\delta_H|$ i CE vrlo nizak: 0,002. U skladu s ranijim analizama, koeficijenti korelacije između kutova dvije pogreške koje pokazuju srednje značajan utjecaj na odstupanje padne točke od cilja su osjetno viši: 0,068 za pogrešku bojeve glave prema komori te 0,089 za pogrešku goriva. No i to su daleko niže vrijednosti od koeficijenta korelacije između $|\delta_N|$ i CE ($R_N = 0,841$) što još jednom potvrđuje da odstupanje padnih točaka u najvećoj mjeri ovisi o pogreški mlaznice.



Slika 6.40. Koeficijenti korelacije za sve četiri pogreške

6.12. Usporedba s podacima iz Tablica gađanja

Tablice gađanja navode očekivanu pogrešku po daljini i po pravcu:

$$E_x = 103,5 \text{ m}$$

$$E_z = 79 \text{ m}$$

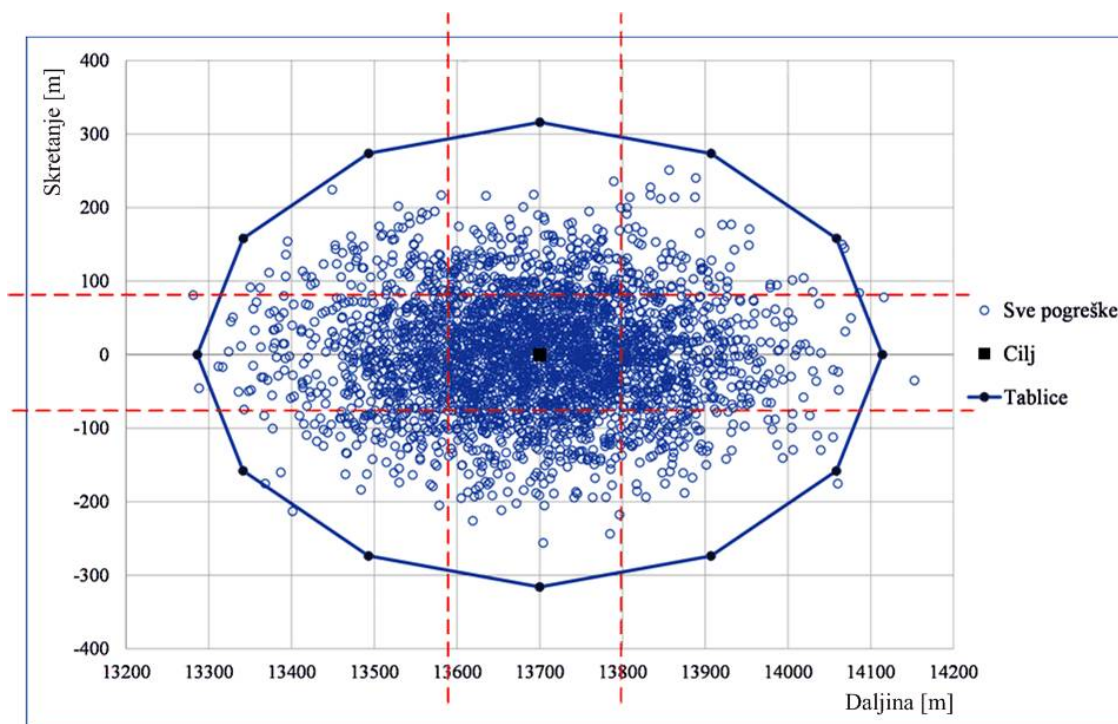
Iz ovih se veličina lako dobiju standardne devijacije disperzije padnih točaka:

$$s_{x_TG} = 153,4 \text{ m}$$

$$s_{z_TG} = 117,1 \text{ m}$$

Treba napomenuti kako je disperzija padnih točaka koja se opisuje u Tablicama gađanja posljedica disperzije svih utjecajnih parametara. Prije svega tu su karakteristike projektila (neke od njih analizirane su u sklopu ovog doktorskog rada), nadalje su tu karakteristike atmosfere (vjetar uzdužni i bočni te temperatura, tlak i vlažnost zraka) i na kraju karakteristike oružja (istrošenost cijevi, točnost ciljničkih uređaja, zračnosti u mehanizmu za davanje elevacije itd.).

Na slici 6.41 su prikazane granice disperzije prema Tablicama gađanja, u odnosu na padne točke dobivene opisanom Monte-Carlo simulacijom:



Slika 6.41. Usporedba rezultata dobivenih simulacijom s podacima iz Tablica gađanja; isprekidane linije predstavljaju pojas bolje polovice pogodaka (prema (6.29))

Iz gore navedenih razloga očekivano je da Tablice gađanja daju nešto veće površina disperzije nego je to slučaj s predstavljenom analizom, budući je u ovom radu analizirana samo nesavršenost projektila. Osobito to vrijedi za disperziju po pravcu (skretanju), jer Tablice

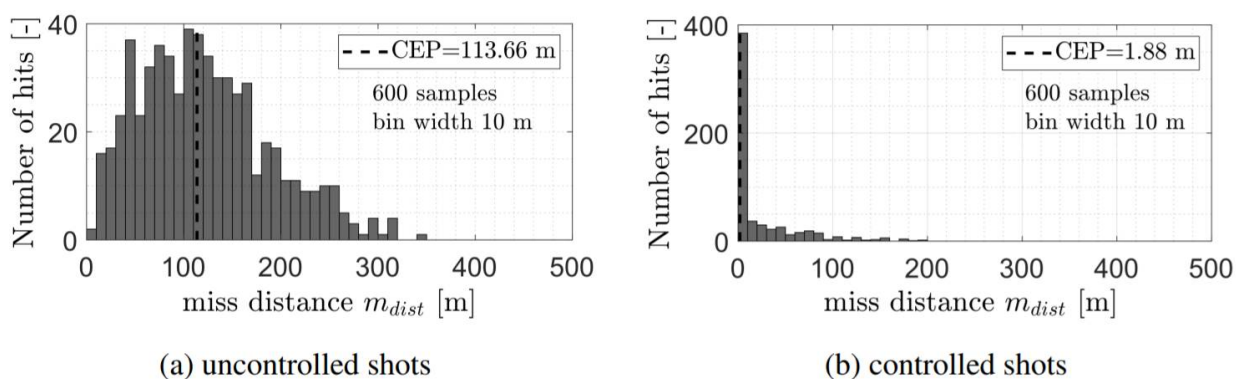
gađanja uzimaju u obzir i vrlo značajan utjecaj bočnoga vjetra, a koji se u predstavljenoj analizi ne razmatra.

Na slici 6.40 prikazani su isprekidanim linijama i tzv. „pojasevi bolje polovice pogodaka“, ograničeni s po jednom očekivanom topničkom pogreškom E sa svake strane cilja (po daljini i po pravcu). Vjerojatnost da projektil padne unutar toga pojasa je

$$\begin{aligned} p(\mu_x - E_x < x < \mu_x + E_x) &= 0,5 & \text{za daljinu (domet)} \\ p(\mu_z - E_z < z < \mu_z + E_z) &= 0,5 & \text{za skretanje} \end{aligned} \quad (6.29)$$

pod pretpostavkom da su padne točke normalno distribuirane. Kao što je već ranije komentirano, ulazni parametri disperzirani prema normalnoj distribuciji daje veću koncentraciju oko cilja, dok parametri disperzirani prema Rayleighovoj distribuciji daje izlazne rezultate bliže teoriji gađanja (ali zato daju i veći broj padnih točaka koje su jako udaljene od cilja).

Cjelokupna analiza upućuje na zaključak kako nesavršenosti proizvodnje rezultiraju velikim površinama disperzije padnih točaka. Ovakav zaključak slijedi i iz radova drugih autora pa se tako npr. jasno ustvrđuje kako je dodavanje vođenja na projektil jedini način smanjenja disperzije padnih točaka raketa [100]. Isti zaključak ilustrira i slika 6.42, preuzeta iz rada [2] u kojemu se uspoređuje disperzija padnih točaka jedne nevođene rakete (lijevo) i vođene (desno).



Slika 6.42. Usporedba disperzije padnih točaka za nevođene i vođene projekte [2]

6.13. Zaključci poglavlja

1. Analizom simulacije ispaljenja velikog broja raketa metodom Monte-Carlo, potvrđuje se kako proizvodne pogreške imaju veliki utjecaj na preciznost nevođenog projektila. Rezultati simulacije odgovaraju prvobitnim pretpostavkama i otprije poznatim rezultatima poligonskih ispitivanja.
2. Proizvodne pogreške povećavaju disperziju putanja i padnih točaka s različitim intenzitetom, pri čemu pogreška mlaznice rezultira najvećom disperzijom a pogreška provrta bojeve glave najmanjom.
3. Provedena je korelacijska analiza između iznosa kružne pogreške (CE) i apsolutnih vrijednosti kutova pogreške. Pokazuje se da je koeficijent korelacije između $|\delta_H|$ i CE vrlo nizak, za red viši koeficijent korelacije postoji između CE i $|\delta_{HC}|$ ili CE i $|\delta_P|$. U skladu s ranijim analizama, daleko najviši je koeficijenti korelacije između CE i $|\delta_N|$.
4. Ne nalazi se značajna međuovisnost između različitih pogrešaka u smislu povećanja ili smanjenja ukupnog efekta na položaj padnih točaka.
5. Procjene parametara disperzije (očekivanja po daljini i skretanju te standardnih devijacija po daljini i skretanju) pokazuje da se već nakon 1000 iteracija dobivaju vjerne procjene, dok se s daljim povećanjem broja iteracija vrijednosti procjena više ne mijenjaju značajno.
6. Pokazuje se da pri malim vrijednostima kutova pogreške ne postoji opasnost od gubitka stabilnosti rakete.
7. Potvrđeno je da je inzistiranjem na vrlo strogim tolerancijama moguće u određenoj mjeri smanjiti disperziju putanja i padnih točaka nevođenog projektila, no tek se dodavanjem vođenja smanjuje disperzija na razinu koja bi davala dovoljno visoku vjerojatnost pogađanja točkastih ciljeva.

7. STATISTIČKA ANALIZA VEZE IZMEĐU KVALITETE PROIZVODNJE I PRECIZNOSTI PROJEKTILA

Statistička kontrola procesa prepoznaje se kao moderna metoda za analizu sposobnosti procesa. Osnovni koncept ove kontrole odnosi se na usporedbu opaženih rezultata i proračunom određenih kontrolnih granica. Sposobnost procesa je mjera njegove učinkovitosti (postizanje cilja) i efikasnosti (korištenje resursa) u uvjetima nepostojanja posebnih uzroka varijacija. Za provjeru se koriste tri statistička instrumenta [100,101]: kontrolni dijagrami, histogrami i matematička analiza distribucije. Parametri kontrolnih dijagrama, vrste ispitivanja kvalitete proizvodnje te napokon cijena programa osiguranja kvalitete detaljnije se opisuju u [103].

Prije same procjene sposobnosti procesa, potrebno je odrediti kritične parametre ili varijable koje će biti kontrolirane. U ovom radu to su pogreške proizvodnje, a koje za validnost analize moraju biti procijenjene i onda najvjernije moguće simulirane. Ponovno se pojavljuje problem pribavljanja podataka, s obzirom na osjetljivu prirodu vojne industrije. Nedostajući podaci se nadoknađuju izvorima iz literature (na primjer [3]) i dostupnim podacima iz proizvodnje nevojnih proizvoda te su kreirane pretpostavke o razinama kvalitete.

Razine kvalitete proizvodnje podijeljene su u tri grupe:

- niska kvaliteta
- standardna kvaliteta i
- visoka kvaliteta,

ovisno o stupnju varijabilnosti (nestalnosti) parametara u proizvodnom procesu.

Proračun se izvodi na bazi indeksa potencijalne sposobnosti procesa C_p . Ovaj indeks služi kao mjera sposobnosti procesa da proizvede ispravan proizvod i to za slučaj da je srednja vrijednost centrirana unutar specificiranih granica. Ako ne vrijedi pretpostavka da je proizvodni proces savršeno centriran, uvodi se dodatni pomak srednje točke i uključuje ga se u simulacijski model. Tablica 7.1 daje indeks potencijalne sposobnosti procesa i odgovarajuće razine kvalitete, pri čemu $DPMO$ označava broj defekata na milijun prilika, a Z -vrijednost označava koliko standardnih devijacija može biti obuhvaćeno unutar kontrolnih granica.

Tablica 7.1. Razine kvalitete i pripadajuće karakteristične vrijednosti [103,104]

C_p	Z - vrijednost	$DPMO$	Razina kvalitete
$0,67 - 1,00$	$2 - 3$	$45.500 - 2.700$	Niska kvaliteta
$1,00 - 1,33$	$3 - 4$	$2.700 - 63,4$	Standardna kvaliteta
$1,66 - 2,00$	$5 - 6$	$0,57 - 0,002$	Visoka kvaliteta

Indeks C_p računa se prema: $C_p = Z - \text{vrijednost} / 3$. Za praktične primjene obično se uzima srednja vrijednost C_p indeksa za pojedinu razinu kvalitete pa se tako za nisku kvalitetu uzima $C_p = 0,8335$, za standardnu kvalitetu $C_p = 1,165$ te za visoku kvalitetu $C_p = 1,8335$.

Kako indeks potencijalne sposobnosti procesa podrazumijeva uzorak disperziran prema normalnoj distribuciji (ili distribuciji bliskoj normalnoj), veza između C_p i standardne varijacije procesa σ izražava se kao

$$C_p = \frac{(USL - LSL)}{6\sigma}, \quad (7.1)$$

gdje je USL gornja granica specifikacije (tj. zahtjeva ili dozvoljenih granica pojave parametra), dok je LSL donja granica specifikacije. Vrijednosti za USL i LSL su odabrane prema literaturi (npr. [68]), dostupnoj tehničkoj dokumentaciji i standardnim tolerancijama za određene proizvodne procese. Potrebno je napomenuti kako se granice određuju posebno za svaku fazu proizvodnje. Koristeći USL , LSL i indeks potencijalne sposobnosti procesa koji odgovara odabranoj razini kvalitete, procjenjuje se standardna devijacija za proces prema:

$$\sigma = (USL - LSL) / 6C_p. \quad (7.2)$$

7.1. Simulacija razina kvalitete i proizvodnih pogrešaka

U nastavku se daje primjer statističke analize procesa, na primjeru već opisane rakete 122 mm GRAD i uz četiri ranije opisane proizvodne pogreške. Kao i drugdje u radu, ne simuliraju se dodatni poremećaji (atmosfera, stanja oružja i streljiva).

Kutovi koji opisuju pogreške su kut pogreške δ_i smješten u odgovarajućoj ravnini poremećaja i radijalni kut φ_i koji daje položaj te ravnine u odnosu na odabranu referentnu ravninu. Funkcije distribucije vjerojatnosti za kutove δ_i i φ_i su:

$$f(\varphi_i) = \frac{1}{2\pi}, \quad 0 \leq \varphi_i \leq 2\pi \quad (7.3)$$

$$f(\delta_i; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\delta_i - \mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (7.4)$$

Za **nisku razinu proizvodnje** odabiru se uvjeti:

- indeks $C_p = 0,8335$

- granice specifikacije (zahtjeva) pogreške bojeve glave prema komori su kako su već postavljene u poglavlju 7:
 - $USL_H = 0,5^\circ$; $LSL_H = -0,5^\circ$
 - $USL_{HC} = USL_P = 0,33^\circ$; $LSL_{HC} = LSL_P = -0,33^\circ$
 - $USL_N = 0,1146^\circ \equiv 2 \text{ mrad}$; $LSL_N = -0,1146^\circ \equiv -2 \text{ mrad}$
- standardna devijacija disperzije kuta δ_{HC} računa se prema (7.2):
 - $\sigma_{H_lowQ} = \frac{1}{6 \cdot 0,8335} = 0,2^\circ$
 - $\sigma_{HC_lowQ} = \sigma_{P_lowQ} = \frac{0,66}{6 \cdot 0,8335} = 0,132^\circ$
 - $\sigma_{N_lowQ} = \frac{0,2292}{6 \cdot 0,8335} = 0,046^\circ$.

Indeks $lowQ$ upućuje da se radi o niskoj razini proizvodnje. Dobivene standardne devijacije uvrštavaju se u (7.4) te uz pretpostavku da je $\mu = 0$ slijede funkcije distribucije vjerojatnosti za kutove δ_{H_lowQ} , δ_{HC_lowQ} , δ_{P_lowQ} i δ_{N_lowQ} :

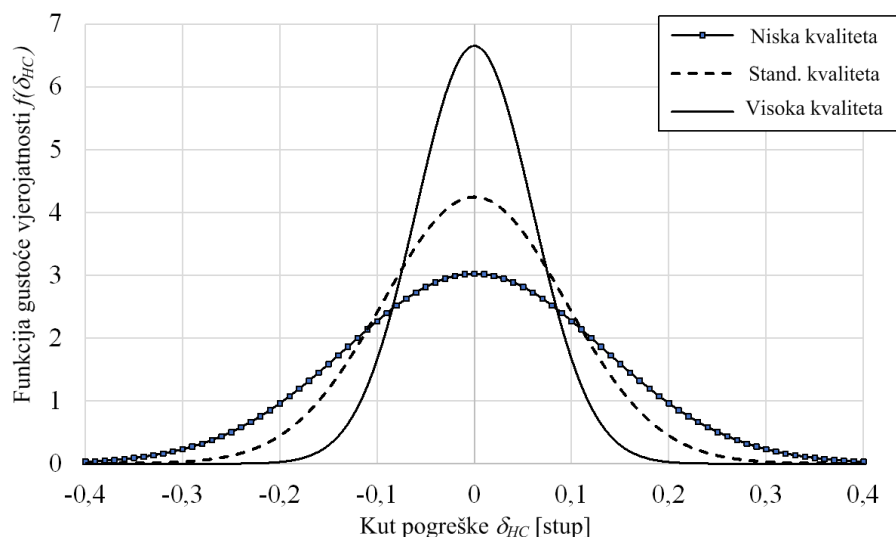
$$f(\delta_{i_lowQ}) = \frac{1}{\sigma_{i_lowQ} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\delta_{i_lowQ}}{\sigma_{i_lowQ}} \right)^2} \quad (7.4a)$$

Za **standardnu razinu proizvodnje** i za **visoku razinu proizvodnje** odabiru se iste granice specifikacije, no uz drugačije indekse potencijalne sposobnosti procesa ($Cp = 1,165$ za standardnu, odnosno $Cp = 1,8335$ za visoku razinu kvalitete proizvodnje) iz čega onda slijede standardne devijacije koje se uvrštavaju u funkcije distribucije vjerojatnosti (7.4). Standardne devijacije za sve četiri pogreške i tri razine kvalitete proizvodnje prikazane su u tablici 7.2:

Tablica 7.2. Standardne devijacije za simulirane pogreške i razine kvalitete

	USL/LSL [stup/stup]	Niska kvaliteta	Standardna kvaliteta	Visoka kvaliteta
Provrt bojeve glave	0,5/-0,5	$\sigma_H = 0,200^\circ$	$\sigma_H = 0,142^\circ$	$\sigma_H = 0,090^\circ$
Spoj bojeve glave i komore	0,33/-0,33	$\sigma_{HC} = 0,132^\circ$	$\sigma_{HC} = 0,094^\circ$	$\sigma_{HC} = 0,060^\circ$
Gorivo	0,33/-0,33	$\sigma_P = 0,132^\circ$	$\sigma_P = 0,094^\circ$	$\sigma_P = 0,060^\circ$
Mlaznica	0,1146/- 0,1146	$\sigma_N = 0,046^\circ$	$\sigma_N = 0,033^\circ$	$\sigma_N = 0,021^\circ$

Slika 7.1 prikazuje oblik funkcija distribucije vjerojatnosti za različite razine kvalitete (odabran primer za δ_{HC}):



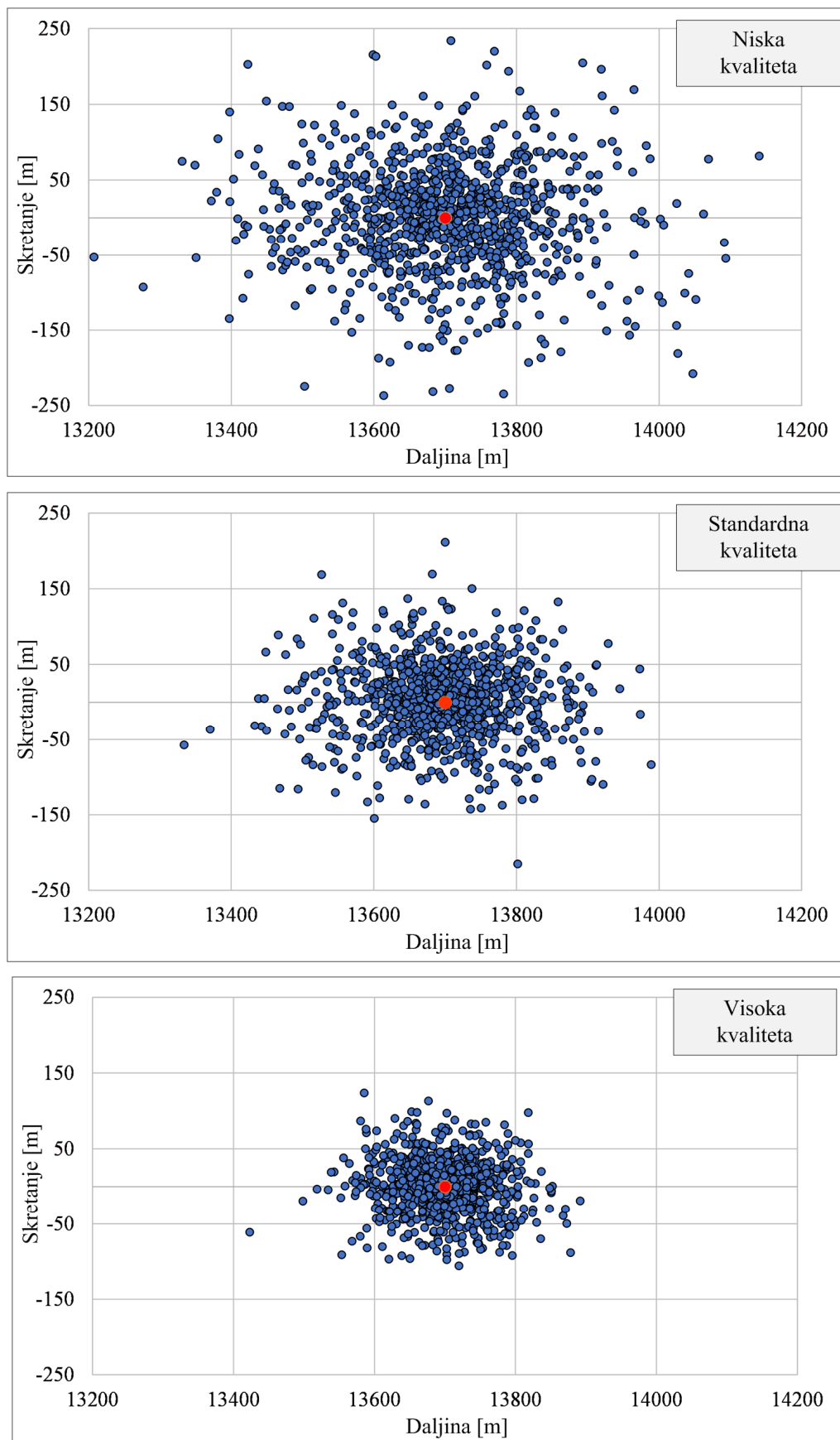
Slika 7.1. Distribucija kutova proizvodne pogreške δ_{HC} , tri razine kvalitete

Da se prikaže utjecaj kvalitete proizvodnje na smanjenje površine disperzije padnih točaka, ponovno se analizira slučaj gađanja cilja na daljini 13.700 m. Gađa se raketom sličnom raketi 122 mm GRAD, pri čemu su inercijski i geometrijski podaci za idealnu raketu prikupljeni iz stručne literature dok su podaci za „realnu“ raketu (proizvedenu s nedeterminističkim spomenutim pogreškama) dobiveni iz CAD 3D modela. Simulira se pojava četiri proizvodne pogreške. Let rakete simuliran je 6DOF modelom, točnije njegovom izmijenjenom inačicom u geometrijskom k.s. (G6DOF model).

CAD 3D model i G6DOF model leta povezani su u Monte Carlo simulaciju. Simulira se po 1000 gađanja za svaku razinu kvalitete. Rezultati simulacije prikazani su u Tablici 7.3 i na slici 7.2. Vrijednosti se daju za 95% interval povjerenja (95% CI / 95% IP).

Tablica 7.3. Raspon i površina disperzije padnih točaka (95% IP, simulacije 1-3)

	Pravac	Donja granica	Gornja granica
Simulacija br. 1 Niska kvaliteta proizvodnje	Daljina, m	13458,0	13944,7
	Skretanje, m	-141,6	140,8
	Površina, m ²	107948,3	
Simulacija br. 2 Standardna kvaliteta proizvodnje	Daljina, m	13521,7	13868,6
	Skretanje, m	-96,9	98,6
	Površina, m ²	53264,9	
Simulacija br. 3 Visoka kvaliteta proizvodnje	Daljina, m	13590,3	13806,8
	Skretanje, m	-67,8	65,4
	Površina, m ²	22649,2	



Slika 7.2. Disperzija padnih točaka za različite razine kvalitete proizvodnje

S povećanjem kvalitete proizvodnje, površina disperzije padnih točaka osjetno se smanjuje. Ako se umjesto niske kvalitete uvede standardna kvaliteta, smanjuje se površina disperzije za 40%, a ako se uvede visoka kvaliteta tada se površina smanjuje za čak 78%.

Podatak da je asimetrija potisne sile dominantan uzročnik nepreciznosti nevođenih projektila je od ranije poznat. Međutim, nedostaju istraživanja koja bi pokazala koliko je snažan efekt poremećaja potisne sile u odnosu na efekte drugih poremećaja. Ili drugim riječima – može li se i uolikoj mjeri, visokom razinom proizvodnje drugih dijelova rakete ublažiti negativan utjecaj koji na preciznost ima niska kvaliteta proizvodnje.

Jedino je ovakvom analizom moguće utemeljeno procijeniti efikasnost nekog projektila, opravdanost njegove modifikacije ili ipak zamjene drugim borbenim sustavom [106].

Stoga su pripremljene još tri simulacije, svaka s 1000 iteracija:

- Simulacija br. 4: mlaznica u niskoj kvaliteti (LQ), ostatak rakete u standardnoj (SQ)
- Simulacija br. 5: mlaznica u niskoj kvaliteti (LQ), ostatak rakete u visokoj (HQ)
- Simulacija br. 6: mlaznica u niskoj kvaliteti (LQ), ostatak rakete idealno proizveden.

Rezultati simulacija 4-6 prikazani su u Tablici 7.4.

Tablica 7.4. Raspon i površina disperzije padnih točaka (95% IP, simulacije 4-6)

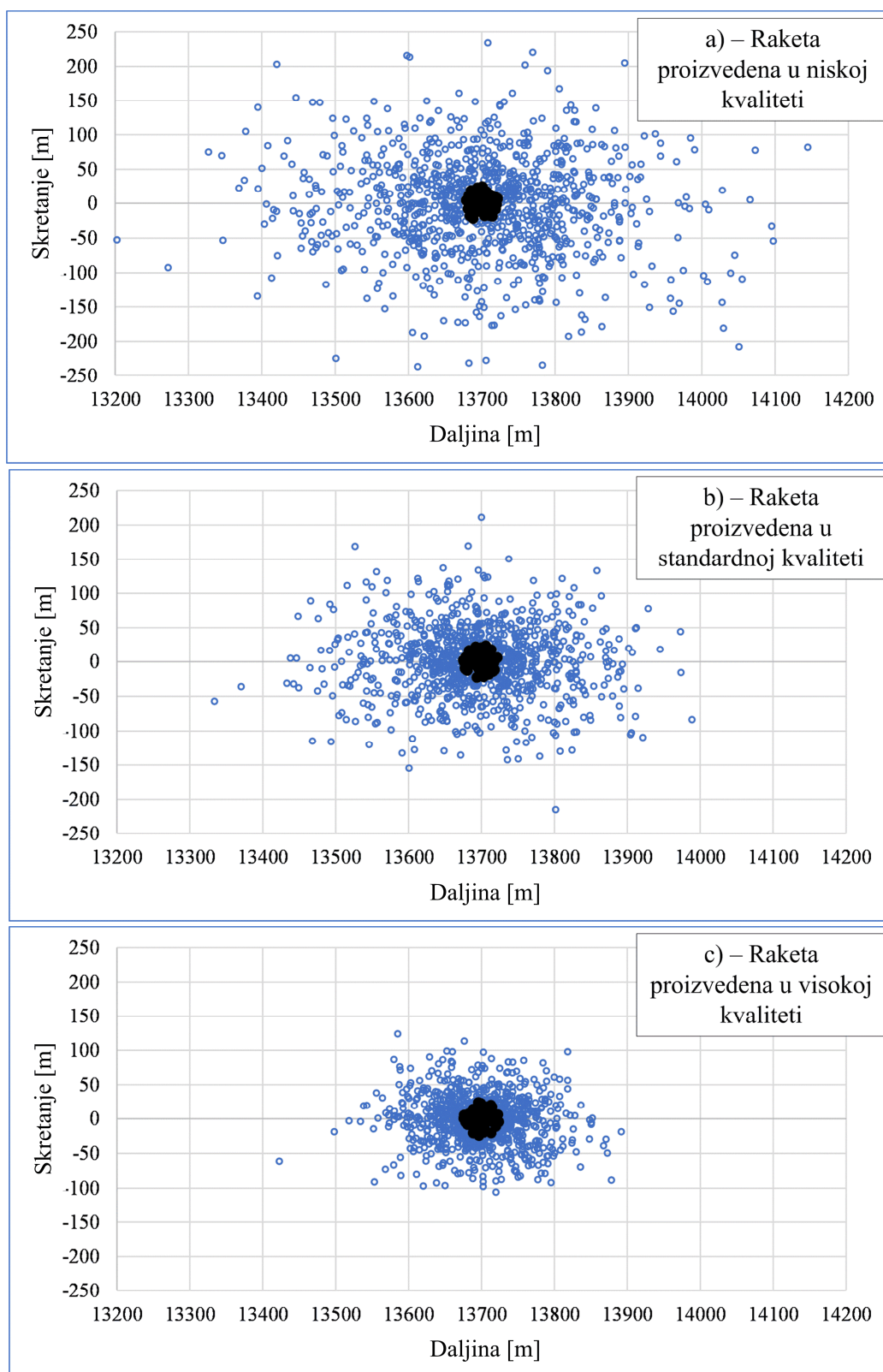
	Pravac	Donja granica	Gornja granica
Simulacija br. 4 (mlaznica LQ , ostatak rakete SQ)	Daljina, m	13459,9	13936,3
	Skretanje, m	-133,2	135,4
	Površina, m ²	100500,4	
Simulacija br. 5 (mlaznica LQ , ostatak rakete HQ)	Daljina, m	13460,9	13920,8
	Skretanje, m	-132,9	132,8
	Površina, m ²	95972,1	
Simulacija br. 6 (mlaznica LQ , ostatak bez pogreške)	Daljina, m	13469,5	13926,8
	Skretanje, m	-130,3	129,8
	Površina, m ²	93418,2	

Iz tablice je vidljivo da povećanje kvalitete pri izradi drugih komponenata rakete, a za slučaj da kvaliteta izvedbe mlaznice ostane loša, ne doprinosi bitno smanjenju površine disperzije rakete.

U usporedbi sa Simulacijom br. 1 (gdje je cijela raketa, uključujući i mlaznicu, bila izvedena u niskoj kvaliteti) postiže se smanjenje površine disperzije od samo 7% ako se cijela raketa osim mlaznice izvede u standardnoj kvaliteti, odnosno 11% ako se nametne visoka kvaliteta.

Površina disperzije je i dalje bitno veća nego je to bio slučaj kod Simulacije br. 2 gdje je cijela raketa (dakle i mlaznica) bila izvedena u standardnoj kvaliteti. Može se s pravom pretpostaviti da bi proizvodnja simulirana u Simulacijama br. 4-6 dala skuplji, no inferioran proizvod. Ako je mlaznica izvedena s velikim pogreškama (a ovdje se već i nekolinearnost od 2 mmrad smatra velikom!) tada je ustrajavanje na visokoj kvaliteti izrade ostatka rakete besmisleno.

S gledišta oružanih snaga kao krajnjega korisnika, zanimljivo je još procijeniti vjerojatnost pogotka s obzirom na kvalitetu proizvodnje. Uzima se vrijednost radijusa ubojnog djelovanja od 25 m [72]. Na slici 7.3 prikazane su padne točke za simulacije br. 1-3. Tamnije su naglašene padne točke koje se nalaze unutar kruga radijusa 25 m u odnosu na cilj.



Slika 7.3. Disperzija padnih točaka (simulacije 1-3), pogodci istaknuti tamnijom bojom

S obzirom na činjenicu da se traži pogodak unutar kruga određenog radijusa oko cilja, opravdano je analizirati raspršenost padnih točaka preko vjerojatne kružne pogreške (*Circular Error Probable, CEP* - u stvari medijan radijusa odstupanja padnih točaka od cilja) nego preko

očekivanih pogrešaka po dometu i po skretanju. U ovom slučaju, simulacije daju sljedeće vrijednosti:

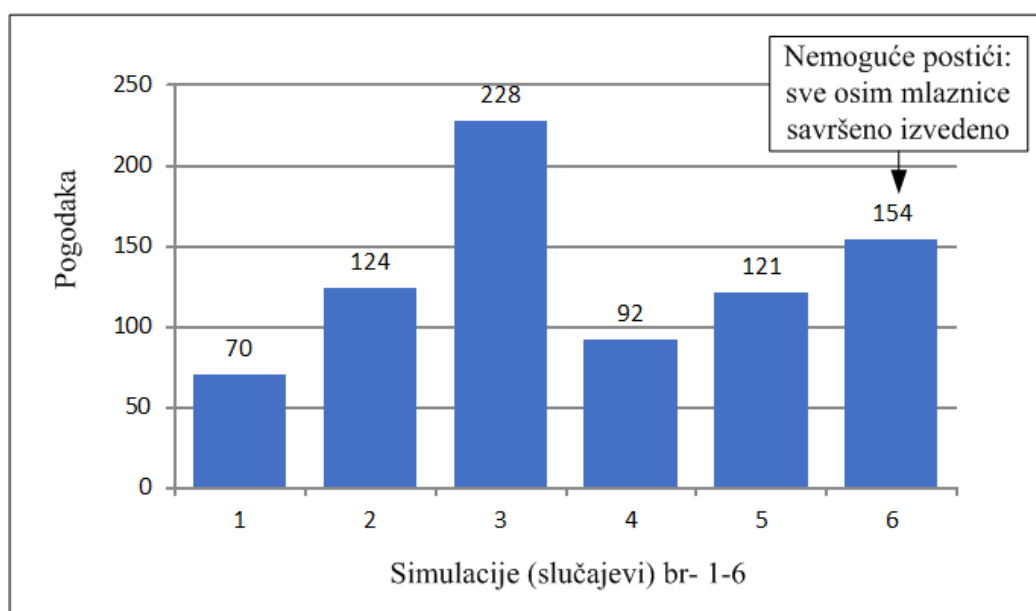
- *Simulacija 1: $CEP_{LowQ} = 101,3\text{ m}$; 70 pogodaka*
- *Simulacija 2: $CEP_{StandQ} = 69,1\text{ m}$; 124 pogodaka*
- *Simulacija 3: $CEP_{HighQ} = 44,5\text{ m}$; 228 pogodaka.*

I ovi podaci jasno pokazuju značajan utjecaj pogreške mlaznice na smanjenje preciznosti, odnosno vjerojatnosti pogotka.

Simulacije br. 4-6 prema očekivanju pokazuju slabiju preciznost rakete u odnosu na simulaciju br. 3:

- *Simulacija 4: $CEP_4 = 92,4\text{ m}$; 92 pogodaka*
- *Simulacija 5: $CEP_5 = 97\text{ m}$; 121 pogodak*
- *Simulacija 6: $CEP_6 = 86,6\text{ m}$; 154 pogodaka.*

Na slici 7.4 je prikazan broj pogodaka za svih šest razmatranih slučajeva.



Slika 7.4. Broj pogodaka za simulacije br. 1-6

Ponovo se dokazuje kako velika nekolinearnost mlaznice i osi rakete rezultira manjom preciznošću u odnosu na simulaciju br. 2, premda se u simulacijama br. 4 i 5 inzistiralo na visokoj kvaliteti preostalih dijelova rakete. Raketa će pored toga biti i skuplja, osobito u uvjetima kao u simulaciji br. 5.

Preliminarni dizajn eksperimenta (eng. *Design of Experiment*, DOE) analiza također pokazuje da efekt pogreške mlaznice daleko nadmašuje efekt drugih poremećaja. Značajnost

faktora utvrđena je ANOVA metodom, pri čemu su procijenjeni sljedeći standardizirani efekti (gađanje cilja na 15.000 m – tablice 7.5 i 7.6).

Tablica 7.5. Rezultati ANOVA metode, izlazna varijabla: domet

Faktor	Procjena koeficijenta	Standard. pogreška	95% IP donja	95% IP gornja
Presjek	14897,06	3,32	14888,52	14905,61
A- Pogreška glave δ_H	-1,69	3,32	-10,23	6,86
B- Glava-komora pogreška δ_{HC}	21,94	3,32	13,39	30,48
C- Pogreška goriva δ_P	21,31	3,32	12,77	29,86
D- Pogreška mlaznice δ_N	-144,94	3,32	-153,48	-136,39
F- Glava-komora pogreška, radijalni φ_{HC}	-13,81	3,32	-22,36	-5,27
G- Pogreška goriva, radijalni kut φ_P	-26,44	3,32	-34,98	-17,89
H- Pogreška mlaznice, radijalni kut φ_N	170,69	3,32	162,14	179,23

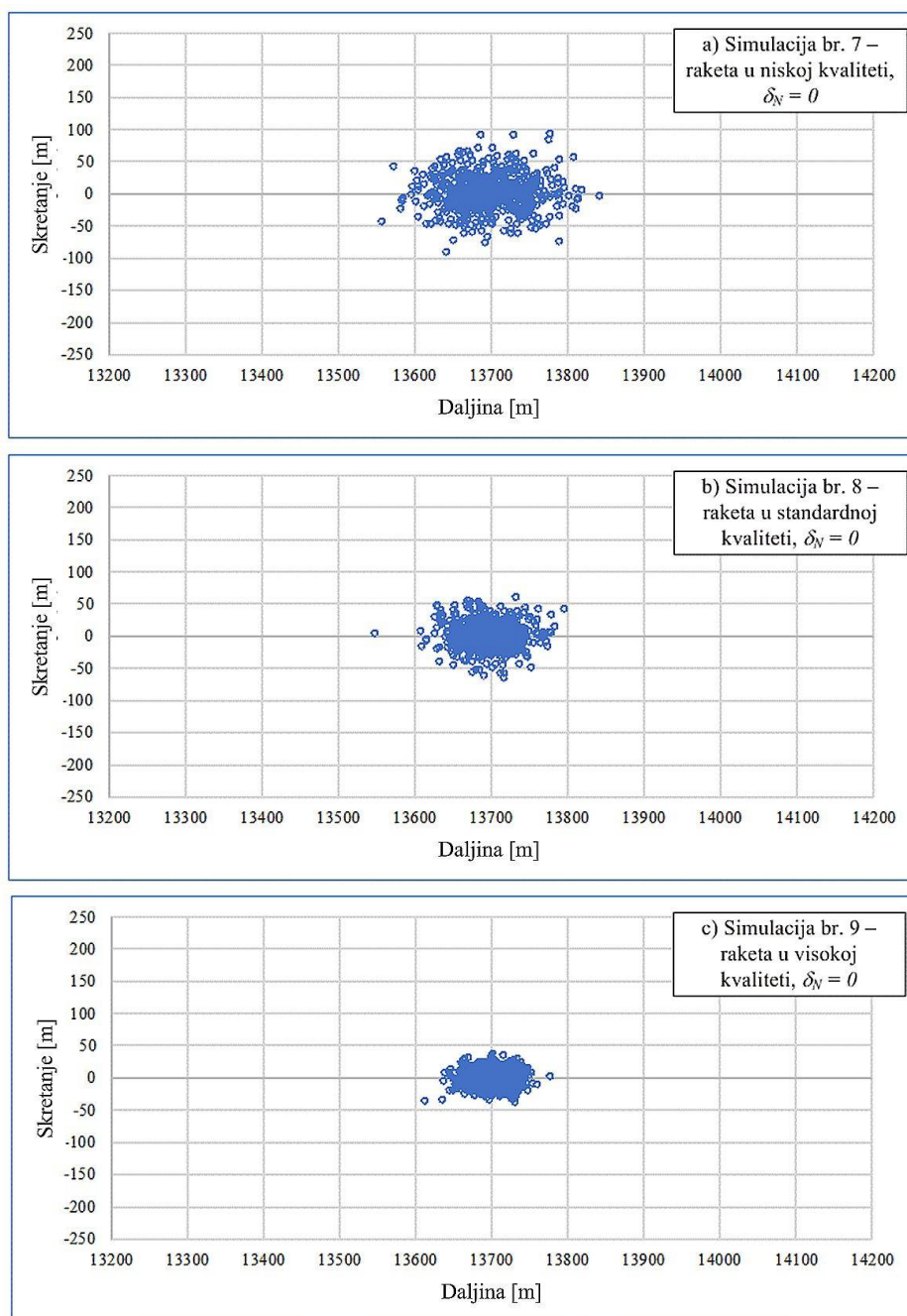
Tablica 7.6. Rezultati ANOVA metode, izlazna varijabla: skretanje

Faktor	Procjena koeficijenta	Standard. pogreška	95% IP donja	95% IP gornja
Presjek	43,09	0,39	42,09	44,10
A- Pogreška glave δ_H	-2,92	0,39	-3,92	-1,92
B- Glava-komora pogreška δ_{HC}	13,23	0,39	12,23	14,23
C- Pogreška goriva δ_P	-19,52	0,39	-20,52	-18,52
D- Pogreška mlaznice δ_N	131,12	0,39	130,12	132,12
F- Glava-komora pogreška, radijalni φ_{HC}	16,27	0,39	15,27	17,27
G- Pogreška goriva, radijalni kut φ_P	-15,81	0,39	-16,81	-14,80
H- Pogreška mlaznice, radijalni kut φ_N	103,42	0,39	102,42	104,42

ANOVA analiza potvrđuje izrazito snažan efekt pogreške mlaznice, izražen preko oba kuta koja tu pogrešku opisuju (δ_N i radijalni kut φ_N).

7.2. Preciznost nevođene rakete uz eliminaciju pogreške mlaznice

Ranije analize dokazale su snažan efekt koji pogreška mlaznice ima na preciznost projektila, a analizirana je i mogućnost da se visokom razinom kvalitete izrade drugih dijelova rakete ublaži pogreška zbog niske kvalitete izrade mlaznice. Analizira se još disperzija padnih točaka za teoretski slučaj gdje se u potpunosti eliminira pogreška mlaznice. Zbog toga su provedene još tri simulacije s po 1000 iteracija, a kod kojih vrijedi $\delta_N = 0$.



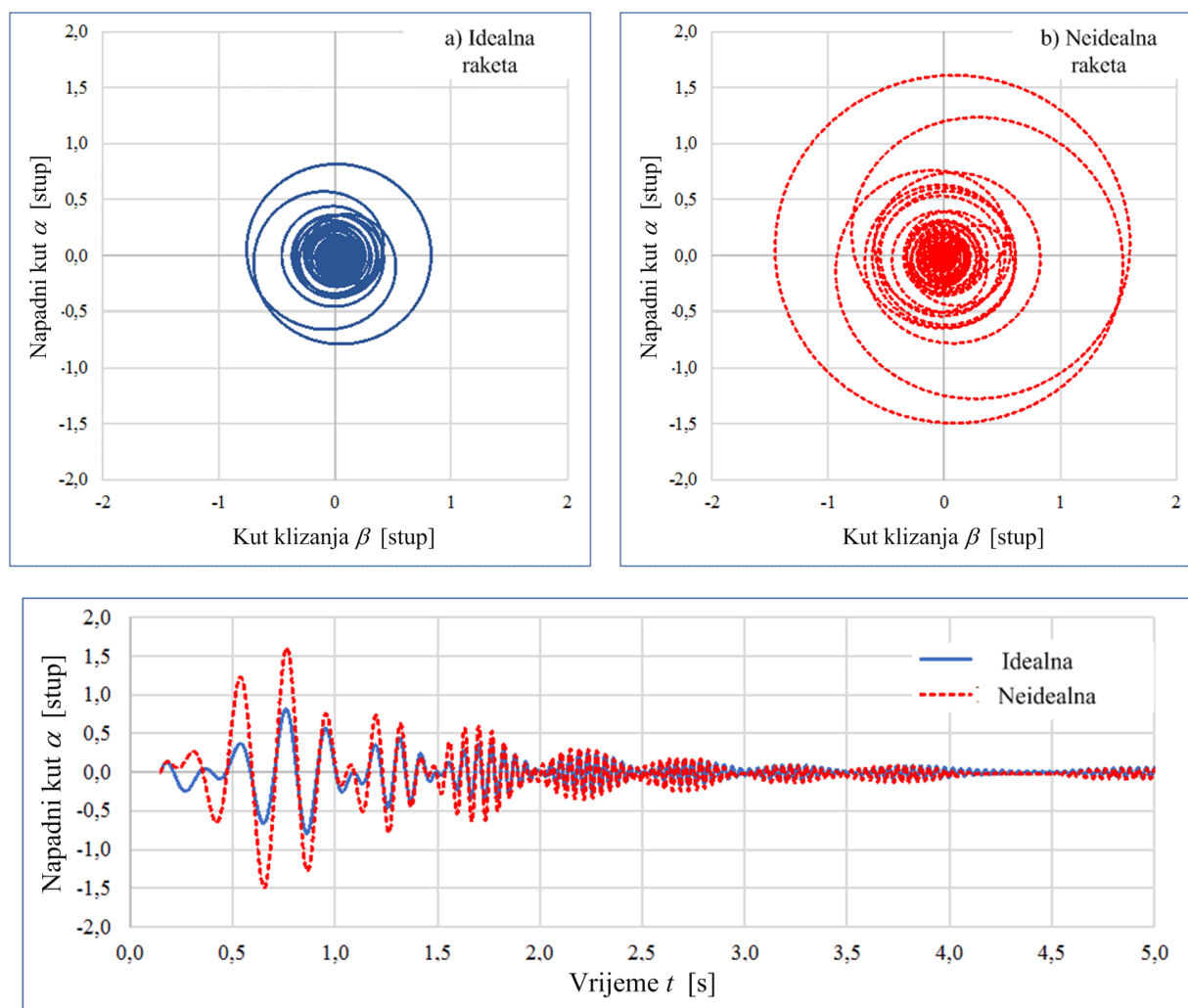
Slika 7.5. Disperzija padnih točaka (simulacije br. 7-9)

Simulacije br. 7-9 provedene su da se dokaže kako se nevođenom raketom ne može postići preciznost koju raketi daje sustav vođenja. Čak i kada se u simulaciju uvede praktično neizvediv uvjet $\delta_N = 0$, površina disperzije padnih točaka ostaje veliko (oko 200 m po dometu i 100 m po skretanju i to za simulaciju br. 9 gdje je cijela raketa izvedena u visokoj kvaliteti, a mlaznica savršeno). Broj pogodaka u Simulaciji br. 9 je 701 na 1000 raketa, što je i dalje manji postotak od deklarirane 90-postotne vjerojatnosti pogotka vođenom raketom. Ovo se smatra definitivnim dokazom da nevođene rakete ne mogu biti korištene za gađanje točkastih ciljeva.

7.3. Usporedba idealnog projektila i projektila proizvedenog s najvećim pogreškama

Za kraj se još daju parametri leta projektila te se uspoređuje gibanje oko mase za idealno- i neidealno proizvedeni projektil.

Kao primjer neidealnog projektila, analizira se raketa simulirana u sklopu predstavljenih simulacija, a koja je dala značajno odstupanje padne točke od položaja cilja ($X = 13211,8$ m, $Z = -52,9$ m). Kutovi pogrešaka su: $\delta_H = 0,056^\circ$; $\delta_{HC} = 0,173^\circ$; $\delta_P = 0,091^\circ$; $\delta_N = 0,151^\circ$ (ekstremno velika pogreška mlaznice).



Slika 7.6. Gore: gibanje oko centra mase za a) idealni i b) neidealni projektil; dolje: napadni kut za idealni i neidealni projektil, prvih 5 sekundi leta

Prema očekivanjima, neidealni projektil pokazuje veće amplitude napadnog kuta α i kuta klizanja β (u odnosu na idealni projektil) u prvim sekundama leta, no te se amplitude brzo smiruju. Stabilnost neidealnog projektila nije ugrožena. S druge strane pokazuje se još jednom da

je maksimalna vrijednost kuta δ_N dobro postavljena, u skladu je s literaturom dok su dobiveni rezultati u skladu s Tablicama gađanja (TG).

7.4. Zaključci poglavlja

1. Ranije predstavljena Monte Carlo simulacija usklađena je s različitim razinama kvalitete proizvodnje. Provedene su tri analize, po jedna za nisku, standardnu i visoku razinu.
2. Prema očekivanjima, rezultati pokazuju da podizanjem razine proizvodnje raste preciznost, a smanjuje se površina disperzije padnih točaka. Međutim ne utječu pogreške u svim fazama proizvodnje jednako na nepreciznost projektila te stoga postoji prostor za optimizaciju proizvodnje.
3. Za manje kritične faze mogu se preporučiti i manje stroge tolerancije, dok se najstrože tolerancije mogu nametnuti samo za osobito kritične faze.
4. Potvrđeno je da je pogreška mlaznice najveći uzročnik disperzije. Dodatno su izvedeni zaključci koji ranije nisu publicirani, a koji pokazuju da se podizanjem kvalitete proizvodnje preostalih dijelova rakete samo marginalno smanjuje nepreciznost. Ovo je u suprotnosti s nastojanjima pojedinih dijelova obrambene industrije.
5. Također se definitivno pokazuje da nevođene rakete imaju nisku preciznost, čak i u slučaju (u praksi nemogućem) kada bi u potpunosti bila eliminirana pogreška mlaznice. Kada je cijela raketa izvedena u visokoj razini preciznosti, simulacija pokazuje da je samo 22,8% projektila palo unutar kruga od 25 m u odnosu na položaj cilja.
6. Uspoređena je disperzija padnih točaka kada su ulazne pogreške disperzirane prema normalnoj i Rayleighovoj distribuciji vjerojatnosti. Simulacija pokazuje da su padne točke disperzirane po usporedivoj površini, ali normalna distribucija daje veće grupiranje padnih točaka oko položaja cilja.
7. Uspoređeno je gibanje oko mase za idealan i neidealno proizvedeni projektil. Kao primjer neidealnog projektila analizirana je koja daje značajno odstupanje padne točke od položaja cilja. Pokazuje se da stabilnost neidealnog projektila nije ugrožena pri maksimalnoj vrijednosti kuta δ_N koja je postavljena u skladu s literaturom.

8. ZAKLJUČAK

U radu su uspješno ispunjeni postavljeni ciljevi: modificiran je nedeterministički 6DOF model leta za nevođene projekte koji se koristi za praćenje projektila opterećenog neuravnoteženošću mase i asimetrijom potisne sile. Korištenjem 6DOF modela te njegovim povezivanjem s CAD 3D modelom projektila, omogućeno je ispitivanje osjetljivosti putanje u ovisnosti o različitim poremećajima. Dodatno su pokazane metode optimizacije kvalitete proizvodnje pojedinih proizvodnih faza prema postavljenim kriterijima.

Metodologija prezentirana u radu uspijeva na analitički utemeljen način povezati fazu proizvodnje (zajedno sa svim njezinim nesavršenostima) i krajnju nepreciznost projektila koja se javlja kao posljedica upravo tih nesavršenosti. Prema znanju autora ovakva metoda do sada nije javno publicirana, osobito kada se radi o problemima povezanim s vojnom proizvodnjom. U nastavku se daju glavni elementi doktorskoga rada:

- Radi analize i uspostavljanja funkcionalnih veza između promatranih poremećaja i krajnje nepreciznosti projektila, razmatrane su četiri proizvodne pogreške: izvedbe bojeve glave, spoja bojeve glave i komore motora, ugradnje goriva u komoru motora te izvedbe mlaznice. Svaka proizvodna pogreška parametrizirana je s dva kuta i tako da:
 - o kut δ_i daje međusobni zakret dviju osi geometrijske simetrije za dva susjedna ili obuhvatna dijela rakete
 - o kut φ_i kao radijalni kut daje položaj ravnine u kojoj leži δ_i u odnosu prema odabranoj referentnoj ravnini.

Indeks i koji se pojavljuje u gornjim navodima u radu se zamjenjuje s odgovarajućim indeksom pogreške. Tako se npr. pogreška spoja bojeve glave i komore motora opisuje kutovima δ_{HC} i φ_{HC} , pogreška izvedbe mlaznice kutovima δ_N i φ_N , itd.

- Kao dio prezentirane metode razvijen je CAD 3D model rakete, a čije inercijske i geometrijske karakteristike odgovaraju karakteristikama stvarnog projektila. Za studiju slučaja odabrana je raketa 122 mm M-21-OF za sustav GRAD dobro poznatih karakteristika. Za ovu raketu dostupne su Tablice gađanja, a koje služe za provjeru rezultata. Koristi se dio Tablica za raketu bez kočionog prstena.

Nakon što se u CAD 3D model uvedu parametrizirane proizvodne pogreške, model daje izmijenjene inercijske i geometrijske karakteristike čitave rakete ili nekog njenog dijela. Od inercijskih karakteristika se s uvođenjem pogrešaka mijenja položaj središta mase $\mathbf{p}_m$, smjer glavnih osi tromosti te tenzor tromosti $\mathbf{I}$ u traženom

koordinatnom sustavu. Izmijenjene karakteristike rakete postaju dalje ulazni parametri za 6DOF model njezinog leta.

- Kako se kod dinamički neuravnoteženih projektila više ne podudaraju osi simetrije vanjske površine i glavne osi tromosti, odabrani su koordinatni sustavi koji će prikazivati tu nekolinearnost. Uz glavne osi povezan je vezani koordinatni sustav (u literaturi još često i k.s. letjelice, F-KS), dok se uz osi simetrije vanjske površine veže novouvedeni geometrijski koordinatni sustav (G-KS).
- Radi lakšeg praćenja dinamički neuravnoteženog projektila razvijen je modificirani 6DOF model (razvijen u G-KS te radi distinkcije nazvan G6DOF). Osnovna razlika između klasičnog 6DOF modela i novog G6DOF modela vidi se u vektoru stanja $\mathbf{X}$: dok klasični 6DOF model u vektoru stanja $\mathbf{X}$ ima komponente vektora kutnih brzina $\mathbf{\Omega}$, novi G6DOF model ima komponente vektora kinetičkog momenta $\mathbf{H}$. Kako su vektori $\mathbf{\Omega}$ i $\mathbf{H}$ povezani izrazom $\mathbf{H} = \mathbf{I}\mathbf{\Omega}$, moguće je nakon određivanja jednog (i uz poznavanje tenzora tromosti $\mathbf{I}$ kojega daje CAD 3D model) izračunati komponente drugog.
- Kod dinamički neuravnoteženog projektila i u G-KS javljaju se u tenzoru tromosti $\mathbf{I}^G$ produkti tromosti $I_{xy}^G, I_{yz}^G, I_{zx}^G$ koji ne postoje kod projektila sa simetričnom distribucijom mase. Ne vrijedi više niti da su jednaki momenti tromosti prema poprečnim osima projektila (dakle sada $I_y^G \neq I_z^G$).
- Odlukom da se model leta veže uz vanjsku geometriju olakšano je korištenje aerodinamičkih koeficijenata i gradijenata, budući da su oni određeni upravo prema vanjskoj površini. Iz (3.28) i (3.20) računaju se aerodinamička sila i aerodinamički moment. Zbog malog diskontinuiteta vanjske površine, a koji se javlja kao posljedica neidealno izvedenoga spoja bojeve glave i komore motora, javljaju se još i dodatna sila i moment prema (3.41)-(3.42).
- 6DOF model spaja se s CAD 3D modelom. Na taj je način pokazano da čak i male proizvodne pogreške uzrokuju velika odstupanja položaja padne točke. Veza između pogrešaka i nepreciznosti projektila analizirana je za slučajeve kada se pojavljuje svaka pogreška posebno te za slučajeve kada se javlja više pogrešaka istovremeno.
- U radu su najprije analizirane pogreške na način da ih se tretira kao determinističke veličine. Kut pogreške δ_i uzima se unutar odabranog intervala $\delta_{i_min} \leq \delta_i \leq \delta_{i_max}$, ili zbog osnosimetričnosti pogrešaka $|\delta_i| \leq \delta_{i_max}$. Gornja granica intervala δ_{i_max} je ujedno i proizvodna tolerancija za analiziranu fazu proizvodnje, a odabrana je ili prema literaturi

(tamo gdje su podaci dostupni) ili empirijski u skladu s realnim mogućnostima proizvodnoga procesa. Za svaku pogrešku razmatrane su promjene geometrijskih i inercijskih karakteristika te se uglavnom zaključuje da se radi o vrlo malim promjenama. Međutim, čak i takve male promjene daju nezanemariva odstupanja padne točke i to već na srednjim daljinama gađanja (> 10 km). Kod svake pogreške analizira se to odstupanje sve do slučaja pojave maksimalnog kuta pogreške δ_{i_max} .

- Slučaj kada bi projektil istovremeno bio opterećen s više proizvodnih pogrešaka različitog intenziteta simulira se korištenjem Monte Carlo metode, a koja povezuje CAD 3D model i 6DOF model leta. Pogreške su tretirane kao nedeterminističke varijable. Odabire se generiranje kutova pogrešaka δ_i i φ_i prema normalnoj distribuciji, uz uvjet $|\delta_i| \leq \delta_{i_max}$ s vjerojatnošću $P = 0,997$.
- Posljednji korak prema boljem shvaćanju uzroka nepreciznosti rakete načinjen je povezivanjem Monte Carlo simulacije (koja dakle obuhvaća CAD 3D model i 6DOF model leta) s razinama kvalitete proizvodnje. Analizirane su tri razine kvalitete: niska, standardna i visoka razina te je za svaku provedena posebna simulacija. Razine kvalitete međusobno se razlikuju prema indeksu potencijalne sposobnosti procesa Cp , pri čemu ovaj indeks izravno određuje iznos standardnih devijacija σ_i disperzije ulaznih podataka, a time ujedno i vrijednosti proizvodnih tolerancija pogrešaka δ_{i_max} . Iz izraza $\sigma_{ij} = (USL_{ij} - LSL_{ij}) / 6Cp_j$ vidi se da niži indeks potencijalne sposobnosti Cp_j daje veću standardnu devijaciju disperzije pogreške σ_{ij} . Indeks i označava o kojoj se pogrešci radi ($i = H, HC, N, P$) dok indeks j označava razinu kvalitete ($j = LQ, SQ, HQ$).

Prema gornjem opisu provedeno je više Monte Carlo simulacija s velikim brojem iteracija (tipično 1000 do 2000 iteracija za svaku simulaciju). Na temelju provedenih simulacija i naknadnih analiza rezultata mogu se izvesti sljedeći zaključci:

1. Pogreške uzrokuju promašaje koji su mali u odnosu na pojas E_4 (prema Tablicama gađanja), uz izuzetak pogreške mlaznice koja daje daleko najsnažniji efekt na nepreciznost analizirane rakete. Stoga najstrože treba postaviti tolerancije upravo za izradu mlaznice δ_{N_max} . Pogreška spoja bojeve glave i komore motora te pogreška ugradnje bloka goriva pokazuju osjetno slabiji (iako ne i zanemariv) utjecaj na preciznost te je za te proizvodne faze moguće postaviti manje stroge proizvodne

tolerancije δ_{HC_max} i δ_{P_max} . Najslabodnije se mogu postaviti tolerancije za izradu bojeve glave δ_{H_max} jer ovdje pogreška daje daleko najslabiji efekt na preciznost.

2. Također je simulacijama ispaljenja velikog broja raketa metodom Monte-Carlo potvrđeno kako proizvodne pogreške imaju veliki utjecaj na preciznost nevođenog projektila. Provedena je korelacijska analiza između iznosa kružne pogreške (CE) i apsolutnih vrijednosti kutova pogreške. Potvrđuje se da proizvodne pogreške povećavaju disperziju putanja i padnih točaka s različitim intenzitetom, pri čemu pogreška mlaznice ima najsnažniji efekt. Nije utvrđena značajna međuovisnost između različitih pogrešaka u smislu povećanja ili smanjenja ukupnog efekta na povećanje nepreciznosti.
3. Izvedeni zaključci vrijede uz pretpostavke kako su navedene u tekstu. Ako bi se u nekom drugom slučaju dozvolile veće tolerancije izrade δ_{H_max} , δ_{HC_max} i δ_{P_max} , krajnji efekt tih pogrešaka približio bi se efektu pogreške mlaznice. To bi međutim upućivalo na vrlo nisku razinu proizvodnje kakva se danas više ne očekuje od ozbiljnih proizvođača streljiva. Inače analiza gibanja oko središta mase pokazuje da su u sklopu rada odabrane prihvatljivo male granice kutova pogrešaka te se kod svake pogreške početne amplitude oko vektora brzine (kutovi α i β) brzo umiruju tako da raketi ne prijeti gubitak stabilnosti. Čak i kada je analizirano gibanje rakete proizvedene s velikim pogreškama (tako da se bilježi ekstremni podbačaj), stabilnost neidealne rakete nije bila ugrožena (slika 7.6).
4. Pokazana je razlika između rezultata za slučaj kada su proizvodne pogreške disperzirane prema normalnoj distribuciji gustoće vjerojatnosti te za slučaj kada su ulazni poremećaji (pogreške) disperzirani prema Rayleighovoj distribuciji vjerojatnosti s usporedivim parametrima distribucije. Primjećuje se da su padne točke disperzirane po usporedivoj površini i uz usporediva ekstremna odstupanja (podbačaj/prebačaj ili skretanje u svaku stranu u odnosu na liniju ciljanja), no Rayleighova distribucija daje manje grupiranje padnih točaka oko položaja cilja (slika 6.34).
5. Simulacije su definitivno potvrdile nisku preciznost nevođenih raketa. Kada je cijela raketa izvedena u visokoj razini preciznosti, simulacija pokazuje da je samo 22,8% projektila palo unutar radijusa od 25 m (što je efektivni radijus 122 mm rakete GRAD) u odnosu na položaj cilja; unutar istog radijusa pada 12,4% raketa simuliranih u standardnoj i samo 7% raketa u niskoj kvaliteti proizvodnje (slika 7.4).

Ovo znači da je inzistiranjem na vrlo strogim tolerancijama moguće u određenoj mjeri smanjiti disperziju putanja i padnih točaka nevođenih projektila, no nikako ne na razinu koja bi davala dovoljno visoku vjerojatnost pogađanja točkastih ciljeva – a što se ranije neuspješno pokušavalo riješiti pri razvoju nekih nevođenih raketa.

6. Pokazuje se da kvaliteta izrade mlaznice gotovo u potpunosti određuje hoće li raketa biti precizna ili ne. Niska kvaliteta u svim preostalim fazama proizvodnje malo doprinosi povećanju nepreciznosti, jednako kao što visoka kvaliteta vrlo malo čini da bi raketa postala bitno preciznijom. Ovo su zaključci koji ranije nisu publicirani i koji imaju veliku važnost, jer ako se podizanjem kvalitete proizvodnje preostalih dijelova rakete samo marginalno smanjuje nepreciznost, onda je to u suprotnosti s ranijim nastojanjima vojne industrije.

Prikazana metoda uspijeva ispuniti postavljene ciljeve doktorskoga rada te donosi nekoliko važnih zaključaka. Zbog ranijeg nedostatka javno dostupnih i potpunih informacija vezanih uz ovakvu problematiku (najvećim dijelom zbog tajnosti podataka), postoje saznanja o negativnim iskustvima vezanima uz vojnu industriju. Događalo se da konstruktori stave preveliki naglasak na jedan od dva nabrojana kriterija, pri čemu je inzistiranje na kriteriju cijene dovodilo je do projektila s prevelikom disperzijom putanja, dok je bezrezervno inzistiranje na visokoj kvaliteti proizvodnje dovodilo do projektila visoke cijene (ali i tada uz male dobitke na preciznosti). Metodologija prikazana u ovom doktorskom radu pomaže da se pronađe kompromis između dva suprotstavljena kriterija, dakle između kriterija cijene projektila i kriterija njegove preciznosti.

8.1. Ostvareni znanstveni doprinosi

Istraživanje opisano u ovom radu rezultiralo je sljedećim znanstvenim doprinosima:

1. Unaprjeđenje modela leta sa šest stupnjeva slobode gibanja za nevođene raketne i klasične projekte, na način da omogućuje provedbu statističkih simulacija i analizu nedeterminističkih karakteristika projektila neuravnotežene mase i asimetrične potisne sile.
2. Utvrđivanje funkcijskih odnosa između neuravnoteženosti mase i asimetrije potisne sile te povećanja površine rasipanja (disperzije) padnih točaka i stabilnosti projektila, korištenjem statističkih metoda.

3. Poboljšanje procjene dozvoljenih granica nedeterminističkih pogrešaka izrade projektila prema dozvoljenim granicama površine rasipanja padnih točaka projektila.

8.2. Mogući smjerovi daljnjeg istraživačkog rada

U daljnjem radu planira se staviti veći naglasak na vođene projekte te ispitati koliko su oni osjetljivi ili imuni na proizvodne pogreške. Kao i kod nevođenih projektila, svakako je i ovdje potrebno pronaći optimum između cijene i preciznosti rakete. Iako upravljačke površine rakete imaju sposobnost korigirati njezine putanje ako se otkrije odudaranje od zadanih parametara leta, ta sposobnost nije neograničena i raketa ne pogađa cilj ako su poremećaji koje nastoji kompenzirati preveliki.

Vezano uz isti problem, pretpostavlja se da vjerojatnost pogađanja dodatno pada ako su upravljačke površine izvedene s prevelikim odstupanjima od konstrukcijskih mjera. Radi analize navedenih problema planira se razvoj modela praćenja vođenih raketa opterećene dinamičkom neuravnoteženošću i asimetrijom potisne sile te pogreškama u izvedbi upravljačkih površina. Sve poremećaje potrebno je simulirati kao determinističke veličine, a granice njihove disperzije uzeti prema literaturi i prema realnim mogućnostima proizvodnih procesa. Jedan prijedlog matematičkog modela daje se u radu [107] koji inače donosi i prijedlog dodavanja vođenja originalno proizvedenim nevođenim projektilima, a što će biti komentirano kasnije.

Nakon razvijanja 6DOF modela te njegovog spajanja s CAD 3D modelom u jedinstvenu Monte Carlo simulaciju kako je već pokazano u ovome radu, bit će moguće izravno usporediti vođene i nevođene projekte po kriteriju cijene uništenja cilja (a koja ovisi i o cijeni pojedinog projektila i o vjerojatnosti pogađanja cilja).

Međutim, čak i ako bi ovaj zbirni kriterij pokazao da su nevođeni projektili isplativiji, ne smije se zaboraviti velika opasnost od kolateralnih žrtava s obzirom na veliku površinu disperzije nevođenih projektila. Stoga se javlja novi problem – kako ovakvim projektilima dodati upravljački sklop koji će im ipak dodati mogućnost vođenja. Radi se o problemu koji se često obrađuje u novijim člancima: na primjer u [70] komentira se potreba za povećanjem preciznosti raketa osobito u uvjetima asimetričnog ratovanja, dakle sukoba koji se po svojoj prirodi razlikuju od tradicionalnog ratovanja. Tada je potrebno neutralizirati prijetnju koja dolazi od manjih neprijateljskih skupina, često sakrivenih unutar urbanog područja.

Što se tiče praktične izvedbe dodavanja sustava vođenja, tu se autori odlučuju na različita rješenja pa se tako u [20] i [70] predlaže upravljanje uz pomoć naknadno dodanih bočnih potisnika (na temelju razlike između programirane i opažene trajektorije), dok se u [107] i [108]

razmatra smanjenje disperzije dodavanjem upravljačkih površina. Autori pokazuju da je ovakvim naknadno dodanim sklopovima moguće ostvariti višestruko smanjenje očekivane pogreške.

U novije vrijeme razvijeno je i nekoliko komercijalnih rješenja koja se razlikuju prema sustavu prenošenja signala projektilu, načinu označavanja cilja i izvedbi upravljačkih površina. Razlike između pojedinih rješenja sugeriraju da još nije usvojeno univerzalno rješenje koje bi bilo superiorno prema svim kriterijima. Metodologijom kakva se planira razviti u budućem istraživačkom radu moglo bi se možda ovakva rješenja izravno usporediti te ocijeniti njihovu efikasnost i isplativost.

Na temelju iskustava vezanih uz rad na doktoratu, može se predvidjeti da će razmatranje navedenih problema otkriti i nove zanimljive smjerove daljnjih istraživanja, a koji bi dodatno testirali ovdje prezentiranu metodu i sve u nju uključene modele. Time bi se potvrdila njezina primjenjivost na različite klase streljiva te na još širi spektar problema nego je to bio slučaj u okviru ovoga doktorskog rada.

LITERATURA

- [1] Brady MR, Goethals P. A comparative analysis of contemporary 155 mm artillery projectiles. *J Def Anal Logist.* 2019;3(2):171–92.
- [2] Szklarski A, Głębocki R, Jacewicz M. Impact point prediction guidance parametric study for 155 mm rocket assisted artillery projectile with lateral thrusters. *Arch Mech Eng.* 2020;
- [3] Jankovic S, Gallant J, Celens E. Dispersion of an artillery projectile due to its unbalance. In: Reinecke WG, editor. 18th International Symposium on Ballistics San Antonio, USA. The University of Texas at Austin Southwest Research Institute; 1999; San Antonio, TX, USA; 1999. p. 128–41.
- [4] Decker R, Donini J, Gardner W, John J, Koenig W. Mass asymmetry and tricyclic wobble motion assessment using automated launch video analysis. *Def Technol* 2016;12(2):113–6.
- [5] Carlucci DE, Decker R, Vega J, Ray D. Measurement of in-bore side loads and comparison to first maximum yaw. *Def Technol.* 2016;12(2):106–12.
- [6] Grignon C, Cayzac R, Heddadj S. Improvement of Artillery Projectile Accuracy. In: Gálvez F, Sánchez-Gálvez V, editors. 23rd International Symposium on Ballistics. Tarragona, Spain: International Ballistics Committee, Universidad Politécnica; 2007. p. 747–54.
- [7] Elsaadany A, Wen-Jun Y. Accuracy improvement capability of advanced projectile based on course correction fuze concept. *Sci World J.* 2014;2014.
- [8] Liang K, Huang Z, Zhang J min. Optimal design of the aerodynamic parameters for a supersonic two-dimensional guided artillery projectile. *Def Technol.* 2017;13(2):206–11.
- [9] Mandić S. Guidance of Ground to Ground Rockets Using Flight Path Steering Method. *Sci Tech Rev.* 2009;(3):3–11.
- [10] Wang Z, Chang S. Impact Point Prediction and Analysis of Lateral Correction Analysis of Two-Dimensional Trajectory Correction Projectiles. *Def Technol.* 2013;9(1):48–52.
- [11] Pavkovic B, Pavic M, Cuk D. Enhancing the Precision of Artillery Rockets Using Pulsejet Control Systems with Active Damping. *Sci Tech Rev.* 2012;62(2):10–9.
- [12] Sharma YR, Ratnoo A. Adaptive Proportional Navigation for Short Range Ballistic Trajectories. *IFAC-PapersOnLine.* 2018;51(1):42–6.
- [13] Zhu D, Tang S, Guo J, Chen R. Flight stability of a dual-spin projectile with canards. *Proc Inst Mech Eng Part G J Aerosp Eng.* 2015;

- [14] Wang Y, Wang X, Yu J. Influence of Control Strategy on Stability of Dual-spin Projectiles with Fixed Canards. *Def Technol*. 2018;14(6):709–19.
- [15] Theodoulis S, Wernert P. Flight Dynamics & Control for Smart Munition: The ISL Contribution. *IFAC-PapersOnLine*. 2017;
- [16] Costello MF, Anderson DP. Effect of internal mass unbalance on the terminal accuracy and stability of a field artillery projectile. 21st Atmos Flight Mech Conf San Diego, USA. 1996:814–21.
- [17] Fresconi F, Guidos B, Celmins I, Hathaway W. Flight behavior of an asymmetric body through spark range experiments using roll-yaw resonance for yaw enhancement. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*. San Diego, USA.
- [18] Mingireanu F, Georgescu L, Murariu G, Mocanu I. Trajectory modeling of grad rocket with low-cost terminal guidance upgrade coupled to range increase through step-like thrust-curves. *Rom J Phys*. 2014;59(3–4):369–81.
- [19] Khalil M, Abdalla H, Kamal OM. Trajectory Prediction for a Typical Fin Stabilized Artillery Rocket. In: 13th International Conference on Aerospace Sciences and Aviation Technology, ASAT- 13. Cairo, Egypt: Military Technical College Cairo; 2009. p. 1–14.
- [20] Głębocki R, Jacewicz M. Parametric Study of Guidance of a 160-mm Projectile Steered with Lateral Thrusters. *Aerospace*. 2020;7(5):61.
- [21] Demir C, Soltani M, Singh A. Prediction of Projectile Impact Point using Approximate Statistical Moments. In: 2018 Annual American Control Conference (ACC). 2018. p. 1467–72.
- [22] Peirawi A. Reliability and Availability of the Coastal Missile Defence System.pdf. *J Am Sci*. 2010;6(10).
- [23] Trzun Z, Jankovic S. Preciznost sustava oružje-projektil-računalo. *Strojarstvo*. 2003;45:55–64.
- [24] Baranowski L. Feasibility analysis of the modified point mass trajectory model for the need of ground artillery fire control systems. *J Theor Appl Mech*. 2013;51(3):511–22.
- [25] Gkritzapis DN, Panagiotopoulos EE, Margaritis DP, Papanikas DG. A six degree of freedom trajectory analysis of spin-stabilized projectiles. In: *AIP Conference Proceedings*. 2007.
- [26] Khalil M, Abdalla H, Kamal O. Dispersion Analysis for Spinning Artillery Projectile. *Int Conf Aerosp Sci Aviat Technol*. 2009;13(Aerospace Sciences):1–12.
- [27] Frost G, Costello M. Control authority of a projectile equipped with an internal unbalanced part. *J Dyn Syst Meas Control Trans ASME*. 2006;

- [28] Heling B, Aschenbrenner A, Walter MSJ, Wartzack S. On Connected Tolerances in Statistical Tolerance-Cost-Optimization of Assemblies with Interrelated Dimension Chains. In: *Procedia CIRP*. 2016.
- [29] Rausch C, Nahangi M, Haas C, Liang W. Monte Carlo simulation for tolerance analysis in prefabrication and offsite construction. *Autom Constr*. 2019;
- [30] Homri L, Dantan JY, Levasseur G. Comparison of Optimization Techniques in a Tolerance Analysis Approach Considering Form Defects. In: *Procedia CIRP*. 2016.
- [31] Peng H, Peng Z. A Practical Method for Redesigning Statistical Tolerances Using Monte Carlo Simulation. In: *Proceedings of 2018 9th International Conference on Mechanical and Aerospace Engineering, ICMAE 2018*.
- [32] Dourado A, Cavalini A, Steffen V. Uncertainty quantification techniques applied to rotating systems: A comparative study. *JVC/Journal Vib Control*. 2018;24(14):3010–25.
- [33] Kokelj T, Regodic D. Accuracy of complete preparation of the indirect firing initial elements. *Vojnoteh Glas*. 2005;
- [34] Dullum O. *The Rocket Artillery Reference Book*. 2010.
- [35] He Y, Guo H, Han Y. A novel hybrid data-driven modeling method for missiles. *Symmetry (Basel)*. 2020;
- [36] Guo QW, Song WD, Gao M, Fang D. Advanced guidance law design for trajectory-corrected rockets with canards under single channel control. *Eng Lett*. 2016;
- [37] Lim WY. *Predicting the Accuracy of Unguided Artillery Projectiles*. Naval Postgraduate School Monterey, California, USA; 2016.
- [38] Chusilp P, Charubhun W. Estimation of impact points of an artillery rocket fitted with a non-standard fuze. In: *2016 2nd Asian Conference on Defence Technology, ACDT 2016*.
- [39] Chen MM. Analytical approach to ballistic dispersion of projectile weapons based on variant launch velocity. *J Appl Mech Trans ASME*. 2011;78(3).
- [40] Sistem Grad 122 mm [Internet]. Available from: https://www.mycity-military.com/Artiljerija-municija-i-protivoklopna-sredstva/Sistem-Grad-122-mm_3.html
- [41] Brancati R, Russo R, Savino S. Method and equipment for inertia parameter identification. *Mech Syst Signal Process*. 2010;24(1):29–40.
- [42] Tola C, Nikbay M, Methodologies M, Sonic I. Investigation of the Effects of Slotted Solid Propellant ' s Sectional Geometry on Structural Strength and Internal Ballistic Performance of a Rocket Motor. In: *6th EASN International Conference on Innovation in European Aeronautics Research*. Porto, Portugal; 2016.
- [43] Mason BP, Roland CM. Solid propellants. *Rubber Chem Technol*. 2019;

- [44] Pavelić Z. Specifične tehnologije u proizvodnji oružja. Zagreb: Ministarstvo obrane Republike Hrvatske; 1995.
- [45] Liu F, Song Y, Yu H, Lin W, Zhang J, Si Z, et al. Study on the influence of projectile on muzzle disturbance. *Def Technol*. 2018;14(5):570–577.
- [46] Rathi MG, Jakhade NA. An Overview of Forging Processes with Their Defects. *Int J Sci Res Publ*. 2014;
- [47] Hawryluk M, Jakubik J. Analysis of forging defects for selected industrial die forging processes. *Eng Fail Anal*. 2016;
- [48] Mathew C, Koshy J, Varma DD. Study of Forging Defects in Integral Axle Arms. *Int J Eng Innov Technol*. 2013;2(7):322–6.
- [49] Zha Q, Rui X, Wang G, Yu H. Ballistic Trajectory Extrapolation and Correction of Firing Precision for Multiple Launch Rocket System. *Trans Nanjing Univ Aeronaut Astronaut*. 2019;
- [50] GICHD. Geneva International Centre for Humanitarian: Explosive Weapon Effects, Final Report. Geneva; 2017.
- [51] Wilde PD. Range safety requirements and methods for sounding rocket launches. *J Sp Saf Eng*. 2018;
- [52] Gligorijević N, Živković S, Subotić S, Kozomara S, Nikolić M, Čitaković S. Side force determination in the rocket motor thrust vector control system. *Sci Tech Rev*. 2013;63(2):27–38.
- [53] Mandić S, Živković S, Jovančić S, Pavković B. Air to ground rocket dispersion minimization. *Sci Tech Rev*. 2018;68(2):11–6.
- [54] Coriveau D. Validation of the NATO Armaments Ballistic Kernel for use in small-arms fire control systems. *Def Technol*. 2017;13(2):188–99.
- [55] Carlucci DE, Jacobson SS. *Ballistics Theory and Design of Guns and Ammunition*, Third Edition. CRC Press; 2018.
- [56] Janković S. *Mehanika leta projektila*. Zagreb: Fakultet strojarstva i brodogradnje; 1998.
- [57] ISO Concepts, Quantities and Symbols for Flight Dynamics, 1985, Part 2: Motion of the aircraft and the atmosphere relative to the Earth, ISO/DIS 1151/2. 1985. 24 p.
- [58] Zhang GQ, Yu SCM, Schlüter J. Aerodynamic characteristics of a wrap-around fin rocket. *Aircr Eng Aerosp Technol*. 2016;
- [59] Dahalan MN, Suni AF, Ishak IS, Mohd NARN, Mat S. Aerodynamic study of air flow over a curved fin rocket. *J Adv Res Fluid Mech Therm Sci*. 2017;
- [60] Nielsen J. *Missile Aerodynamics*. Reston, USA: American Institute of Aeronautics and

- Astronautics; 1988. 450 p.
- [61] Chusilp P, Charubhun W, Nutkumhang N. A Comparative Study on 6-DOF Trajectory Simulation of a Short Range Rocket using Aerodynamic Coefficients from Experiments and Missile DATCOM. Second TSME. 2011;
 - [62] Käppeli R, Mishra S. A well-balanced finite volume scheme for the Euler equations with gravitation. *Astron Astrophys.* 2016;
 - [63] Jecić S. *Mehanika II - Kinematika i dinamika*. Zagreb: Tehnička knjiga; 1989. 250 p.
 - [64] Hare E, Kaplan A. *Designing Modular Software: A Case Study in Introductory Statistics*. J Comput Graph Stat. 2017;
 - [65] Korbi A, Tlija M, Louhichi B, BenAmara A. CAD/tolerancing integration: a new approach for tolerance analysis of non-rigid parts assemblies. *Int J Adv Manuf Technol.* 2018;
 - [66] Askri R, Bois C, Wargnier H, Gayton N. Tolerance synthesis of fastened metal-composite joints based on probabilistic and worst-case approaches. *CAD Comput Aided Des.* 2018;
 - [67] Dantan JY, Qureshi AJ. Worst-case and statistical tolerance analysis based on quantified constraint satisfaction problems and Monte Carlo simulation. *CAD Comput Aided Des.* 2009;
 - [68] Gantmakher, Feliks; Levin, Lev; Dryden H. *The Flight of Uncontrolled Rockets*. The Flight of Uncontrolled Rockets: International Series of Monographs on Aeronautics and Astronautics. Oxford, United Kingdom: Pergamon Press; 1964. 396 p.
 - [69] Brehm M. Unacceptable Risk: Use of explosive weapons in populated areas through the lens of three cases before the ICTY. Boer R, Slijper F, editors. PAX; 2014.
 - [70] Ożóg RJ, Jacewicz MA, Głębocki R. Modified Trajectory Tracking Guidance for Artillery Rocket. *J Theor Appl Mech.* 2020;58(3):611–22.
 - [71] McKenna V, Jin Y, Murphy A, Morgan M, Fu R, Qin X, et al. Cost-oriented process optimisation through variation propagation management for aircraft wing spar assembly. *Robot Comput Integr Manuf.* 2019;
 - [72] Dullum OS, Fulmer K, Jenzen-Jones NR, Lincoln-Jones C, Palacio D. Indirect Fire: A technical analysis of the employment, accuracy, and effects of indirect-fire artillery weapons. Jenzen-Jones NR, editor. Perth, Australia: Armament Research Services (ARES); 2017. 93 p.
 - [73] Chase KW, Parkinson AR. A survey of research in the application of tolerance analysis to the design of mechanical assemblies. *Research in Engineering Design.* 1991.

- [74] Saghafi F, Khalilidelshad M. A Monte Carlo Dispersion Analysis of a Rocket Flight Simulation Software. Esm 2003 17Th Eur Simul Multiconference - Found Success Model Simul. 2003;(c):222–8.
- [75] Charubhun W, Chusilp P, Nutkumhang N. Effects of Aerodynamic Coefficient Uncertainties on Trajectory Simulation of a Short-Range Solid Propellant Free Rocket. 26TH Int Symp Ballist. 2011;
- [76] Umaras E, Barari A, Guerra Tsuzuki MDS. Intelligent Design Tolerance Allocation for Optimum Adaptability to Manufacturing Using a Monte Carlo Approach. In: IFAC-PapersOnLine. 2019.
- [77] Cao Y, Liu T, Yang J. A comprehensive review of tolerance analysis models. Int J Adv Manuf Technol. 2018;
- [78] Oberle W. Monte Carlo Simulations: Number of Iterations and Accuracy. US Army Res Lab. 2015;
- [79] Qin D ze, Zhang J shi, Pei S yuan, Zhang W. Prediction of Point of impact of anti-ship missile — An approach combining target geometric features, circular error probable (CEP) and laser fuze. Optik (Stuttg). 2020;
- [80] Hanson JM, Beard BB. Applying Monte Carlo simulation to launch vehicle design and requirements verification. J Spacecr Rockets. 2012;
- [81] Ellison SLR, Rosslein M, Williams A, Konopel'ko LA, Garmash A V. EURACHEM/CITAC Guide: Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement. Vol. 58, Journal of Analytical Chemistry. 2003.
- [82] Montgomery D. Design and Analysis of Experiments. 5th ed. New York, NY: John Wiley & Sons; 2000. 684 p.
- [83] Baumann E, Bahm C, Strovers B, Beck R, Richard M. The X-43A six degree of freedom Monte Carlo analysis. In: 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. 2008.
- [84] Ożóg R, Jacewicz M, Głębocki R. Side Thrusters Firing Logic for Artillery Rocket. 5th CEAS Spec Conf Guid Navig Control (Euro GNC 2019), Milano, Italy. 2019;
- [85] Burchett B, Peterson A, Costello M. Prediction of swerving motion of a dual-spin projectile with lateral pulse jets in atmospheric flight. Math Comput Model. 2002;35(7–8):821–34.
- [86] Zuoe F, Jianli S, Linping F. Study on Vertical Attack Penetration Probability of Anti-ship Missile. In: Proceedings of 2019 IEEE International Conference on Artificial Intelligence and Computer Applications, ICAICA 2019. 2019.
- [87] Box S, Bishop CM, Hunt H. Stochastic six-degree-of-freedom flight simulator for

- passively controlled high-power rockets. *J Aerosp Eng.* 2011;
- [88] Corriveau D, Rabbath CA, Goudreau A. Effect of the firing position on aiming error and probability of hit. *Def Technol.* 2019;15(5):713–20.
 - [89] Wessam ME, Chen Z. Firing Precision Evaluation For Unguided Artillery Projectile. In: Lee CJ, editor. *Proceedings of the 2015 International Conference on Artificial Intelligence and Industrial Engineering.* Phuket, Thailand: Science and Engineering Research Center, Hong Kong, China; p. 584–7.
 - [90] Mihailescu C, Radulescu M, Coman F. The analysis of dispersion for trajectories of fire-extinguishing rocket. *Recent Adv Fluid Mech Heat Mass Transf - Proc 9th IASME / WSEAS Int Conf Fluid Mech Aerodyn FMA'11, Proc 9th IASME / WSEAS Int Conf HTE'11, Florence, Italy.* 2011;135–40.
 - [91] Dursun T. Effects of projectile and gun parameters on the dispersion. *Def Sci J.* 2020;70(2):166–74.
 - [92] Le Boedec K. Sensitivity and specificity of normality tests and consequences on reference interval accuracy at small sample size: a computer-simulation study. *Vet Clin Pathol.* 2016;
 - [93] Mbah AK, Paothong A. Shapiro–Francia test compared to other normality test using expected p-value. *J Stat Comput Simul.* 2015;
 - [94] Kim H-Y. Statistical notes for clinical researchers: assessing normal distribution (2) using skewness and kurtosis. *Restor Dent Endod.* 2013;
 - [95] ORCAN F. Parametric or Non-parametric: Skewness to Test Normality for Mean Comparison. *Int J Assess Tools Educ.* 2020 Jun 10;2020(2):236–46.
 - [96] Mishra P, Pandey CM, Singh U, Gupta A, Sahu C, Keshri A. Descriptive statistics and normality tests for statistical data. *Ann Card Anaesth.* 2019 Jan 1;22(1):67–72.
 - [97] Aggarwal R, Ranganathan P. Common pitfalls in statistical analysis: The use of correlation techniques. *Perspect Clin Res.* 2016;7(4):187–90.
 - [98] Wilkinson L. Visualizing Big Data Outliers Through Distributed Aggregation. *IEEE Trans Vis Comput Graph.* 2018;
 - [99] Leys C, Delacre M, Mora YL, Lakens D, Ley C. How to classify, detect, and manage univariate and multivariate outliers, with emphasis on pre-registration. *Int Rev Soc Psychol.* 2019;
 - [100] Gagnon E, Vachon A. Efficiency Analysis of Canards-Based Course Correction Fuze for a 155-mm Spin-Stabilized Projectile. *J Aerosp Eng.* 2016;
 - [101] Breyfogle F. *Implementing Six Sigma: Smarter Solutions Using Statistical Methods.* 2nd

- ed. New York, NY: John Wiley & Sons; 2003.
- [102] Breyfogle F, Cupello J, Meadows B. Managing Six Sigma: A Practical Guide to Understanding, Assessing, and Implementing the Strategy That Yields Bottom Line Success. New York, NY: Wiley; 2001.
 - [103] Farahani A, Tohidi H. Integrated optimization of quality and maintenance: A literature review. *Comput Ind Eng.* 2020;
 - [104] Kumar V, Pratima V, Muthukumaar V. The Performances of Process Capability Indices in the Six-Sigma Competitiveness Levels. In: *Proceedings of the International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*. Bandung, Indonesia; 2018.
 - [105] Harry M. Six Sigma : A Breakthrough Strategy for Profitability. *Qual Prog.* 1998;31:60–4.
 - [106] Varecha J, Majchút I. Modelling of Artillery Fire and Simulation of its Efficiency. *Int Conf Knowledge-Based Organ.* 2019;25(3):pp.174-180.
 - [107] Yang S. Impact-Point-Based Guidance of a Spinning Artillery Rocket Using Canard Cyclic Control. *J Guid Control Dyn.* 2020;43(10):1975–82.
 - [108] Mandić S. Dispersion reduction of artillery rockets guided by flight path steering method. *Aeronaut J.* 2016;120(1225):435–456.
 - [109] ISO 5878:1982. Reference atmospheres for aerospace use. Technical Committee : ISO/TC 20/SC 6 Standard atmosphere, 1982.

ŽIVOTOPIS

Zvonko Trzun rođen je 1969. u Zagrebu, gdje je pohađao osnovnu i srednju školu. Godine 1989. upisuje Fakultet strojarstva i brodogradnje, kojega završava 1994. obranivši diplomski rad pod nazivom „Proračun čvrstoće stacionarne bušaće platforme“ pod mentorstvom prof. dr.sc. J. Sorića.

Po dovršetku studija zapošljava se na Brodarskom institutu u Zagrebu u Sektoru za razvoj specijalnog naoružanja, nakon čega prelazi u Ministarstvo obrane i zapošljava se kao stručni savjetnik. Paralelno 2000. godine završava multidisciplinarni studij Vođenja i upravljanja pokretnim objektima obranivši rad pod nazivom „Proračun vjerojatnosti i simulacija gađanja tenkom“ pod mentorstvom prof. dr.sc. S. Jankovića te stječe akademski stupanj magistra znanosti. Od 2010. radi na Hrvatskom vojnom učilištu kao predavač.

Autor je većeg broja znanstvenih i stručnih radova s područja strojarstva, zrakoplovstva i raketne tehnike te vojne povijesti (vezano uz razvoj proizvodnje i uporabe topništva). Objavljuje sljedeće radove:

1. Trzun, Zvonko; Vrdoljak, Milan; Cajner, Hrvoje. The Effect of Manufacturing Quality on Rocket Precision // Aerospace, 8 (2021), 6; 160, 20 doi:10.3390/aerospace8060160 (međunarodna recenzija, članak, znanstveni);
2. Trzun, Zvonko; Vrdoljak, Milan; Cajner, Hrvoje. Statistical Analysis of Missile's Trajectory Deviation Due to Production Errors // PAMM : Proceedings in applied mathematics and mechanics, 20 (2021), 1; e202000059, 2 doi:10.1002/pamm.202000059 (međunarodna recenzija, članak, znanstveni);
3. Trzun, Zvonko; Vrdoljak, Milan. Monte Carlo Simulation of Missile Trajectories Dispersion Due to Imperfectly Manufactured Warhead // Proceedings of the 31st DAAAM International Symposium / Katalinic, Branko (ur.). Vienna, Austria: DAAAM International, 2020. str. 0574-0583 doi:10.2507/31st.daaam.proceedings.079 (predavanje, međunarodna recenzija, ostalo, znanstveni);
4. Trzun, Zvonko; Andrić, Marijan; Vrdoljak, Milan. Using a 3D Model to Assess Projectile's Impact Points Deviation Due to Manufacturing Errors // INTELLIGENT MANUFACTURING AND AUTOMATION. INTERNATIONAL DAAAM SYMPOSIUM. 30TH 2019. (2 VOLS) / Katalinic, Branko (ur.). Vienna: Danube Adria Association for Automation and Manufacturing (DAAAM), 2020. str. 791-799 doi:10.2507/30th.daaam.proceedings.110 (predavanje, međunarodna recenzija, cjeloviti rad (in extenso), znanstveni);

5. Trzun, Zvonko; Janković, Slobodan. Preciznost sustava oružje-projektil-računalo // Strojarstvo, 45 (2003), 55-64 (podatak o recenziji nije dostupan, prethodno priopćenje, znanstveni).