Modificirano hidraulično udubljivanje na sferi

Škunca, Marko

Doctoral thesis / Disertacija

2009

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:832417

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb





Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

MODIFICIRANO HIDRAULIČNO UDUBLJIVANJE NA SFERI

doktorski rad

Marko Škunca

Zagreb, 2009.

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

MODIFICIRANO HIDRAULIČNO UDUBLJIVANJE NA SFERI

doktorski rad

Mentor:
Prof. dr. sc. Miljenko Math

Marko Škunca dipl. ing.

Zagreb, 2009.

Podaci za bibliografsku karticu

UDK:	539.389:620.172:621.7.044.5
Ključne riječi:	hidraulično udubljivanje, krivulja plastičnog tečenja, modificirano hidraulično udubljivanje, oblikovanje lima, ravninski napregnuto stanje, membranska naprezanja
Znanstveno područje:	tehničke znanosti
Znanstveno polje:	strojarstvo, proizvodno strojarstvo
Institucija u kojoj je rad izrađen:	Fakultet strojarstva i brodogradnje
Mentor:	Prof. dr. sc. Miljenko Math
Broj stranica:	123
Broj slika:	33
Broj tablica:	12
Broj korištenih bibliografskih jedinica:	50
Datum obrane:	3. rujan 2009.
Povjerenstvo:	Dr. sc. Mladen Šercer, red. prof. Dr. sc. Miljenko Math, red. prof. Dr. sc. Zdravko Virag, red. prof. Dr. sc. Janoš Kodvanj, izv. prof. Dr. sc. Branko Grizelj, red. prof.
Institucija u kojoj je rad pohranjen:	Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu

Zahvaljujem supruzi Vesni koja je imala razumijevanja i strpljivo podnijela ovaj napor te mi osigurala neophodan mir za svladavanje svih akademskih obveza koje su urodile ovim doktorskim radom.
Veliki dio moje zahvale ide profesoru Miljenku Mathu za junačku strpljivost i podršku na putu mog sveučilišnog stasanja.
Hvala profesorima, Prof. Branku Grizelju za svesrdnu pomoć u savjetima i materijalima koje mi je slao pri izradi ovog rada. Hvala Prof. Janošu Kodvanju na mudrim naputcima o značenju ovog rada. Hvala Prof. Zdravku Viragu na rješavanju terminoloških dvojbi koje su se javile prilikom izrade rada. Zahvaljujem Prof Mladenu Šerceru na dobrom vođenju Zavoda za vrijeme pisanja ove disertacije. Hvala višem tehničaru gospodinu Karlu Bartu na dragocjenom iskustvu i zlatnim rukama u izradi alata. Hvala gđi. Vesni Đidara na neumornoj pomoći u borbi s administrativnom svakodnevicom. Hvala gđi. Božici Franceković na brizi oko mog ureda gdje sam provodio sate i sate mog rada. Zahvaljujem kolegama sa Zavoda koji su svojom ljubaznošću, iskrenim primjedbama i dobrohotnošću učinili moj boravak na poslu kao kod kuće. Hvala mom ocu Zvonimiru na financijskoj podršci tijekom školovanja. Hvala mojoj pokojnoj majci Zlati na probijanju leda u znanstveno-istraživačkom radu. I na kraju hvala sv. Ivanu Krstitelju na nadahnuću za temu ove doktorske disertacije.

Predgovor

Tehnologija oblikovanja deformiranjem danas ima za cilj iz minimuma utrošenog materijala, masovno proizvoditi elemente konstrukcija maksimalne specifične čvrstoće i krutosti. Temeljeći se na fenomenu očvršćenja, postupci oblikovanja deformiranjem prvi su u postizanju navedenog cilja.

Među dotičnima, istaknuto mjesto zauzima postupak oblikovanja tlakom hidrauličnog medija ili hidrooblikovanje. Kontinuirano djelujući na površinu oblikovanog elementa, tlak u svim njenim dijelovima inducira deformaciju. Na taj način, kumulativna deformacija i kumulativno očvršćenje, višestruko nadmašuju onu deformaciju i ono očvršćenje ostvarivo konvencionalnim postupcima oblikovanja deformiranjem.

Kako bi bilo moguće ovladati hidrooblikovanjem, potrebno je kvantitativno prevladati raskorak između znanstvene ideje i konačnog proizvoda. S tim ciljem uvedena je, po saznanjima autora, nova metoda snimanja krivulje plastičnog tečenja, pod nazivom "Modificirano hidraulično udubljivanje na sferi". Krivulja tečenja snimljena ovom metodom, podesna je za kvantifikaciju ponašanja materijala u plastičnom području pri hidrooblikovanju, osobito ako se uz sami postupak provodi i računalna simulacija.

Ipak, ovo je tek prvi napor i sama predložena metoda zahtijeva daljnju razradu kako bi "novost" zaživjela i u teoriji i u praksi.

Zagreb, svibanj 2009. Marko Škunca dipl. ing.

Sadržaj

Predgovor **IV**

Sadržaj **V**

Sažetak **VIII**

Summary **IX**

Popis slika **X**

Popis tablica **XII**

Popis oznaka **XIII**

1. Uvod **1**

1.1. Definicija problema i pregled dosadašnjih saznanja 1

1.2. Hipoteza rada 2

1.3. Metodologija rada 3

1.4. Očekivani doprinos 4

2. Hidraulično udubljivanje **5**

2.1. Oblikovanje lima 5

2.2. Smjer istraživanja 5

2.3. Teorijske osnove hidrauličnog udubljivanja 6

2.3.1. Membranske sile u osnosimetričnim ljuskama 6

2.4. Kinematika hidrauličnog udubljivanja 8

2.4.1. Izračun deformacije po Hill-u 8

2.4.2. Ekvivalentna konvencionalna deformacija 9

2.4.3. Ekvivalentna logaritamska deformacija 11

2.4.4. Dvije pretpostavke o shemi deformacija kod hidrauličnog udubljivanja 13

2.5. Naprezanja kod hidrauličnog udubljivanja 14

2.5.1. Izračun ekvivalentnog naprezanja 14

2.5.2. Jednakost cirkularnog i meridijanskog naprezanja za proporcionalne postupke . . . 16
2.6. Snimanje krivulje plastičnog tečenja hidrauličnim udubljivanjem . . . 17
2.6.1. Uvjet plastičnog tečenja . . . 18
2.6.2. Krivulja plastičnog tečenja . . . 19
2.6.3. Krivulja plastičnog tečenja - Hill . . . 20

3. Modificirano hidraulično udubljivanje na sferi 21
3.1. Kinematika modificiranog hidrauličnog udubljivanja . . . 21
3.2. Naprezanja u točci K . . . 23
3.3. Naprezanja u točci E . . . 25
3.4. Naprezanja u točci O . . . 29

4. Mjerenja 30
4.1. Klasično hidraulično udubljivanje . . . 31
4.2. Modificirano hidraulično udubljivanje na sferi . . . 36
4.3. Mjerna nesigurnost . . . 41
4.3.1. Mjerna nesigurnost deformacije u točkama K i O . . . 42
4.3.2. Mjerna nesigurnost deformacije u točci E . . . 43
4.3.3. Mjerna nesigurnost naprezanja u točci K . . . 43
4.3.4. Mjerna nesigurnost naprezanja u točci E . . . 44
4.3.5. Mjerna nesigurnost naprezanja u točci O . . . 46
4.3.6. Izračun mjernih nesigurnosti . . . 47

5. Računalna simulacija 50
5.1. Osnosimetrični/2D numerički model . . . 53
5.2. Trodimenzijski numerički model . . . 56
5.3. Usporedba numeričkih vrijednosti i eksperimentalnih rezultata . . . 59
5.3.1. Klasično hidraulično udubljivanje . . . 59
5.3.2. Modificirano hidraulično udubljivanje na sferi . . . 62

6. Zaključak i preporuke za daljnja istraživanja 73

7. Dodatak 77
7.1. Veza logaritamske i konvencionalne deformacije . . . 77

7.1.1. Veza konvencionalne i logaritamske deformacije 77
7.1.2. Hipoteza o nestlačivosti 79
7.2. Izvod membranske jednadžbe 80
7.3. Izvod cirkularne deformacije kod Hill-a 82
7.4. Tenzor male deformacije i njegove invarijante 84
7.5. Faktor trenja u plastičnom području 86
7.6. Uvjet kompatibilnosti 88
7.7. Polarno razlaganje tenzora gradijenta deformacije, Henckyevi tenzori prirodne deformacije 90
7.7.1. Polarno razlaganje tenzora gradijenta deformacije 90
7.7.2. Hencky-evi tenzori prirodne deformacije 91
7.8. Dvije pretpostavke o shemi deformacija 93
7.9. Mjerna nesigurnost 97

8. Literatura **102**

Životopis **107**

Biography **108**

Sažetak

U radu je predložena nova metoda snimanja krivulje plastičnog tečenja pod nazivom *modificirano hidraulično udubljivanje na sferi*. Metoda je izvedena iz postupka hidrauličnog udubljivanja. Na napravi izrađenoj za oba navedena postupka, snimljene su krivulje plastičnog tečenja aluminijskog lima. Kako bi se mogle usporediti dvije metode, izvedeni su za to prikladni izrazi; za kinematiku i pripadajuća naprezanja. U oba slučaja korištena je pretpostavka membranskih naprezanja u limu i izvedeni su uvjeti plastičnog tečenja, neophodni za snimanje krivulje plastičnog tečenja. Usporedbom korištenih metoda ukazano je na prednosti modificirane metode. Uz analitički pristup problemu te provedene eksperimente, rezultati su modelirani i metodom konačnih elemenata. Modificirani postupak se pokazao primjerenim i za provjeru numeričkog modela, jer omogućava izravno mjerenje naprezanja u materijalu što nije moguće kod klasičnog hidrauličnog udubljivanja.

Ključne riječi: hidraulično udubljivanje, krivulja plastičnog tečenja, modificirano hidraulično udubljivanje, oblikovanje lima, ravninski napregnuto stanje, membranska naprezanja

Summary

In the paper, an original method of the stress-strain diagram acquisition named modified hydraulic bulging on the sphere is introduced. The method has been derived from the hydraulic bulging test. True stress-strain curves were established for aluminium sheet on the experimental apparatus designed for both methods. For the purpose of comparing the two research methods, appropriate expressions, i.e. expressions for kinematics and particular equivalent stresses, were derived. In both cases, the assumption of the membrane stress state was used and the flow rule was determined, which was necessary for establishing the true stress-strain curve. The comparison between the used methods has shown the advantages of the modified method. Besides the analytical approach and the conducted experiments, the results were modelled using the finite element method. The modified method has proved to be adequate for checking the numerical model, because it enables direct experimental measurement of the true stresses in the material, which cannot be done when the classical hydraulic bulging test is used.

Keywords: hydraulic bulging, true stress-strain diagram, modified hydraulic bulginig, sheet metal forming, plane stress, membrane stress

Popis slika

2.1 Osnovni pojmovi osnosimetrične ljuske 6
2.2 Shema hidrauličnog udubljivanja 7
2.3 Krivulja plastičnog tečenja 19
2.4 Krivulja plastičnog tečenja snimljena različitim metodama 20

3.1 Shema modificiranog hidrauličnog udubljivanja 22
3.2 Izravno mjereno naprezanje modificiranim udubljivanjem 23
3.3 Određivanje naprezanja u presjeku E 26

4.1 Naprava za klasično i modificirano udubljivanje 31
4.2 Shema centralnog dijela naprave 32
4.3 Hidraulična shema naprave 33
4.4 Shema mjerenih veličina kod klasičnog hidrauličnog udubljivanja . 34
4.5 Krivulje plastičnog tečenja, klasično udubljivanje 35
4.6 Skica modificiranog hidrauličnog udubljivanja 36
4.7 Oblikovane rondele 37
4.8 Krivulja plastičnog tečenja snimljena modificiranim hidrauličnim udubljivanjem 38

5.1 Modifikacija Coulomb-ovog modela trenja 51
5.2 Bilinearni Coulomb-ov model trenja 52
5.3 2D MKE model klasičnog udubljivanja 53
5.4 2D MKE model, modificirano udubljivnje 54
5.5 3D MKE model, klasično udubljivanje 56
5.6 3D MKE model, klasično udubljivanje 57
5.7 3D MKE model modificiranog hidrauličnog udubljivanja na sferi . 58
5.8 3D MKE model modificiranog hidrauličnog udubljivanja na sferi . 58
5.9 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene visine ispupčenja u točci P 59

5.10 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene debljine lima u točci P 61
5.11 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene sile kod modificiranog udubljivanja 63
5.12 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene visine ispupčenja lima u točci B 65
5.13 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene debljine lima u točci K 67
5.14 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene debljine lima u točci K 68
5.15 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivenog promjera u točci K 69
5.16 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivenog promjera u točci E 71

7.1 Izvod membranske jednadžbe 80
7.2 Geometrijska analiza deformacije - Hill 83

Popis tablica

4.1 Provedena mjerenja i izračunata naprezanja kod modificiranog hidrauličnog udubljivanja 40
4.2 Izračun mjerne nesigurnosti 49

5.1 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene visine ispupčenja u točci P 60
5.2 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene debljine lima u točci P 62
5.3 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene sile kod modificiranog udubljivanja 64
5.4 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene visine ispupčenja u točci B 66
5.5 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene debljine lima u točci K 66
5.6 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene debljine lima u točci E 66
5.7 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivenog promjera u točci K 70
5.8 Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivenog promjera u točci E 70

7.1 Jednostavni primjer izračuna mjerne nesigurnosti 97
7.2 Poopćeni primjer izračuna mjerne nesigurnosti 97

Popis oznaka

Oznaka	Opis	Korištena jedinica
A	Površina	mm^2
a	Radijus prstena kod HU	mm
B_{ij}	Lijevi Cauchy-Greenov tenzor deformiranosti	
B_{ij}^{-1}	Inverzni oblik tenzora B_{ij}	
C	Konstanta	N/mm^2
e_{ij}	Tenzor devijatora deformacije	
E	Youngov modul elastičnosti	N/mm^2
F_{ij}	Materijalni tenzor gradijenta deformiranja	
F_{ij}^{-1}	Prostorni tenzor gradijenta deformiranja	
h	Visina ispupčenja kod HU	mm
H_{ij}^{*}	Hencky-ev tenzor prirodne deformacije u prostornim koordinatama	
I_1, I_2, I_3	Invarijante tenzora drugog reda	
k_f	Naprezanje plastičnog tečenja	N/mm^2
n	Eksponent očvršćenja	
p	Pretlak oblikovanja	MPa
p_{knt}	Kontaktni tlak lima i sfere	MPa
r_m	Meridijanski radijus zakrivljenosti	mm
r_c	Cirkularni radijus zakrivljenosti	mm
r	Radijus zakrivljenosti	mm
R	Radijus sfere	mm
$R_{p0,2}$	Konvencionalna granica razvlačenja	N/mm^2
r_K	Radijalna koordinata točke K	mm
r_{rub}	radijus zaobljenja ruba matrice	mm
R_{ij}	Ortogonalan tenzor	
s	Debljina ljuske	mm
s_0	Početna debljina ljuske	mm

s_K	Debljina ljuske u točci K	mm
s_{ij}	Tenzor devijatora naprezanja	N/mm^2
T	Intenzitet smičnog naprezanja	N/mm^2
U_{ij}	Desni tenzor izduženja	
u	Mjerna nesigurnost	
V_{ij}	Lijevi tenzor izduženja	
β	Faktor deformacije	
Γ	Intenzitet kutne deformacije	
γ	Kutna deformacija	
ϵ_m	Meridijanska konvencionalna deformacija	
ϵ_c	Cirkularna konvencionalna deformacija	
ϵ_n	Normalna konvencionalna deformacija	
ϵ_{ij}	Tenzor deformacije	
ϵ	Konvencionalna ili duljinska deformacija	
ϵ_{ekv}	Ekvivalentna deformacija	
ν	Poissonov faktor	
σ_m	Meridijansko naprezanje	N/mm^2
σ_c	Cirkularno naprezanje	N/mm^2
σ_n	Normalno naprezanje	N/mm^2
σ_{ij}	Tenzor naprezanja	N/mm^2
$\sigma_{m,K}$	Meridijansko naprezanje u točci K	N/mm^2
$\sigma_{c,K}$	Cirkularno naprezanje u točci K	N/mm^2
$\sigma_{n,K}$	Normalno naprezanje u točci K	N/mm^2
σ	Standardna devijacija	
φ_m	Meridijanska logaritamska deformacija	
φ_c	Cirkularna logaritamska deformacija	
φ_n	Normalna logaritamska deformacija	
φ_{ekv}	Ekvivalentna logaritamska deformacija	

Indeksi

B	Točka B
E	Točka E
Hill	vrijednosti vezane uz Hillovo razmatranje hidrauličnog udubljivanja
K	Točka K

O	Točka O
P	veličine vezane uz točku na polu kod hidrauličnog udubljivanja

Kratice

HU	Hidraulično udubljivanje
OD	Oblikovanje deformiranjem

Poglavlje 1.

Uvod

1.1. Definicija problema i pregled dosadašnjih saznanja

Suvremeni proizvodni postupci, više nego ikada ranije, uvjetovani su nizom netehničkih normi, propisa i zakona. Primarni uzrok tomu su cijene materijala u vidu zahtjeva za povećanjem specifične čvrstoće konstrukcija te briga za čovjeka i okoliš, koja sve više poprima pravnu formu [1]. Postavljaju se zahtjevi da se željena mehanička svojstva moraju postići ili čak premašiti, i to utroškom manje mase materijala. Novi materijali omogućavaju postizanje navedenih ciljeva, ali zahtijevaju nova znanja u izradi alata. Jedan od takvih postupaka je hidrooblikovanje. Teorijski proučavano još 1950.[2] s eksperimentalno utvrđenim prednostima u postupcima oblikovanja lima [3], širu primjenu je ovaj postupak našao tek danas u automobilskoj industriji, posebice uvođenjem novih materijala. Smanjena oblikovljivost dotičnih materijala u okvirima do tada poznatih postupaka, kao što je duboko vučenje ili rastezno oblikovanje, nametnula je potrebu implementacije postupka hidrooblikovanja. Rezultat je smanjenje cjelokupne mase vozila uz istovremeno povećanje aktivne i pasivne sigurnosti.

Postupak hidrooblikovanja, odnosno deformiranja lima tlakom hidrauličnog medija, karakterizira membranski napregnuto stanje [3], [4]. Takvo napregnuto stanje, iako dominantno u području vlačnih naprezanja, povoljno utječe na oblikovljivost materijala. Kontinuirano djelovanje hidrauličnog medija na tlačenu površinu platine (polazna geometrija odnosno krojeni lim), omogućava ujednačeno deformiranje i istovremeno tečenje svih njenih segmenata. To rezultira ujednačenijom raspodjelom debljine izratka, a kumulativna deformacija je velika unatoč nepovoljnoj shemi napregnutog stanja [5].

Poput nekih drugih postupaka (kovanje, savijanje...), razlikuje se slobodno i hidrooblikovanje u gravuri. Kod slobodnog hidrooblikovanja, materijal teče neometano stjenkama gravure. Kod hidrooblikovanja u gravuri obradak poprima geometriju gravure. Ipak, tečenje materijala i unutar gravure je slobodno, sve dok materijal ne dotakne stjenku gravure. Prema istraživanjima [6] pokazalo se, kako je upravo faza slobodnog hidrooblikovanja u gravuri, ključna za konačnu distribuciju debljine izratka. Uz navedeno, isti eksperimenti su pokazali kako se u trenutku kada lim dotakne stjenku alata, deformiranje odvija u dijelu gdje još nije ostvaren kontakt.

Obzirom da je primjena postupka hidrooblikovanja novijeg datuma, područje njegove potencijalne implementacije je veliko, a iskustva u izradi alata skromna, istraživanja koja se poduzimaju usavršavaju eksperimentalne [7] i numeričke [8] postupke i metode. Krajnji cilj je proizvodnja bez izrade prototipova [9], odnosno modeli koji će biti u stanju sa što većim stupnjem pouzdanosti modelirati hidrooblikovanje zadane geometrije. U tu svrhu potrebno je razvijati eksperimentalne metode koje će omogućiti snimanje krivulje plastičnog tečenja pri kompleksnim shemama napregnutog stanja.

Već je niz autora izdvojio hidraulično udubljivanje u kružnom otvoru, kao paradigmu idealnog procesa oblikovanja [10], [11]. Uz navedeno, hidraulično udubljivanje je moguće koristiti i kao metodu snimanja krivulje plastičnog tečenja. Ipak, zbog niza poteškoća [12] ovaj postupak još nije naišao na širu primjenu u snimanju ove konstitutivne krivulje za postupke oblikovanja lima a posebno hidrauličnog oblikovanja. Osobito se ovi prijepori odnose na nemogućnost pouzdanog određivanja polja deformacije i naprezanja čija nelinearna međuzavisnost otežava interpretaciju mjerenih rezultata [7], [13]. Umnožavanjem postupaka oblikovanja lima u kojima dominira deformacija ostvarena kontinuiranim opterećenjem, [14], [15], [16], metoda hidrauličnog udubljivanja dobiva na značenju. Temeljeći se na teoriji ljusaka [2], [4], uz odgovarajuće eksperimentalne aproksimacije [12], snimanje krivulje plastičnog tečenja hidrauličnim udubljivanjem se unaprijeđuje i pokušava razviti u standardnu metodu.

1.2. Hipoteza rada

Nedostatak metode hidrauličnog udubljivanja je nemogućnost određivanja naprezanja mjerenjem sile na poznatom presjeku, a koje je neophodno za

određivanje naprezanja plastičnog tečenja i snimanje krivulje plastičnog tečenja. Poteškoće u određivanju kinematike hidrauličnog udubljivanja mjerenjem geometrije ispupčenja, najveća su prepreka pouzdanom povezivanju deformacije i naprezanja. Pretpostavka je da se taj nedostatak u značajnoj mjeri otklanja modificiranim hidrauličnim udubljivanjem na sferi (MHU na sferi), te da metoda daje eksperimentalno pouzdan i potpun skup podataka potrebnih za snimanje krivulje plastičnog tečenja materijala u obliku lima.

Mjerenja na napravi za modificirano hidraulično udubljivanje na sferi, trebala bi osigurati istovremeno mjerenje naprezanja plastičnog tečenja i deformacija u tri točke, odnosno jednim mjerenjem bi se moglo odrediti tri točke krivulje tečenja, što nije slučaj niti kod metode po Siebel-Schwaigereru [17], a niti kod metode po Rastagaevu [18]. Kod prve točke mjerenja pri modificiranom hidrauličnom udubljivanju, koja se nalazi na obodu kontakta sfera-lim, poznati su i cirkularni i meridijanski polumjer zakrivljenosti, što uz poznavanje meridijanskog naprezanja, pojednostavnjuje izračun naprezanja plastičnog tečenja u materijalu.

Kod druge točke mjerenja koja se također nalazi na sferi postavljanjem uvjeta ravnoteže te ekstrapolacijom iz prve točke mjerenja, dobivati će se krivulja tečenja za veće stupnjeve deformacije unatoč postojanju kontakta sfera-lim.

Pretpostavka o raspodijeli tlaka na kontaktnoj površini sfera - lim, pružiti će mogućnost snimanja treće točke krivulje plastičnog tečenja. Navedenim će rad upotpuniti napore istraživača u razmatranju problema kontakta i kalibracije geometrije u posljednjoj fazi hidrooblikovanja; kako kod modificiranog hidrauličnog udubljivanja, tako i kod drugih postupaka oblikovanja lima, u kojima dominira ravninsko stanje naprezanja[1]. Razmatrajući istovremeno tečenje materijala u svim točkama slobodne deformirajuće površine, a i u području kontakta sa sferom, razmatrana metoda će omogućiti bolje poznavanje pripadajućih polja naprezanja i deformacija. Navedeno je istovremeno i sredstvo i cilj projektiranja svih, a osobito novijih postupaka oblikovanja, materijala s većim eksponentom očvršćenja.

1.3. Metodologija rada

Prilikom izrade rada, u Laboratoriju za oblikovanje deformiranjem, konstruirana je i izrađena naprava za hidraulično udubljivanje i modificirano hidraulično udubljivanje na sferi. Akvizicija mjerenih podataka izvedena je se digitalnim

[1] razmatrano membransko naprezanje, poseban je slučaj ravninskog stanja naprezanja

manometrom i ekstenzometrom za hidraulično udubljivanje, te digitalnim manometrom i dinamometrom za modificirano udubljivanje na sferi. U oba slučaja korištena je posebno izrađena mikrometarska mjerna potkova većih gabarita, kako bi se otklonila potreba za rezanjem udubljenog uzorka.

Ova, prema saznanjima autora prva, do sada neprimijenjena aplikacija modificiranog hidrauličnog udubljivanja na sferi u cilju snimanja krivulje plastičnog tečenja, izvedena je samo za jedan materijal; aluminij tvorničke kvalitete Al99.5, kako bi se minimizirao utjecaj materijala kod razrade ove još nove metode.

Naposljetku izrađen je numerički model obiju metoda u MSC Marc Mentat-u, te su verificirane i uspoređene sve eksperimentalno mjerene veličine, a osobito krivulja plastičnog tečenja dobivena klasičnim i modificiranim hidrauličnim udubljivanjem na sferi.

1.4. Očekivani doprinos

Modificirano hidraulično udubljivanje na sferi, trebalo bi predstavljati originalnu i pouzdaniju metodu snimanja krivulje plastičnog tečenja materijala u obliku lima. Očekuje se bolje podudaranje, odnosno ekstrapolacija sa krivuljama tečenja snimljenima vlačnom metodom. Navedeno bi trebalo rezultirati točnijom krivuljom plastičnog tečenja; a time i olakšati ispravno modeliranje i projektiranje postupaka oblikovanja i pripadajućih alata.

Osobit doprinos se očekuje na području modeliranja slobodnog oblikovanja tlakom hidrauličnog medija, obzirom na malu pozornost koju istraživači posvećuju upravo razmatranoj kategoriji kvantitativnih ispitivanja duktilnosti materijala u obliku lima [9]. Modificirano hidraulično udubljivanje na sferi bi trebalo uvelike pomoći u kalibraciji programskih paketa za modeliranje velikih deformacija, gdje se uz rješavanje problema mehanike kontinuuma, paralelno rješava niz specifičnih algoritamskih problema, vezanih uz primjenjivost numeričkih metoda u inženjerskoj praksi [8].

Poglavlje 2.

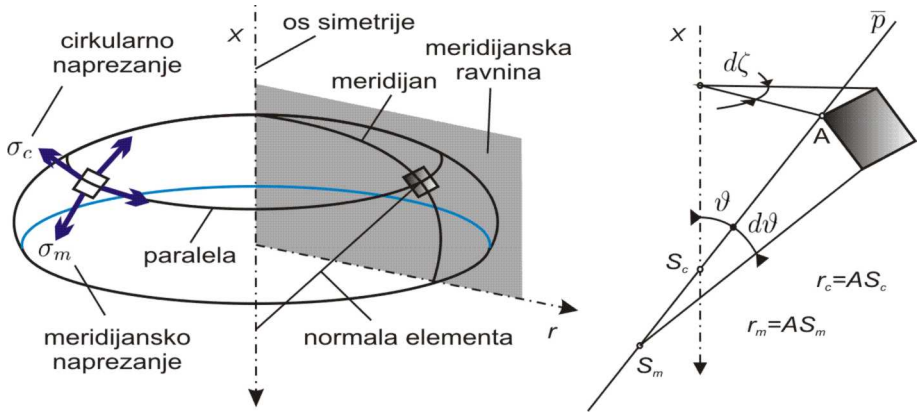
Hidraulično udubljivanje

2.1. Oblikovanje lima

Uz klasične postupke oblikovanja deformiranjem [17], postoji cijeli niz nekonvencionalnih postupaka oblikovanja, koji se još nazivaju i naprednim postupcima oblikovanja [15, 14, 16]. Pridjev suvremenosti pojedinim postupcima oblikovanja deformiranjem osim korištenja numeričke kontrole [19], daje primjena fizikalnih fenomena u postupcima kao što su; oblikovanje laserom [20], oblikovanje viskoplastičnim medijem [21] ili pak oblikovanje tlakom hidrauličnog medija [22]. Postoje čak i kombinacije numeričkog vođenja i fizikalnih fenomena u postupcima kakav je opisan u [23]. Zajedničko svim navedenim postupcima je da se dotičnima obrađuju prvenstveno limovi od najrazličitijih materijala. Dominacija panelnih nad masivnim elementima konstrukcija, ima svoje najjače uporište u cijeni metalnih materijala i njenom rastu početkom 21. stoljeća. Veže li se uz navedeno i potrošnja energenata vezana na masu vozila, dominacija lima i pripadajućih postupaka oblikovanja deformiranjem biva potpuno razumljiva.

2.2. Smjer istraživanja

Ovaj rad vezan je na postupke oblikovanja lima tlakom hidrauličnog medija. Pri tom se koristi matematička teorija plastičnosti, razmatrajući fizikalno očitovanje hidrauličnog medija samo na makrorazini [24]. U tu svrhu proučavanja odabranog aluminijskog lima, konstruirana je naprava za klasično i modificirano hidraulično udubljivanje na sferi. Postupak klasičnog hidrauličnog udubljivanja već je dobro poznat i obrađen u literaturi, dok je modificirano hidraulično udubljivanje na sferi, prema trenutnim saznanjima autora, do sada nepoznati postupak snimanja krivulje plastičnog tečenja.



Slika 2.1: *Osnovni pojmovi osnosimetrične ljuske koji se javljaju u izrazima za naprezanje i deformaciju*

Na slici 2.2. Shematski je prikazan klasični postupak hidrauličnog udubljivanja namijenjenog snimanju krivulje plastičnog tečenja. Radijus prstena $a = 60$ mm.

2.3. Teorijske osnove hidrauličnog udubljivanja

2.3.1. Membranske sile u osnosimetričnim ljuskama

Osnosimetrična ljuska nastaje rotacijom ravninske krivulje, odnosno meridijana oko osi X, slika 2.1. [4]. Na taj način nastalu dvostruko zakrivljenu površinu karakteriziraju; meridijanski polumjer zakrivljenosti r_m i cirkularni polumjer zakrivljenosti r_c. Oba polumjera zakrivljenosti razmatrane točke, npr. točke A, leže na istome pravcu $\overline{p}$. Ovaj pravac se poklapa s normalom razmatrane točke i leži u meridijanskoj ravnini. Kod osnosimetričnih ljusaka središte cirkularnog polumjera zakrivljenosti S_c uvijek leži na osi simetrije X. Središte meridijanskoga polumjera zakrivljenosti S_m leži bilo gdje na pravcu $\overline{p}$, zavisno o geometriji ravninske krivulje kojom je inducirana osnosimetrična ljuska.

Kao posljedica djelovanja tlaka p na konkavnoj strani cirkularnog radijusa r_c, na diferencijalni element ljuske djeluju dva, međusobno okomita vlačna naprezanja; meridijansko naprezanje σ_m i cirkularno naprezanje σ_c. Ovo su ujedno i glavna naprezanja na diferencijalnome elementu ljuske, a prikazana su na slici 2.1.

Ako su zadovoljeni sljedeći uvjeti prema [4]:

1. Da je ljuska tanka, odnosno da polumjeri zakrivljenosti r_m i r_c i debljina s zadovoljavaju sljedeći uvjet

$$\frac{s}{r_m} \leq \frac{1}{20}, \quad \frac{s}{r_c} \leq \frac{1}{20} \tag{2.1}$$

2. Da je promjena opterećenja duž meridijana postupna

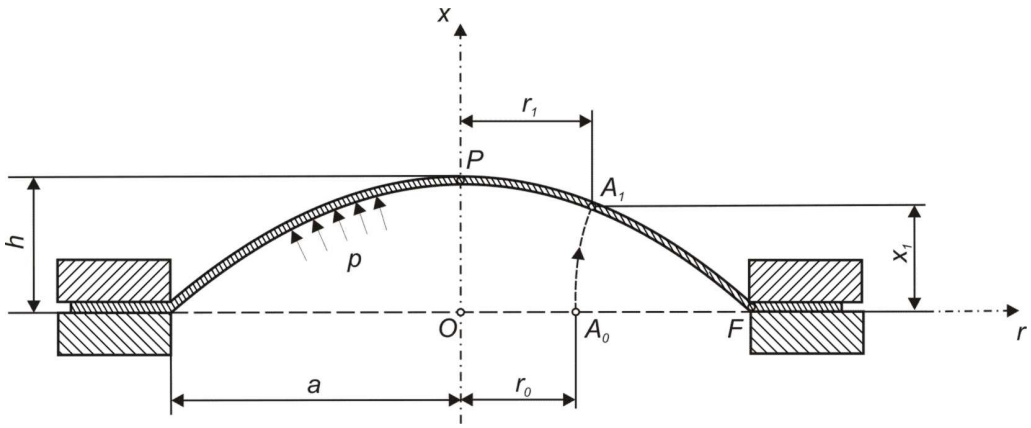
$$|\frac{Dr_c^2}{Es}\frac{d^4 p_n}{dl^4}| << |p_n| \tag{2.2}$$

gdje je D fleksijska krutost ljuske $D = Es^3/12(1-\nu^2)$, p_n tlak koji djeluje na ljusku i dl diferencijal duljine u meridijanskoj ravnini.

3. Promjena polumjera zakrivljenosti je blaga

$$|\frac{Dr_c^2}{Es}\frac{d^4}{dl^4}\frac{1}{r_m}| << |\frac{1}{r_m}| \tag{2.3}$$

tada u ljusci vlada membransko naprezanje, a za naprezanja σ_m i σ_c kaže se da su *membranska naprezanja*. Postavljajući uvjete ravnoteže na diferencijalni element membrane dobivaju se diferencijalne jednadžbe čije rješenje je *jednadžba*



Slika 2.2: *Shema hidrauličnog udubljivanja prema [2]*

membrane[1] (2.4).

$$\frac{\sigma_m}{r_m} + \frac{\sigma_c}{r_c} = \frac{p}{s} \tag{2.4}$$

gdje je p tlak koji djeluje s konkavne strane cirkularnog radijusa ljuske, dok je s debljina ljuske.

2.4. Kinematika hidrauličnog udubljivanja

2.4.1. Izračun deformacije po Hill-u

Još kod prvih teorijskih i eksperimentalnih razmatranja hidrauličnog udubljivanja [25, 2, 3, 26], pretpostavljena je te eksperimentalno potvrđena sferna geometrija ispupčenja i najveća deformacija na polu ispupčenja P. Uz navedeno pretpostavljena je deformacija ljuske pri kojoj se ne javlja savijanje, odnosno pretpostavlja se membransko stanje naprezanja u ljusci. Kao specijalan slučaj u radu [2], pretpostavljena je jednakost meridijanske i cirkularne deformacije, koja će biti korištena i u ovome radu, odnosno

$$\epsilon_n > \epsilon_m = \epsilon_c \ . \tag{2.5}$$

Koristeći navedenu pretpostavku, geometrijskom analizom hidrauličnog udubljivanja, navedenom u dodatku 7.3., dobiva se jednostavan algebarski izraz za raspodjelu konvencionalne cirkularne deformacije.

$$\epsilon_c = \frac{hz}{a^2} \tag{2.6}$$

Gdje je z aksijalna koordinata promatrane točke na ispupčenju, a radijus otvora udubljivanja i h trenutno najveća visina ispupčenja. Veza između konvencionalne i logaritamske deformacije opisana u dodatku 7.1. glasi

$$\varphi = \ln(1 + \epsilon) \tag{2.7}$$

daje

$$\varphi_c = \ln(1 + \epsilon_c) \ . \tag{2.8}$$

[1] Izvod jednadžbe membrane dan je u dodatku 7.2.

Hipoteza o nestlačivosti izražena s pomoću logaritamske deformacije glasi

$$\varphi_c + \varphi_m + \varphi_n = 0 \tag{2.9}$$

Uvrste li se izraz (2.8) i pretpostavka (2.5) u jednadžbu (2.9), dobiva se izraz za raspodjelu logaritamske normalne deformacije φ_n.

$$\varphi_n = -2\ln(1 + \frac{hz}{a^2}) \tag{2.10}$$

Kod snimanja krivulje plastičnog tečenja deformacija na polu ispupčenja P dobiva se uvrštavanjem $z = h$ u jednadžbu (2.10). Izraz za logaritamsku normalnu deformaciju kod hidrauličnog udubljivanja po Hill-u [2] glasi

$$\varphi_{n,Hill} = -2ln[1 + (\frac{h}{a})^2)] \tag{2.11}$$

a izveden je u dodatku 7.3.. Jednadžba (2.11), koristit će se za određivanje deformacije kod snimanja krivulje plastičnog tečenja hidrauličnim udubljivanjem. Na ovaj način izračunata logaritamska deformacija identična je deformaciji kod snimanja krivulje plastičnog tečenja sabijanjem valjaka kako je već pokazano [27].

2.4.2. Ekvivalentna konvencionalna deformacija

Ekvivalentna deformacija je skalarna veličina koja se na fizikalno prihvatljiv način izračunava iz pripadajućeg tenzora. Na ovaj način se u povezivanju deformacije i naprezanja, pri snimanju krivulje plastičnog tečenja, dobiva na jednostavnosti jer se namjesto tenzorom barata deformacijom kao skalarnom veličinom.

Obzirom da je postupak deformiranja primjereno promatrati kao proces kontinuiranog smicanja materijala bez narušavanja kontinuiteta i kompatibilnosti kontinuuma[1], prva skalarna veličina izvedena iz devijatora male deformacije je intenzitet kutne deformacije Γ

$$\Gamma = 2\sqrt{|I_2(e_{ij})|} \tag{2.12}$$

[1]Pod kompatibilnošću se podrazumijeva analitički definiran *uvjet kompatibilnosti* [24] koji je dan u dodatku 7.6., dok očuvanje kontinuiteta podrazumijeva izostanak napukline ili pukotine koji se kao diskontinuitet analitički opisuje alatima mehanike loma.

Gdje je $I_2(e_{ij})$ druga invarijanta devijatora male deformacije, dana u dodatku 7.4.. Izražen preko komponenata tenzora male deformacije, intenzitet kutne deformacije iznosi

$$\Gamma = \sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{xz}^2 + \gamma_{yz}^2)} \tag{2.13}$$

u slučaju čistog smicanja $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0 \qquad \gamma_{xy} = \gamma$ intenzitet kutne deformacije jednak je kutnoj deformaciji

$$\Gamma = \gamma \tag{2.14}$$

Faktor proporcionalnosti 2 u izrazu (2.12) odabran je upravo tako da za slučaj čistog smicanja intenzitet kutne deformacije bude jednak kutnoj deformaciji.

Na sličan način definira se i ekvivalentna konvencionalna deformacija ϵ_{ekv} koja je proporcionalna intenzitetu kutne deformacije odnosno

$$\epsilon_{ekv} \sim \Gamma \tag{2.15}$$

Kako bi se na mjesto $\sim$ mogao staviti znak jednakosti, odabran je faktor proporcionalnosti $1/\sqrt{3}$ koji za slučaj čistog sabijanja ili istezanja $\gamma_{xy} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ uz $\epsilon_x = \epsilon$ i $\epsilon_y = \epsilon_z = -\,0,5\,\epsilon$ daje

$$\epsilon_{ekv} = \epsilon \tag{2.16}$$

pa izraz za ekvivalentnu deformaciju glasi

$$\epsilon_{ekv} = \frac{1}{\sqrt{3}}\Gamma \tag{2.17}$$

raspisan po komponentama tenzora male deformacije

$$\epsilon_{ekv} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\epsilon_x - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_y - \epsilon_z)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{xz}^2 + \gamma_{yz}^2)} \tag{2.18}$$

dok se izražavanjem preko glavnih deformacija ϵ_1, ϵ_2 i ϵ_3 dobiva

$$\epsilon_{ekv} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_1 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2} \tag{2.19}$$

u poopćenom izrazu preko druge invarijante devijatora deformacije dobiva se

$$\epsilon_{ekv} = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{|I_2(e_{ij})|} \tag{2.20}$$

odnosno

$$\epsilon_{ekv} = \sqrt{\frac{2}{3}e_{ij}e_{ij}}\ . \tag{2.21}$$

Gdje je e_{ij} devijator male deformacije.

2.4.3. Ekvivalentna logaritamska deformacija

Obzirom da izrazi za ekvivalentnu konvencionalnu deformaciju (2.17)-(2.21) vrijede samo za male deformacije[1] ϵ_1, ϵ_2 i $\epsilon_3 << 1$, potrebno je koristiti ekvivalentnu logaritamsku deformaciju koja će pokriti područje velikih deformacija pri snimanju krivulje plastičnog tečenja.

U tu svrhu koristit će se definicija tenzora logaritamske ili prirodne deformacije kako ju je uveo Hencky prema [28]. Odnosno

$$H^*_{jk} = \frac{1}{2}\ln(B_{jk}) \tag{2.22}$$

$$H^*_{jk} = \ln(V_{jk}) \tag{2.23}$$

gdje je H^*_{jk} Henckyev tenzor deformacije u prostornim koordinatama, B_{jk} je lijevi Cauchy-Greenov tenzor deformiranosti i V_{jk} je lijevi tenzor izduženja[2]. Osim izraza (2.22) - (2.23) poopćenje logaritamske deformacije moguće je izraziti i preko Hencky-evog tenzora deformacije u materijalnim koordinatama H_{jk} odnosno

$$H_{jk} = \frac{1}{2}\ln(C_{jk}) \tag{2.24}$$

$$H_{jk} = \ln(U_{jk}) \tag{2.25}$$

Gdje je C_{jk} desni Cauchy-Greenov tenzor deformiranosti a U_{jk} je desni tenzor izduženja.

[1] Ovo je izravna posljedica činjenice da je izraz za ekvivalentnu deformaciju preuzet iz mehanike kontinuuma elastičnih tijela

[2] navedene tenzorske relacije i pripadajući tenzori objašnjeni su u dodatku 7.7.

Kao poopćenje logaritamske deformacije koristiti će se Hencky-ev tenzor deformacije u prostornim koordinatama H^*_{jk}, jer pretpostavlja se da je u početnome trenutku razmatrana nedeformirana geometrija poznata. Tako je prema izrazu (2.23)

$$H^*_{jk} = \ln(V_{jk}) \tag{2.26}$$

Gdje tenzor izduženosti V_{jk} ima jednoznačno fizikalno značenje opisano u dodatku. Odabirući koordinatni sustav tako da se njegove osi podudaraju s glavnim pravcima[1] tenzora V_{ij} dobiva se

$$V_{ij} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

Gdje su λ_1, λ_2 i λ_3 glavne vrijednosti tenzora izduženja. Tada je prema izrazu 2.26

$$H^*_{jk} = \begin{pmatrix} \ln(\lambda_1) & 0 & 0 \\ 0 & \ln(\lambda_2) & 0 \\ 0 & 0 & \ln(\lambda_3) \end{pmatrix} \tag{2.28}$$

Odnosno može se logaritamsku deformaciju zapisati u tenzorskom obliku

$$\varphi_{ij} = H^*_{jk} \tag{2.29}$$

Sada je moguće kao i kod konvencionalne deformacije izraziti ekvivalentnu deformaciju preko druge invarijante tenzora logaritamske deformacije $I_2(\varphi_{ij})$ odnosno

$$\varphi_{ekv} \sim \sqrt{|I_2(\varphi_{ij})|} \tag{2.30}$$

gdje

$$I_2(\varphi_{ij}) = \frac{1}{2}(\varphi_{ii}\varphi_{jj} - \varphi_{ij}\varphi_{ij}) \tag{2.31}$$

[1]eksperimentalno se uvijek odabire mjerenje u sustavu glavnih osi kako bi mjerenje u potpunosti obuhvatilo mjerenu veličinu. Mjerenje najveće glavne deformacije kod npr. vlačnog pokusa uz hipotezu o nestlačivosti koja daje iznos druga dva glavna naprezanja, u potpunosti definira deformirano stanje tijela za svaku orijentaciju koordinatnoga sustava

Uvrste li se glavne vrijednosti tenzora logaritamske deformacije φ_1, φ_2 i φ_3 proizlazi

$$I_2(\varphi_{ij}) = \frac{1}{2}((\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)^2 - \varphi_1^2 - \varphi_2^2 - \varphi_3^2) \tag{2.32}$$

Kako je prema hipotezi o nestlačivosti medija $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0$ proizlazi

$$I_2(\varphi_{ij}) = \frac{1}{2}(-\varphi_1^2 - \varphi_2^2 - \varphi_3^2) \tag{2.33}$$

Kako bi u izrazu (2.30) umjesto znaka proporcionalnosti $\sim$ došao znak jednakosti, odabrana je konstanta proporcionalnosti $\sqrt{4}/\sqrt{3}$ koja za metodu snimanja krivulje tečenja sabijanjem valjaka (Gubkin, Rastagaev) ekvivalentnu deformaciju čini jednakom logaritamskoj deformaciji visine valjaka φ, odnosno

$$\varphi_{ekv} = |\varphi| = \ln \frac{h_0}{h_1} \tag{2.34}$$

Pa izraz za ekvivalentnu logaritamsku deformaciju glasi

$$\varphi_{ekv} = \sqrt{\frac{4}{3}}\sqrt{|I_2(\varphi_{ij})|} \tag{2.35}$$

$$\varphi_{ekv} = \sqrt{\frac{2}{3}(\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_3^2)} \tag{2.36}$$

Gdje su φ_1, φ_2 i φ_3 glavne vrijednosti tenzora logaritamske deformacije.

2.4.4. Dvije pretpostavke o shemi deformacija kod hidrauličnog udubljivanja

Kod oba razmatrana postupka hidrauličnog udubljivanja; konvencionalnog i modificiranog biti će učinjene dvije pretpostavke o stanju deformacija

1. Ravnomjerno ravninsko rastezanje u kojem je kao i po Hill-ovoj pretpostavci cirkularna deformacija jednaka meridijanskoj $\varphi_m = \varphi_c$
2. Ravninsko stanje deformacija u meridijanskoj ravnini kod kojeg se pretpostavlja da je cirkularna deformacija jednaka nuli $\varphi_c = 0$

Ova dva slučaja ujedno su i krajnji slučajevi koji daju maksimalnu (ravninsko stanje deformacija u meridijanskoj ravnini) i minimalnu ekvivalentnu deformaciju (ravnomjerno ravninsko rastezanje). Navedeno je prikazano u dodatku 7.8..

Tako je ekvivalentna deformacija za prvi slučaj $\varphi_m = \varphi_c$ jednaka

$$\varphi_{ekv1} = |\varphi_n| = \ln \frac{s_0}{s_1} \tag{2.37}$$

dok je za drugi slučaj $\varphi_c = 0$ ekvivalentna deformacija jednaka

$$\varphi_{ekv2} = \frac{2}{\sqrt{3}} |\varphi_n| = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{s_0}{s_1} \tag{2.38}$$

Navedeni izrazi omogućavaju jednostavan izračun ekvivalentne deformacije mjerenjem samo konačne i početne debljine lima. Na ovaj način izračunata gornja i donja granica obuhvaćaju sve iznose ekvivalentnih deformacija koje se mogu javiti u postupcima hidrauličnog udubljivanja, odnosno bez obzira na veličinu faktora deformacije β[1].

2.5. Naprezanja kod hidrauličnog udubljivanja

2.5.1. Izračun ekvivalentnog naprezanja

Uređeni par deformacije i naprezanja predstavlja jednu točku krivulje plastičnog tečenja. Za deformaciju kao tenzorsku veličinu određena je ekvivalentna logaritamska deformacija φ_{ekv}, kao skalarna veličina, odnosno prvi član spomenutog uređenog para. Za naprezanje kao drugi član uređenog para, također će se koristiti ekvivalentno naprezanje σ_{ekv}. Prema već spomenutim navodima [24, 30, 31, 32], za određivanje ekvivalentnog naprezanja ključna je druga invarijanta devijatora naprezanja $I_2(s_{ij})$,

[1] Faktor deformacije [29] definiran je kao kvocijent naprezanja $\beta = \varphi_2/\varphi_1$ gdje su φ_1 i φ_2 deformacije u ravnini lima, za koje vrijedi $\varphi_1 > \varphi_2$

$$I_2(s_{ij}) = -\frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} \tag{2.39}$$

$$= -s_1 s_2 - s_2 s_3 - s_3 s_1 \tag{2.40}$$

$$= \frac{1}{6}\left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2\right] + \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2 \tag{2.41}$$

$$= \frac{1}{6}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right] \tag{2.42}$$

$$= \tfrac{1}{3} I_1(\sigma_{ij})^2 - I_2(\sigma_{ij}) \tag{2.43}$$

gdje je s_{ij} devijator naprezanja, s_1, s_2 i s_3 glavne vrijednosti devijatora naprezanja, σ_{ij} tenzor naprezanja te σ_1, σ_2 i σ_3 glavne vrijednosti tenzora naprezanja.

Pomoću duge invarijante devijatora naprezanja definira se intenzitet smičnog naprezanja T kao

$$T = \sqrt{|I_2(s_{ij})|} \tag{2.44}$$

$$T = \sqrt{\frac{1}{6}[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)]} \tag{2.45}$$

ili preko glavnih naprezanja kao

$$T = \sqrt{\frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \tag{2.46}$$

Za čisto smicanje $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = 0$ i $\sigma_3 = -\tau$ gdje je τ smično naprezanje, intenzitet smičnog naprezanja jednak je smičnom naprezanju

$$T = \tau \tag{2.47}$$

Ekvivalentno naprezanje σ_{ekv} definira se kao

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{3}\, T \tag{2.48}$$

kako bi za slučaj jednoosnog napregnutog stanja $\sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{12} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$ uz $\sigma_{11} = \sigma$ bilo

$$\sigma_{ekv} = \sigma \tag{2.49}$$

raspisani izraz za ekvivalentno naprezanje preko glavnih naprezanja glasi

$$\sigma_{ekv} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \tag{2.50}$$

Izraz (2.50) koristit će se u ovome radu za izračunavanje ekvivalentnog naprezanja iz mjerenih i izračunatih vrijednosti glavnih naprezanja.

2.5.2. Jednakost cirkularnog i meridijanskog naprezanja za proporcionalne postupke

Prema Levy-Missesovom zakonu tečenja

$$d\varphi_{ij} = d\lambda s_{ij} \tag{2.51}$$

Gdje je φ_{ij} poopćeni tenzor logaritamske deformacije, s_{ij} je devijator naprezanja a $d\lambda \geq 0$ neki neodređeni infinitezimalni skalarni faktor [33]. Pretpostavku da je hidraulično udubljivanje proporcionalan postupak[1], moguće je zapisati preko faktora deformacije β

$$\beta = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = konst \tag{2.52}$$

gdje su φ_1 i φ_2 već spomenuta meridijanska i cirkularna deformacija diferencijalnog elementa ljuske. Kod proporcionalnih postupaka moguće je diferencijal deformacije iz jednadžbe (2.51), zamijeniti ukupnom deformacijom. Odnosno Levy-Misses-ov zakon zapisati u sljedećoj formi

$$\varphi_{ij} = d\lambda s_{ij} \tag{2.53}$$

[1]Kod proporcionalnih postupaka omjer glavnih deformacija je tijekom tečenja konstantan. Primjer proporcionalnog postupka je vlačni test prije pojave vrata epruvete, sabijanje valjka do pojave bačvanja i sl.

razvijajući jednadžbu (2.53) po glavnim deformacijama i glavnim naprezanjima čiji se pravci u proporcionalnih postupaka podudaraju [29], dobiva se

$$\frac{\varphi_1}{s_1} = \frac{\varphi_2}{s_2} \tag{2.54}$$

uz pretpostavku da je $\varphi_1 = \varphi_2$ odnosno $\varphi_m = \varphi_c$, proizlazi jednakost glavnih komponenti devijatora naprezanja $s_1 = s_2$ u ravnini ljuske. Ove komponente izražene preko glavnih naprezanja glase

$$s_1 = \sigma_1 - \bar{\sigma} = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2}{3} \tag{2.55}$$

$$s_2 = \sigma_2 - \bar{\sigma} = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1}{3} \tag{2.56}$$

Nakon izjednačavanja proizlazi da je

$$\sigma_1 = \sigma_2 \tag{2.57}$$

Uvrštavajući dobiveno u izraz za ekvivalentno naprezanje (2.50), dobiva se $\sigma_{ekv} = \sigma_1 = \sigma_2$. Kako je kod hidrauličnog udubljivanja pretpostavljeno ravninsko stanje naprezanja kod kojega su σ_m i σ_c ujedno i glavna naprezanja $\sigma_m = \sigma_1$ i $\sigma_c = \sigma_2$, izraz za ekvivalentno naprezanje kod hidrauličnog udubljivanja glasi

$$\sigma_{ekv} = \sigma_c = \sigma_m \tag{2.58}$$

2.6. Snimanje krivulje plastičnog tečenja hidrauličnim udubljivanjem

Kod hidrauličnog udubljivanja po obodu učvršćena rondela, slika 2.2, deformira se pod djelovanjem tlaka hidrauličnog medija p. Do najvećeg stanjenja dolazi na polu ispupčenja P. U dotičnoj točci određuje se uređeni par ekvivalentne deformacije i ekvivalentnog naprezanja $(\varphi_{ekv}, \sigma_{ekv})$ odnosno jedna točka krivulje plastičnog tečenja.

2.6.1. Uvjet plastičnog tečenja

Obzirom da materijal kod hidrauličnog udubljivanja teče kako na polu tako i u ostalim točkama slobodno deformirajuće površine, ispunjen je uvjet plastičnog tečenja. Zbog univerzalnosti Von Misses-ovog uvjeta plastičnog tečenja[1], pretpostavit će se kako je ispunjen dotični uvjet tečenja što prema izrazu (2.50) u matematičkom zapisu daje jednakost naprezanja plastičnog tečenja k_f i ekvivalentnog naprezanja, odnosno

$$\sigma_{ekv} = k_f \tag{2.59}$$

Na ovaj način izračunato naprezanje plastičnog tečenja će biti korišteno u snimanju krivulje plastičnog tečenja.

Iz jednadžbe membrane (2.4), dokazane jednakosti cirkularnog i meridijanskog naprezanja (2.57), njihove jednakosti ekvivalentnom naprezanju (2.58) te prihvaćene jednakosti ekvivalentnog naprezanja i naprezanja plastičnog tečenja proizlazi

$$\frac{k_f}{r_m} + \frac{k_f}{r_c} = \frac{p}{s} \tag{2.60}$$

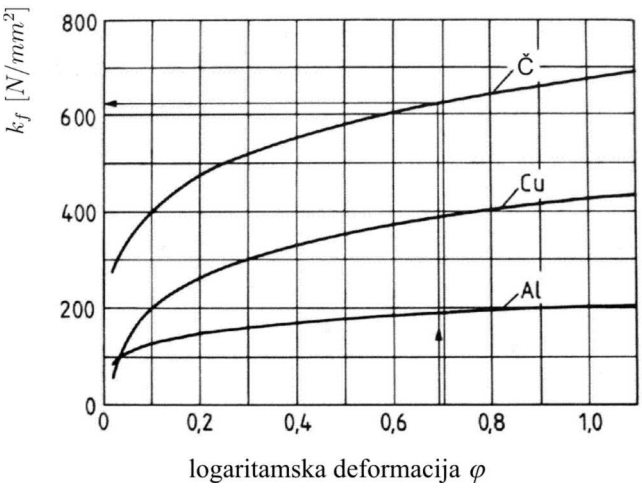
s obzirom da je pretpostavljena sferna geometrija ispupčenja; $r_m = r_c = r$ naprezanje plastičnog tečenja kod hidrauličnog udubljivanja može se eksplicitno izraziti kao

$$k_f = \frac{rp}{2s} \tag{2.61}$$

p je tlak udubljivanja, s debljina stanjenog lima, a r radijus ispupčenja. Izražen kao funkcija visine ispupčenja h i radijusa matrice udubljivanja a, radijus zakrivljenosti ljuske određuje se izrazom

$$r = \frac{1}{2}(\frac{a^2}{h} + h) \tag{2.62}$$

[1] U većini članaka javlja se kao referentni uvjet tečenja.



Slika 2.3: *Krivulja plastičnog tečenja za čelik, bakar i aluminij, idealizirani prikaz*

2.6.2. Krivulja plastičnog tečenja

Krivulja plastičnog tečenja je krivulja koja povezuje prirodnu deformaciju φ [24] i naprezanje plastičnog tečenja k_f [17]. Na slici 2.3 dan je idealizirani prikaz tri krivulje tečenja za tri najčešća tehnička materijala, zahvaćena tehnologijom oblikovanja deformiranjem.

Postoji cijeli niz metoda namijenjen snimanju krivulja plastičnog tečenja [30] koje se razlikuju u načinu određivanja uređenih parova (φ, k_f). Slika 2.4 prikazuje krivulje tečenja dobivene primjenom različitih metoda na istome materijalu Č1120.

Kod klasičnog hidrauličnog udubljivanja na os apscisa dolazi ekvivalentna deformacija φ_{ekv}, koja je prema (2.37) jednaka normalnoj deformaciji

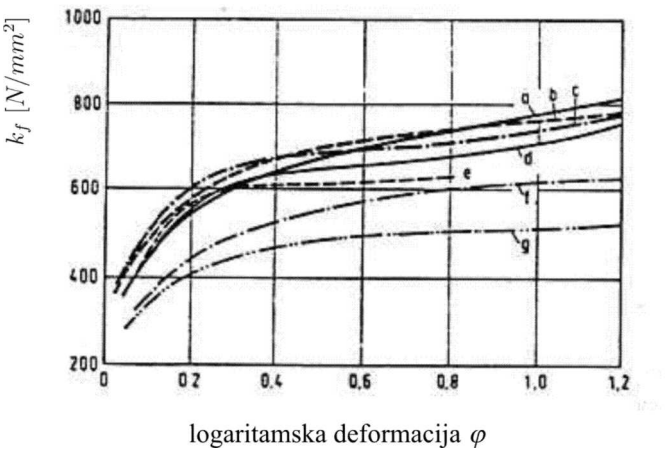
$$\varphi_{ekv} = ln\frac{s_0}{s_1} \tag{2.63}$$

s_0 je početna a s_1 konačna debljina lima na polu.

Na os ordinata dolazi naprezanje plastičnog tečenja k_f prema (2.61) i (2.62)

$$k_f = \frac{1}{4}\frac{p}{s_1}(\frac{a^2}{h} + h) \tag{2.64}$$

gdje su p izmjereni tlak oblikovanja, s_1 konačna debljina lima na polu, a je polumjer matrice hidrauličnog udubljivanja i h je izmjerena visina ispupčenja.



Slika 2.4: *Krivulje plastičnog tečenja za čelik č1120 snimljene različitim metodama; a - vlačni pokus, b - tlačni pokus obostranog utiskivanja žiga, c - tlačni pokus sabijanja valjka ravnih kontaktnih ploha, d - isto kao pod c ali s međufaznim tokarenjem uzorka, e - tlačni pokus sabijanja valjaka ravnih kontaktnih ploha uzimajući u obzir djelujuće trenje, f - metoda uvijanja, g - metoda savijanja, preuzeto iz [34].*

2.6.3. Krivulja plastičnog tečenja - Hill

Na os apscisa dolazi ekvivalentna deformacija φ_{ekv}, koja je prema izrazu (2.37) jednaka normalnoj deformaciji φ_n. Normalna deformacija prema Hill-u dana je izrazom (2.11), odnosno

$$\varphi_{ekv,Hill} = \varphi_{n,Hill} = 2ln[1 + (\frac{h}{a})^2)] \tag{2.65}$$

Na os ordinata dolazi isto naprezanje plastičnog tečenja kao i u izrazu (2.64).

Poglavlje 3.

Modificirano hidraulično udubljivanje na sferi

Modifikaciju hidrauličnog udubljivanja čini sfera koja je smještena na osi simetrije iznad deformirajuće rondele kako to prikazuje slika 3.1. Na taj način sfera sprečava slobodno hidrooblikovanje i inducira kompleksnu osnosimetričnu geometriju, za koju je moguće odrediti silu kojom deformirajući lim pritišće sferu u smjeru osi X.

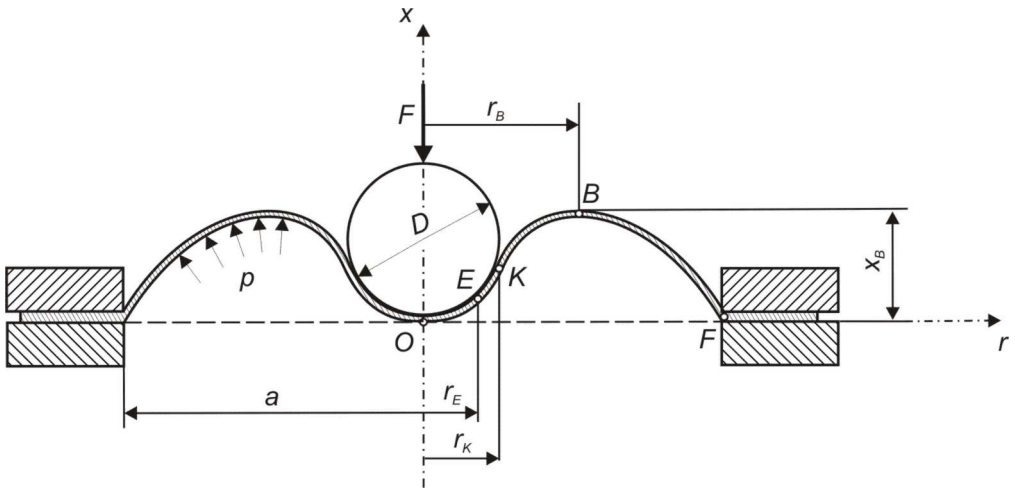
3.1. Kinematika modificiranog hidrauličnog udubljivanja

Daleko složenija kinematika modificiranog hidrauličnog udubljivanja na sferi od one hidrauličnog udubljivanja, nameće pristup postavljanja hipoteze o mogućnosti određivanja ekvivalentne deformacije u bilo kojoj točci lima mjerenjem samo konačne debljine stijenke. U tome cilju će biti prihvaćena Hill-ova hipoteza [2], o jednakosti cirkularne i meridijanske deformacije u točkama O i K, dok će se u točci najvećeg stanjenja lima E postaviti hipoteza cirkularne deformacije jednake ništici $\varphi_c = 0$. U svim točkama deformirajuće površine vrijedi hipoteza o nestlačivosti kontinuuma pri oblikovanju deformiranjem[1] .

Za pretpostavku $\varphi_m = \varphi_c = \varphi_{m,c}$ već je u poglavlju 2.4.3. pokazano da je ekvivalentna deformacija za ravnomjerno ravninsko rastezanje; $\varphi_c = \varphi_m$, jednaka

$$\varphi_{ekv1} = \varphi_n \tag{3.1}$$

[1]Iako promjena volumena poradi Poisson-ovog faktora $\nu_{Al99.5} = 0.33$ postoji u elastičnom području, njen iznos je zanemariv za predmetna mjerenja u plastičnom području gdje se uzima $\nu = 0.5$



Slika 3.1: *Shema modificiranog hidrauličnog udubljivanja.*

Za pretpostavku $\varphi_c = 0$ odnosno ravninsko stanje deformacija, ekvivalentna deformacija je jednaka

$$\varphi_{ekv} = \sqrt{\frac{2}{3}(\varphi_n^2 + \varphi_m^2 + \varphi_c^2)} \tag{3.2}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}(\varphi_n^2 + \varphi_m^2)} \tag{3.3}$$

prema hipotezi o jednakosti volumena; $\varphi_n = -\varphi_m$

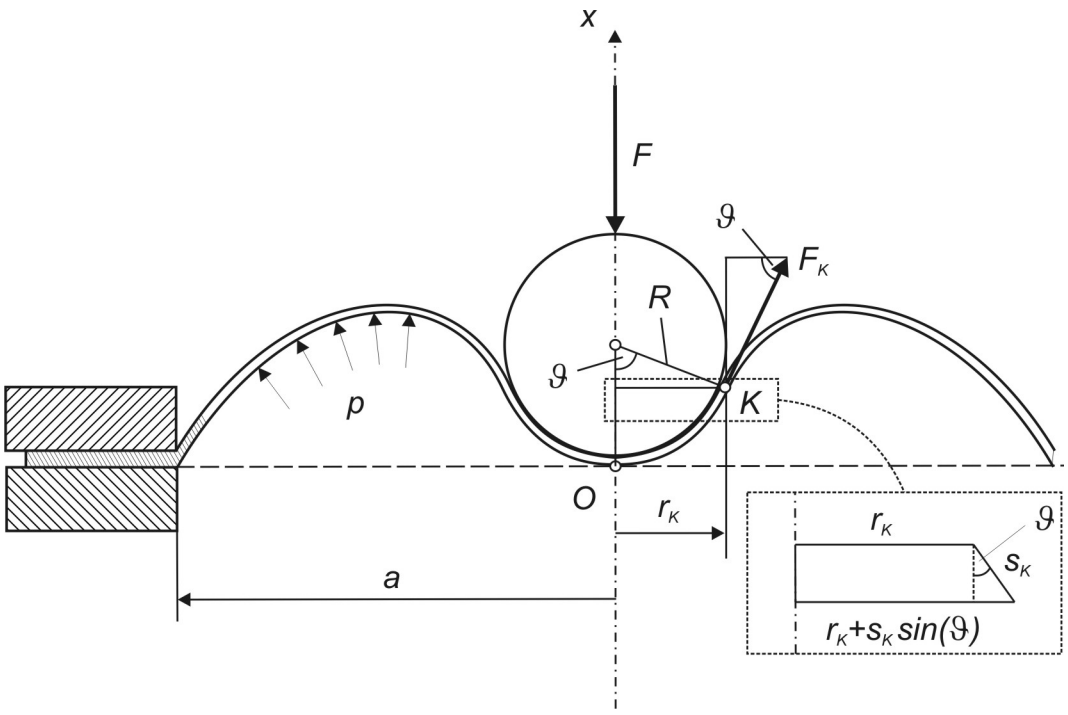
$$= \sqrt{\frac{2}{3}(\varphi_n^2 + \varphi_n^2)} \tag{3.4}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}(2\varphi_n^2)} \tag{3.5}$$

kako je već pokazano u (2.38), ekvivalentna deformacija za ravninsko stanje naprezanja jednaka je

$$\varphi_{ekv2} = \frac{2}{\sqrt{3}}|\varphi_n| \tag{3.6}$$

Ova pretpostavka će se koristiti u točci E za izračun ekvivalentne deformacije. Točka E je mjesto najintenzivnijeg tečenja materijala i najvećeg stanjenja lima.



Slika 3.2: *Izravno mjereno naprezanje modificiranim udubljivanjem u točci K. Sila F mjerena dinamometrom ugrađenim u napravu za MHU. Debljina lima s_K u točci K.*

U izrazu za φ_{ekv2} (3.6) φ_n je normalna deformacija izračunata mjerenjem konačne debljine lima u točci E u kojoj se pretpostavlja cirkularna deformacija jednaka 0. $\varphi_n = \ln(s_1)/(s_0)$, gdje je s_0 početna debljina, a s_1 konačna debljina lima.

3.2. Naprezanja u točci K

Uređeni par $(\varphi_{ekv1,K}, \sigma_{ekv,K})$ predstavlja jednu točku krivulje tečenja snimljene modificiranim hidrauličnim udubljivanjem. Za navedenu točku potrebno je odrediti ekvivalentno naprezanje u točci K: $\sigma_{ekv,K}$.

Komponenta izmjerene sile u tangencijalnome smjeru točke K, podijeljena površinom normalnog presjeka lima A_K u točci K, daje točan iznos meridijanskog naprezanja u točci K, $\sigma_{m,K}$, odnosno:

$$\sigma_{m,K} = \frac{F_K}{A_K} \tag{3.7}$$

$$\sigma_{m,K} = \frac{F}{A_K \ \sin\vartheta_K} \tag{3.8}$$

$$= \frac{F}{\pi s_K (2r_K + s_K r_K R) \ \sin\vartheta_K} \tag{3.9}$$

gdje je F sila izmjerena prstenastim dinamometrom, s_K je debljina lima u točci K, r_K udaljenost točke K od osi simetrije i R je radijus sfere. Kut ϑ_K prema slici 3.2 jednak

$$\vartheta_K = \arcsin\frac{r_K}{R} \tag{3.10}$$

Osim meridijanskog naprezanja, za određivanje ekvivalentnoga potrebno je poznavati cirkularno i normalno naprezanje.

Cirkularno naprezanje određuje se korištenjem jednadžbe membrane (2.4), prema kojoj

$$\sigma_{c,K} = \frac{p_K}{s_K} R - \sigma_{m,K} \tag{3.11}$$

Tlak p_K kao nepoznanicu određuje se iz pretpostavke, da na kontaktnoj površini sfere i lima djeluje kontaktni tlak p_{knt}. Ovaj tlak se određuje dijeljenjem sile F s površinom horizontalnog presjeka kugle u točci K, odnosno površinom kruga radijusa r_K[1]. Na taj način kontaktni tlak iznosi

$$p_{knt} = \frac{F}{A_K} = \frac{4F}{D_K^2 \pi} \tag{3.12}$$

Kako osim p_{knt} djeluje i tlak p, rezultantni tlak p_K koji ulazi u izraz (3.11) određuje se izrazom

$$p_K = p_{knt} - p \tag{3.13}$$

gdje je p manometrom očitani tlak oblikovanja. Na ovaj način određeno je cirkularno naprezanje u točci K.

[1]Testirana je pretpostavka o raspodjeli kontaktnog tlaka $p_\vartheta = p_{Max} e^{-\vartheta}$. Integracijom određen p_{Max} koji se javlja na osi simetrije davao je dvostruko veću silu naprezanja plastičnog tečenja u točci O od očekivane. Naprotiv pretpostavka o hidrostatskoj raspodjeli kontaktnoga tlaka na kontaktnoj površini daje adekvatnu vrijednost naprezanja plastičnog tečenja za deformaciju u točci O.

Normalno naprezanje u točci K određuje se prema pretpostavci koja je korištena i u [27], kao aritmetička sredina kontaktnoga tlaka p_{knt} i tlaka izmjerena manometrom p, odnosno

$$\sigma_{n,K} = -\frac{1}{2}(p_{knt} + p) \tag{3.14}$$

Negativnim predznakom označeno je tlačno naprezanje dok su meridijansko i cirkularno naprezanje vlačna, pozitivna naprezanja.

Ekvivalentno naprezanje izračunava se već ranije navedenim izrazom (2.50) prema korištenoj nomenklaturi kao

$$\sigma_{ekv,K} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_{m,K} - \sigma_{c,K})^2 + (\sigma_{m,K} - \sigma_{n,K})^2 + (\sigma_{c,K} - \sigma_{n,K})^2]} \tag{3.15}$$

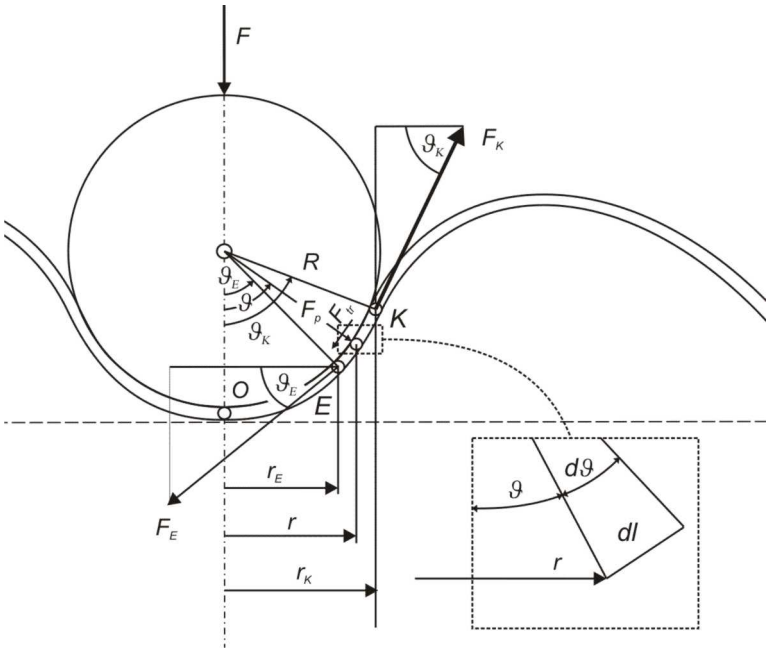
Uređeni par $(\varphi_{ekv,K}, \sigma_{ekv,K})$ predstavlja jednu točku krivulje tečenja snimljenu u točci K. Tablica 4.1 u poglavlju 4., prikazuje provedena mjerenja i izračun deformacije i naprezanja prema gore navedenim izrazima, koji su neophodni za snimanje krivulje plastičnog tečenja u točci K. Segment krivulje tečenja snimljen u presjeku K označen je na slici 4.8 kao segment K.

3.3. Naprezanja u točci E

Obzirom da u točci K snimljena krivulja plastičnog tečenja pokriva samo logaritamsku deformaciju do $0,22 < \varphi_{ekv,K} < 0,31$, a najveća deformacija pojavljuje se u točci E; $0,35 < \varphi_{ekv,E} < 0,68$, ekstrapolacijom naprezanja određeno je ekvivalentno naprezanje u točci E; $\sigma_{ekv,E}$. Na ovaj način izračunavanjem uređenog para $(\varphi_{ekv2,E}, \sigma_{ekv,E})$ dobivena je krivulja tečenja za veće logaritamske deformacije kako u poglavlju 4. prikazuje slika 4.8. Drugim riječima krivulja je ekstrapolirana prema većim stupnjevima logaritamske deformacije; za 120%, odnosno segmentu K krivulje tečenja prikazane na slici 4.8 ekstrapoliran je segment E.

Za izračun ekvivalentne deformacije u presjeku označenom točkom E pretpostavljeno je $\varphi_c = 0$, pa je ekvivalentna deformacije prema izrazu (2.38) jednaka[1]

[1]Za oprečnu pretpostavku $\varphi_c = \varphi_m$ u točci E ekvivalentna deformacija $\varphi_{ekv1,E} = \ln(s_{0,E}/s_{1,E})$ je manja 13.4% od $\varphi_{ekv2,E} = 1.155\ \ln(s_{0,E}/s_{1,E})$, pa su nepodudaranja segmenta krivulje tečenja snimljenog u točci K i segmenta krivulje tečenja snimljenog u točci E znatna.



Slika 3.3: *Određivanje naprezanja u presjeku E, sile koje djeluju na segmentu između točke K i E.*

$$\varphi_{ekv2,E} = \frac{2}{\sqrt{3}}\varphi_{n,E} = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{s_{0,E}}{s_{1,E}} \tag{3.16}$$

gdje su $s_{1,E}$ konačna i $s_{0,E}$ početna debljina lima u točci E.

Za određivanje ekvivalentnog naprezanja u točci E potrebno je prvo izračunati meridijansko naprezanje u istoimenoj točci. S tim ciljem, postavljen je uvjet ravnoteže u radijalnome smjeru na segment deformiranog lima između točaka E i K, kako to prikazuje slika 3.3

Postavljanje ravnoteže sila u radijalnome smjeru r daje

$$\sum F_r = 0 \tag{3.17}$$

$$-F_E \cos(\vartheta_E) - F_{tr} \cos(\vartheta) + F_p \sin(\vartheta) + F_K \cos(\vartheta_K) = 0 \tag{3.18}$$

Navedeno predočuje translacija segmenta SE sa slike 4.8 u lijevo

Kako je $r = R\sin(\vartheta)$ i $dl = Rd\vartheta$, sila zbog trenja kao drugi član izraza (3.18) iznosi

$$\begin{aligned} F_{tr}\cos(\vartheta) &= \int_K^E p_K A\mu\cos(\vartheta) = \int_K^E p_K 2\pi r dl\mu\cos(\vartheta) \\ &= \int_K^E p_K 2\pi R\sin(\vartheta)Rd\vartheta\mu\cos(\vartheta) = p_K 2R^2\pi\mu\int_{\vartheta_K}^{\vartheta_E}\sin(\vartheta)\cos(\vartheta)d\vartheta \\ &= p_K R^2\pi\mu\int_{\vartheta_K}^{\vartheta_E}\sin(2\vartheta)d\vartheta \\ &= p_K R^2\pi\mu[\cos(2\vartheta_K) - \cos(2\vartheta_E)] \end{aligned}$$

Sila $F_p\sin(\vartheta)$ kao treći član izraza (3.18) izračunava se

$$\begin{aligned} F_p\sin(\vartheta) &= \int_K^E p_K A\sin(\vartheta) = \int_K^E p_K 2\pi r dl\sin(\vartheta) \\ &= \int_K^E p_K 2\pi R\sin(\vartheta)Rd\vartheta\cos(\vartheta) = p_K 2R^2\pi\int_{\vartheta_K}^{\vartheta_E}\sin^2(\vartheta)d\vartheta \\ &= 2p_K R^2\pi\int_{\vartheta_K}^{\vartheta_E}\sin^2(\vartheta)d\vartheta \\ &= 2p_K R^2\pi\{[\vartheta_K - \frac{1}{2}\sin(2\vartheta_K)] - [\vartheta_E - \frac{1}{2}\sin(2\vartheta_E)]\} \end{aligned}$$

Eksplicitno izražena sila F_E prema izrazu (3.18) nakon integracije glasi

$$\begin{aligned} F_E &= \frac{1}{\cos(\vartheta_E)}\{F_K\cos(\vartheta_K) - p_K R^2\pi\mu[\cos(2\vartheta_K) - \cos(2\vartheta_E)] \\ &\quad +2p_K R^2\pi\{[\vartheta_K - \frac{1}{2}\sin(2\vartheta_K)] - [\vartheta_E - \frac{1}{2}\sin(2\vartheta_E)]\}\} \end{aligned}$$

Naprezanje u točci E dobije se dijeleći izračunatu silu F_E s površinom normalnog presjeka lima A_E u točci E

$$\sigma_{m,E} = \frac{F_E}{A_E} = \frac{F_E}{\pi s_E(2r_E + s_E r_E R)} \tag{3.19}$$

Kao i kod točke K, osim meridijanskog naprezanja, za određivanje ekvivalentnoga potrebno je cirkularno i normalno naprezanje.

Cirkularno naprezanje određuje se iz jednadžbe membrane (2.4). To jest

$$\sigma_{c,E} = \frac{p_K}{s_E}R - \sigma_{m,E} \tag{3.20}$$

Prema pretpostavci tlak u točci E isti je kao i tlak u točci K pa normalno naprezanje σ_E izračunato kao aritmetička sredina na lim djelujućih tlakova iznosi

$$\sigma_{n,E} = -\frac{p_{knt} + p}{2} \tag{3.21}$$

Ekvivalentno naprezanje izračunava se izrazom (2.50) koji za točku E glasi

$$\sigma_{ekv,E} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_{m,E} - \sigma_{c,E})^2 + (\sigma_{m,E} - \sigma_{n,E})^2 + (\sigma_{c,E} - \sigma_{n,E})^2]} \tag{3.22}$$

Uređeni par $(\varphi_{ekv,E}, \sigma_{ekv,E})$ predstavlja drugu točku krivulje tečenja snimljenu modificiranim hidrauličnim udubljivanjem. Tablica 4.1 u poglavlju 4. prikazuje mjerenja i izračun prema gore navedenim izrazima, koji su neophodni za snimanje krivulje plastičnog tečenja u točci E. Segment krivulje tečenja snimljen u presjeku E označen je na slici 4.8.

3.4. Naprezanja u točci O

Pretpostavka o konstantnom, kontaktnome tlaku na kontaktnoj površini lima i kugle radijusa R daje mogućnost određivanja naprezanja plastičnog tečenja i u točci O. Iz jednadžbe membrane (2.4)

$$\frac{\sigma_m}{r_m} + \frac{\sigma_c}{r_c} = \frac{p}{s}$$

i uz pretpostavku jednakosti cirkularnoga i meridijanskoga naprezanja u točci O, te jednakosti meridijanskog i cirkularnog polumjera zakrivljenosti uz poznati tlak i debljinu lima u točci O slijedi

$$\frac{\sigma_{m,O}}{R} + \frac{\sigma_{c,O}}{R} = \frac{p_K}{s_O} \tag{3.23}$$

uz $\sigma_{m,O} = \sigma_{c,O} = \sigma_{m,c,O}$ proizlazi

$$\sigma_{m,c,O} = \frac{p_K}{2s_O} R \tag{3.24}$$

Normalno naprezanje kao aritmetička sredina tlakova na lim iznosi

$$\sigma_{n,O} = -\frac{p_{knt} + p}{2} \tag{3.25}$$

Ekvivalentno naprezanje izračunava se iz meridijanskog, cirkularnog i normalnog naprezanja prema izrazu (2.50) koji nakon skraćivanja glasi

$$\sigma_{ekv,O} = |\sigma_{m,c,O} - \sigma_{n,O}| \tag{3.26}$$

a deformacija prema identičnim izrazima kao i za točku K i E. Uređeni par $(\varphi_{ekv,O}, \sigma_{ekv,O})$ predstavlja treću točku krivulje tečenja snimljenu modificiranim hidrauličnim udubljivanjem. Tablica 4.1 u poglavlju 4. prikazuje mjerenja s pripadajućim vrijednostima potrebnim za izračun točaka krivulje plastičnog tečenja u točci O.

Uređeni par $(\varphi_{ekv,O}, \sigma_{ekv,O})$ predstavlja treću točku krivulje tečenja snimljenu modificiranim hidrauličnim udubljivanjem, segment O na slici 4.8.

Poglavlje 4.

Mjerenja

Mjerenja su izvedena na napravi namijenjenoj i klasičnom i modificiranom hidrauličnom udubljivanju. Naprava je u cijelosti izrađena u laboratoriju za oblikovanje deformiranjem. Fotografija 4.1 prikazuje izrađenu napravu. Slika 4.2 shematski prikazuje centralni dio alata dotične naprave, s pomoću kojeg se odvija hidraulično ili modificirano hidraulično udubljivanje.

Kod modificiranog hidrauličnog udubljivanja u osi simetrije centralnog dijela alata, nalazi se sfera koja predstavlja prepreku slobodnom oblikovanju lima kako to prikazuje slika 4.2.b. Potonja modifikacija; koja uključuje sfernu prepreku, prstenasti dinamometar i nosač sferne prepreke, jedina je razlika naprave u odnosu na napravu za klasično hidraulično udubljivanje koja je prikazana na slici 4.2.a.

Naprava je namijenjena mjerenjima na limovima debljine do 2 mm, tlakovima do 100 bar, maksimalno 300 bar klasičnim i modificiranim hidrauličnim udubljivanjem. Na slici 4.3 označeni su dijelovi hidraulične sheme koja služi ostvarivanju navedenih tlakova hidrauličnog oblikovanja.

Utjecaj brzine deformacije, koja u hladnom stanju neznatno utječe na očvršćenje materijala [17], još je više umanjen malim protokom fluida ostvarenim ručnom pumpom. Ciklus udubljivanja, i klasičnog i modificiranog trajao je minimalno 15 sekundi. Najintenzivnije stanjivanje lima u točci E nije linearno i zato je potrebno razmotriti prirast deformacije između dva, najveća tlaka oblikovanja; $p_1 = 23$ bar i $p_2 = 24$ bar. Najveći izmjereni prirast logaritamske deformacije između ta dva tlaka je $\Delta\varphi = 0,16$ Pretpostavi li se vremenski linearni prirast tlaka od 0-24 bar tijekom 15 s, dobiva se da je vrijeme porasta tlaka s 23 na 24 bar $\Delta t = 15/24 = 0,625$ s. Dijeleći najveći prirast deformacije s izračunatim vremenom, dobiva se maksimalna brzina deformacije od $\dot{\varphi} = \Delta\varphi/\Delta t = 0,25s^{-1}$ što je donja granica razmatranih brzina u atlasu krivulja tečenja [18]. Na taj način je eliminiran upliv brzine deformacije prilikom razmatranja modificiranog



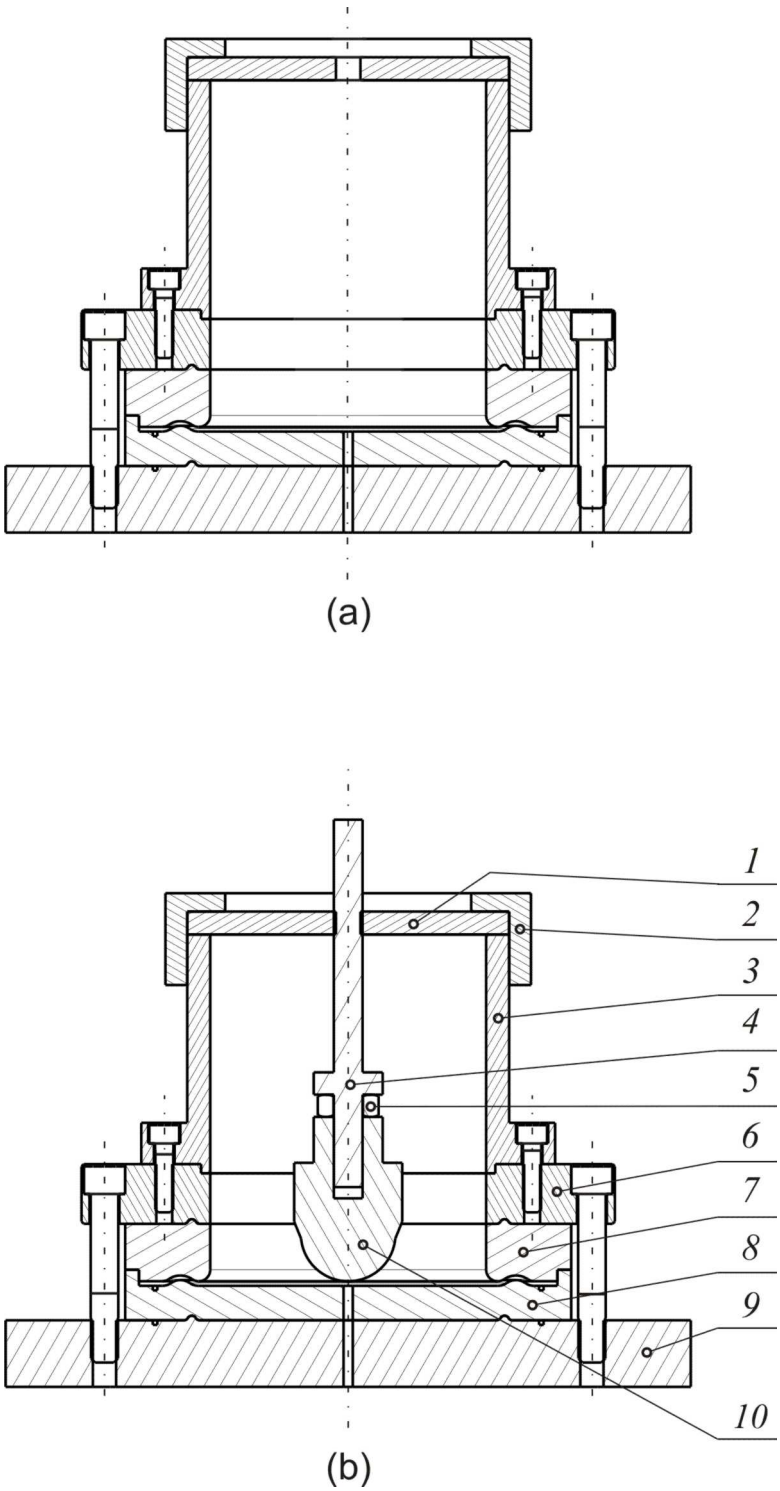
Slika 4.1: *Naprava za klasično i modificirano hidraulično udubljivanje*

hidrauličnog udubljivanja na sferi kao nove metode snimanja krivulje plastičnog tečenja.

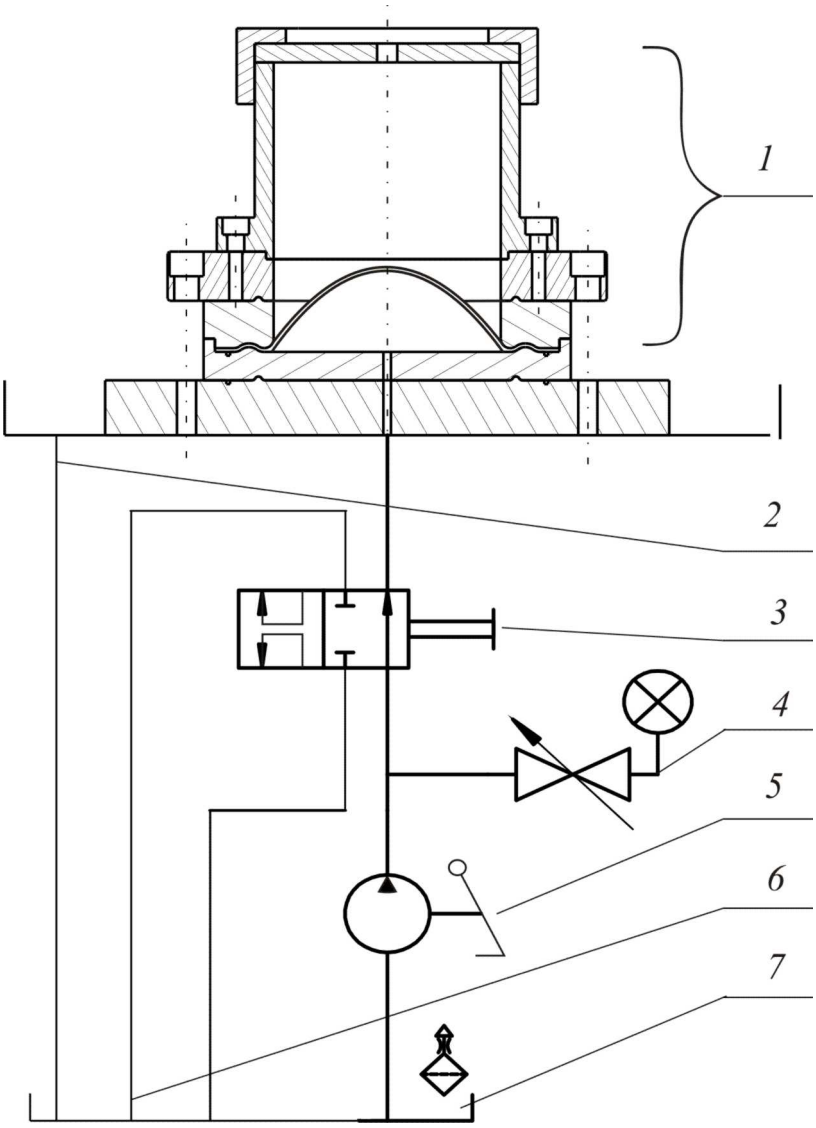
4.1. Klasično hidraulično udubljivanje

Slika 4.5 prikazuje krivulju tečenja snimljenu klasičnim hidrauličnim udubljivanjem. Na slici su prikazane dvije krivulje; jedna s deformacijom određenom po Hillu (2.65), a druga s deformacijom određenom mjerenjem debljine na polu ispupčenja (2.37). Ukupno su izvedena 24 mjerenja, za svaku od osam prikazanih točaka po krivulji, tri mjerenja.

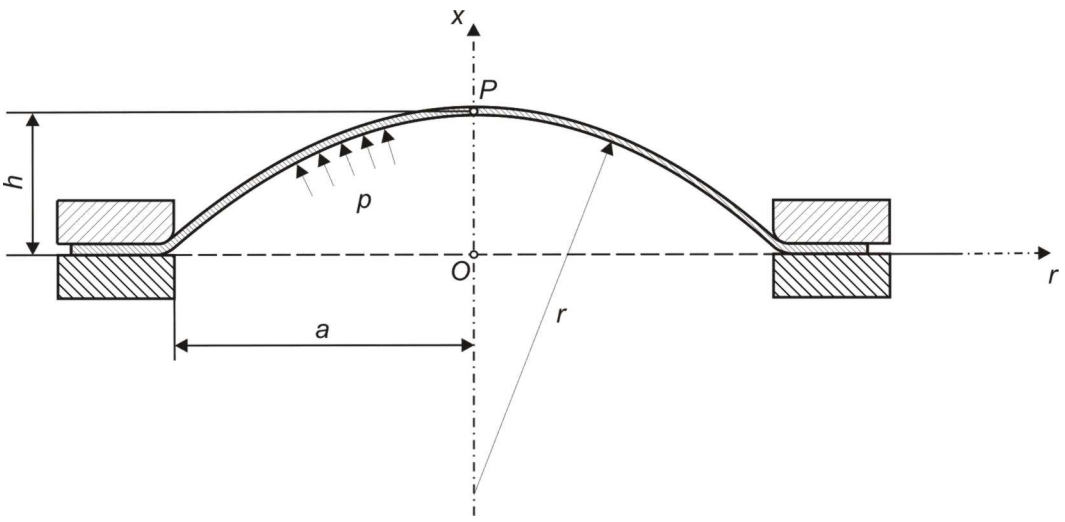
Mjerenja su izvedena gradacijom visine ispupčenja h od 0 do 40 mm u koracima od po 5 mm. Iznad visine $h = 40$ mm dolazi do loma, pa je maksimalna visina do koje su izvedena mjerenja $h_{max} = 40\ mm$ a odgovara tlaku od $p = 21,5$ bar.



Slika 4.2: *Shema centralnog dijela naprave za (a) klasično i (b) modificirano hidraulično udubljivanje s dijelovima naprave; 1. Poklopac 2. Pritezni prsten 3. Cilindrični nosač 4. Nosač sferne prepreke (sfere) 5. Prstenasti dinamometar 6. Gornja pritezna ploča 7. Gornji upinjač rondele 8. Donji upinjač rondele 9. Donja pritezna ploča 10. Sferna prepreka (sfera)*



Slika 4.3: *Hidraulična shema naprave; 1. Centralni dio naprave 2. Povratni vod 3. Manualni razvodnik 4/2 4. Manometar s ventilom 5. Ručna pumpa 6. Povratni vod razvodnika 7. Spremnik hidrauličnog medija s otplinjavanjem.*



Slika 4.4: *Shema mjerenih veličina kod klasičnog hidrauličnog udubljivanja*

Visina h uvrštena u izraz (2.65) daje ekvivalentnu logaritamsku deformaciju po Hill-u

$$\varphi_{ekv,Hill} = \varphi_{n,Hill} = 2ln[1 + (\frac{h}{a})^2)],$$

Po vađenju epruvete iz naprave mjerena je i konačna debljina lima s_1 na polu epruvete u točci P, gdje je došlo do najvećeg stanjenja materijala te izrazom (2.37)

$$\varphi_{ekv1} = \varphi_n = \ln \frac{s_0}{s_1},$$

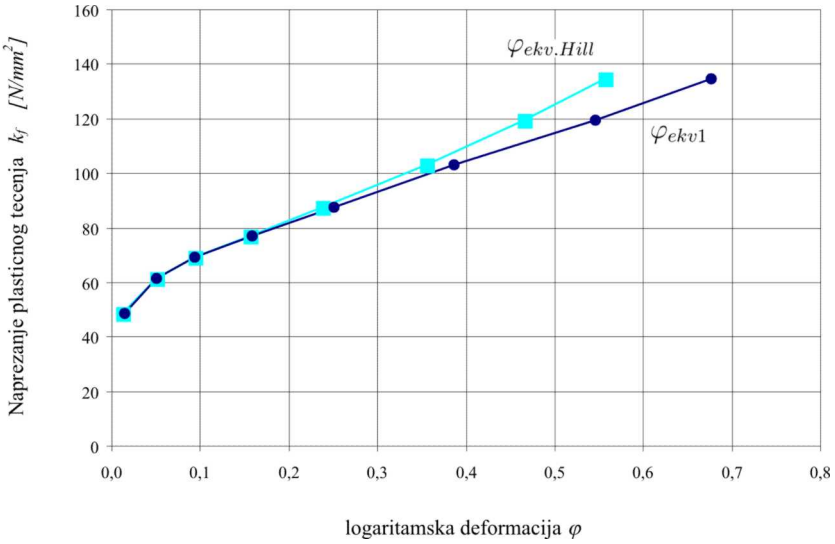
određena logaritamska deformacija.

Gore navedena dva izračuna deformacije sparuju se s naprezanjem plastičnog tečenja koje je dano izrazom (2.61) kao

$$k_f = \frac{rp}{2s_1},$$

Na slici 4.4 prikazane su mjerene veličine koje se uvrštavaju u gore navedene izraze za klasično hidraulično udubljivanje.

Kao što i autor navodi u [2], dvije krivulje tečenja se dobro poklapaju za manje stupnjeve logaritamsku deformacije. Za veće iznose, razlike su značajnije. To je



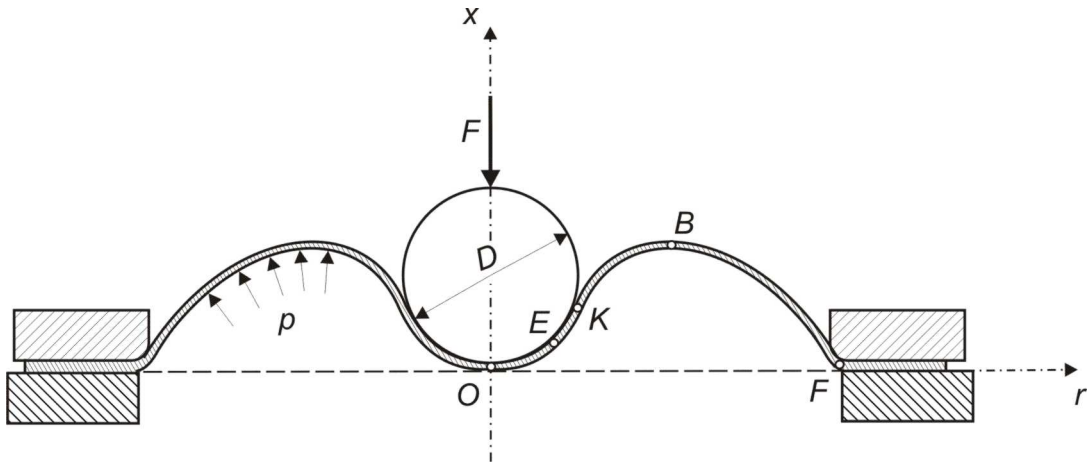
Slika 4.5: *Krivulje plastičnog tečenja snimljene klasičnim hidrauličnim udubljivanjem. Hill-ova krivulja dobivena idealizacijom jednakosti cirkularne i meridijanske deformacije nadvisuje druge krivulje.*

posljedica veće deformacije na područje oko pola P, o kojoj detaljnije govori rad [13] a koju mjerenjem visine ispupčenja dobivena deformacija ne registrira.

Unatoč navedenome nedostatku Hill-ov način mjerenja je uključen u razmatranje, jer predstavlja idealizaciju ravnomjernog ravninskog rastezanja[1] u svim točkama ispupčenja. Ova idealizacija u stvarnosti ne postoji [35] osim na polu ispupčenja [36] epruvete. U većini točaka ispupčenja dominira meridijanska deformacija.

Zbog navedenog krivulja tečenja s deformacijom određenom po Hill-u u svim točkama nadvisuje krivulju tečenja s deformacijom određenom izravnim mjerenjem konačne debljine lima. Da bi se dobilo navedeno nadvisivanje, potrebno je posebnu pozornost posvetiti mjerenju visine h iz koje se određuje deformacija po Hill-u. Mora se uzeti u obzir nepostojanje savojne krutosti rondele koja se pritezanjem u napravu može "izbaciti", rezultirajući visinom za tlak jednak nuli; odnosno plastičnom deformacijom za naprezanje jednako nuli. Ovu nelogičnost se otklanja umanjivanjem očitane visine ispupčenja za visinu izbacivanja rondele tijekom pritezanja. Nadalje, zaobljeni rubovi matrice oko kojih se lim savija po obodu, umanjuju ukupnu visinu "neoslonjene" površine ipupčenja tijekom udubljivanja. Zato je potrebno umanjiti visinu ispupčenja još za dotično "oslanjanje" epruvete i tek tako dobivenu visinu uvrstiti u izraz (2.65)

[1]Pretpostavlja jednakost meridijanske i cirkularne deformacije u svim točkama ispupčenja.



Slika 4.6: *Skica modificiranog hidrauličnog udubljivanja s označenim točkama u kojima su izvedena mjerenja.*

da bi se izračunala deformacija na polu. Tek po navedenim modifikacijama dobiva se krivulja plastičnog tečenja prikazana na slici 4.5.

4.2. Modificirano hidraulično udubljivanje na sferi

Kod modificiranog hidrauličnog udubljivanja za koje je centralni dio naprave prikazan na slici 4.2.b, mjerene vrijednosti su tlak oblikovanja p i sila F kojom lim pritišće sferu. Tlak je mjeren na identičan način kao i kod klasičnog udubljivanja; manometrom, a sila pomoću prstenastog dinamometra koji je ugrađen u napravu između istake nosača sferne prepreke i same sferne prepreke (sfere) kako to prikazuje slika 4.2.b.

Po vađenju oblikovanog lima iz naprave 4.7.b potrebno je u točkama O, E i K izmjeriti debljinu lima i odrediti pripadajuće radijuse r_E i r_K te r_B. Točke u kojima se određuju navedene veličine prikazuje slika 4.6. Radijusi r_E i r_K te r_B su označeni prema pripadajućem koordinatnome sustavu rOx. Kako bi mjerenje odgovarajućih radijusa uopće bilo moguće, potrebno ga je izvesti na rondelama oblikovanim većim tlakovima $p > 19$ bar. Kod klasičnog hidrauličnog oblikovanja 4.7.a, mjerenje isključivo pri većim tlakovima onemogućilo bi snimanje krivulje tečenja za manje stupnjeve deformacije. Kod modificiranog hidrauličnog udubljivanja to nije slučaj, jer u provedenom eksperimentu i kod najvećeg tlaka u točci O, deformacija je manja od 0,2.

U točci O i naprezanja i deformacije su najmanje zbog djelovanja trenja na kontaktnoj površini sfera-lim. U protivnome, za $\mu = 0$, i deformacija i naprezanje



Slika 4.7: *Oblikovane rondele; a. Klasično hidraulično udubljivanje b. Modificirano hidraulično udubljivanje*

bi bili o ovoj točci najveći. Kako se radi o trenju između aluminija i čelika, prema [37, 38], faktor trenja je vrlo velik $\mu_{stat} = 0,61$[1], $\mu_{din} = 0,47$. Imajući na umu da je za sferu korištena polirana kugla, uzeta je srednja vrijednost graničnog faktora trenja $\mu = 0,2$ [17].

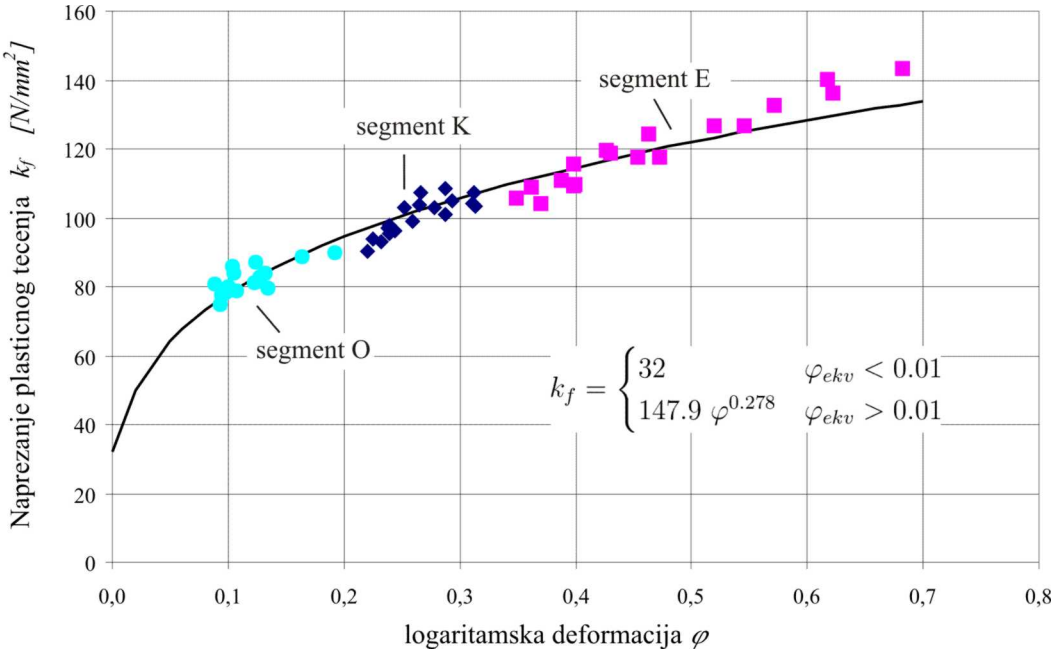
Značaj naprezanja plastičnog tečenja u točci O posebno ističe činjenica da je ono izračunato na temelju pretpostavke o konstantnome tlaku na kontaktnoj površini sfera-lim. Pretpostavka o eksponencijalnoj raspodjeli tlaka na kontaktnoj površini daje prihvatljive rezultate o naprezanju tečenja u točkama K i E, ali u tom slučaju faktorom dva premašuje očekivanu vrijednost naprezanja u točci O.

U točci E naprezanja i deformacije su najveće. Ekstrapolacija krivulje tečenja u ovu točku izvedena je da bi se dobili veći stupnjevi logaritamske deformacije $\varphi < 0,7$, što je gotovo jednako ostvarivom stupnju mjerljive deformacije kod klasičnog hidrauličnog udubljivanja. Ekstrapolacija je provedena uz pretpostavljeni konstantni kontaktni tlak p_{knt} i granični faktor trenja $\mu = 0,2$.

Poklapanje segmenta E krivulje tečenja sa segmentom K ovisi o iznosu faktora trenja, i još je bolje ako se uzme veći iznos faktora trenja. Navedeno je donekle u skladu s izrazito malom brzinom deformacije koja se u provedenome eksperimentu kreće u intervalu $5 * 10^{-3} < \dot{\varphi}_{ekv} < 2,5 * 10^{-1}$.

Modificiranim hidrauličnim udubljivanjem dobivaju se tri točke krivulje plastičnog tečenja, izvođenjem mjerenja na jednoj jedinoj rondeli. U točci O za deformacije od 0,1 do 0,2, u točci K za deformacije od 0,2 do 0,3 i u točci E za deformacije od 0,3 do 0,7. Tako provedene mjerenja pokrivaju raspon

[1]Za materijal u plastičnom području, maksimalni faktor kontaktnog trenja iznosi $\mu_{max} = 0,57$ prema von Missesovom uvjetu plastičnog tečenja pa se faktor trenja kreće u rasponu $\mu_{stat} = 0,57$, $\mu_{din} = 0,47$. Izvod maksimalnog faktora trenja u slučaju tečenja materijala dan je u dodatku 7.5..



Slika 4.8: *Krivulja plastičnog tečenja snimljena modificiranim hidrauličnim udubljivanjem. Kružićima označene točke dobivene mjerenjem u točci O, simbolom dijamanta označene točke dobivene mjerenjima u točci K i punim kvadratićima označene točke dobivene mjerenjima u točci E.*

logaritamskih deformacija od 0,1 do 0,7 kako to prikazuje slika 4.8. Nemogućnost snimanja krivulje tečenja za deformaciju manju od 0,1 nije značajna za predmetno područje; područje velikih deformacija, jer i sam atlas krivulja plastičnog tečenja [18] daje krivulje tečenja samo za $\varphi > 0,1$.

Mjerenja su izvedena na 18 rondela, 3 mjerenja za svaki tlak od 19 do 24 bar u koraku od po 1 bar. Na temelju izmjerenih vrijednosti su prema izrazima iz poglavlja 3. izračunate ekvivalentna logaritamska deformacija i ekvivalentno naprezanje. Sva mjerenja i izmjerene vrijednosti dana su u tablici 4.1.

Prema (2.59) odnosno von Missesovom uvjetu plastičnog tečenja, ekvivalentno naprezanje jednako je naprezanju plastičnog tečenja. Ovako izračunato naprezanje spareno s pripadajućom ekvivalentnom deformacijom, predstavlja točku krivulje plastičnog tečenja. Na slici 4.8 je kroz sva tri oblaka točaka, metodom najmanjih kvadrata položen je Ludwik-Hollomon-ov model krivulje tečenja. Kako navedeni model za $\varphi = 0$ daje $k_f = 0$, a krivulja plastičnog

tečenja polazi iz granice tečenja[1], krivulja tečenja je zadana sljedećim izrazom

$$k_f = \begin{cases} 32 & \varphi_{ekv} < 0,01 \\ 131,4\ \varphi^{0,284} & \varphi_{ekv} > 0,01 \end{cases} \tag{4.1}$$

Navedeni Ludwik-Hollomon-ov korigirani model prikazan je na slici 4.8 zajedno s interpoliranim oblacima točaka.

U radu određeni model je korišten i u izradi numeričkog modela modificiranog i klasičnog hidrauličnog udubljivanja.

[1] u ovom slučaju za razmatrani materijal koji nema izraženu granicu tečenja, krivulja tečenja polazi iz konvencionalne granice razvlačenja $R_{p0,2}$

Tablica 4.1: *Provedena mjerenja i izračunata naprezanja kod modificiranog hidrauličnog udubljivanja*

no	F [kN]	p [bar]	s_O [mm]	s_E [mm]	D_E [mm]	s_K [mm]	D_K [mm]	$\varphi_{ekv1,\,K}$	$\sigma_{ekv,\,K}$ [N/mm^2]	$\varphi_{ekv2,\,E}$	$\sigma_{ekv,\,E}$ [N/mm^2]	$\varphi_{ekv1,\,O}$	$\sigma_{ekv,\,O}$ [N/mm^2]
28	6,00	19	0,905	0,731	25,71	0,789	29,27	0,24	97,1	0,36	108,8	0,100	79,9
25	5,91	19	0,910	0,740	25,48	0,799	29,32	0,23	93,7	0,35	105,8	0,094	77,5
30	6,04	19	0,911	0,726	26,25	0,803	30,03	0,22	90,4	0,37	104,3	0,093	75,0
21	6,26	20	0,874	0,709	26,24	0,793	30,16	0,23	93,2	0,40	109,3	0,135	79,7
29	6,37	20	0,898	0,708	26,92	0,787	30,24	0,24	95,4	0,40	109,6	0,108	78,8
27	6,51	20	0,880	0,715	27,13	0,788	30,25	0,24	97,9	0,39	111,1	0,128	82,7
23	6,94	21	0,849	0,708	27,67	0,768	30,67	0,26	103,8	0,40	115,6	0,164	88,6
32	6,99	21	0,902	0,691	28,49	0,766	30,38	0,27	107,2	0,43	119,7	0,103	86,1
34	7,04	21	0,900	0,689	27,99	0,778	30,80	0,25	103,1	0,43	119,0	0,105	84,1
39	7,39	22	0,884	0,670	28,41	0,750	31,21	0,29	108,4	0,46	124,3	0,123	86,9
37	7,19	22	0,885	0,675	28,04	0,772	31,59	0,26	98,8	0,45	117,5	0,122	81,2
38	7,24	22	0,908	0,664	28,43	0,784	31,84	0,24	96,3	0,47	117,7	0,097	78,2
22	7,66	23	0,876	0,638	28,85	0,757	32,13	0,28	103,1	0,52	126,6	0,132	84,0
36	7,74	23	0,905	0,624	29,14	0,750	32,68	0,29	101,0	0,55	126,7	0,100	78,9
31	7,63	23	0,915	0,610	28,68	0,746	32,03	0,29	104,9	0,57	132,8	0,089	80,7
33	7,95	24	0,881	0,554	29,24	0,733	32,84	0,31	104,2	0,68	143,5	0,127	81,7
24	8,12	24	0,825	0,586	29,20	0,732	32,81	0,31	107,4	0,62	140,1	0,192	90,0
26	8,00	24	0,907	0,584	29,29	0,731	33,07	0,31	103,4	0,62	136,1	0,098	78,6

4.3. Mjerna nesigurnost

Kako bi izmjerene vrijednosti u tablici 4.1 bile eksperimentalno prihvatljive potrebno je izvršiti proračun mjerne nesigurnosti GUM[1] metodom. Uvriježeni izraz za određivanje mjerne nesigurnosti k-te izmjere koji je izveden u dodatku 7.9. glasi

$$\mathrm{u}(f) = \pm\sqrt{\sigma_k^2} = \pm\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\partial f(a_{ik})}{\partial a_{ik}}\right]^2 \sigma_i^2} \tag{4.2}$$

gdje su a_{ik} mjerene vrijednosti a f iz dotičnih izmjerena vrijednost; zadana kao funkcija $f = f(a_{ik})$. Indeks i odnosi se na pojedinu mjerenu veličinu a indeks k na ponavljanje pokusa. Standardnu devijaciju σ_i je moguće tumačiti kao standardnu mjernu nesigurnost mjernog sredstva kojim je izmjerena veličina a_{ik}.

Koristeći izraz izveden u dodatku 7.9., mjerna nesigurnost $\mathrm{u}(f)$ izračunati će se kao maksimalna mjerna nesigurnost svih izmjera

$$\mathrm{u}(f) = \pm\sqrt{Max\left\{\sigma_k^2, \quad k = 1\ldots n\right\}} \tag{4.3}$$

σ_k je proračunata mjerna nesigurnost pojedinog mjerenja. U raspisanom obliku gornji izraz glasi

$$\mathrm{u}(f) = \pm\sqrt{Max\left\{\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\partial f(a_{ik})}{\partial a_{ik}}\right]^2 \sigma_i^2, \quad k = 1\ldots n\right\}} \tag{4.4}$$

m je broj mjerenih varijabli, n ukupan broj mjerenja; a_{ik} je i-ta mjerena varijabla u k-tom ponavljanju i σ_i standardna devijacija odnosno u ovom slučaju mjerna nesigurnost instrumenta kojim je mjerena i-ta varijabla.

Isti izraz izveden je u dodatku 7.9.. Njegovim korištenjem proračunati će se standardna mjerna nesigurnost za logaritamsku deformaciju i naprezanje plastičnog tečenja u sve tri točke mjerenja kod modificiranog hidrauličnog udubljivanja.

[1] Skraćenica engleskog naziva: Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (ISO)

4.3.1. Mjerna nesigurnost deformacije u točkama K i O

U točkama K i O logaritamska deformacija φ_{ekv1} određuje se prema izrazu (2.37) kao

$$\varphi_{ekv1} = \varphi_n = \ln \frac{s_0}{s_1}$$

usklađujući gornji izraz s izrazom (4.4), $f = \varphi_{ekv1}$, $a_{1k} = s_{0k}$, $a_{2k} = s_{1k}$ gdje je $k = 1 \ldots n$, a izvedeno je ukupno $n = 18$ mjerenja. Kako izraz (4.4) upućuje, izračunat će se mjerna nesigurnost za svako od 18 mjerenja te odabrati najveća, kao reprezentativna standardna mjerna nesigurnost izmjerene logaritamske deformacije $\mathrm{u}(\varphi_{ekv1})$.

Za pojedinu izmjeru možemo pisati

$$\sigma_k^2(ekv1) = \sum_{i=1}^{m} \left[\frac{\partial f(a_{ik})}{\partial a_{ik}}\right]^2 \sigma_i^2 \tag{4.5}$$

$$= \left[\frac{\partial}{\partial s_{0k}}\left(\ln \frac{s_{0k}}{s_{1k}}\right)\right]^2 \sigma_{s_0 k}^2 + \left[\frac{\partial}{\partial s_{1k}}\left(\ln \frac{s_{0k}}{s_{1k}}\right)\right]^2 \sigma_{s_1 k}^2 \tag{4.6}$$

$$= [\frac{1}{s_{0k}}]^2 \sigma_{s_0 k}^2 + [\frac{1}{s_{1k}}]^2 \sigma_{s_1 k}^2 \tag{4.7}$$

a kako su obje debljine; i s_0 i s_1 u k-tom mjerenju izračunate mikrometarskom urom $\sigma_{s_0 k}^2 = \sigma_{s_1 k}^2 = \sigma_s^2$, može se pisati

$$= \left\{[\frac{1}{s_{0k}}]^2 + [\frac{1}{s_{1k}}]^2\right\} \sigma_s^2 \tag{4.8}$$

Poznavajući $\sigma_k^2(ekv1)$ može se napisati izraz za proračun mjerne nesigurnosti deformacije u točkama K i O kao

$$\mathrm{u}(\varphi_{ekv1}) = \pm \left\{[(\frac{1}{s_0})^2 + (\frac{1}{s_1})^2]\mathrm{u}(s)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{4.9}$$

gdje je $\mathrm{u}(s) = \sigma_s = 0,7\ \mu m$ standardna mjerna neşigurnost komparatora rezolucije $0,001 mm$.

Mjerna nesigurnost izračunata je za svaku izmjeru i najveća odabrana kao reprezentativna standardna mjerna nesigurnost deformacije u točkama K i O kako to prikazuje tablica 4.2.

4.3.2. Mjerna nesigurnost deformacije u točci E

U točci E logaritamska deformacija φ_{ekv2} određuje se prema izrazu (2.38) kao

$$\varphi_{ekv2} = \frac{2}{\sqrt{3}}\varphi_n = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{s_0}{s_1}$$

Faktor $2/\sqrt{3}$ koji se javlja u odnosu na izračun φ_{ekv1}, samo proporcionalno povećava proračunatu mjernu nesigurnosti koji u ovom slučaju iznosi

$$\mathrm{u}(\varphi_{ekv2}) = \pm \left\{ \frac{4}{3}[(\frac{1}{s_0})^2 + (\frac{1}{s_1})^2]\sigma_s^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \tag{4.10}$$

Mjerna nesigurnost izračuna se za svaku točku i najveća odabere kao reprezentativna standardna mjerna nesigurnost deformacije u točci E, tablica 4.2.

4.3.3. Mjerna nesigurnost naprezanja u točci K

Iz glavnih naprezanja, ekvivalentno naprezanje u točci K se računa izrazom (2.50)

$$\sigma_{ekv,K} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_{m,K} - \sigma_{c,K})^2 + (\sigma_{m,K} - \sigma_{n,K})^2 + (\sigma_{c,K} - \sigma_{n,K})^2]} \tag{4.11}$$

U točci K meridijansko naprezanje $\sigma_{m,K}$ je određeno u poglavlju 3.2. i iznosi

$$\sigma_{m,K} = \frac{2FR}{\pi s_K (D_K + s_K D_K/2R)\, D_K} \tag{4.12}$$

U istoj točci cirkularno naprezanje dano je izrazom (3.11) kao

$$\sigma_{c,K} = \frac{1}{s_K}(\frac{4F}{D_K^2 \pi} - p)R - \sigma_{m,K} \tag{4.13}$$

Normalno naprezanje u točci K određeno je u poglavlju 3.2. i iznosi

$$\sigma_{n,K} = -\frac{1}{2}(\frac{4F}{D_K^2\pi} + p) \tag{4.14}$$

Prema izrazima (4.12)-(4.14) ekvivalentno naprezanje je funkcija niza mjerenih veličina; $\sigma_{ekv,K} = f(R,\ F,\ p,\ D_K,\ s_K)$. Prema izrazu (4.5) proračunata mjerna nesigurnost ekvivalentnog naprezanja u točci K je

$$\begin{aligned} \mathrm{u}(\sigma_{ekv,K}) = \pm \Big\{ &(\frac{\partial f}{\partial R})^2 * \mathrm{u}(R)^2 + (\frac{\partial f}{\partial F})^2 * \mathrm{u}(F)^2 + (\frac{\partial f}{\partial p})^2 * \mathrm{u}(p)^2 \\ &+(\frac{\partial f}{\partial D_K})^2 * \mathrm{u}(D_K)^2 + (\frac{\partial f}{\partial s_K})^2 * \mathrm{u}(s_K)^2 \Big\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \tag{4.15}$$

gdje su F dinamometrom mjerena sila sa standardnom mjernom nesigurnosti $\mathrm{u}(F) = \sigma_F = \pm$ 14 N, s_K mikrometarskom komparatorskom urom mjerena debljina lima $\mathrm{u}(s) = \sigma_s = 0,7\ \mu m$, D_K je pomičnim mjerilom mjeren promjer uz $\mathrm{u}(D) = \sigma_D = \pm 5,7\ \mu m$ te p manometrom mjereni tlak uz $\mathrm{u}(p) = \sigma_p = \pm 0,162$ bar.

Nakon što se proračuna mjerna nesigurnost ekvivalentnog naprezanja u točci K za svaku izmjeru[1], odabire se njezin najveći iznos kao mjerna nesigurnost izmjerenog naprezanja u točci K, što je učinjeno u tablici 4.2.

4.3.4. Mjerna nesigurnost naprezanja u točci E

Iz glavnih naprezanja, ekvivalentno naprezanje u točci E se računa izrazom 2.50

$$\sigma_{ekv,E} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_{m,E} - \sigma_{c,E})^2 + (\sigma_{m,E} - \sigma_{n,E})^2 + (\sigma_{c,E} - \sigma_{n,E})^2]}$$

U točci E meridijansko naprezanje $\sigma_{m,E}$ dano je u poglavlju (3.3.) kao

$$\begin{aligned} \sigma_{m,E} = &\frac{1}{\pi s_E(2r_E + s_E r_E R)\cos(\vartheta_E)}\{F_K\cos(\vartheta_K) - p_K R^2\pi\mu[\cos(2\vartheta_K) - \cos(2\vartheta_E)] \\ &+2p_K R^2\pi\{[\vartheta_K - \frac{1}{2}\sin(2\vartheta_K)] - [\vartheta_E - \frac{1}{2}\sin(2\vartheta_E)]\}\} \end{aligned}$$

[1]U tu svrhu se zbog duljine izraza koristi simbolička derivacija i izračun u programskome pakete Mathemetica (Wolfram research).

Pri izračunu mjerne nesigurnosti izmjerena veličina, u ovom slučaju $\sigma_{m,E}$ mora biti izražena preko mjerenih veličina; iz gornjeg izraza potrebno je ukloniti ϑ_E, ϑ_K i p_K, odnosno izraziti dotične preko mjerenih veličina.

Kako je već ranije izvedeno

$$\vartheta_E = \arcsin(\frac{D_E}{2R})$$

$$\vartheta_K = \arcsin(\frac{D_K}{2R})$$

$$p_K = \frac{4F}{D_K^2\pi} - p$$

uvrštavanjem gornja tri izraza u izraz za $\sigma_{m,E}$ dobiva se

$$\begin{aligned}\sigma_{m,E} = \frac{1}{\pi s_E(D_E + s_E D_E R/2)\cos(\arcsin(\frac{D_E}{2R}))}\Bigg\{&\frac{FR}{r_K}\cos(\arcsin(\frac{D_K}{2R}))\\ &-(\frac{4F}{D_K^2\pi} - p)R^2\pi\mu\left[\cos(2\arcsin(\frac{D_K}{2R})) - \cos(2\arcsin(\frac{D_E}{2R}))\right]\\ &+2(\frac{4F}{D_K^2\pi} - p)R^2\pi\left[\arcsin(\frac{D_K}{2R}) - \frac{1}{2}\sin(2\arcsin(\frac{D_K}{2R})) - \arcsin(\frac{D_E}{2R})\right.\\ &\left.+\frac{1}{2}\sin(2\arcsin(\frac{D_E}{2R}))\right]\Bigg\}\end{aligned} \tag{4.16}$$

U istoj točci cirkularno naprezanje dano je izrazom (3.20) kao

$$\sigma_{c,E} = \frac{1}{s_E}(\frac{4F}{D_K^2\pi} - p)R - \sigma_{m,E} \tag{4.17}$$

Normalno naprezanje u točci E identično je normalnom naprezanju u točci K i izosi

$$\sigma_{n,E} = -\frac{1}{2}(\frac{4F}{D_K^2\pi} + p) \tag{4.18}$$

Izrazima (4.16)-(4.18) ekvivalentno naprezanje $\sigma_{ekv,E}$ izraženo je kao funkcija

mjerenih veličina; R, F, p, D_K, D_E i s_E.

$$\sigma_{ekv,E} = f(R,\ F,\ p,\ D_K,\ D_E,\ s_E) \tag{4.19}$$

Korištenjem izraza za proračun mjerne nesigurnosti (4.5), iz poznatih mjernih nesigurnosti svake mjerene veličine proračunava se mjerna nesigurnost kao

$$\begin{aligned} \mathrm{u}(\sigma_{ekv,E}) = \pm \Bigg\{ &(\frac{\partial f}{\partial R})^2 * \mathrm{u}(R)^2 + (\frac{\partial f}{\partial F})^2 * \mathrm{u}(F)^2 \\ &+ (\frac{\partial f}{\partial p})^2 * \mathrm{u}(p)^2 + (\frac{\partial f}{\partial D_K})^2 * \mathrm{u}(D_K)^2 \\ &+ (\frac{\partial f}{\partial D_E})^2 * \mathrm{u}(D_E)^2 + (\frac{\partial f}{\partial s_E})^2 * \mathrm{u}(s_E)^2 \Bigg\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \tag{4.20}$$

$\mathrm{u}(R) = \mathrm{u}(D_K) = \mathrm{u}(D_E) = \pm\, 5,7\mu$m je standardna mjerna nesigurnost digitalnog pomičnog mjerila rezolucije 0,01 mm kojim je mjeren radijus R i promjeri D_K i D_E, $\mathrm{u}(F) = \pm$ 14 N je standardna mjerna nesigurnost korištenog prstenastog dinamometra, $\mathrm{u}(p) = \pm 0,162$ bar je standardna mjerna nesigurnost manometra i $\mathrm{u}(s_E) = \pm\, 0,7\ \mu$m je standardna mjerna nesigurnost komparatora rezolucije kojim je mjerena debljina lima s_E.

Uz pomoć programskog paketa Mathematica, proračunata je mjerna nesigurnost za svako izmjereno $\sigma_{ekv,E}$ a najveća vrijednost odabrana kao reprezentativna mjerna nesigurnost naprezanja u točci E, tablica 4.2.

4.3.5. Mjerna nesigurnost naprezanja u točci O

Opet koristeći izraz za ekvivalentno naprezanje 2.50 slijedi

$$\sigma_{ekv,E} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_{m,E} - \sigma_{c,E})^2 + (\sigma_{m,E} - \sigma_{n,E})^2 + (\sigma_{c,E} - \sigma_{n,E})^2]} \tag{4.21}$$

Već u poglavlju 3.4. ustanovljeno je da je u točci O meridijansko naprezanje jednako cirkularnom naprezanju, pa

$$\sigma_{m,c,O} = \frac{1}{2s_O}(\frac{4F}{D_K^2\pi} - p)R \tag{4.22}$$

Normalno naprezanje u točci O identično je naprezanju u točci K i iznosi

$$\sigma_{n,O} = -\frac{1}{2}(\frac{4F}{D_K^2\pi} + p) \tag{4.23}$$

Obzirom da je $\sigma_{c,O} = \sigma_{m_O}$ izraz za ekvivalentno naprezanje prelazi u

$$\sigma_{ekv,O} = \sigma_{m,c,O} - \sigma_{n,O} \tag{4.24}$$

gdje je izostavljen znak apsolutne vrijednosti jer $\sigma_{m,c,O} > \sigma_{n,O}$. Kako je

$$\sigma_{ekv,O} = \frac{1}{2s_O}(\frac{4F}{D_K^2\pi} - p)R - \frac{1}{2}(\frac{4F}{D_K^2\pi} + p) \tag{4.25}$$

Izrazom za proračun mjerne nesigurnosti (4.5) dobiva se

$$\begin{aligned} \mathrm{u}(\sigma_{ekv,O}) = \pm \Bigg\{ & (\frac{\partial\sigma_{ekv,O}}{\partial R})^2 \mathrm{u}(R)^2 + (\frac{\partial\sigma_{ekv,O}}{\partial F})^2 \mathrm{u}(F)^2 \\ & + (\frac{\partial\sigma_{ekv,O}}{\partial p})^2 \mathrm{u}(p)^2 + (\frac{\partial\sigma_{ekv,O}}{\partial D_K})^2 \mathrm{u}(D_K)^2 \\ & + (\frac{\partial\sigma_{ekv,O}}{\partial s_O})^2 \mathrm{u}(s_O)^2 \Bigg\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \tag{4.26}$$

Gdje je $\mathrm{u}(R) = \pm 5,7\mu\mathrm{m}$, $\mathrm{u}(F) = \pm 14$ N, $\mathrm{u}(p) = \pm 0,162$ bar, $\mathrm{u}(D_K) = \pm\ 5,7\ \mu\mathrm{m}$ i s_O je komparatorskom urom mjerena debljina lima u točci O uz $\mathrm{u}(s_O) = \pm 0,7\ \mu\mathrm{m}$. Za svako izmjereno naprezanje $\sigma_{ekv,O}$ izračunata je mjerna nesigurnost i njezin najveći iznos odabran za mjernu nesigurnost naprezanja u točci O, 4.2.

4.3.6. Izračun mjernih nesigurnosti

Programskim paketom Mathematica dobivena je tablica 4.2. Iz tablice je vidljivo da maksimalna mjerna nesigurnost

- u točci K iznosi;
  - za deformaciju zanemarivih 0,001 što je za red veličine manje od relevantnih iznosa deformacije koji se koriste u oblikovanju deformiranjem

  - za naprezanje $\mathrm{u}(\sigma_{ekv,\,K}) = 1,1\ \mathrm{N/mm^2}$ što je za iznos najmanjeg naprezanja $90,4\ \mathrm{N/mm^2}$ greška od 1,2% i kao takva prihvatljiva u tečenju materijala kao izrazito nelinearnome procesu

- u točci E iznosi
  - za deformaciju nešto većih a opet zanemarivih 0,002
  - za naprezanje $\mathrm{u}(\sigma_{ekv,\,E}) = 2,0\ \mathrm{N/mm^2}$ što također prihvatljiv iznos obzirom na $\sigma_{ekv,\,E}$ kao veličinu zavisnu o šest mjerenih veličina $\sigma_{ekv,E} = f(R,\ F,\ p,\ D_K,\ D_E,\ s_E)$.

- u točci O iznosi
  - za deformaciju opet zanemarivih 0,001
  - za naprezanje $\mathrm{u}(\sigma_{ekv,\,O}) = 1,0\ \mathrm{N/mm^2}$ što je za iznos najmanjeg naprezanja $75,0\ \mathrm{N/mm^2}$ greška od 1,3% i kao takva također prihvatljiva mjerna nesigurnost

Tablica 4.2: *Izračun mjerne nesigurnosti*

no	F [kN]	p [bar]	s_O [mm]	s_E [mm]	D_E [mm]	s_K [mm]	D_K [mm]	$u(\varphi_{ekv1,\,K})$	$u(\varphi_{ekv1,\,O})$	$u(\varphi_{ekv2,\,E})$	$u(\sigma_{ekv,\,K})$ [N/mm^2]	$u(\sigma_{ekv,\,E})$ [N/mm^2]	$u(\sigma_{ekv,\,O})$ [N/mm^2]
28	6,00	19	0,905	0,731	25,71	0,789	29,27	0,001	0,001	0,001	1,10	1,65	1,00
25	5,91	19	0,910	0,740	25,48	0,799	29,32	0,001	0,001	0,001	1,08	1,62	0,99
30	6,04	19	0,911	0,726	26,25	0,803	30,03	0,001	0,001	0,001	1,03	1,61	0,95
21	6,26	20	0,874	0,709	26,24	0,793	30,16	0,001	0,001	0,001	1,03	1,65	0,98
29	6,37	20	0,898	0,708	26,92	0,787	30,24	0,001	0,001	0,001	1,04	1,65	0,95
27	6,51	20	0,880	0,715	27,13	0,788	30,25	0,001	0,001	0,001	1,04	1,64	0,97
23	6,94	21	0,849	0,708	27,67	0,768	30,67	0,001	0,001	0,001	1,04	1,64	0,99
32	6,99	21	0,902	0,691	28,49	0,766	30,38	0,001	0,001	0,001	1,07	1,71	0,95
34	7,04	21	0,900	0,689	27,99	0,778	30,80	0,001	0,001	0,001	1,02	1,68	0,92
39	7,39	22	0,884	0,670	28,41	0,750	31,21	0,001	0,001	0,001	1,04	1,72	0,92
37	7,19	22	0,885	0,675	28,04	0,772	31,59	0,001	0,001	0,001	0,98	1,67	0,89
38	7,24	22	0,908	0,664	28,43	0,784	31,84	0,001	0,001	0,001	0,95	1,69	0,86
22	7,66	23	0,876	0,638	28,85	0,757	32,13	0,001	0,001	0,002	0,97	1,76	0,88
36	7,74	23	0,905	0,624	29,14	0,750	32,68	0,001	0,001	0,002	0,95	1,77	0,82
31	7,63	23	0,915	0,610	28,68	0,746	32,03	0,001	0,001	0,002	1,00	1,86	0,84
33	7,95	24	0,881	0,554	29,24	0,733	32,84	0,001	0,001	0,002	0,97	2,03	0,84
24	8,12	24	0,825	0,586	29,20	0,732	32,81	0,001	0,001	0,002	0,97	1,91	0,91
26	8,00	24	0,907	0,584	29,29	0,731	33,07	0,001	0,001	0,002	0,96	1,89	0,80
								0,001	0,001	0,002	1,10	2,03	1,00

Maksimalna mjerna nesigurnost pojedine izmjerene velicine

Poglavlje 5.

Računalna simulacija

Simulacija postupaka hidrauličnog i modificiranog hidrauličnog udubljivanja izvedena je metodom konačnih elemenata u programskom paketu MSC Marc Mentat [39]. Pri tom su izrađena dva numerička modela za simulaciju običnog i modificiranog udubljivanja:

1. Osnosimetrični 2D MKE model
2. Osnosimetrični 3D MKE model

Za razliku od osnosimetričnog 2D modela, 3D model pruža mogućnost modeliranja hidrooblikovanja nesimetričnih geometrija.

U slučaju osnosimetričnog 2D modela, materijal je modeliran kao izotropni, elastoplastični materijal[1]. Konstante u elastičnom području za Al99,5 lim (UNS No. A91050), prema [40] iznose; Youngov modul elastičnosti $E = 69000$ N/mm^2, Poissonov faktor $\nu = 0,33$.

Za slučaj 3D modela, materijal je modeliran kao krutoplastični. Ovo je bilo neophodno za uspješno dovršenje simulacije s membranskim elementima koji su izrazito nestabilni.

Za oba numerička modela, izotropna plastičnost je modelirana krivuljom plastičnog tečenja snimljenom modificiranim hidrauličnim udubljivanjem na sferi, koja ja dana slikom 4.8. Ploha tečenja odabrana je po Von Missesu. Metodom najmanjih kvadrata određen je Ludwik–Holomon-ov analitički izraz koji povezuje stvarna naprezanja i stvarne deformacije;

$$k_f = C\varphi^n \tag{5.1}$$

[1]Modeliranje elastičnog ponašanja bilo je neophodno za prevladavanje početnih inkremenata simulacije. Zbog malene krutosti membrane, model kruto-plastičnog materijala otežava ili onemogućava provođenje simulacije.

gdje je metodom najmanjih kvadrata određena konstanta $C = 147,9\text{N/mm}^2$ i eksponent očvršćenja $n = 0,278$. Za $\varphi_{ekv} = 0$ uzeta je vrijednost granice popuštanja prema certifikatu ispitivanog aluminijskog lima od $\sigma_{ekv} = 32\ \text{N/mm}^2$. S uvrštenim vrijednostima C i n izraz (5.1) u primijenjenoj formi glasi

$$k_f = \begin{cases} 32 & \varphi_{ekv} < 0,01 \\ 147,9\ \varphi^{0,278} & \varphi_{ekv} > 0,01 \end{cases} \tag{5.2}$$

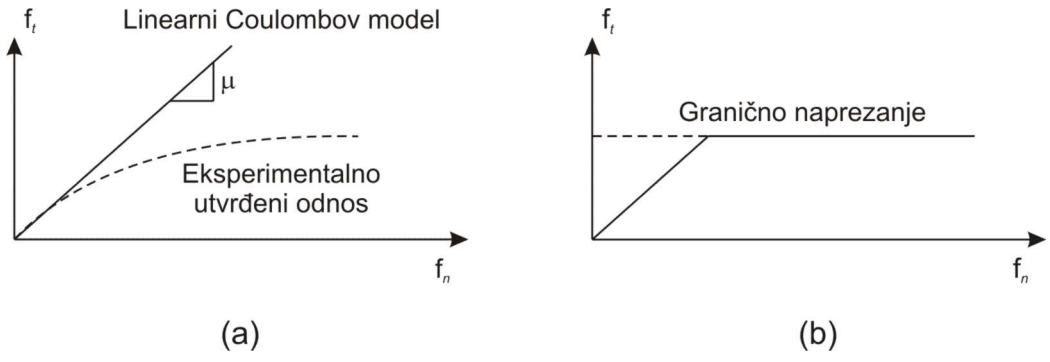
Trenje u simulaciji modificiranog hidrauličnog udubljivanja na sferi modelirano je modificiranim Coulomb-ovim bilinearnim modelom.

Coulomb-ov model dan je izrazom

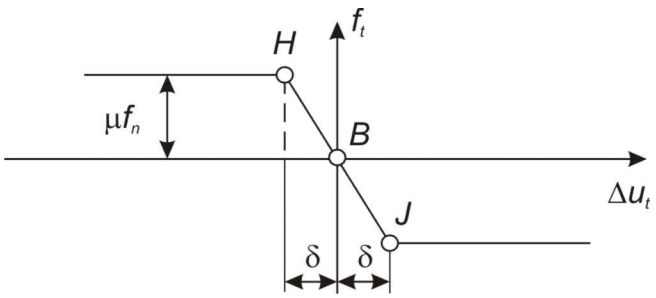
$$f_t \leq -\mu f_n t \tag{5.3}$$

gdje je f_t tangencijalna sila - sila trenja u pojedinome čvoru, μ je faktor trenja, f_n je normalna sila u čvoru i t je tangencijalni jedinični vektor u smjeru relativne brzine gibanja.

Modifikacija modela se sastoji u tome da za velike iznose normalne sile f_n, eksperimentalno utvrđeni odnos sile trenja i normalne sile ne prati Coulomb-ov model dan izrazom (5.3) kako to prikazuje slika 5.1.a. Zato se radi pretpostavka da je sila trenja u pojedinom čvoru proporcionalna naprezanju trenja u tom istome čvoru i koristeći pojam graničnog naprezanja pri određivanju trenja postavlja se ovisnost naprezanja trenja o normalnom naprezanju kako to shematski pokazuje slika 5.1.b.



Slika 5.1: *Modifikacija Coulomb-ovog modela trenja; (a) Coulomb-ov model i eksperimentalno utvrđena ovisnost sile trenja o normalnoj sili (b) shematski prikaz modificiranog modela koji se koristi u numeričkoj simulaciji, [39]*



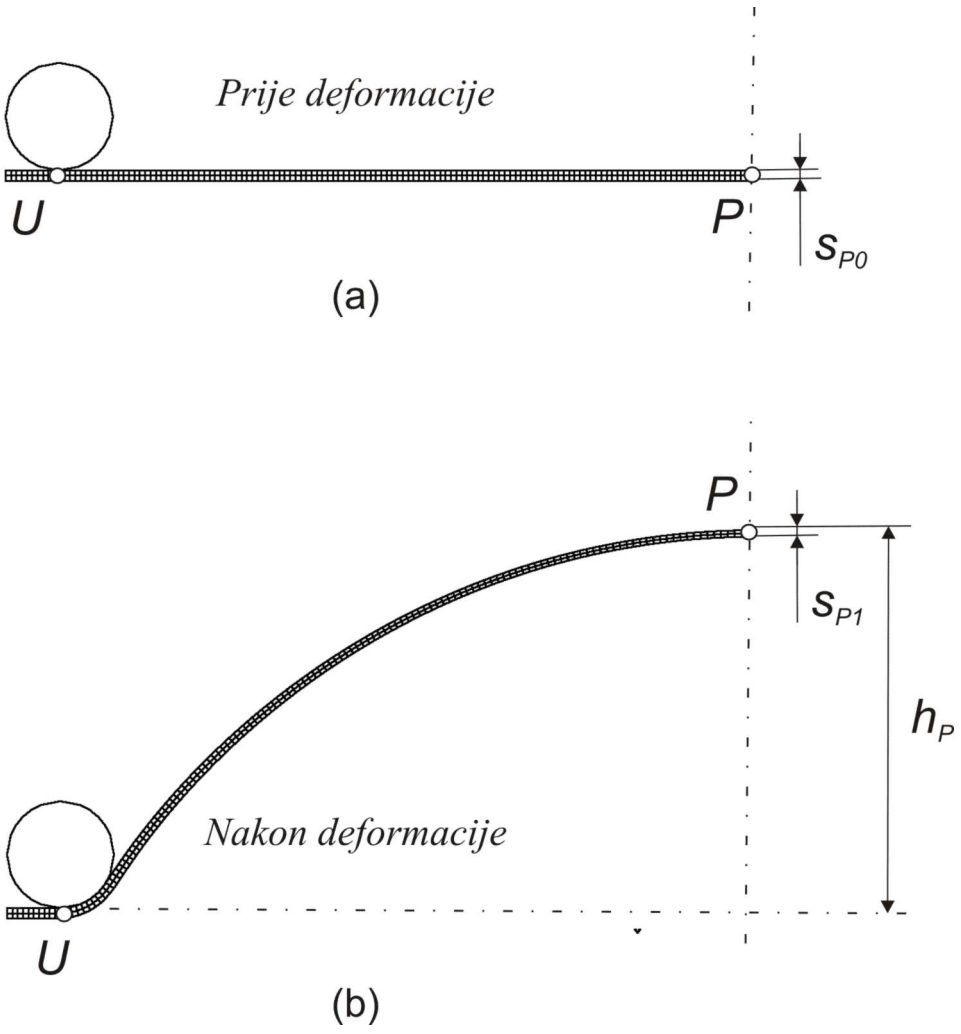
Slika 5.2: *Bilinearni Coulomb-ov model trenja, [39]*

Bilinearnost modela je detaljno razrađena u [39] a odnosi se na ovisnost trenja o pomaku čvora. Ta ovisnost u slučaju da je $\delta = 0$, slika 5.2, skokovito mijenja iznos sile trenja uzrokujući numeričku nestabilnost, pa je potrebno linearizacijom $\overline{BH}$ i $\overline{BJ}$ odnosno bilinearnom modifikacijom $\delta \neq 0$ riješiti navedeni problem.

Iako korišteni model trenja ne modelira prijelaz iz statičkog u kinematski režim trenja, odabrani model trenja zadovoljavajuće modelira eksperimentalno opaženi ekstrem deformacije; najveće stanjenje lima u točci E i potom zadebljanja do točke K, u kojoj se lim odvaja od sfere.

5.1. Osnosimetrični/2D numerički model

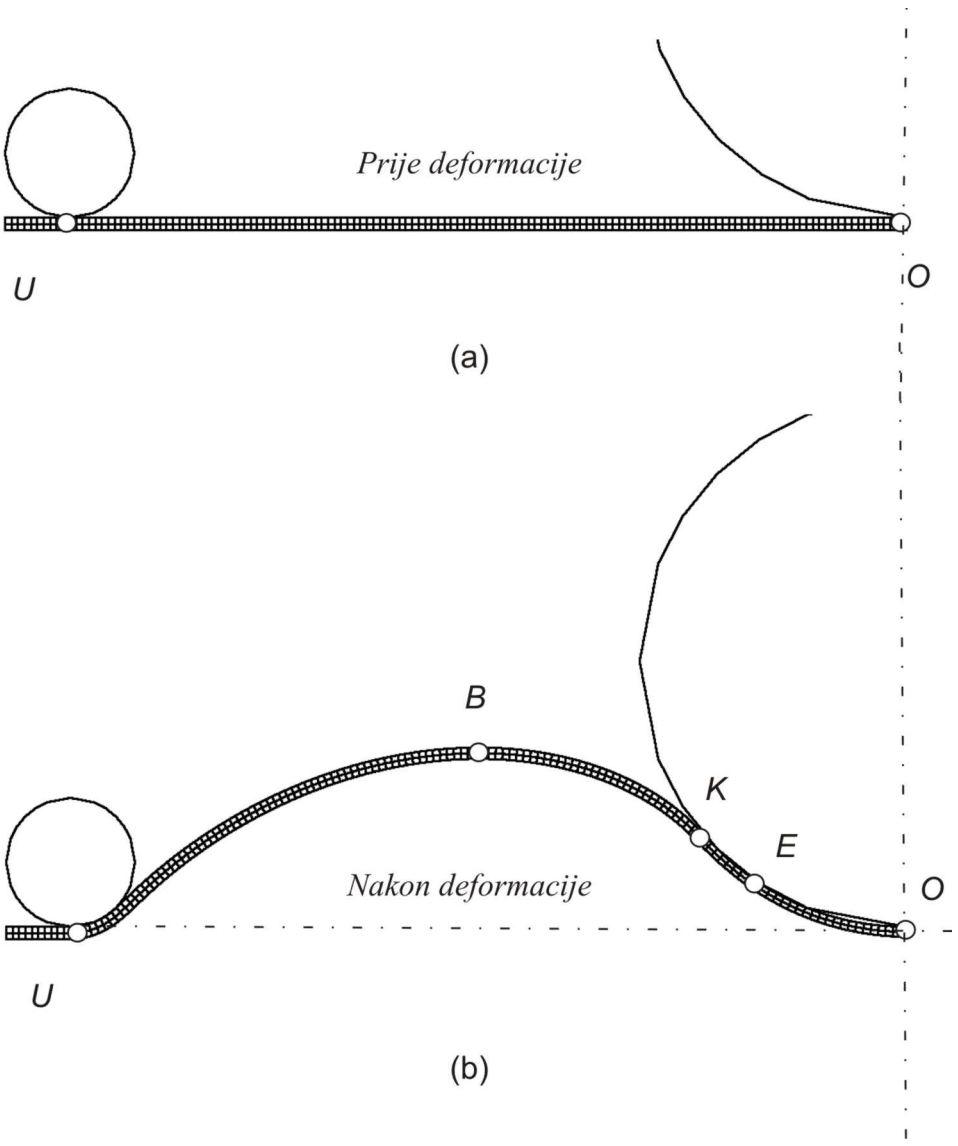
Poradi jednostavnosti i širokog dijapazona primjene u modeliranju osnosimetričnih postupaka oblikovanja [41, 42], korišten je bilinearni konačni kvadratni element s četiri čvora. Iako bilinearne funkcije oblika "loše" modeliraju smična naprezanja, u zadanome modelu membranskome stanju naprezanja ne smeta ovaj nedostatak zbog fizikalnog izostanka smičnih naprezanja. U modeliranju kontakta kod modificiranog udubljivanja, dolazi do izražaja dobro svojstvo stabilnosti i numeričke efikasnosti odabranog linearnog elementa[1].



Slika 5.3: *2D MKE model hidrauličnog udubljivanja: a. Nedeformirani model, tlak $p = 0$ bar b. Deformirani osnosimetrični 2D MKE model pri maksimalnome eksperimentalnome tlaku od $p = 21,5$ bar*

[1]Iako na raspolaganju, elementi višeg reda nisu korišteni jer kod modeliranja velikih deformacija induciraju probleme s konvergencijom, osobito ako u simulaciji postoji kontakt s trenjem kao u modificiranome udubljivanju.

Slika 5.3.a prikazuje nedeformiranu mrežu a slika 5.3.b deformiranu mrežu osnosimetričnog modela hidrauličnog udubljivanja. Model je izrađen od 280 konačnih 2D elemenata tipa 10, te uspješno modelira klasično udubljivanje do maksimalnoga tlaka od $p = 22,8\ bar$.



Slika 5.4: *2D MKE model modificiranog hidrauličnog udubljivanja: a. Nedeformirani osnosimetrični 2D MKE model b. Deformirani osnosimetrični 2D MKE model pri maksimalnome eksperimentalnome tlaku modificiranog udubljivanja od* $p = 24\ bar$

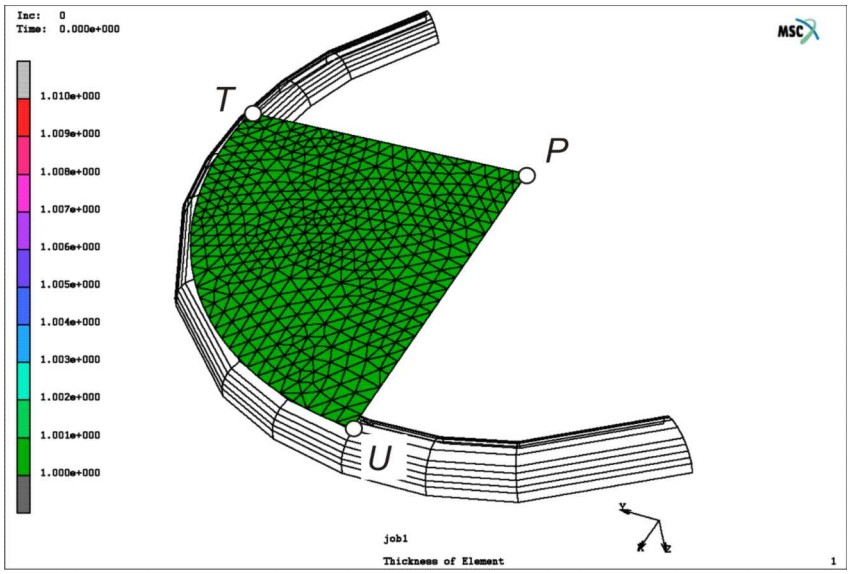
U točci U numerički model rondele oslanja se na zaobljenje ruba matrice, neophodno kako tijekom oblikovanja ne bi došlo do prosijecanja rondele. U istoj točci na materijal su postavljeni rubni uvjeti koji onemogućuju radijalni i aksijalni

pomak pripadajućeg čvora. Točka P predstavlja točku u osi simetrije[1] gdje je svim čvorovima na osi simetrije postavljen rubni uvjet nepomicanja u radijalnome smjeru.

Tlak p koji deformira rondelu, modeliran je također s pomoću rubnih uvjeta, koji su postavljeni u vidu opterećenja po rubovima (e. edge load) elemenata s donje strane rondele kao sila po jedinici površine. S obzirom na deformirajuću geometriju, opterećenje je definirano tako da prati normalu i modul rastuće "površine" konačnog elementa (e. follower force).

Slika 5.4.a prikazuje nedeformiranu mrežu a slika 5.4.b deformiranu mrežu osnosimetričnog modela modificiranog hidrauličnog udubljivanja na sferi. Numerički MKE model uspješno modelira modificirano udubljivanje do maksimalnog eksperimentalno izmjerenog tlaka od $p = 24\ bar$.

[1]Kako bi simulacija mogla biti provedena, u simulaciji točka P je pomaknuta od osi simetrije za $0,1\ mm$.



Slika 5.5: *3D MKE model klasičnog udubljivanja, mreža trokutnih konačnih elemenata prije deformacije*

5.2. Trodimenzijski numerički model

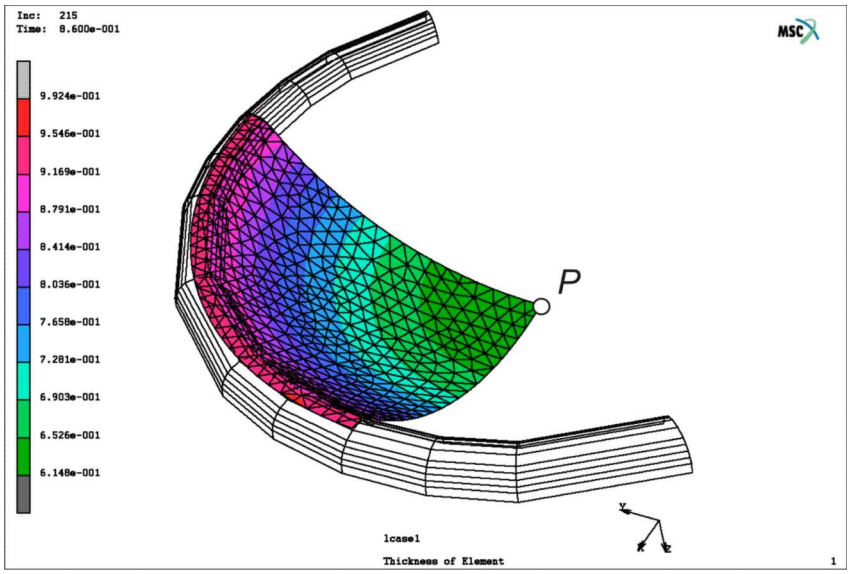
Trodimenzijska simulacija, klasičnog i modificiranog postupka udubljivanja, izvedena je DKT[1] elementom tipa 138; bilinearnim trokutnim elementom za analizu tanke ljuske sa tri čvora. Trokutna geometrija plosnatog[2] konačnog elementa najbliža je računalnom formatu $*.stl$ i kao takva najprimjerenija CAM tehnologiji.

Jednostavna formulacija u odnosu na standardne elemente višega reda namijenjene modeliranju ljusaka [43], čini odabrani tip elementa vrlo povoljnim po pitanju uštede procesorskog vremena, ali i neosjetljivim na veće distorzije. Navedeno je od osobitog značaja u simulaciji velikih i trajnih deformacije gdje se nelinearnost očituje na tri načina; zbog geometrije, zbog nelinearnog očvršćenja materijala i zbog djelujućeg trenja (kod modificiranog hidrauličnog udubljivanja na sferi).

Kod modeliranja trenja i problema kontakta općenito, u znatnoj su prednosti linearni elementi s manjim brojem čvorova. Trokutni element višeg reda; bilinearni "semi loof" element sa 6 čvorova, pri simulaciji modificiranog hidrauličnog udubljivanja, zbog pojave kontakta lima i sfere; zahtijeva 2,5 puta dulje procesorsko vrijeme za identične ulazne i izlazne parametre simulacije uz

[1] eng. Discrete Kirchoff Theory

[2] Plosnati element u CAD prikazu nema debljine već mu se ista pridružuje kao svojstvo. Lim se ovim elementom predočuje u vidu dvostruko zakrivljene 3D površine.



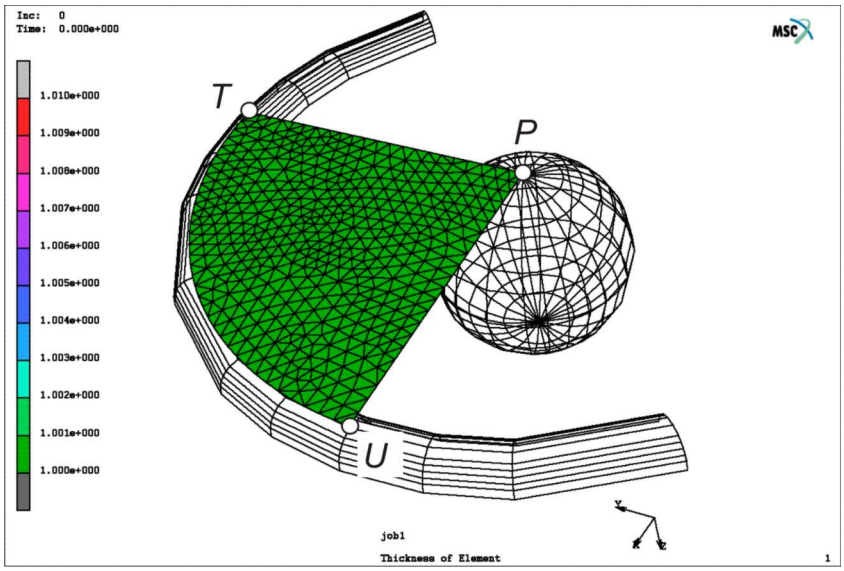
Slika 5.6: *3D MKE model klasičnog udubljivanja, mreža trokutnih konačnih elemenata nakon deformacije*

neznatnu razliku simuliranih veličina.

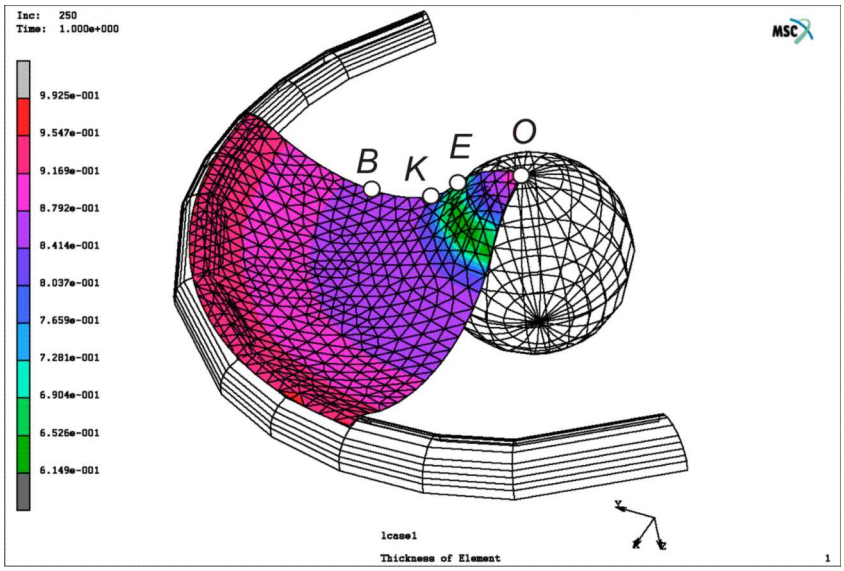
Slika 5.5 prikazuje četvrtinu rondele prije deformacije u prostornom prikazu kod običnog, a slika 5.7 kod modificiranog udubljivanja. Simulacija je izvedena na četvrtini kako bi se skratilo vrijeme računanja. Duž bridova PU i PT postavljeni su rubni uvjeti, koji onemogućavaju cirkularni pomak čvorova u meridijanskoj ravnini u kojoj leži brid PU, i u meridijanskoj ravnini u kojoj leži brid PT. Po obodu rondele duž luka $\widehat{TU}$ čvorovima je fiksirano svih šest stupnjeva slobode gibanja. I u simulaciji običnog i u simulaciji modificiranog udubljivanja rubni uvjeti su postavljeni na identičan način. Tlak p također je postavljen u vidu varijabilnog rubnog uvjeta koji prati normalu i povećanje površine deformirajućih elemenata.

Obzirom da je za MKE model odabran plosnati element, debljina lima od $s = 1\ mm$ pridružena je mreži elementa, definiranjem geometrijskih svojstava za elemente koji modeliraju 3D ljusku.

Slika 5.6 prikazuje četvrtinu rondele nakon deformacije pri tlaku $p = 21,5\ bar$ a slika 5.8 četvrtinu kod modificiranog udubljivanja pri maksimalnom tlaku od $p = 24\ bar$. Prikaz je samo kvalitativan, a odnos eksperimentalno izmjerenih i numerički dobivenih vrijednosti dan je u narednom poglavlju.



Slika 5.7: *MKE model modificiranog hidrauličnog udubljivanja na sferi, mreža trokutnih konačnih elemenata prije deformacije*



Slika 5.8: *MKE model modificiranog hidrauličnog udubljivanja na sferi, mreža trokutnih konačnih elemenata nakon deformacije*

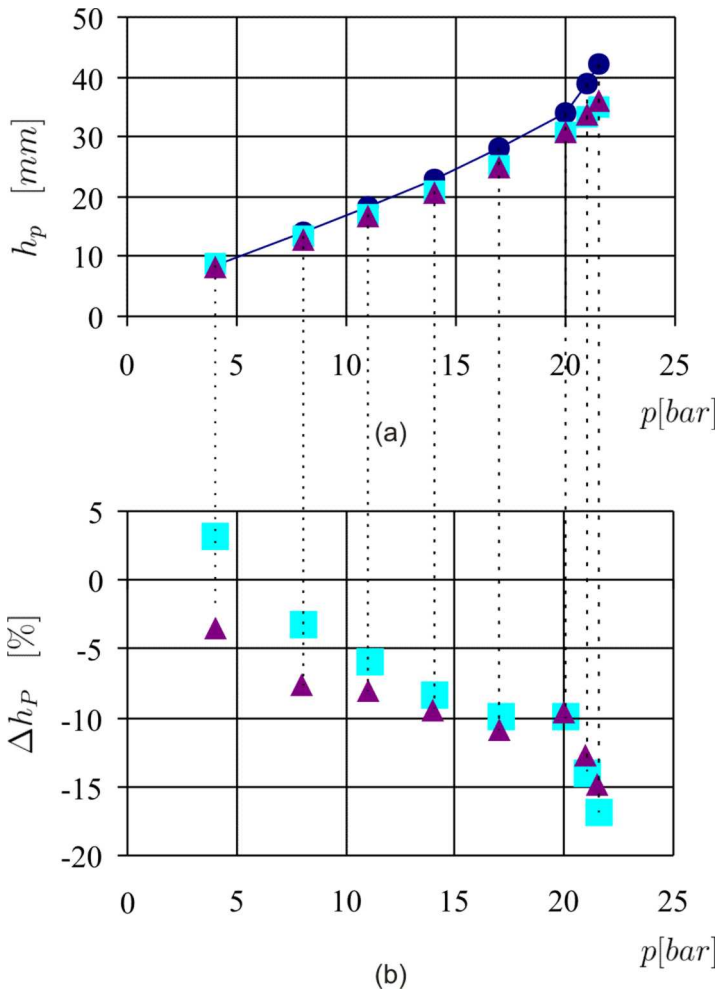
5.3. Usporedba numeričkih vrijednosti i eksperimentalnih rezultata

5.3.1. Klasično hidraulično udubljivanje

Kod klasičnog hidrauličnog udubljivanja uspoređene su eksperimentalna i simulirana vrijednost;

1. visine ispupčenja h_P
2. debljine lima na polu s_P.

Na slici 5.9.a punom linijom je prikazana eksperimentalno mjerena visina ispupčenja h_P kao funkcija tlaka oblikovanja p koji se kreće u granicama od 0



Slika 5.9: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene visine ispupčenja u točci P; eksperimentalni podaci označeni punom linijom i krugom, kvadratom 2D MKE simulacija, trokutom 3D MKE simulacija, a. visina ispupčenja b. relativna razlika visina [(MKE-eksperiment)/eksperiment]*

Tablica 5.1: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene visine ispupčenja u točci P*

p $[bar]$	$h_{P,\,eksp}$ $[mm]$	$h_{P,\,2D}$ $[mm]$	$\Delta h_{P,\,2D}$ $[\%]$	$h_{P,\,3D}$ $[mm]$	$\Delta h_{P,\,3D}$ $[\%]$
4,0	8,70	8,99	3	8,39	-4
8,0	14,32	13,88	-3	13,23	-8
11,0	18,48	17,42	-6	16,98	-8
14,0	23,17	21,28	-8	20,96	-10
17,0	28,29	25,51	-10	25,20	-11
20,0	34,41	31,06	-10	31,07	-10
21,0	39,07	33,67	-14	34,09	-13
21,5	42,49	35,36	-17	36,16	-15

do $21,5$ *bar*. Osam kružića prikazuje osam eksperimentalnih mjerenja, po tri za svaki kružić. Uz njih su, za istih osam vrijednosti pripadajućeg tlaka, dane numeričke vrijednosti i to;

- Kvadratom su označene vrijednosti dobivene 2D simulacijom
- Trokutima označene vrijednosti dobivene 3D simulacijom

Uočljivo je kako simulirane vrijednosti visina ispupčenja padaju ispod eksperimentalnih. Na slici 5.9.b i u tablici 5.1 dana je relativna razlika Δh_P numeričkih u odnosu na eksperimentalno izmjerene visine odnosno

$$\Delta h_P = \frac{h_{P,num} - h_{P,eksp}}{h_{P,eksp}} \tag{5.4}$$

Usporedbom podataka vidi se kako ovako definirana razlika iznosi do 11% za tlakove do 20 *bar*. Iznad navedenog iznosa tlaka, kad se udubljivanje približi pojavi pukotine, relativna razlika iznosi 17% za 2D model i 15% za 3D model. Iako se radi o simulaciji, ovaj opaženi skok može poslužiti kao indicija fizikalnih zbivanja u samome eksperimentu, koja je potrebno eksperimentalno detaljnije provjeriti kao što su autori učinili u [44].

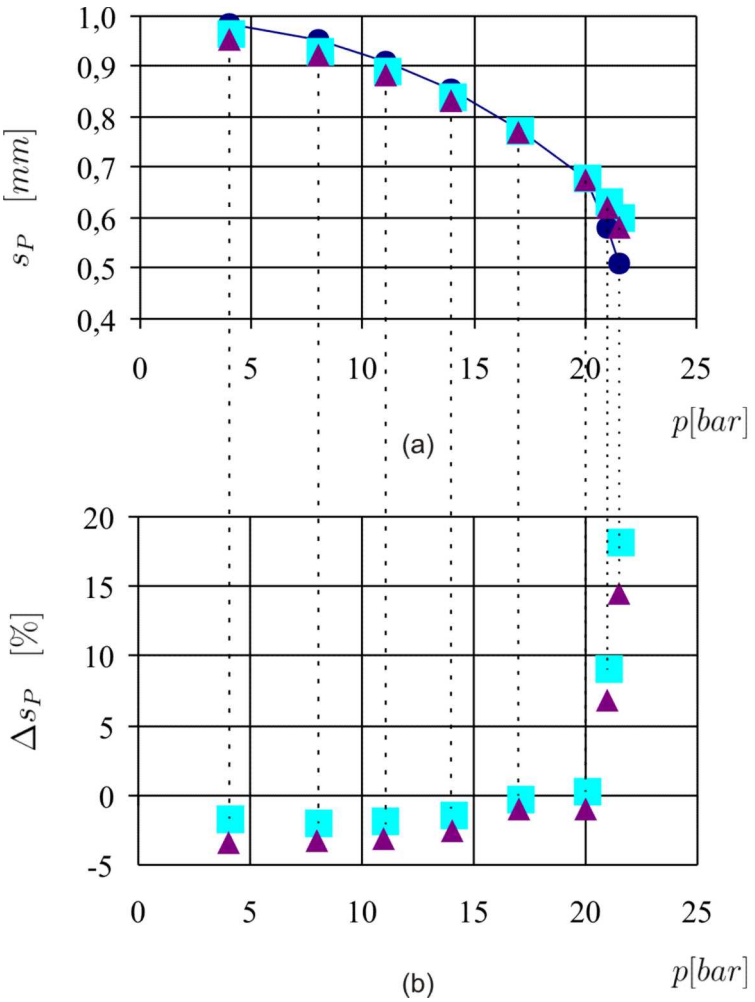
Veći iznos eksperimentalnih od simuliranih vrijednosti visine ispupčenja u skladu je s opaženom, povećanom krutosti diskretiziranog modela kod metode pomaka, koja je korištena pri modeliranju hidrauličnog udubljivanja u MSC Marc Mentat-u.

S druge strane, debljina na polu ispupčenja zaostaje za simuliranom debljinom što je u skladu s manjom visinom ispupčenja, a oboje je kvalitativno u skladu s zakonom nepromjenjivosti volumena [30].

Relativna razlika numeričkih u odnosu na eksperimentalno izmjerene debljine Δs_P

$$\Delta s_P = \frac{s_{P,num} - s_{P,eksp}}{s_{P,eksp}} \tag{5.5}$$

u točci P znatno je manja od relativne razlike visine do istog iznosa tlaka od 20 *bar* kako je to prikazano na slici 5.10 i u tablici 5.2. Dotično je u skladu s činjenicom da



Slika 5.10: *Usporedba eksperimenta i simulacije kod klasičnog hidrauličnog udubljivanja; eksperimentalni podaci označeni punom linijom i krugom, kvadratom 2D simulacija, trokutom 3D simulacija. a. debljina lima na polu b. relativna razlika debljina [(MKE-eksperiment)/eksperiment]*

Tablica 5.2: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene debljine lima u točci P*

p $[bar]$	$s_{P,\,eksp}$ $[mm]$	$s_{P,\,2D}$ $[mm]$	$\Delta s_{P,\,2D}$ $[\%]$	$s_{P,\,3D}$ $[mm]$	$\Delta s_{P,\,3D}$ $[\%]$
4,0	0,99	0,97	-2	0,95	-3
8,0	0,95	0,93	-2	0,92	-3
11,0	0,91	0,89	-2	0,88	-3
14,0	0,85	0,84	-1	0,83	-3
17,0	0,78	0,78	0	0,77	-1
20,0	0,68	0,68	0	0,67	-1
21,0	0,58	0,63	9	0,62	7
21,5	0,51	0,60	18	0,58	14

je ukupna, kumulativna meridijanska deformacija svih diferencijalnih elemenata sudjelovala u generiranju ukupne visine ispupčenja. Naprotiv, nakon tlaka od 20 *bar*, relativna razlika debljine izjednačuje se relativnom razlikom visine, što upućuje na svojevrsnu lokalizaciju deformacija na područje samog pola. Navedenom tlaku odgovara logaritamska deformacija od $\varphi_{ekv} = 0,361$, što je bitno manje od njenog maksimalnog iznosa na pripadajućoj krivulji tečenja snimljenoj klasičnim udubljivanjem od $\varphi_{ekv} = 0,677$. Navedeno upućuje na neprimjerenost klasičnog udubljivanja za snimanje krivulja tečenja izrazito duktilnih materijala kao što je Al 99,5.

5.3.2. Modificirano hidraulično udubljivanje na sferi

Kod modificiranog hidrauličnog udubljivanja uspoređene su eksperimentalne i simulirane vrijednosti;

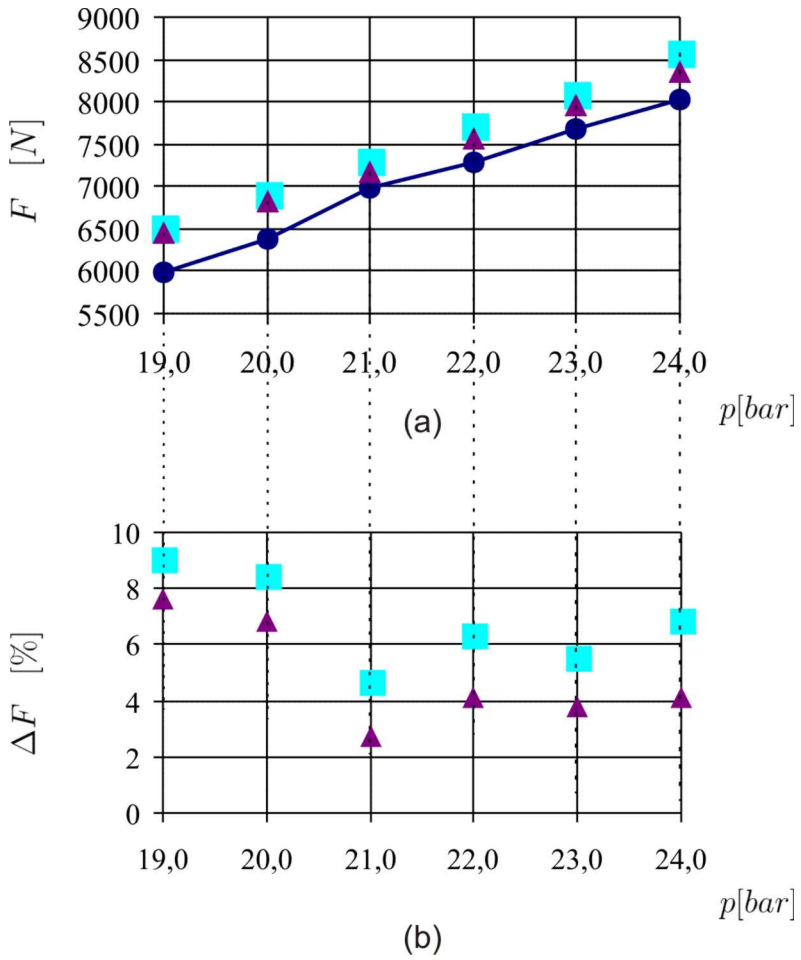
1. sile na sferu
2. visina ispupčenja u točci B, 5.4
3. debljina lima u točkama K i E.
4. promjeri u točkama K i E.

Zapravo, uspoređene su mjerene s numerički dobivenim vrijednostima; a koje su relevantne za određivanje točaka krivulje tečenja predloženom metodom modificiranog hidrauličnog udubljivanja.

Na slici 5.11.a punom linijom dana je eksperimentalno određena sila na sferu, mjerena pomoću prstenastog dinamometra. Relativna razlika ΔF dana je izrazom

$$\Delta F = \frac{F_{num} - F_{eksp}}{F_{eksp}} \tag{5.6}$$

Razlike numeričkog u odnosu na eksperimentalni iznos sile, kreću se do 10% za osnosimetrični model i do 8% za trodimenzijski model, kako to prikazuju slika 5.11.b i tablica 5.3. Navedena razlika sila je u skladu s većom krutosti numeričkog MKE modela temeljenog na metodi pomaka. Uz navedeno, trodimenzijski model koji koristi plosnate elemente daje srednju relativnu grešku od $4,9\%$, što je za predmetni numerički model izrađen u MKE softveru opće namjene



Slika 5.11: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene sile kod modificiranog udubljivanja; eksperimentalni podaci označeni punom linijom i krugom, kvadratom 2D MKE simulacija, trokutom 3D MKE simulacija. a. Sila na sferu b. Relativna razlika sile [(MKE-eksperiment)/eksperiment]*

Tablica 5.3: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene sile kod modificiranog udubljivanja*

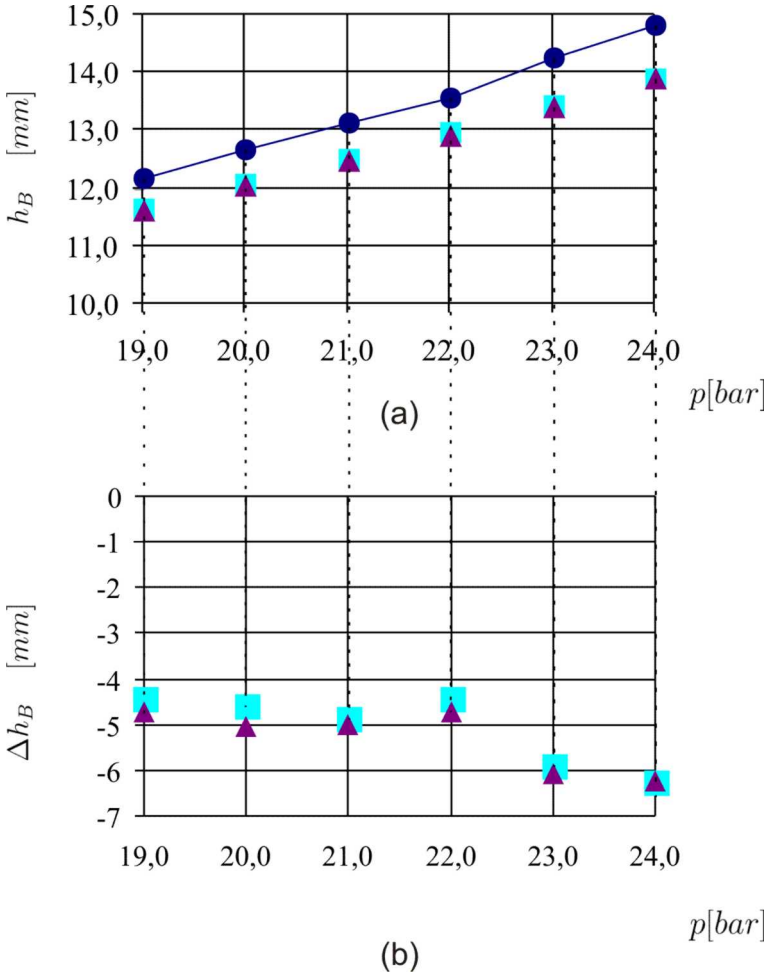
p $[bar]$	F_{eksp} $[N]$	F_{2D} $[N]$	ΔF_{2D} [%]	F_{3D} $[N]$	ΔF_{3D} [%]
19,0	5984	6527	9,1	6441	7,6
20,0	6381	6924	8,5	6815	6,8
21,0	6989	7318	4,7	7179	2,7
22,0	7274	7734	6,3	7573	4,1
23,0	7677	8105	5,6	7966	3,8
24,0	8025	8578	6,9	8353	4,1
			6,8		4,9
			$\overline{\Delta F}_{2D}$ [%]		$\overline{\Delta F}_{3D}$ [%]

zadovoljavajuće [45]. Skok relativne greške za tlak $p = 21\ bar$ kod oba numerička modela, posljedica je eksperimentalnog skoka sile. Pri navedenome tlaku osim sile, eksperimentalno je uočljivo intenzivnije stanjivanje lima u točci E, odnosno na dijagramima svih mjerenih vrijednosti. Navedeno upućuje na fazu intenzivnijeg tečenja materijala u području točke E koja;

- sliči lokalizaciji deformacije što prethodi lomu kao u Siebel-Schwaigerer-ovoj metodi razvlačenja epruvete
- razlikuje se od dotične jer ne vodi izravno lomu, već materijal nastavlja teći i u točci K što potvrđuje opaženo stanjivanje lima

Navedeno upućuje na proširenje konstatacije kako u membranski napregnutim ljuskama dolazi do preraspodijele naprezanja [4], ne samo kad naprezanje dostigne granicu tečenja, nego i uoči lokalizacije deformacije. Ipak za generalizaciju ove tvrdnje potrebna su preciznija mjerenja i poopćenja na rondele izrađene iz drugih materijala.

Na slici 5.12.a i u tablici 5.4, dana je usporedba izmjerenih i simuliranih visina ispupčenja u točci B. Kako dijagram prikazuje, nije vidljivo očitovanje prethodno spomenuto intenzivnije tečenje materijala u točci E. Eksperimentalno lako mjerljiv, iznos visine ispupčenja za tlakove od 19 do 24 bar je prikazan punom linijom, a kvadratom i trokutom simulirani iznos osnosimetričnim i trodimenzijskim MKE modelom. Na slici 5.12.b i u tablici 5.4, dana je relativna



Slika 5.12: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene debljine lima u točci B; eksperimentalni podaci označeni punom linijom i krugom, kvadratom 2D MKE simulcaija, trokutom 3D MKE simulacija. a. Visina ispupčenja u točci B b. Relativna razlika ispupčenja u točci B*

razlika simulacije i eksperimenta kao

$$\Delta h_B = \frac{h_{B,num} - h_{B,eksp}}{h_{B,eksp}} \tag{5.7}$$

Sukladno već navedenoj većoj krutosti numeričkog modela temeljena na metodi pomaka, simulirano ispupčenje je manje od eksperimentalnog. Razlika oba numerička modela kreće se do -7% u odnosu na izmjerenu vrijednost.

Nadalje, na slikama 5.13, 5.14 i u tablicama 5.5, 5.6 dane su usporedne vrijednosti debljina u točkama K i E, s pripadajući relativnim pogreškama Δs_K Δs_E.

Kod osnosimetričnog modela relativna razlika Δs_K manja je iz dva razloga.

Tablica 5.4: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene visine ispupčenja u točci B*

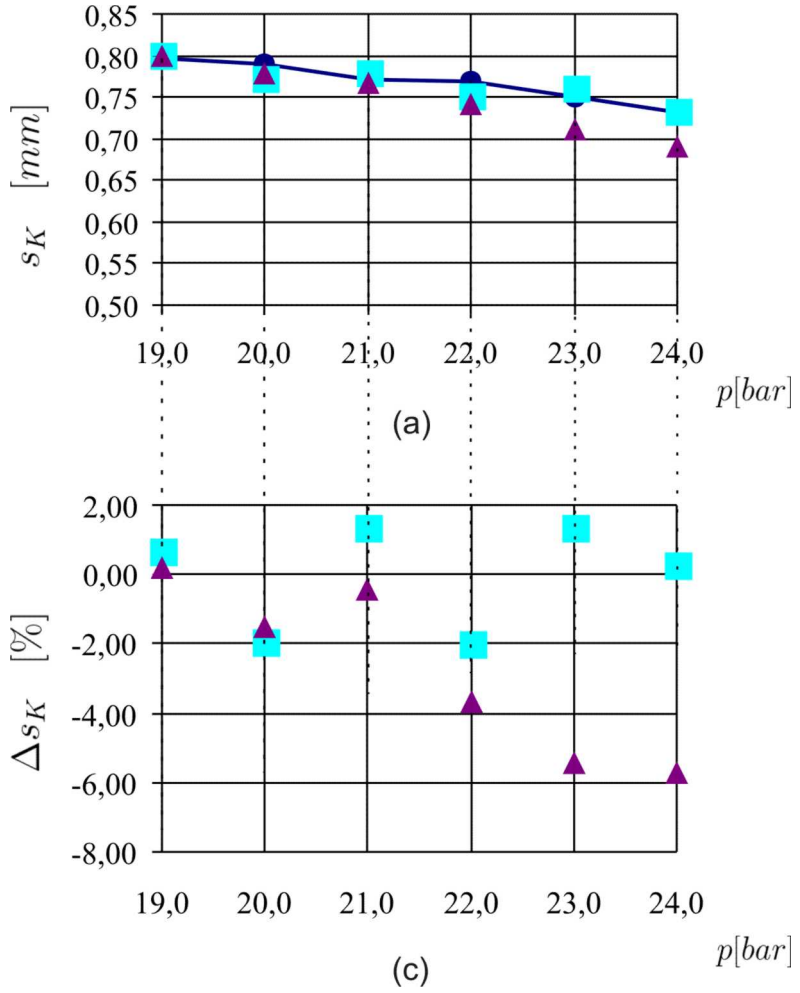
p $[bar]$	$h_{B,\,eksp}$ $[mm]$	$h_{B,\,2D}$ $[mm]$	$\Delta h_{B,\,2D}$ $[\%]$	$h_{B,\,3D}$ $[mm]$	$\Delta h_{B,\,3D}$ $[\%]$
19,0	12,20	11,66	-4,4	11,62	-4,7
20,0	12,68	12,10	-4,6	12,04	-5,0
21,0	13,16	12,52	-4,9	12,50	-5,0
22,0	13,57	12,97	-4,4	12,93	-4,7
23,0	14,27	13,43	-5,9	13,40	-6,1
24,0	14,83	13,90	-6,3	13,90	-6,3

Tablica 5.5: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene debljine lima u točci K*

p $[bar]$	$s_{K,\,eksp}$ $[mm]$	$s_{K,\,2D}$ $[mm]$	$\Delta s_{K,\,2D}$ $[\%]$	$s_{K,\,3D}$ $[mm]$	$\Delta s_{K,\,3D}$ $[\%]$
19,0	0,797	0,802	0,7	0,798	0,2
20,0	0,789	0,774	-1,9	0,777	-1,5
21,0	0,770	0,781	1,4	0,767	-0,4
22,0	0,768	0,753	-2,0	0,740	-3,7
23,0	0,751	0,761	1,4	0,710	-5,4
24,0	0,732	0,734	0,3	0,690	-5,7

Tablica 5.6: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene debljine lima u točci E*

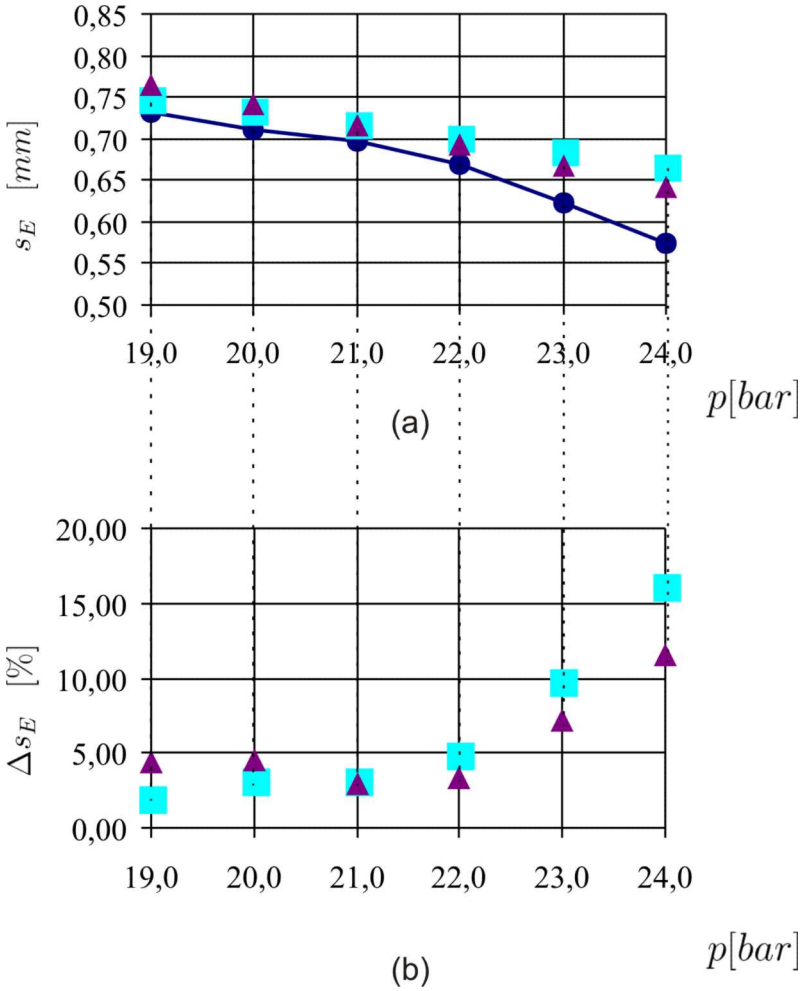
p $[bar]$	$s_{E,\,eksp}$ $[mm]$	$s_{E,\,2D}$ $[mm]$	$\Delta s_{E,\,2D}$ $[\%]$	$s_{E,\,3D}$ $[mm]$	$\Delta s_{E,\,3D}$ $[\%]$
19,0	0,732	0,747	2,0	0,764	4,3
20,0	0,710	0,733	3,2	0,742	4,5
21,0	0,696	0,718	3,2	0,716	2,9
22,0	0,670	0,702	4,9	0,692	3,4
23,0	0,624	0,685	9,9	0,668	7,1
24,0	0,575	0,667	16,1	0,641	11,6



Slika 5.13: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene debljine lima u točci K; eksperimentalni podaci označeni punom linijom i krugom, kvadratom 2D MKE simulacija, trokutom 3D MKE simulacija. a. Debljina lima u točci K b. Relativna razlika debljine u točci K [(MKE-eksperiment)/eksperiment]*

- Prvi je veća savojna krutost osnosimetričnog modela koja uzrokuje ranije razdvajanje lima i sfere, ostavljajući u kontaktu točke bliže točci ekstremnog smanjenja što za posljedicu ima manje simulirane debljine lima
- drugi razlog je što se kod 2D modela svi čvorovi nalaze u meridijanskoj ravnini pa porastom tlaka "skokovito" ulaze u kontakt sa sferom, uzrokujući vidljivi skok Δs_K pr promjeni tlaka s $p = 22\ bar$ na $p = 23\ bar$.

Skok Δs_K pri tlaku $p = 22\ bar$ već je ranije opisan početak (pred)nestabilnosti. Isto tako na slici 5.14.b uočljivo je presijecanje numerički dobivenih krivulja, upućujući na isti fenomen. Eksperimentalno opaženo jako stanjenje lima u točci E ne prati niti jedan od dva modela, što za posljedicu ima veliku relativnu

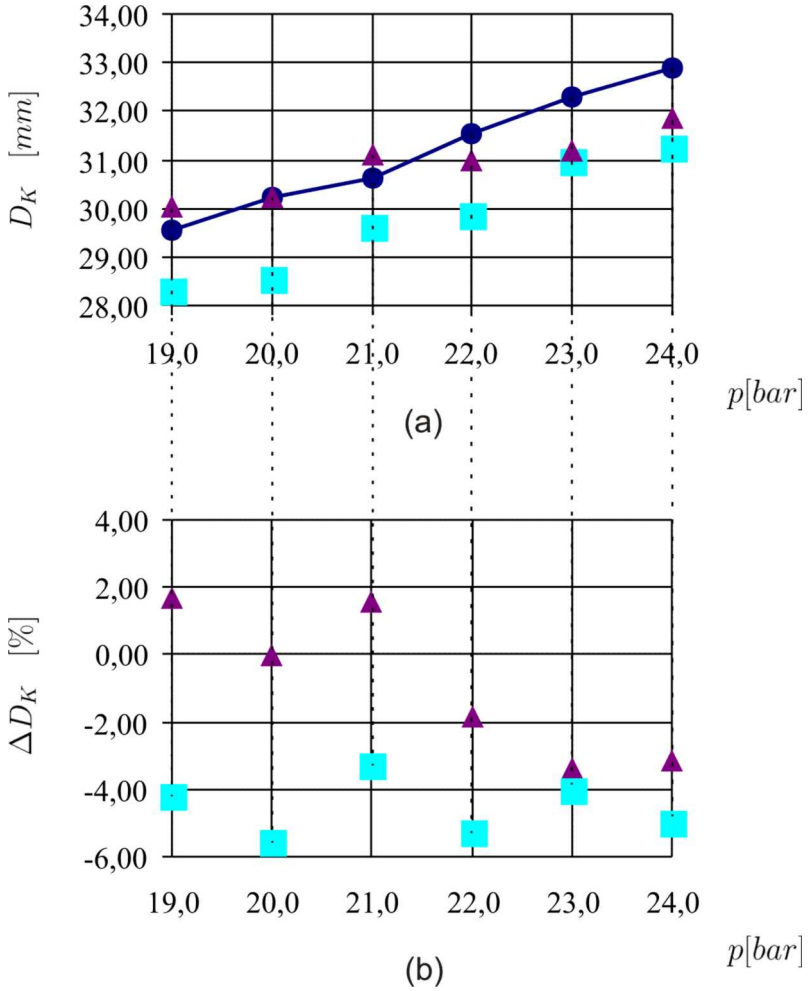


Slika 5.14: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivene debljine lima u točci E; eksperimentalni podaci označeni punom linijom i krugom, kvadratom 2D MKE simulacija, trokutom 3D MKE simulacija. a. Debljina lima u točci E b. Relativna razlika debljine u točci E [(MKE-eksperiment)/eksperiment]*

razliku Δs_E koja je definirana na sličan način kao i ostale relativne razlike u ovom poglavlju, odnosno kao

$$\Delta s_E = \frac{s_{E,num} - s_{E,eksp}}{s_{E,eksp}} \tag{5.8}$$

Naposlijetku, usporedbe promjera u točkama K i E dane su na slikama 5.15, 5.16 i u tablicama 5.7, 5.8 . Manji promjeri osnosimetričnog modela u obje točke upućuju na veću savojnu krutost koja rezultira težim "natiskivanjem" lima na sferu, dok 3D model bolje prati izmjerenu promjera vrijednost s maksimalnom relativnom razlikom promjera do $-3,4\%$ u točci K i $5,4\%$ u točci E.



Slika 5.15: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivenog promjera u točci K; eksperimentalni podaci označeni punom linijom i krugom, kvadratom 2D MKE simulacija, trokutom 3D MKE simulacija. a. Promjer u točci K b. Relativna razlika promjera u točci K [(MKE-eksperiment)/eksperiment]*

Osnosimetrični, savojno kruć model daje već spomenutu veću razliku promjera do $-5,5\%$ u točci K i $-18,4\%$ u točci E.

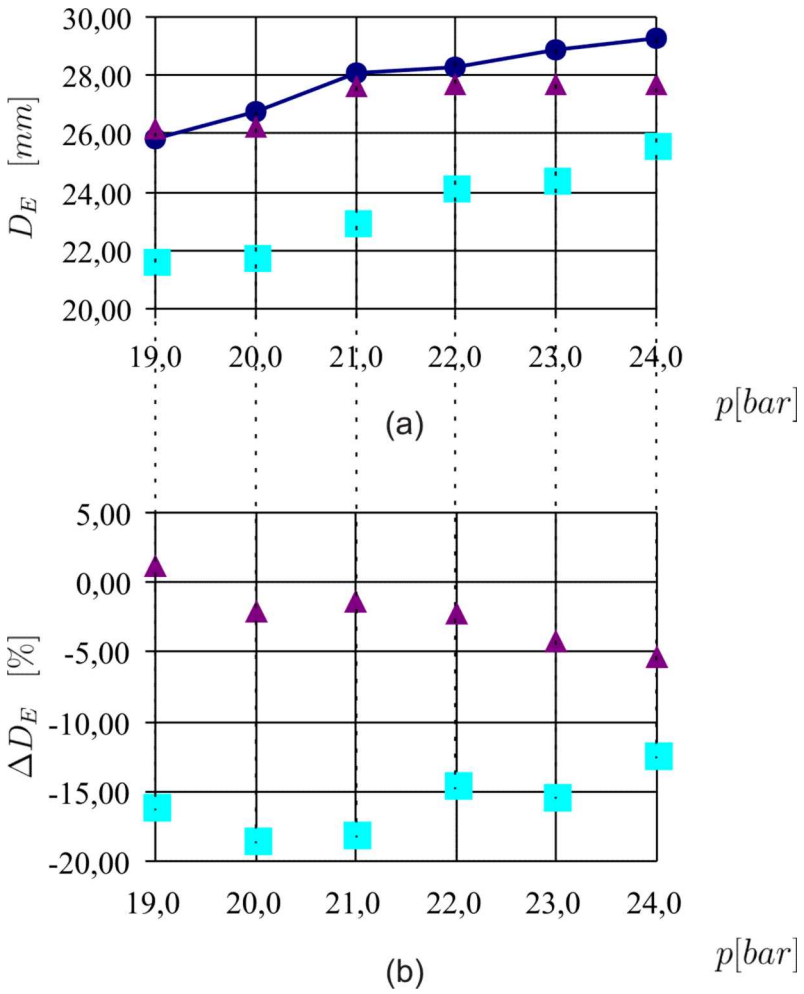
Simulirane i mjerene vrijednosti promjera D_E u točci E, prikazuje slika 5.16.a. Vidljivi skok pri tlaku $p = 21$ *bar* odgovara već opisanoj (pred)nestabilnosti, nakon koje 2D model pokazuje jako izražene skokove zbog diskretne strukture MKE modela, odnosno stupnjevitog dolaska čvorova u kontakt sa sferom. Čvorovi u točci K koja je točka razdvajanja lima i sfere, kako u eksperimentu tako i u modelu, uzrokuju numeričke nestabilnosti i induciraju skokove koji su osobito izraženi kod 2D modela zbog njihovog rasporeda u meridijanskoj ravnini. Kod 3D modela javlja se slično ali u znatno manjoj mjeri jer prostorna mreže čini intenzitet stupanja čvorova u kontakt postupnijim.

Tablica 5.7: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivenog promjera u točci K*

p $[bar]$	$D_{K,\,eksp}$ $[mm]$	$D_{K,\,2D}$ $[mm]$	$\Delta D_{K,\,2D}$ $[\%]$	$D_{K,\,3D}$ $[mm]$	$\Delta D_{K,\,3D}$ $[\%]$
19,0	29,54	28,30	-4,2	30,03	1,7
20,0	30,22	28,54	-5,6	30,21	0,0
21,0	30,62	29,62	-3,3	31,10	1,6
22,0	31,55	29,88	-5,3	30,97	-1,8
23,0	32,28	30,98	-4,0	31,18	-3,4
24,0	32,91	31,26	-5,0	31,86	-3,2

Tablica 5.8: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivenog promjera u točci E*

p $[bar]$	$D_{E,\,eksp}$ $[mm]$	$D_{E,\,2D}$ $[mm]$	$\Delta D_{E,\,2D}$ $[\%]$	$D_{E,\,3D}$ $[mm]$	$\Delta D_{E,\,3D}$ $[\%]$
19,0	25,81	21,66	-16,1	26,13	1,22
20,0	26,76	21,82	-18,5	26,20	-2,11
21,0	28,05	23,00	-18,0	27,64	-1,44
22,0	28,29	24,20	-14,5	27,66	-2,24
23,0	28,89	24,46	-15,3	27,66	-4,26
24,0	29,24	25,64	-12,3	27,66	-5,41



Slika 5.16: *Usporedba eksperimentalno i simulacijom dobivenog promjera u točci E; eksperimentalni podaci označeni punom linijom i krugom, kvadratom 2D MKE simulacija, trokutom 3D MKE simulacija. a. Promjer u točci E b. Relativna razlika promjera u točci E [(MKE-eksperiment)/eksperiment]*

U točci E u kojoj se javlja ekstremna deformacija, 3D model bolje prati eksperimentalne podatke i čak modelira (pred)lokalizaciju tečenja materijala što pokazuje konstantnim simuliranim promjerom D_E od točke koja odgovara tlaku $p = 21\ bar$. Ipak dva detalja otežavaju konstataciju kako se radi o numeričkoj indikaciji (pred)lokalizacije, a to su

- činjenica da je odabran jedan čvor za očitanje promjera D_E (u kojem je debljina numerički minimalna) od niza čvorova u kojim je debljina blizu minimalne
- odabrani model trenja bitno utječe na zaostajanje čvorova u kontaktu, te posredno i na lokalizaciju deformacije

Kombinacija modela trenja i tečenja materijala na kontaktnoj površini sfere i lima, složen je fenomen i eksperimentalno i numerički. Zato je 3D model s maksimalnom relativnom razlikom manjom od 6%, izrađen u korištenom MKE programu opće namjene, prihvatljiv, dok ponuđeni 2D model treba koristiti samo iznimno.

Poglavlje 6.

Zaključak i preporuke za daljnja istraživanja

Modificirano hidraulično udubljivanje omogućilo je određivanje naprezanja mjerenjem sile na poznatom presjeku, što nije bilo izvedivo klasičnim hidrauličnim udubljivanjem. Uz navedeno, udubljivanje na sferi definira geometriju oblikovanog lima, otklanjajući potrebu za pretpostavkama o toj istoj geometriji, čineći tako izračun naprezanja i deformacija egzaktnim. Cjelovitost snimljenih podataka metodom hidrauličnog udubljivanja na sferi uočljiv je iz snimljene krivulje tečenja za raspon deformacija od φ=0,1...0,7 što je relevantan raspon za krivulju tečenja snimljenu postupkom u kojem dominiraju vlačna naprezanja. Dominantno homogena deformacija lima do φ=0,7 daleko nadvisuje homogenu deformaciju kod snimanja krivulje tečenja vlačnom metodom prije pojave vrata epruvete, koja seže samo do φ=0,2...0,3. Empirijski izraz kojega su uveli Siebel i Schwaigerer kako bi omogućili mjerenje deformacije u području njene nehomogenosti, predložena metoda u cijelosti otklanja dajući bolju mogućnost analitičkog modeliranja.

Osim mogućnosti snimanja krivulje tečenja za velike stupnjeve deformacije u vlačnom području, modificirano hidraulično udubljivanje omogućava iskorištavanje manjeg broja epruveta zbog mogućnosti istovremenog određivanja tri različite točke ove iste krivulje na jednoj rondeli. Uz navedene točke, potrebno je još razmotriti i četvrtu točku maksimalnog ispupčenja modificiranog udubljivanja, kao potencijalno mjesto snimanja točke krivulje plastičnog tečenja.

Modificirano hidraulično udubljivanje može se koristiti i kao metoda za ispitivanje maziva u oblikovanju deformiranjem. Veliki faktor trenja inducirati će pukotinu blizu kontaktnog ruba sfere i lima, a maleni će pak inducirati pukotinu na samome vrhu sfere kao što je slučaj kod Erichsen-ovog ili Hašek-ovog testa.

Koristeći pretpostavku o hidrostatskoj raspodjeli pritiska na kontaktnoj površini lim-sfera, osim dobivene ekstrapolacije krivulje tečenja na veće deformacije, uvedena metoda posjeduje cjelovitost fenomena koji se javljaju kod postupaka hidrooblikovanja; slobodno tečenje i tečenje materijala u kontaktu. Uz nelinearnost koja proizlazi iz očvršćenja materijala u modificiranoj metodi javlja se i fenomen kontakta koji je presudan u kalibraciji proizvoda dobivenih hidrauličnim udubljivanjem. Na ovaj način uvedena metoda osim analitičkog, predstavlja i interesantan tehnološki model na kojem se mogu ispitivati programi za modeliranje hidrooblikovanja lima, bez obzira na numerički pristup; metodom konačnih elemenata, metodom konačnih volumena, bezmrežnom metodom i sl..

Iskustvo provedenih eksperimenata upućuje na nepodesnost metode klasičnog hidrauličnog udubljivanja kod određivanja malih stupnjeva logaritamske deformacije. Ovo je u cijelosti izbjegnuto modificiranim hidrauličnim udubljivanjem na sferi, gdje se mjerenja izvode samo pri višim tlakovima. Od tri točke u kojima se modificiranim udubljivanjem određuje logaritamska deformacija, točka na osi simetrije omogućava izračun manjih deformacija.

Sva predmetna mjerenja provedena su na samo jednom materijalu; aluminiju Al 99,5 kako bi se minimalizirao upliv materijala na razmatranu, novu metodu snimanja krivulje plastičnog tečenja.

Kod daljnjih istraživanja i razvoja metode modificiranog udubljivanja na sferi, potrebno je predloženom metodom snimiti krivulje tečenja za tradicionalne i nove materijale u obliku lima koji se koriste u izradi lakih konstrukcija; niskougljične čelike za tanke limove (DC01-DC04, prema EN 10027-1) [46], mikrolegirane čelike (ZStE 260 - 420, prema SEW 093), refosforizirane čelike (ZStE 220 P - 300 P, prema SEW 094), DP čelike, IF čelične limove [47], BH čelike (ZStE 180 BH - 300 BH, prema SEW 094), SULC čelike, TRIP čelike, IZ čelike (ZstE 220i, interni standrad Salzgitter AG) [48], nehrđajuće čelične limove namijenjene izradi panela lakih konstrukcija [49], limove aluminijskih legura namijenjene autoindustriji [47], limove magnezijevih legura [50] te superlegure nikla kao što je npr. Ti-6Al-4V.

Za anizotropne materijale, kakvi su u biti svi materijali u obliku lima, bilo bi potrebno razmotriti inačice predložene metode. Kao primjer moguće je koristiti matricu eliptičnog oblika, i za različite orijentacije lima izvedenim izrazima snimati krivulju tečenja, te je neophodno poraditi na točnosti samog modificiranog postupka udubljivanja kako bi se uočila i malena anizotropija ispitivanog materijala.

Upravljanje brzinom protoka fluida koji oblikuje lim, moguće je ispitivati i

upliv brzine deformacije na krivulju tečenja, oblikovljivost i podmazivanje. Ipak, zbog nemogućnosti postavljanja željene brzine deformacije reguliranjem brzine protoka, potrebno je optičkim mjernim metodama pristupiti snimanju brzine i pripadajućeg polja deformacije kao što je izvedeno u [36]. Na taj način, mjereći objektni raster deformirajuće površine lima, moguće je donositi zaključke o materijalu na temelju snimljenog polja deformacije.

Izrađeni 3D numerički model i modularna naprava za modificirano hidraulično udubljivanje omogućit će daljnje eksperimentalno i numeričko studiranje hidrooblikovanja nesimetričnih geometrija, implementacijom krivulje tečenja snimljene modificiranim hidrauličnim udubljivanjem na sferi. Ostvarivi tlakovi oblikovanja do 350 *bar* čine izrađenu napravu primjerenom hidrooblikovanju i debljih limova u kojima se javlja i savijanje.

Obzirom na bolje poklapanje trodimenzijskog modela s eksperimentom, potrebno je razraditi trodimenzijski model koji će koristiti 3D elemente koji će geometrijom mreže izravno modelirati debljinu lima. Zbog same geometrije lima; dominacije dužine i širine u odnosu na debljinu, potrebno je obratiti pozornost na izvedivost takve simulacije volumenskim elementima (kritični omjer duljine stranica i sl.).

U perspektivi modificirano hidraulično udubljivanje otvara mogućnost

1. analize i anizotropnih limova
2. mogućnost snimanja dijagrama granične oblikovljivosti
3. mogućnost određivanja duktilnosti lima za postupke hidrooblikovanja [17].

Ovo posljednje može biti dopuna poznatim testovima kao što je Erichsenov test i Hašekov test, jer osim sfere kao krutog tijela, simultano djeluje i tlak medija. Udubljivanjem lima na sferi, kod modificiranog hidrauličnog udubljivanja je moguće kvantificirati očitovanje trenja; odnosno mjeriti poziciju na kojoj je došlo do pucanja i to zavisno o vrsti maziva i materijalu kontaktnog para alat - lim. Ovo posljednje može biti komplementarna tema predmetnom radu na području mehanike loma i kao takva zahtjeva primjerenu znanstvenu razradu.

Nadalje od uočenih fenomena, potrebno je posvetiti pozornost pojavi nestabilnosti koja prethodi lomu, a koja je kod hidrooblikovanja odgođena. S tim ciljem potrebno je proširiti kako eksperimentalni, tako i numerički dio modificiranog hidrauličnog udubljivanja i na druge već navedene materijale.

Pri numeričkom modeliranju 3D model se pokazao podesniji, zbog boljeg poklapanja s eksperimentalnim rezultatima, osobito kod modificiranog udubljivanja. Prednost 3D modela značajna je što se kod modificiranog udubljivanja osim nelinearnosti zbog očvršćenja, javlja i nelinearnost zbog kontaktnog trenja, pa njihova kombinacija najbolje odgovara stvarnim postupcima hidrooblikovanja. Prema provedenom istraživanju, težište bi trebalo staviti na daljnji razvoj 3D modela. Ovo posljednje je važno i zbog modeliranja opažene nestabilnost koja prethodi lomu, a svojstvena hidrooblikovanju, znatno odgađa trenutak pucanja lima.

Podrobnija i eksperimentalna i numerička analiza predložene metode neophodna je kako bi se u svjetlu navedenoga, u što većoj mjeri ovladalo hidrooblikovanjem nesimetričnih 3D geometrija. U tom cilju potrebno je ispitati i upliv dimenzije sfere na kojoj se lim udubljuje.

Imajući na umu razvoj limenih proizvoda i pripadajućih postupaka njihove izrade, predložena metoda modificiranog hidrauličnog udubljivanja na sferi, predstavlja jedan od mnogobrojnih koraka na tom putu.

Poglavlje 7.

Dodatak

7.1. Veza logaritamske i konvencionalne deformacije

7.1.1. Veza konvencionalne i logaritamske deformacije

Konvencionalna ili inženjerska deformacija ϵ po skalarnoj definiciji vezanoj na vlačni pokus glasi

$$\epsilon = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \tag{7.1}$$

Kada se ista metoda koristi za snimanje krivulje plastičnog tečenja, konvencionalnu deformaciju zamjenjuje logaritamska ili stvarna deformacija φ

$$\varphi = \ln(\frac{l_1}{l_0}) \tag{7.2}$$

Fizikalna razlika između konvencionalne i logaritamske deformacije počiva na fenomenu očvršćenja materijala. Kao primjer može se uzeti izduženje epruvete s l_0 na l_1 pri čemu je materijal očvrsnuo za $\Delta k_{f,0-1}$. Potom epruvetu rasteretimo i ponovno razvučemo s l_1 na l_2. Materijal je očvrsnuo za dodatnih $\Delta k_{f,1-2}$. Ukupnu logaritamsku deformaciju φ_{uk} moguće je prikazati kao sumu

$$\varphi_{uk} = \ln(\frac{l_1}{l_0}) + \ln(\frac{l_2}{l_1}) = \ln(\frac{l_2}{l_0}) \tag{7.3}$$

dok za konvencionalnu deformaciju to nije moguće, odnosno

$$\epsilon_{uk} \neq \frac{l_1 - l_0}{l_0} + \frac{l_2 - l_1}{l_1} \tag{7.4}$$

Kako je ukupno očvršćenje materijala $\Delta k_{f,uk}$ jednako sumi pojedinih očvršćenja

$$\Delta k_{f,uk} = \Delta k_{f,0-1} + \Delta k_{f,1-2} \tag{7.5}$$

proizlazi primjerenost logaritamske deformacije opisu očvršćenja materijala koje se javlja kod velike i trajne tzv. plastične deformacije. Nadalje, istome očvršćenju materijala u vlačnom i u tlačnome pokusu[1] $\Delta k_{f,vlak} = \Delta k_{f,tlak}$ pridružuje se po apsolutnoj vrijednosti ista logaritamska deformacija.

$$(|\varphi_{vlak}|, \Delta k_{f,vlak}) = (|\varphi_{tlak}|, \Delta k_{f,tlak}) \tag{7.6}$$

Za konvencionalnu deformaciju to nije slučaj. Izlučivanjem kvocijenta l_1/l_0 iz jednadžbe (7.2)

$$\frac{l_1}{l_0} = e^{\varphi} \tag{7.7}$$

i njegovim uvrštavanjem u jednadžbu (7.1) dobiva se ovisnost konvencionalne o logaritamskoj deformaciji

$$\epsilon = e^{\varphi} - 1 \tag{7.8}$$

odnosno logaritamske o konvencionalnoj deformaciji

$$\varphi = \ln(1 + \epsilon) \tag{7.9}$$

[1] pretpostavlja se izotropno očvršćenje materijala

7.1.2. Hipoteza o nestlačivosti

Pretpostavi li se da je volumen pravokutne prizme nakon plastičnog tečenja jednak volumenu pravokutne prizme prije plastičnog tečenja

$$V_1 = V_0 \tag{7.10}$$

$$a_1 b_1 c_1 = a_0 b_0 c_0 \tag{7.11}$$

logaritmiranjem gornjeg izraza dobiva se

$$\frac{a_1 b_1 c_1}{a_0 b_0 c_0} = 1 \tag{7.12}$$

$$\ln(\frac{a_1 b_1 c_1}{a_0 b_0 c_0}) = 0 \tag{7.13}$$

$$\ln(\frac{a_1}{a_0}) + \ln(\frac{b_1}{b_0}) + \ln(\frac{c_1}{c_0}) = 0 \tag{7.14}$$

Pretpostavljajući kako normale stranica pravokutne prizme tijekom deformacije ostaju paralelne te da se njihove normale poklapaju s pravcima glavnih deformacija, dobiva se konačni algebarski izraz hipoteze o nestlačivosti

$$\varphi_a + \varphi_b + \varphi_c = 0 \tag{7.15}$$

7.2. Izvod membranske jednadžbe

Koristeći sliku 7.1 s pripadajućim oznakama, izvest će se membranska jednadžba. Zbog pojednostavljenja će se namjesto meridijanskog i cirkularnog naprezanja uvesti sile po jedinici duljine; N_m meridijanska i N_c cirkularna. Pomnožene s duljinom stranice diferencijalnog elementa daju odgovarajući iznos sile. Sila $N_m r d\zeta$ i sila $(N_m+dN_m)(r+dr)d\zeta$ zatvaraju s normalom diferencijalnog elementa kut $d\vartheta/2$ pa zbroj njihovih projekcija na pravac normale iznosi

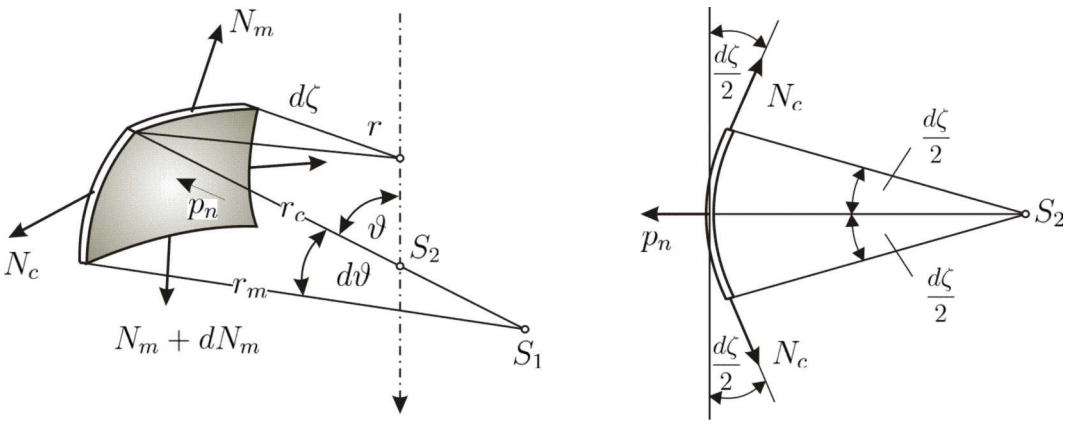
$$-N_m r d\zeta \sin\frac{d\vartheta}{2} - (N_m + dN_m)(r + dr)d\zeta \sin\frac{d\vartheta}{2} = -N_m r d\zeta d\vartheta \tag{7.16}$$

pri čemu su zanemarene infinitezimalne veličine višeg reda te je uzeto $\sin(d\vartheta/2) = d\vartheta/2$ jer je $d\vartheta << 1$.

Dvije cirkularne sile $N_c r_m d\vartheta$ projiciraju se u radijalan pravac i tvore zajedničku rezultantu $-2N_m r_m d\vartheta \sin\frac{d\zeta}{2} = -N_m r_m d\vartheta d\zeta$. Projiciranjem ove rezultante na smjer normale dobiva se $-N_m r_m d\vartheta d\zeta \sin\vartheta$, gdje normala s radijalnim pravcem čini kut $(\pi/2-\vartheta)$. Opterećenje p_m okomito je na normalu pa ne ulazi u uvjet ravnoteže. Opterećenje p_n projicira se u cijelosti u smjer normale i ima rezultantu $p_n r_m d\vartheta r d\zeta$. Postavljanjem uvjeta ravnoteže, odnosno sumirajući izvedene komponente sile u smjeru normale dobiva se

$$\sum F_n = -N_m r d\zeta d\vartheta - N_m r_m d\vartheta d\zeta \sin\vartheta + p_n r_m d\vartheta r d\zeta = 0 \tag{7.17}$$

Dijeleći gornji izraz s $r_m r d\zeta d\vartheta$ dobiva se



Slika 7.1: *Izvod membranske jednadžbe postavljanjem uvjeta ravnoteže na diferencijalni element u meridijanskome smjeru.*

$$\frac{N_m}{r_m} + \frac{N_c}{r} \sin \vartheta = p_n \tag{7.18}$$

Kako je prema slici $r = r_c \sin \vartheta$ gornji izraz postaje

$$\frac{N_m}{r_m} + \frac{N_c}{r_c} = p_n \tag{7.19}$$

Dijeleći dobiveno s debljinom ljuske s, proizlaze naprezanja namjesto sila po jedinici duljine, odnosno dobiva se jednadžba membrane

$$\frac{\sigma_m}{r_m} + \frac{\sigma_c}{r_c} = \frac{p_n}{s} \tag{7.20}$$

gdje su σ_m i σ_c meridijansko i cirkularno naprezanje, r_m i r_c meridijanski i cirkularni polumjer zakrivljenosti, p_n tlak s konkavne strane cirkularnog radijusa zakrivljenosti i s debljina ljuske. Jednadžba (7.20) osim jednadžba membrane u literaturi se naziva i Laplace-ova jednadžba.

Iako se osim uvjeta ravnoteže u smjeru normale, može postaviti i uvjet u meridijanskome smjeru te dobiti drugu jednadžbu, to nije potrebno učiniti, jer jednadžbu membrane uz pretpostavke kod oba tipa hidrauličnog udubljivanja, čini potpuni sustav jednadžbi.

7.3. Izvod cirkularne deformacije kod Hill-a

Prema slici 7.2 konvencionalna cirkularna deformacija ϵ_c jednaka je

$$\epsilon_c = \frac{\overline{PP_1}}{\overline{Z_0P_0}} = \frac{\overline{P'P} - \overline{Z_0P_0}}{\overline{Z_0P_0}} \tag{7.21}$$

Iz sličnosti trokuta PP_1P_0 i trokuta P_0Z_0Y proizlazi

$$\epsilon_c = \frac{\overline{P'P} - \overline{Z_0P_0}}{\overline{Z_0P_0}} = \frac{\overline{P'Z_0}}{\overline{Z_0Y}} \tag{7.22}$$

Kako je

$$\overline{P'Z_0} = z \tag{7.23}$$

i iz sličnosti trokuta P_2Z_0Y i trokuta ZZ_0P_2

$$\frac{\overline{Z_0Y}}{a} = \frac{a}{h} \Rightarrow \overline{Z_0Y} = \frac{a^2}{h} \tag{7.24}$$

proizlazi da je deformacija ϵ_c jednaka

$$\epsilon_c = \frac{zh}{a^2} \tag{7.25}$$

Prevedana u logaritamsku deformaciju iznosi

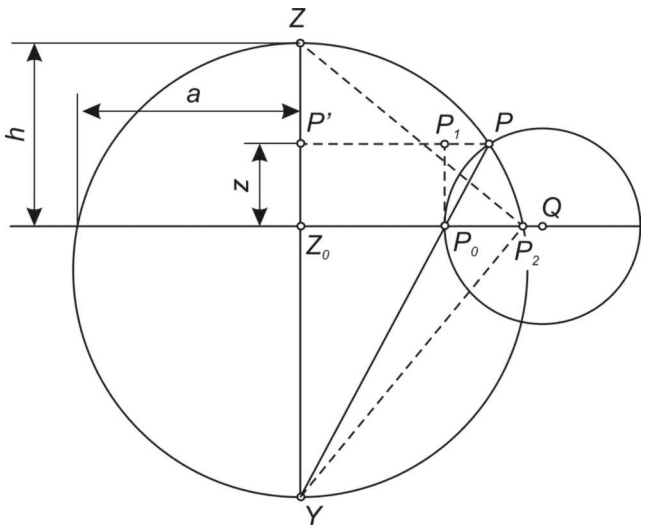
$$\varphi_c = \ln(1 + \epsilon_c) = \ln(1 + \frac{zh}{a^2}) \tag{7.26}$$

Prema hipotezi o nestlačivosti

$$\varphi_n + \varphi_m + \varphi_c = 0 \tag{7.27}$$

i Hill-ovoj pretpostavci jednakosti cirkularne i meridijanske deformacije

$$\varphi_n + \ln(1 + \frac{zh}{a^2}) + \ln(1 + \frac{zh}{a^2}) = 0 \tag{7.28}$$



Slika 7.2: *Geometrijska analiza deformacije kod hidrauličnog udubljivanja po Hillu.*

proizlazi izraz za normalnu logaritamsku deformaciju

$$\varphi_n = -2\ln(1 + \frac{zh}{a^2}) \tag{7.29}$$

Obzirom da mjerenja kod hidrauličnog udubljivanja izvodimo na polu $z = h$, na ovaj način dobiva se jednostavan algebarski izraz za izračun normalne deformacije na polu.

$$\varphi_n = -2\ln(1 + (\frac{h}{a})^2) \tag{7.30}$$

7.4. Tenzor male deformacije i njegove invarijante

Obzirom na upliv devijatorskog dijela deformacije na tečenje materijala, tenzor male deformacije ϵ_{ij} rastavlja se na sferni i devijatorski dio

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{3}\epsilon_{ij}\delta_{ij} + e_{ij} \tag{7.31}$$

gdje je δ_{ij} Kronecker-ov delta, a devijator deformacije e_{ij} se može izraziti kao

$$e_{ij} = \epsilon_{ij} - \frac{1}{3}\epsilon_{ij}\delta_{ij} \tag{7.32}$$

Na ovaj način se iz razmatranja velikih deformacija eliminira volumenska deformacija. Tako se već neizravno uvodi hipoteza o nestlačivosti kontinuuma kod razmatranja velikih deformacija. Invarijante devijatora male deformacije jesu;

Prva, linearna invarijanta

$$I_1(e_{ij}) = e_{ii} = 0 \tag{7.33}$$

Druga, kvadratna invarijanta

$$I_2(e_{ij}) = \frac{1}{2}(e_{ii}e_{jj} - e_{ij}e_{ij}) = -\frac{1}{2}(e_{ij}e_{ij}) \tag{7.34}$$

Treća, kubna invarijanta

$$I_3(e_{ij}) = \frac{1}{3}e_{ij}e_{jk}e_{ki} + \frac{1}{6}e_{ii}e_{jj}e_{kk} - \frac{1}{2}e_{ii}e_{jk}e_{jk} = \frac{1}{3}e_{ij}e_{jk}e_{ki} \tag{7.35}$$

Od navedenih za izračun ekvivalentnog naprezanja koristi se druga invarijanta koja je jednaka

$$
\begin{aligned}
I_2(e_{ij}) &= -\frac{1}{2}(e_{ij}e_{ij}) \\
&= \frac{1}{2}(e_{11}^2 + e_{22}^2 + e_{33}^2 + 2e_{12}^2 + 2e_{13}^2 + 2e_{23}^2) \\
&= \frac{1}{2}\Big\{[\epsilon_{11} - \frac{1}{3}(\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33})]^2 + [\epsilon_{22} - \frac{1}{3}(\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33})]^2 \\
&\quad + [\epsilon_{33} - \frac{1}{3}(\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33})]^2 + 2\epsilon_{12}^2 + 2\epsilon_{13}^2 + 2\epsilon_{23}^2\Big\} \\
&= \frac{1}{6}\left[(\epsilon_{11} - \epsilon_{22})^2 + (\epsilon_{11} - \epsilon_{33})^2 + (\epsilon_{22} - \epsilon_{33})^2 + 6(\epsilon_{12}^2 + \epsilon_{13}^2 + \epsilon_{23}^2)\right]
\end{aligned}
$$

Izražena preko glavnih deformacija tenzora male deformacije, druga invarijanta devijatora male deformacije glasi

$$
I_2(e_{ij}) = \frac{1}{6}[(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_1 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2] \tag{7.36}
$$

7.5. Faktor trenja u plastičnom području

Pretpostavimo da normalna sila F_N koja djeluje okomito na podlogu dovodi materijal u plastično područje. Neka se radi o idealnome, kruto-plastičnome materijalu. Tada silu F_N možemo izračunati kao umnožak kontaktne ploštine A i naprezanja plastičnog tečenja k_f, odnosno

$$F_N = A\, k_f \tag{7.37}$$

čime slijedi

$$A = \frac{F_N}{k_f} \tag{7.38}$$

Sila potrebna da bi smicanjem došlo do razdvajanja na kontaktnoj površini A iznosi

$$F_{smik} = T\, A \tag{7.39}$$

A ima isto značenje kao i u jednadžbi (7.37) dok T predstavlja intenzitet smičnog naprezanja već definiran izrazom (2.44) kao

$$T = \sqrt{\frac{1}{6}[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)]}$$

Uvrštavajući izraz 7.38 u izraz 7.39 dobiva se

$$F_{smik} = T\, \frac{F_N}{k_f} \tag{7.40}$$

što je prema Amontons-ovom modelu trenja jednako

$$F_{smik} = T\, \frac{F_N}{k_f} = \mu\, F_N = F_{tr} \tag{7.41}$$

Kraćenjem gore navedenih izraza dobiva se eksplicitni izraz za faktor trenja

$$\mu = \frac{T}{k_f} \tag{7.42}$$

Za uvjet tečenja prema von Missesu kada je u vlačnom/tlačnom pokusu $\sigma_{11} = k_f$ i $\sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{12} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$, intenzitet smičnoga naprezanja jednak je

$$T = \frac{k_f}{\sqrt{3}} \tag{7.43}$$

te je maksimalni faktor trenja za plastično područje prema uvjetu tečenja po von Misses-u shodno (7.42) i (7.43) jednak

$$\mu_{max,Misses} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,57 \tag{7.44}$$

Za uvjet tečenja prema Tresca-i $\max(|\sigma_1 - \sigma_2|/2, |\sigma_2 - \sigma_3|/2, |\sigma_3 - \sigma_1|/2) = k$ uz pojednostavnjenje da je materijal pri čistom smicanju; $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = 0$ i $\sigma_3 = -\tau$, gdje su σ_1, σ_2 i σ_3 glavna, a τ smično naprezanje tečenja, intenzitet smičnog naprezanja jednak je naprezanju smičnog tečenja, odnosno

$$T = \tau \tag{7.45}$$

$$= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \tag{7.46}$$

$$= \frac{k_f}{2} \tag{7.47}$$

Time je maksimalni faktor trenja za plastično područje prema uvjetu tečenja po Tresca-i prema (7.42) i (7.47) jednak

$$\mu_{max,Tresca} = \frac{1}{2} = 0,5 \tag{7.48}$$

Izrazi (7.44) i (7.48) daju maksimalan iznos faktora trenja za materijal u plastičnom području. Kada je materijal u elastičnom području, tada faktori trenja mogu biti veći od navedenih iznosa [37, 38].

7.6. Uvjet kompatibilnosti

Kada je poznato vektorsko polje pomaka $u_i = u_i(x_i)$ bez teškoće se mogu jednoznačno odrediti komponente tenzora male deformacije ϵ_{ij}. Naprotiv ako je zadano tenzorsko polje deformacija $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}(x_i)$, iz njega je moguće odrediti jedinstveno pripadajuće polje pomaka, ako i samo ako komponente tenzora male deformacije zadovoljavaju *uvjete kompatibilnosti*. Navedene uvjete je prema [28] prvi izveo francuski inženjer Tresca godine 1864.

Ovi uvjeti u diferencijalnome obliku glase

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial \epsilon_y^2}{\partial x^2} = \frac{\partial \gamma_{xy}^2}{\partial x \partial y} \tag{7.49}$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial \epsilon_z^2}{\partial y^2} = \frac{\partial \gamma_{yz}^2}{\partial y \partial z} \tag{7.50}$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial \epsilon_x^2}{\partial z^2} = \frac{\partial \gamma_{zx}^2}{\partial z \partial x} \tag{7.51}$$

$$2\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x}(-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}) \tag{7.52}$$

$$2\frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial y}(-\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}) \tag{7.53}$$

$$2\frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial z}(-\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}) \tag{7.54}$$

U indeksnoj notaciji uvjeti kompatibilnosti glase

$$e_{ipr} e_{jqs} \epsilon_{pq,rs} = 0 \tag{7.55}$$

Gdje je e_{ijk} permutacijski simbol, a zarez označava parcijalnu derivaciju uz $\epsilon_{11} = \epsilon_x, \;\; \epsilon_{12} = 0,5\, \gamma_{xy}, \ldots itd.$

Fizikalno gledano, uvjet kompatibilnosti je moguće objasniti na sljedeći način; Ako se tijelo u početnom, nedeformiranome stanju presječe s tri skupine međusobno okomitih ravnina na diferencijalne kocke, a potom se podvrgne

deformaciji, diferencijalne kocke će se, svaka za sebe, deformirati tako da je iz njih moguće opet formirati deformirano tijelo bez šupljina i preklapanja diferencijalnih kocaka [24].

Ovaj fizikalni model se poklapa s definicijom deformacije kao: "...relativnih pomaka dijelova i čestica iz njihovih početnih pozicija i to tako da se kontinuitet i kompatibilnost krutog tijela ne narušava." [17].

7.7. Polarno razlaganje tenzora gradijenta deformacije, Henckyevi tenzori prirodne deformacije

7.7.1. Polarno razlaganje tenzora gradijenta deformacije

Materijalni tenzor gradijenta deformacije F_{ij} povezuje diferencijal u trenutnoj konfiguraciji dx_i s diferencijalom u početnoj konfiguraciji dy_j odnosno

$$dx_i = \frac{\partial x_i}{\partial y_j} dy_j = F_{ij} dy_j \tag{7.56}$$

Prostorni tenzor gradijenta deformacije F_{ij}^{-1} povezuje diferencijal u početnoj konfiguraciji dy_j s diferencijalom u trenutnoj konfiguraciji dx_i kao

$$dy_i = \frac{\partial y_i}{\partial x_j} dx_j = F_{ij}^{-1} dx_j \tag{7.57}$$

Materijalni tenzor gradijenta deformacije, koji je analgon preslikavanja početne u konačnu konfiguraciju, možemo fizikalno predstaviti kao kombinaciju rotacije i izduživanja. Dotično je moguće učiniti polarnim razlaganjem ovog tenzora drugog reda kao

$$F_{ij} = R_{ik} U_{kj} = V_{ik} R_{kj} \tag{7.58}$$

gdje je R_{ik} ortogonalan tenzor, U_{kj} desni tenzor izduženja, a V_{ik} lijevi tenzor izduženja.

Kako je R_{ik} ortogonalan tenzor umnožak

$$F_{ki} F_{kj} = U_{ij}^2 \tag{7.59}$$

jednak je kvadratu desnog tenzora izduženja. Isto tako umnožak

$$F_{ik} F_{jk} = V_{ij}^2 \tag{7.60}$$

jednak je kvadratu desnog tenzora izduženja. Postupak izvoda navedenih jednakosti i postupak određivanja R_{ik}, U_{kj} i V_{ik} nalazi se u cijelosti u [24].

7.7.2. Hencky-evi tenzori prirodne deformacije

Kvadrat diferencijala u početnoj konfiguraciji ds_0^2 prema izrazu 7.57 glasi

$$dy_i dy_i = F_{ij}^{-1} F_{ik}^{-1} dx_j dx_k \tag{7.61}$$

Umnožak $F_{ij}^{-1} F_{ik}^{-1}$ jednak je tenzoru B_{jk}^{-1} koji je inverz desnog Cauchy-Green-ovog tenzora deformiranosti B_{jk}. Pa se izraz (7.61) može zapisati kao

$$dy_i dy_i = B_{jk}^{-1} dx_j dx_k \tag{7.62}$$

Množenjem s B_{jk} slijeva dobiva se

$$B_{jk} dy_i dy_i = dx_j dx_k \tag{7.63}$$

Permutirajućim simbolom δ_{jk} proizlazi

$$\delta_{jk} B_{jk} dy_i dy_i = \delta_{jk} dx_j dx_k \tag{7.64}$$

$$B_{kk} dy_i dy_i = dx_k dx_k \tag{7.65}$$

a kako je $dy_i dy_i = ds_0^2$ i $dx_k dx_k = ds_1^2$ slijedi

$$B_{kk} ds_0^2 = ds_1^2 \tag{7.66}$$

$$\frac{ds_1}{ds_0} = B_{kk}^{\frac{1}{2}} \tag{7.67}$$

prema najjednostavnijoj, skalarnoj definiciji, logaritamska deformacija glasi

$$\varphi = \ln\left(\frac{s_1}{s_0}\right) \tag{7.68}$$

što je za fiksirano početno i konačno stanje ($\varphi = konst.$) ekvivalentno izrazu

$$\varphi = \ln\left(\frac{ds_1}{ds_0}\right) \tag{7.69}$$

Uvrštavajući izraz (7.67) u gornju jednadžbu proizlazi da je logaritamska deformacija jednaka

$$\varphi = \frac{1}{2}\ln(B_{kk}) \tag{7.70}$$

Pretpostavka da vrijedi poopćenje logaritamske deformacije na tenzorsku veličinu φ_{ij} glasi

$$\varphi_{ij} = \frac{1}{2}\ln(B_{ij}) \tag{7.71}$$

$$H^*_{ij} = \frac{1}{2}\ln(B_{ij}) \tag{7.72}$$

što je izneseno i u [28, 24]. φ_{ij} je tenzor logaritamske deformacije B_{ij} je lijevi Cauchy-Green-ov tenzor deformiranosti a H^*_{ij} Hencky-ev tenzor prirodne deformacije. Uzimajući identitet $B_{ij} = F_{ik}F_{jk} = V^2_{ij}$, Henckyev tenzor prirodne deformacije u prostornim koordinatama možemo još izraziti i kao

$$H^*_{ij} = \ln(V_{ij}) \tag{7.73}$$

ili kao

$$\varphi_{ij} = \ln(V_{ij}) \tag{7.74}$$

gdje je V_{ij} lijevi tenzor izduženja

7.8. Dvije pretpostavke o shemi deformacija

U ovome radu korišteni izraz za ekvivalentnu logaritamsku deformaciju preko glavnih deformacija glasi

$$\varphi_{ekv} = \sqrt{\frac{2}{3}(\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_3^2)} \tag{7.75}$$

Normalna deformacija ujedno je i najveća deformacija jer su meridijanska i cirkularna istog predznaka pa prema hipotezi o nestlačivosti proizlazi

$$|\varphi_n| = |\varphi_m + \varphi_c| \tag{7.76}$$

očito je $|\varphi_n| > |\varphi_m|$ i $|\varphi_n| > |\varphi_c|$.

Za prvu pretpostavku da je u shemi deformacija $\varphi_m = \varphi_c$,

$$\varphi_1 = \varphi_n \tag{7.77}$$

$$\varphi_2 = \varphi_m = \frac{1}{2}\varphi_n \tag{7.78}$$

$$\varphi_3 = \varphi_c = \frac{1}{2}\varphi_n \tag{7.79}$$

pa je prema izrazu za ekvivalentnu deformaciju

$$\varphi_{ekv1} = \sqrt{\frac{2}{3}(\varphi_n^2 + (\frac{1}{2}\varphi_n)^2 + (\frac{1}{2}\varphi_n)^2)} \tag{7.80}$$

$$\varphi_{ekv1} = \sqrt{\frac{2}{3}(\varphi_n^2 + \frac{1}{4}\varphi_n^2 + \frac{1}{4}\varphi_n^2)} \tag{7.81}$$

$$\varphi_{ekv1} = \sqrt{\frac{2}{3}(\frac{6}{4}\varphi_n^2)} \tag{7.82}$$

$$\varphi_{ekv1} = \sqrt{\varphi_n^2} \tag{7.83}$$

$$\varphi_{ekv1} = \varphi_n \tag{7.84}$$

U slučaju $\varphi_m = \varphi_c$ ekvivalentna deformacija jednaka je normalnoj deformaciji.

Za drugu pretpostavku da je u shemi deformacija $\varphi_c = 0$, ekvivalentna

deformacija proizlazi

$$\varphi_1 = \varphi_n \tag{7.85}$$

$$\varphi_2 = \varphi_m = \varphi_n \tag{7.86}$$

$$\varphi_3 = \varphi_c = 0 \tag{7.87}$$

$$\varphi_{ekv2} = \sqrt{\frac{2}{3}(\varphi_n^2 + \varphi_n^2)} \tag{7.88}$$

$$\varphi_{ekv2} = \sqrt{\frac{2}{3}2\varphi_n^2} \tag{7.89}$$

$$\varphi_{ekv2} = \frac{2}{\sqrt{3}}\varphi_n \tag{7.90}$$

$$\tag{7.91}$$

U slučaju $\varphi_c = 0$ ekvivalentna deformacija veća je od one u slučaju $\varphi_m = \varphi_c$ za faktor $2/\sqrt{3} = 1,155$, to jest 15%, odnosno $\varphi_{ekv2} = 1,155\varphi_{ekv1}$.

Kako bi se pokazalo da sve moguće sheme deformacija koje se javljaju kod hidrauličnog udubljivanja daju ekvivalentno naprezanje koje se kreće u granicama $[\varphi_{ekv1}, \varphi_{ekv2}]$, odnosno $[\varphi_{ekv1}, 1,155\varphi_{ekv1}]$, odnosno $[\varphi_n, 1,155\varphi_n]$ [1], konstruira se meridijanska deformacija kao linearna funkcija normalne deformacije, odnosno

$$\varphi_m = b\varphi_n \tag{7.92}$$

gdje je b konstanta. Raspiše li se izraz za ekvivalentnu deformaciju s uvedenom pretpostavkom proizlazi

$$\varphi_{ekv} = \sqrt{\frac{2}{3}(\varphi_n^2 + b^2\varphi_n^2 + \varphi_c^2)} \tag{7.93}$$

hipoteza o konstantnom volumenu

$$\varphi_n + b\varphi_n + \varphi_c = 0 \tag{7.94}$$

[1] gdje je $\varphi_n = \ln(s_1/s_0)$ izračunata vrijednost normalne logaritamske deformacije

daje

$$\varphi_c = (1+b)\varphi_n \tag{7.95}$$

što uvršteno u izraz za ekvivalentnu deformaciju daje

$$\varphi_{ekv} = \sqrt{\frac{2}{3}(\varphi_n^2 + b^2\varphi_n^2 + (1+b)^2\varphi_n^2)} \tag{7.96}$$

Nakon sređivanja izraza

$$\varphi_{ekv} = \frac{2}{\sqrt{3}}\varphi_n\sqrt{b^2+b+1} \tag{7.97}$$

parcijalnim deriviranjem po b

$$\frac{\partial\varphi_{ekv}}{\partial b} = \frac{2}{\sqrt{3}}\varphi_n\frac{1}{2}(b^2+b+1)^{-1}(2b+b) \tag{7.98}$$

Izjednačavanjem s nulom dobivamo dobiva se točka lokalnog ekstrema za b=-0,5, odnosno φ_{ekv} poprima minimalnu[1] vrijednost za

$$\varphi_m = -\frac{1}{2}\varphi_n \tag{7.99}$$

što je ekvivalentno pretpostavci $\varphi_m = \varphi_c$.

Kako je polazni izraz za ekvivalentnu deformaciju monotono rastuća, parna funkcija, odnosno polazeći od lokalnog minimuma ne mijenja predznak, φ_{ekv} monotono raste od $b = -0,5$ do $b = -1$ i za $b = -1$ ima svoj maksimum za kojeg vrijedi

$$\varphi_m = -\varphi_n \Rightarrow \varphi_c = 0 \tag{7.100}$$

Gore navedeno pokazuje kako za φ_{ekv} vrijedi

$$\varphi_{ekv1} \leq \varphi_{ekv} \leq \varphi_{ekv2} \tag{7.101}$$

odnosno sve sheme deformacija daju ekvivalentno naprezanje koje je jednako normalnog logaritamskog deformaciji ili od nje veće do 15,5%, drugim riječima

$$\varphi_n \leq \varphi_{ekv} \leq 1,155\varphi_n \tag{7.102}$$

u najjednostavnijem zapisu gdje je s_0 početna a s_1 konačna izmjerena debljina ljuske vrijedi

$$\ln(\frac{s_1}{s_0}) \leq \varphi_{ekv} \leq 1,155 \ln(\frac{s_1}{s_0}) \tag{7.103}$$

Tablica 7.1: *Jednostavni primjer izračuna mjerne nesigurnosti volumena valjka*

	1. valjak	2. valjak	...	n-ti valjak
mjerene veličine	D_1 h_1	D_2 h_2	...	D_n h_n
izmjerena veličina	$f(D_1, h_1)$	$f(D_2, h_2)$	...	$f(D_n, h_n)$

Tablica 7.2: *Poopćeni primjer izračuna mjerne nesigurnosti*

	j=1...n			
	1. mjerenje	2. mjerenje	...	n-to mjerenje
mjerene veličine i=1...m	a_{11} a_{21} ... a_{m1}	a_{12} a_{22} ... a_{m2}	...	a_{1n} a_{2n} ... a_{mn}
izmjerena veličina	$f(a_{i1})$	$f(a_{i2})$	...	$f(a_{ij})$

7.9. Mjerna nesigurnost

Neka je na korištenoj mjernoj opremi mjereno m različitih veličina: $a_1, a_2 \ldots a_m$. Izrazom f dana je funkcijska ovisnost izmjerene o mjerenim veličinama. Uvrštavanjem mjerenih veličina u izraz f izračunata je vrijednost izmjerene veličine. Kao primjer može se uzeti ovisnost volumena valjka V (izmjene veličine), o mjerenom promjeru valjka D i mjerenoj visini valjka h. Funkcijska ovisnost dana je izrazom

$$V = f(D, h) = \frac{D^2\pi}{4}h \tag{7.104}$$

Neka su mjerenja izvedena na n različitih valjaka kako to prikazuje tablica 7.1. Uz tablicu mjerenja na valjcima dana je i tablica s poopćenim mjerenim i izmjerenim vrijednostima 7.2. Kao što se razlikuju mjereni valjci po mjerenim i izmjerenim veličinama, tako se razlikuju algebarske vrijednosti u poopćenoj tablici. $a_{i1} \neq a_{i2} \neq a_{in}$, $i = 1 \ldots m$.

Po definiciji varijance, varijanca izmjerenih vrijednosti σ_f^2 je jednaka

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}\left[f(a_{ij} \pm \Delta a_{ij}) - f(a_{ij})\right]^2 \tag{7.105}$$

Gdje $f(a_{ij} \pm \Delta a_{ij})$ predstavlja stvarno mjerenje koje u sebi sadrži odstupanja, odnosno $\pm\Delta a_{ij}$. Aproksimacijom s prva dva člana Taylorovog reda

$$f(a_{ij} \pm \Delta a_{ij}) \approx f(a_{ij}) \pm \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial f(a_{ij})}{\partial a_{ij}} \Delta a_{ij} \tag{7.106}$$

što uvršteno u izraz (7.105) daje

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} \left[\sum_{i=1}^{m} \frac{\partial f(a_{ij})}{\partial a_{ij}} \Delta a_{ij} \right]^2 \tag{7.107}$$

Izraz pod kvadratom sastoji se od dva tipa pribrojnika

prvi:

$$\left[\frac{\partial f(a_{ij})}{\partial a_{ij}} \right]^2 \Delta a_{ij}^2 \neq 0 \tag{7.108}$$

drugi:

$$2 \, \frac{\partial f(a_{kj})}{\partial a_{kj}} \frac{\partial f(a_{lj})}{\partial a_{lj}} \Delta a_{kj} \Delta a_{lj} = 0 \tag{7.109}$$

gdje $k \neq l$, a jednakost drugog izraza nuli proizlazi iz pretpostavke da mjerene vrijednosti nisu korelirane te da su normalno raspodijeljene. Za primjer moguće je navesti kako mjerna odstupanja visine valjka, ne ovise o mjernim odstupanjima promjera valjka.

Uvažavajući navedeno izraz (7.107) prelazi u

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \left[\frac{\partial f(a_{ij})}{\partial a_{ij}} \right]^2 \Delta a_{ij}^2 \tag{7.110}$$

Uvodeći kvocijent pod znak sume na sljedeći način

$$\sigma_f^2 = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \left[\frac{\partial f(a_{ij})}{\partial a_{ij}} \right]^2 \frac{\Delta a_{ij}^2}{n-1} \tag{7.111}$$

anticipira varijancu pojedine mjerene veličine

$$\sigma_{ij}^2 = \sum_{j=1}^{n} \frac{\Delta a_{ij}^2}{n-1} \tag{7.112}$$

No kako parcijalna derivacija $\partial f(a_{ij})/\partial a_{ij}$ ovisi o j, nije ju moguće izlučiti ispred sume po j na željeni način.

Pretpostavljajući da je provedeno umjeravanje mjerne opreme, odnosno da je za svaku mjerenu veličinu $i = 1 \ldots m$ ponovljeno mjerenje na *istome* etalonu n puta, tada $\partial f(a_{ik})/\partial a_{ik}$ ne ovisi o ponovljenom mjerenju k pa je moguće izraz (7.110) zapisati kao

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^{m} \left[\frac{\partial f(a_{ik})}{\partial a_{ik}} \right]^2 \sum_{k=1}^{n} \frac{\Delta a_{ik}^2}{n-1} \tag{7.113}$$

gdje je varijanca pojedinog mjernog uređaja $i = 1 \ldots m$

$$\sigma_i^2 = \sum_{k=1}^{n} \frac{\Delta a_{ik}^2}{n-1} \tag{7.114}$$

Uvrštavanjem izraza (7.114) u (7.113) dobiva se uvriježeni izraz za izračun varijance izmjerene veličine

$$\sigma_k^2 = \sum_{i=1}^{m} \left[\frac{\partial f(a_{ik})}{\partial a_{ik}} \right]^2 \sigma_i^2 \tag{7.115}$$

Gdje je $\partial f(a_{ik})/\partial a_{ik}$ vrijednost parcijalne derivacije f po $a(ik)$ u točci $a(ik)$, a σ_i^2 je varijanca i-tog mjernog instrumenta dobivena njegovim umjeravanjem.

Izrazom (7.115) dobiva se varijanca za *svaku* od n izmjerenih vrijednosti od f. Standardna nesigurnost u tumačena kao standardna devijacija σ dana je izrazom

$$u_k = \pm\sqrt{\sigma_k^2} \tag{7.116}$$

Odnosno za svakoj izračunatoj vrijednosti pripada standardna mjerna nesigurnost. Zbog jednostavnosti i preglednosti mjerenja, u većini slučajeva barata se samo s jednom mjernom nesigurnosti, koju se može odabrati na više načina;

- moguće ju je izračunati npr. za valjak srednjeg volumena
- izračunati za onaj valjak u navedenom primjeru za kojeg očekujemo najveću mjernu nesigurnost
- izračunati sve mjerne nesigurnosti i u rezultatu prikazati najveću mjernu nesigurnost

U ovome radu mjerna nesigurnost računati će se na posljednji opisani način; za svaku od n izmjerenih vrijednosti f, odrediti će se mjerna nesigurnost a njen najveći iznos biti uzet kao reprezentativna vrijednost $u(f)$. Koristeći izraze (7.115) i (7.118) standardna nesigurnost izmjerene vrijednosti $u(f)$ računati će se kao

$$u(f) = \pm\sqrt{Max\left\{\sigma_k^2, \quad k = 1 \ldots n\right\}} \tag{7.117}$$

odnosno

$$u(f) = \pm\sqrt{Max\left\{\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\partial f(a_{ik})}{\partial a_{ik}}\right]^2 \sigma_i^2, \quad k = 1 \ldots n\right\}} \tag{7.118}$$

gdje je $f_i = f(a_{ik})$ $i = 1 \ldots m$, $k = 1 \ldots n$; m je broj mjerenih veličina potrebnih da bi se izračunao f_i a n broj mjerenja. Iznos varijance pojedine mjerne opreme σ_i^2 određuje se iz kalibracijom utvrđene mjerne nesigurnosti instrumenta u_i kao

$$\sigma_i^2 = u_i^2 \qquad u_i = \frac{U_i}{2} \tag{7.119}$$

gdje se standardna mjerna nesigurnost u (tumačena kao varijanca) dobiva iz proširene mjerne nesigurnosti[1] U.

[1]U kalibracionom listu navodi se proširena mjerna nesigurnost koja odgovara dvostrukom standardnom odstupanju (k=2), odnosno granice ukupne nesigurnosti odgovaraju razini pouzdanosti od 95%

Poglavlje 8.

Literatura

[1] Grupa autora, "Superstähle für die Automobilindustrie," *Blech Rohre Profile*, vol. 8, pp. 128–131, 2004.

[2] Hill, R., "A theory of plastic bulging of a metal diaphragm by lateral pressure," *Phil. Mag*, vol. 41, pp. 1133–1142, 1950.

[3] Panknin, W., "The hydraulic bulge test and the determination of the flow stress curves," *Institute for Metal Forming Technology, University of Stuttgart, Germany*, 1959.

[4] Alfirević, I., "Linearna analiza konstrukcija," *Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb*, 1999.

[5] Gutscher, G., Wu, H.C., Ngaile, G., and Altan, T., "Determination of flow stress for sheet metal forming using the viscous pressure bulge (vpb) test," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 146, pp. 1–7, 2004.

[6] Hein, P. and Vollertsen, F., "Hydroforming of sheet metal pairs," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 87, pp. 154–164, 1999.

[7] Rees, D. W. A., "Pole instability theory for ellipsoidal bulging of rolled sheet," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 92-93, pp. 508–517, 1999.

[8] Wifi, A. S., "Finite element correction matrices in metal forming analysis (with application to hydrostatic bulging of a circular sheet)," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 24, pp. 393–406, 1982.

[9] Kuwabara, T., "Advances in experiments on metal sheets and tubes in support of constitutive modeling and forming simulations," *International Journal of Plasticity*, vol. 23, pp. 385–419, 2007.

[10] Qin, S., Shang, H. M., Tay, C. J., and Mo, J., "Stretching during axisymmetrical forming of sheet metal," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 63, pp. 117–122, 1997.

[11] Richmond, O. and Chung, K., "Ideal stretch forming for minimum weight axisymmetric shell structures," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 42, pp. 2455–2468, 2000.

[12] Atkinson, M., "Accurate determination of biaxial stress-strain relationships from hydraulic bulging tests of sheet metals," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 39, pp. 761–769, 1997.

[13] Ranta-Eskola, A. J., "Use of the hydraulic bulge test in biaxial tensile testing," *Int. J. Mechanical Sciences*, vol. 21, pp. 457–465, 1979.

[14] Voelkner, W., "Present and future developments of metal forming: selected examples," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 106, pp. 236–242, 2000.

[15] Lange, K., "Modern metal forming technology for industrial production," *Journal of Materials Processing Technology.*, vol. 71, pp. 2–13, 1997.

[16] Kleiner, M., Geiger, M., and Klaus, A., "Manufacturing of lightweight components by metal forming," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 52, pp. 521–542, 2003.

[17] Math, M., *Uvod u tehnologiju oblikovanja deformiranjem.* Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2007.

[18] Doege, E., Meyer-Nolkemper, H., and Saeed, I., *Fliesskurvenatlas metallischer Werkstoffe.* Hanser Verlag Meunchen Wien, 1986.

[19] Lange, K., Noller, H., and Schmidt, V., "Contribution of numerical control (nc) to the development of metal forming processes," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 31/2, pp. 511–517, 1982.

[20] Hennige, T., Holzer, S., Vollertsen, F., and Geiger, M., "On the working accuracy of laser bending," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 71/3, pp. 422–432, 1997.

[21] Wang, Z. J., Liu, J. G., Wang, X. Y., ,Hu Z. Y., and Guo, B., "Viscous pressure forming (vpf): state-of-the-art and future trends," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 151/1-3, pp. 80–87, 2004.

[22] Schmoeckel, D., Hielscher, C., Huber, R., and Geiger, M., "Metal forming of tubes and sheets with liquid and other flexible media," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 48/2, pp. 497–513, 1999.

[23] Schäfer, T. and Schraft, R. D., "Incremental sheet metal forming by industrial robots using a hammering tool,"

[24] Alfirević, I., *Uvod u tenzore i mehaniku kontinuuma.* Golden marketing, Zagreb, 2003.

[25] Lankford, W. T., Low, J. R., and Gensamer, M., "The plastic flow of aluminium alloy sheet under combined loads," *Metals technology*, vol. Tech.pub.no.2237, pp. 1–31, 1947.

[26] Timošenko, S. and Vojnovski-Kriger, S., *Teorija ploča i ljuski.* Građevinska knjiga, Beograd, 1962.

[27] Gologranc, F., "Untersuchungen der hydraulischen Tiefung zur Aufnahme von Fliesskurven an Blechwerkstoffen," *Anzeiger 90. Jg. Nr. 38 v. 10.*, vol. 5, pp. 775–779, 1968.

[28] Malvern, L. E., *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium.* Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1969.

[29] Marciniak, Z., Duncan, J. L., and Hu, S. J., *Mechanics of Sheet Metal Forming.* Woburn: Butterworth-Heinemann, 2002.

[30] Povrzanović, A., *Odabrana poglavlja obrade metala deformiranjem.* Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 1993.

[31] Stoiljković, V., *Teorija obrade deformisanjem.* Univerzitet u Nišu, Niš, 1984.

[32] Masterov, V., *Theory of plastic deformation and metal working.* Moscow: Mir publishers Moscow, 1975.

[33] Kachanov, L. M., *Fundamentals of the Theory of Plasticity.* Moscow: Mir Publishers, 1974.

[34] Kienzle, O., *Mechanische Umformtechnik.* Springer Verlag (Berlin, Heidelberg, New York), 1968.

[35] Shang, H. M., "Deformation and curvatures in sheet-metal in the bulge test," *Journal of Engineering for Industry-Transactions of the ASME*, vol. 101, pp. 341–346, 1979.

[36] Montay, G., François, M., Tourneix, M., Guelorget, B., Vial-Edwards, C., and Lira, I., "Analysis of plastic strain localization by a combination of the speckle interferometry with the bulge test," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 45, no. 1, pp. 222 – 228, 2007.

[37] Serway, R. A., *Physics for Scientists and Engineers.* Holt Rinehart & Winston, 1999.

[38] Grupa autora, "Friction - http://www.roymech.co.uk," pregledano 17. prosinca 2008.

[39] Grupa autora, "MSC.Marc Volume A: Theory and User Information," 2005.

[40] Group of Authors, *Properties and selection: Nonferrous Alloys and Special-Purpose Materials.* ASM International, 1990.

[41] Grupa autora, "MSC.Marc Volume E: Demonstration problems," 2005.

[42] Grupa autora, "MSC.Marc: User´s Guide," 2005.

[43] Grupa autora, "MSC.Marc Volume B: Element Library," 2005.

[44] Skunca, M., Skakun, P., Keran, Z., Sidjanin, L., and Math, M. D., "Relations between numerical simulation and experiment in closed die forging of a gear," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 177, no. 1-3, pp. 256 – 260, 2006. Proceedings of the 11th International Conference on Metal Forming 2006.

[45] Min, D. K. and Kim, M. E., "A study on precision cold forging process improvements for the steering yoke of automobiles by the rigid-plastic finite-element method," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 138, no. 1-3, pp. 339 – 342, 2003. IMCC2000.

[46] Filetin, T. Kovačićek,F. Indof J., *Svojstva i primjena materijala.* Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 2002.

[47] Wagener, H. W., "New developments in sheet metal forming: sheet materials, tools and machinery," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 72, no. 3, pp. 342 – 357, 1997.

[48] Kvačkaj, T. and Pokorny, I., "Auto body sheets for a new car generation," *METALURGIJA*, vol. 41, no. 1, pp. 37–42, 2002.

[49] Mohr, D. and Jacquemin, J., "Large deformation of anisotropic austenitic stainless steel sheets at room temperature: Multi-axial experiments and phenomenological modeling," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 56, no. 10, pp. 2935 – 2956, 2008.

[50] Yang, Z., Li, J. P., Zhang, J. X., Lorimer, G. W., and Robson, J., "Review on research and development of magnesium alloys," *Acta Metallurgica Sinica (English Letters)*, vol. 21, no. 5, pp. 313 – 328, 2008.

Životopis

Marko Škunca rođen je 10. prosinca 1974. god. u Zagrebu, gdje završava osnovnu školu i XV gimnaziju. Osim u državnoj školi, maturirao je i na muzičkoj školi Pavao Markovac. Studij strojarstva Fakulteta strojarstva i brodogradnje upisao je 1995. godine, a diplomirao 24. studenog 2000. godine. Završivši program Proizvodnog smjera sveučilišnog dodiplomskog studija sa srednjom ocjenom svih ispita tijekom studija vrlo dobar i ocjenom diplomskog rada izvrstan, na popisu je deset najboljih studenata diplomiranih tijekom 2000. godine. Za vrijeme studija radio je kao demonstrator pri Katedri za matematiku te pri Katedri za ljevarstvo.

Poslije diplomiranja zapošljava se na Katedri za oblikovanje deformiranjem u Zavodu za tehnologiju kao znanstveni novak i mlađi asistent gdje i sada radi. Od kolovoza 2001. godine do veljače 2002. godine služi vojni rok. U tijeku rada na Katedri za oblikovanje deformiranjem sudjeluje u više znanstvenih i stručnih projekata u okviru kojih je objavio 18 radova u znanstvenim časopisima te međunarodnim i domaćim znanstvenim skupovima. U nastavi sudjeluje na kolegijima preddiplomskog i diplomskog studija FSB-a, a sudjeluje i u nastavi na Tehničkom veleučilištu u Zagrebu te Studiju strojarstva na Veleučilištu u Karlovcu. Oženjen je i služi se engleskim i talijanskim jezikom.

Biography

Marko Škunca was born on December 10, 1974 in Zagreb, where he finished primary school and high school (XV. gimnazija). He also finished Pavao Markovac music school. He enrolled in the Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, University of Zagreb, in 1995 and graduated on December 24, 2000. Since he completed the programme of manufacturing engineering university studies with an average grade "very good" and his graduation thesis was given the grade "excellent", he entered the list of the best ten students graduated in 2000. During his studies he was student tutor at the Chair of Mathematics and the Chair of Foundry.

Upon graduation Marko Škunca was employed as junior research assistant and junior associate by the Chair of Metal Forming, Department of Technology, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture in Zagreb. Between August 2001 and February 2002 he was doing military service. At the Chair of Metal Forming, he has participated in several scientific and technological projects conducted by the Chair and published 18 papers in scientific journals and proceedings of international and Croatian conferences. He teaches undergraduate and graduate courses at the Faculty of Mechanical Engineering in Zagreb, the Polytechnic for Technical Sciences in Zagreb and at the Mechanical Engineering Studies, Polytechnic in Karlovac. Marko Škunca has working knowledge of English and Italian. He is married.