Procjena varijabli stanja automobilskog pogona s primjenama u regulaciji

Pavković, Danijel

Doctoral thesis / Disertacija

2007

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture / Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:235:281631

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-03-29**

Repository / Repozitorij:

Repository of Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture University of Zagreb

DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

PROCJENA VARIJABLI STANJA AUTOMOBILSKOG POGONA S PRIMJENAMA U REGULACIJI

DOKTORSKI RAD

MENTOR:

DOC. DR. SC. JOŠKO DEUR

MR. SC. DANIJEL PAVKOVIĆ

ZAGREB, 2007.

PODACI ZA BIBLIOGRAFSKU KARTICU:

UDK: 629.3:681.511.22

KLJUČNE RIJEČI: Automobilski pogon, procjena varijabli stanja, regulacija, adaptivni Kalmanov filtar, Ottov motor, trenje između autogume i podloge

ZNANSTVENO PODRUČJE: TEHNIČKE ZNANOSTI

ZNANSTVENO POLJE: Strojarstvo

INSTITUCIJA U KOJOJ JE RAD IZRAĐEN: Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu

MENTOR RADA: Dr. sc. Joško Deur, docent

BROJ STRANICA: 241

BROJ SLIKA: 136

BROJ TABLICA: 8

BROJ KORIŠTENIH BIBLIOGRAFSKIH JEDINICA: 100

DATUM OBRANE: 30. 05. 2007.

POVJERENSTVO: Dr. sc. Branko Novaković, red. prof. – predsjednik
Dr. sc. Joško Deur, docent – mentor
Dr. sc. Ivan Mahalec, izv. prof. – član
Dr. sc. Joško Petrić, izv. prof. – član
Dr. sc. Nedjeljko Perić, red. prof. – član,
Fakultet elektrotehnike i računarstva, Zagreb

INSTITUCIJA U KOJOJ JE RAD POHRANJEN: Fakultet strojarstva i brodogradnje, Sveučilište u Zagrebu

Zahvala

Zahvaljujem se mentoru doc. dr. sc. Jošku Deuru na vodstvu i korisnim diskusijama tijekom izrade ovog rada. Također se zahvaljujem prof. dr. sc. Zvonku Heroldu i dr. sc. Milanu Kostelcu na njihovom angažmanu pri konstruiranju i izradi postava eksperimentalnog električnog vozila, te dragom kolegi Vladimiru Ivanoviću, dipl. inž. strojarstva na pomoći oko rada na eksperimentalnom postavu Ottovog motora. Njemu i kolegi Mariju Hrgetiću, dipl. inž. elektrotehnike također zahvaljujem na trudu uloženom pri snimanju eksperimentalnih podataka vozilom na električni pogon.

Također se želim zahvaliti tvrtki "Ford Motor", posebice njihovom istraživačkom centru u Dearbornu, SAD, koji je financijski i logistički podržao ovo istraživanje. Posebno se zahvaljujem dr. sc. Davoru Hrovatu, dr. sc. Ilyi Kolmanovskom, dr. sc. Ericu Tsengu i dr. sc. Jahanu Asgariu na njihovim korisnim sugestijama i konstruktivnim diskusijama.

Na kraju bih se zahvalio svojoj obitelji i prijateljima na povjerenju koje su imali u mene, te Marijani na razumijevanju i podršci koju mi je pružila.

"... I often say that when you can measure what you are speking about, and express it in numbers, you know something about it. But when you cannot express it in numbers, your knowledge is of a meagre and unsatisfactory kind. It may be the beginning of knowledge, in your thoughts, advanced to the stage of Science, whatever the matter may be ..."

William Thomson, 1st lord Kelvin (1824. – 1907.)

"... The known is finite, the unknown infinite; intelectually we stand on an islet in the midst of an illimitable ocean of inexplicability. Our business in every generation is to reclaim a little more land ..."

T. H. Huxley (1825. – 1895.)

Sadržaj

Predgovor V
Sažetak VI
Summary VII
Ključne riječi (Keywords) VIII
Popis oznaka IX
Popis slika XIII
Popis tablica XX
1. Uvod 1
1.1. Definiranje problema 1
1.2. Pregled dosadašnjih istraživanja 1
1.3. Hipoteza rada 4
1.4. Struktura rada 5
2. Dinamički modeli procesa 7
2.1. Model Ottovog motora 7
2.1.1. Nelinearni usrednjeni model motora 7
2.1.2. Linearizirani model motora za regulacijske primjene 8
2.2. Modeli automobilske gume za uzdužno gibanje 11
2.2.1. Statička karakteristika sile trenja između kotača i podloge 11
2.2.2. Statička karakteristika trenja u području malih iznosa faktora klizanja 14
2.2.3. Model torzijskih vibracija automobilske gume 17
3. Eksperimentalni postavi 20
3.1. Laboratorijski postav Ottovog motora 20
3.1.1. Mjerni podsustav 21
3.1.2. Električki podsustav 23
3.1.2.1. Opteretni servomotor 23
3.1.2.2. Elektronička zaklopka 24
3.1.2.3. Upravljačko računalo 25
3.2. **Osobno vozilo s ugrađenim senzorima brzine vrtnje i okretnog momenta** 26
3.3. **Eksperimentalno vozilo na električni pogon** 27
3.3.1. Mehanički sustav 27
3.3.2. Električki sustav 28
4. Identifikacija podsustava automobilskog pogona 31
4.1. Identifikacija pogona Ottovog motora 31

4.1.1. Elektronička zaklopka 31
4.1.2. Procjena parametara servomotora 32
4.1.2.1. Procjena pojačanja K_L 32
4.1.2.2. Procjena nadomjesne vremenske konstante 33
4.1.2.3. Procjena momenata inercije i momenta trenja 34
4.1.2. Snimanje statičkih mapa motora 35
4.2. Identifikacija pogona eksperimentalnog električnog vozila 39
4.2.1. Dinamika sklopa motor-pretvarač 39
4.2.2. Procjena momenta inercije i momenta trenja sklopa pogonskog kotača 40
4.2.3. Snimanje statičke karakteristike servomotora u mirovanju 41
4.3. Identifikacija značajki trenja između kotača i podloge 42
4.3.1. Vrste eksperimenata 42
4.3.2. Rekonstrukcija statičkih karakteristika trenja 44
4.3.2.1. Obrada signala 44
4.3.2.2. Statičke karakteristike trenja za širok raspon faktora klizanja 45
4.3.2.3. Statičke karakteristike trenja za male iznose faktora klizanja 48
4.3.3. Identifikacija vibracijskih modova autogume 56
4.3.3.1. Priprema signala za obradu 56
4.3.3.2. Postupci procjene značajki torzijskih vibracija 58
4.3.3.3. Procjena amplitudnih spektara brzine vrtnje kotača 60
4.3.3.4. Procjena parametara modela torzijskih vibracija autogume 67
5. Adaptivni Kalmanov filtar 78
5.1. Klasični oblik Kalmanovog filtra 78
5.1.1. Model procesa 78
5.1.2. Struktura Kalmanovog filtra 80
5.1.3. Stacionarni Kalmanov filtar 82
5.1.4. Podešavanje parametara Kalmanovog filtra 84
5.2. Prošireni oblik Kalmanovog filtra 91
5.3. Adaptacijski mehanizam 92
6. Procjena momenta tereta Ottovog motora 95
6.1. Model rotacijske dinamike Ottovog motora za sintezu Kalmanovog filtra 95
6.1.1. Model zasnovan na usrednjenom modelu motora 95
6.1.2. Linearni vremenski-diskretni stohastički model procesa 96
6.2. Adaptivni Kalmanov filtar 97
6.2.1. Osnovni oblik Kalmanovog filtra i stacionarni Kalmanov filtar 97
6.2.2. Adaptacijski mehanizam 99

6.3. Usporedba adaptivnog Kalmanovog filtra i Luenbergerovog estimatora 100
6.3.1. Struktura Luenbergerovog estimatora 100
6.3.2. Podešavanje sustava procjene stanja 102
6.3.2.1. Luenbergerov estimator 102
6.3.2.2. Neadaptivni Kalmanov filtar 104
6.3.2.3. Adaptivni Kalmanov filtar 106
6.3.3. Usporedba dinamičkog vladanja sustava procjene stanja 112
6.3.3.1. Usporedba stacionarnog Kalmanovog filtra i Luenbergerovog estimatora 112
6.3.3.2. Usporedba adaptivnog Kalmanovog filtra i Luenbergerovog estimatora 114
6.4. Analiza točnosti slijeđenja i robusnosti na pogreške modeliranja 117
6.4.1. Točnost slijeđenja 117
6.4.2. Robusnost na pogreške modeliranja 122
6.4.2.1. Pojednostavljeni model automobilskog pogona 122
6.4.2.2. Utjecaj komponente momenta proporcionalne ubrzanju pogona 123
6.4.2.3. Utjecaj kvadratične ovisnosti momenta tereta o brzini vrtnje motora i praktična modifikacija Kalmanovog filtra 124
6.4.2.4. Utjecaj povratne veze između brzine vrtnje i razvijenog momenta motora 128
6.5. Eksperimentalna provjera adaptivnog Kalmanovog filtra 128
7. Primjena Kalmanovog filtra u regulaciji brzine vrtnje Ottovog motora 137
7.1. Regulacijski sustav brzine vrtnje motora u praznom hodu 137
7.1.1 . Struktura regulacijskog sustava 137
7.1.2. Optimum dvostrukog odnosa 138
7.1.3. Podešavanje parametara PI regulatora 139
7.1.4. Sinteza pretkompenzatora 140
7.2. Analiza stabilnosti i robusnosti 141
7.3. Modifikacija adaptacijskog mehanizma u prisustvu periodičkih promjena momenta tereta 146
7.4. Eksperimentalna provjera ISC sustava 149
7.4.1. Skokovite promjene momenta tereta 149
7.4.2. Nagibne promjene momenta tereta 154
7.4.3. Robusnost na periodičke varijacije momenta tereta 156
7.4.4. Usporedba s PID regulatorom i polinomskim regulatorom 158
7.4.5. Usporedba s izravnim unaprijednim kompenzatorom momenta tereta 160
7.4.6.Vrjedovanje strukture ISC sustava pri većim brzinama vrtnje motora 162

8. Procjena varijabli ostalih podsustava automobilskog pogona 164

8.1. Procjena ulaznog masenog protoka zraka usisnog kolektora Ottovog motora 164

8.1.1. Motivacija 164

8.1.2. Stohastički model usisnog kolektora bez EGR-a 165

8.1.3. Sinteza adaptivnog Kalmanovog filtra 166

8.1.4. Eksperimentalni rezultati 168

8.2. Procjena vučne sile pogonskog kotača električnog vozila 175

8.2.1. Stohastički model rotacijskog gibanja pogonskog kotača 175

8.2.2. Sinteza adaptivnog Kalmanovog filtra 176

8.2.3. Eksperimentalni rezultati 177

8.2.4. Primjena Kalmanovog filtra u upravljanju vučnom silom vozila 183

8.2.5. Simulacijski rezultati 185

8.3. Procjena stanja podloge temeljem gradijenta statičke karakteristike autogume 189

8.3.1. Linearizirani model statičke karakteristike 189

8.3.2. Sinteza adaptivnog Kalmanovog filtra 191

8.3.3. Eksperimentalni rezultati 195

8.4. Procjena stanja podloge temeljem prigušenja torzijskih vibracija autogume 201

8.4.1. Stohastički model torzijskih vibracija 201

8.4.2. Sinteza adaptivnog Kalmanovog filtra 203

8.4.3. Simulacijski rezultati 204

8.4.4. Eksperimentalni rezultati 207

9. Zaključak 211

Dodatak A: Mjerenje brzine vrtnje kotača Ford Focus vozila 217

Dodatak A.1: Svojstva mjerenja brzine vrtnje kotača T-postupkom 217

Dodatak A.2: Uklanjanje kutne pogreške ABS senzora 219

Dodatak B: Značajke stohastičkih signala 223

Dodatak C: Parametri Kalmanovih filtara 228

Dodatak D: Parametri modela Ottovog motora 232

Literatura 233

Životopis (Curriculum Vitae) 240

Predgovor

Obzirom na smjernice razvoja suvremenih vozila, s naglaskom na nove tehnologije kao što su hibridni automobilski pogoni, može se ustvrditi da postoji vrlo izražena potreba za regulacijom automobilskih pogona u svrhu poboljšanja voznih karakteristika, uštede energije i smanjenja emisija štetnih plinova. Mnoge varijable automobilskog pogona neophodne u regulaciji često je teško izravno mjeriti, kao na primjer moment tereta automobilskog motora i koeficijent trenja između kotača i podloge. U takvim je slučajevima potrebno pristupiti projektiranju odgovarajućih sustava procjene varijabli stanja, koji se zasnivaju na standardno mjerljivim veličinama i odgovarajućim dinamičkih modelima pogona. Stoga je u prvom dijelu rada težište dano na odabir odgovarajućih dinamičkih modela automobilskog pogona i njihovu eksperimentalnu identifikaciju.

Pri projektiranju sustava procjene varijabli stanja pogona prvenstveno se želi postići visoka statička i dinamička točnost procjene, povoljan odnos signala i šuma u procijenjenim varijablama, te jednostavnost podešavanja parametara i implementacije. Navedeni zahtjevi motivirali su izbor modularne strukture sustava procjene varijabli stanja zasnovane na adaptivnom Kalmanovom filtru. Primjena adaptivnog Kalmanovog filtra u ovom radu uključuje procjenu momenta tereta i masenog protoka zraka Ottovog motora, te procjenu sile trenja i koeficijenta trenja između kotača i podloge. Sustavi procjene momenta tereta Ottovog motora i sile trenja između kotača i podloge primijenjuju se za projektiranje unaprijednih kompenzatora poremećajnih veličina sa svrhom poboljšanja značajki regulacijskih sustava brzine vrtnje motora i vučne sile vozila. Predloženi sustavi procjene i regulacije ispituju se simulacijama na računalu i eksperimentalno.

Sažetak

U radu je razmatrana problematika procjene varijabli stanja različitih podsustava automobilskog pogona i primjene u regulaciji. U tu su svrhu razmotreni odgovarajući dinamički modeli pojedinih podsustava automobilskog pogona, poput modela Ottovog motora i modela trenja između autogume i podloge. Parametri dinamičkih modela podsustava automobilskog pogona određeni su eksperimentalnom identifikacijom. Pritom je poseban naglasak dan na eksperimentalnu karakterizaciju značajki trenja za male iznose faktora klizanja kotača. Ovo uključuje određivanje iznosa gradijenta statičke karakteristike trenja i faktora prigušenja torzijskih vibracija autogume za različite vrste podloga, te uspostavljanje njihove veze s koeficijentom trenja za širok raspon radnih parametara vozila.

Za potrebe procjene varijabli stanja automobilskog pogona predložen je koncept adaptivnog Kalmanovog filtra temeljenog na stohastičkom modelu podsustava pogona u prostoru stanja. Pritom se osnovni Kalmanov filtar podešava za dobro potiskivanje šuma u procijenjenim varijablama stanja, dok se adaptacija kratkotrajnim povećanjem pojačanja Kalmanovog filtra provodi samo kada se detektiraju nagle promjene varijabli stanja. Adaptivni Kalmanov filtar se posebice projektira i ispituje za sustav procjene momenta tereta Ottovog motora. Adaptivni sustav procjene momenta tereta karakteriziran je visokom kvalitetom slijeđenja naglih promjena mometa tereta i niskom osjetljivosti na šum. Predloženi sustav procjene primijenjen je kao osnova za kompenzaciju momenta tereta Ottovog motora u sustavu regulacije brzine vrtnje u praznom hodu. Tako dobiveni adaptivni regulator ispitan je eksperimentalno i uspoređen s konvencionalnim regulatorima kao što su PI, PID i polinomski regulator. Usporedni eksperimentalni rezultati ukazuju na znatno bolje regulacijske značajke adaptivnog regulatora za širok raspon režima rada Ottovog motora. Eksperimentalna analiza također pokazuje da primjena adaptivnog regulatora predstavlja svojevrsno optimalno rješenje u razmatranom slučaju kada se moment tereta Ottovog motora ne može precizno mjeriti ili rekonstruirati.

Adaptivni Kalmanov filtar je također uspješno primijenjen za procjenu masenog protoka zraka Ottovog motora i vučne sile električnog vozila. Primjena adaptivnog Kalmanovog filtra za procjenu koeficijenta trenja na temelju statičke karakteristike trenja i faktora prigušenja torzijskih vibracija autogume rezultira točnom i brzom procjenom promjene stanja podloge i dobrim potiskivanjem šuma u stacionarnom stanju.

Abstract

The thesis deals with the estimation of state variables of different automotive power train subsystems, and its control applications. For that purpose appropriate dynamic models of different power train subsystems have been considered, such as the spark-ignition engine model and tire-road friction model. The model parameters have been determined by means of experimental identification. The emphasis has been given to experimental characterization of tire friction behavior in the low wheel slip region. This includes the estimation of tire static curve gradient and tire vibration mode damping ratio for different road conditions, and correlating these parameters with tire friction coefficient for a wide range of vehicle operation.

An adaptive Kalman filter, which is based on power train subsystem stochastic state-space model, is proposed for the purpose of estimation of automotive power train variables. The basic Kalman filter is tuned for good noise suppression, while the short-duration adaptation of Kalman filter gains is performed only when sudden changes of state variables are detected. The special emphasis is given to adaptive Kalman filter design for SI engine load torque estimation. The adaptive load torque estimator is characterized by good tracking ability of fast load torque changes and low noise sensitivity. The proposed estimator has been used as a basis for SI engine load torque compensation within the engine idle speed control system. Such an adaptive controller has been verified experimentally, and compared to conventional controllers such as PI, PID, and polynomial controllers. The comparative experimental results point out to far better control performance of adaptive controller for a wide range of SI engine operation. The experimental analysis also shows that the adaptive compensator application yields a kind of ultimate performance for the considered case when the load torque cannot be accurately measured or reconstructed.

The adaptive Kalman filter has also been successfully applied for the estimation of SI engine air mass flow and electrical vehicle tire traction force. The application of adaptive Kalman filter for the estimation of tire-road friction coefficient based on the tire static curve gradient and the vibration mode damping ratio results in accurate and fast detection of road condition change, and good noise suppression.

Ključne riječi

- Automobilski pogon
- Procjena varijabli stanja
- Regulacija
- Adaptivni Kalmanov filtar
- Ottov motor
- Trenje između autogume i podloge

Keywords

- Automomotive drive
- State estimation
- Control
- Adaptive Kalman filter
- SI engine
- Tire/road friction

Popis oznaka

a_{p1}, a_{p2}	parametri relacije za rekonstrukciju razvijenog momenta Ottovog motora
a_1, a_2	parametri vremenski diskretnog autoregresijskog (AR) modela
$A(\omega)$	amplitudni spektar signala brzine vrtnje (rad/s)
$\mathbf{A}$	matrica sustava vremenski kontinuiranog modela u prostoru stanja
$\mathbf{B}$	ulazna matrica vremenski kontinuiranog modela u prostoru stanja
c	torzijska krutost bočnih stranica autogume (Nm/rad)
d_ω	faktor proporcionalnosti komponente momenta tereta proporcionalne kvadratu brzine vrtnje motora ($\mathrm{Nms^2rad^{-2}}$)
D_2, D_3, ..., D_n	karakteristični odnosi kriterija optimuma dvostrukog odnosa
e	šum mjerenja
$\mathbf{e}$	vektor šuma mjerenja stohastičkog modela procesa u prostoru stanja
$E(\cdot)$	operator očekivanja stohastičke varijable
f	frekvencija (Hz)
f_{sh}	Shannnova frekvencija (Hz)
f_g	gornja granična frekvencija niskopropusnog filtra (Hz)
f_{g1}, f_{g2}	donja i gornja granična frekvencija pojasnopropusnog filtra (Hz)
f_r, f_n	rezonancijska frekvencija i frekvencija neprigušenih torzijskih vibracija (Hz)
F, F_{pr}, F_z	sila trenja između kotača i podloge, primijenjena i okomita sila na kotač (N)
F_C, F_S	Coulombovo trenje i maksimalni iznos statičkog trenja (N)
F_{max}, F_{sl}	maksimalni iznos sile trenja i trenje pri visokim iznosima faktora klizanja (N)
$\mathbf{F}$,	matrica sustava vremenski diskretnog stohastičkog modela u prostoru stanja
$g(k)$, g_t	kumulativna suma predikcijske pogreške i prag okidanja adaptacijskog mehanizma
$g(v_r)$	Stribeckova funkcija trenja klizanja između gume i podloge
$G_{ML}(z)$	prijenosna funkcija Luenbergerovog estimatora $\hat{M}_b(z)/M_b(z)$
$G_{MK}(z)$	prijenosna funkcija stacionarnog Kalmanovog filtra $\hat{M}_b(z)/M_b(z)$
$\mathbf{G}$	ulazna matrica vremenski diskretnog stohastičkog modela u prostoru stanja
$\mathbf{H}$	izlazna matrica modela u postoru stanja
$\mathbf{I}$	jedinična matrica
I, $\hat{I}$	moment inercije Ottovog motora i njegov procijenjeni iznos ($\mathrm{kgm^2}$)
I_P	moment inercije prednjeg (pogonskog) kotača vozila ($\mathrm{kgm^2}$)
I_1, I_2	moment inercije naplatka kotača i moment inercije autogume ($\mathrm{kgm^2}$)
k, k_0	gradijent statičke karakteristike trenja za male iznose faktora klizanja, odnosno gradijent statičke karakteristike za faktor klizanja jednak nuli (N)
k_t, k_s	gradijenti aproksimacija statičkih karakteristika tangentom i sekantom (N)
k	korak uzorkovanja

K_f	pojačanje pretkompenzatora
K_m	pojačanje lineariziranog modela (P1 člana) usisnog kolektora (Pa)
K_t, K_p	pojačanje momenta i pojačanje učinka pumpanja (Nm/Pa, s)
K_R	pojačanje PI regulatora brzine vrtnje
K_ω, K_M, $K_{\dot{M}}$	pojačanja Kalmanovog filtra za procjenu momenta tereta Ottovog motora
$\mathbf{K}(k)$	matrica pojačanja Kalmanovog filtra
$\overline{\mathbf{K}}$	stacionarna vrijednost matrice pojačanja Kalmanovog filtra
M, M_b	razvijeni okretni moment i moment tereta Ottovog motora (Nm)
$\hat{M}_b$	procjena momenta tereta Ottovog motora (Nm)
M_{b0}, $M_{b\omega}$	neovisna komponenta momenta tereta i komponenta ovisna o brzini vrtnje (Nm)
$\dot{M}_b$	vremenska derivacija, odnosno iznos nagibne promjene momenta tereta momenta tereta (Nm/s)
$\hat{M}$	rekonstrukcija razvijenog momenta Ottovog motora (Nm)
$\hat{M}_f$	procijenjeni iznos momenta trenja pogona (Nm)
M_R, M_m	referentna vrijednost i stvarni iznos okretnog momenta servomotora (Nm)
p	tlak zraka u usisnom kolektoru Ottovog motora (Pa, bar)
$p_{\mu 2}$, $p_{\mu 1}$, $p_{\mu 0}$	koeficijenti aproksimacije statičke karakteristike trenja $\mu(s)$
p_2, p_1, p_0	koeficijenti aproksimacije statičke karakteristike trenja $F(s)$ (N)
$\mathbf{P}$	matrica kovarijanci odstupanja varijabli stanja od očekivanih vrijednosti
$\mathbf{P}(k\|k\text{-}1)$, $\mathbf{P}(k\|k)$	a-priori i a-posteriori procjena matrice kovarijanci $\mathbf{P}$
$\overline{\mathbf{P}}$,	stacionarna vrijednosti matrice kovarijanci Kalmanovog filtra
q^{-1}	vremenski-diskretni operator jediničnog kašnjenja
q_{mb}, q_m	parametri Kalmanovog filtra za procjenu momenta tereta
q_i, q_o	parametri Kalmanovog filtra za procjenu masenog protoka
q_F, q_m	parametri Kalmanovog filtra za procjenu vučne sile
q_k, q_δ	parametri Kalmanovog filtra za procjenu gradijenta i posmaka statičke karakteristike za male iznose faktora klizanja
q_1, q_2, q_η	parametri Kalmanovog filtra za procjenu parametara AR modela torzijskih vibracija autogume
$\mathbf{Q}$	matrica kovarijanci stohastičkih perturbacija u varijablama stanja
$\mathbf{Q}^* = \mathbf{\Omega Q \Omega}$	matrica adaptacije Kalmanovog filtra
$\mathbf{Q}^*(2,2)$, $\mathbf{Q}^*(3,3)$	drugi i treći dijagonalni element matrice adaptacije $\mathbf{Q}^*$
$\mathbf{Q}_0$, $\mathbf{Q}_{adapt}$	stacionarni iznos matrice $\mathbf{Q}$ i iznos matrice $\mathbf{Q}$ u trenutku adaptacije
r_P, r_S	efektivni polumjeri prednjeg i stražnjeg kotača
$\mathbf{R}$, r	matrica kovarijanci šuma mjerenja i varijanca šuma mjerenja (SISO sustav)
R	plinska konstanta

s, s_m, s_R	stvarni iznos faktora klizanja, mjerni signal faktora klizanja i referentna vrijednost faktora klizanja kotača u sustavu upravljanja vučnom silom
s	operator vremenski-kontinuirane Laplaceove transformacije
s_1, s_0	koeficijenti rekonstrukcije izlaznog masenog protoka zraka usisnog kolektora
t	vrijeme (s)
t_r, t_s	vrijeme porasta i vrijeme smirivanja odziva (s)
T	temperatura zraka u usisnom kolektoru Ottovog motora (K)
T_e, $T_{e,min}$	ekvivalentna vremenska konstanta zatvorenog regulacijskog kruga i optimalni iznos ekvivalentne vremenske konstante T_e (s)
T_{eo}	ekvivalentna vremenska konstanta Luenbergerovog estimatora (s)
T_d	mrtvo vrijeme razvijanja okretnog momenta (s)
$\hat{T}_d$	procjena mrtvog vremena razvijanja momenta Ottovog motora (s)
T_I	integralna vremenska konstanta PI regulatora brzine vrtnje (s)
T_m	vremenska konstanta lineariziranog modela (P1 člana) usisnog kolektora (s)
T_s	period uzorkovanja estimatora i regulatora (s)
T_o, T_{ps}	bazni period uzorkovanja (npr. signala tlaka zraka u usisnom kolektoru) (s)
T_θ	nadomjesna vremenska konstanta regulacijskog sustava elektroničke zaklopke (s)
$\mathbf{u}$	vektor ulaznih veličina modela u prostoru stanja
v, v_r	brzina gibanja središta mase kotača u uzdužnom smjeru (uzdužna brzina vozila) i razlika uzdužnih brzina bazne točke vlakna i vrha vlakna (m/s, km/h)
V, V_d	volumen usisnog kolektora i volumen (zapremina) Ottovog motora (m^3)
W_{EGR}, W_i, W_o	maseni protok povrata ispušnih plinova, te ulazni i izlazni maseni protok zraka usisnog kolektora Ottovog motora (kg/s, g/s)
$\mathbf{W}$	matrica perturbacija stanja vremenski kontinuiranog modela u prostoru stanja
$\mathbf{x}$	vektor varijabli stanja
$\hat{\mathbf{x}}(k\|k\text{-}1)$, $\hat{\mathbf{x}}(k\|k)$	a-priori i a-posteriori procjena varijabli stanja
$\mathbf{y}$	vektor izlaznih veličina modela u prostoru stanja
z	operator vremenski-diskretne Laplaceove transformacije
z_f, z_{fF}	nula pretkompenzatora i filtarski pol pretkompenzatora
α	uzdužni koeficijent krutosti statičke karakteristike trenja (Ns/m)
β_r	koeficijent regularizacije
γ_1, γ_2, γ_3	pojačanja Luenbergerovog estimatora
δ	posmak statičke karakteristike
δ_t, δ_s	parametri posmaka aproksimacija statičkih karakteristika tangentom i sekantom
$\Delta\theta$, $\Delta\theta_R$	promjena kuta zaklopke i promjena referentnog kuta zaklopke [°]
ΔM, ΔI	pogreška rekonstrukcije okretnog momenta i pogreška momenta inercije Ottovog motora (Nm, kgm^2)

$\varepsilon_{Mb}(z)$, $\varepsilon_{\omega}(z)$	pogreška procjene momenta tereta i brzine vrtnje (Nm, rad/s)
$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k \mid k-1)$	inicijalna procjena predikcijske pogreške Kalmanovog filtra
$\eta(k)$	"bijeli" šum ceste (rad/s)
$\eta_c(k)$	"obojeni" šum ceste (rad/s)
μ	koeficijent trenja između kotača i podloge
$\boldsymbol{\nu}$	vektor stohastičkih perturbacija varijabli stanja
θ_R, θ	referentni i stvarni kut otklona elektroničke zaklopke [°]
θ_s	kut uvijanja (kut torzije) bočnih stranica autogume [rad]
σ, σ^2	standardno odstupanje (RMS vrijednost odstupanja) i varijanca
ω, ω_m	brzina vrtnje i mjerni signal brzine vrtnje (kotača, Ottovog motora ...) (rad/s, min^{-1})
$\hat{\omega}$	procjena brzine vrtnje Ottovog motora (min^{-1})
ω_1, ω_2	brzina vrtnje naplatka i oboda autogume (rad/s, min^{-1})
ω_P, ω_S	brzine vrtnje prednjeg i stražnjeg kotača (npr. električnog vozila) (rad/s, min^{-1})
ω_{LP}, ω_{LS}	brzine vrtnje prednjeg i stražnjeg kotača na lijevoj strani Ford Focus vozila (rad/s, min^{-1})
ω_{DP}, ω_{DS}	brzine vrtnje prednjeg i stražnjeg kotača na desnoj strani Ford Focus vozila (rad/s, min^{-1})
ω_R	referentna vrijednost brzine vrtnje (min^{-1})
ω_{pp}	pojasnopropusno filtrirani signal brzine vrtnje kotača (rad/s)
$\dot{\omega}_P$, $\hat{\dot{\omega}}_P$	kutna akceleracija prednjeg kotača i procjena kutne akceleracije (rad/s^2)
Ω_n	kružna frekvencija neprigušenih torzijskih vibracija autogume (rad/s)
$\boldsymbol{\Omega}$	matrica perturbacija stanja vremenski diskretnog modela u prostoru stanja
ζ,	faktor prigušenja torzijskih vibracija
^	procijenjena vrijednost
–	aritmetička sredina (srednja vrijednost)
ABS	sustav sprječavanja blokiranja kotača pri kočenju (engl. Antilock Braking System), odnosno oznaka ABS senzora brzine vrtnje kotača
AR	autoregresijski (engl Autoregressive) model
EGR	povrat ispušnih plinova u usisni kolektor motora s unutarnjim izgaranjem (engl. Exhaust Gas Recirculation)
FFC	izravni unaprijedni kompenzator (engl. Feedforward Compensator)
ISC	regulacija brzine vrtnje motora u praznom hodu (engl. Idle Speed Control)
IV	regresijski postupak identifikacije s pomoćnim varijablima
MVEM	usrednjeni model Ottovog motora (engl. Mean Value Engine Model)
PI, PID	proporcionalno-integralni, te proporcionalno-integralno-derivirajući regulator
RMS	srednje kvadratno odstupanje (engl. Root Mean Squared)
TCS	sustav regulacije vučne sile vozila (engl. Traction Control System)
VR	visokorezolucijski (senzor brzine vrtnje kotača)

Popis slika

Slika 2.1. Blokovski dijagram nelinearnog usrednjenog modela Ottovog motora. 7
Slika 2.2. Blokovski dijagram lineariziranog usrednjenog modela Ottovog motora. 9
Slika 2.3. Pojednostavnjeni linearizirani model Ottovog motora. 11
Slika 2.4. Vlaknasti model trenja između kotača i podloge. 12
Slika 2.5. Normirane statičke karakteristike trenja između kotača i podloge. 13
Slika 2.6. Rekonstruirane statičke karakteristike trenja za male iznose faktora klizanja. 16
Slika 2.7. Model torzijskih vibracija kotača i oblici spektara signala brzine vrtnje kotača. 18
Slika 3.1. Principna shema eksperimentalnog postava Ottovog motora. 20
Slika 3.2. Fotografije eksperimentalnog postava Ottovog motora. 21
Slika 3.3. Mjerenje razvijenog momenta Ottovog motora. 22
Slika 3.4. Položaji senzora masenog protoka, tlaka i temperature zraka. 22
Slika 3.5. Blokovski dijagram sustava regulacije brzine vrtnje servomotora. 24
Slika 3.6. Blokovski dijagram elektroničke zaklopke i nelinearnog regulatora zaklopke. 25
Slika 3.7. Položaji pojedinih senzora na ispitnom vozilu (pogled s gornje strane). 26
Slika 3.8. Fotografija eksperimentalnog električnog vozila. 27
Slika 3.9. Principna shema vozila na električni pogon. 30
Slika 4.1. Usporedni odzivi regulacijskog sustava elektroničke zaklopke. 32
Slika 4.2. Statička karakteristika opteretnog servomotora s pretvaračem. 33
Slika 4.3. Odziv fazne struje servomotora za skokovitu promjenu reference 33
Slika 4.4. Rezultati zalijetanja i zaustavljanja servomotora 34
Slika 4.5. Procjena momenta inercije i trenja servomotora i cijelog pogona. 35
Slika 4.6. Odzivi motora tijekom tipičnog identifikacijskog eksperimenta. 36
Slika 4.7. Snimljene statičke mape motora. 37
Slika 4.8. Rekonstruirane statičke mape usrednjenog modela motora. 38
Slika 4.9. Odziv brzine vrtnje motora na skokovitu promjenu reference okretnog momenta. 39
Slika 4.10. Odziv fazne struje motora na skokovitu promjenu reference. 40
Slika 4.11. Rezultati procjene momenata inercije pojedinih dijelova sklopa pogonskog kotača. 40
Slika 4.12. Rekonstruirana statička karakteristika servomotora. 41
Slika 4.13. Maksimalni dostupni moment motora u ovisnosti o brzini vrtnje. 42
Slika 4.14. Mjerni signali sa senzora okretnog momenta na poluosovini i ABS senzora. 43
Slika 4.15. Usporedba statičkih karakteristika trenja između kotača i podloge. 47
Slika 4.16. Iznosi maksimalne sile trenja i sile trenja pri visokim iznosima klizanja. 48

Slika 4.17. Usporedba statičke karakteristike sile trenja za suhi beton za male iznose faktora klizanja sa statičkim karakteristikama za različite vrste leda i snijega. 53
Slika 4.18. Gradijenti statičkih karakteristika u funkciji faktora klizanja kotača, te vrijednosti gradijenata za silu trenja jednaku nuli i silu trenja od 400 N. 54
Slika 4.19. Statičke karakteristike za asfalt, led i snijeg za male iznose faktora klizanja i iznosi gradijenata karakteristika pri $F = 0$ i $F = 400$ N. 55
Slika 4.20. Mjerni signali brzine vrtnje stražnjeg desnog kotača s VR i ABS senzora (Ford Focus vozilo) i odgovarajući amplitudni spektri signala ($v \approx 40$ km/h). 63
Slika 4.21. Skupni prikaz procijenjenih amplitudnih spektara signala brzine vrtnje kotača. 64
Slika 4.22. Tipični mjerni signali brzine vrtnje prednjeg i stražnjeg kotača električnog vozila. 65
Slika 4.23. Amplitudni spektri i karakteristični rezonancijski modovi signala brzine vrtnje. 66
Slika 4.24. Amplitudni spektri signala brzine vrtnje kotača prije i nakon pojasnopropusnog filtriranja. 72
Slika 4.25. Frekvencijske karakteristike identificiranih AR modela torzijskih vibracija i amplitudni spektri "obojenog" šuma. 73
Slika 4.26. Usporedni rezultati procjene parametara modela torzijskih vibracija. 74
Slika 4.27. Usporedni rezultati procjene parametara modela torzijskih vibracija. 75
Slika 4.28. Usporedni prikaz srednjih vrijednosti faktora prigušenja torzijskih vibracija. 76
Slika 4.29. Usporedni rezultati procjene parametara modela torzijskih vibracija i srednje vrijednosti faktora prigušenja. 76
Slika 4.30. Rezultati procjene parametara modela torzijskih vibracija. 77
Slika 5.1. Usporedba blokovskih dijagrama stohastičkog modela procesa i odgovarajućeg Kalmanovog filtra kao algoritma procjene varijabli stanja (estimatora). 81
Slika 5.2. Blokovski dijagram stacionarnog Kalmanovog filtra. 83
Slika 5.3. Vremenski-diskretni stohastički model drugog reda za analizu Kalmanovog filtra. 85
Slika 5.4. Simulacijski odzivi stohastičkog procesa i rezultati procjene varijabli stanja, te optimalni iznosi pojačanja. 88
Slika 5.5. Usporedni odzivi Kalmanovog filtra za različite izbore matrice $\mathbf{Q}$ ($\mathbf{R} = 1$). 89
Slika 5.6. Iznosi srednje kvadratne pogreške procjene stanja i odgovarajući iznosi pojačanja. 89
Slika 5.7. Usporedni odzivi prijenosnih funkcija Kalmanovog filtra $G_{yy}(z)$ na jediničnu skokovitu pobudu. 90
Slika 5.8. Položaji polova i nule prijenosne funkcije $G_{yy}(z)$. 90
Slika 5.9. Principni blokovski dijagram adaptacije Kalmanovog filtra. 93
Slika 6.1. Blokovski dijagrami implementacija Luenbergerovog estimatora. 101

Slika 6.2. Odzivi prijenosnih funkcija $G_{ML}(s)$ različito podešenih Luenbergerovih estimatora na jediničnu skokovitu promjenu momenta tereta. 103
Slika 6.3. Odzivi stacionarnog Kalmanovog filtra na jediničnu skokovitu pobudu, te položaji polova i nula prijenosne funkcije $G_{MK}(z)$. 105
Slika 6.4. Utjecaj perioda uzorkovanja na svojstva jednako podešenih Kalmanovih filtara. 105
Slika 6.5. Simulacijski model rotacijske dinamike motora. 106
Slika 6.6. Odzivi kumulativne sume predikcijske pogreške. 110
Slika 6.7. Usporedni odzivi procijenjenog momenta tereta, pojačanja i kumulativne sume predikcijske pogreške stacionarnog i adaptivnog Kalmanovog filtra. 110
Slika 6.8. Utjecaj adaptacije promjenom parametara $\mathbf{Q}^*(3,3)$ i $\mathbf{Q}^*(2,2)$. 111
Slika 6.9. Utjecaj parametra q_m na brzinu odziva i iznos nadvišenja. 111
Slika 6.10. Usporedni odzivi Luenbergerovog estimatora (T_{eo} = 0.25 s) i stacionarnog Kalmanovog filtra podešenog za postizanje jednakog vremena porasta odziva. 113
Slika 6.11. Položaji polova i nula i frekvencijske karakteristike Luenbergerovog estimatora (T_{eo} = 0.25 s) i odgovarajućeg stacionarnog Kalmanovog filtra. 113
Slika 6.12. Usporedni odzivi Luenbergerovog estimatora i stacionarnog Kalmanovog filtra podvrgnutih stohastičkim perturbacijama u momenta tereta M_b. 114
Slika 6.13. Usporedni simulacijski odzivi procjene momenta tereta Luenbergerovih estimatora i adaptivnih Kalmanovih filtara. 116
Slika 6.14. Frekvencijske karakteristike razmatranih Luenbergerovih estimatora i odgovarajućih stacionarnih Kalmanovih filtara. 116
Slika 6.15. Simulacijski rezultati slijeđenja nagibnih promjena momenta tereta različitih stacionarnih Kalmanovih filtara uz točnu rekonstrukciju razvijenog momenta motora i točan iznos momenta inercije. 121
Slika 6.16. Simulacijski rezultati slijeđenja nagibnih promjena momenta tereta uz statičku pogrešku rekonstrukcije razvijenog momenta motora. 121
Slika 6.17. Simulacijski rezultati slijeđenja nagibnih promjena momenta tereta uz pogrešku iznosa momenta inercije i točnu rekonstrukciju momenta motora. 121
Slika 6.18. Simulacijski odzivi različito podešenih stacionarnih Kalmanovih filtara u prisustvu dinamičke pogreške rekonstrukcije razvijenog momenta motora. 122
Slika 6.19. Idealizirani prikaz automobilskog pogona kao dvomasenog sustava s krutom vezom, i odgovarajući blokovski dijagram pojednostavljenog modela. 123
Slika 6.20. Usporedni simulacijski odzivi standardnog Kalmanovog filtra i različitih modificiranih Kalmanovih filtara. 127
Slika 6.21. Blokovski prikaz pripreme mjernog signala tlaka zraka u usisnom kolektoru. 129

Slika 6.22. Eksperimentalni odzivi Ottovog motora u sustavu regulacije brzine vrtnje. 133
Slika 6.23. Detalji eksperimentalnih odziva procjene momenta tereta sa slike 6.22. 134
Slika 6.24. Usporedni eksperimentalni odzivi procjene momenta tereta i brzine vrtnje u sustavu regulacije brzine vrtnje podvrgnutom nagibnim promjenama momenta tereta. 134
Slika 6.25. Odzivi Ottovog motora u regulacijskom krugu elektroničke zaklopke na skokovite promjene referentnog kuta zaklopke. 135
Slika 6.26. Usporedni odzivi procjene momenta tereta M_b različitih Kalmanovih filtara za nagle promjene kuta zaklopke od ± 7°. 135
Slika 6.27. Usporedni odzivi procjene momenta tereta M_b različitih Kalmanovih filtara za nagle promjene kuta zaklopke od ± 11,5°. 136
Slika 7.1. Blokovski dijagram lineariziranog regulacijskog sustava brzine vrtnje Ottovog motora. 137
Slika 7.2. Ekvivalentni blokovski dijagram lineariziranog ISC sustava za analizu robusnosti i stabilnosti. 141
Slika 7.3. Položaji dominantnih polova i odgovarajuće frekvencijske karakteristike ISC sustava sa slike 7.2, u prisustvu pogreške rekonstrukcije momenta motora. 143
Slika 7.4. Usporedni simulacijski odzivi ISC sustava s PI regulatorom i kompenzatorima momenta tereta zasnovanim na različitim Kalmanovim filtrima. 143
Slika 7.5. Položaji dominantnih polova linearnog vremenski-diskretnog ISC sustava sa slike 7.2 u prisustvu pogreške iznosa momenta inercije. 145
Slika 7.6. Položaji dominantnih polova linearnog vremenski-diskretnog ISC sustava sa slike 7.2 u prisustvu pogreške iznosa mrtvog vremena T_d. 145
Slika 7.7. Blokovski dijagram modificiranog mehanizma adaptacije Kalmanovog filtra. 146
Slika 7.8. Usporedni simulacijski rezultati različitih ISC sustava za slučaj periodičkih promjena momenta tereta iznosa 6 Nm i frekvencija 0,1 Hz i 2 Hz. 148
Slika 7.9. Usporedni eksperimentalni rezultati različitih ISC sustava s obzirom na pravokutni puls momenta tereta iznosa 2 Nm. 151
Slika 7.10. Usporedni eksperimentalni rezultati različitih ISC sustava s obzirom na skokovite promjene momenta tereta iznosa 4 Nm. 152
Slika 7.11. Ilustracija ponovljivosti eksperimentalnih rezultata prikazanih na slici 7.10. 152
Slika 7.12. Usporedni eksperimentalni rezultati različitih ISC sustava s obzirom na skokovitu promjenu momenta tereta s 4 Nm na 8 Nm, te s 8 Nm na 4 Nm. 153
Slika 7.13. Usporedni eksperimentalni rezultati različitih ISC sustava s obzirom na skokovitu promjenu momenta tereta iznosa 6 Nm i 8 Nm. 153

Slika 7.14. Usporedni eksperimentalni rezultati različitih ISC sustava s obzirom na skokovitu promjenu momenta tereta iznosa 10 Nm (a), i 12 Nm (b). 154
Slika 7.15. Usporedni eksperimentalni rezultati ISC sustava s brzim stacionarnim i adaptivnim Kalmanovim filtrom na sporu nagibnu promjenu momenta tereta. 155
Slika 7.16. Usporedni eksperimentalni rezultati različitih ISC sustava s obzirom na nagibne promjene momenta tereta iznosa 1 Nm/s i 5 Nm/s. 155
Slika 7.17. Eksperimentalni odzivi ISC sustava s modificiranim i nemodificiranim adaptivnim Kalmanovim filtrom u slučaju pravokutnih pulzacija momenta tereta. 157
Slika 7.18. Usporedni eksperimentalni odzivi ISC sustava s PI regulatorom i kompenzatorom momenta tereta zasnovanom na adaptivnom Kalmanovom filtru, te ISC sustava s PI, PID i polinomskim regulatorom. 159
Slika 7.19. Usporedni eksperimentalni odzivi ISC sustava s PI regulatorom i izravnim unaprijednim kompenzatorima momenta tereta, te s kompenzatorom zasnovanim na adaptivnom Kalmanovom filtru. 161
Slika 7.20. Usporedni eksperimentalni odzivi sustava regulacije brzine vrtnje s kompenzatorom momenta tereta za $\omega_R = 2500$ min^{-1}). 163
Slika 8.1. Usporedni eksperimentalni odzivi Ottovog motora i simulacijski odzivi usrednjenog modela za skokovite promjene referentnog kuta zaklopke. 171
Slika 8.2. Utjecaj podešenja neadaptivnog Kalmanovog filtra na brzinu odziva i potiskivanje šuma ($\Delta\theta = 20°$, $M_b \approx 6$ Nm). 171
Slika 8.3. Usporedba procjene ulaznog masenog protoka stacionarnih Kalmanovih filtara i adaptivnog Kalmanovog filtra ($\Delta\theta = 20°$, $M_b \approx 6$ Nm). 172
Slika 8.4. Usporedni odzivi stacionarnih Kalmanovih filtara i adaptivnog Kalmanovog filtra za promjenu kuta zaklopke od 5° ($M_b \approx 3$ Nm). 172
Slika 8.5. Usporedni odzivi stacionarnih Kalmanovih filtara i adaptivnog Kalmanovog filtra za promjenu kuta zaklopke od 1° ($M_b \approx 3$ Nm). 173
Slika 8.6. Usporedni eksperimentalni i simulacijski odzivi Ottovog motora za skokovite promjene referentnog kuta zaklopke od 14° i 7° i moment tereta M_b proporcionalan kvadratu brzine vrtnje. 173
Slika 8.7. Usporedni odzivi stacionarnih Kalmanovih filtara i adaptivnog Kalmanovog filtra za promjenu kuta zaklopke od 14°. 174
Slika 8.8. Usporedni odzivi stacionarnih Kalmanovih filtara i adaptivnog Kalmanovog filtra za promjenu kuta zaklopke od 7°. 174

Slika 8.9. Usporedni rezultati procjene vučne sile i kutne akceleracije pogonskog kotača pri nagibnoj promjeni primijenjene sile kotača od 100 N/s. 180
Slika 8.10. Usporedni odzivi vučne sile i brzine vrtnje prednjeg kotača, te procjene kutne akceleracije, klizanja kotača i statusa detekcije (dF_{pr}/dt = 100 N/s). 181
Slika 8.11. Usporedni eksperimentalni odzivi brzine vrtnje prednjeg i stražnjeg kotača, klizanja prednjeg kotača i primijenjene sile kotača, te odzivi procjene vučne sile u sustavu regulacije vuče (s_R = 10%). 182
Slika 8.12. Simulacijski model sustava regulacije vuče s PI regulatorom brzine vrtnje pogonskog kotača i kompenzatorom zasnovanim na adaptivnom Kalmanovom filtru. 183
Slika 8.13. Usporedni simulacijski odzivi sustava regulacije vučne sile s PI regulatorom podešenim za brz odziv. 187
Slika 8.14. Usporedni simulacijski odzivi sustava regulacije vučne sile s PI regulatorom podešenim za srednje brz odziv, odnosno za spor odziv. 188
Slika 8.15. Linearizirani modeli statičke karakteristika trenja $\mu(s)$. 189
Slika 8.16. Gradijenti statičke karakteristike proračunati primjenom aproksimacije tangentom i sekantom u ovisnosti o faktoru klizanja i koeficijentu trenja. 191
Slika 8.17. Blokovski dijagram nadzornog algoritma Kalmanovog filtra. 194
Slika 8.18. Mjerni signali s ABS senzora i senzora okretnog momenta, rekonstrukcija koeficijenta trenja za slučaj laganog ubrzavanja vozila na suhom betonu i usporedni stacionarni odzivi Kalmanovih filtara. 197
Slika 8.19. Usporedni odzivi klizanja kotača i kumulativne sume predikcijske pogreške. 198
Slika 8.20. Mjerni signal okretnog momenta i rekonstrukcija koeficijenta trenja, te signali brzine vrtnje i rekonstrukcija klizanja kotača ($v \approx 40$ km/h). 198
Slika 8.21. Usporedni odzivi procjene parametara statičke karakteristike, i pojačanja različitih Kalmanovih filtara (uključen algoritam nadzora) za prelazak sa suhog betona na vlažni led i prelazak sa suhog betona na vlažni snijeg. 199
Slika 8.22. Usporedni odzivi adaptivnog Kalmanovog filtra (model tangente) sa i bez primjene algoritma nadzora. 200
Slika 8.23. Blokovski dijagram modifikacije adaptivnog Kalmanovog filtra za velike promjene varijance signala brzine vrtnje kotača (varijance šuma ceste). 204
Slika 8.24. Blokovski dijagram simulacijskog modela namijenjenog provjeri Kalmanovog filtra za procjenu parametara modela torzijskih vibracija. 204
Slika 8.25. Usporedni simulacijski odzivi AR modela, procjene parametara modela a_1 i a_2, te procjene parametara modela torzijskih vibracija. 206

Slika 8.26. Usporedni odzivi procjene parametara AR modela a_1 i a_2, te procjene parametara modela torzijskih vibracija (primjenjen pojasnopropusni filtar). 206
Slika 8.27. tjecaj procjene parametra q_η na točnost procjene parametara modela torzijskih vibracija pri naglim promjenama varijance šuma ceste. 207
Slika 8.28. Usporedni eksperimentalni odzivi i amplitudni spektri signala brzine vrtnje s VR senzora, prije i nakon filtriranja pojasnopropusnim filtrom. 208
Slika 8.29. Usporedni eksperimentalni odzivi brzine vrtnje kotača pri prelasku sa suhog betona na vlažni led prije i nakon filtriranja pojasnopropusnim filtrom (a), te odzivi procjene parametara modela torzijskih vibracija (b). 209
Slika 8.29. Usporedni eksperimentalni odzivi brzine vrtnje kotača pri prelasku sa suhog betona na vlažni snijeg prije i nakon filtriranja pojasnopropusnim filtrom (a), te odzivi procjene parametara modela torzijskih vibracija (b). 210
Slika A.1. Eksperimentalno dobivene ovisnosti perioda uzorkovanja VR i ABS senzora. 218
Slika A.2. Princip mjerenja brzine vrtnje primjenom ABS senzora. 219
Slika A.3. Rezultati procjene kutne pogreške ABS senzora za sva četiri kotača vozila. 222
Slika A.4. Usporedni odzivi i amplitudni spektri izvornih i korigiranih signala s ABS senzora. 222
Slika B.1. Normalna vjerojatnosna gustoća raspodjele jedne varijable. 224

Popis tablica

Tablica 4.1. Srednje vrijednosti momenata inercije pogona Ottovog motora. 35
Tablica 4.2. Srednje vrijednost procijenjenih momenata inercije sklopa pogonskog kotača. 41
Tablica 4.3. Vrste podloga i temperature zraka tijekom izvođenja eksperimenata Ford Focus ispitnim vozilom i eksperimentalnim električnim vozilom. 42
Tablica 4.4. Koeficijenti interpolacijskih polinoma statičkih karakteristika za male iznose faktora klizanja i pripadajuća standardna odstupanja podataka, te iznosi faktora klizanja pri sili trenja jednakoj nuli za različite tipove podloga (Ford Focus ispitno vozilo). 52
Tablica 4.5. Koeficijenti interpolacijskih polinoma statičkih karakteristika za male faktore klizanja i pripadajuća standardna odstupanja podataka, te iznosi faktora klizanja pri sili trenja jednakoj nuli za različite tipove podloga (eksperimentalno električno vozilo). 52
Tablica 4.6. Rezultati procjene parametara AR modela za vožnju po vlažnom ledu, vlažnom snijegu i suhom betonu pri brzini oko 40 km/h i odgovarajuće vrijednosti parametara modela torzijskih vibracija (ABS senzor) 68
Tablica 6.1. Prikazi tipičnih oblika ispitnih signala brzine vrtnje, te razvijenog momenta motora i momenta tereta u vremenski-diskretnom Z-području. 118
Tablica A.1. Vrijednosti perioda uzorkovanja i odgovarajuće efektivne širine propusnih opsega VR i ABS senzora za tipične brzine vozila. 218

1. Uvod

1.1. Definiranje problema

Varijable automobilskog pogona često je teško ili skupo izravno mjeriti. Primjeri takvih varijabli pogona su: moment tereta motora s unutarnjim izgaranjem, maseni protok povrata ispušnih plinova (engl. Exhaust Gas Recirculation, EGR), te sila trenja i koeficijent trenja između kotača i podloge. Takve veličine je primjerenije procijeniti (estimirati) na temelju drugih, standardno mjerljivih veličina i odgovarajućih dinamičkih modela pogona. Pri projektiranju sustava procjene varijabli stanja pogona (estimatora) postavljaju se zahtjevi na visoku statičku i dinamičku točnost procjene, povoljan odnos signala i šuma u procijenjenim veličinama, dobru robusnost estimatora s obzirom na pogreške modeliranja pogona, te dostupnost procjene u širokom rasponu režima rada automobilskog pogona. Sustavi procjene varijabli stanja također bi trebali imati relativno jednostavnu strukturu kako bi se mogli implementirati u standardnim automobilskim mikrokontrolerskim upravljačkim jedinicama, dok bi postupak njihovog podešavanja trebao biti jednoznačan i razmjerno jednostavan. Nadalje, ukoliko se sustav procjene odnosi na poremećajne veličine pogona i koristi za kompenzaciju učinaka istih unutar zatvorenog regulacijskog kruga (npr. procjena momenta tereta motora), potrebno je osigurati da cjelokupni regulacijski sustav bude robusan na promjene parametara pogona.

1.2. Pregled dosadašnjih istraživanja

Procjena momenta tereta motora s unutarnjim izgaranjem može se temeljiti na modelu koji pretpostavlja poznat ukupni moment inercije motora, točnu rekonstrukciju razvijenog momenta motora i mjerenje brzine vrtnje. U tom slučaju moment tereta može se smatrati poremećajnom veličinom, te se u većini praktičnih primjena moment tereta procjenjuje kao razlika razvijenog momenta motora i momenta ubrzanja motora rekonstruiranog kao umnožak momenta inercije i vremenske derivacije brzine vrtnje (tzv. bazni estimator) [1, 2]. Procijenjeni signal momenta tereta baznog estimatora najčešće se filtrira niskopropusnim filtrom kako bi se postigla prihvatljiva razina šuma, koja je prvenstveno prouzročena deriviranjem mjernog signala brzine vrtnje motora. Tako procijenjeni signal momenta tereta može se izravno primjeniti u upravljanju različitim podsustavima pogona vozila, kao što su:

- sustav upravljanja automatskim mjenjačem [1],
- sustav regulacije razvijenog momenta motora [3],

- sustav regulacije brzine vrtnje motora u praznom hodu, uz kompenzaciju momenta tereta zasnovanu na predupravljačkom djelovanju [4],
- sustav upravljanja vučnom silom vozila [2].

Međutim, kako je predloženo u [5], upotreba naprednijih struktura sustava procjene varijabli stanja trebala bi rezultirati točnijom procjenom, te povoljnijim odnosom signala i šuma u usporedbi s prethodno opisanim baznim estimatorom. Prirodan izbor bio bi takozvani Luenbergerov estimator momenta tereta koji tretira moment tereta kao poremećajnu veličinu pogona. Luenbergerov estimator je svojedobno uspješno primijenjen u reguliranim elektromotornim servopogonima [6], a sličan je pristup korišten kod Ottovih motora u [7, 8]. Međutim, zbog ograničenja s obzirom na šum mjerenja, podešenje Luenbergerovog estimatora također predstavlja kompromis između brzine odziva i povoljnog odnosa signala i šuma. Kako bi se prevladalo ovo ograničenje, u [8] je predložen adaptivni Kalmanov filtar temeljen na teoretskim razmatranjima iz [9].

U suvremenim motorima s unutarnjim izgaranjem, a posebno u novijim dizelskim motorima, sve se više koristi sustav povrata ispušnih plinova u usisni kolekotor motora (EGR) u svrhu smanjivanja emisija dušičnih oksida i potrošnje goriva. Stoga je informacija o masenom protoku povrata ispušnih plinova važna veličina u regulaciji suvremenih motora (konzultirati npr. [5, 10-12]). U referenci [5] se stoga predlaže procjena masenog protoka EGR-a primjenom tzv. brzog estimatora (engl. High-Gain Estimator), te kompenzacija učinaka EGR-a pomoću unaprijedne kompenzacije. Također se spominje mogućnost korištenja složenijih struktura estimatora kao što je Luenbergerov estimator, te estimatora zasnovanog na tzv. kliznim režimima (engl. Sliding Mode Estimator). Referenca [12] također predlaže kompenzaciju utjecaja EGR-a na promjenu protoka zraka u usisnom kolektoru. Pritom je procjena masenog protoka EGR-a realizirana pomoću neuronske mreže kombinirane s neizrazitom bazom pravila (engl. Fuzzy Neural Network, FNN).

Prema referenci [13], točna informacija of sili trenja odnosno koeficijentu trenja između kotača i podloge važna je svim čimbenicima koji utječu na dinamiku vožnje. Naime, pravovremeno upozorenje na promjenu stanja podloge (kao npr. u [14]), omogućuje vozaču da prilagodi način vožnje novonastalim uvjetima. Pouzdana informacija o trenju između kotača i podloge također može rezultirati u poboljšanju kvalitete sustava upravljanja dinamikom vozila, npr. u skraćivanju zaustavnog puta vozila s ugrađenim sustavom sprječavanja blokiranja kotača pri kočenju (engl. Antilock Braking System, ABS sustav kočenja) [14, 15], te poboljšanju kvalitete upravljanja vučnom silom vozila kako je prikazano

u [16]. Postupci procjene trenja između kotača i podloge mogu se podijeliti u dvije skupine [13, 17]:

1. **Izravni postupci procjene sile trenja** zasnivaju se na primjeni posebnih optičkih senzora za određivanje svojstava podloge koja određuju trenje kao što su tekstura (hrapavost) i vlažnost (skliskost). Primjeri primjena izravnih postupaka procjene sile trenja dani su u [13, 18, 19].
2. **Neizravni postupci procjene značajki trenja** mogu se zasnivati na primjeni specijalnih senzora (npr. akustični senzori, te tenzometarske trake ugrađene u kontaktni element autogume u [13]). Međutim, češći je slučaj da su neizravni estimatori trenja zasnovani na primjeni standardnih automobilskih senzora i odgovarajućih modela pogona, kotača, ili cijelog vozila za slučajeve longitudinalnog, lateralnog ili kombiniranog gibanja. Neizravni estimatori mogu se podijeliti na estimatore značajki trenja u širokom rasponu faktora klizanja kotača i estimatore značajki trenja u području niskih iznosa faktora klizanja kotača. Potonji imaju posebno značenje u primjeni jer su vezani uz "normalni" način vožnje (bez proklizavanja), te mogu osigurati prethodnu informaciju o skliskoj podlozi prije no što dođe do klizanja.

U slučaju procjene trenja u širokom rasponu faktora klizanja kotača zasnovane na pojednostavljenom dinamičkom modelu pogonskog kotača (zanemarena elastičnost autogume), sila trenja se može smatrati poremećajnom veličinom u modelu kotača, ili se model postavlja u obliku linearnog regresora. Shodno tome, za procjenu se primjenuju različiti oblici estimatora poremećajnih veličina (detaljan pregled struktura estimatora dan je u [17]), odnosno postupak procjene sile trenja zasnovan na linearnoj regresiji uz minimum kvadratnog odstupanja [20]. Procjena sile trenja zasnovana na statičkoj krivulji trenja za široko područje klizanja može se svesti na procjenu parametara odgovarajućeg nelinearnog modela trenja primjenom regresijskih postupaka (vidi npr. [21, 22]). Postupci procjene zasnovani na složenijim modelima kotača i/ili dinamike vozila uključuju primjenu estimatora zasnovanog na kliznim režimima [23] i primjenu proširenog Kalmanovog filtera (Extended Kalman Filter, EKF) [24], te primjenu statističkih postupaka u zasnovanih na tzv. Bayesovskim hipotezama u estimatoru tipa proširenog oblika Kalmanovog filtra [25].

Postupci zasnovani na svojstvima statičke karakteristike trenja u području niskih iznosa faktora klizanja zasnivaju se na eksperimentalno uočenoj, približno linearnoj ovisnosti sile trenja o faktoru klizanja pogonskog kotača, te značajnoj ovisnosti nagiba (gradijenta) statičke krivulje trenja o vrsti podloge [26, 27]. Predloženi koncepti estimatora zasnovani su na

primjeni rekurzivnih postupaka linearne regresije, te adaptivnog Kalmanovog filtra u svrhu procjene gradijenta statičke krivulje trenja [27, 28]. Pritom se adaptivni Kalmanov filter pokazao povoljnijim po pitanju brzine odziva na nagle promjene tipa podloge zadržavajući pri tome nizak nivo šuma u stacionarnom stanju. Međutim, dani koncept zahtijeva mogućnost mjerenja ili procjene pogonskog momenta na poluosovini i faktora klizanja kotača, što značajno umanjuje njegovu raspoloživost. Kao alternativa može se primjeniti posredna procjena gradijenta statičke karakteristike zasnovana na značajkama vibracijskog moda kotača uslijed torzijske elastičnosti bočnih stranica autogume. Koncept se zasniva na mjerenju samo brzine vrtnje kotača, a polazi od činjenice da je prigušenje torzijskih vibracija obrnuto proporcionalno iznosu gradijenta statičke karakteristike u području niskih iznosa klizanja [29, 30]. Uslijed toga dolazi do promjene prigušenja amplitudnog spektra signala oko rezonantne frekvencije gume, koja se kod većine osobnih vozila nalazi na približno 40 Hz. Reference [29, 30] predlažu postupak procjene prigušenja torzijskih vibracija primjenom regresijskog postupka s pomoćnim varijablama (engl. Instrumental Variable Method) [31] i primjenu pojasno-propusnog filtriranja u svrhu izdvajanja komponenti signala oko frekvencije od 40 Hz. Rezultati u [29, 30] upućuju na mogućnost detekcije prelaska s asfalta na led primjenom danog estimatora. S druge strane, u referenci [32] predloženo je korištenje brze Fourierove transformacije (Fast Fourier Transform, FFT) [33], i Kalmanovog filtra u svrhu procjene značajki torzijskih vibracija.

1.3. Hipoteza rada

Kvaliteta većine prethodno navedenih postupaka procjene varijabli stanja automobilskog pogona ograničena je kompromisom između dinamičke točnosti procjene i osjetljivosti na šum mjerenja. Ovo se ograničenje u značajnoj mjeri može suziti primjenom adaptivnih sustava procjene. U tom se smislu ovaj rad temelji na sljedećoj hipotezi: primjenom sustava procjene (estimatora) varijabli stanja automobilskog pogona zasnovanih na adaptivnom Kalmanovom filtru mogu se postići dobri rezultati procjene teško mjerljivih veličina pogona u pogledu visoke točnosti i niske razine šuma u stacionarnom stanju. Pritom se adaptacija provodi samo u trenucima kada se detektira nagla promjena promatranih varijabli stanja kako bi se smanjila dinamička pogreška procjene. Podešenje parametara sustava procjene može se provesti jednoznačnim višekoračnim postupkom zasnovanom na simulacijskoj analizi ili eksperimentalnim odzivima. Predloženi estimatori mogu se uspješno primjeniti u regulaciji odgovarajućih dijelova automobilskog pogona (npr. regulacija brzine vrtnje Ottovog motora i regulacija sustava vučne sile vozila) u svrhu unaprijedne kompenzacije poremećajnih veličina

pogona. Time regulacijski sustavi poprimaju adaptivna svojstva, te se postiže visoka kvaliteta regulacije uz jednostavno podešavanje parametara, relativno jednostavnu implementaciju, i dobru robusnost.

1.4. Struktura rada

Razvoj, implementacija i eksperimentalna provjera sustava procjene varijabli stanja automobilskog pogona opisani su u devet poglavlja, uključujući uvod i zaključak. U nastavku se sažeto opisuju pojedini dijelovi rada.

Drugo poglavlje: *Dinamički modeli procesa.* Razmatraju se modeli podsustava automobilskog pogona, koji uključuju nelinearni usrednjeni model Ottovog motora, model kotača za pravocrtno gibanje vozila s odgovarajućim modelima trenja između kotača i podloge, te model torzijskih vibracija autogume.

Treće poglavlje: *Eksperimentalni postavi.* Opisuje se eksperimentalni postav Ottovog motora s elektroničkom zaklopkom, osobno vozilo opremljeno senzorima veličina kotača, te eksperimentalno vozilo na električni pogon. Ovi postavi se koriste za eksperimentalnu identifikaciju matematičkih modela podsustava automobilskog pogona i eksperimentalnu provjeru sustava procjene varijabli stanja i regulacije.

Četvrto poglavlje: *Identifikacija podsustava automobilskog pogona.* Provodi se eksperimentalna identifikacija matematičkih modela podsustava automobilskog pogona. Identifikacija uključuje određivanje statičkih mapa i momenta inercije Ottovog motora, određivanje momenata inercije i snimanje statičkih i dinamičkih karakteristika motora ugrađenog u pogonski kotač vozila na električni pogon, snimanje statičkih karakteristika trenja između kotača i podloge i karakterizaciju vibracijskih modova autogume.

Peto poglavlje: *Adaptivni Kalmanov filtar.* Opisuje se standardni i prošireni oblik Kalmanovog filtra za procjenu varijabli stanja. Također se opisuje princip adaptacije Kalmanovog filtra kratkotrajnim povećanjem iznosa pojačanja, koji je zasnovan na detekciji naglih promjena varijabli stanja.

Šesto poglavlje: *Procjena momenta tereta Ottovog motora.* Predstavlja se detaljan postupak projektiranja sustava procjene momenta tereta zasnovanog na adaptivnom Kalmanovom filtru. Adaptacija zasnovana na jednostavnom i robusnom algoritmu detekcije nagle promjene momenta tereta dodaje se Kalmanovom filtru radi postizanja visoke točnosti slijeđenja varijabli stanja, te povoljnog odnosa signala i šuma u procjeni varijabli stanja. Prednosti primjene adaptivnog Kalmanovog filtra u odnosu na neadaptivni Kalmanov filtar i

klasični Luenbergerov estimator momenta tereta potvrđuju se simulacijama na računalu i eksperimentalno.

Sedmo poglavlje: *Primjena Kalmanovog filtra u regulaciji brzine vrtnje Ottovog motora.* Opisuje se sustav regulacije brzine vrtnje u praznom hodu s proporcionalno-integralnim regulatorom (PI regulatorom) i kompenzatorom momenta tereta zasnovanim na adaptivnom Kalmanovom filtru. Provodi se analiza stabilnosti i robusnosti regulacijskog sustava s obzirom na promjene parametara modela motora i režima rada. Vladanje regulacijskog sustava provjerava se simulacijama na računalu i eksperimentalno.

Osmo poglavlje: *Procjena veličina u ostalim podsustavima automobilskog pogona.* Opisuju se sustavi procjene masenog protoka zraka Ottovog motora, vučne sile kotača (sile trenja između kotača i podloge), te koeficijenta trenja između kotača i podloge. Navedeni sustavi procjene varijabli stanja provjeravaju se simulacijama na računalu, te na prethodno snimljenim eksperimentalnim podacima.

2. Dinamički modeli procesa

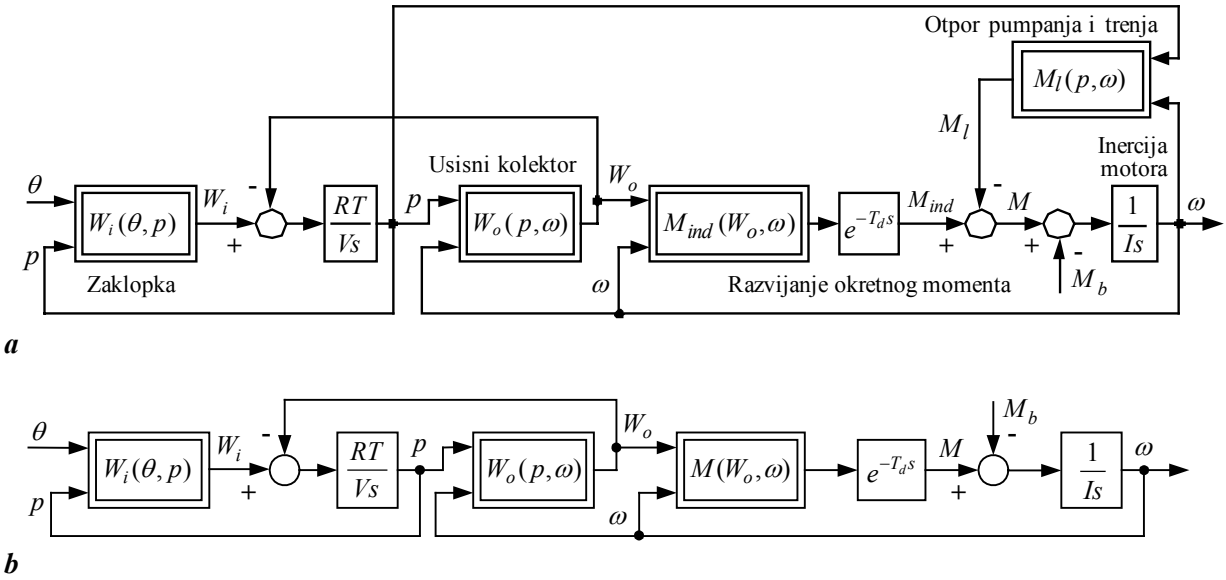
U svrhu projektiranja sustava procjene varijabli stanja automobilskog pogona i primjena u regulaciji potrebno je postaviti odgovarajuće matematičke modele podsustava pogona. U ovom se poglavlju razmatraju: nelinearni model Ottovog motora, model kotača za pravocrtno gibanje vozila, te odgovarajući model trenja između kotača i podloge uključujući model torzijskih vibracija autogume.

2.1. Model Ottovog motora

Opisuje se nelinearni usrednjeni model Ottovog motora (engl. Mean Value Engine Model, MVEM). Ovaj model je pogodan za regulacijske primjene jer obuhvaća sve bitne aspekte statičkog i dinamičkog vladanja motora, no ne uključuje visokofrekvencijsku dinamiku taktnog rada. Usrednjeni model se linearizira i dodatno pojednostavnjuje za primjene u sintezi sustava regulacije brzine vrtnje motora u praznom hodu (engl. Idle Speed Control, ISC).

2.1.1. Nelinearni usrednjeni model motora

Na slici 2.1a prikazan je blokovski dijagram standardnog usrednjenog modela [34, 35] Ottovog motora. Navedeni dinamički model ne uključuje podsustave upravljanja kutem pretpaljenja i povrata ispušnih plinova (engl. Exhaust Gas Recirculation, EGR), jer oni nisu niti ugrađeni u motor na kojem se obavljaju ispitivanja u ovom radu (vidi potpoglavlje 3.1). Prikazani model sadrži dvije varijable stanja: tlak zraka u usisnom kolektoru p i brzinu vrtnje



Slika 2.1. *Blokovski dijagram nelinearnog usrednjenog modela Ottovog motora (MVEM): izvorni oblik (a) i pojednostavnjeni oblik (b).*

motora ω. Dinamika tlaka zraka u usisnom kolektoru određena je vremenskim deriviranjem jednadžbe idealnog plina uz pretpostavku konstantne temperature zraka T (tzv. izotermni model)

$$\frac{dp}{dt} = \frac{RT}{V}\frac{dm}{dt} = \frac{RT}{V}(W_i - W_o), \tag{2-1}$$

gdje je p tlak zraka u usisnom kolektoru (Pa), m masa plina (kg), R je plinska konstanta (J/kgK), V je volumen usisnog kolektora (m^3), a W_i i W_o su redom ulazni i izlazni maseni protok zraka (kg/s).

Model također sadrži nekoliko učinaka i podsustava koji se odnose na pojedine dijelove motora: elektronička zaklopka za zrak (vidi odjeljak 3.1, te [36] i tamo navedene reference), usisni kolektor, učinak pumpanja, rotacijska dinamika i mrtvo vrijeme razvijanja momenta T_d uslijed taktnog rada motora. Navedeni podsustavi mogu se opisati egzaktnim fizikalnim ili poluempirijskim matematičkim izrazima (kako je učinjeno u [37]), ili pomoću tri nelinearne statičke mape koje definiraju ulazni i izlazni protok zraka u usisnom kolektoru W_i i W_o, te aktivni (indicirani) moment na osovini motora M_{ind}. Model na slici 2.1a može se pojednostaviti tako da se indicirani moment motora M_{ind} i nelinearni moment tereta M_l uslijed pumpanja i trenja u motoru integriraju u jedinstvenu mapu razvijenog momenta motora na osovini $M(W_o,\omega)$ kako je prikazano na slici 2.1b. Ovo pojednostavnjenje je zasnovano na sljedećim pretpostavkama koje su ispunjene za većinu režima rada motora [38]:

(i) promjene brzine vrtnje ω unutar jednog ciklusa izgaranja T_d su zanemarive,

(ii) promjena indiciranog okretnog momenta M_{ind} u odnosu na promjenu tlaka p je znatno veća od odgovarajuće promjene okretnog momenta uslijed pumpanja i trenja M_l.

Parametri usrednjenog modela motora mogu se odrediti relativno jednostavno zato što su fizikalne konstante modela poznate (volumen usisnog kolektora V i moment inercije I), dok se statičke mape mogu izraziti analitičkim izrazima [37], odnosno snimiti standardnim testovima motora dinamometrom ([38-40], potpoglavlje 4.1).

2.1.2. Linearizirani model motora za regulacijske primjene

Linearizacija modela provodi se u radnoj točki motora definiranom stacionarnim iznosima tlaka zraka u usisnom kolektoru p i brzine vrtnje ω. Uzima se da su statičke mape $W_i(\theta, p)$, $M_{ind}(W_i, \omega)$ i $M_l(p, \omega)$ zadane u obliku trodimenzionalnih preglednih tablica, a statička mapa usisnog kolektora i usisne grane motora $W_o(p, \omega)$ je opisana takozvanom jednadžbom gustoće brzine (engl. Speed Density Equation, vidi [38, 39] i tamo navedene reference):

$$W_o = \frac{V_d}{120RT}(s_1 p + s_o)\omega \,, \tag{2-2}$$

gdje je V_d – volumen motora (m^3), a s_1 i s_0 su koeficijenti jednadžbe gustoće brzine.

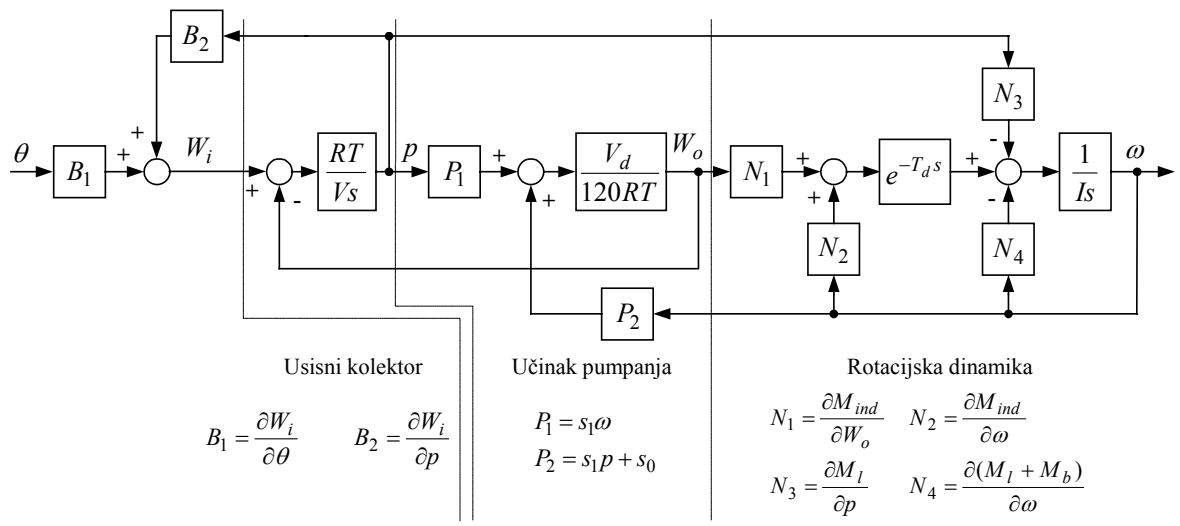
Na slici 2.2 prikazan je blokovski dijagram lineariziranog modela motora s pripadajućim izrazima za parametre lineariziranog modela. Parametri B_1, B_2, N_1, N_2, N_3, i N_4 računaju se numeričkim putem kako je pokazano u [41].

Linearizirani model prikazan na slici 2.2 uključuje tri dinamička podmodela koji opisuju dinamiku usisnog kolektora, rotacijsku dinamiku motora, i mrtvo vrijeme izgaranja (razvijanja okretnog momenta). Navedene dinamičke podmodele poželjno je dinamički odvojiti jedne od drugih u svrhu pojednostavnjenja modela motora. Odvajanje podmodela motora moguće je ukoliko je dinamika usisnog kolektora puno brža od rotacijske dinamike (pogledati na primjer [42]), te ukoliko je rotacijska dinamika puno sporija od mrtvog vremena razvijanja momenta T_d, odnosno ako vrijede sljedeći uvjeti [42-44]:

$$\begin{aligned} &T_m = \frac{V}{V_d}\frac{120}{s_1\omega}\left(1 - B_2\frac{120RT}{s_1\omega V_d}\right)^{-1} << T_{mech} \,, \\ &T_d << T_{mech} \,, \end{aligned} \tag{2-3}$$

gdje je vremenska konstanta rotacijske dinamike T_{mech} definirana kao:

$$T_{mech} = \frac{I}{N_4 - N_2 - N_1 P_2 \dfrac{V_d}{120RT}} \,. \tag{2-4}$$



Slika 2.2. *Blokovski dijagram lineariziranog usrednjenog modela Ottovog motora s izrazima za parametre modela dobivene postupkom linearizacije.*

Pojednostavnjeni linearizirani model motora prikazan je na slici 2.3a. Pojačanje K_m prijenosne funkcije usisnog kolektora $G_m(s)$, pojačanje K_{mech} prijenosne funkcije rotacijske dinamike $G_{mech}(s)$, pojačanje momenta K_t, te pojačanje pumpanja K_p definirani su sljedećim izrazima:

$$K_m = B_1 \frac{120RT}{s_1 \omega V_d} \left(1 - B_2 \frac{120RT}{s_1 \omega V_d} \right)^{-1} , \tag{2-5}$$

$$K_{mech} = \frac{1}{N_4 - N_2 - N_1 P_2 \dfrac{V_d}{120RT}} , \tag{2-6}$$

$$K_t = \frac{P_1 V_d}{120RT} N_1 + N_3 \approx 0.95 V_d , \tag{2-7}$$

$$K_p = \frac{V_d}{120RT} \frac{P_2}{B_1} . \tag{2-8}$$

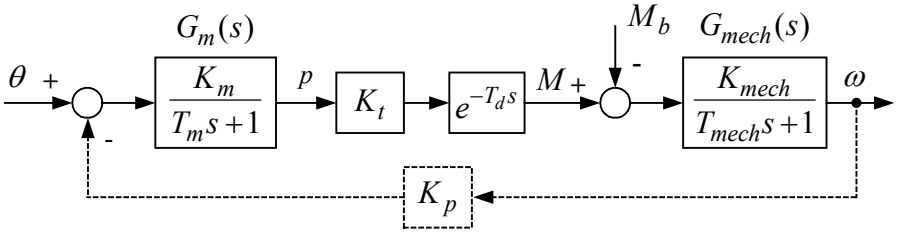
U referenci [43] pokazano je da su uvjeti dani izrazima (2-3) zadovoljeni za širok raspon režima rada motora koji se razmatra u ovom radu (te također i za mnoge druge motore), odnosno model na slici 2.3a dosta dobro opisuje njegovo dinamičko vladanje. Nadalje, pojačanje pumpanja K_p ima relativno mali iznos za širok raspon režima rada Ottovog motora razmatranog u ovom radu [43], te se pripadna grana povratne veze (označena crtkano na slici 2.3.a) može izostaviti. Potonje pojednostavljenje ne mora nužno biti zadovoljeno za neki drugi motor karakteriziran relativno malim momentom inercije I i velikom vremenskom konstantom usisnog kolektora T_m (tj. relativno velikim omjerom volumena usisnog kolektora i volumena motora V/V_d naročito kod manjih brzina vrtnje) [45]

Model na slici 2.3a može se dodatno pojednostaviti za potrebe sinteze regulacijskog sustava brzine vrtnje motora (poglavlje 6). Prema analizi danoj u [43], rotacijska dinamika motora opisana P1 članom $G_{mech}(s)$ može se zanemariti ukoliko je dinamika zatvorenog kruga regulacije brzine vrtnje puno brža, odnosno ako vrijedi:

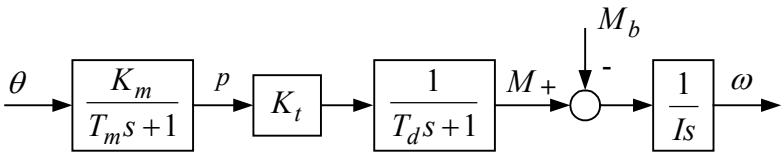
$$T_e << T_{mech} , \tag{2-9}$$

gdje je T_e (s) nadomjesna vremenska konstanta zatvorenog regulacijskog kruga brzine vrtnje. Na taj način dobije se jednostavan izraz koji opisuje rotacijsku dinamiku, a koji ne ovisi o radnoj točki motora (model inercije motora):

$$G_{mech}(s) \approx \frac{1}{Is} . \tag{2-10}$$



a



b

Slika 2.3. *Pojednostavnjeni linearizirani model Ottovog motora s egzaktnim mrtvim vremenom razvijanja momenta, rotacijskom dinamikom i učinkom pumpanja (a), te dodatno pojednostavneni model za primjenu u sintezi sustava regulacije brzine vrtnje (b).*

Konačno, u slučaju da je dinamika zatvorenog kruga regulacije brzine vrtnje puno sporija od kašnjenja izgaranja ($T_e >> T_d$) moguće je za potrebe sinteze regulacijskog kruga brzine vrtnje mrtvo vrijeme $e^{-T_d s}$ približno opisati pomoću aproksimacije s prva dva člana Taylorovog reda (Padéove aproksimacije nultog reda) [46]:

$$e^{-T_d s} \approx \frac{1}{T_d s+1} \ . \tag{2-11}$$

Uzimajući u obzir prethodna pojednostavljenja dobije se linearizirani model za regulacijske primjene prikazan na slici 2.3b.

2.2. Modeli autogume za uzdužno gibanje

U ovom se potpoglavlju predstavljaju modeli trenja između autogume (kotača) i podloge, te cjeloviti dinamički modeli kotača koji u sebi uključuju bitne značajke trenja.

2.2.1. Statička karakteristika sile trenja između kotača i podloge

Fizikalni modeli trenja između kotača i podloge zasnivaju se na takozvanom vlaknastom opisu kontakta između kotača i podloge prikazanom na slici 2.4. Pretpostavlja se da je kontakt između kotača i podloge ostvaren putem mnoštva sitnih elastičnih elemenata autogume zanemarive mase (vlakana, engl. bristles) koji su pričvršćeni na obod kotača [47]. Razlika

uzdužnih brzina bazne točke vlakna i vrha vlakna (kontakta s podlogom) definirana je na sljedeći način:

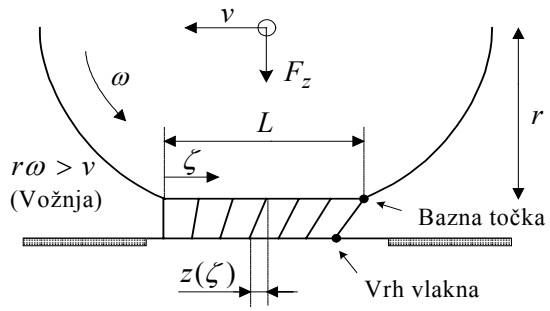
$$v_r = r\omega - v \ , \qquad (2\text{-}12)$$

gdje je:

r – polumjer kotača (m),

ω – kutna brzina kotača (rad/s),

v – brzina gibanja središta mase kotača u uzdužnom smjeru (uzdužna brzina vozila, m/s).



Slika 2.4. *Vlaknasti model trenja između kotača i podloge .*

Faktor klizanja (klizanje, odnosno relativna razlika u brzinama) definira se na sljedeći način:

$$s = \frac{v_r}{r\omega} = \frac{r\omega - v}{r\omega} \quad \text{(pretpostavlja se } \omega > 0\text{).} \qquad (2\text{-}13)$$

Vlakna se zbog razlike u brzinama $r\omega$ i v deformiraju. Pritom su deformacija i horizontalni otklon vlakana $z(\zeta)$ najizraženiji kod onih vlakana koja izlaze iz kontakta.

Radi jednostavnosti pretpostavlja se jednolika raspodjela pritiska na podlogu na cijeloj kontaktnoj površini i razmatra se samo statički LuGre model trenja [48-50]. Statički LuGre model koji opisuje stacionarni proces elastične i plastične horizontalne deformacije vlakana dan je kako slijedi:

$$Z\frac{dz(\zeta)}{d\zeta} + z(\zeta) = \frac{g(v_r)}{\sigma_0}\operatorname{sgn}(v_r) \ , \qquad (2\text{-}14)$$

$$g(v_r) = F_C + (F_S - F_C)e^{-|v_r / v_s|^{\delta}} \ , \qquad (2\text{-}15)$$

pri čemu je $g(v_r)$ takozvana Stribeckova funkcija koja opisuje trenje klizanja između gume i podloge, a Z prostorna konstanta deformacije vlakana:

$$Z = \left|\frac{r\omega}{v_r}\right| \frac{g(v_r)}{\sigma_0} = \frac{1}{|s|}\frac{g(s)}{\sigma_0} \ , \qquad (2\text{-}16)$$

gdje je:

F_C, F_S (N) – Coulombovo trenje i maksimalni iznos statičkog trenja ($F_S > F_C$),

v_s (m/s), δ – koeficijenti Stribeckove karakteristike trenja klizanja,

σ_0 (N/rad) – koeficijent krutosti vlakana.

LuGre model u sebi uključuje povratno djelovanje po otklonu vlakana preko drugog člana u izrazu (2-14) čime se na implicitan način postiže zasićenje otklona vlakana ζ u modelu, jer otklon ne može poprimiti vrijednosti veće od $g(v_r)/\sigma_0$ (što odgovara proklizavanju kotača). Na

isti način se uzima u obzir plastična deformacija vlakana. Rješenje izraza (2-14) – (2-16) dobije se u sljedećem obliku:

$$z(\zeta) = \mathrm{sgn}(v_r)\frac{g(v_r)}{\sigma_0}\left(1 - e^{-\zeta / Z}\right), \tag{2-17}$$

Integriranjem doprinosa sile trenja pojedinog vlakna (po jedinici duljine) $\sigma_0 z(\zeta)/L$ po cijeloj duljini L kontaktne plohe daje izraz za silu trenja između kotača i podloge

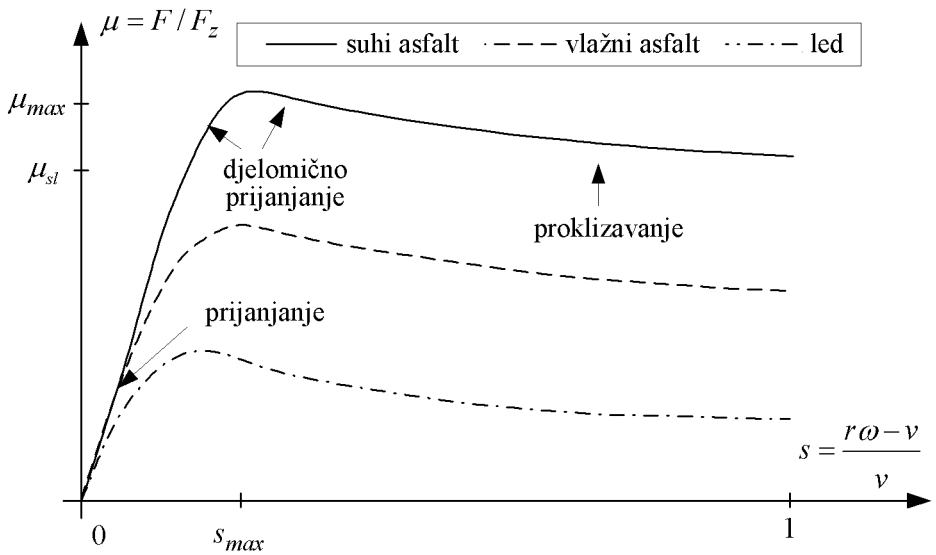
$$F = \int_0^L \frac{\sigma_0 z(\zeta)}{L} d\zeta = \mathrm{sgn}(v_r) g(v_r)\left[1 - \frac{Z}{L}\left(1 - e^{-L/Z}\right)\right]. \tag{2-18}$$

Karakteristika trenja često se prikazuje i u normiranom obliku, odnosno kao koeficijent sile trenja (F_z – okomita sila na kotač):

$$\mu = F / F_z \ . \tag{2-19}$$

Iz izraza (2-18) vidljivo je da će sila trenja poprimati veće iznose kod onih podloga koje su karakterizirane visokim potencijalom sile trenja $g(v_r)$ (npr. beton/asfalt).

Na slici 2.5 ilustrirane su statičke karakteristike trenja $\mu(s)$ za suhi beton, vlažan beton i led za široko područje klizanja s. Tijekom normalne vožnje uz niski faktor klizanja većina elastičnih vlakana prijanja uz cestu i prenosi silu trenja, koja je približno proporcionalna klizanju (područje prijanjanja). Kako faktor klizanja raste, sve više vlakana počinje proklizavati jer sila koju bi trebala prenijeti (primjenjena sila), a koja je proporcionalna deformaciji vlakna, prelazi iznos potencijala sile trenja. Ukoliko se primjenjena sila još više poveća, većina vlakana ne može zadržati kontakt (prokliže) i statička karakteristika postaje



Slika 2.5. *Normirane statičke karakteristike trenja između kotača i podloge za suhi asfalt, vlažni asfalt i led.*

bliska Stribeckovoj karakteristici trenja klizanja (područje proklizavanja). Područje prijanjanja (adhezije) obično se naziva i stabilno područje karakteristike, jer je potencijal trenja dovoljno velik da pokrije iznos primjenjene sile. S druge strane, područje proklizavanja predstavlja nestabilan dio karakteristike jer preveliki iznos primjenjene sile rezultira u naglom proklizavanju kotača (blokiranju kotača pri kočenju, odnosno proklizavanju kotača pri vožnji).

Izraz za gradijent statičke karakteristike u stabilnom dijelu ($s \approx 0$) može se izvesti iz izraza (2-18). Kako izraz (2-18) ima singularitet u točki $v_r = 0$, koristi se aproksimacija dobivena pomoću razvoja u Taylorov red [50]:

$$F(s \approx 0) = L\sigma_0 \frac{v_r}{|r\omega|}\left[\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}\frac{L\sigma_0}{g(v_r)}\left|\frac{v_r}{r\omega}\right| + \frac{1}{4!}\frac{L^2\sigma_0^2}{g^2(v_r)}\left|\frac{v_r}{r\omega}\right|^2 \mp \cdots\right] = \\ L\sigma_0 s\left[\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}\frac{L\sigma_0}{g(s)}|s| + \frac{1}{4!}\frac{L^2\sigma_0^2}{g^2(v_r)}|s|^2 \mp \cdots\right]. \tag{2-20}$$

Uzimajući u obzir prva dva člana razvoja i izraz (2-13), gradijent statičke karakteristike za male iznose faktora klizanja glasi:

$$k = \left.\frac{dF}{ds}\right|_{s\approx 0} = \frac{1}{2}\sigma_0 L\left\{1 - \frac{1}{3}\frac{\sigma_0 L}{g(s)}\left[2|s| + s^2\left(-\left|\frac{dg(s)}{ds}\right|\frac{1}{g(s)}\right)\right]\right\} . \tag{2-21}$$

Iz izraza (2-21) vidljivo je da će gradijent k u području malih klizanja opadati s povećanjem iznosa klizanja. Gradijent je tim veći što je podloga karakterizirana većim potencijalom sile trenja $g(s)$ (asfalt), kao što je prikazano na slici 2.5. Međutim, prema izrazu (2-21) gradijent statičke karakteristike pri $s = 0$ ne ovisi o tipu podloge, već samo o faktoru krutosti vlakana σ_0 i duljini kontaktne površine L [50]:

$$k_0 = \frac{1}{2}\sigma_0 L \ . \tag{2-22}$$

Ovaj rezultat, međutim, nije u suglasju s rezultatima eksperimentalne procjene gradijenata statičke karakteristike u [26, 27, 16] (gradijent k_0 ovisi o vrsti podloge, vidi sljedeći odjeljak).

2.2.2. Statička karakteristika trenja u području malih iznosa faktora klizanja

Rezultati eksperimentalne analize značajki trenja u području malih klizanja, predstavljeni u [26, 27, 16], pokazali su da za cestu prekrivenu ledom gradijent eksperimentalno dobivene statičke karakteristike može biti značajno manji (čak do deset puta manji) od odnosu na suhi ili vlažni asfalt. Danu razliku u gradijentima statičkih karakteristika nije moguće u potpunosti

objasniti tradicionalnom teorijom trenja između kotača i podloge i pripadajućim statičkim modelima. Analiza učinaka trenja za male iznose faktora klizanja i usporedba s LuGre modelom prikazana u [51] pokazuje da LuGre model predviđa određenu razliku u gradijentima za asfalt i led (jednadžba (2-22) i slika 2.5), no ne u onolikoj mjeri koliko pokazuju rezultati u [26, 27, 16].

Na slici 2.6 ilustrirane su statičke karakteristike dobivene mjerenjima na suhom asfaltu i ledu (poglavlje 4). Eksperimentalni podaci na slici 2.6 mogu se interpolirati pravcima (linearna regresija) kako bi se odredio gradijent statičke karakteristike. Karakteristike dobivene na ovaj način tipično su pomaknute u odnosu na ishodište koordinatnog sustava za iznos posmaka klizanja δ_1. Nadalje, statička karakteristika za led (slika 2.6b) bitno je položenija od one za suhi asfalt, i karakterizirana osjetnim smanjenjem nagiba za veće iznose klizanja. U slučaju takve statičke karakteristike interpolacija polinomom drugog reda (kvadratnom parabolom) daje točniji rezultat (poglavlje 4) [52].

Eksperimentalno dobivene statičke karakteristike u [26, 27] rekonstruirane su usrednjavanjem mjerenja vučne sile (sile trenja) pogonskih kotača i faktora klizanja s. U slučaju pogona na prednjim kotačima, brzina gibanja vozila v u uzdužnom smjeru može se rekonstruirati iz brzine vrtnje nepogonjenih (stražnjih) kotača, što za slučaj normalne vožnje (bez kočenja) daje izraz za faktor klizanja kotača s u sljedećem obliku:

$$s = 1 - \frac{v}{r_P \omega_P} = 1 - \frac{r_S \omega_S}{r_P \omega_P} = 1 - \rho \frac{\omega_S}{\omega_P} \ , \tag{2-23}$$

gdje je:

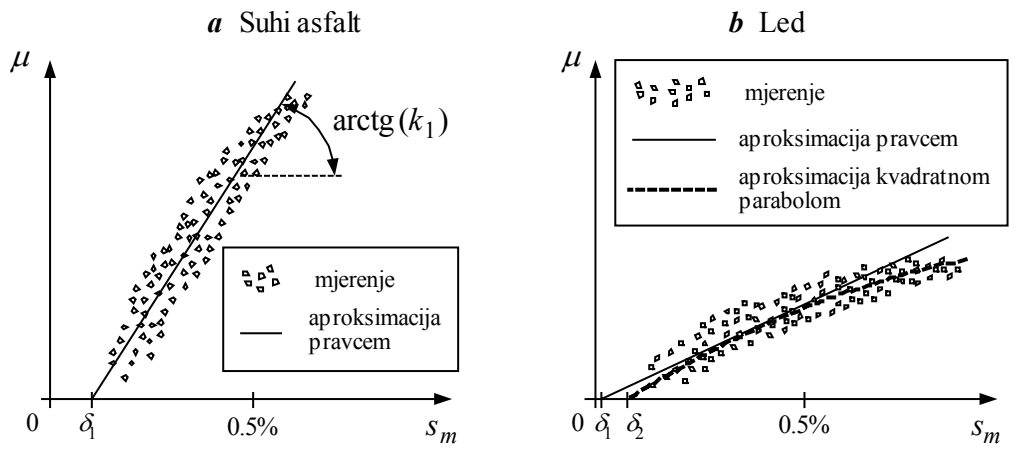
ω_P, ω_S – brzina vrtnje prednjeg, odnosno stražnjeg kotača [rad/s],

r_P, r_S – efektivni polumjer prednjeg, odnosno stražnjeg kotača [m],

ρ – omjer efektivnih polumjera stražnjeg i prednjeg kotača.

Treba napomenuti da omjer polumjera kotača ρ u izrazu (2-17) može odstupati od jedinične vrijednosti ($\rho \neq 1$), što se može pripisati razlikama u tlaku zraka u prednjim i stražnjim gumama, različitim iznosima okomitih sila na prednje i stražnje kotače, te stupnju istrošenosti guma [27, 28]. Kako omjer polumjera kotača često nije poznat, za proračun faktora klizanja kotača obično se koristi pojednostavljeni izraz (pretpostavlja se $\rho = 1$):

$$s_m = 1 - \frac{\omega_S}{\omega_P} . \tag{2-24}$$



Slika 2.6. *Rekonstruirane statičke karakteristike trenja za male iznose faktora klizanja kotača za suhi asfalt (a) i vlažan led (b) i njihove aproksimacije pravcem i kvadratnom parabolom.*

Međutim, primjena približnog izraza (2-24) može u rekonstrukciju faktora klizanja unijeti određenu pogrešku. Veza između stvarnog faktora klizanja s i rekonstruiranog faktora klizanja s_m dana je izrazom:

$$s = \rho s_m + 1 - \rho \ . \tag{2-25}$$

Ako se statička karakteristika u području malih iznosa faktora klizanja opiše pravcem $\mu(s) = ks$ (izraz (2-20)), tada će se primjenom praktičnog (približnog) proračuna faktora klizanja prema izraza (2-24) dobiti statička karakteristika $\mu(s_m)$ kako slijedi:

$$\mu(s_m) = k\rho s_m + k(1-\rho) = k_1 s_m + \mu_0 \ . \tag{2-26}$$

Dakle, proračun klizanja prema izrazu (2-24) izravno utječe na točnost proračuna stvarnog gradijenta karakteristike k, te uzrokuje posmak karakteristike u odnosu na ishodište koordinatnog sustava (u odnosu na izvornu karakteristiku). Međutim, potrebno je napomenuti da iako pogreška u rekonstrukciji klizanja prema izrazu (2-24) može izazvati pogrešku u procjeni gradijenta $\varepsilon_k = (k_1 - k)/k$, omjer gradijenata za asfalt i ledenu podlogu (bitan za klasifikaciju tipa podloge) ne bi trebalo biti podložan pogrešci rekonstrukcije klizanja ukoliko se polumjeri kotača ne mijenjaju značajno tijekom izvođenja eksperimenata.

Prema izrazu (2-26), posmak statičke karakteristike u točki $\mu = 0$ (slika 2.6a) računa se na sljedeći način:

$$\delta_1 = -\frac{1-\rho}{\rho} \ . \tag{2-27}$$

Njegova vrijednost ovisi samo o omjeru polumjera prednjih i stražnjih kotača.

Ukoliko se statička karakteristika aproksimira kvadratnom parabolom, pripadajući interpolacijski polinom drugog reda ima sljedeći oblik:

$$\mu(s_m) = p_{\mu 2} s_m^2 + p_{\mu 1} s_m + p_{\mu 0}, \qquad p_{\mu 2} \leq 0 \ . \tag{2-28}$$

Iz izraza (2-28) gradijent statičke karakteristike u funkciji klizanja kotača računa se kako slijedi:

$$\frac{d\mu(s_m)}{ds} = 2 p_{\mu 2} s_m + p_{\mu 1} \ . \tag{2-29}$$

Iznos gradijenta za klizanje $s_m = 0$ jednak je iznosu koeficijenta $p_{\mu 1}$ interpolacijskog polinoma:

$$k_0 = \frac{d\mu(0)}{ds_m} = p_{\mu 1} \ . \tag{2-30}$$

Izjednačavanjem izraza (2-28) s nulom dobije se posmak statičke karakteristike δ_2:

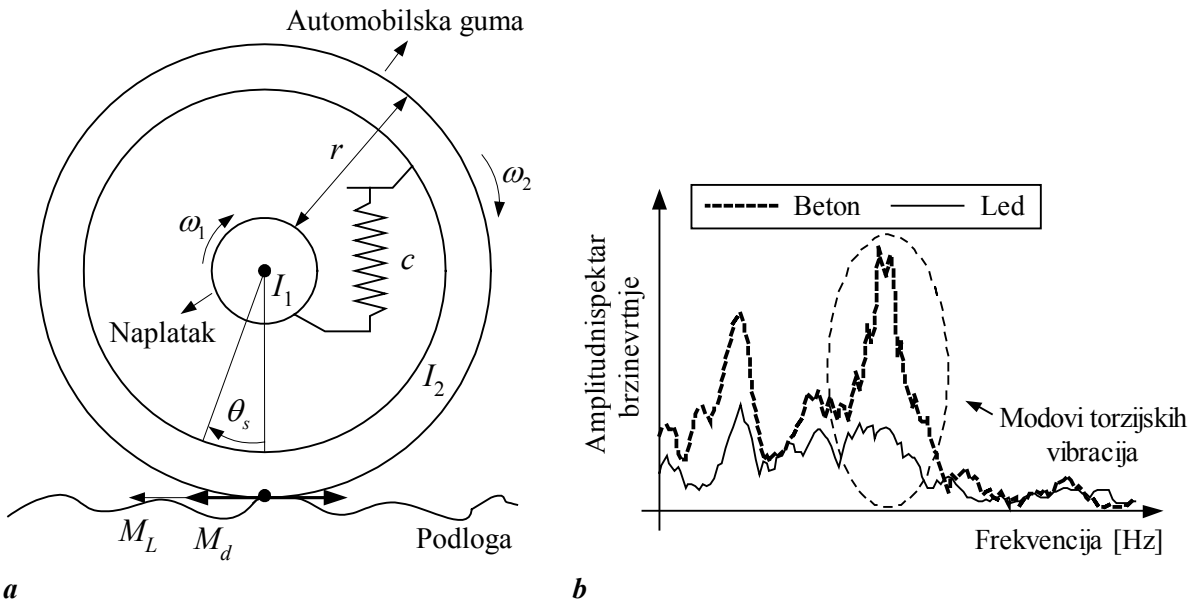
$$\delta_2 = \frac{-p_{\mu 1} + \sqrt{p_{\mu 1}^2 - 4 p_{\mu 0} p_{\mu 2}}}{2 p_{\mu 2}}, \tag{2-31}$$

odakle se supstitucijom $s_m = \delta_2$ u izrazu (2-29) dobije iznos gradijenta pri $\mu = 0$:

$$k_0 = 2 p_{\mu 2} \delta_2 + p_{\mu 1} = \sqrt{p_{\mu 1}^2 - 4 p_{\mu 0} p_{\mu 2}} \ , \tag{2-32}$$

2.2.3. Model torzijskih vibracija autogume

Torzijske vibracije automobilskog kotača posljedica su elastičnosti bočnih stranica autogume. Ove vibracije mogu se pobuditi uslijed neravnina na cesti čak i u slučaju konstantnog pogonskog ili kočnog okretnog momenta kotača. Slika 2.7a prikazuje model torzijskih vibracija kotača preuzet iz [30]. Neravnine ceste mogu se interpretirati kao djelovanje stohastičkog okretnog momenta tereta M_d na kotač, gdje u idealiziranom slučaju M_d ima svojstva bijelog šuma [30]. Tipična rezonantna frekvencija torzijskih vibracija autogume je oko 40 Hz (rezonantna frekvencija varira s tlakom zraka u gumi jer on utječe na iznos koeficijenta torzijske krutosti bočnih stranica c [53]). Eksperimentalni rezultati u [30] pokazali su da oblik amplitudnog spektra u blizini rezonantne frekvencije 40 Hz značajno ovisi o stanju podloge (koeficijentu trenja), odnosno da je prigušenje rezonantnog izdizanja (širina rezonantnog pojasa) manje za beton nego za ledenu podlogu (Slika 2.7b).



Slika 2.7. *Model torzijskih vibracija kotača (a) i oblici spektara signala brzine vrtnje kotača u okolini rezonantne frekvencije moda torzijskih vibracija autogume (b).*

Fizikalni model kotača na slici 2.7a može se opisati sljedećim modelom varijabli stanja (radi jednostavnosti uzima se da je pogonski moment na kotaču jednak nuli):

$$\begin{aligned} I_1\dot{\omega}_1 &= c\theta_s\,, \\ I_2\dot{\omega}_2 &= c\theta_s + M_L + M_d\,, \\ \dot{\theta}_s &= \omega_1 - \omega_2\,, \end{aligned} \tag{2-33}$$

gdje je:

I_1, I_2 – momenti inercije naplatka kotača i autogume (kgm^2),

ω_1, ω_2 – brzina vrtnje naplatka i oboda gume (rad/s),

θ_s – kut uvijanja (torzije) gume (rad),

M_L, M_d – moment tereta na kotaču i moment stohastičkih perturbacija podloge (Nm).

Navedni model je linearan u svim varijablama osim u okretnom momentu kotača $M_L = F(s)r$, a koji je nelinearna funkcija klizanja kotača s (Slike 2.5 i 2.7a). Ukoliko se definira apsolutno klizanje kotača kao $S = r\omega_2 - v$ (pogledati izraz (2-13)) model trenja između kotača i podloge linearizira se na sljedeći način [30]:

$$\Delta M_L = \frac{\partial M_L}{\partial S}\Delta S = r\alpha\left(r\Delta\omega_2 - \Delta v\right) \approx r^2\alpha\Delta\omega_2\,, \tag{2-34}$$

gdje je takozvani uzdužni koeficijent krutosti $\alpha = \Delta F/\Delta S$ povezan s gradijentom normirane statičke karakteristike trenja $k = \Delta\mu\,/\,\Delta s$ (slika 2.6) kako slijedi [30]:

$$\alpha = \frac{F_z}{v} k \ . \tag{2-35}$$

Zanemarenje varijacija brzine vozila Δv u izrazu (2-34) opravdano je jer su varijacije u brzini vrtnje autogume svedene na pravocrtno gibanje $r\Delta\omega_2$ mnogo veće od varijacija u brzini središta mase kotača Δv (ekvivalentna inercija kotača/vozila je mnogo veća od ukupnog momenta inercije autogume svedenog na pravocrtno gibanje) [30].

Uvrštenjem izraza (2-34) u model (2-33) nakon određenih manipulacija i sređivanja dobije se model torzijskih vibracija u obliku prijenosne funkcije brzine vrtnje naplatka kotača $\Delta\omega_1$ u odnosu na stohastičku pobudu podloge ΔM_d:

$$G(s) = \frac{\Delta\omega_1}{\Delta M_d} = \frac{c}{I_1 I_2 s^3 + I_1 \alpha r^2 s^2 + c(I_1 + I_2)s + c\alpha r^2} \ . \tag{2-36}$$

Može se pokazati da se član uz s^3 (koji predstavlja visokofrekvencijsku dinamiku) može zanemariti u području malih klizanja (tj. za relativno visoke iznose faktora α) [30], čime se dobije sljedeći model torzijskih vibracija drugog reda:

$$G(s) = \frac{\Delta\omega_1}{\Delta M_d} \approx \frac{\dfrac{c}{I_1 \alpha r^2}}{s^2 + \dfrac{c(I_1 + I_2)}{I_1 \alpha r^2} s + \dfrac{c}{I_1}} \ . \tag{2-37}$$

Navedeni model može se prikazati kao oscilatorni član drugog reda:

$$G(s) = K_o \frac{2\zeta\Omega_n}{s^2 + 2\zeta\Omega_n s + \Omega_n^2} \ , \tag{2-38}$$

gdje su frekvencija neprigušenih torzijskih vibracija $f_n = \Omega_n/2\pi$, faktor prigušenja ζ i pojačanje modela K_o definirani kako slijedi:

$$f_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c}{I_1}} \ , \tag{2-39}$$

$$\zeta = \frac{1}{2}\frac{I_1 + I_2}{\alpha r^2}\sqrt{\frac{c}{I_1}} \ , \tag{2-40}$$

$$K_o = \frac{1}{I_1 + I_2} \ . \tag{2-41}$$

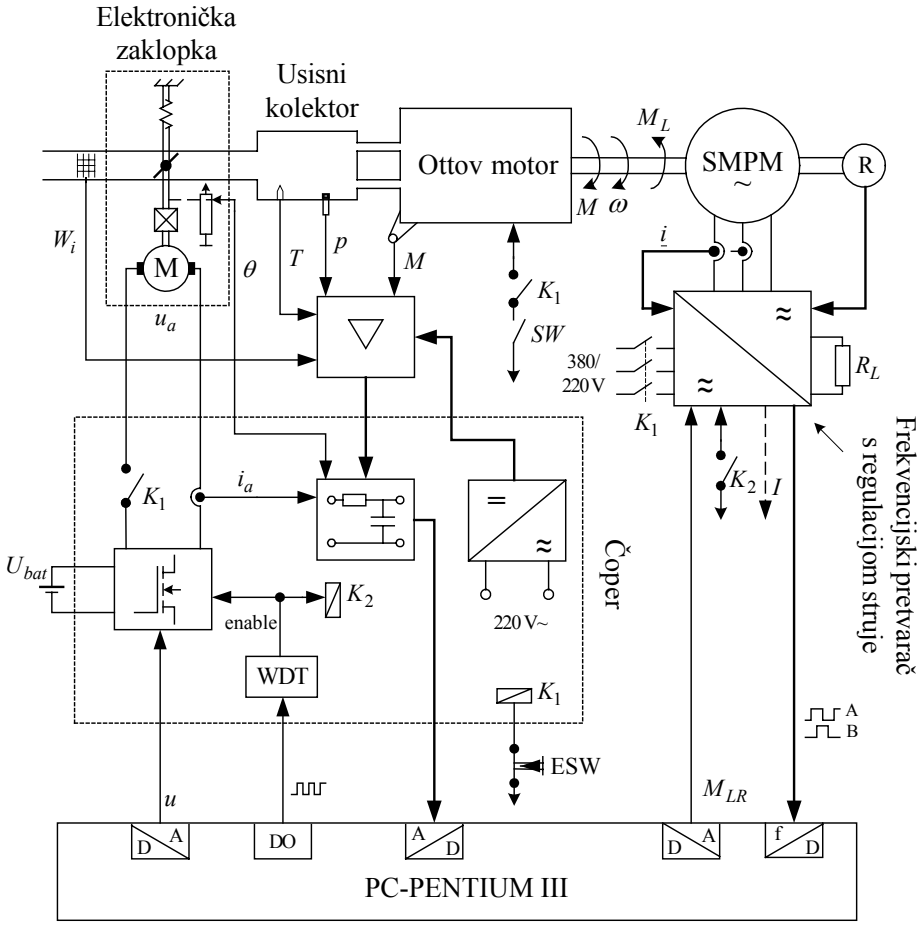
Prema izrazima (2-39) i (2-40), koeficijent krutosti α povezan je s gradijentom karakteristike trenja između kotača i podloge u području malih klizanja, te izravno utječe samo na prigušenje torzijskih vibracija autogume (ne utječe na njihovu frekvenciju [30]).

3. Eksperimentalni postavi

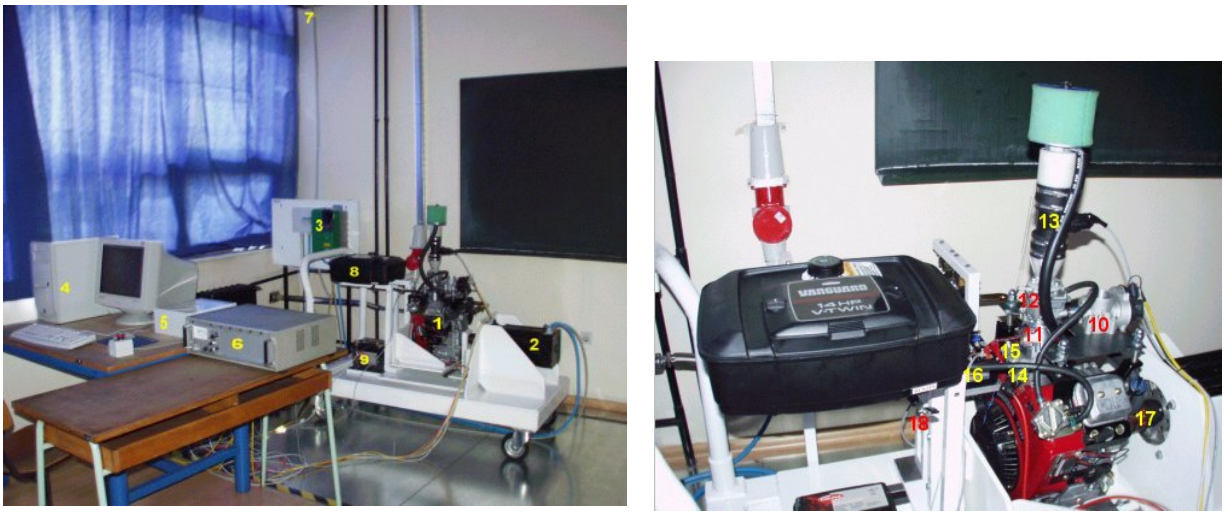
U ovom se poglavlju opisuju eksperimentalni postavi korišteni u svrhu eksperimentalne identifikacije matematičkih modela automobilskog pogona, te provjeru sustava procjene varijabli stanja i regulacije. Eksperimentalni postavi uključuju Ottov motor s elektroničkom zaklopkom, osobno vozilo opremljeno senzorima veličina kotača, te eksperimentalno vozilo na električni pogon.

3.1. Laboratorijski postav Ottovog motora

Principna shema eksperimentalnog postava Ottovog motora instaliranog na Fakultetu strojarstva i brodogradnje prikazana je na slici 3.1 [54]. Postav se sastoji od četverotaktnog dvocilindarskog (V2) Ottovog motora snage 14 KS (10 kW) i maksimalnog okretnog momenta 33 Nm (pri brzini vrtnje 2400 min^{-1}), elektroničke zaklopke, sinkronog motora s permanentnim magnetima (servomotora) kao opteretnog stroja, mjernog sustava, upravljačkog računala, i odgovarajućeg postolja. Fotografije postava prikazane su na slici 3.2.



Slika 3.1. *Principna shema eksperimentalnog postava Ottovog motora.*



a ***b***

Legenda: 1 – Ottov motor, 2 – servomotor za pokretanje i terećenje motora, 3 – frekvencijski pretvarač, 4 – upravljačko računalo s akvizicijskim karticama, 5 – čoper i sustav za filtriranje signala, 6 – pojačalo senzora sile, 7 – kabel prema kočnim otpornicima, 8 – spremnik goriva 9 – automobilska baterija 12V/45 Ah, 10 – elektronička zaklopka, 11 – usisni kolektor 12 – rasplinjač, 13 – senzor masenog protoka zraka, 14 – senzor tlaka zraka, 15 – senzor temperature (termopar), 16 – pojačalo za termopar, 17 – spojka, 18 – senzor sile.

Slika 3.2. *Fotografije eksperimentalnog postava Ottovog motora: cjelokupni postav (a), i izdvojen Ottov motor s ugrađenim senzorima (b).*

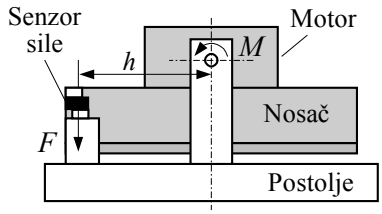
Postav Ottovog motora može se općenito podijeliti na mehanički podsustav, mjerni podsustav i električki podsustav. Ovdje se opisuje samo mjerni i električki podsustav. Osnovne tehničke specifikacije postava i detaljan opis mehaničkog podsustava dani su u referencama [40, 54, 55].

3.1.1. Mjerni podsustav

Mjerene veličine Ottovog motora uključuju razvijeni moment motora, brzinu vrtnje (kut zakreta radilice) motora, maseni protok zraka, kut zakreta zaklopke, te tlak i temperatura zraka u usisnom kolektoru i usisnoj grani. Zahtjevi na visoke dinamičke performanse i relativno mali raspoloživ prostor za montažu i ukupna financijska sredstva za realizaciju postava uvjetovali su izbor senzora i odgovarajućih mjernih pojačala.

Senzor brzine vrtnje (kuta zakreta) motora i senzor kuta zakreta ventila zaklopke sastavni su dijelovi servomotora, odnosno zaklopke, te se njihov opis daje u idućem potpoglavlju u sklopu opisa električkog podsustava.

Mjerenje razvijenog okretnog momenta ostvareno je preko konstrukcije nosača motora koja omogućuje ograničeno rotacijsko gibanje nosača oko vratila kako je prikazano na slici 3.3. Ograničenje gibanja izvedeno je oslonjanjem nosača na nepomično postolje motora preko senzora sile [55]. Senzor sile mjeri silu reakcije F koja je proporcionalna razvijenom momentu motora M:

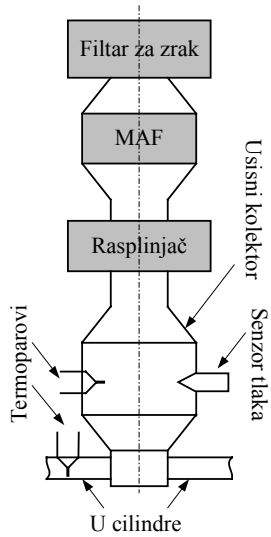


Slika 3.3. *Mjerenje razvijenog momenta Ottovog motora.*

$$M = Fh - M_0 \tag{3-1}$$

gdje je h (m) udaljenost od osi vratila do točke oslonjenja (krak sile), a M_0 (Nm) relativno mali mjerni posmak senzora sile uslijed inicijalnog opterećenja (određuje se eksperimentalno).

Senzor masenog protoka zraka (MAF senzor) postavljen je ispred rasplinjača (slika 3.4) zbog ograničenog prostora i njegovih relativno velikih dimenzija. Ugrađeni MAF senzor je standardni automobilski senzor zasnovan na električnom strujom grijanoj rešetki. Deklarirana vremenska konstanta senzora je 15 ms, dok je njegov mjerni raspon 8 – 370 kg/h.



Slika 3.4. *Položaji senzora masenog protoka, tlaka i temperature zraka.*

Senzor tlaka zraka postavljen je u plenumu, tj. središnjem, najširem dijelu usisnog kolektora (slika 3.4). Senzor tlaka zraka zasnovan je na potpunom mosnom spoju tenzometarskih traka i omogućuje mjerenje apsolutnog tlaka u rasponu od 0 do 1.035 bar, dok je tipično vrijeme odziva manje od 1 ms [54]. Valja napomenuti da su dimenzije plenuma nešto veće u odnosu na izvornu izvedbu kod razmatranog motora, pri čemu je proširenje izvedeno tako da ukupni volumen usisnog kolektora s proširenim plenumom bude približno jednak volumenu motora, što je tipičan slučaj kod standardnih automobilskih motora (pogledati npr. [55] i tamo navedene refernce).

Temperatura zraka u usisnom kolektoru mjeri se termoparom T tipa (bakar/konstantan) promjera žice 25 μm. Deklarirana nadomjesna vremenska konstanta mjerenja iznosi 50 ms za slučaj kada nema strujanja zraka, odnosno 4 ms uz brzinu strujanja od 18 m/s. Pripadajuće mjerno pojačalo također ima visoke dinamičke performanse (vrijeme odziva 5 ms) [54].

3.1.2. Električki podsustav

Električki podsustav sastoji se od servosustava za terećenje Ottovog motora, elektroničke zaklopke i upravljačkog sustava s odgovarajućim akvizicijskim karticama (slika 3.1).

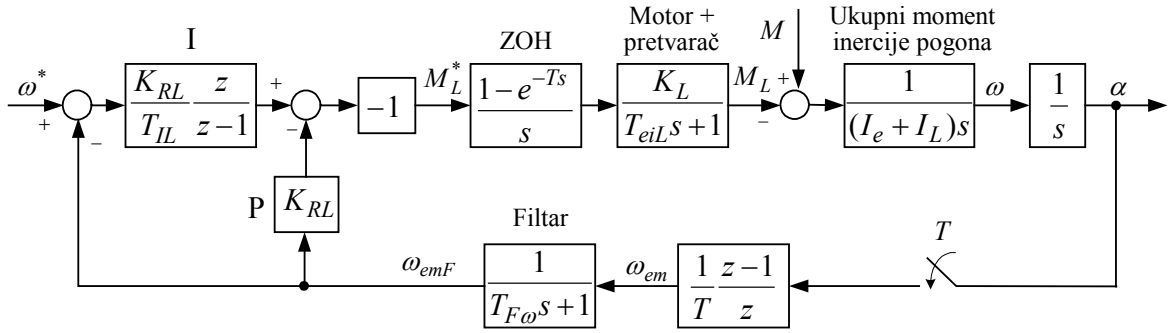
3.1.2.1 Opteretni servomotor

Opteretni stroj (servomotor) služi za generiranje momenta tereta Ottovog motora. U tu svrhu se koristi sinkroni motor s permanentnim magnetima (SMPM) koji se napaja iz odgovarajućeg frekvencijskog pretvarača. U sklopu frekvencijskog pretvarača nalazi se brzi regulator struje koji regulira fazne struje $\underline{i}$ tako da fiktivna struja I (proporcionalna razvijenom momentu motora M_L) precizno slijedi referentnu vrijednost struje I^* proporcionalnu naponskoj referenci okretnog momenta M_L^*. Frekvencijski pretvarač omogućuje četverokvadrantni rad servomotora. Tijekom kočenja stroj proizvodi električnu energiju (generator) koja se troši na vanjskim opteretnim otporima (realiziranih pomoću sustava grijača, slika 3.1a).

Referentna vrijednost opteretnog momenta M_{LR} frekvencijskog pretvarača zadaje se pomoću upravljačkog računala putem digitalno-analognog (D/A) pretvornika. Frekvencijski pretvarač također sadrži R/D pretvornik i odgovarajuće sklopovlje za prihvat i pretvorbu signala s rezolvera (R) u standardne signale inkrementalnog davača. Ovi se signali pomoću posebne PC kartice pretvaraju u mjerni signal kuta zakreta motora. Brzina vrtnje motora ω rekonstruira se numeričkim deriviranjem (diferenciranjem) mjernog signala kuta zakreta.

Postoje dva tipična načina rada opteretnog servomotora:

1) *Upravljanje razvijenim okretnim momentom servomotora.* To je osnovni način rada opteretnog stroja. Upravljačko računalo proračunava referentnu vrijednost opteretnog momenta M_{LR} na temelju mjerenja brzine vrtnje i modela opteretnog momenta, npr. konstantan iznos opteretnog momenta, pravokutni valni oblik opteretnog momenta, moment proporcionalan kvadratu brzine vrtnje, i dinamički model tereta (za simuliranje dinamike automobilskog pogona u uvjetima vožnje [40]).
2) *Regulacija brzine vrtnje servomotora.* Ovaj način rada servomotora koristi se kod pokretanja Ottovog motora (servomotor radi kao elektropokretač), no može se koristiti u nekim identifikacijskim eksperimentima (npr. snimanje statičkih karakteristika motora). Za regulaciju brzine servomotora koristi se PI regulator (Slika 3.5). Mjerni signal brzine vrtnje filtrira se P1 članom s jediničnim pojačanjem i vremenskom konstantom $T_{F\omega}$ da bi se prigušile značajne pulzacije u signalu brzine vrtnje uslijed taktnog rada Ottovog motora.



Slika 3.5. *Blokovski dijagram sustava regulacije brzine vrtnje servomotora.*

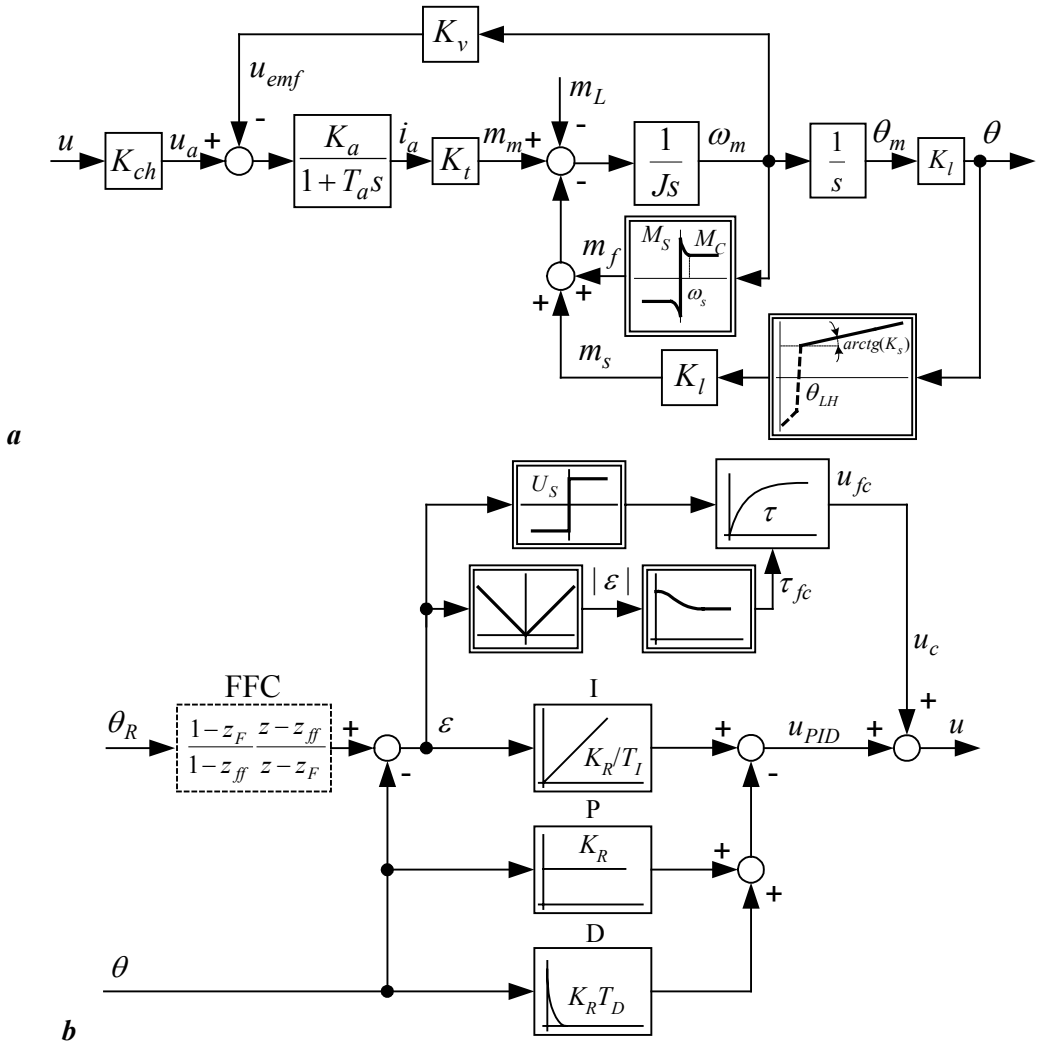
3.1.2.2 Elektronička zaklopka

Elektronička zaklopka (engl. Electronic Throttle Body, ETB) je servosustav koji omogućuje pozicioniranje zaklopke za zrak Ottovog motora. Na postavu se koristi komercijalna zaklopka automobilskog motora čija je izlazna osovina izravno vezana na osovinu zaklopke rasplinjača danog Ottovog motora. Elektronička zaklopka (pogledati npr. [36, 56]) sastoji se od pločice ventila (zaklopke), pogona s istosmjernim (DC) motorom male snage (tipično 50 W), dvojne povratne opruge i potenciometra kao senzora kuta zaklopke θ.

Model elektroničke zaklopke (s uključenim pojačanjem čopera K_{ch}) prikazan je na slici 3.6a. Model zaklopke sastoji se od dobro poznatog linearnog modela DC motora proširenog nelinearnim modelima trenja u reduktoru zaklopke i dvojne povratne opruge. Osnovna namjena povratne opruge je vraćanje zaklopke u neutralni položaj θ_{LH} u slučaju nestanka napajanja (kako bi se vozilo moglo uz mali iznos gasa skloniti s ceste). Kako je na danom postavu takva mjera zaštite suvišna, elektronička zaklopka je na zaklopku motora spojena tako da njeno radno područje ($\theta > \theta_{LH}$) ne uključuje nelinearnost oko neutralnog položaja.

Istosmjerni motor zaklopke napaja se iz standardne automobilske baterije preko mosnog spoja tranzistora (čopera, slika 3.1). Čoper omogućuje upravljanje srednjom vrijednosti napona u_a zasnovano na pulsno-širinskoj modulaciji (PWM) napona baterije. Referentni napon čopera u predstavlja izlazni signal nelinearnog regulatora zaklopke (prikazan na slici 3.6b) koji se izvodi na upravljačkom računalu. Nelinearni regulator sastoji se od PID regulatora s pretkompenzatorom (FFC) i nelinearnog kompenzatora učinaka trenja [36].

Treba napomenuti da uređaj na slici 3.1 pod imenom *Čoper*, osim čopera zaklopke također sadrži i dodatno sklopovlje kao što su izvori napajanja pojedinih senzora i pripadajućih mjernih pojačala, pasivne niskopropusne RC filtre signala sa senzora (granične frekvencije 1 kHz), te sklopovlje za nadzor i sigurnosne mjere.



Slika 3.6. *Blokovski dijagram elektroničke zaklopke (a), i nelinearnog regulatora zaklopke (b).*

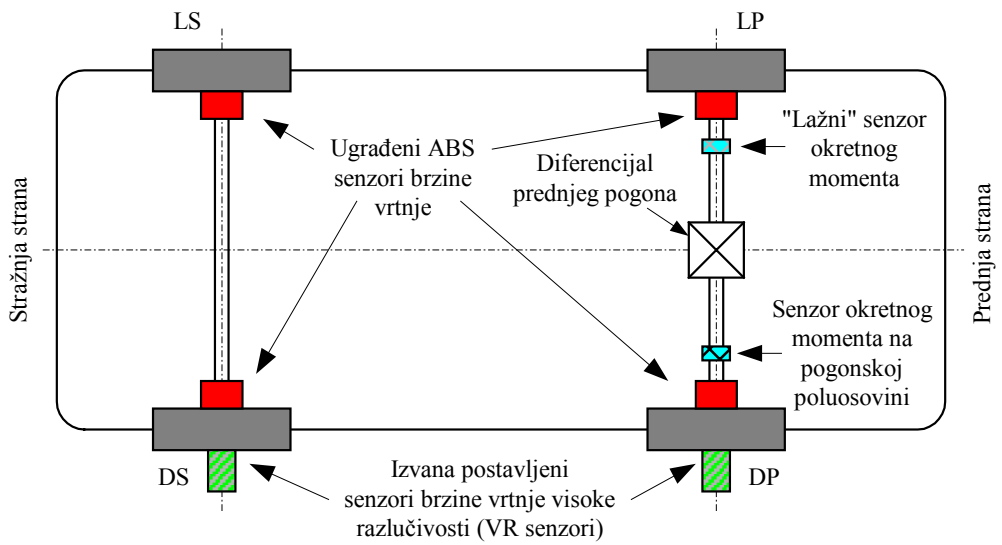
3.1.2.3. Upravljačko računalo

Upravljačko računalo opremljeno je akvizicijskom karticom opremljenom analognim ulazima (A/D pretvornicima), analognim izlazima (D/A pretvornicima), i digitalnim (logičkim) ulazima i izlazima, te karticom za prihvat signala s inkrementalnih davača položaja [54, 55]. Programska podrška izvedena je u programskom jeziku C za DOS okruženje čime se postiže rad upravljačkog programa u realnom vremenu. Upravljački program ciklički učitava stanja analognih ulaza i proračunava brzinu vrtnje motora, upravlja opteretnim servomotorom i regulira elektroničku zaklopku (preko analognih izlaza), te sprema mjerne i ostale podatke u ciklički memorijski spremnik (engl. buffer) [54]. Na početku izvršavanja upravljački program provjerava stanje motora, te ga pokreće ukoliko je prije toga bio isključen.

3.2. Osobno vozilo s ugrađenim senzorima brzine vrtnje i okretnog momenta

Osobno vozilo marke Ford Focus u vlasništvu je Fordovog istraživačkog centra (FRL) u Michiganu, SAD, s kojim istraživačka grupa Fakulteta strojarstva i brodogradnje surađuje na području upravljanja automobilskim sustavima. Vozilo je opremljeno zimskim autogumama Mastercraft^{TM} Glacier Grip W195/60R15 M+S i različitim senzorima veličina kotača kao što je shematski prikazano na slici 3.7. Pritom skraćenice LP, DP, LS i DS odgovaraju redom lijevom prednjem, desnom prednjem, lijevom stražnjem i desnom stražnjem kotaču. Pored standardnih elektromagnetskih ABS senzora brzine vrtnje koji su postavljeni na svim kotačima (senzori niske razlučivosti od samo 44 impulsa po okretaju), postavljena su dva dodatna senzora brzine vrtnje tipa inkrementalnih davača položaja razmjerno visoke razlučivosti (512 impulsa po okretaju), te senzor okretnog momenta na pogonskoj poluosovini. Podaci sa senzora se prikupljaju na prijenosnom računalu.

Senzori visoke razlučivosti (VR senzori) postavljeni su s vanjske strane vozila i to na desnom prednjem i desnom stražnjem kotaču. Međutim, statori ovih senzora su preko krutih štapova ovješeni na karoseriju, kako senzori ne bi ometali gibanje kotača pri skretanju. Uslijed takvog načina pričvršćivanja, statori VR senzora mogu se gibati relativno u odnosu na rotore, čime se u njihove mjerne signale brzine unosi pogreška pretežito niskofrekvencijskog karaktera. Treba napomenuti da se mjerenje brzine vrtnje putem ABS i VR senzora izvodi posredno mjerenjem vremenskog intervala između dvaju susjednih impulsa, te je uslijed toga period uzorkovanja signala brzine varijabilan (funkcija brzine vrtnje, Dodatak A.1).



Slika 3.7. *Položaji pojedinih senzora na ispitnom vozilu (pogled s gornje strane).*

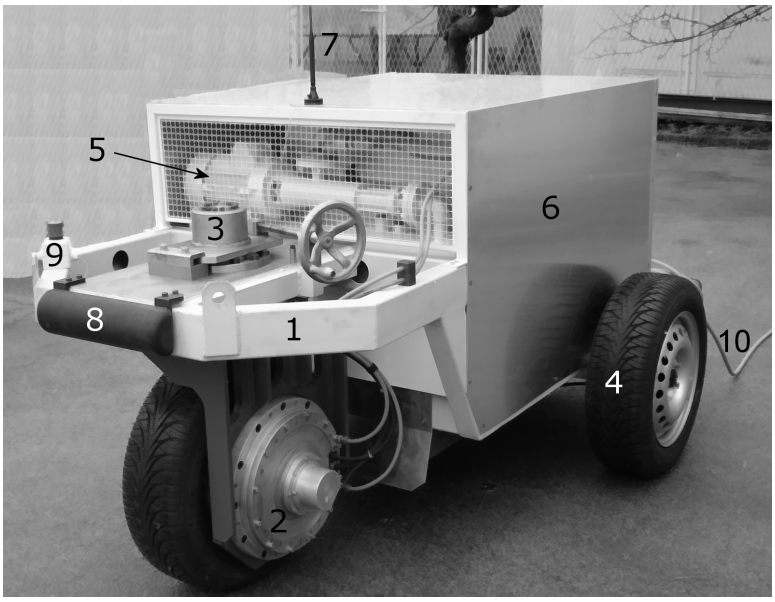
Senzor okretnog momenta postavljen je samo na desnoj pogonskoj poluosovini. Kako bi se omogućio ravnomjeran prijenos pogonskog momenta na obje poluosovine, na lijevu poluosovinu je postavljen mehanički sklop sličnih mehaničkih svojstava ("lažni" senzor okretnog momenta). Analogni mjerni signal okretnog momenta uzorkuje se s konstantnim periodom uzorkovanja od 1,6 ms.

3.3. Eksperimentalno vozilo na električni pogon

Eksperimentalno vozilo ACG grupe Fakulteta strojarstva i brodogradnje služi za istraživanje učinaka sile trenja između kotača i podloge i dinamike vozila, te naprednih automobilskih regulacijskih sustava. Sustav vozila se može podijeliti na mehanički i električki sustav. Detaljan opis vozila s njegovim tehničkim specifikacijama dan je u [57, 58]. Nadalje se ukratko opisuju pojedini podsustavi vozila.

3.3.1. Mehanički sustav

Fotografija eksperimentalnog električnog vozilo prikazana je na slici 3.8. Vozilo je konstruirano u svrhu ispitivanja takozvanog četvrtinskog modela vozila s krutim ovjesom. U tu su svrhu na vozilo ugrađena tri jednaka automobilska kotača, od kojih je jedan smještan s prednje, a dva sa stražnje strane. Mehanički sustav vozila može se podijeliti na (slika 3.7): šasiju (1) i kabinu (6) vozila, sklop prednjeg kotača (2, 3), sklop stražnjih kotača s kočnicama (4), sustav za hlađenje motora (5), te sustav za prinudno zaustavljanje vozila koji nije prikazan na slici 3.7 (nalazi se sa stražnje strane vozila).



Legenda:

1 – šasija,
2 – prednji (pogonski) kotač s ugrađenim motorom,
3 – mehanizam za zakretanje prednjeg kotača,
4 – stražnji kotač,
5 – crpka za hlađenje motora vodom,
6 – pokrov (kabina),
7 – antena za bežičnu komunikaciju,
8 – odbojnik,
9 – sigurnosna sklopka,
10 – energetski/informacijski kabel.

Slika 3.8. *Fotografija eksperimentalnog električnog vozila.*

Prednji kotač je pogonski, nalazi se na nosaču koji se može zakretati oko vertikalne osi i predstavlja četvrtinski model vozila. Servomotor visokih performansi s preciznim inkrementalnim davačem položaja izravno je ugrađen u naplatak prednjeg kotača čime se postiže precizna regulacija razvijenog momenta i njegov prijenos izravno na kotač uz minimalan utjecaj zračnosti, trenja i elastičnosti u prijenosu. Kako prednji kotač treba predstavljati pogonski kotač standardnog osobnog vozila ugrađeni servomotor treba moći razviti relativno visok okretni moment. Stoga je izabran specijalni servomotor koji može proizvesti okretni moment do čak 880 Nm unutar 2 ms (takozvani momentni motor [59, 60]), što odgovara vučnoj sili kotača većoj od 2500 N. Ugrađeni servomotor također služi i kao glavni uređaj za kočenje. Stražnji kotači služe za vođenje vozila te za mjerenje uzdužne brzine vozila. Za potrebe mjerenja brzine vrtnje, odnosno akceleracije na desni stražnji kotač postavljen je precizni inkrementalni davač položaja. Iz sigurnosnih razloga na stražnje su kotače ugrađene mehaničke kočnice koje se pomoću elektromagneta aktiviraju u nepredviđenim situacijama (nestanak napajanja, pogreška u izvođenju upravljačkog algoritma i sl.). Na prednjim i stražnjim kotačima postavljene su GoodYear™ Ultra Grip 6 W195/60 R15 M+S zimske autogume.

Servomotor zahtijeva hlađenje vodom u trajnom radu. Sustav za hlađenje sastoji se od kućišta s kanalima za strujanje rashladnog fluida (voda+glikol), crpke pogonjene trofaznim asinkronim motorom, spremnika, te cijevi za dovod i odvod rashladnog fluida [57].

3.3.2. Električki sustav

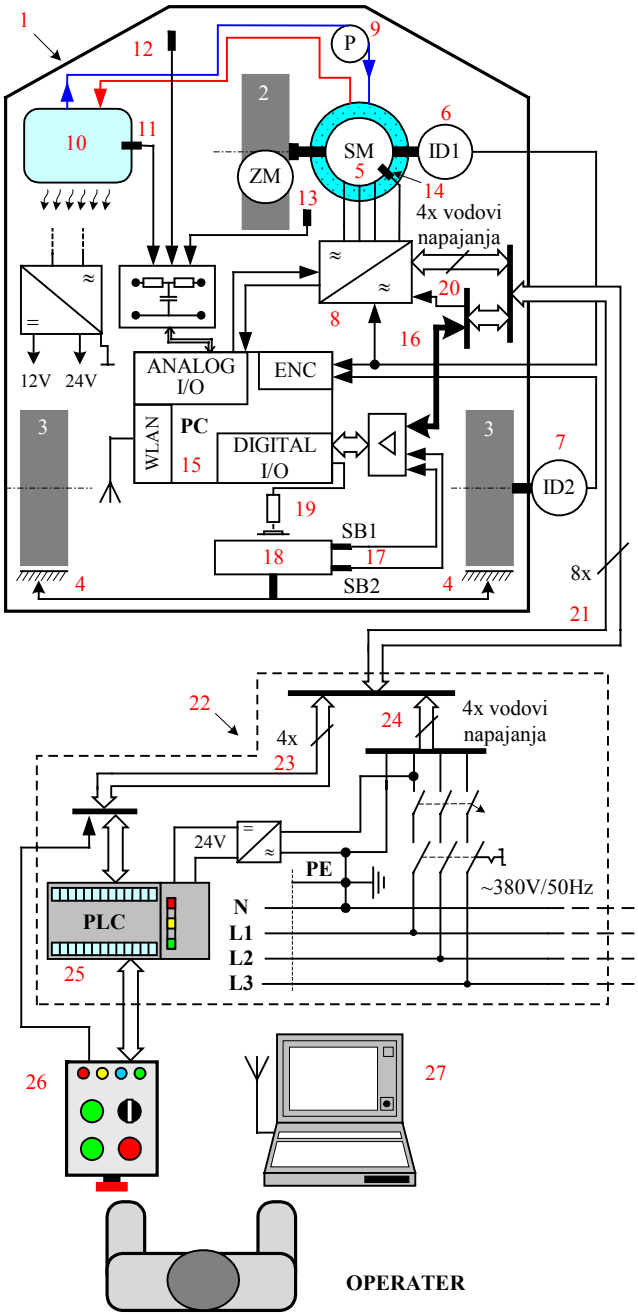
Principna shema električkog sustava eksperimentalnog vozila prikazana je na slici 3.9. Sustav se može podijeliti na električki pogonski sustav sa sustavom napajanja, te upravljački sustav. Dijelovi pogonskog sustava sa sustavom napajanja su: servomotor (5) s frekvencijskim pretvaračem (8), crpka za rashladni fluid (9), elektromagnet kočnice (19) i kutija napajanja (22). Jezgru upravljačkog sustava čini industrijsko PC računalo (14) s odgovarajućim akvizicijskim karticama na koje su spojeni inkrementalni davači položaja (6, 7), senzori temperature, programabilni logički kontroler (PLC) (25), upravljačka konzola (26) i prijenosno računalo operatera (27).

S druge strane, električki sustav se može podijeliti na električki sustav vozila i izvanjski (upravljački) sustav. Operater zadaje odgovarajuće naredbe vozilu putem upravljačke konzole (26). Naredbe i povratne informacije s vozila obrađuju se u PLC-u. Prijenos podataka između vozila i PLC-a ostvaruje se pomoću serijske komunikacije zasnovane na pulsno širinskoj

modulaciji (PWM) pravokutnog signala. Time je omogućeno spajanje vozila na napajanje i upravljački sustav preko jednog kompaktnog kabela koji u sebi sadrži četiri energetska vodiča i dvije oklopljene parice [57, 58].

Sustav upravljanja na vozilu zasnovan je na industrijskom PC računalu s Pentium III procesorom (upravljačko računalo). Računalo je opremljeno akvizicijskom karticom sa 16 analognih ulaza, 2 analogna izlaza i 16 digitalnih (TTL) ulaza i izlaza. Spajanje analognih i digitalnih senzora, frekvencijskog pretvarača i komunikacijskih linija između PC-a i PLC-a na PCL-812 karticu ostvaruje se standardnim priključnim karticama za optičko izoliranje digitalnih ulaza, relejno odvajanje digitalnih izlaza, i priključcima za analogne ulaze i izlaze [57]. Upravljačko računalo je također opremljeno WLAN karticom za bežičnu komunikaciju (pokretanje upravljačkog programa) i prijenos mjernih podataka između računala na vozilu i prijenosnog računala operatera.

Napajanje i regulacija struje pogonskog servomotora ostvaruju se pomoću odgovarajućeg frekvencijskog pretvarača. Motor je također opremljen inkrementalnim davačem razlučivosti 2048 sinusnih impulsa po okretaju (pogledati [57] i temo navedene reference). Signal s davača dovodi se na frekvencijski pretvarač za potrebe regulacije servomotora te na industrijski PC (mjerenje brzine vrtnje). Inkrementalni davač sličnih karakteristika (razlučivost 5000 sinusnih impulsa po okretaju) postavljen je na stražnji (nepogonjeni) kotač te je spojen na industrijski PC za potrebe mjerenja položaja i brzine vozila. Upravljačko računalo je opremljeno karticom za prihvat signala s davača. Kartica sadrži sklopovlje za interpolaciju sinusnih naponskih impulsa čime se može efektivno povećati razlučivost signala s davača do 1024 puta. Time se postiže razlučivost mjerenja položaja od približno $2 \cdot 10^6$ impulsa po okretaju za prednji kotač, odnosno $5 \cdot 10^6$ impulsa po okretaju za stražnji kotač [57], te je tako omogućena precizna rekonstrukcija signala brzine vrtnje i kutnog ubrzanja kotača iz mjernih signala položaja.



Legenda:

1 – šasija,
2 – prednji (pogonski) kotač,
3 – stražnji kotači,
4 – kočnice stražnjih kotača,
5 – servomotor ugrađen u prednji kotač,
6 – inkrementalni davač položaja servomotora,
7 – inkrementalni davač na stražnjem desnom kotaču,
8 – frekvencijski pretvarač,
9 – crpka rashladnog fluida pogonjena asinkronim motorom,
10 – spremnik rashladnog fluida,
11 – senzor temperature rashladnog fluida,
12 – senzor temperature okoline,
13 – senzor temperature u kabini,
14 – senzor temperature namota servomotora
15 – industrijsko PC računalo s akvizicijskim karticama i WLAN karticom za bežičnu komunikaciju,
16 – komunikacijska linija između PC-a i PLC-a,
17 – senzori blizinski stražnjih kočnica,
18 – kočni mehanizam,
19 – elektromagnet kočnice,
20 – signalna linija sigurnosne sklopke,
21 – kompaktni kabel s energetskim i informacijskim vodovima (100 m),
22 – kutija s napajanjem i upravljačkim PLC-om
23 – PLC/PC komunikacijski vodovi i signalna linija sigurnosne sklopke,
24 – energetski vodovi,
25 – programabilni logički kontroler (PLC),
26 – upravljačka konzola,
27 – prenosivo PC računalo s karticom za bežičnu komunikaciju (WLAN).

Slika 3.9. *Principna shema vozila na električni pogon.*

4. Identifikacija podsustava automobilskog pogona

Dobro poznavanje statičkog i dinamičkog vladanja pojedinih podsustava automobilskog pogona ključno je za sintezu sustava procjene varijabli stanja i regulacije pogona. Puni uvid u vladanje pojedinih podsustava automobilskog pogona, te iznosi parametara odgovarajućih dinamičkih modela mogu se dobiti jedino postupcima eksperimentalne identifikacije.

4.1. Identifikacija pogona Ottovog motora

Identifikacija pogona Ottovog motora prvenstveno se odnosi na procjenu parametara opteretnog servomotora s frekvencijskim pretvaračem, snimanje statičkih mapa Ottovog motora, te dinamičke karakteristike regulacijskog sustava elektroničke zaklopke.

4.1.1. Elektronička zaklopka

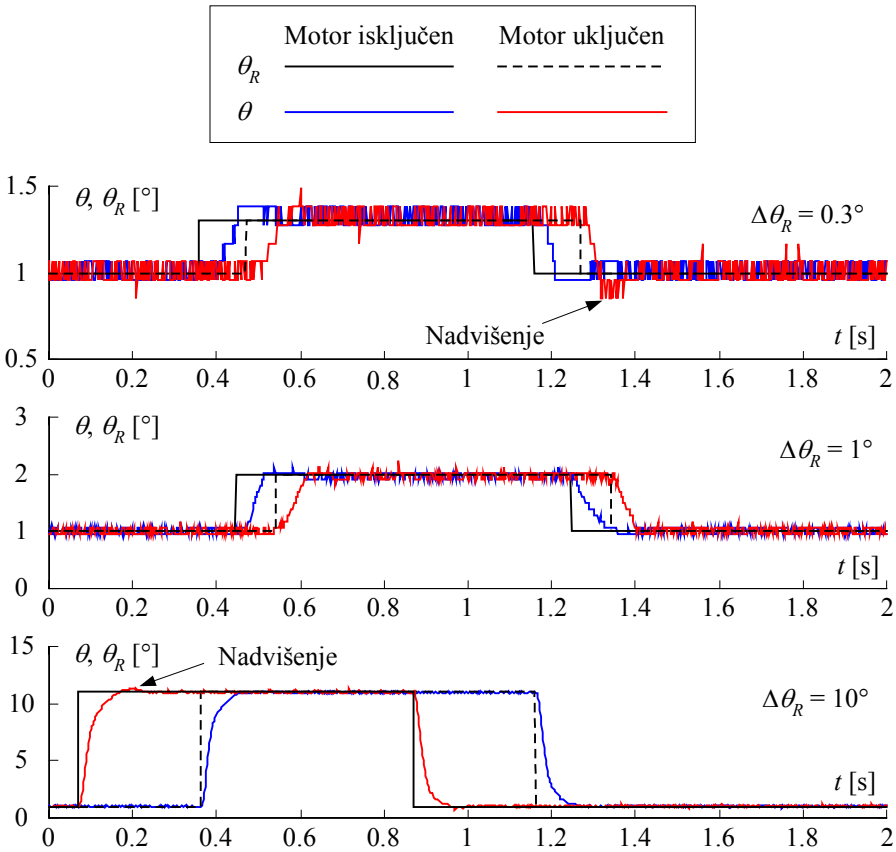
Detaljan postupak eksperimentalne identifikacije pogona zaklopke i relevantni rezultati prikazani su u [56, 61], na temelju kojih je provedena sinteza nelinearnog regulatora zaklopke (slika 3.6b). Detaljan opis sinteze nelinearnog regulatora kuta zakreta zaklopke dan je u [36, 61, 62].

Na slici 4.1 prikazani su eksperimentalni odzivi sustava regulacije kuta zakreta zaklopke za neke tipične iznose skokovite promjene referentnog kuta zaklopke θ_R prije i nakon uključenja Ottovog motora. Odzivi kuta zakreta kada Ottov motor nije uključen imaju aperiodski oblik (bez nadvišenja) uz vrijeme smirivanja od približno 60 ms. Rad motora (usisavanje zraka) ne utječe značajnije na kvalitetu odziva regulacijskog sustava zaklopke, odnosno u odzivima se mogu zamijetiti tek neznatna nadvišenja kuta zakreta nastala uslijed strujanja zraka preko pločice zaklopke. Šum u signalu kuta zakreta zaklopke u stacionarnom stanju odgovara jednom bitu razlučivosti A/D pretvornika, a srednja vrijednost kuta zaklopke θ u stacionarnom stanju jednaka je referentnoj vrijednosti θ_R, (točnost pozicioniranja bolja je od razlučivosti A/D pretvornika [36]).

Na temelju navedenog može se zaključiti da regulacijski sustav kuta zakreta zaklopke ima praktički jednako aperiodsko vladanje za širok raspon promjena referentnog kuta zaklopke, na koje praktički ne utječe rad Ottovog motora. Stoga se dinamičko vladanje sustava regulacije kuta zakreta zaklopke može opisati sljedećim nadomjesnim P1 članom:

$$G_\theta(s) = \frac{\theta(s)}{\theta_R(s)} = \frac{1}{1+T_\theta s} \ , \tag{4-1}$$

gdje nadomjesna vremenska konstanta P1 člana iznosi $T_\theta = 25$ ms.



Slika 4.1. *Usporedni odzivi regulacijskog sustava elektroničke zaklopke za različite iznose skokovitih promjena referentnog kuta zaklopke θ_R uz isključen i uključen motor.*

4.1.2. Procjena parametara servomotora

Parametri opteretnog servomotora s pripadajućim frekvencijskim pretvaračem su (Slika 3.5): pojačanje momenta K_L, nadomjesna vremenska konstanta T_{eiL}, moment inercije na vratilu servomotora I_L bez priključenog Ottovog motora, ukupni moment inercije $I = I_L + I_e$ (moment inercije servomotora i Ottovog motora), te reaktivni moment trenja M_f. U svrhu procjenjivanja navedenih parametara provode se tri odvojena eksperimenta.

4.1.2.1. Procjena pojačanja K_L

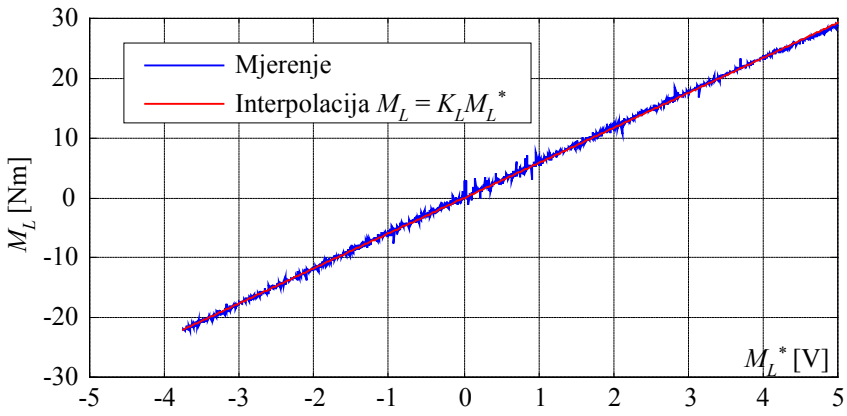
Pojačanje momenta K_L opteretnog stroja definira se kao omjer stacionarnih vrijednosti okretnog momenta opteretnog servomotora M_L i referentnog napona frekvencijskog pretvarača M_L^*:

$$K_L = \left.\frac{M_L}{M_L^*}\right|_{\text{stac.stanje}} . \tag{4-2}$$

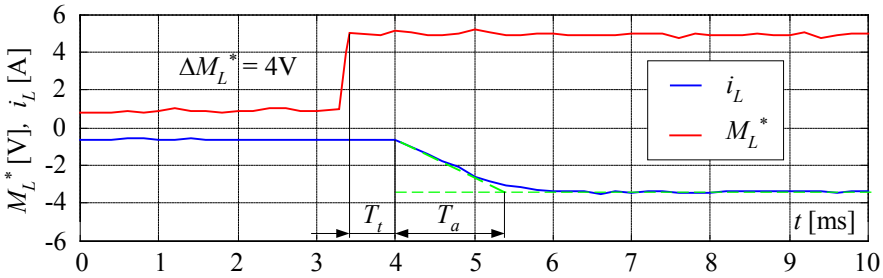
Okretni moment opteretnog servomotora izmjeren je pri brzini vrtnje jednakoj nuli uz korištenje poluge i senzora sile [40, 54]. Statička karakteristika okretnog momenta servomotora $M_L(M_L^*)$ prikazana je na slici 4.2. Karakteristika je linearna te se može vrlo dobro aproksimirati pravcem $M_L = K_L M_L^*$, pri čemu je K_L = 5,68 Nm/V.

4.1.2.2. Procjena nadomjesne vremenske konstante

Vremenski odziv okretnog momenta sinkronog servomotora proporcionalan je odzivu fazne struje kada je rotor motora u mirovanju, odnosno zakočen (pogledati [63, 64] i tamo navedene reference). Na slici 4.3 prikazan je odziv fazne struje servomotora za skokovitu promjenu reference okretnog momenta M_L^*. Odziv je snimljen pomoću preciznog i brzog senzora struje smještenog u linijski priključak servomotora i digitalnog osciloskopa. Odziv na slici 4.3 ima aperiodski oblik s inicijalnim kašnjenjem (mrtvim vremenom) [63]. Kako su iznosi nadomjesnog mrtvog vremena T_t i nadomjesne vremenske konstante T_a razmjerno mali, odziv se može približno opisati aperiodskim članom (P1 članom) s vremenskom konstantom $T_{eiL} \approx 2$ ms [54]. Ovaj rezultat je također potvrđen izravnim mjerenjem odziva okretnog momenta na skokovitu promjenu reference M_L^* u [54].



Slika 4.2. *Statička karakteristika opteretnog servomotora s pretvaračem.*



Slika 4.3. *Odziv fazne struje servomotora na skokovitu promjenu reference okretnog momenta M_L^*.*

4.1.2.3. Procjena momenata inercije i momenta trenja

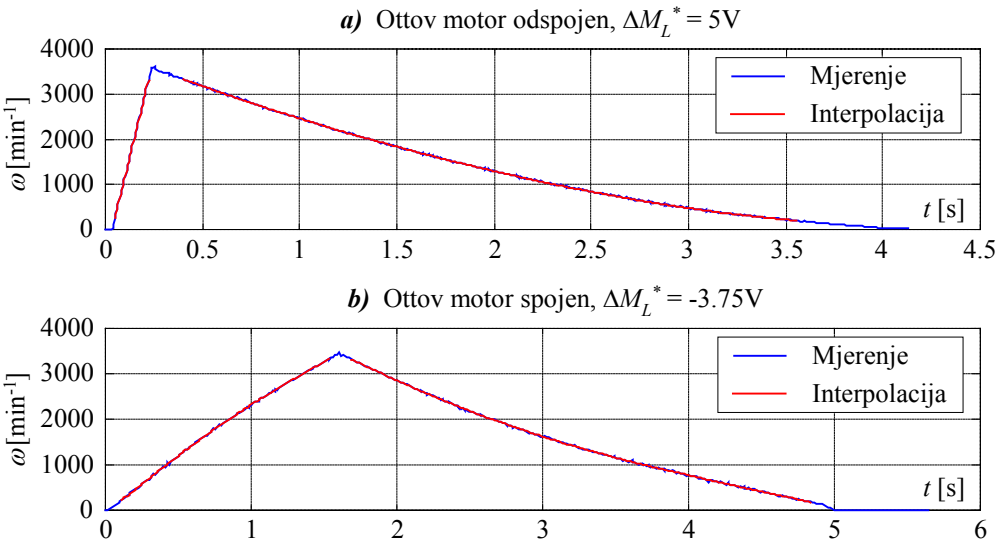
Momenti inercije opteretnog servomotora i Ottovog motora procjenjuju se postupkom zalijetanja i zaustavljanja pogona predloženom u [63]. Opteretni servomotor zalijeće pogon s konstantnim okretnim momentom $M_L \approx K_L M_L^*$. Kada se dosegne neka unaprijed određena brzina vrtnje, okretni moment servomotora se naglo postavlja u nulu te počinje zaustavljanje pogona uslijed djelovanja momenta trenja. Na slici 4.4 prikazani su odzivi brzine vrtnje pri zalijetanju i zaustavljanju servomotora i cijelog pogona (s Ottovim motorom spojenim na vratilo servomotora). Prikazani odzivi brzine mogu se vrlo točno interpolirati u vremenu polinomima 4. reda (Slika 4.4) [63]. Moment inercije i trenje računaju se kako slijedi [63]:

$$\hat{I}(\omega) = \frac{M_L}{\dot{\omega}_I(\omega) - \dot{\omega}_{II}(\omega)} \ , \tag{4-3}$$

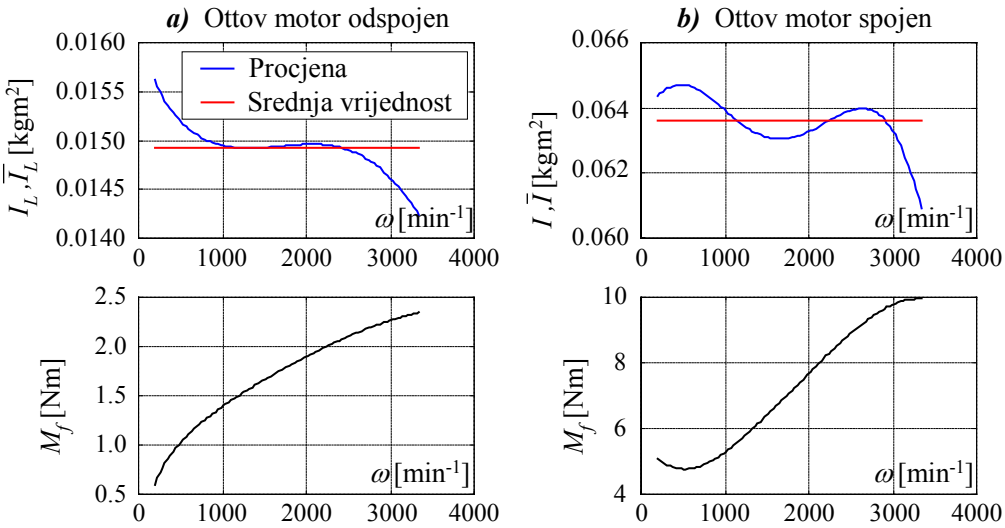
$$\hat{M}_f(\omega) = -I_L(\omega)\dot{\omega}_{II}(\omega) \ , \tag{4-4}$$

gdje $\dot{\omega}_I$ i $\dot{\omega}_{II}$ predstavljaju vremenske derivacije brzine vrtnje pri zalijetanju odnosno zaustavljanju. Navedene vremenske derivacije brzine vrtnje dobiju se iz interpolacijskih krivulja (čime se izbjegava utjecaj šuma mjerenja), te se izraze u funkciji brzine vrtnje ω jer se pretpostavlja da je okretni moment trenja M_f u izrazima (4-3) i (4-4) funkcija brzine vrtnje.

Rezultati procjene momenta inercije i trenja servomotora i cijelog pogona prikazani su na slici 4.5. Razmjerno male varijacije procjenjenih momenata inercije ukazuju na razmjerno visoku točnost algoritma procjene. Prosječne (srednje) vrijednosti momenata inercije dane su



Slika 4.4. *Rezultati zalijetanja i zaustavljanja servomotora kada Ottov motor nije spojen (a), i kada je Ottov motor spojen (b).*



Slika 4.5. *Procjena momenta inercije i trenja servomotora (a) i cijelog pogona (b).*

u tablici 4.1. Procijenjeni okretni moment trenja povećava se s brzinom vrtnje (viskozno trenje), te je 4-5 puta veći za cijeli pogon (Ottov motor spojen) u usporedbi sa momentom trenja samog servomotora.

Tablica 4.1. *Srednje vrijednosti momenata inercije pogona Ottovog motora.*

Servomotor	Cijeli pogon	Ottov motor
$I_L = 0{,}0149$ kgm^2	$I = I_L + I_e = 0{,}0636$ kgm^2	$I_e = I - I_L = 0{,}0487$ kgm^2

4.1.3. Snimanje statičkih mapa motora

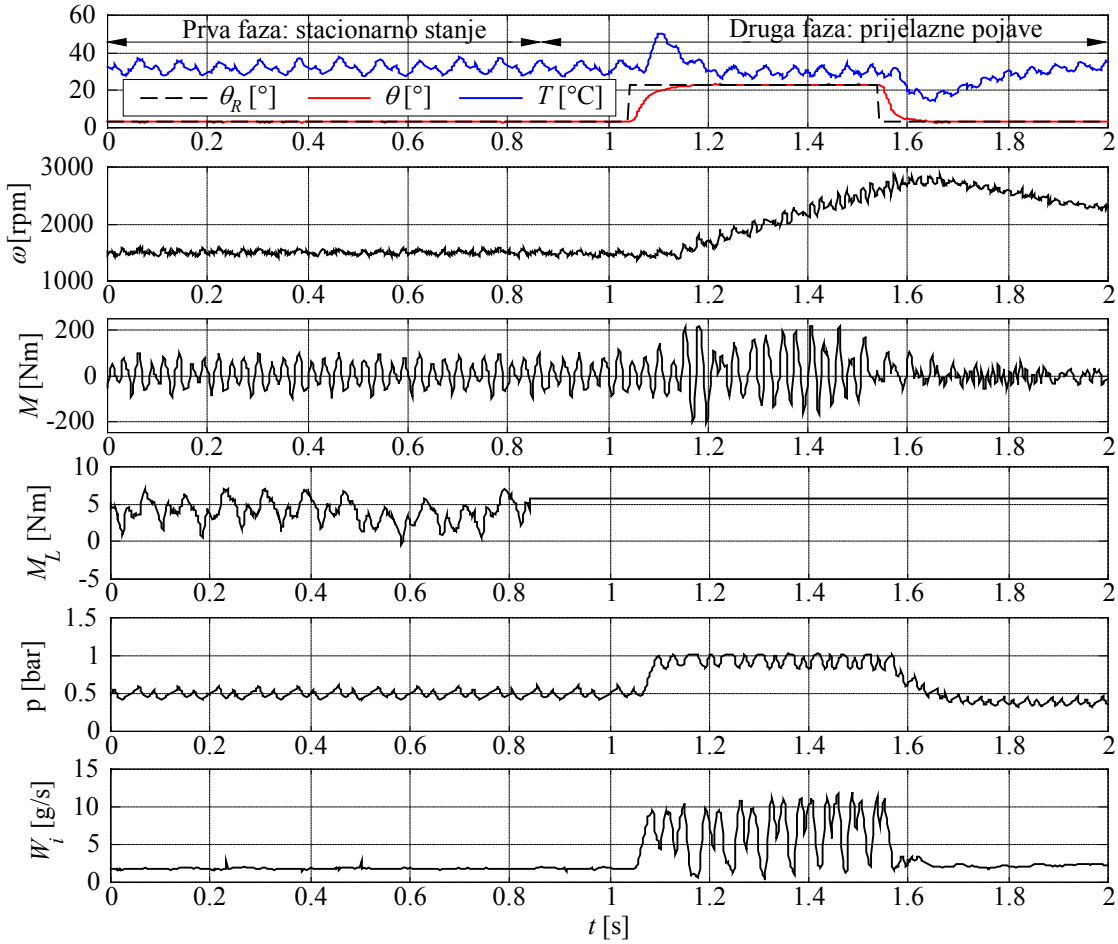
Snimanje statičkih mapa Ottovog motora provodi se u zatvorenoj petlji regulacije brzine vrtnje opteretnog servomotora (servomotor drži brzinu vrtnje Ottovog motora na željenom konstantnom iznosu). Statičke mape (za neku brzinu vrtnje) mogu se snimiti jednim eksperimentom ako se referentni kut zaklopke vrlo sporo mijenja u cijelom rasponu režima rada (kvazistatički eksperiment) [40, 54]. Međutim, provođenjem niza pojedinačnih statičkih eksperimenata (konstantna brzina vrtnje i kut zaklopke) preko cijelog područja rada motora moguće je dobiti točnije statičke mape motora u odnosu na one dobivene kvazi-statičkim eksperimentima [39]. U svaki eksperiment se uz to može uključiti i odziv motora na naglu promjenu kuta zaklopke koji se može upotrijebiti za vrednovanje dinamičkog vladanja usrednjenog modela motora [39]. U referenci [39] provedeno je sveukupno 196 statičkih eksperimenata za potrebe snimanja statičkih mapa razmatranog dvocilindarskog 10-

kilovatnog Ottovog motora, a snimljeni podaci su automatski obrađeni odgovarajućim programskim rutinama (eksperimenti i obrada podataka također su opisani u [39]).

Na slici 4.6 prikazani su odzivi motora tijekom tipičnog identifikacijskog eksperimenta (ω_0 = 1500 min^{-1}, θ_0 = 3°, $\Delta\theta_R$ = 20°). Eksperiment traje dvije sekunde, uključuje 1000 uzoraka za svaki signal (period uzorkovanja od 2 ms) i može se podijeliti u dvije faze:

(i) *Stacionarno stanje.* Brzina vrtnje i kut zaklopke motora drže se na konstantnim iznosima primjenom regulacije kuta zaklopke i brzine vrtnje servomotora. U stvarnosti prva faza eksperimenta traje oko 10 s kako bi motor mogao doseći stacionarno stanje, no snima se samo zadnji (stacionarni) dio eksperimenta.

(ii) *Prijelazne pojave.* U drugoj fazi identifikacijskog eksperimenta zadaje se skokovita promjena referentnog kuta zaklopke u trajanju od 0.5 s uz konstantan moment tereta. Referentna vrijednost okretnog momenta servomotora postavlja na vrijednost blisku srednjoj vrijednosti referentog momenta tijekom prve faze eksperimenta.



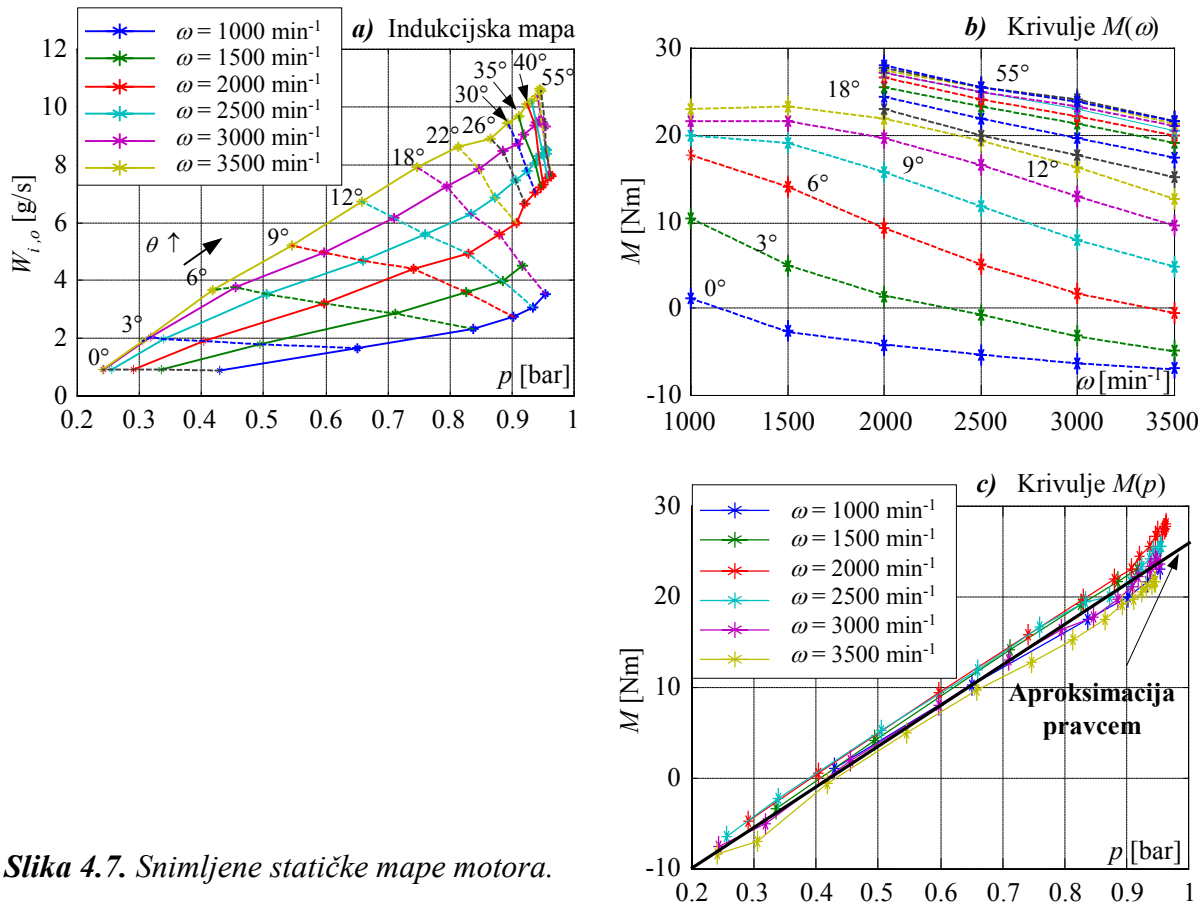
Slika 4.6. *Odzivi motora tijekom tipičnog identifikacijskog eksperimenta.*

Valja napomenuti da su odzivi momenta motora (senzor sile) i ulaznog masenog protoka zraka u usisni kolektor (MAF senzor) karakterizirani značajnim oscilacijama. Oscilacije u signalu momenta posljedica su elastičnosti senzora sile, dok su oscilacije u signalu masenog protoka uzrokovane taktnim radom motora.

Na slici 4.7. prikazani su snimljene statičke mape motora. Indukcijska mapa na slici 4.11a uključuje mapu zaklopke $W_i(\theta, p)$ i mapu izlaznog masenog protoka zraka usisnog kolektora $W_o(p, \omega)$. Statičke ovisnosti razvijenog okretnog momenta motora prikazane su na slikama 4.7b i 4.7c. Slika 4.7c prikazuje ovisnost razvijenog okretnog momenta M o tlaku zraka u usisnom kolektoru p. Statičke karakteristike za širok raspon brzina se vrlo malo razlikuju, odnosno iznos okretni momenta motora u stacionarnom stanju je praktički neovisan o brzini vrtnje ω. Stoga se ovisnost razvijenog okretnog momenta motora u funkciji tlaka zraka u usisnom kolektoru $M(p)$ može približno opisati pravcem [39]:

$$M(p) = a_{p1} p[\text{bar}] - a_{p0} \tag{4-5}$$

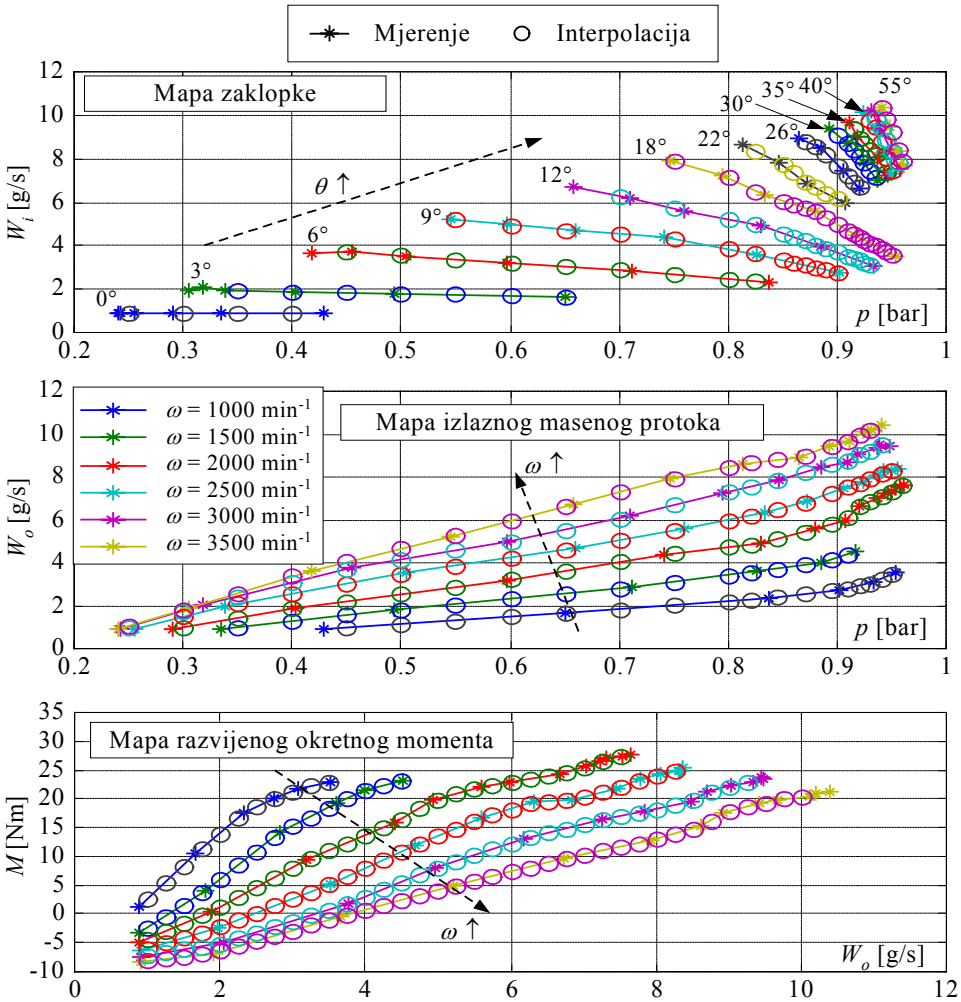
gdje su koeficijenti a_{p1} = 43,75 Nm/bar i a_{p0} = 17,75 Nm dobiveni linearnom regeresijom.



Slika 4.7. *Snimljene statičke mape motora.*

Na slici 4.8 prikazane su statičke mape u obliku koji odgovara pojednostavljenom usrednjenom modela motora prikazanom na slici 2.1b. Podaci dobiveni postupkom eksperimentalne identifikacije označeni simbolima '*' na slici 4.8 prilično su neravnomjerno raspoređeni (vrijednosti ulaznih parametara mapa p i W_o nisu jedinstvene za sve mape). Eksperimentalne statičke mape ne mogu se izravno koristiti u obliku preglednih tablica u simulaciji usrednjenog modela motora, te ih je stoga potrebno interpolirati za jedinstvene vrijednosti ulaznih varijabli p i W_o. Interpolirane statičke mape (pregledne tablice za simulaciju usrednjenog modela motora) prikazane su simbolima 'o' na slici 4.8.

Za potrebe simulacije usrednjenog modela motora statičke mape na slici 4.8 mogu se alternativno opisati analitičkim funkcijama [38, 39] kako bi se izbjegle dinamičke pogreške koje nastaju ukoliko varijable stanja modela p i ω privremeno izađu izvan područja definicije preglednih tablica. Međutim primjena preglednih tablica se preferira jer su točnije unutar njihovog područja definicije u odnosu na analitičke izraze [39].



Slika 4.8. *Rekonstruirane statičke mape usrednjenog modela motora sa slike 2.1b).*

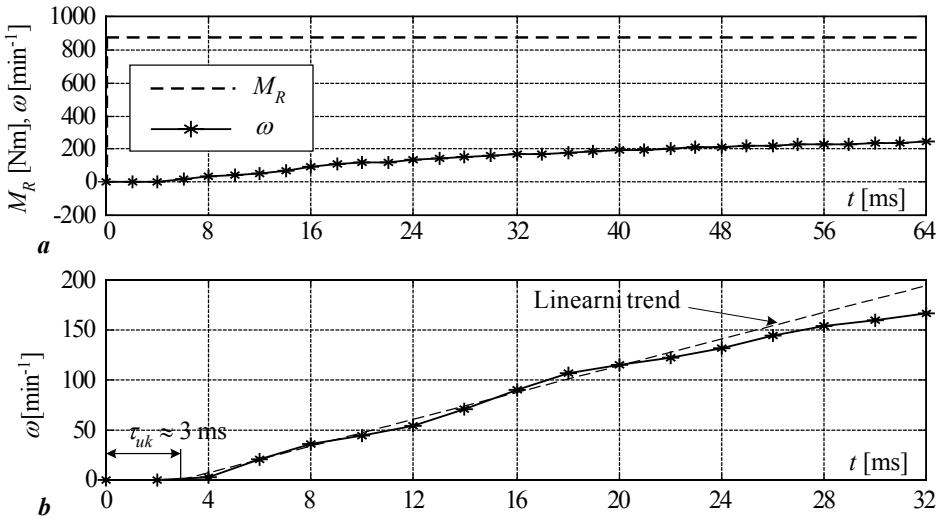
4.2. Identifikacija pogona eksperimentalnog električnog vozila

Identifikacija pogona električnog vozila uključuje identifikaciju dinamike pogonskog servomotora s pretvaračem, procjenu momenta inercije i trenja sklopa pogonskog kotača, te snimanje statičke karakteristike servomotora. Identifikacijski eksperimenti su jednaki onima provedenim u slučaju opteretnog servomotora u prethodnom poglavlju, a obavljaju uz podignut prednji (pogonski) kotač tako da nije u kontaktu s podlogom.

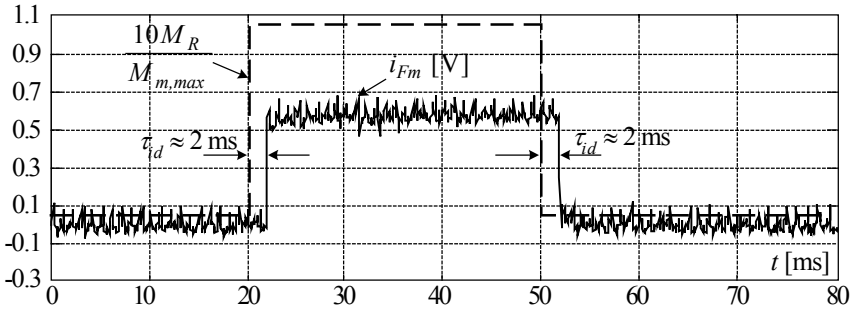
4.2.1. Dinamika sklopa motor-pretvarač

Na slici 4.9a prikazani su odzivi brzine vrtnje motora na skokovitu promjenu reference okretnog momenta M_R od nule do maksimalnog iznosa momenta motora od 880 Nm. Nakon određenog početnog kašnjenja, brzina vrtnje počinje rasti približno linearno u vremenu do iznosa 120 min^{-1}. Na brzinama vrtnje većim od 120 min^{-1} napon motora ulazi u zasićenje i okretni moment motora opada, pa se nagib odziva brzine vrtnje značajno smanjuje. Na slici 4.9b prikazan je početni detalj odziva brzine vrtnje uključivo s linearnom aproksimacijom odziva nakon početnog kašnjenja (crtkana linija). Slika pokazuje da inicijalno mrtvo vrijeme iznosi $\tau_{uk} \approx 3$ ms. Kako ekvivalentno kašnjenje mjerenja brzine vrtnje (zasnovanog na numeričkom diferenciranju kuta zakreta motora) iznosi $T_s/2$= 1 ms (period uzorkovanja T_s = 2 ms) [65], kašnjenje odziva okretnog momenta motora iznosi 2 ms.

Slika 4.10 prikazuje odziv mjerenja fazne struje motora i_{Fm} s obzirom na skokovite promjene reference okretnog momenta motora M_R uz zakočen rotor motora ($\omega \equiv 0$). Odziv na slici 4.10 potvrđuje da je kašnjenje odziva fazne struje, odnosno okretnog momenta motora uistinu $\tau_{id} \approx 2$ ms.



Slika 4.9. *Odziv brzine vrtnje motora na skokovitu promjenu reference okretnog momenta (a), i početni detalj odziva (b).*

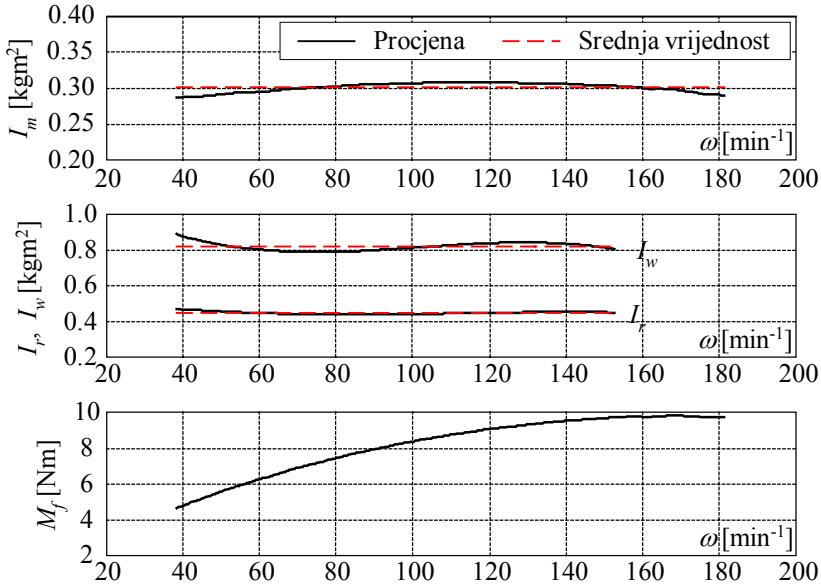


Slika 4.10. *Odziv fazne struje motora na skokovitu promjenu reference okretnog momenta uz zakočen rotor (ω = 0).*

4.2.2. Procjena momenta inercije i momenta trenja sklopa pogonskog kotača

Moment inercije i trenje u sklopu pogonskog kotača određuju se na sličan način kao i kod postava Ottovog motora postupkom zalijetanja i zaustavljanja pogona (Odjeljak 4.1.2).

Na slici 4.11 prikazani su konačni rezultati identifikacije dobiveni usrednjavanjem rezultata 10 eksperimenata u kojima je zalijetanje provedeno pri okretnim momentima iznosa M_N i $M_N/3$ (M_N = 373 Nm - nazivni okretni moment motora). Krivulje $I_m(\omega)$, $I_w(\omega)$ i $I_r(\omega)$ karakterizirane su razmjerno malim varijacijama u odnosu na prosječne (srednje) vrijednosti što ukazuje na visoku točnost i konzistentnost procjene. Okretni moment trenja M_f povećava se sa 4 Nm na 10 Nm s povećanjem brzine od 40 min^{-1} do 180 min^{-1}(viskozno trenje), odnosno trenje iznosi manje od 1,2% maksimalnog momenta motora za širok raspon brzina vrtnje. Srednje vrijednosti procijenjenih momenata inercije dane su u tablici 4.2.



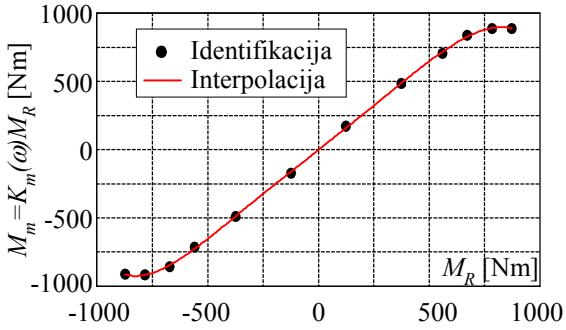
Slika 4.11. *Rezultati procjene momenata inercije pojedinih dijelova sklopa pogonskog kotača i procijenjena ovisnost viskoznog trenja o brzine vrtnje.*

Tablica 4.2. *Srednje vrijednost procijenjenih momenata inercije sklopa pogonskog kotača.*

Motor	Autoguma	Naplatak	Kotač	Ukupno
I_m=0,302 kgm^2	I_t=0,372 kgm^2	I_r = 0,448 kgm^2	I_w=0,820 kgm^2	I_P=1,122 kgm^2

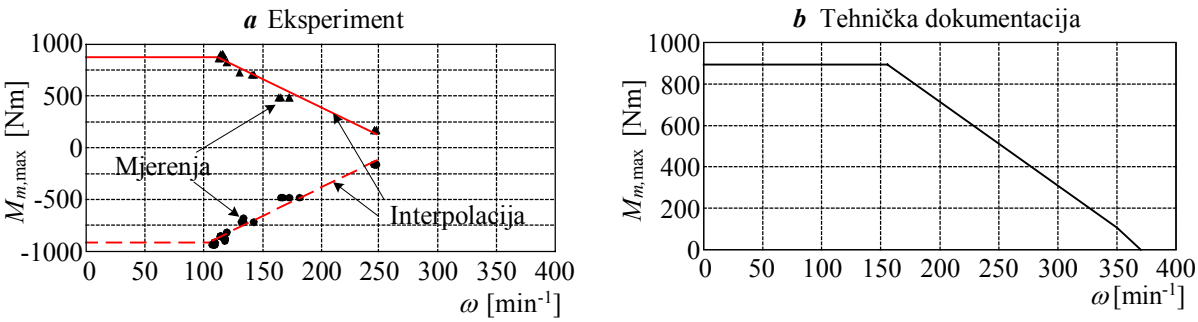
4.2.3. Snimanje statičke karakteristike servomotora u mirovanju

Statičke karakteristike momenta motora $M_m(M_R)$ također se određuju iz pokusa zalijetanja i zaustavljanja za različite iznose reference okretnog momenta M_R kako je pokazano u [63]. Na taj način dobivena je statička karakteristika prikazana na slici 4.12. Motor uistinu proizvodi maksimalni iznos momenta od približno 880 Nm za oba smjera vrtnje. Međutim, statička karakteristika ima linearni karakter samo za apsolutne vrijednosti reference momenta M_R do približno 500 Nm. Daljnjim povećanjem reference M_R nagib karakteristike se smanjuje (karakteristika ulazi u zasićenje), što je u skladu s tehničkom dokumentacijom motora [60].



Slika 4.12. *Rekonstruirana statička karakteristika servomotora.*

Na slici 4.13a prikazana je ovisnost maksimalnog iznosa okretnog momenta motora $M_{m,max}$ o brzini vrtnje motora. Karakteristika ima izražen trend opadanja okretnog momenta s povećanjem brzine vrtnje, te je slična karakteristici motora deklariranoj od strane proizvođača (Slika 4.13b, [60]). Osnovna razlika između ovih dviju karakteristika je u tome da u slučaju danog motora ugrađenog u kotač vozila dolazi do većeg gubitka okretnog momenta pri većim brzinama što je vjerojatno povezano s konačnim iznosom pada napona na kabelu za napajanje vozila duljine 100 m [57].



Slika 4.13. *Maksimalni dostupni moment motora u ovisnosti o brzini vrtnje: procijenjen na vozilu (a) i iz tehničke dokumentacije proizvođača (b).*

4.3. Identifikacija značajki trenja između kotača i podloge

Identifikacija značajki trenja provodi se za vožnju po suhom betonu, suhom i vlažnom ledu, te suhom i vlažnom snijegu. Eksperimentalnih podaci prikupljeni su najvećim dijelom na testnom vozilu Ford Focus (Potpoglavlje 3.2), te u manjoj mjeri na eksperimentalnom vozilu na električni pogon (Potpoglavlje 3.3).

4.3.1. Vrste eksperimenata

Testovi vožnje Ford Focus vozila i eksperimentalnog električnog vozila provedeni su na različitim pokusnim poligonima u zimskim uvjetima (snijeg i led na cesti) i na zatvorenom klizalištu. Testovi uključuju velik broj eksperimenata provedenih pri različitim brzinama i režimima vožnje za slučaj pravocrtnog gibanja vozila. Tijekom testova na poligonima meteorološki uvjeti i temperatura zraka ϑ su se svakodnevno mijenjali, što je imalo za posljedicu da su se stanja podloga (snijega, leda, betona i asfalta) također mijenjala [66]. Vrste podloga i pripadajuće temperature zraka tijekom izvođenja eksperimenata Ford Focus vozilom i eksperimentalnim električnim vozilom dani su u tablici 4.3.

Tablica 4.3. *Vrste podloga i temperature zraka tijekom izvođenja eksperimenata Ford Focus ispitnim vozilom i eksperimentalnim električnim vozilom.*

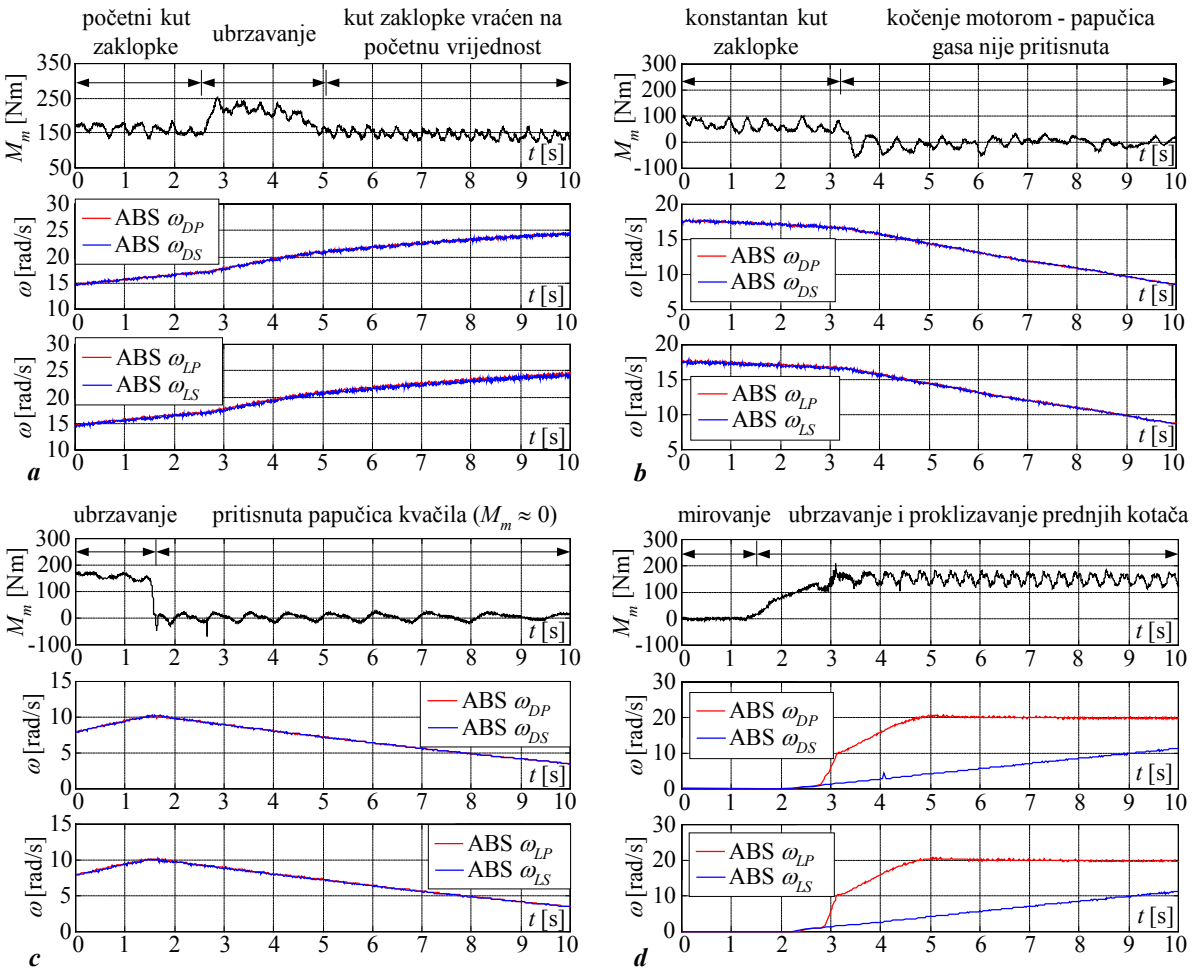
	Vrsta podloge	ϑ [°C]
Ford Focus vozilo	Suhi beton	≈ 0
	Suhi utabani snijeg	≈ –7
	Suhi hrapavi led	≈ –7
	Suhi led (klizalište)	Nije mjereno
	Vlažni snijeg i led	≈ 0
Eksperimentalno električno vozilo	Suhi asfalt	≈ 15
	Led (klizalište)	6 do 10
	Promrzli snijeg (uslijed mraza)	–8 do –3
	Prhki snijeg	–8 do –3

Eksperimenti se mogu podijeliti u pet glavnih skupina:

1. Vožnja približno konstantnom brzinom
2. Lagano ubrzavanje vozila
3. Vožnja pri pogonskom okretnom momentu jednakom nuli (kvačilo pritisnuto)
4. Kočenje motorom (pedala "gasa" otpuštena)
5. Postupno povećanje pogonskog okretnog momenta dok prednji kotači ne prokližu.

Eksperimentalni podaci iz prve četiri grupe su uglavnom korišteni za rekonstrukciju statičkih karakteristika trenja između autogume i podloge u području malih iznosa faktora klizanja, te s time povezanu analizu vibracijskih modova autogume. Podaci iz zadnje skupine su uglavnom korišteni za razmjerno grubu rekonstrukciju statičkih karakteristika trenja za širok raspon klizanja i identifikaciju koeficijenta trenja klizanja (Potpoglavlje 2.2.). Treba napomenuti da svi eksperimenti nisu provedeni za sve vrste podloga i režime vožnje zbog promjenjivih vremenskih uvjeta i ograničenja vremena izvođenja eksperimenata. Osim toga, valja istaknuti da razmjerno velik dio podataka s visokrezolucijskih (VR) senzora postavljenih na Ford Focus vozilu nije bio prikladan za analizu zbog inherentnih slabosti mjernog sustava VR senzora (Potpoglavlje 3.2, [66]).

Na slici 4.14. prikazani su tipični rezultati mjerenja okretnog momenta na poluosovini M_m i brzina vrtnje kotača ω na Ford Focus vozilu za različite vrste eksperimenata pri pravocrtnom gibanju Ford Focus vozila na suhom hrapavom ledu.



Slika 4.14. *Mjerni signali sa senzora okretnog momenta na poluosovini i ABS senzora za različite tipove eksperimenata pri pravocrtnom gibanju vozila po suhom hrapavom ledu.*

4.3.2. Rekonstrukcija statičkih karakteristika trenja

Rekonstruiraju se statičke karakteristike trenja za razmjerno širok raspon klizanja i statičke karakteristike za područje malih klizanja za različite vrste podloga. U tu se svrhu koriste odgovarajući postupci obrade signala.

4.3.2.1. Obrada signala

Za potrebe rekonstrukcije statičkih karakteristika trenja koriste se signal okretnog momenta na poluosovini i mjerenje brzine vrtnje s ABS senzora s desne strane Ford Focus vozila (Slika 3.7).

Uz pretpostavku da je veza između naplatka i autogume idealno kruta, vibracijski modovi autogume se mogu zanemariti. Nadalje, ako se pretpostavi da je prijenos primijenjenog okretnog momenta M_m pogonskog kotača ostvaren uz zanemarive učinke elastičnosti i zračnosti, vučna sila (sila trenja) može se računati kako slijedi:

$$F = \frac{M_m - I_P \dot{\omega}_P}{r_P} = F_{pr} - \frac{I_P \dot{\omega}_P}{r_P}, \tag{4-6}$$

gdje je:

M_m – okretni moment na poluosovini (Ford Focus), odnosno razvijeni okretni moment pogonskog servomotora električnog vozila (Nm),

$F_{pr} = M_m/r_P$ – primjenjena sila na kotaču (N),

I_P – moment inercije prednjeg kotača (kgm^2),

$\dot{\omega}_P$ – kutno ubrzanje prednjeg kotača (rad/s^2),

r_P – polumjer prednjeg kotača (m).

Pritom vrijednosti momenta inercije i polumjera kotača iznose I_P = 1,1 kgm^2 i r_P = 0,298 m za Ford Focus vozilo, odnosno I_P = 1,122 kgm^2 i r_P = 0,3 m za električno vozilo.

Faktor klizanja kotača s računa se prema pojednostavljenom izrazu (2-24).

Kako bi rekonstrukcije sile trenja F i faktora klizanja kotača s bile konzistentne, mjerne signale okretnog momenta na poluosovini i brzine vrtnje (kutnog ubrzanja) kotača potrebno je prethodno obraditi (pripremiti). Priprema signala obuhvaća sljedeće zahvate:

1) *Uklanjanje mjernog posmaka i šiljaka u signalima.* Signali okretnog momenta i brzine vrtnje s Ford Focus vozila mogu sadržavati iznenadne "šiljke" koji se povremeno pojavljuju uslijed elektromagnetskih smetnji na mjernim linijama. Ukoliko neki uzorak ima značajno različit iznos od dvaju susjednih uzoraka on vjerojatno predstavlja "šiljak". Takav uzorak se korigira tako da se njegova vrijednost postavi na srednju vrijednost susjednih uzoraka [66]. Signal sa senzora okretnog momenta

također sadrži određeni posmak. U svrhu uklanjanja posmaka periodički se provode mjerenja na vozilu u mirovanju uz okretni moment na osovini jednak nuli.

2) *Kompenzacija kašnjenja mjerenja brzine vrtnje i rekonstrukcije kutnog ubrzanja.* Kutno ubrzanju $\dot{\omega}_P$ rekonstruira se numeričkim deriviranjem (diferenciranjem) prethodno snimljenog signala brzine vrtnje prednjeg kotača, koji je također rekonstruiran diferenciranjem signala kuta zakreta kotača. Kako diferenciranje signala unosi efektivno kašnjanje signala za $T_s/2$ (T_s – varijabilni period uzorkovanja), signal kutnog ubrzanja kotača treba pomaknuti unaprijed u vremenu za iznos $2T_s/2 = T_s$.

3) *Sinkronizacija mjernih signala.* Kako su kod Ford Focus vozila mjerni signal okretnog momenta na pogonskoj poluosovini M_m i mjerni signali brzine vrtnje ω_P i kutne akceleracije $\dot{\omega}_P$ uzorkovani s različitiom periodima uzorkovanja (Potpoglavlje 3.2, Dodatak A.1), potrebno ih je sinkronizirati na zajedničku vremensku bazu. Radi jednostavnosti, sinkronizacija se provodi tako da se mjerni signali brzine vrtnje i kutne akceleracije preuzorkuju na fiksnu vremensku bazu signala okretnog momenta M_m. Svi mjerni signali na električnom vozilu uzorkuju se s periodom uzorkovanja od 2 ms te ih nije potrebno sinkronizirati.

4.3.2.2. Statičke karakteristike trenja za širok raspon faktora klizanja

Rekonstrukcija statičkih karakteristika za širok raspon klizanja kotača provodi se na temelju kvazistatičkih eksperimenata provedenih na Ford Focus vozilom (Slika 4.14d). Na temelju dobivenih statičkih karakteristika određuju se iznosi maksimalne sile trenja F_{max} i sile trenja pri razmjerno visokim iznosima klizanja F_{sl}. Kako je za većinu tipičnih podloga provedeno nekoliko kvazi-statičkih eksperimenata, statičke karakteristike mogu se dobiti usrednjavanjem eksperimentalnih podataka. Rekonstrukcija statičkih karakteristika provodi se na sljedeći način [66]:

- Iznosi sile trenja F i faktora klizanja s_m dobiveni kvazistatičkim eksperimentom sortiraju se prema rastućim vrijednostima klizanja te se filtriraju (izglađuju) primjenom Savitzky-Golay filtra[1] [67] kako bi se dobila glatka statička krivulja. Parametri filtra su: širina prozora $W = 35$ i red interpolacijskog polinoma $M = 1$.

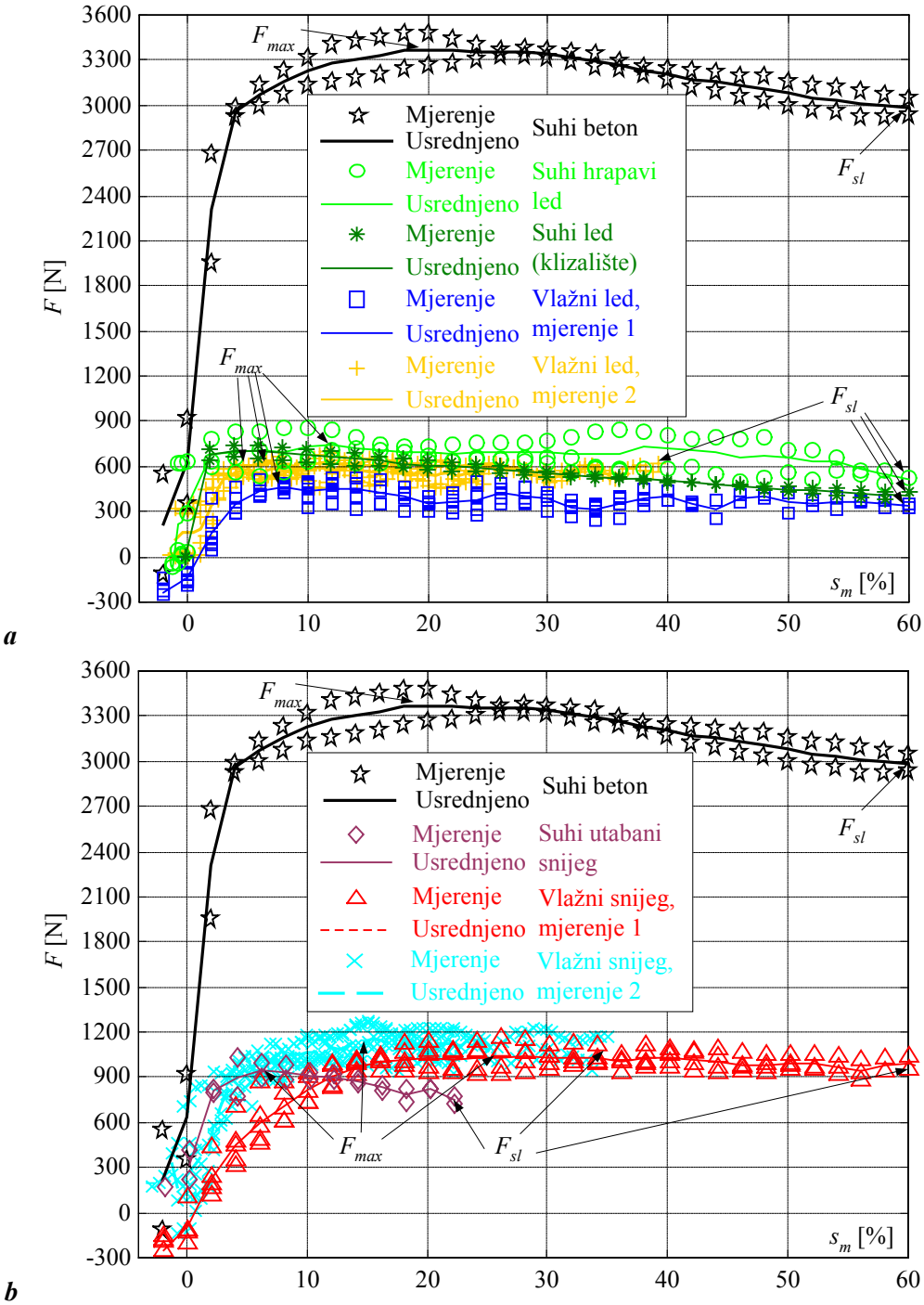
---

[1] Savitzky-Golay filtar predstavlja poopćenje tzv. usrednjavajućeg filtra s pomičnim prozorom (engl. Moving Window Averaging Filter) [67, 31]. Naime, Savitzky-Golay filtar regresijski interpolira podatke unutar pomičnog prozora širine W uzoraka polinomom reda M (pri čemu je W neparan broj strogo veći od M). Filtrirana vrijednost (na sredini prozora od W uzoraka) kod Savitzky-Golay filtra odgovara vrijednosti interpolacijskog polinoma u središnjoj točki prozora, dok je kod usrednjavajućeg filtra to srednja vrijednost W uzoraka.

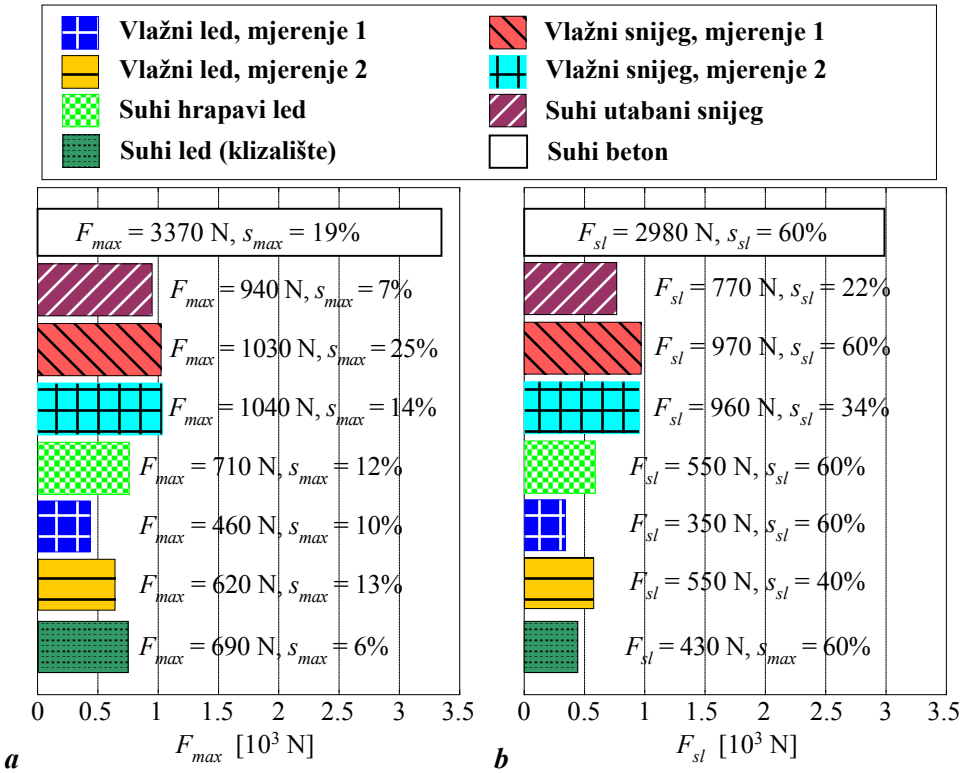
- Sortirani i filtrirani signal klizanja s_m se kvantizira s konstantnim korakom kvantizacije, te se statička karakteristika $F(s_m)$ interpolira s obzirom na kvantizirani signal klizanja.
- Konačna statička karakteristika za dani tip podloge proračunava se usrednjavanjem vrijednosti sila trenja dobivenih iz različitih eksperimenata za isti iznos klizanja. Kako se rasponi klizanja s_m mogu razlikovati od eksperimenta do eksperimenta, usrednjeni iznos sile trenja računa se samo iz onih karakteristika $F(s_m)$ čije točke su definirane za zadani iznos klizanja.

Na slici 4.15 prikazane su rekonstruirane statičke karakteristike trenja za široko područje klizanja i različite vrste podloga snimljene Ford Focus vozilom. U rekonstrukciji su korišteni eksperimentalni podaci snimljeni za razmjerno širok raspon brzina vozila (v = 0 – 40 km/h). Maksimalni iznosi sile trenja F_{max} i iznosi sile trenja za visoke iznose klizanja F_{sl} su također označeni na slici 4.15. Lako se uočava da je potencijal trenja (iznosi F_{max} i F_{sl}) za suhi beton značajno veći od potencijala trenja za suhi i vlažni snijeg i led. Također je vidljivo da se iznosi sila trenja F_{max} i F_{sl} ne razlikuju značajno, odnosno da su karakteristike trenja prilično položene u području srednjih i visokih iznosa klizanja. Valja također uočiti da su rezultati mjerenja obavljenih na vlažnom ledu i vlažnom snijegu u različitim vremenskim periodima razmjerno slični.

Na slici 4.16 prikazani su maksimalni iznosi sile trenja F_{max}, iznosi sile trenja pri visokim iznosima klizanja F_{sl} i odgovarajući iznosi klizanja kotača dobiveni iz usrednjenih karakteristika na slici 4.15 za različite vrste podloga. Sve vrste ledenih podloga (suhi, hrapavi i vlažni led) karakterizirane su vrlo niskim vrijednostima sile trenja (maksimalni iznos sile trenja jedva prelazi 700 N), dok sila trenja pri visokim iznosima klizanja može pasti čak do 350 N. Karakteristični iznosi sile trenja F_{max} i F_{sl} za razne vrste podloga prekrivenih snijegom su nešto veći u odnosu na suhi/vlažni led (40-50% veći), no ipak bitno manji u usporedbi sa iznosima sile trenja za suhi beton. Maksimalni iznos sile trenja, te sila trenja pri visokim iznosima klizanja za suhi beton su približno 3 puta veći u odnosu na suhi/vlažni snijeg, te 4-6 puta veći u odnosu na suhi/vlažni led.



Slika 4.15. *Usporedba statičkih karakteristika trenja između kotača i podloge za suhi beton i različite tipove leda (a), te različite tipove snijega (b).*



Slika 4.16. *Iznosi maksimalne sile trenja (a) i sile trenja pri visokim iznosima klizanja (b), s pripadajućim iznosima faktora klizanja za različite vrste podloga.*

4.3.2.3. Statičke karakteristike trenja za male iznose faktora klizanja

Statičke karakteristike za područje malih iznosa faktora klizanja rekonstruiraju se iz stacionarnih dijelova eksperimentalnih odziva karakteriziranih razmjerno malim varijacijama brzine vrtnje kotača i okretnog momenta na poluosovini (npr. slike 4.14a – 4.14c). Pojedine točke statičkih karakteristika (s_m, F) određuju se usrednjavanjem kvazi-stacionarnih dijelova rekonstruiranog klizanja kotača s_m i sile trenja F dobivenih prema izrazima (2-24) i (4-6) [66]. Kvazi-stacionarni dijelovi signala izdvojeni su ručno iz pojedinih skupova eksperimentalnih podataka (mjerenja) i spremljeni u odgovarajuću indeksiranu bazu podataka čime je omogućena njihova automatizirana obrada (proračun točaka statičke karakteristike) i olakšana klasifikacija statičkih karakteristika [66].

Dobivene eksperimentalne statičke karakteristike (odnosno točke (s_m, F)) interpoliraju se polinomima drugog reda u funkciji s_m (pogledati izraz (2-28)) tako da se postigne minimum sume kvadrata odstupanja između interpolacijske krivulje i eksperimentalnih podataka:

$$\hat{F}_t(s_m) = p_2 s_m^2 + p_1 s_m + p_0 \ . \tag{4-7}$$

Kako izraz (4-7) ima jednak oblik kao i izraz (2-28), tipične veličine statičke karakteristike (gradijent k i iznos klizanja δ_2 kod sile trenja $\hat{F} = 0$) računaju se na sličan način:

$$k(s_m) = \frac{d\hat{F}_t(s_m)}{ds_m} = 2p_2 s_m + p_1 \ , \tag{4-8}$$

$$\delta_2 = \hat{s}_m(F = 0) = \frac{-p_1 + \sqrt{p_1^2 - 4p_0 p_2}}{2p_2} \ , \tag{4-9}$$

$$k(\hat{F} = 0) = 2p_2\delta_2 + p_1 = \sqrt{p_1^2 - 4p_0 p_2} \ . \tag{4-10}$$

Rezultati rekonstrukcije statičkih karakteristika za male iznose klizanja $F(s_m)$ za led, snijeg i beton i razmjerno širok raspon brzina Ford Focus vozila (0-80 km/h) prikazani su na slici 4.17. Eksperimentalno dobivene statičke karakteristike za podloge prekrivene snijegom i ledom interpolirane su kvadratnim parabolama (izraz (4-7)), dok je u slučaju suhog betona iterpolacija pravcem bila primjerenija. Interpolirajuće krivulje su također prikazane na slici 4.17. Koeficijenti interpolirajućih polinoma navedeni su u tablici 4.4 zajedno sa standardnim odstupanjima[2] σ_ε eksperimentalnih podataka od interpolacijskih krivulja, te proračunatim iznosima faktora klizanja kod sile trenja jednake nuli (posmak karakteristike). Iz rezultata na slici 4.17 i u koeficijenata interpolacijskih krivulja navedenih u tablici 4.4 uočava se da su gradijenti statičkih karakteristika za vlažni led i snijeg značajno manji u odnosu na gradijent karakteristike za suhi beton. S druge strane, gradijenti karakteristika za suhi led s klizališta i suhi hrapavi led ne razlikuju se značajno u odnosu na suhi beton za male iznose faktora klizanja. Proračunati iznosi posmaka δ ($s_m(F = 0)$) imaju male negativne vrijednosti za sve podloge osim za suhi beton. Navedeno odstupanje može se objasniti razmjerno malim zaostalim posmakom mjerenja okretnog momenta na poluosovini, koji se nije mogao ukloniti u potpunosti zbog praktičnih problema s kalibriranjem senzora okretnog momenta [66].

Gradijenti statičkih karakteristika sa slike 4.17 prikazani su u ovisnosti o faktoru klizanja na slici 4.18a. Proračunati iznosi gradijenata za sile trenja $F = 0$ i $F = 400$ N dani su na slikama 4.18b i 4.18c zajedno s pripadajućim iznosima faktora klizanja. Rezultati na slikama 4.18a – 4.18c ukazuju na sljedeće [52]:

---

[2] Standardno odstupanje podataka od interpolacijske krivulje računa se na sljedeći način (dodatak B):

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left[\hat{F}(s_m(i)) - F(s_m(i))\right]^2}$$

- Gradijent statičke karakteristike za suhi beton pri sili trenja jednakoj nuli, $k(\delta)$, je približno 5 puta veći u odnosu na gradijent za vlažni led, dok je približno 3 puta veći u odnosu na suhi i vlažni snijeg. Za iznos sile trenja F = 400 N gradijent sile trenja za suhi beton je čak preko 10 puta veći u odnosu na vlažni led (iznosi faktora klizanja s_m za led prelaze 1,1 %). U slučaju mjerenja na snijegu gradijenti statičkih karakteristika su približno 3.5–5 puta manji u odnosu na suhi beton dok su iznosi faktora klizanja s_m razmjeno mali (približno 0,4%). Navedeni rezultati procjene gradijenta statičke karakteristike dosta dobro koreliraju s iznosima potencijala sile trenja za suhi beton, vlažni led i suhi/vlažni snijeg (usporediti iznose sile trenja na slici 4.16 i gradijente statičkih karakteristika na slici 4.18).
- Gradijenti statičkih karakteristika za suhi beton, suhi i vlažni snijeg te vlažni led se praktički ne preklapaju u razmjerno širokom rasponu klizanja s_m na slici 4.18a.
- U slučaju suhog leda s klizališta i suhog hrapavog leda, gradijenti statičkih karakteristika su tek neznatno manji (približno 25–30% manji) u odnosu na gradijent karakteristike za suhi beton pri sili F = 0. Međutim gradijenti karakteristika za suhi i suhi hrapavi led značajno ovise o iznosu klizanja, te stoga ovise i o iznosu sile F, što je ilustrirano na slikama 4.18a i 4.17a. Sukladno tome, gradijenti karakteristika za suhi led i silu trenja F = 400 N približno su dva puta manji u usporedbi sa gradijentom karakteristike za suhi beton. Nadalje, pri povećanju faktora klizanja s_m iznad 0.5 % u slučaju vožnje po suhom ledu i suhom hrapavom ledu (približno odgovara iznosima sile F iznad 600 N, slika 4.17a), pripadajući gradijenti statičkih karakteristika preklapaju se s iznosima gradijenata za vlažni led i snijeg.

Prethodno navedeni rezultati ukazuju da se stanje podloge (koje definira koeficijent trenja μ) može razmjerno pouzdano procijeniti na osnovi informacije o gradijentu statičke karakteristike u području malih klizanja za slučaj uzdužnog gibanja vozila po vlažnom ledu, vlažnom i suhom snijegu, te suhom betonu. S druge strane, procjena koeficijenta trenja μ zasnovana samo na informaciji o gradijentu sile trenja može biti nepouzdana za slučaj vožnje po suhom ledu i suhom hrapavom ledu pri vrlo malim iznosima faktora klizanja, odnosno malim iznosima vučne sile vozila.

Kako bi se protvrdili rezultati rekonstrukcije statičkih karakteristika dobivenih eksperimentima na Ford Focus vozilu, statičke karakteristike za male iznose faktora klizanja rekonstruirane su i iz mjerenja obavljenih na eksperimentalnom električnom vozilu opremljenom preciznim senzorima brzine vrtnje kotača i motorom visokih performansi.

Rezultati rekonstrukcije statičkih karakteristika $F(s_m)$ za asfalt, led s klizališta, promrzli snijeg (uslijed mraza) i prhki snijeg (raspon brzina vozila 0-20 km/h) prikazani su na slici 4.19 zajedno s interpolacijskim krivuljama. Za asfalt i led interpolacija je obavljena kvadratnim parabolama, dok je u slučaju snijega prekrivenog ledom i prhkog snijega iterpolacija pravcem bila primjerenija (prvenstveno zbog razmjerno malog broja točaka i njihovog znatnog rasipanja). U tablici 4.5 dani su koeficijenti interpolirajućih polinoma zajedno sa standardnim odstupanjima eksperimentalnih podataka, te iznosima posmaka karakteristika. Usporedni prikaz gradijenata statičkih karakteristika za silu trenja jednaku nuli i silu trenja F = 400 N dan je na slikama 4.19b i 4.19c. Rezultati pokazuju sljedeće:

- Gradijent karakteristike za silu trenja jednaku nuli za asfalt se oko 55% veći u odnosu na gradijent karakteristike za led s klizališta, te 5,5 odnosno 8,5 puta veći s obzirom na promrzli snijeg, odnosno prhki snijeg.
- Ukoliko se vučna sila (sila trenja) poveća na F = 400 N, gradijent karakteristike za led s klizališta se značajno smanjuje i postaje blizak iznosima gradijenata za snijeg. Gradijent karakteristike za asfalt se bitno ne mijenja s promjenom iznosa vučne sile u području malih klizanja.

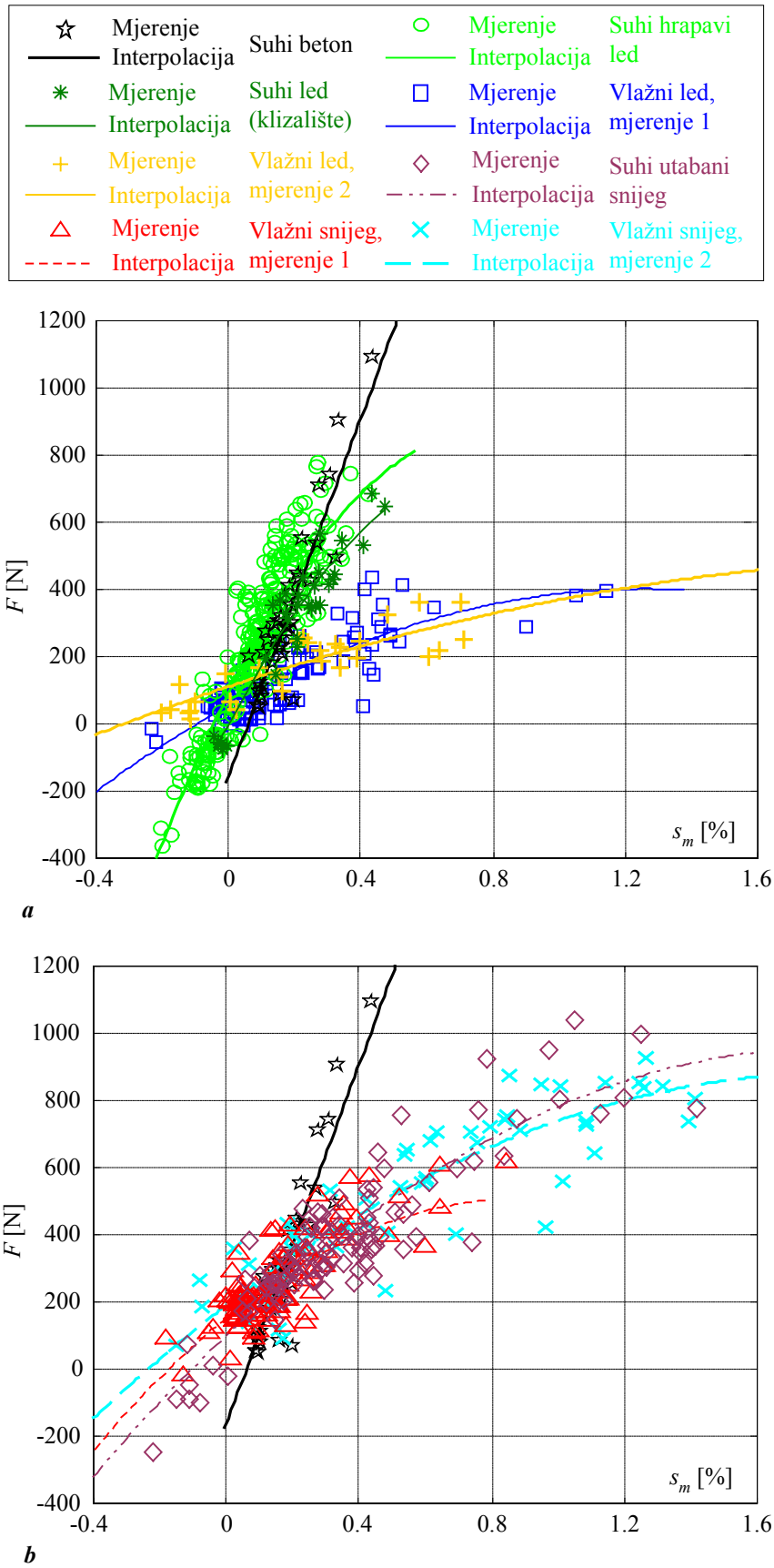
Navedeni rezultati su u osnovi sukladni rezultatima dobivenim na Ford Focus vozilu, odnosno omjeri gradijenata statičkih karakteristika za asfalt i suhi led s klizališta dobiveni mjerenjima na električnom eksperimentalnom vozilu su slični odmjerima gradijenata za suhi beton i suhi hrapavi led dobivenim iz mjerenja na Ford Focus vozilu. Međutim, apsolutni iznosi gradijenata statičkih karakteristika se primjetno razlikuju (usporediti iznose gradijenata na slikama 4.18 i 4.19). Vjerojatni razlog tomu su različiti meteorološki uvjeti i stanja podloge pri izvođenju eksperimenata, te različite autogume i različiti iznosi okomitih sila na kotačima Ford Focus vozila i električnog vozila (F_z = 4170 N za Ford Focus vozilo, odnosno F_z = 3630 N za električno vozilo).

Tablica 4.4. *Koeficijenti interpolacijskih polinoma statičkih karakteristika za male iznose faktora klizanja i pripadajuća standardna odstupanja podataka, te iznosi faktora klizanja pri sili trenja jednakoj nuli za različite tipove podloga (Ford Focus ispitno vozilo).*

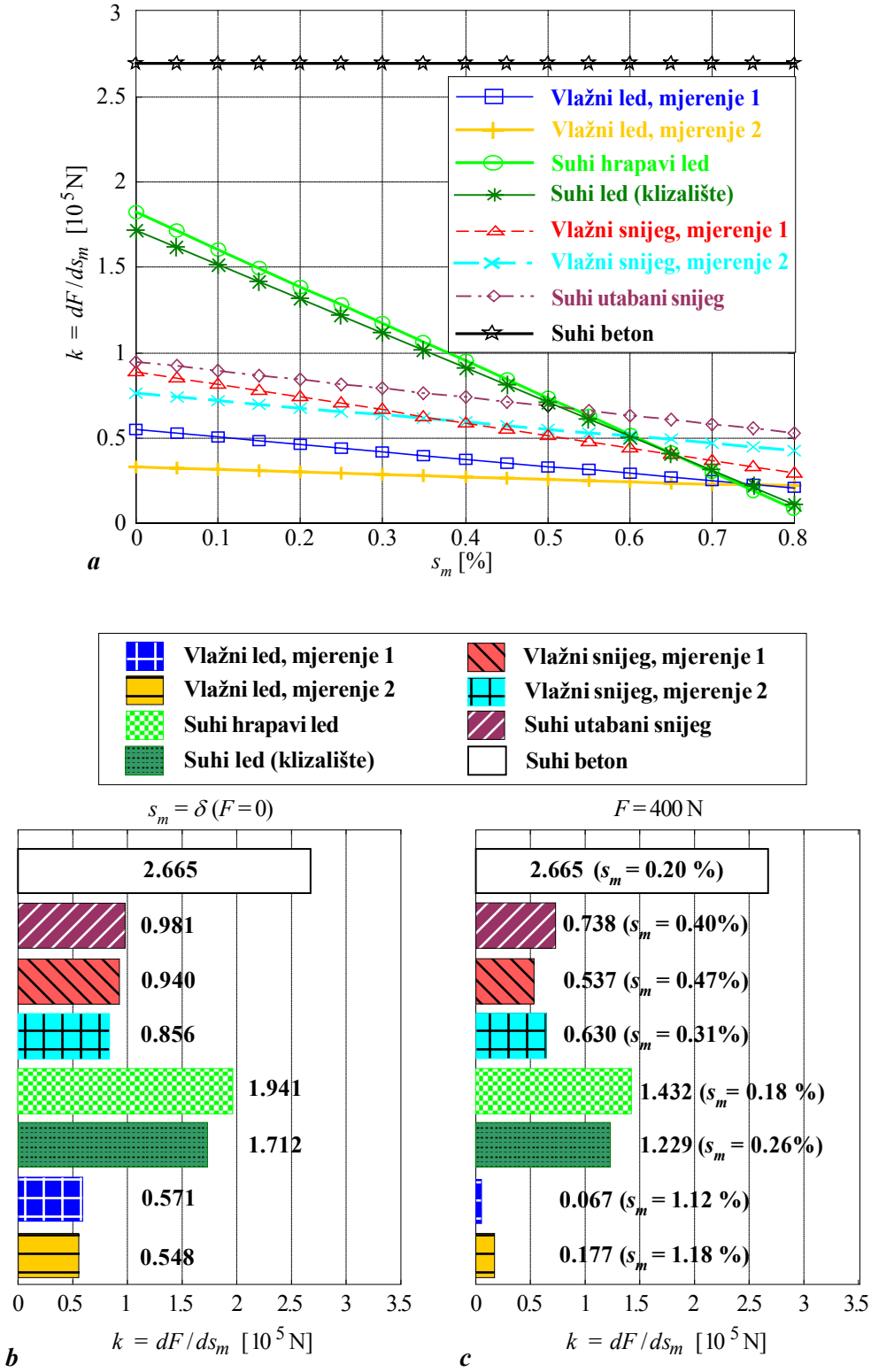
Tip podloge:	p_2 [N]	p_1 [N]	p_0 [N]	σ_ε [N]	δ [%]
Vlažni led, mjerenje 1	$-2{,}148\cdot10^6$	$\mathbf{5{,}483\cdot10^4}$	30,07	65,81	-0,065
Vlažni led, mjerenje 2	$-6{,}396\cdot10^5$	$\mathbf{3{,}277\cdot10^4}$	111,63	51,89	-0,319
Suhi hrapavi led	$-1{,}086\cdot10^7$	$\mathbf{1{,}823\cdot10^5}$	102,77	106,38	-0,055
Suhi led (klizalište)	$-8{,}892\cdot10^6$	$\mathbf{1{,}691\cdot10^5}$	20,36	62,25	-0,025
Suhi utabani snijeg	$-2{,}608\cdot10^6$	$\mathbf{9{,}468\cdot10^4}$	63,00	96,58	-0,065
Vlažni snijeg, mjerenje 1	$-3{,}735\cdot10^6$	$\mathbf{8{,}877\cdot10^4}$	63,53	113,79	-0,070
Vlažni snijeg, mjerenje 2	$-2{,}081\cdot10^6$	$\mathbf{7{,}593\cdot10^4}$	187,05	102,97	-0,232
Suhi beton	0	$\mathbf{2{,}665\cdot10^5}$	-167,71	117,03	0.064

Tablica 4.5. *Koeficijenti interpolacijskih polinoma statičkih karakteristika za male faktore klizanja i pripadajuća standardna odstupanja podataka, te iznosi faktora klizanja pri sili trenja jednakoj nuli za različite tipove podloga (eksperimentalno električno vozilo).*

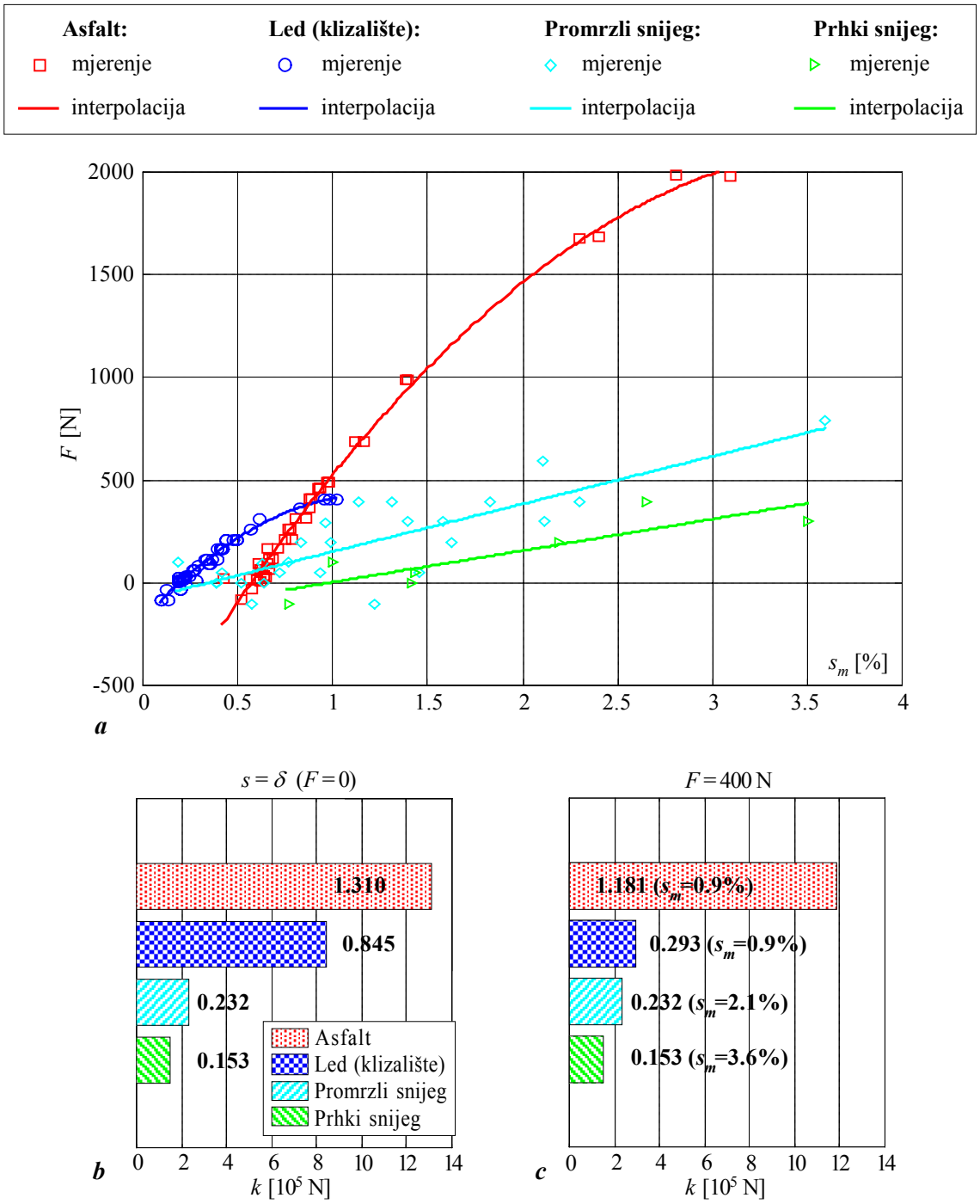
Tip podloge:	p_2 [N]	p_1 [N]	p_0 [N]	σ_ε [N]	δ [%]
Asfalt	$-2{,}03\cdot10^6$	$\mathbf{15{,}43\cdot10^4}$	-814	50,01	0,188
Led (klizalište)	$-4{,}05\cdot10^6$	$\mathbf{9{,}93\cdot10^4}$	-156	19,73	0,571
Promrzli snijeg	0	$\mathbf{2{,}32\cdot10^4}$	-80	121,56	0,344
Prhki snijeg	0	$\mathbf{1.,53\cdot10^4}$	-150	88,13	0,980



Slika 4.17. *Usporedba statičke karakteristike sile trenja za suhi beton za male iznose faktora klizanja sa statičkim karakteristikama za različite vrste leda (a) i snijega (b) (v = 0 – 80 km/h).*



Slika 4.18. *Gradijenti statičkih karakteristika u funkciji faktora klizanja kotača (a), te vrijednosti gradijenata za silu trenja jednaku nuli (b) i silu trenja od 400 N (c).*



Slika 4.19. *Statičke karakteristike za asfalt, led i snijeg za male iznose faktora klizanja (a), i iznosi gradijenata karakteristika pri F = 0 (b) i F = 400 N (c) (podaci snimljeni na eksperimentalnom električnom vozilu, v = 0 – 20 km/h).*

4.3.3. Identifikacija vibracijskih modova autogume

Procjena amplitudnih spektara signala brzine vrtnje kotača provodi se primjenom brze Fourierove transformacije (FFT) [68]. Parametri modela torzijskih vibracija autogume određuju se identifikacijom vremenski-diskretnog autoregresijskog modela (AR modela) vibracija autogume primjenom regresijskog postupka s pomoćnim varijablama (takozvani IV postupak procjene parametara) [31].

4.3.3.1. Priprema signala za obradu

1) Ford Focus testno vozilo

Signale brzine vrtnje kotača s Ford Focus vozila potrebno je pripremiti prije korištenja u analizi vibracijskih modova autogume. Priprema signala brzine vrtnje kotača uključuje sljedeće korake:

- Kompenzaciju kutne pogreške ABS senzora
- Uklanjanje sporadičnih "šiljaka" u signalima, kao i posmaka i linearnog trenda
- Preuzorkovanje (sinkronizaciju) signala s ABS i VR senzora uzorkovanih varijabilnim periodima uzorkovanja na odgovarajuće konstantne periode uzorkovanja.

Signal brzine vrtnje s ABS senzora karakteriziran je izraženom visokofrekvencijskom pogreškom mjerenja uzrokovanom proizvodnim tolerancijama širine pojedinih "zuba" na rotoru senzora (Dodatak A.2). Ova pogreška, koja se još naziva i kutna pogreška senzora (pogreška širine impulsa), može značajno utjecati na točnost analize vibracijskih modova autogume [32, 69, 66], te ju je stoga potrebno ukloniti. Kutna pogreška za pojedini "zub" senzora može se procijeniti primjenom rekurzivnog regresijskog postupka identifikacije (RLS postupka) na mjerenje vremenskog intervala između dva impulsa [32]. Nešto jednostavniji postupak procjene kutne pogreške, koji je predložen u [69], modificiran je i korišten u ovom radu. Navedeni postupak procjene pretpostavlja da su tijekom intervala u kojima se vozilo giba približno konstantnom brzinom varijacije u signalu brzine vrtnje kotača prvenstveno uzrokovane kutnom pogreškom ABS senzora. Uzevši u obzir danu pretpostavku, kutna pogreška za svaki "zub" rotora može se procijeniti usrednjavanjem periodički raspoređenih mjerenja brzine vrtnje (odnosno vremenskih intervala između dva impulsa). Detaljan opis postupka uklanjanja kutne pogreške ABS senzora i ilustracija njegove učinkovitosti opisani su u dodatku A.2 [66].

Sporadični "šiljci" koji se mogu pojaviti u signalima brzine vrtnje uklanjaju se na sličan način kao i u slučaju "šiljaka" u signalu okretnog momenta (pododjeljak 4.3.2.1). Linearni

trend (ili posmak) se rekonstruira interpolacijom razmatranog signala pravcem (linearna regeresija). Tako dobiven linearni trend se jednostavno oduzme od razmatranog signala.

Signali brzine vrtnje kotača s ABS i VR senzora izvorno su uzorkovani s varijabilnim periodom uzorkovanja (Dodatak A.1) pa ih je za potrebe analize potrebno preuzorkovati s fiksnim periodom uzorkovanja. Za signale s ABS senzora u tu je svrhu odabran fiksni period uzorkovanja od 1,6 ms, dok su signali s VR senzora preuzorkovani s periodom uzorkovanja od 0,6 ms, čime je postignuta dovoljna širina frekvencijskih pojasa signala za analizu vibracijskih modova autogume [66]. Kako varijabilni period uzorkovanja VR senzora pri brzini vozila od 80 km/h može biti manji oko 0,2 ms (Dodatak A.2), signale s VR senzora treba prvo preuzorkovati s upola manjim periodom uzorkovanja (0,1 ms), te nakon toga filtrirati niskopropusnim filtrom čija je granična frekvencija manja od takozvane Shannonove frekvencije za period uzorkovanja T_s = 0.6 ms ($f_{sh} = 1/2T_s \approx 800$ Hz) [68]. U tu svrhu korišten je Čebiševljev niskopropusni filtar šestog reda (tip 1) s graničnom frekvencijom f_g = 500 Hz (pogledati npr. [68]).

2) Eksperimentalno vozilo na električni pogon

Priprema signala brzine vrtnje kotača svodi se na uklanjanje linearnog trenda (posmaka). Uklanjanje kutne pogreške nije potrebno zbog visoke razlučivosti i točnosti inkrementalnih davača položaja (senzora brzine vrtnje) na prednjem i stražnjem kotaču [70].

Međutim, servomotor koji se nalazi u pogonskom kotaču izveden je kao sinkroni motor s permanentnim magnetima (SMPM) s p = 33 para polova na rotoru. Takvi motori u normalnom radu proizvode parazitske pulzacije okretnog momenta koje se izravno prenose u brzinu vrtnje motora. Parazitske pulzacije okretnog momenta motora nastaju uslijed [71, 72]:

1) nesinusoidalne raspodjele magnetskog toka u zračnom rasporu (engl. ripple torque),
2) međudjelovanja permanentnih magneta na rotoru s promjenjivom reluktancijom statora (engl. cogging torque oscillations).

Amplituda pulzacija nastalih uslijed nesinusoidalne raspodjele magnetskog toka proporcionalna je razvijenom okretnom momentu (odnosno struji) motora. Dominantne frekvencijeke komponete ovih pulzacija nastaju na frekvencijama koje su 6 odnosno 12 puta veće od frekvencije statorskih struja f_{st} (pogledati [70] i tamo navedene reference). Kako je brzina vrtnje motora proporcionalna frekvenciji statorskih struja ($\omega = 2p\pi f_{st}$), slijedi da će ove pulzacije okretnog momenta biti razmjerno visoke frekvencije čak i kod razmjerno malih brzina vrtnje motora ω. Njihova amplituda može kod standardnih servomotora iznositi čak 2-4% nazivnog momenta motora.

Amplituda pulzacija okretnog momenta uslijed međudjelovanja permanentnih magneta na rotoru s promjenjivom reluktancijom statora ne ovisi o iznosu struje motora. Frekvencija ovih pulzacija dana je sljedećim izrazom (pogledati [70] i tamo navedene reference):

$$f_c = 2pf_{st}N_{s/p} \tag{4-11}$$

gdje je $N_{s/p}$ broj statorskih utora po polu motora.

Analiza pulzacija okretnog momenta uslijed međudjelovanja permanentnih magneta na rotoru i statora, provedena u [70], pokazala je sljedeće:

- Njihov utjecaj je dominantan pri razmjerno niskim brzinama vrtnje motora.
- Navedene pulzacije mogu unijeti značajnu pogrešku u procjenu torzijskih vibracija gume prednjeg kotača koje se nalaze na frekvenciji od približno 20 Hz [70][3].

Kako ove pulzacije okretnog momenta motora ne bi utjecale na kvalitetu analize moda torzijskih vibracija, u analizi su upotrijebljeni oni podaci koji su snimljeni izvan raspona brzina vozila v = 2,6 – 6,2 km/h, koji pri normalnoj vožnji bez proklizavanja kotača odgovara rasponu frekvencija pulzacija okretnog momenta motora f_c = 12 – 30 Hz [70].

4.3.3.2. Postupci procjene značajki torzijskih vibracija

1) Brza Fourierova transformacija (FFT)

Rezonancijski modovi autogume mogu se odrediti iz procjene amplitudnog spektra mjernog signala brzine vrtnje kotača dobivene primjenom brze Fourierove tranformacije (FFT algoritma). Parametri FFT algoritma su duljina podataka (broj uzoraka) i period uzorkovanja T_s. Uz konstantan period uzorkovanja T_s, izbor duljine podataka predstavlja kompromis između brzine i točnosti proračuna amplitudnih spektara signala. Na osnovi analize provedene u [73] u ovom radu je izabrana duljina podataka N = 1024.

Analiza u [73] je također pokazala da amplitudni spektri dobiveni FFT analizom mogu biti razmjerno "zašumljeni". Prisustvo "šuma" u spektrima može djelomično prikriti njihove relevantne značajke kao što su rezonantni vrhovi. Stoga se amplitudni spektri izglađuju primjenom Savitzky-Golay filtra [67] za potrebe vizualne inspekcije rezonancijskih modova i prezentacije dobivenih rezultata. U tu svrhu koristi se Savitzky-Golay filtar širine prozora podataka W = 9 i reda interpolacijskog polinoma M = 1 [66].

---

[3] Razmjerno nizak iznos rezonantne frekvencije torzijskih vibracija autogume u odnosu na uobičajeni raspon 30 – 40 Hz posljedica je visokog iznosa momenta inercije sklopa naplatka i motora ugrađenog u kotač (Odjeljak 4.2.2).

2) Identifikacija vremenski-diskretnog autoregresijskog modela

Torzijske vibracije autogume opisuju se oscilatornim modelom (2-37) čiji parametri su faktor prigušenja ζ i frekvencija neprigušenih torzijskih vibracija $f_n = \Omega_n/2\pi$. Kako je faktor prigušenja ζ obrnuto proporcionalan gradijentu statičke karakteristike trenja k u području malih klizanja kotača, procjena iznosa faktora prigušenja može dati informaciju o koeficijentu trenja između kotača i podloge (Odjeljak 2.2.3).

Parametri modela torzijskih vibracija mogu se procijeniti primjenom vremenski-diskretnog autoregresijskog modela (AR modela) signala brzine vrtnje kotača (k – korak uzorkovanja):

$$\left(1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}\right)\omega_m(k) = \eta(k) \tag{4-12}$$

gdje je:

q^{-1} – vremenski-diskretni operator jediničnog kašnjenja,

$\omega_m(k)$ – mjerni signal brzine vrtnje kotača,

$\eta(k)$ – stohastičke perturbacije pretpostavljene normalne vjerojatnosne gustoće raspodjele ("bijeli" šum proporcionalan "šumu ceste").

Procjena parametara a_0 and a_1 AR modela (4-12) može se provesti primjenom standardnog regresijskog postupka (LS postupak) [31]. Međutim, signal brzine vrtnje kotača može sadržavati više rezonancijskih modova (pogledati npr. sliku 2.7b), te ga je stoga potrebno filtrirati pojasnopropusnim filtrom kako bi se izdvojio interesantni mod torzijskih vibracija. No, s druge strane, pojasnopropusnim filtriranjem signala brzine vrtnje kotača ω implicitno se mijenjaju i svojstva stohastičke pobude AR modela (η postaje izrazito "obojeni" šum). Prema tome, AR model koji se koristi za procjenu parametara modela torzijskih vibracija gume glasi:

$$\left(1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}\right)\omega_{pp}(k) = \eta_c(k) \tag{4-13}$$

gdje je:

$\omega_{pp}(k)$ – pojasnopropusno filtrirani signal brzine vrtnje kotača,

$\eta_c(k)$ – "obojeni" šum ("bijeli" šum filtriran pojasnopropusnim filtrom).

Za procjenu parametara AR modela (4-13) koristi se regresijski postupak s pomoćnim varijablama (IV postupak procjene parametara) [31] koji uzima u obzir "obojenost" pobude (filtrirani "bijeli" šum). Ukoliko bi se za procjenu parametara AR modela (4-13) koristio standardni regresijski postupak (LS postupak), točnost procjene parametara a_1 i a_2 bi bila značajno narušena [31, 29]. Radi jednostavnosti analize pretpostavlja se da je red m

stohastičkog procesa koji opisuje "obojeni" šum v_c jednak redu AR modela (m = 2). Na temelju izraza (4-13), procjenu "obojenog" šuma ceste predstavljaju reziduali (predikcijska pogreška) procjene AR modela (4-13).

Kako bi se odredila veza između parametara AR modela a_1 i a_2, i parametara modela torzijskih vibracija $f_n = \Omega_n/2\pi$ i ζ, AR model se može prikazati u obliku prijenosne funkcije u vremenski diskretnom Z-području. Primjenom Z-transformacije na AR model (4-23) dobije se sljedeća prijenosna funkcija:

$$G_d(z) = \frac{\omega_{pp}(z)}{\eta_c(z)} = \frac{z^2}{z^2 + a_1 z + a_2} \ , \tag{4-14}$$

koja ima sljedeće konjugirano-kompleksne polove (uz pretpostavku da vrijedi $|a_1| < 2|a_2|$):

$$z_{AR1,2} = \frac{-a_1 \pm j\sqrt{4a_2 - a_1^2}}{2} \ . \tag{4-15}$$

Izjednačavanjem polova prijenosne funkcije $z_{AR1,2}$ s polovima $s_{p1,2}$ prijenosne funkcije modela torzijskih vibracija (2-38) koristeći sljedeći egzaktni izraz za konjugirano-kompleksne polove u Z-području (T_s – period uzorkovanja):

$$z_{p1,2} = e^{T_s s_{p1,2}} = e^{-\zeta\Omega_n T_s}\left[\cos(\Omega_n T_s\sqrt{1-\zeta^2}) \pm j\sin(\Omega_n T_s\sqrt{1-\zeta^2})\right], \tag{4-16}$$

dobiju se konačni izrazi za faktor prigušenja ζ i frekvenciju neprigušenih torzijskih vibracija autogume f_n u ovisnosti o parametrima a_1 i a_2 vremenski-diskretnog AR modela [66]:

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + 4\left(\frac{\operatorname{arctg}\sqrt{4a_2/a_1^2 - 1}}{|\ln(a_2)|}\right)^2}} \ ,$$

$$f_n = \frac{\Omega_n}{2\pi} = \frac{1}{4\pi T_s}|\ln(a_2)|\sqrt{1 + 4\left(\frac{\operatorname{arctg}\sqrt{4a_2/a_1^2 - 1}}{|\ln(a_2)|}\right)^2} \ . \tag{4-17}$$

4.3.3.3. Procjena amplitudnih spektara brzine vrtnje kotača

Postojanje različitih rezonancijskih modova autogume ilustrirano je na slici 4.20 za slučaj mjerenja brzine vrtnje kotača stražnjeg desnog kotača Ford Focus vozila VR i ABS senzorima tijekom normalne vožnje na suhom betonu, vlažnom ledu i vlažnom snijegu pri brzini vozila oko 40 km/h. Signali brzine vrtnje kotača na slici 4.20a ukazuju da za sve uvjete na cesti postoji niskofrekvencijska komponenta na frekvenciji oko 5 Hz (naročito izražena u signalima s VR senzora). Nadalje, također se uočava i značajan udio visokofrekvencijskih komponenti u

signalima s ABS i VR za sve vrste podloga. Za slučaj mjerenja s VR senzora, ove visokofrekvencijske komponente otprilike odgovaraju rezonantnim modovima na frekvencijama od približno 40 Hz i 100 Hz. Niskofrekvencijske oscilacije su prouzročene debalansom kotača i senzora, dok je u slučaju VR senzora dodatni uzrok oscilacija specifičan način njihove ugradnje (statori sezora su pričvršćeni preko štapa koji se može ograničeno gibati, Poglavlje 3.2.). Pretpostavlja se da visokofrekvencijske oscilacije na približno 100 Hz odgovaraju takozvanom "protufaznom" torzijskom modu gume ili modu uslijed longitudinalne elastičnosti gume [74].

Navedeni rezonancijski modovi autogume mnogo se bolje razaznaju u amplitudnim spektrima signala s VR senzora u odnosu na spektre signala s ABS senzora, zbog veće preciznosti i šireg propusnog opsega VR senzora. Niskofrekvencijski mod u rasponu 5-10 Hz lako se zamjećuje za sve tipove podloga. Rezonantni vrhovi modova torzijskih vibracija uglavnom se nalaze u rasponu frekvencija od 35 Hz do 50 Hz za oba tipa senzora. Rezonantni vrhovi visokofrekvencijskog moda na približno 100 Hz vidljivi su samo u amplitudnim spektrima signala s VR senzora zbog inherentnog ograničenja propusnog opsega ABS senzora uslijed njegove slabe razlučivosti (Dodatak A.1). Najveće amplitude visokofrekvencijskih modova na 40 Hz i 100 Hz dobivene su za mjerenja na vlažnom snijegu jer je pobuda (šum ceste) razmjerno velika za taj slučaj (izrazito neravna podloga) [66].

Slika 4.21 prikazuje skupne rezultate procjene amplitudnih spektara signala brzine vrtnje s ABS senzora sva četiri kotača za širok raspon brzina Ford Focus vozila. Rezultati ukazuju na dobru ponovljivost procjene amplitudnih spektara za pojedine uvjete na cesti i brzinu vozila. Rezonancijski mod torzijskih vibracija na frekvenciji oko 40 Hz lako se uočava u amplitudnim spektrima brzine vrtnje kotača za suhi beton i vlažni snijeg te pri većim brzinama vozila. Frekvencija moda torzijskih vibracija ne mijenja se značajno, no pri vožnji na snijegu i većim brzinama vozila mogu se pojaviti dodatni modovi koji mogu djelomično prikriti mod na 40 Hz. Amplituda moda na 40 Hz raste s porastom brzine vozila (brzine vrtnje kotača), naročito pri vožnji po suhom betonu. Rezonancijski mod na frekvenciji od 100 Hz može se primjetiti u ABS signalima samo za veće brzine vozila (v > 70 km/h [66]).

Na slici 4.22 prikazani su signali brzine vrtnje prednjeg i stražnjeg kotača eksperimentalnog električnog vozila snimljeni tijekom vožnje pri razmjerno malim brzinama (7,5 – 10,5 km/h) i malim vučnim silama vozila (do 100 N) na asfaltu, ledu s klizališta, promrzlom snijegu i prhkom snijegu. Signali su uzorkovani s periodom uzorkovanja T_s = 2 ms. Odzivi na slici 4.22 ukazuju na sljedeće:

- U svim signalim brzine vrtnje kotača postoji značajan niskofrekvencijaki mod na približno 5 Hz.
- Primjetan rezonancijski mod na približno 20 Hz, te rezonancijski modovi na frekvencijama iznad 35 Hz uočavaju se u signalima brzine vrtnje prednjeg kotača za asfalt i led. Ovi modovi su nešto teže uočljivi u slučaju mjerenja na snijegu zbog razmjerno velike amplitude niskofrekvencijskog moda na 5 Hz. Visokofrekvencijske komponente se također teško uočavaju u signalima brzine vrtnje stražnjeg kotača.

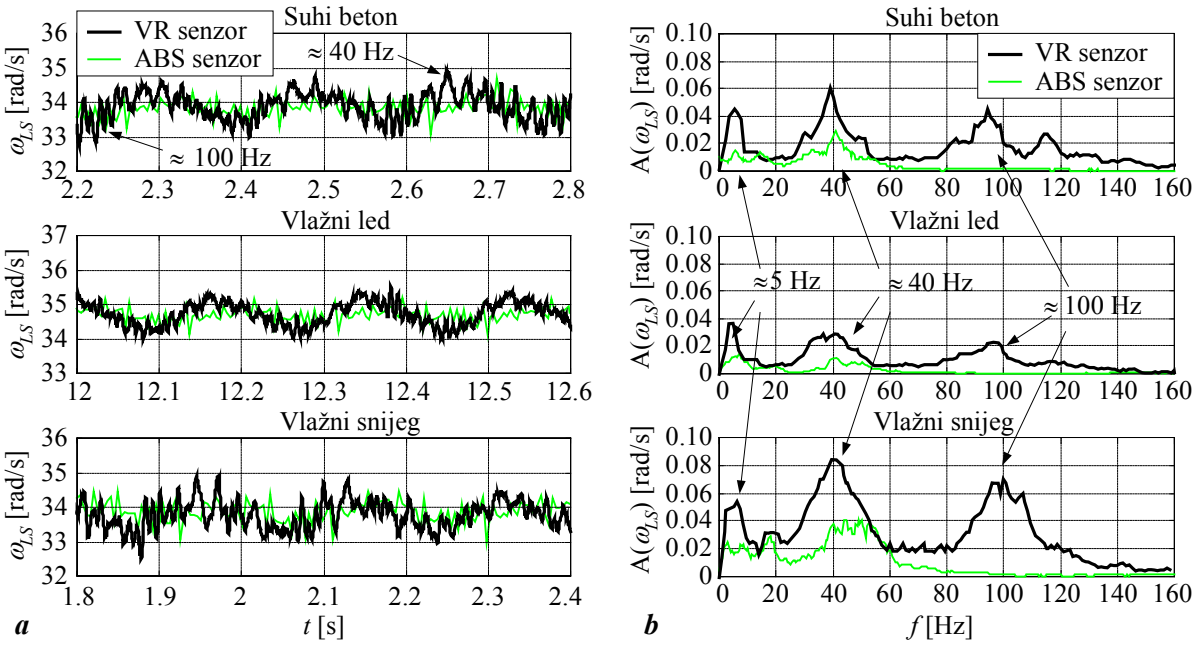
Niskofrekvencijski mod koji se nalazi na frekvenciji oko 5 Hz prvenstveno je uzrokovan vertikalnim vibracijama gume zbog krutog ovjesa, što je naročito izraženo za vožnju po neravnom terenu (npr. snijegu), te manjim dijelom zbog debalansa kotača [70]. Pretpostavlja se da je rezonancijski mod prednjeg kotača na frekvenciji oko 20 Hz uzrokovan torzijskom elastičnošću bočnih stranica autogume (torzijski mod), dok su modovi iznad 30 Hz, čija frekvencija raste s brzinom vozila vjerojatno posljedica pulzacija momenta zbog međudjelovanja permanentnih magneta na rotoru i statora. Razmjerno niska frekvencija torzijskih vibracija gume u signalu s prednjeg kotača je uzrokovana razmjerno velikim iznosom momenta inercije sklopa motora i naplatka kotača u odnosu na moment inercije autogume (u usporedbi s klasičnim kotačem automobila) [70]. Nemogućnost uočavanja zamjetnih visokofrekvencijskih modova ($f > 10$ Hz) u signalima brzine vrtnje stražnjeg kotača može se objasniti slabom pobudom (slabim "šumom ceste") uslijed razmjerno malih iznosa okomitih sila na stražnje kotače (masa vozila je koncentrirana na prednjem kotaču).

Rezultati procjene amplitudnih spektara (FFT analize) signala brzine vrtnje na slici 4.22 prikazani su na slici 4.23. Na osnovi ovih rezultata mogu se izvući sljedeći zaključci:

- Amplitudni spektri signala brzine vrtnje prednjeg i stražnjeg kotača za sve tipove podloga sadrže niskofrekvencijski mod uzrokovan vertikalnim vibracijama gume i debalansom kotača na približno 5 Hz.
- Vibracijski mod na približno 20 Hz je također jasno vidljiv u spektrima signala brzine vrtnje prednjeg kotača za sve tipove podloga. Najmanja širina rezonantnog izdizanja (najmajnja širina pojasa) moda na 20 Hz dobivena je za asfalt, dok su za led i snijeg širine pojasa moda na 20 Hz zamjetno veće. Mod na 20 Hz postoji i u spektrima brzine vrtnje stražnjeg kotača (amplituda mu je bitno manja nego su slučaju istovjetnog moda prednjeg kotača). Ove vibracije na 20 Hz su vjerojatno prenešene s prednjeg kotača na

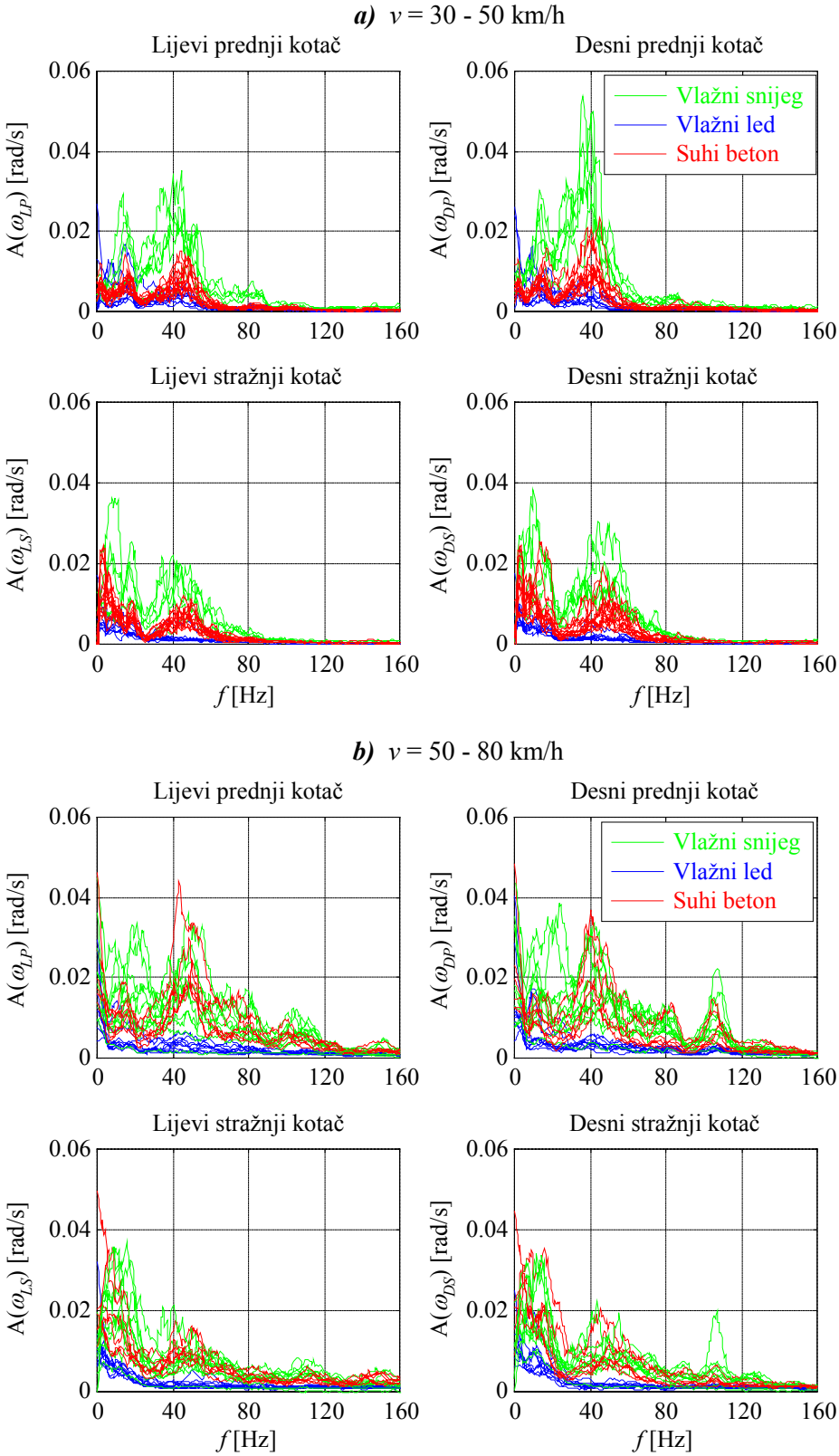
stražnji preko krutog ovjesa i šasije vozila (usporediti oblike modova na 20 Hz u spektrima prednjeg i stražnjeg kotača na slici 4.23)[4].

- Amplitude vertikalnog moda na 5 Hz i vibracijskog moda na 20 Hz za vožnju po snijegu su razmjerno visoke u usporedbi s amplitudama odgovarajućih modova za vožnju po asfaltu i ledu. Za vožnju na snijegu se također se mogu uočiti dodatni niskofrekvencijski modovi iznad 5 Hz prouzročeni preklapanjem niskofrekvencijskog moda na 5 Hz i vibracijskog moda na 20 Hz.
- Rezonancijski modovi uslijed pulzacija okretnog momenta motora na frekvencijama iznad 30 Hz indicirani su u svim amplitudnim spektrima brzine vrtnje prednjeg kotača. Rezonantna frekvencija moda pulzacija momenta raste s brzinom vozila.
- Amplitudni spektri brzine vrtnje stražnjeg kotača upućuju na postojanje rezonancijskih modova male amplitude na frekvencijama između 30 i 33 Hz, za koje se pretpostavlja da su prouzročeni torzijskim vibracijama stražnje gume. Amplitude torzijskih vibracija stražnjeg kotača na približno 30 Hz su 5-8 puta manje u usporedbi s amplitudom moda prednjeg kotača na 20 Hz zbog slabe pobude (okomite sile na stražnje kotače su oko 1300 N, što je približno 3 puta manje od okomite sile na prednji kotač [57]).

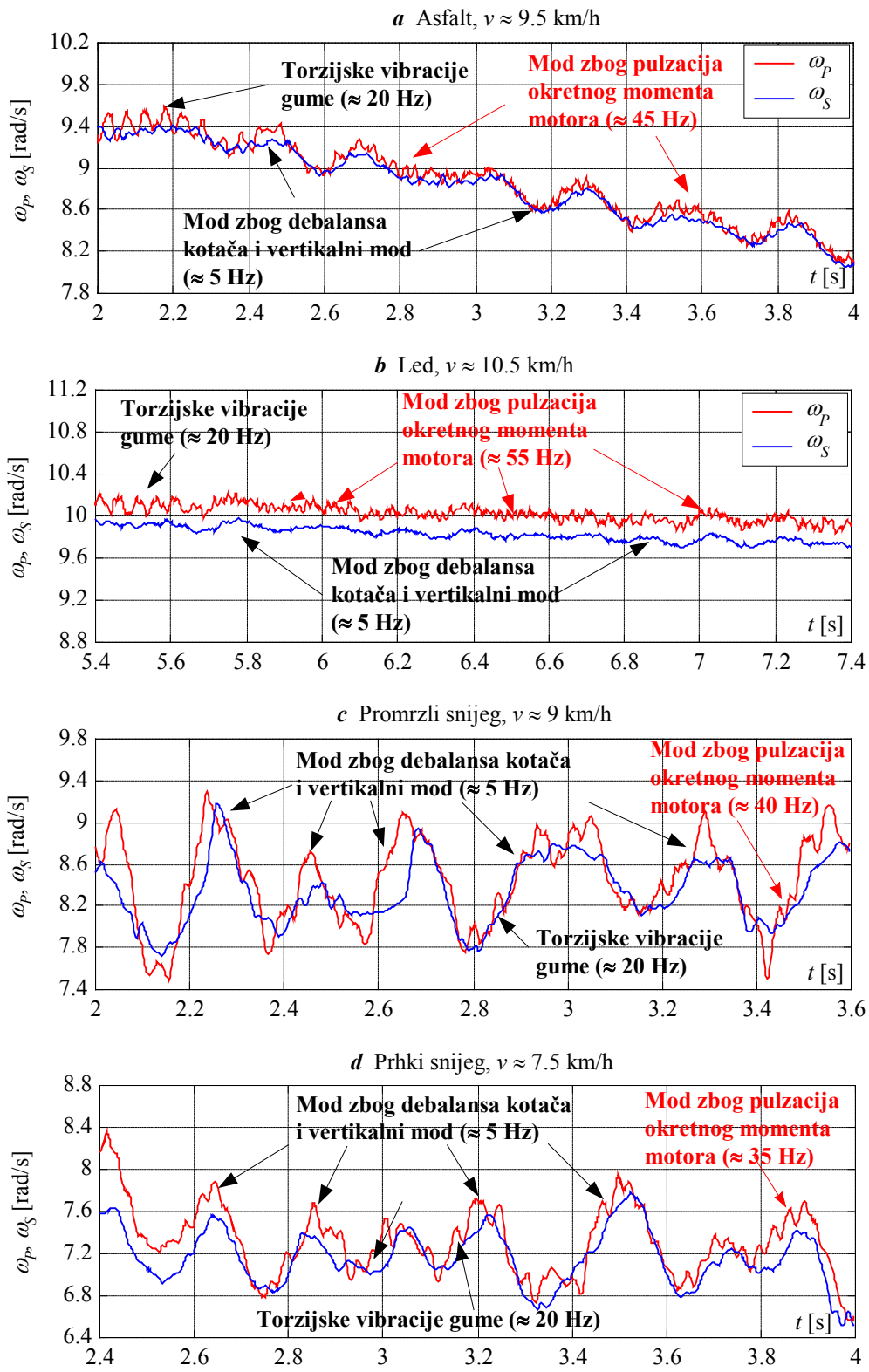


Slika 4.20. *Mjerni signali brzine vrtnje stražnjeg desnog kotača s VR i ABS senzora (Ford Focus vozilo) (a), i odgovarajući amplitudni spektri signala (b) za vožnju po suhom betonu, vlažnom ledu i vlažnom snijegu (v ≈ 40 km/h).*

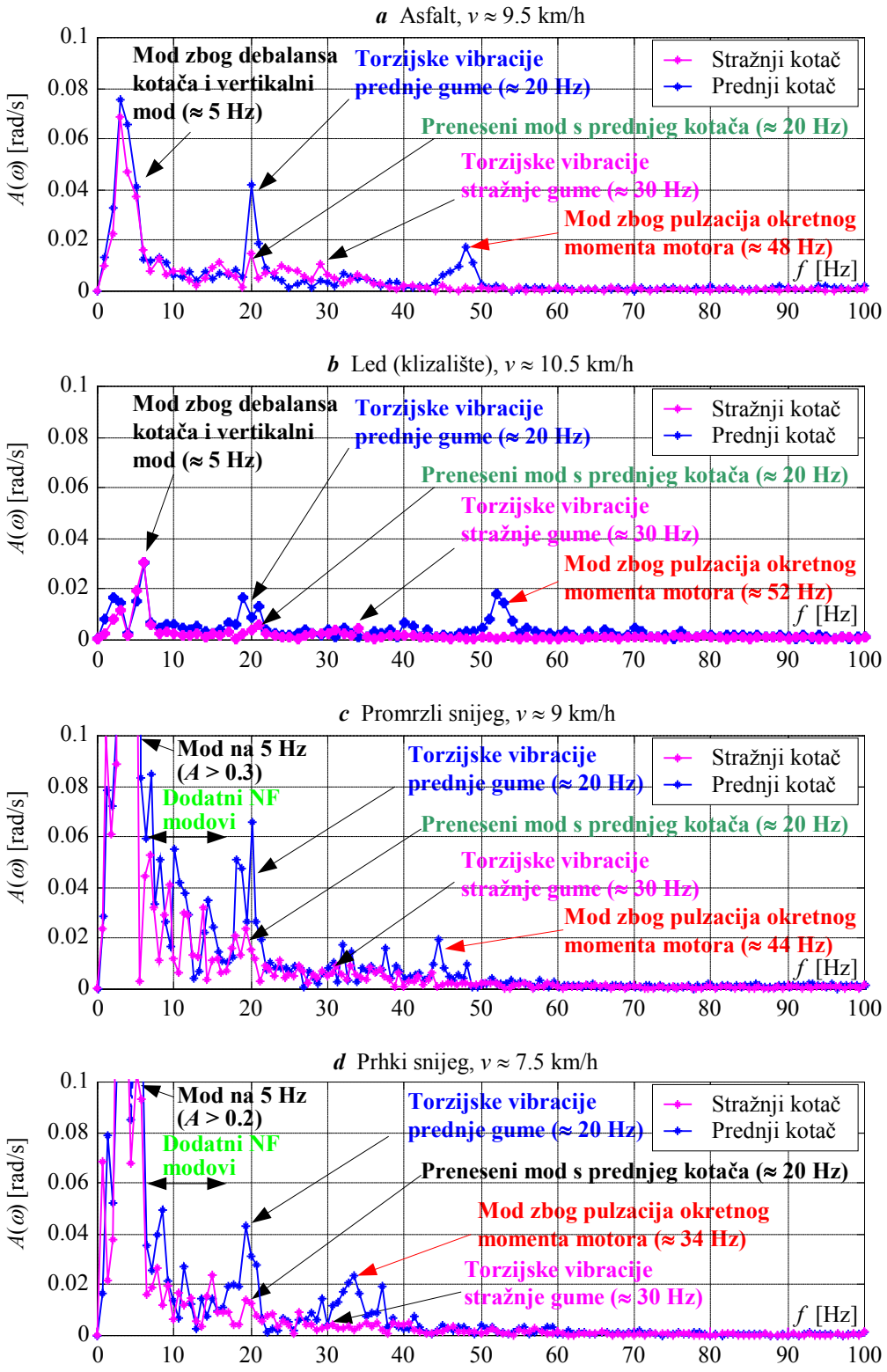
[4] Torzijske vibracije gume stražnjeg kotača imaju frekvenciju veću od 20 Hz zbog razmjerno malog momenta inercije naplatka stražnjeg kotača u odnosu na moment inercije sklopa motora i naplatka prednjeg kotača.



Slika 4.21. *Skupni prikaz procijenjenih amplitudnih spektara signala brzine vrtnje kotača s ABS senzora (Ford Focus vozilo) korištenih u analizi torzijskih vibracija autogume: raspon brzina vozila 30 – 50 km/h (a) i raspon brzina vozila 50 – 80 km/h (b).*



Slika 4.22. *Tipični mjerni signali brzine vrtnje prednjeg i stražnjeg kotača eksperimentalnog električnog vozila tijekom vožnje na različitim tipovima podloga.*



Slika 4.23. *Amplitudni spektri i karakteristični rezonancijski modovi signala brzine vrtnje stražnjeg i prednjeg kotača sa slike 4.22.*

4.3.3.4. Procjena parametara modela torzijskih vibracija autogume

Kako bi se istakle značajke modova torzijskih vibracija u signalu brzine vrtnje kotača za potrebe identifikacije vremenski-diskretnog AR modela, potrebno je filtrirati signal brzine vrtnje kotača pojasnopropusnim filtrom. Filtar treba propustiti mod torzijskih vibracija, te istodobno dobro prigušiti ostale frekvencijske komponente kako ne bi utjecale na identifikaciju AR modela torzijskih vibracija. Za pojedine primjene odabrani su sljedeći vremenski-diskretni pojasnopropusni filtri:

1. *Identifikacija AR modela vibracija na 40 Hz (signali s Ford Focus vozila)*: Čebiševljev filtar reda $2N = 8$ i graničnih frekvencija propusnog opsega $f_{g1} = 28$ Hz i $f_{g2} = 65$ Hz ($T_s = 1.6$ ms za signale s ABS senzora, $T_s = 0{,}6$ ms za signals VR senzora).
2. *Identifikacija AR modela vibracija na 20 Hz (signal brzine vrtnje prednjeg kotača električnog vozila)*: Butterworthov filtar reda $2N = 10$ i graničnih frekvencija propusnog opsega $f_{g1} = 12$ Hz i $f_{g2} = 30$ Hz ($T_s = 2$ ms).

Na slici 4.24 dan je usporedni prikaz amplitudnih spektara izvornih signala brzine vrtnje kotača i signala filtriranih pojasnopropusnim filtrima za izdvajanje rezonancijskog moda torzijskih vibracija autogume. Amplitudni spektri signala s ABS senzora Ford Focus vozila prikazani su na slici 4.24a, dok su na slici slici 4.24b prikazani spektri signala sa senzora brzine vrtnje prednjeg kotača električnog vozila. Amplitudni spektri na slikama 4.24a i 4.24b pokazuju da filtriranje signala brzine vrtnje ne utječe na oblik rezonantnog moda torzijskih vibracija, odnosno amplitudni spektri izvornog i filtriranog signala su vrlo slični unutar propusnog opsega filtra za dani tip podloge. Međutim, treba napomenuti da se u slučaju mjerenja na snijegu (te u znatno manjoj mjeri na betonu) u blizini torzijskog moda na 40 Hz (Ford Focus), odnosno 20 Hz (električno vozilo), pojavljuju takozvani pokrajni (parazitski) modovi koje pojasnopropusni filtar ne može potpuno ukloniti pa oni mogu unijeti određenu nesigurnost u procjenu parametara AR modela torzijskih vibracija.

Učinkovitost procjene parametara AR modela a_1 i a_2 i odgovarajućih parametara modela torzijskih vibracija ilustrirana je na primjeru signala s ABS senzora za vožnju po vlažnom ledu, vlažnom snijegu i suhom betonu pri brzini $v \approx 40$ km/h. Rezultati procjene dani su u tablici 4.6, dok su frekvencijske karakteristike AR modela i amplitudni spektri "obojenog" šuma ceste η_c prikazani su na slici 4.25. Rezultati ukazuju na sljedeće:

- Amplitudno-frekvencijske karakteristike L_{AR} na slici 4.30a uistinu ukazuju na postojanje rezonantnih izdizanja na frekvencijama između 40 i 50 Hz (Tablica 4.5) za sve tipove podloga. Najveći iznos rezonantnog izdizanja dobiven je za suhi beton

(najmanji ζ), dok je najmanji dobiven za vlažni led (najveći ζ). Povećanje faznog kašnjenja φ_{AR} u blizini rezonantne frekvencije f_r jače je izraženo za suhi beton nego za vlažni led i snijeg.

- Amplitudni spektri "obojenog" šuma proporcionalnog šumu ceste $A(\eta_c)$ na slici 4.25b pokazuju da se najmanje amplitude modova obojenog šuma dobiju za vožnju po vlažnom ledu, dok se najveće amplitude modova dobiju za vlažni snijeg. Amplitudni spektar obojenog šuma η_c za vlažni snijeg sadrži dva izražena rezonantna moda na približno 30 i 55 Hz (približno odgovaraju pokrajnim modovima amplitudnog spektra signala brzine vrtnje za snijeg na slici 4.24).

Tablica 4.6. *Rezultati procjene parametara AR modela za vožnju po vlažnom ledu, vlažnom snijegu i suhom betonu pri brzini oko 40 km/h i odgovarajuće vrijednosti parametara modela torzijskih vibracija (ABS senzor).*

Tip podloge:	Parametri AR modela:		Parametri modela torzijskih vibracija:		
	a_1	a_2	ζ	f_n [Hz]	$f_r = f_n\sqrt{1-2\zeta^2}$ [Hz]
Vlažni led	-1,7653	0,9560	0,0505	44,22	44,12
Vlažni snijeg	-1,7834	0,9669	0,0386	43,27	43,21
Suhi beton	-1,7758	0,9804	0,0215	45,70	45,68

Skupni rezultati procjene faktora prigušenja ζ i rezonancijskih frekvencija f_r modova torzijskih vibracija zasnovani na podacima s ABS i VR senzora Ford Focus vozila[5] u području malih klizanja kotača prikazani su na slikama 4.26 – 4.29. Skupni prikazi vrijednosti procijenjenih parametara ζ i f_r za slučaj mjerenja na ABS senzorima za raspone brzina vozila 30-50 km/h i 50-80 km/h i vožnju po suhom betonu, vlažnom snijegu i ledu, suhom hrapavom ledu i suhom utabanom snijegu dani su redom na slikama 4.26 i 4.27. Na slikama 4.26 i 4.27 također su prikazani i intervali pouzdanosti procjene faktora prigušenja $\pm\sigma_\zeta$ (σ_ζ - standardno odstupanje procjene ζ). Prosječne (srednje) vrijednosti faktora prigušenja torzijskih vibracija sa slika 4.26 i 4.27 za mjerenja s desne strane vozila prikazane su na slici 4.28. Rezultati procjene parametara modela torzijskih vibracija zasnovani na signalima s VR senzora za

[5] Procjena parametara zasnovana na mjerenjima s ABS senzora provedena je samo za brzine vozila $v > 30$ km/h zbog inherentnih ograničenja propusnog opsega ABS senzora (Dodatak A.1).

vožnju po suhom betonu, vlažnom ledu i vlažnom snijegu za raspon brzina vozila 10-80 km/h prikazani su na slici 4.29. Na osnovi predstavljenih rezultata može se zaključiti sljedeće:

- Veće vrijednosti faktora prigušenja ζ dobivene su za podloge karakterizirane malim iznosima gradijenta statičke karakteristike u području malih klizanja i obratno. Najmanji prosječni (srednji) iznosi faktora prigušenja ζ dobiveni su za suhi beton.
- Prosječni iznosi faktora prigušenja ζ za suhi beton lako se razaznaju u odnosu na prosječne iznose faktora prigušenja za druge tipove podloga pri brzinama vozila većim od 50 km/h (naročito se dobro razaznaju u odnosu na vlažni snijeg i led).
- Veza između prosječnih vrijednosti procijenjenih faktora prigušenja ζ i iznosa gradijenata k u području malih klizanja nije tipa inverzne proporcionalnosti. Na primjer, pri brzini vozila od približno 50 km/h prosječna vrijednost procijenjenog faktora prigušenja ζ je samo 50% manja u odnosu na vrijednosti faktora prigušenja za vlažni snijeg i led za slučaj signala s ABS senzora. Nešto bolje razlučivanje faktora prigušenja ζ za suhi beton postiže kada se koriste signali s VR senzora. Međutim, valja uočiti da je gradijent statičke karakteristike u području malih klizanja za suhi beton približno tri puta veći u odnosu na gradijent statičke karakteristike za vlažni snijeg, odnosno 5-8 puta veći u odnosu na vlažni led (pogledati sliku 4.18). Uzroci ovim neslaganjima mogu biti:
    1. razmjerno slaba pobuda moda torzijskih vibracija (slab šum ceste),
    2. ograničenje propusnog opsega ABS senzora (naročito na nižim brzinama),
    3. prilično složen postupak pripreme signala (ABS senzor) i filtriranje pojasnopropusnim filtrom razmjerno visokog reda,
    4. pogreške modeliranja vezane uz pojednostavnjeni izraz (2-37) i postojanje dodatnih rezonancijskih modova blizu moda na približno 40 Hz (slika 4.24).
- Za slučaj kada su korišteni signali s ABS senzora uočava se značajno rasipanje procijenjenih iznosa faktora prigušenja ζ, naročito u slučaju vožnje po snijegu i ledu te pri većim brzinama vozila. Također je prisutno razmjerno veliko preklapanje procijenjenih vrijednosti faktora prigušenja za suhi beton, suhi hrapavi led i suhi utabani snijeg pri brzinama vozila 30-50 km/h i mjerenja na prednjim kotačima.
- Procijenjene vrijednosti rezonancijske frekvencije f_r moda torzijskih vibracija se uglavnom nalaze između 38 Hz i 52 Hz. Vrijednosti f_r za pojedini tip podloge i kotač vozila se bitno ne rasipaju. Čini se da s porastom brzine vozila procijenjeni iznosi rezonancijskih frekvencija ponešto rastu, no ovaj efekt nije naročito izražen.

Prethodno navedeni rezultati ukazuju da je u slučaju mjerenja s ABS senzora uistinu moguće razlučiti između vožnje po suhom betonu i vožnje po podlozi karakteriziranoj niskim potencijalom trenja pri brzinama vozila iznad 50 km/h samo na osnovi procjene faktora prigušenja ζ torzijskih vibracija na približno 40 Hz. Međutim, pouzdano razlučivanje tipa podloge karakterizirane niskim potencijalom trenja (suhi/vlažni snijeg ili led) nije moguće samo na osnovi procjene faktora prigušenja moda torzijskih vibracija. Primjenom VR senzora dobije se neznatno bolje razlučivanje suhog betona od vlažnog leda i snijega, no ne postiže se bitno poboljšanje glede razlučivanja između vlažnog leda i vlažnog snijega.

Na slici 4.30a prikazani su skupni rezultati procjene faktora prigušenja ζ i rezonancijskih frekvencija f_r modova torzijskih vibracija prednjeg kotača električnog vozila zajedno s odgovarajućim intervalima pouzdanosti procjene $\pm\sigma_\zeta$ i $\pm\sigma_f$ (σ_ζ ,σ_f – redom standardna odstupanja procjene ζ i f_r,). Sva mjerenja odgovaraju vožnji uz razmjerno male iznose vučne sile F (faktore klizanja s_m, konzultirati sliku 4.19) i brzine vozila $v < 2.6$ km/h, odnosno $v > 6.2$ km/h (da se izbjegne utjecaj pulzacija okretnog momenta motora na mod torzijskih vibracija na približno 20 Hz [70]). Na slici 4.30b dane su prosječne (srednje) vrijednosti procijenjenih parametara ζ i f_r. Rezultati na slikama 4.30a i 4.30b upotpunjuju glavne rezultate dobivene mjerenjima na Ford Focus vozilu:

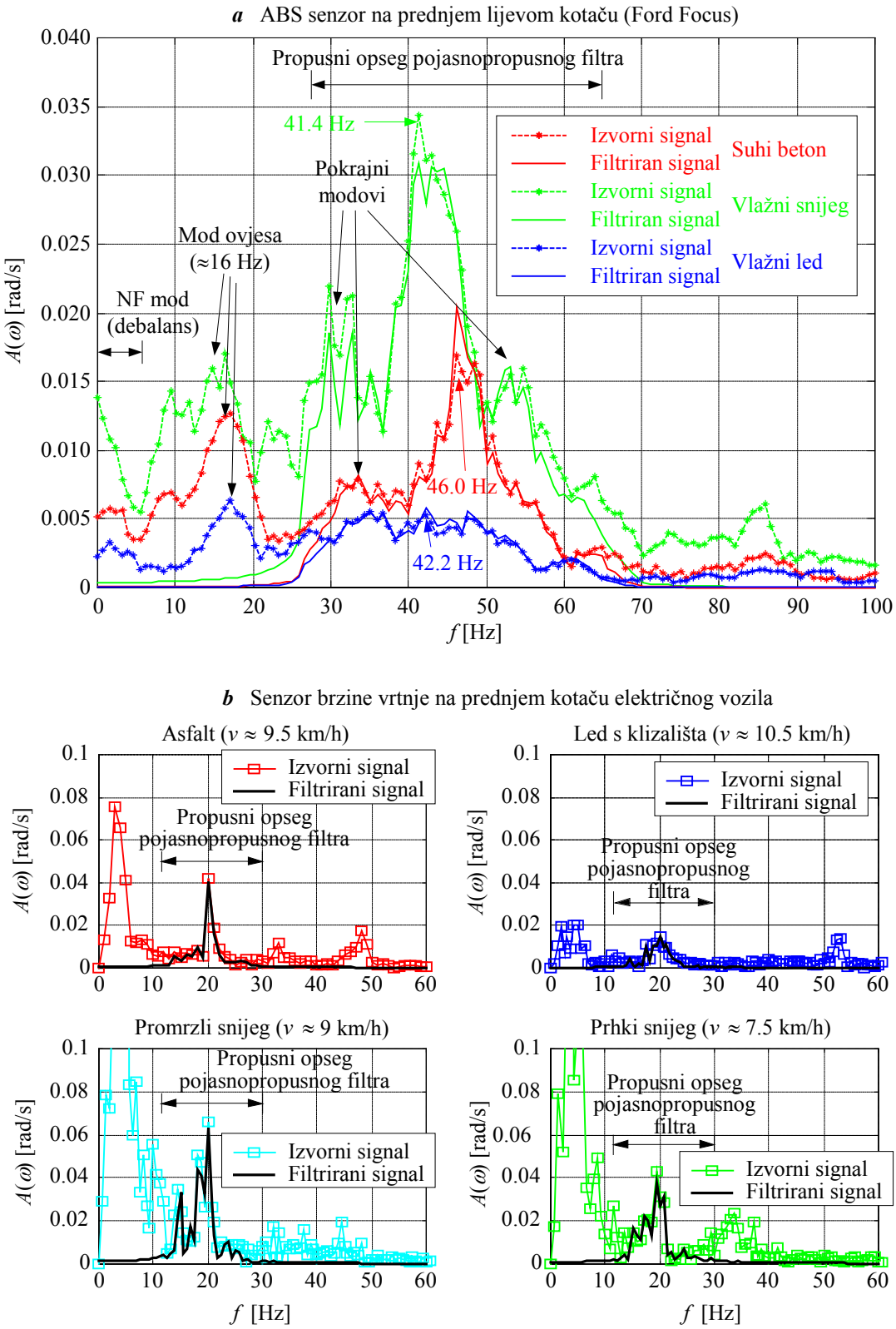
- Procijenjene vrijednosti faktora prigušenja ζ moda torzijskih vibracija vidljivo koreliraju s vrijednostima gradijenata statičkih karakteristika u području malih klizanja (Slika 4.19). Najmanje prosječne vrijednosti i najmanja rasipanja faktora prigušenja ζ dobiju se za vožnju po asfaltu (najveći iznos gradijenta statičke karakteristike), dok se najveći prosječni iznosi faktora ζ uz razmjerno velika rasipanja dobiju za vožnju po prhkom snijegu (najmanji iznos gradijenta statičke karakteristike).
- **Omjer** srednjih vrijednosti **faktora prigušenja ζ za asfalt i led** (1:1.58) praktički je **jednak recipročnom omjeru** pripadajućih **gradijenata statičkih karakteristika** u području malih klizanja (k_{asf} : k_{led} = 1.55 : 1).

Ovime je potvrđena recipročna veza između iznosa gradijenta statičke karakteristike i faktora prigušenja torzijskih vibracija ζ, odnosno valjanost modela torzijskih vibracija danog izrazima (2-37) - (2-41). Razlog dobrom slaganju procijenjenih vrijednosti faktora ζ i gradijenata statičkih karakteristika za asfalt i led prvenstveno leži u iznimno visokoj točnosti mjerenja brzine vrtnje kotača i rekonstrukcije vučne sile (u usporedbi s mjerenjima na Ford Focus vozilu). Treba također uočiti da se procijenjene vrijednosti faktora ζ za asfalt i led preklapaju u određenoj mjeri što je posljedica razmjerno bliskih iznosa pripadajućih

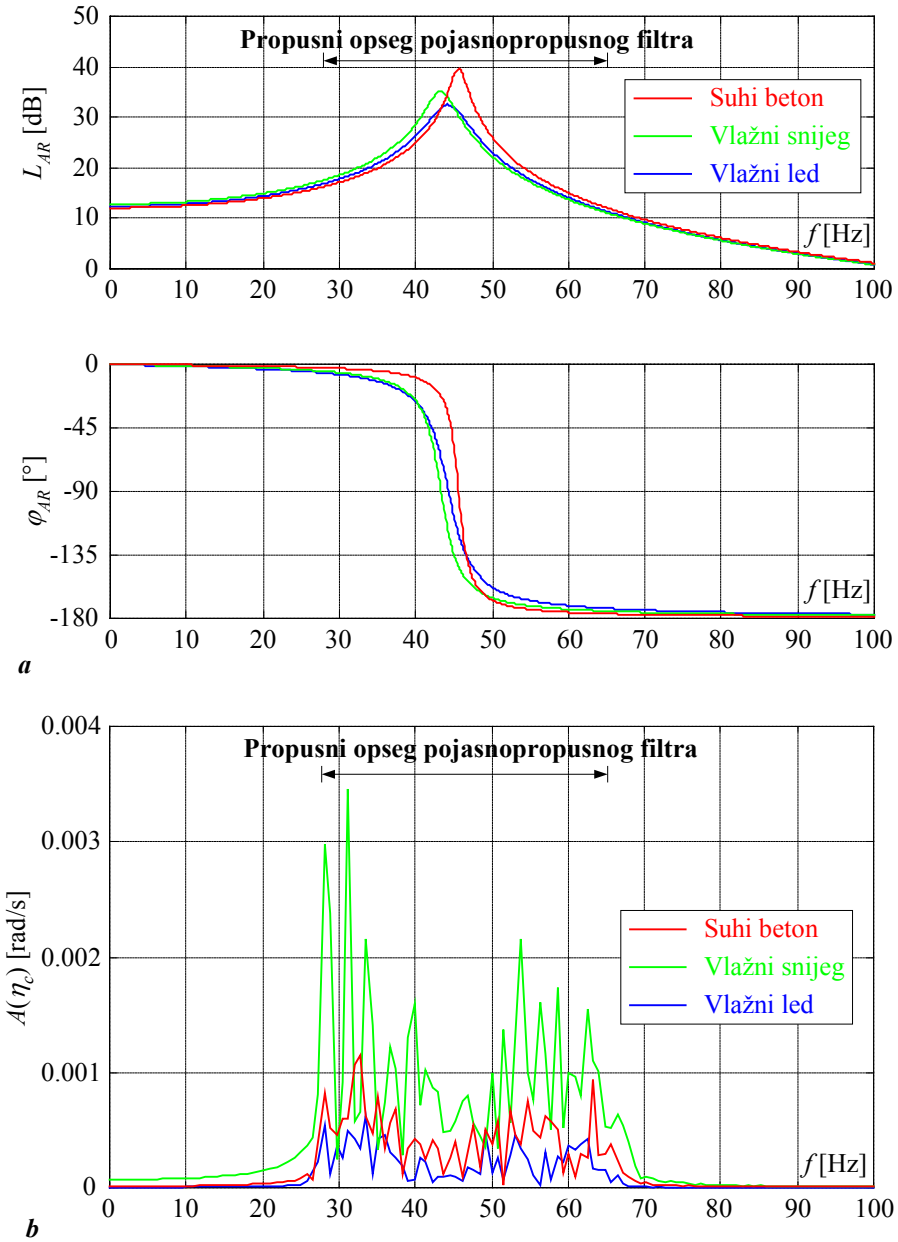
gradijenata statičkih karakteristika (Slika 4.19b), te razmjerno slabe pobude moda torzijskih vibracija (šume ceste).

Rezultati na slikama 4.30a i 4.30b također ukazuju da su za mjerenja na snijegu srednji iznosi faktora prigušenja dva do tri puta manji od iznosa očekivanih na temelju analize gradijenata statičkih karakteristika (omjer gradijenata statičkih karakteristika za asfalt i prhki snijeg iznosi 8,6:1, dok odgovarajući omjer faktora prigušenja iznosi 1:3,1). Nadalje, postoji značajno preklapanje iznosa faktora ζ dobivenih za promrzli snijeg s vrijednostima dobivenim za asfalt i led. Navedena odstupanja i preklapanja procijenjenih vrijednosti faktora prigušenja torzijskih vibracija vjerojatno su posljedica preklapanja rezonancijskog moda torzijskih vibracija na 20 Hz s niskofrekvencijskim modovima u signalu brzine vrtnje kotača, a koji se nisu mogli u potpunosti ukloniti primjenom pojasnopropusnog filtra (Slika 4.24b).

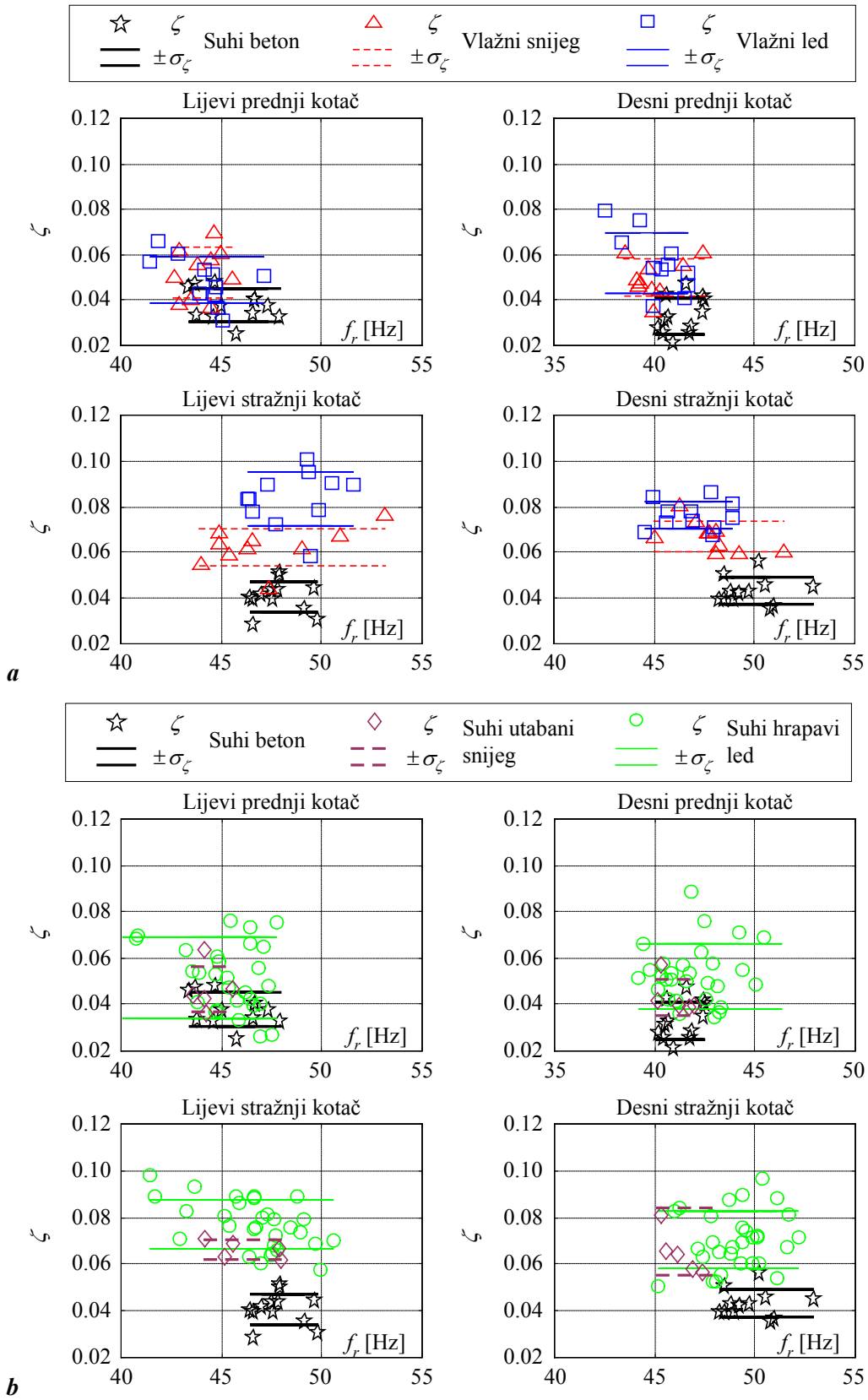
Za mjerenja na ledu i asfaltu dobivene su razmjerno bliske vrijednosti rezonancijskih frekvencija torzijskih vibracija f_r uz razmjerno malo rasipanje. S druge strane, za mjerenja na snijegu dobiju se nešto manje srednje vrijednosti rezonancijskih frekvencija uz ponešto veće rasipanje podataka koje se također može objasniti utjecajem niskofrekvencijskih modova na mod torzijskih vibracija na 20 Hz.



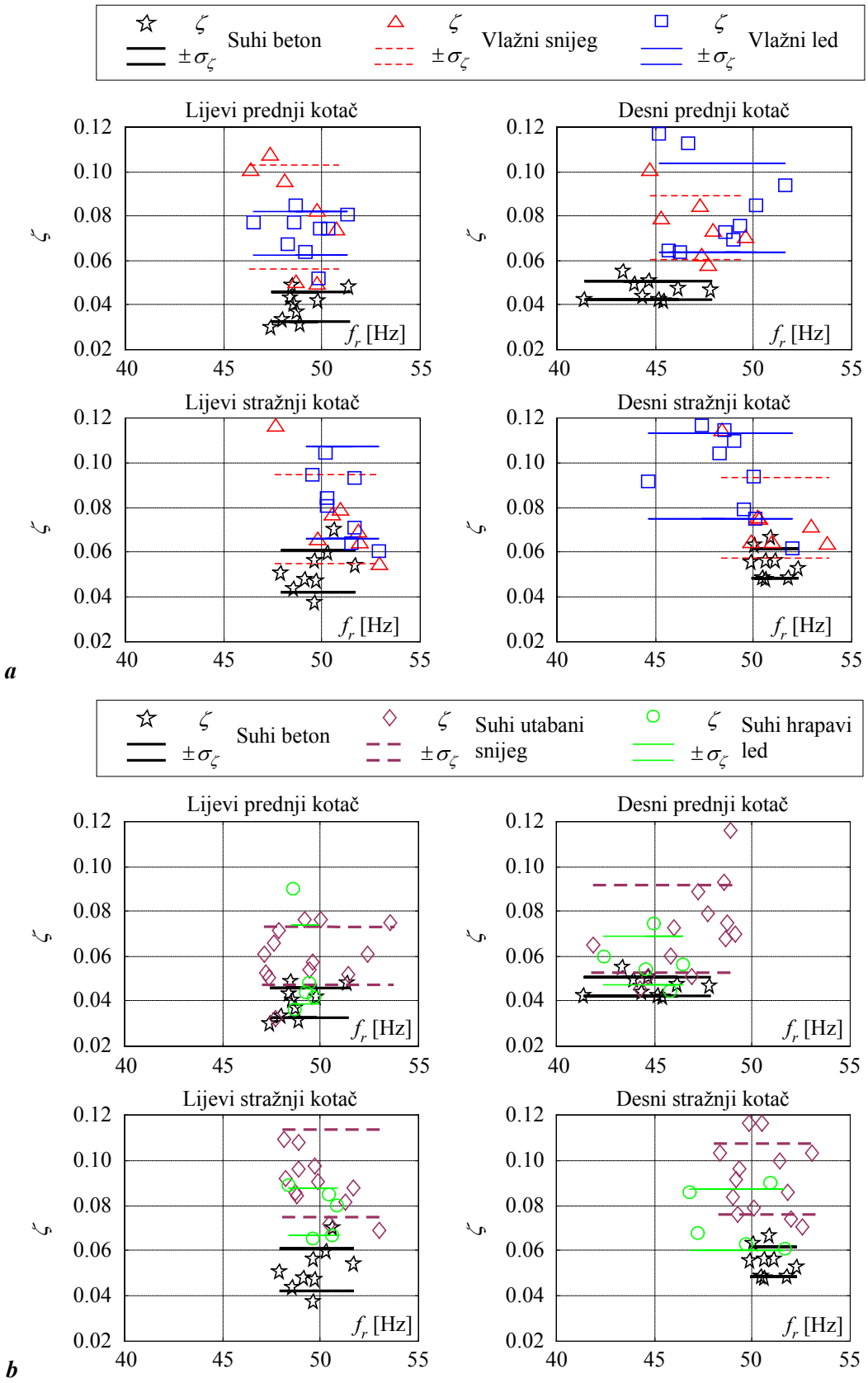
Slika 4.24 *Amplitudni spektri signala brzine vrtnje kotača prije i nakon pojasnopropusnog filtriranja za slučaj mjerenja na: Ford Focus vozilu (a), i električnom vozilu (b).*



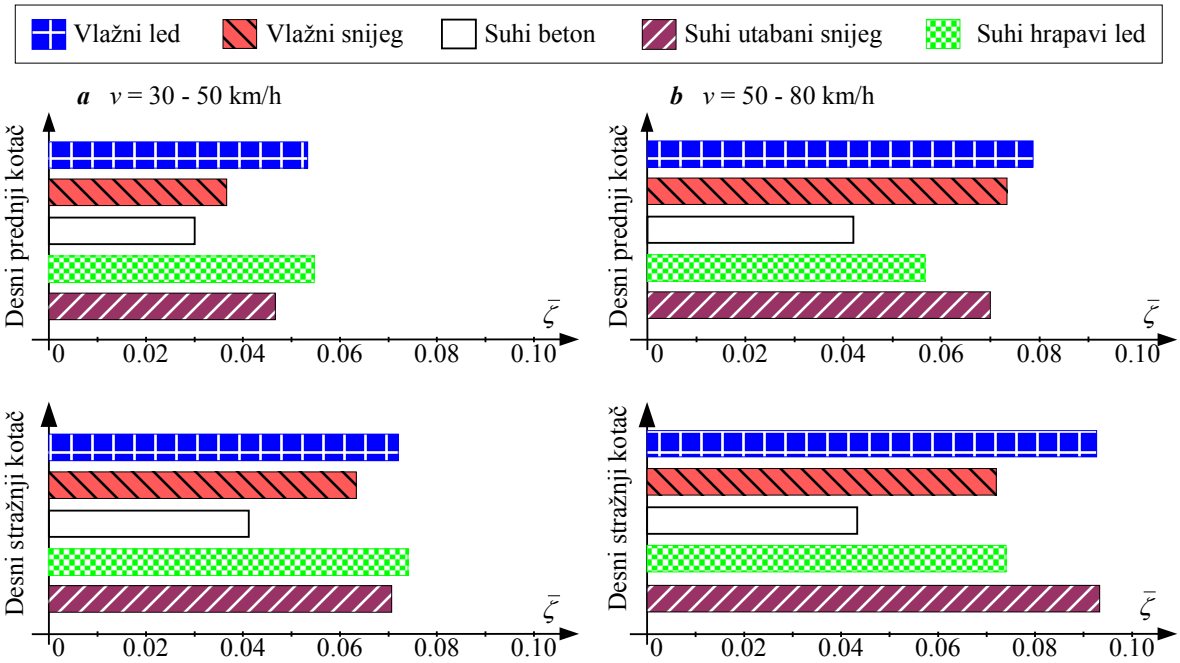
Slika 4.25. *Frekvencijske karakteristike identificiranih AR modela torzijskih vibracija (a) i amplitudni spektri procijenjenog "obojenog" šuma (b) za vožnju po suhom betonu, vlažnom snijegu i vlažnom ledu (v ≈ 40 km/h, Ford Focus, ABS senzor).*



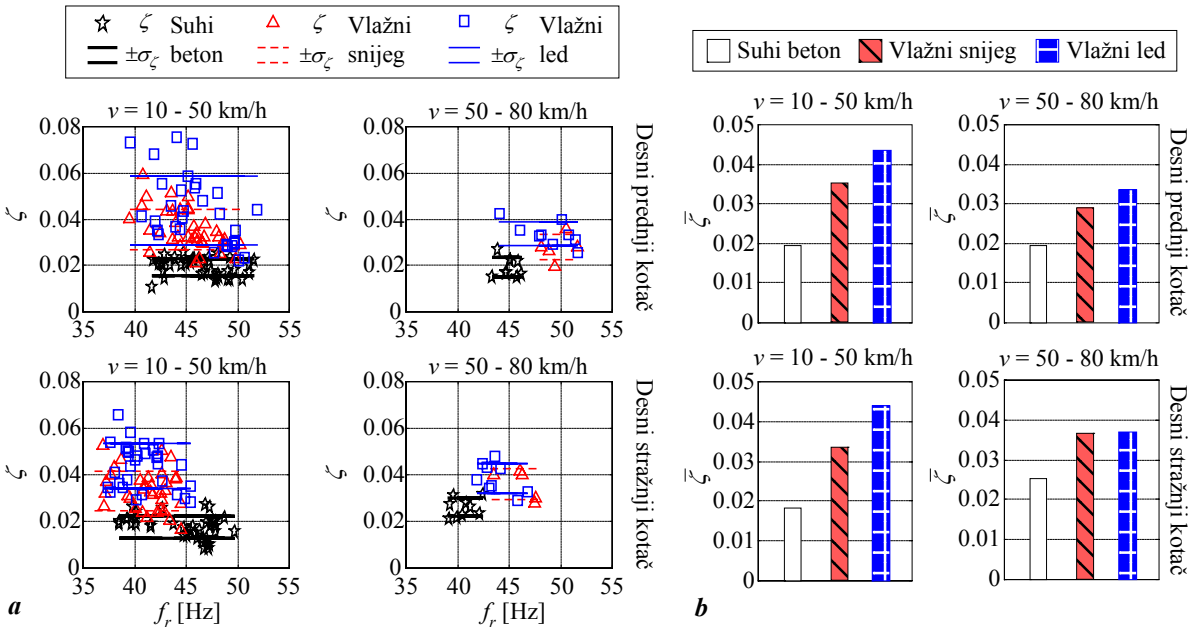
Slika 4.26. *Usporedni rezultati procjene parametara modela torzijskih vibracija za suhi beton, vlažni led i vlažni snijeg (a), i suhi beton, suhi hrapavi led i suhi utabani snijeg (b) za mjerenja s* ***ABS*** *senzora i* ***raspon brzina vozila 30 – 50 km/h****.*



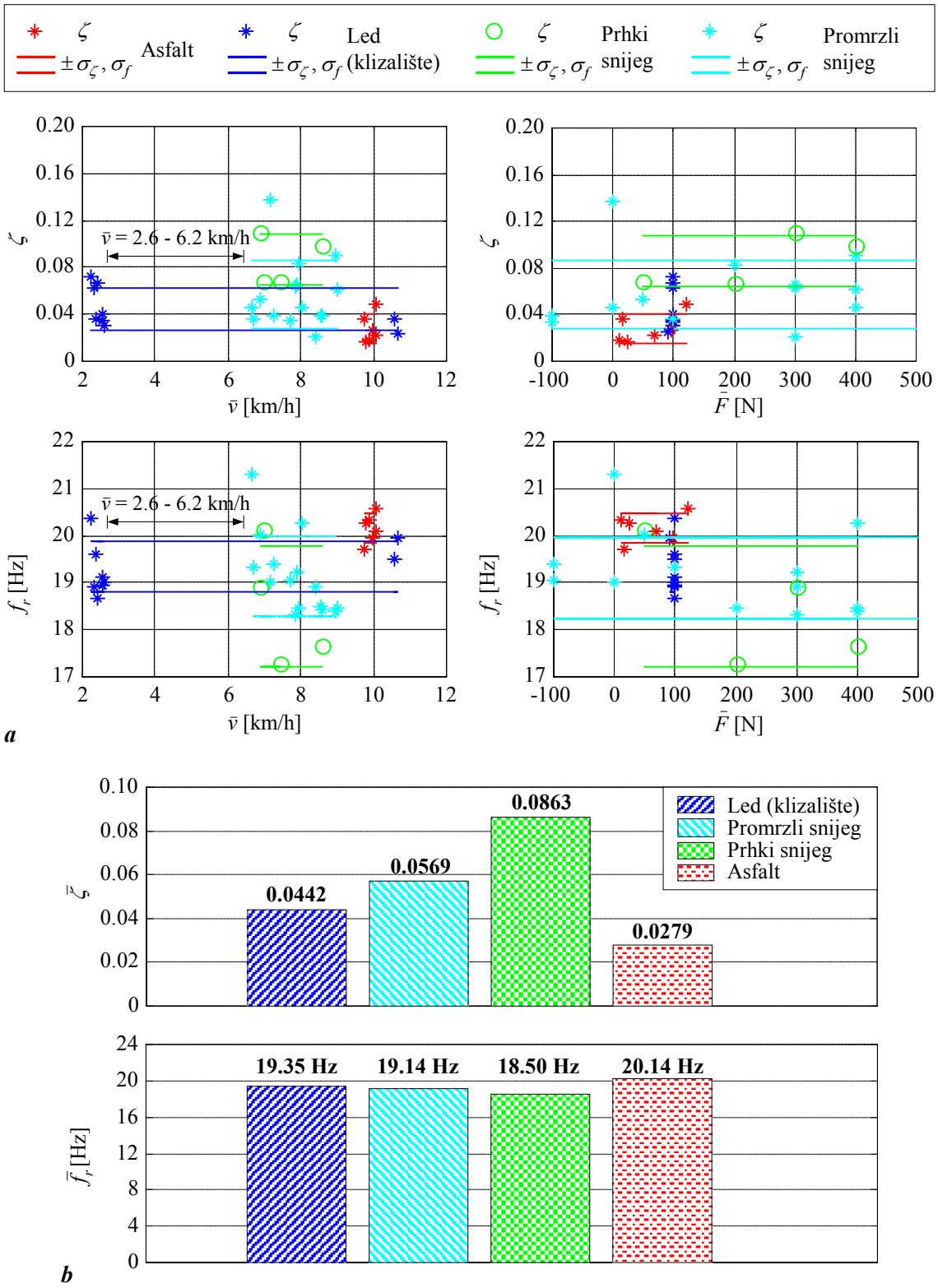
Slika 4.27 *Usporedni rezultati procjene parametara modela torzijskih vibracija za suhi beton, vlažni led i vlažni snijeg (a), i suhi beton, suhi hrapavi led i suhi utabani snijeg (b) za mjerenja s* ***ABS*** *senzora i* ***raspon brzina vozila 50 – 80 km/h****.*



Slika 4.28. *Usporedni prikaz srednjih vrijednosti faktora prigušenja torzijskih vibracija ζ sa slike 4.26 (a) i slike 4.27 (b).*



Slika 4.29. *Usporedni rezultati procjene parametara modela torzijskih vibracija (a), i srednje vrijednosti faktora prigušenja (b) za suhi beton, vlažni led i vlažni snijeg za slučaj signala s* ***VR*** *senzora i* ***raspon brzina vozila 10 – 80 km/h****.*



Slika 4.30. *Rezultati procjene parametata modela torzijskih vibracija* ***prednjeg kotača električnog vozila*** *u ovisnosti o brzini vozila i vučnoj sili (a), i njihove prosječne vrijednosti (b) za vožnju na ledu, snijegu prekrivenom ledom, prhkom snijegu i asfaltu.*

5. Adaptivni Kalmanov filtar

U ovom poglavlju opisuje se standardni oblik Kalmanovog filtra i adaptacijski mehanizam zasnovan na detekciji naglih promjena varijabli stanja procesa. Navedeni se algoritmi stapaju u cjeloviti adaptivni algoritam (sustav) procjene varijabli stanja, koji se odlikuje visokom točnošću slijeđenja varijabli stanja i povoljnim odnosom signala i šuma.

5.1. Klasični oblik Kalmanovog filtra

5.1.1. Model procesa

Razmatra se problem procjene varijabli stanja multivarijabilnog, linearnog, stohastičkog i vremenski-diskretnog sustava s promjenljivim parametrima opisanog sljedećim modelom (k – korak uzorkovanja) [75, 76]:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}(k-1)\,\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{G}(k-1)\,\mathbf{u}(k-1) + \mathbf{\Omega}(k-1)\boldsymbol{\nu}(k-1)\,, \tag{5-1}$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{e}(k)\,, \tag{5-2}$$

gdje su:

$\mathbf{x}(k)$, $\mathbf{y}(k)$ – redom vektori varijabli stanja i izlaznih varijabli (dimenzija $n\times1$ i $m\times1$),

$\boldsymbol{\nu}(k–1)$ – vektor stohastičkih perturbacija varijabli stanja $\mathbf{x}$ (dimenzija $l\times1$),

$\mathbf{e}(k)$ – vektor šuma mjerenja (dimenzija $m\times1$),

$\mathbf{u}(k–1)$ – vektor ulaznih varijabli (dimenzija $p\times1$),

$\mathbf{F}(k–1)$ – matrica sustava (dimenzija $n\times n$),

$\mathbf{H}(k)$ – izlazna matrica (dimenzija $m\times n$),

$\mathbf{G}(k–1)$ – ulazna matrica (dimenzija $n\times p$),

$\mathbf{\Omega}(k–1)$ – matrica perturbacija stanja (dimenzija $n\times l$).

Pritom se pretpostavlja da pojedine komponente stohastičkih perturbacija u varijablama stanja $\boldsymbol{\nu}(k)$ i šuma mjerenja $\mathbf{e}(k)$ imaju svojstva bijelog šuma s očekivanjima (srednjim vrijednostima) jednakim nuli i vjerojatnosnim gustoćama raspodjela $p(\mathbf{e})$ i $p(\boldsymbol{\nu})$ normalnog (Gaussovskog) tipa (Dodatak B). Nadalje, pretpostavlja se da su vektori stohastičkih varijabli $\boldsymbol{\nu}(k)$ i $\mathbf{e}(k)$ međusobno neovisni (nekorelirani), te da su također pojedine komponente svakog od vektora $\boldsymbol{\nu}(k)$ i $\mathbf{e}(k)$ međusobno nekorelirane. Navedeni uvjeti mogu se iskazati sljedećim izrazima ($E(\cdot)$ je očekivanje stohastičkog procesa, Dodatak B, [75]):

$$E\nu(k) = \underline{0},$$
$$E\mathbf{e}(k) = \underline{0}, \tag{5-3}$$

$$E\left\langle \nu(k)\mathbf{e}^T(k) \right\rangle = \underline{0}, \tag{5-4}$$

$$E\left\langle \nu(k)\nu^T(k) \right\rangle = \mathbf{Q}(k) = \begin{bmatrix} q_{11}(k) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_{22}(k) & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_{ll}(k) \end{bmatrix}, \tag{5-5}$$

$$E\left\langle \mathbf{e}(k)\mathbf{e}^T(k) \right\rangle = \mathbf{R}(k) = \begin{bmatrix} r_{11}(k) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & r_{22}(k) & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & r_{mm}(k) \end{bmatrix}, \tag{5-6}$$

gdje je:

$\underline{0}$ – nul-matrica, odnosno nul-vektor,

$\mathbf{Q}(k)$, $\mathbf{R}(k)$ – redom pozitivno definitne simetrične matrice kovarijanci stohastičkih perturbacija u varijablama stanja i šuma mjerenja.

Dijagonalni elementi matrica kovarijanci $\mathbf{Q}(k)$ i $\mathbf{R}(k)$ odgovaraju varijancama pojedinih komponenti vektora $\boldsymbol{\nu}(k)$ i $\mathbf{e}(k)$. Kako je pretpostavljeno da su pojedine komponente vektora $\boldsymbol{\nu}(k)$ i $\mathbf{e}(k)$ međusobno nekorelirane, izvandijagonalni elementi (međukorelacije) su jednaki nuli.

Varijable stanja $\mathbf{x}(k)$ stohastičkog modela (5-1) karakterizirane su očekivanjem $E(\mathbf{x}(k)) = \overline{\mathbf{x}}(k)$ i matricom kovarijanci odstupanja varijabli stanja $\mathbf{x}(k)$ od očekivanih vrijednosti $\overline{\mathbf{x}}(k)$ definiranom sljedećim izrazom [75]:

$$\mathbf{P}(k) \triangleq E\left\langle \left[\mathbf{x}(k) - \overline{\mathbf{x}}(k)\right]\left[\mathbf{x}(k) - \overline{\mathbf{x}}(k)\right]^T \right\rangle . \tag{5-7}$$

Može se pokazati da je uz poznatu matricu kovarijanci perturbacija stanja $\mathbf{Q}(k)$ dinamika matrice kovarijanci $\mathbf{P}(k)$ procesa opisanog izrazom (5-1) određena takozvanom vremenski-diskretnom Riccatijevom jednadžbom (izvod dan u dodatku B, pogledati također [75]):

$$\mathbf{P}(k) = \mathbf{F}(k-1)\mathbf{P}(k-1)\mathbf{F}^T(k-1) + \boldsymbol{\Omega}(k-1)\mathbf{Q}(k-1)\boldsymbol{\Omega}^T(k-1) . \tag{5-8}$$

5.1.2. Struktura Kalmanovog filtra

Kalmanov filtar je sustav procjene varijabli stanja (estimator stanja) stohastičkog sustava, koji je optimalan u smislu minimuma kovarijance pogreške procjene varijabli stanja. Za stohastički sustav opisan izrazima (5-1), (5-2), (5-5) i (5-6) Kalmanov filtar je definiran sljedećim dinamičkim jednadžbama [75, 76]:

$$\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1) = \mathbf{F}(k-1)\,\hat{\mathbf{x}}(k-1 \mid k-1) + \mathbf{G}(k-1)\,\mathbf{u}(k-1)\,, \tag{5-9}$$

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k \mid k-1) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1)\,, \tag{5-10}$$

$$\mathbf{P}(k \mid k-1) = \mathbf{F}(k-1)\mathbf{P}(k-1 \mid k-1)\mathbf{F}^T(k-1) + \boldsymbol{\Omega}(k-1)\mathbf{Q}(k-1)\boldsymbol{\Omega}^T(k-1)\,, \tag{5-11}$$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k \mid k-1)\mathbf{H}^T(k)[\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k \mid k-1)\mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1}\,, \tag{5-12}$$

$$\mathbf{P}(k \mid k) = \mathbf{P}(k \mid k-1) - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k \mid k-1)\,, \tag{5-13}$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k \mid k) = \hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1) + \mathbf{K}(k)\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k \mid k-1)\,, \tag{5-14}$$

gdje je:

$\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1)$, – inicijalna procjena varijabli stanja na osnovi determinističkog dijela modela procesa (5-1) (a-priori procjena stanja),

$\hat{\mathbf{x}}(k \mid k)$ – konačna procjena varijabli stanja korigirana na osnovi mjerenja (a-posteriori procjena stanja),

$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k \mid k-1)$ – inicijalna procjena predikcijske pogreške Kalmanovog filtra.

$\mathbf{K}(k)$ – matrica pojačanja Kalmanovog filtra,

$\mathbf{P}(k|k–1)$, $\mathbf{P}(k|k)$ – redom inicijalna (a-priori) i korigirana (a-posteriori) procjena matrica kovarijanci pogreški procjene stanja.

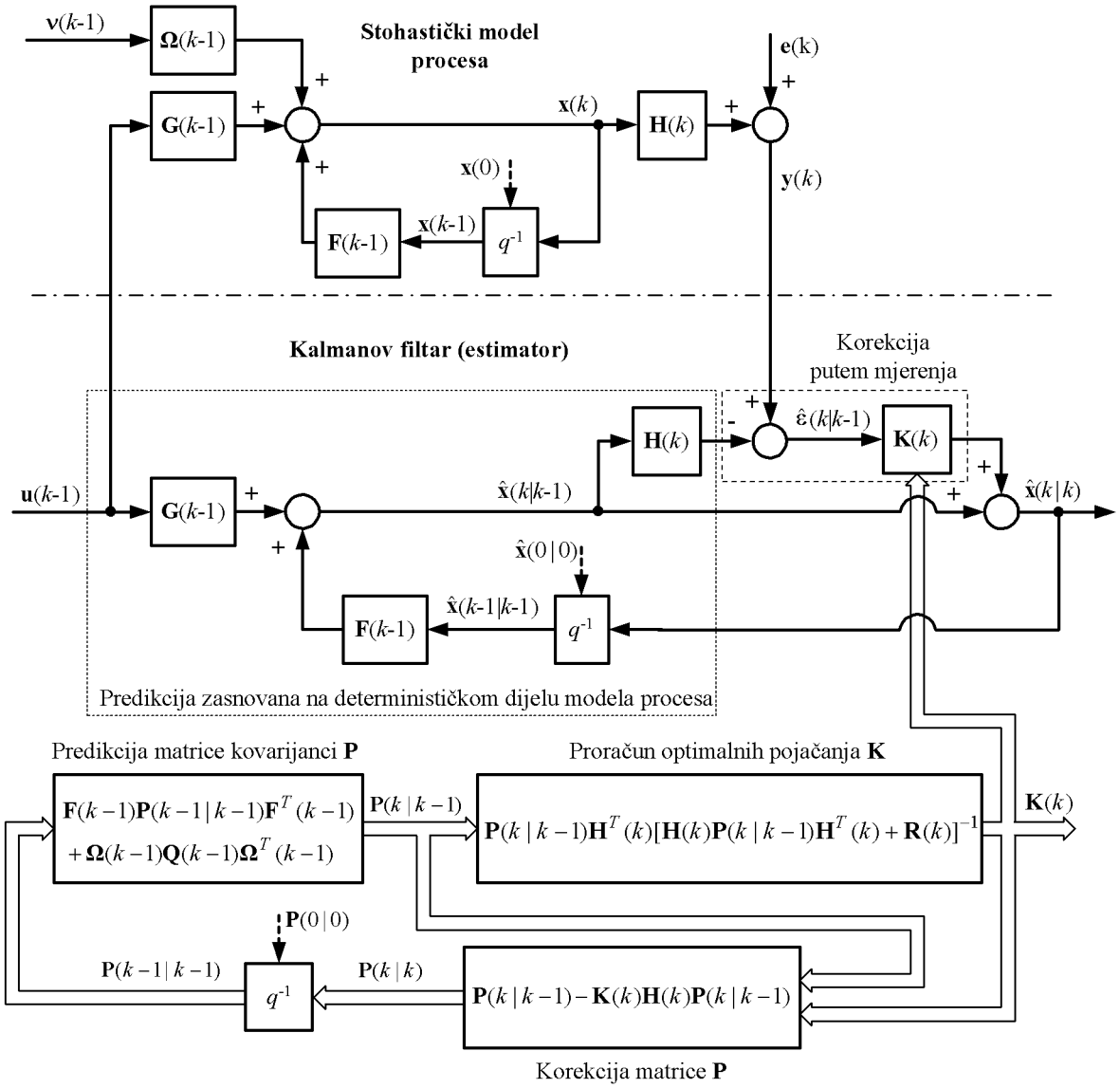
A-posteriori procjena varijabli stanja $\hat{\mathbf{x}}(k \mid k)$ predstavlja procjenu očekivanja varijabli stanja $\mathbf{x}(k)$ na temelju inicijalne (a-priori) procjene $\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1)$ i korekcije putem mjerenja. Pojačanja Kalmanovog filtra $\mathbf{K}(k)$ za korekciju a-priori procjene stanja $\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1)$ određuju se na temelju procjene matrice a-priori kovarijanci pogreške $\mathbf{P}(k|k–1)$ (iz Riccatijeve jednadžbe (5-11)) i modela mjerenja (matrice $\mathbf{H}(k)$ i varijanci šuma mjerenja $\mathbf{R}(k)$). Uz poznate vrijednosti varijanci šuma mjerenja $\mathbf{R}(k)$ i varijanci perturbacija stanja $\mathbf{Q}(k–1)$ iznosi pojačanja $\mathbf{K}(k)$ su takvi da je procjena stanja karakterizirana minimumom LQG kriterija optimalnosti:

$$\Im = \left[\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k \mid k)\right]^T \left[\mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k \mid k)\right] = \sum_{i=1}^{n} (x_i(k) - \hat{x}_i(k \mid k))^2\,, \tag{5-15}$$

uz osigurano asimptotski stabilno vladanje Kalmanovog filtra [75].

Detaljan izvod izraza (5-9) – (5-14), te dokazi optimalnosti i stabilnosti[1] Kalmanovog filtra dani su u [75, 76] i tamo navedenim referencama.

Usporedni blokovski dijagrami stohastičkog modela procesa i Kalmanovog filtra prikazani su na slici 5.1. Kalmanov filtar može se podijeliti na algoritam procjene varijabli stanja (estimator) i proračun optimalnih pojačanja. Proračun pojačanja $\mathbf{K}(k)$ potpuno je neovisan o procjeni stanja, dok sam estimator predstavlja identičnu kopiju determinističkog dijela modela procesa proširenu odgovarajućom korekcijom po mjerenjima [75, 76]. Kalmanov filtar može se također promatrati kao takozvana prediktor-korektor struktura, jer se trenutni iznosi varijabli stanja i matrica kovarijanci inicijalno računaju predikcijom na temelju modela



Slika 5.1. *Usporedba blokovskih dijagrama stohastičkog modela procesa i odgovarajućeg Kalmanovog filtra kao sustava procjene varijabli stanja (estimatora).*

[1] Dokaz stabilnost Kalmanovog filtra zasniva se na dokazu ograničenosti matrice kovarijanci **P** (vidi [76]).

procesa iz vrijednosti dobivenih u prošlom koraku, te se naknadno korigiraju putem mjerenja, odnosno pojačanja $\mathbf{K}(k)$ [77].

Utjecaj korekcije mjerenja $\mathbf{K}(k)\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k\,|\,k-1)$ na konačnu procjenu stanja $\hat{\mathbf{x}}(k\,|\,k)$ može se ilustrirati analizom izraza (5-12) za optimalno pojačanje Kalmanovog filtra $\mathbf{K}(k)$ [77]:

- Ako varijance šuma mjerenja teže u nulu ($\mathbf{R}(k) = \underline{0}$), izraz za pojačanja $\mathbf{K}(k)$ poprima sljedeći oblik (radi općenitostii pretpostavlja se da je matrica $\mathbf{H}(k)$ invertibilna) [77]:

$$\mathbf{K}(k) = \lim_{\mathbf{R}(k)\to\underline{0}} \mathbf{P}(k\,|\,k-1)\mathbf{H}^T(k)[\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k\,|\,k-1)\mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k)]^{-1} = \mathbf{H}^{-1}(k)\,. \quad (5\text{-}16)$$

  Uvrštavanjem izraza (5-16) u izraz (5-13) procjena varijabli stanja glasi:

$$\hat{\mathbf{x}}(k\,|\,k) = \hat{\mathbf{x}}(k\,|\,k-1) + \mathbf{H}^{-1}(k)[\mathbf{y}(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}(k\,|\,k-1)] = \mathbf{H}^{-1}(k)\mathbf{y}(k)\,, \quad (5\text{-}17)$$

  odnosno, procjena stanja uz zanemariv šum $\mathbf{e}(k)$ oslanja se isključivo na mjerenja.

- Ako matrica kovarijanci odstupanja a-priori procjene varijabli stanja $\mathbf{P}(k|k–1)$ teži u nul-matricu, uz $\mathbf{R}(k) \neq \underline{0}$, (procjena varijabli stanja $\hat{\mathbf{x}}(k\,|\,k-1)$ jednaka je očekivanim vrijednostima) članovi matrice pojačanja $\mathbf{K}(k)$ poprimaju vrijednosti jednake nuli:

$$\mathbf{K}(k) = \lim_{\mathbf{P}(k|k-1)\to\underline{0}} \left(\mathbf{P}(k\,|\,k-1)\mathbf{H}^T(k)[\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k\,|\,k-1)\mathbf{H}^T(k) + \mathbf{R}(k)]\right) = \underline{0}\,, \quad (5\text{-}18)$$

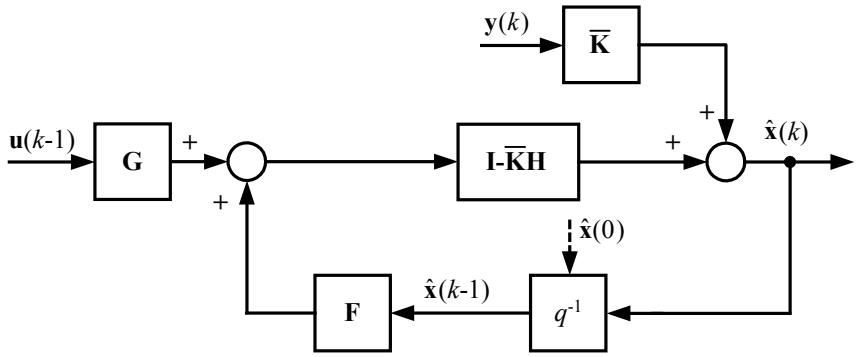
  odnosno, deterministički dio modela (5-1) vjerno opisuje dinamičko vladanje procesa (na primjer zato što je $\mathbf{Q}(k) \to \underline{0}$), te nije potrebna korekcija procjene varijabli stanja putem mjerenja.

5.1.3. Stacionarni Kalmanov filtar

Ukoliko stohastički proces opisan izrazima (5-1) i (5-2) ima konstantne parametre (vremenski neovisne matrice $\mathbf{F}$, $\mathbf{G}$, $\mathbf{H}$ i $\boldsymbol{\Omega}$), te ukoliko su stohastičke perturbacije $\boldsymbol{\nu}$ i šum mjerenja $\mathbf{e}$ stacionarnog karaktera (konstantne varijance $\mathbf{Q}$ i $\mathbf{R}$), matrica kovarijanci $\mathbf{P}(k|k)$ i matrica pojačanja Kalmanovog filtra $\mathbf{K}(k)$ konvergiraju prema konstantnim stacionarnim vrijednostima $\overline{\mathbf{P}}$ i $\overline{\mathbf{K}}$ kada $k \to \infty$ [9]. Uvođenjem supstitucija $\hat{\mathbf{x}}(k) \equiv \hat{\mathbf{x}}(k\,|\,k)$ i $\hat{\mathbf{x}}(k-1) \equiv \hat{\mathbf{x}}(k-1\,|\,k-1)$, i sređivanjem blokovskog dijagrama estimatora varijabli stanja sa slike 5.1 dobije se blokovski dijagram vremenski invarijantnog (stacionarnog) Kalmanovog filtra na slici 5.2 ($\mathbf{I}$ – jedinična matrica). Konačni izraz za procjenu varijabli stanja stacionarnog Kalmanovog filtra nakon sređivanja glasi (vidi [9]):

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = (\mathbf{I} - \overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}(k-1) + (\mathbf{I} - \overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{G}\mathbf{u}(k-1) + \overline{\mathbf{K}}\mathbf{y}(k)\,, \quad (5\text{-}19)$$

odnosno, stacionarni Kalmanov filtar ima strukturu sličnu klasičnom (Luenbergerovom) estimatoru stanja. Stacionarne vrijednosti matrice kovarijanci pogreški predikcije $\overline{\mathbf{P}}$ i matrice pojačanja $\overline{\mathbf{K}}$ mogu se odrediti numeričkim putem iz izraza (5-11) – (5-13).



Slika 5.2. *Blokovski dijagram stacionarnog Kalmanovog filtra.*

Prema izrazu (5-2) procjena izlaznih varijabli $\hat{\mathbf{y}}(k)$ računa se prema sljedećem izrazu:

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}(k)\,. \tag{5-20}$$

Primjenom Z-transformacije na obje strane izraza (5-19) i (5-20) (uz pretpostavku da su početni uvjeti jednaki nuli) dobiju se nakon sređivanja sljedeći izrazi za stacionarni Kalmanov filtar u Z-području:

$$\begin{aligned} z\hat{\mathbf{x}}(z) &= (\mathbf{I}-\overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}(z) + (\mathbf{I}-\overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{G}\mathbf{u}(z) + z\overline{\mathbf{K}}\mathbf{y}(z)\,, \\ \hat{\mathbf{y}}(z) &= \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}(z)\,. \end{aligned} \tag{5-21}$$

Iz izraza (5-21) dobije se nakon određenih matričnih operacija sljedeća veza između procjena izlaznih veličina $\hat{\mathbf{y}}(z)$ i stanja $\hat{\mathbf{x}}(z)$, te ulaza $\mathbf{u}(z)$ i mjerenja $\mathbf{y}(z)$:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}(z) &= \mathbf{G}_{yu}\mathbf{u}(z) + \mathbf{G}_{yy}\mathbf{y}(z)\,, \\ \hat{\mathbf{x}}(z) &= \mathbf{G}_{xu}\mathbf{u}(z) + \mathbf{G}_{xy}\mathbf{y}(z)\,, \end{aligned} \tag{5-22}$$

gdje su matrice prijenosnih funkcija $\mathbf{G}_{yu}(z)$, $\mathbf{G}_{yy}(z)$, $\mathbf{G}_{xu}(z)$ i $\mathbf{G}_{xy}(z)$ definirane kako slijedi [5]:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{yu}(z) &= \mathbf{H}[z\mathbf{I}-(\mathbf{I}-\overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{F}]^{-1}(\mathbf{I}-\overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{G}\,, \\ \mathbf{G}_{yy}(z) &= z\mathbf{H}[z\mathbf{I}-(\mathbf{I}-\overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{F}]^{-1}\overline{\mathbf{K}}\,, \\ \mathbf{G}_{xu}(z) &= [z\mathbf{I}-(\mathbf{I}-\overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{F}]^{-1}(\mathbf{I}-\overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{G}\,, \\ \mathbf{G}_{xy}(z) &= z\mathbf{I}[z\mathbf{I}-(\mathbf{I}-\overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{F}]^{-1}\overline{\mathbf{K}}\,. \end{aligned} \tag{5-23}$$

Iz izraza za inverziju matrice ($|\cdot|$ – determinanta matrice, adj($\cdot$) – adjungiranje matrice):

$$[z\mathbf{I}-(\mathbf{I}-\overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{F}]^{-1} = \frac{\left\{\mathrm{adj}[z\mathbf{I}-(\mathbf{I}-\overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{F}]\right\}^T}{\left|z\mathbf{I}-(\mathbf{I}-\overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{F}\right|}\,, \tag{5-24}$$

karakteristični polinom Kalmanovog filtra određen je kako slijedi [78]:

$$A(z) = |\, z\mathbf{I}-(\mathbf{I}-\overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{F}\,|\,. \tag{5-25}$$

5.1.4. Podešavanje parametara Kalmanovog filtra

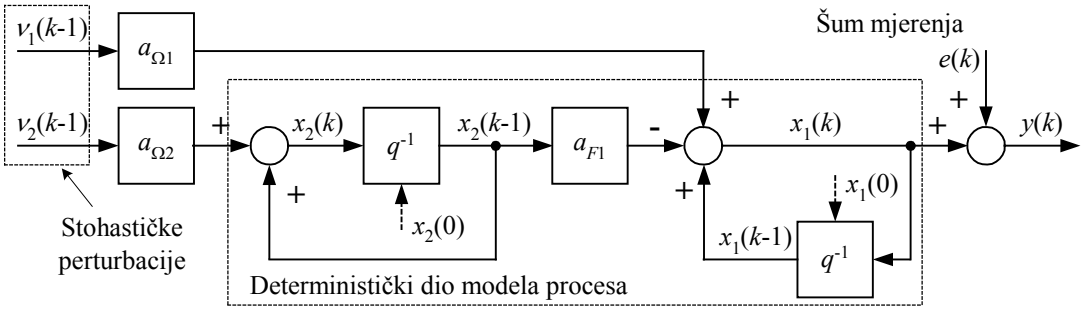
Prema izrazima (5-9) – (5-14) i slici 5.1 parametri Kalmanovog filtra su:

- matrice varijance perturbacija stanja i šuma mjerenja $\mathbf{Q}(k–1)$ i $\mathbf{R}(k)$,
- početne vrijednosti vektora procjene stanja $\hat{\mathbf{x}}(0\,|\,0)$, te početni iznosi elemenata matrice kovarijanci pogreške procjene stanja $\mathbf{P}(0|0)$,

Analiza u prethodnom odjeljku pokazala je da izbor varijanci šuma mjerenja $\mathbf{R}(k)$ i varijanci perturbacija stanja $\mathbf{Q}(k\text{-}1)$ izravno utječe na matricu pojačanja $\mathbf{K}(k)$, odnosno na korekciju a-priori procjene stanja $\hat{\mathbf{x}}(k\,|\,k-1)$. Kako je u većini primjena varijance šuma mjerenja $\mathbf{R}(k)$ razmjerno lako ocijeniti iz samih mjerenja $\mathbf{y}(k)$, proizlazi da varijance stohastičkih perturbacija u stanjima (definirane matricom $\mathbf{Q}(k–1)$) određuju podešenje Kalmanovog filtra. Ukoliko iznosi varijanci u matrici $\mathbf{Q}(k–1)$ točno odgovaraju varijancama pojedinih komponenti stohastičkih perturbacija u stanjima $\boldsymbol{\nu}(k–1)$, tada će a-posteriori procjena stanja $\hat{\mathbf{x}}(k\,|\,k)$ biti karakterizirana minimumom varijance odstupanja u odnosu na očekivane vrijednosti stanja procesa $\mathbf{x}(k)$. Međutim, u većini praktičnih primjena perturbacije u stanjima nisu mjerljive ili ih nije moguće procijeniti na jednostavan način, pa se elementi matrice $\mathbf{Q}(k–1)$ odabiru kao kompromis između većeg oslanjanja na mjerenja i bolje točnosti slijeđenja varijabli stanja (veći apsolutni iznosi članova matrice $\mathbf{Q}$), i povoljnog odnosa signal/šum u procijenjenim stanjima (koji se dobiju uz manje iznose matrice $\mathbf{Q}$) [9, 77].

Početne vrijednosti vektora procjene stanja $\hat{\mathbf{x}}(0\,|\,0)$ utječu na procjenu stanja na početku slijeđenja, dok pogreška početnog iznosa matrice kovarijanci $\mathbf{P}(0|0)$ utječe na proračun optimalnih pojačanja $\mathbf{K}(k)$ nakon pokretanja Kalmanovog filtra. Uslijed navedenog javlja se takozvana tranzijentna pogrešku slijeđenja, te je stoga potrebno početne vrijednosti $\hat{\mathbf{x}}(0\,|\,0)$ i $\mathbf{P}(0|0)$ postaviti čim bliže stvarnima [75, 9]. Početni iznosi varijabli stanja i matrice kovarijanci pogreške procjene stanja ne utječu na stabilnost Kalmanovog filtra [75].

Utjecaj izbora parametara (matrica kovarijanci $\mathbf{R}$ i $\mathbf{Q}$) na kvalitetu procjene varijabli stanja, odnosno dinamičke značajke Kalmanovog filtra ilustrira se na primjeru stohastičkog autonomnog modela drugog reda prikazanog na slici 5.3. Uzima se da su stohastičke perturbacije u varijablama stanja $\nu_1(k–1)$, $\nu_2(k–1)$ i šum mjerenja $e(k)$ međusobno neovisne stacionarne stohastičke varijable tipa bijelog šuma s normalnim vjerojatnosnim gustoćama raspodjela (odnosno međusobno nekorelirane i karakterizirane konstantnim iznosima varijanci). Na temelju navedenog, model procesa u prostoru stanja opisan je sljedećim izrazima:



Slika 5.3. *Vremenski-diskretni stohastički model drugog reda za analizu Kalmanovog filtra.*

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}\,\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{\Omega v}(k-1)\,, \tag{5-26}$$

$$y(k) = \mathbf{H}\mathbf{x}(k) + e(k)\,, \tag{5-27}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) &= [x_1(k) \quad x_2(k)]^T\,, \\ v(k-1) &= [v_1(k-1) \quad v_2(k-1)]^T\,, \end{aligned} \tag{5-28}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} a_{F1} & -a_{F2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} a_{\Omega 1} & 0 \\ 0 & a_{\Omega 2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = [1 \quad 0], \tag{5-29}$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = r\,. \tag{5-30}$$

Za analizu su odabrane sljedeće vrijednosti: $a_{F1} = a_{\Omega 1} = 0{,}16$, $a_{\Omega 2} = 0{,}01$, $q_1 = 4$, $q_2 = 25$ i $r = 1$.

Na slici 5.4a prikazani su simulacijski odzivi stohastičkog procesa, te rezultati procjene varijabli stanja i intervali 95%-tne pouzdanosti procjene stanja $\pm 2\sqrt{P_{11}}$ i $\pm 2\sqrt{P_{22}}$ [2] za slučaj optimalnog podešanja Kalmanovog filtra (elementi matrica **Q** i **R** Kalmanovog filtra jednaki su stvarnim varijancama q_1, q_2 i r). Uočava se da procijenjene varijable stanja razmjerno dobro prate varijable stanja procesa karakterizirane perturbacijama uslijed stohastičkih komponenti v_1 i v_2, te da se procijenjena stanja $\hat{x}_1$ i $\hat{x}_2$ pretežno nalaze unutar intervala 95%-tne pouzdanosti procjene oko stvarnih varijabli stanja x_1 i x_2. Optimalna pojačanja Kalmanovog filtra, prikazana na slici 5.4b, su konstantnih iznosa jer su matrice **F**, **H**, **Ω**, **Q** i **R** također konstantne (stacionarni Kalmanov filtar).

[2] $\sqrt{P_{11}}$ i $\sqrt{P_{22}}$ predstavljaju standardna odstupanja procjene stanja jer dijagonalni elementi matrice **P** (P_{11} i P_{22}) predstavljaju procijenjene iznose varijanci pogreški procjene varijabli stanja x_1 i x_2 [75].

Utjecaj proizvoljnog izbora elemenata q_1 i q_2 matrice **Q** Kalmanovog filtra na kvalitetu slijeđenja stohastičkih varijabli stanja ilustriran je usporednim simulacijskim odzivima stohastičkog procesa i procjene varijabli stanja prikazanim na slici 5.5, te proračunatim iznosima pojačanja i srednje kvadratne pogreške (RMS pogreške)[3] procjene stanja prikazanim na slici 5.6. Analiza je provedena za optimalno podešeni Kalmanov filtar, te Kalmanove filtre kod kojih su parametri q_1 i q_2 postavljeni na vrijednosti 10 i 100 puta manje od optimalnih, odnosno 10 puta veće od optimalnih vrijednosti $q_{1opt} = 4$ i $q_{1opt} = 25$ (parametar **R** postavljen je na stvarni iznos varijance šuma mjerenja $r = 1$). Rezultati analize pokazuju sljedeće:

- Ukoliko se vrijednosti parametara q_1 i q_2 postave na vrijednosti manje od optimalnih ($q_1 = 4$, $q_2 = 25$), Kalmanov filtar je karakteriziran razmjerno malom iznosima pojačanja, pa kvaliteta slijeđenja varijabli stanja postaje lošija (Kalmanov filtar ne može dobro pratiti brze promjene u varijablama stanja jer se ne oslanja na mjerenja u dovoljnoj mjeri). S druge strane, ukoliko se pojačanja (parametri q_1 i q_2) povećaju iznad optimalnih iznosa povećava se nivo šuma u procijenjenim stanjima (uslijed prevelikog oslanjanja na razmjerno zašumljena mjerenja).
- Najmanji iznos kvadratne pogreške procjene stanja dobije se za optimalno podešeni Kalmanov filtar (LQG optimalnost). Razmjerno malo smanjenje iznosa parametara (10 puta manji q_1 i q_2) ne utječe značajno na iznos kvadratne pogreške (iako rezultira u nešto lošijem slijeđenju varijabli stanja, Slika 5.5). Međutim, ukoliko se parametri q_1 i q_2 značajno smanje (100 puta), odnosno postave na 10 puta veće iznose od optimalnih, RMS pogreška slijeđenja značajno poraste (posljedica lošeg slijeđenja varijabli stanja kod malih iznosa q_1 i q_2, odnosno izraženog šuma kod velikih iznosa q_1 i q_2).

Dodatna analiza utjecaja izbora parametara q_1 i q_2 provedena je na temelju prijenosne funkciju izlaza Kalmanovog filtra $\hat{y}(z)$ s obzirom na mjerenje $y(z)$:

$$G_{yy}(z) = \frac{\hat{y}(z)}{y(z)} = \frac{K_1 z(z - 1 - a_{F2}K_2 / K_1)}{z^2 - [1 + a_{F1}(1 - K_1) + a_{F2}K_2]z + a_{F1}(1 - K_1)} \quad . \tag{5-31}$$

Valja uočiti da prijenosna funkcija $G_{yy}(z)$ ima nulu $z_{yy}=1 + a_{F2}K_2/K_1$ čiji iznos ovisi o iznosima pojačanja. Za razmjerno male omjere pojačanja K_2/K_1 nula z_{yy} ima vrijednost blisku jedinici (približno derivacijsko djelovanje).

---

[3] Srednja kvadratna pogreška (RMS pogreška) za i-tu varijablu stanja ($i = 1, 2, \ldots n$) definira se na sljedeći način (Dodatak B):

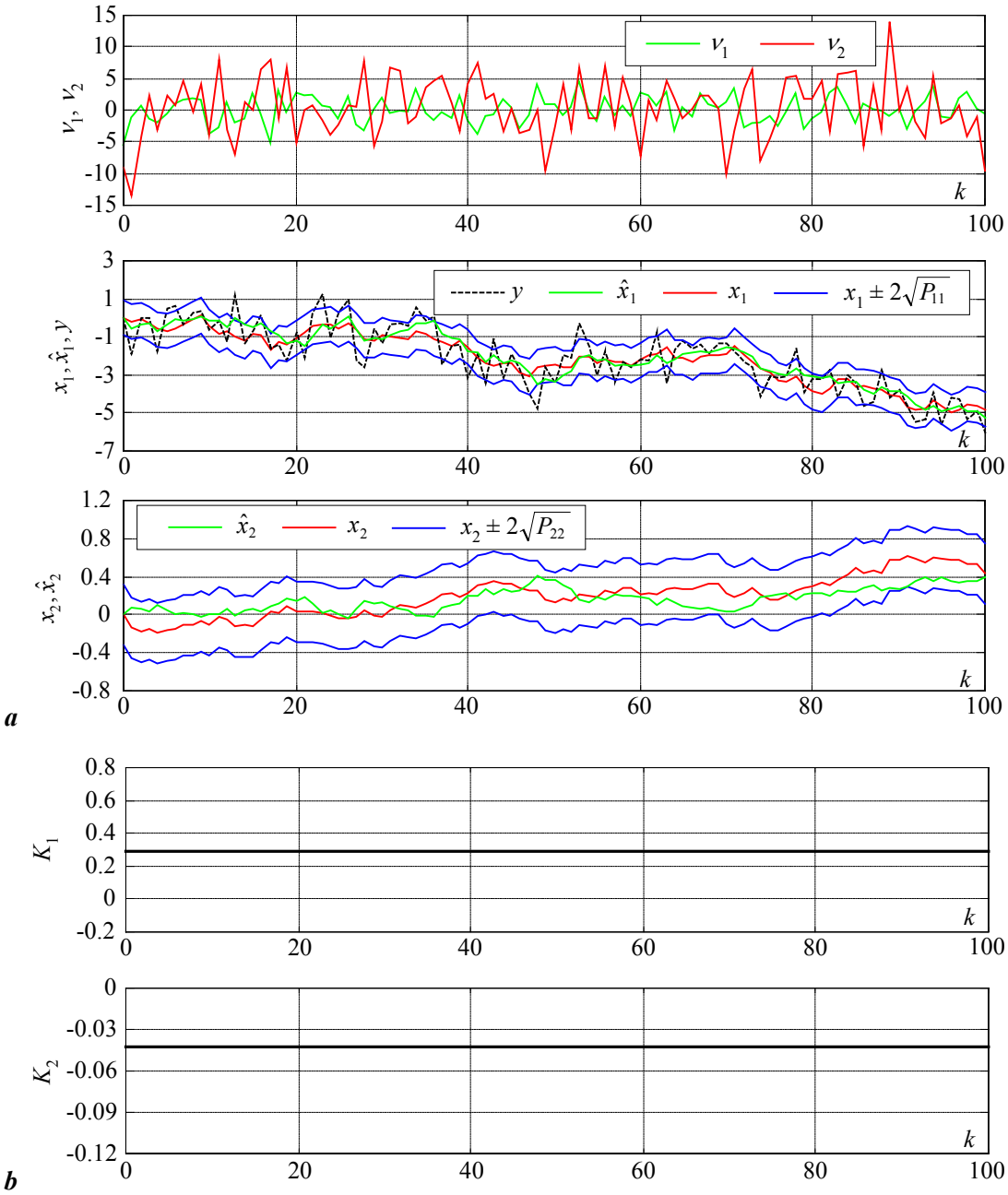
$$e_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}(x_i(k) - \hat{x}_i(k\,|\,k))^2}$$

Odzivi prijenosnih funkcija $G_{yy}(z)$ na jedinične skokovite pobude za različite iznose parametara q_1 i q_2 prikazani su na slici 5.7. Odzivi pokazuju da se veća brzina odziva postiže pri većim iznosima parametara q_1 i q_2 (veći iznosi pojačanja K_1 i K_2 podrazumijevaju bolje praćenje mjerene veličine).

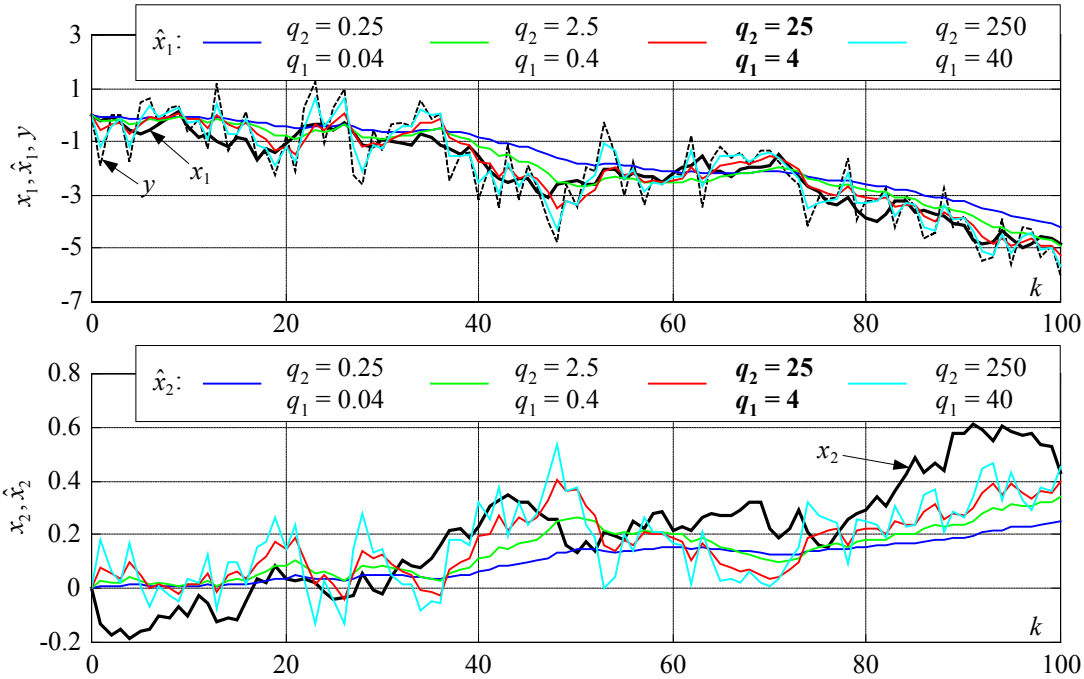
Položaji polova i nule z_{yy} prijenosne funkcije $G_{yy}(z)$ za širok raspon promjena parametara q_1 i q_2 prikazani su na slici 5.8. Rezultati analize ukazuju na sljedeće:

- Povećanje parametra q_1, odnosno simultano povećanje parametara q_1 i q_2 nema bitnog utjecaja na položaj dominantnog pola prijenosne funkcije $G_{yy}(z)$. Dominantni pol se nalazi u blizini nule z_{yy} pa dolazi do djelomične kompenzacije nule i dominantnog pola (slike 5.8a i 5.8b). Drugi realni pol pomiče se prema ishodištu koordinatnog sustava s povećanjem iznosa parametara q_1 i q_2, što je izravno vezano uz povećanje brzine odziva s obzirom na skokovitu promjenu izlazne veličine procesa na slici 5.7a.
- Ukoliko se povećava samo iznos parametra q_2 (Slika 5.8c) polovi postaju konjugirano-kompleksni i pomiču se prema ishodištu koordinatnog sustava (prema takozvanim dead-beat polovima). Ovi polovi, međutim, ostaju dobro prigušeni bez obzira na povećanje iznosa parametra q_2 (faktor prigušenja ζ im je veći od $\sqrt{2}/2$).

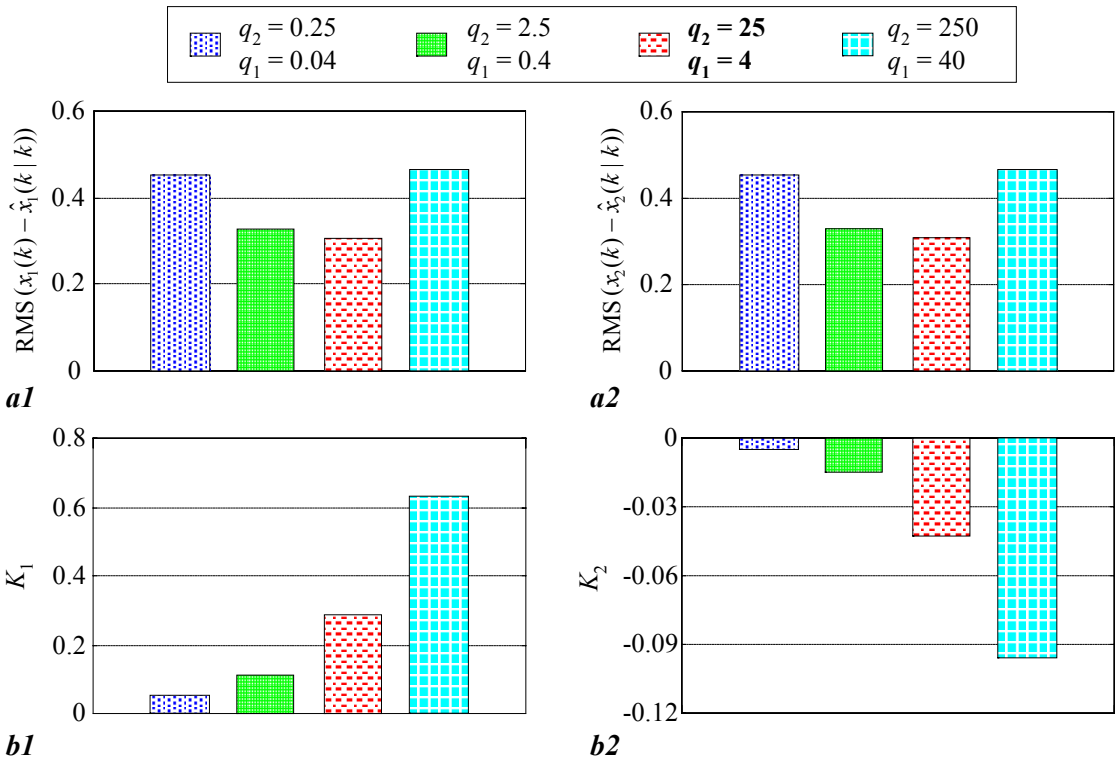
Navedeni rezultati ilustriraju da Kalmanov filtar uistinu daje optimalnu procjenu varijabli stanja u LQG smislu ukoliko su poznati iznosi varijanci stohastičkih perturbacija u varijablama stanja i varijance šuma mjerenja. Ukoliko varijance perturbacija u stanjima nisu poznate, izbor parametara **Q** matrice Kalmanovog filtra predstavlja kompromis između brzine odziva (širine propusnog opsega estimatora) i prigušenja šuma u procijenjenim stanjima. Iznosi pojačanja Kalmanovog filtra su takvi da su postiže njegovo dobro prigušeno vladanje za širok raspon parametara q_1 i q_2.



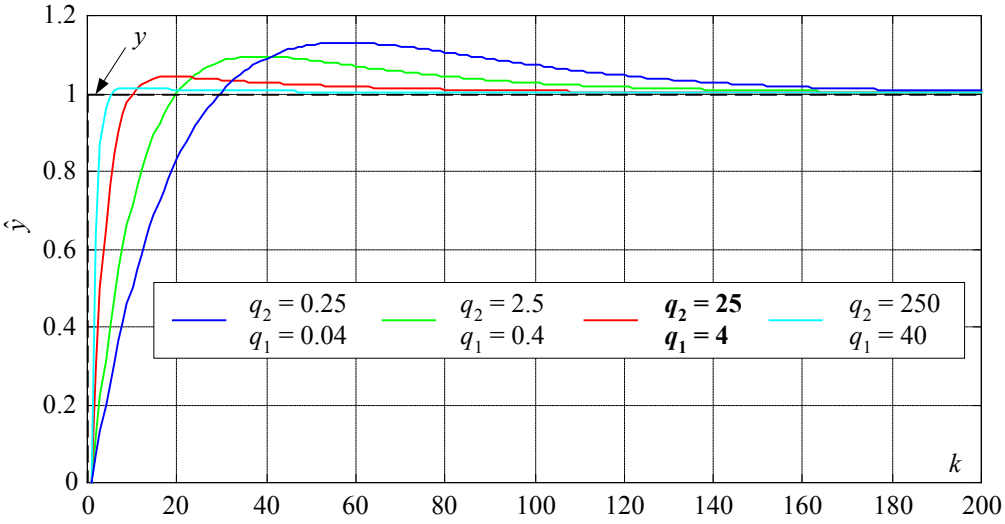
Slika 5.4. *Simulacijski odzivi stohastičkog procesa i rezultati procjene varijabli stanja (a), te optimalni iznosi pojačanja (b).*



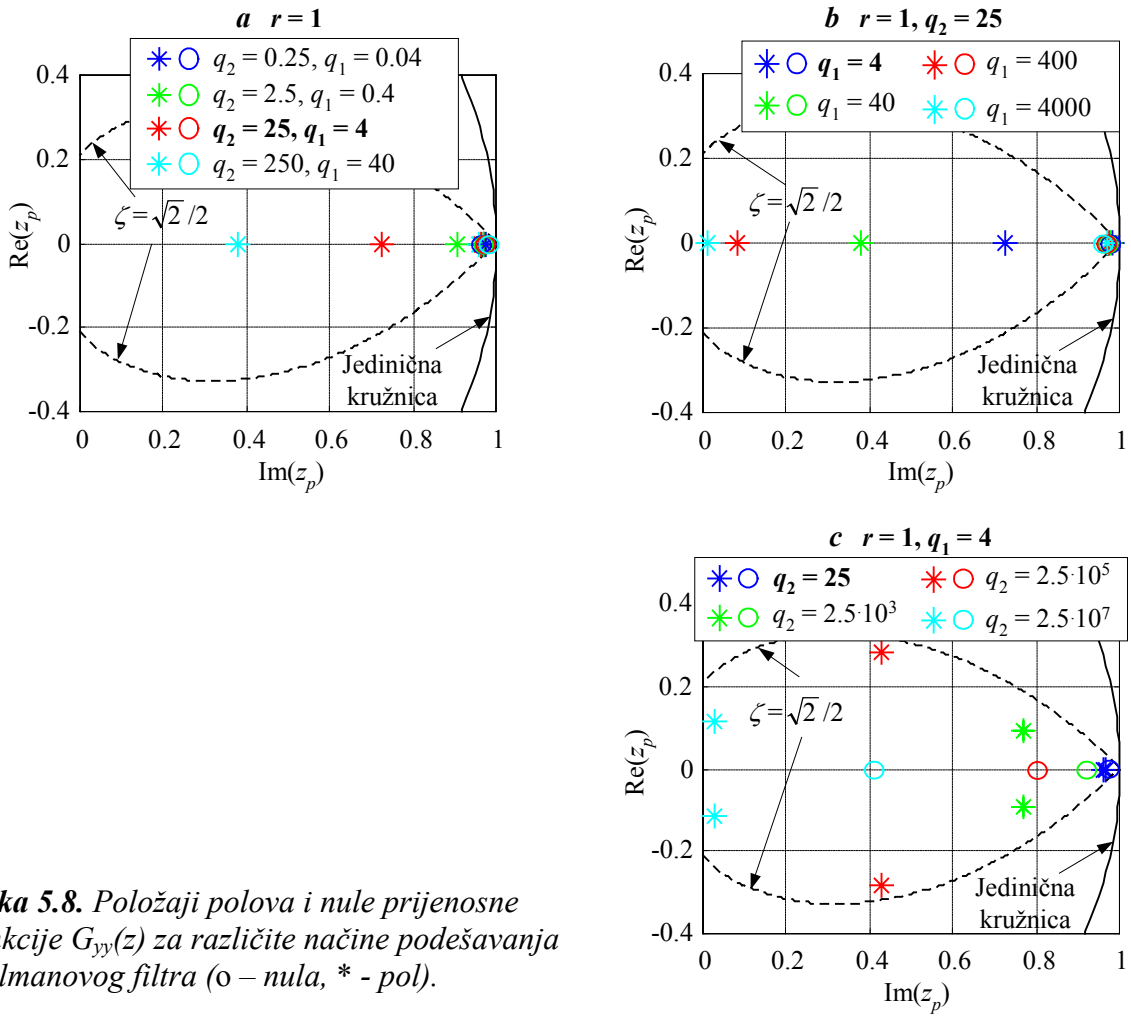
Slika 5.5. *Usporedni odzivi Kalmanovog filtra za različite izbore matrice* ***Q*** *(****R*** *= 1).*



Slika 5.6. *Iznosi srednje kvadratne pogreške (RMS pogreške) procjene stanja x_1 i x_2 (a), i odgovarajući iznosi pojačanja (b) za različita podešenja Kalmanovog filtra.*



Slika 5.7. *Usporedni odzivi prijenosnih funkcija Kalmanovog filtra $G_{yy}(z)$ na jediničnu skokovitu pobudu za različite izbore parametara q_1 i q_2 (**R** = 1).*



Slika 5.8. *Položaji polova i nule prijenosne funkcije $G_{yy}(z)$ za različite načine podešavanja Kalmanovog filtra (o – nula, * - pol).*

5.2. Prošireni oblik Kalmanovog filtra

Klasični Kalmanov filtar nije pogodan za procjenu varijabli stanja ukoliko je stohastički model procesa nelinearan (odnosno ukoliko postoji međusobna nelinearna veza između varijabli stanja **x**, ulaznih veličina **u,** ili stohastičkih varijabli **ν** i **e**) [75, 76]. Pretpostavlja se da nelinearni model procesa ima sljedeću strukturu:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k-1), \mathbf{u}(k-1), \boldsymbol{\nu}(k-1)), \tag{5-32}$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(k), \mathbf{e}(k)), \tag{5-33}$$

gdje su **f** i **h** vektorske funkcije koje su neprekinuto diferencijabilne na danim područjima definicije (**f** i **h** su "glatke" funkcije). Za procjenu varijabli stanja nelinearnog modela procesa opisanog izrazima (5-32) i (5-33) može se primijeniti prošireni oblik Kalmanovog filtra (Extended Kalman Filter, EKF), čija se sinteza zasniva na sljedećoj linearnoj aproksimaciji nelinearnog modela procesa oko procijenjenih varijabli stanja [75]:

$$\mathbf{x}_0(k) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k-1 \mid k-1), \mathbf{u}(k-1), \underline{0}), \tag{5-34}$$

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}_0(k) + \mathbf{F}(k-1)(\mathbf{x}(k-1) - \hat{\mathbf{x}}(k-1 \mid k-1)) + \boldsymbol{\Omega}(k-1)\boldsymbol{\nu}(k-1), \tag{5-35}$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{x}_0(k), \underline{0}) + \mathbf{H}(k)(\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_0(k)) + \boldsymbol{\Psi}(k)\mathbf{e}(k), \tag{5-36}$$

gdje su matrice prvih parcijalnih derivacija **F**, **Ω**, **H** i **Ψ** (Jakobijan matrice) definirane na sljedeći način:

$$\mathbf{F}(k-1) = \left.\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\substack{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) \\ \mathbf{u}(k-1) \\ \boldsymbol{\nu}=\underline{0}}}, \tag{5-37}$$

$$\boldsymbol{\Omega}(k-1) = \left.\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\nu}}\right|_{\substack{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k-1|k-1) \\ \mathbf{u}(k-1) \\ \boldsymbol{\nu}=\underline{0}}}, \tag{5-38}$$

$$\mathbf{H}(k) = \left.\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}}\right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0(k) \\ \mathbf{e}=\underline{0}}}, \tag{5-39}$$

$$\boldsymbol{\Psi}(k) = \left.\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{e}}\right|_{\substack{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0(k) \\ \mathbf{e}=\underline{0}}}. \tag{5-40}$$

Prošireni oblik Kalmanovog filtra zasnovan na lineariziranom stohastičkom modelu (5-34) – (5-40) opisan je sljedećim izrazima [75]:

$$\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k-1 \mid k-1), \mathbf{u}(k-1), \underline{0}), \tag{5-41}$$

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k \mid k-1) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1), \underline{0}), \tag{5-42}$$

$$\mathbf{P}(k \mid k-1) = \mathbf{F}(k-1)\mathbf{P}(k-1 \mid k-1)\mathbf{F}^T(k-1) + \boldsymbol{\Omega}(k-1)\mathbf{Q}(k-1)\boldsymbol{\Omega}^T(k-1), \tag{5-43}$$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k \mid k-1)\mathbf{H}^T(k)[\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k \mid k-1)\mathbf{H}^T(k) + \boldsymbol{\Psi}(k)\mathbf{R}(k)\boldsymbol{\Psi}^T(k)]^{-1}, \tag{5-44}$$

$$\mathbf{P}(k \mid k) = \mathbf{P}(k \mid k-1) - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k \mid k-1), \tag{5-45}$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k \mid k) = \hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1) + \mathbf{K}(k)\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k \mid k-1), \tag{5-46}$$

Izrazi (5-41) do (5-46) imaju sličan oblik kao i izrazi za klasični Kalmanov filtar s razlikom da su inicijalna (a-priori) procjena varijabli stanja $\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1)$ i procjena predikcijske pogreške $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(k \mid k-1)$ dobivene iz determinističke aproksimacije nelinearnog modela procesa danog izrazima (5-32) i (5-33), uz $\boldsymbol{\nu} = \underline{0}$ i $\mathbf{e} = \underline{0}$. Propagacija matrice kovarijanci pogreške procjene stanja **P** i proračun optimalnog pojačanja **K** također se odvija na sličan način kao kod klasičnog Kalmanovog filtra. Osnovni problem kod primjene proširenog oblika Kalmanovog filtra jest da transformacije varijabli stanja **x** i perturbacijskih varijabli **e** i $\boldsymbol{\nu}$ nisu linearne, pa pripadajuće vjerojatnosne gustoće raspodjele više nemaju Gaussovski karakter. Uslijed toga, procjena varijabli stanja neće biti optimalna u LQG smislu (odnosno predstavljat će podoptimalno rješenje procjene stohastičkih varijabli stanja) [75-77].

5.3. Adaptacijski mehanizam

Prema analizi provedenoj u potpoglavlju 5.1 kvaliteta slijeđenja varijabli stanja ovisi o izboru parametara matrice **Q** (pojačanja Kalmanovog filtra), odnosno u kojoj mjeri se procjena varijabli stanja oslanja na korekciju putem mjerenja. Podešenje Kalmanovog filtra najčešće predstavlja kompromis između dobrog slijeđenja varijabli stanja i povoljnog odnosa signala i šuma (Potpoglavlje 5.1). Međutim, ukoliko bi bilo moguće detektirati nagle promjene varijabli stanja (na osnovi mjernih signala i procjene varijabli stanja), tada bi se privremeno mogli povećati iznosi pojačanja Kalmanovog filtra (tijekom trajanja prijelazne pojave) i ostvariti visoka točnost slijeđenja, dok bi u stacionarnom stanju Kalmanov filtar i dalje bio karakteriziran dobrim potiskivanjem šuma u procijenjenim stanjima.

U svrhu poboljšanja slijeđenja naglih promjena u varijablama stanja, Kalmanov filtar se može proširiti adaptacijskim mehanizmom zasnovanim na detekciji naglih promjena varijabli stanja (Change Detection Adaptation Mechanism) [9]. Pritom se adaptacija može zasnivati na proračunu kumulativne sume pogreške predikcije estimatora $\hat{\varepsilon}(k)$ (takozvani CUMSUM algoritam, [9]), koji za skalarni slučaj[4] (jedna izlazna varijabla) razmatran u ovom radu, glasi:

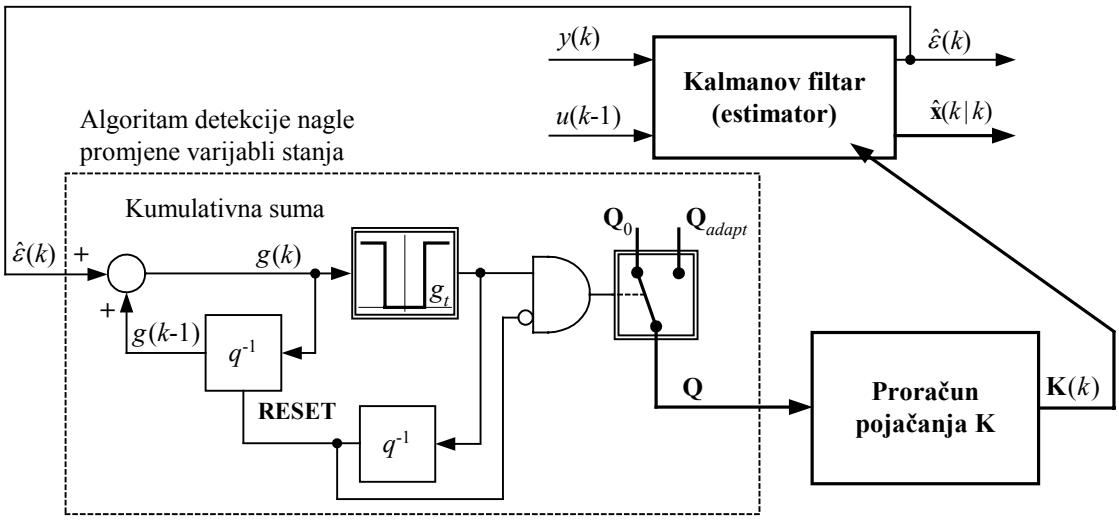
$$\begin{aligned} &g(0) = 0, \\ &g(k) = g(k-1) + \hat{\varepsilon}(k). \end{aligned} \tag{5-47}$$

[4] Za proces s više izlaza predikcijska pogreška $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$ je vektor dimenzija $m \times 1$. U tom slučaju se kumulativna sumacija može provoditi po pojedinim komponentama vektora $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$.

U slučaju da je pogreška predikcije $\hat{\varepsilon}(k)$ bliska bijelom šumu, iznos kumulativne sume $g(k)$ je blizak nuli (CUMSUM algoritam djeluje usrednjujuće na predikcijsku pogrešku $\hat{\varepsilon}(k)$). Međutim, ukoliko se dogodi iznenadna promjena jedne ili više varijabli stanja, predikcijska pogreška $\hat{\varepsilon}(k)$ poprima razmjerno velike apsolutne iznose (Kalmanov filtar je podešen za dobro prigušenje šuma, odnosno razmjerno sporo slijeđenje varijabli stanja), što će zauzvrat rezultirati povećanjem iznosa kumulativne sume $g(k)$. Prema tome, ukoliko apsolutna vrijednost kumulativne sume $|g(k)|$ prijeđe neki prethodno definirani prag okidanja g_t, tada je vjerojatno došlo do nagle promjene u varijablama stanja i potrebno je provesti adaptaciju Kalmanovog filtra kako bi se poboljšala kvaliteta slijeđenja varijabli stanja.

Kao pogreška predikcije $\hat{\varepsilon}(k)$ najčešće se koristi a-posteriori pogreška $\hat{\varepsilon}(k \mid k) = y(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}(k \mid k)$ za koju se može uzeti da je bliska bijelom šumu (te bi trebala rezultirati malim iznosima perturbacija kumulativne sume $g(k)$ u stacionarnom stanju [28, 79]). Osnovni nedostatak primjene a-posteriori pogreške je inherentno kašnjenje adaptacije za jedan korak uzorkovanja jer se $\hat{\varepsilon}(k \mid k)$ računa tek nakon korekcije stanja putem mjerenja. Kako bi se izbjeglo nepotrebno kašnjenje adaptacije može se umjesto a-posteriori pogreške koristiti a-priori pogreška $\hat{\varepsilon}(k \mid k-1)$ (proračunata prije korekcije putem mjerenja), te tako adaptirati pojačanja Kalmanovog filtra u istom koraku kada je detektirana nagla promjena varijabli stanja (pogledati npr. [80] i sljedeće poglavlje).

Principni blokovski dijagram mehanizma adaptacije Kalmanovog filtra za slučaj skalarne predikcijske pogreške prikazan je na slici 5.9 (q^{-1} – operator jediničnog kašnjenja). Adaptacija Kalmanovog filtra (povećavanje iznosa pojačanja **K)** nakon detekcije nagle promjene provodi



Slika 5.9. *Principni blokovski dijagram adaptacije Kalmanovog filtra.*

se povećanjem matrice kovarijanci **Q** s početnog iznosa $\mathbf{Q}_0$ na iznos $\mathbf{Q}_{adapt}$. U koraku uzorkovanja nakon detekcije elementi matrice **Q** se vraćaju na početne vrijednosti (impulsna adaptacija) i prethodno stanje kumulativne sume $g(k\text{-}1)$ se postavlja na nulu (resetira se), te se nakon toga nastavlja proračun kumulativne sume. Valja uočiti da iako je adaptacija matrice **Q** provedena impulsno (samo u jednom koraku uzorkovanja), njena se promjena dinamički prenosi putem Riccatijeve jednadžbe (5-11) u iznose pojačanja Kalmanovog filtra **K** (izraz (5-12)). Stoga će pojačanja **K** zadržavati razmjerno visoke vrijednosti u odnosu na početne tijekom nešto duljeg vremenskog intervala zbog inherentne dinamike proračuna matrice kovarijanci **P**. Učinkovitost mehanizma adaptacije zasnovanog na proračunu kumulativne sume predikcijske pogreške Kalmanovog filtra ilustrirana je u sljedećem poglavlju na primjeru procjene momenta tereta Ottovog motora.

6. Procjena momenta tereta Ottovog motora

Predstavlja se detaljan postupak projektiranja sustava procjene momenta tereta Ottovog motora zasnovanog na adaptivnom Kalmanovom filtru. Adaptacijski mehanizam zasnovan je na jednostavnom i robusnom algoritmu detekcije nagle promjene momenta tereta. Prednosti primjene predloženog adaptivnog Kalmanovog filtra u odnosu na neadaptivni (stacionarni) Kalmanov filtar i klasični Luenbergerov estimator momenta tereta ispituju se simulacijom na računalu i eksperimentalno.

6.1. Model rotacijske dinamike Ottovog motora za sintezu Kalmanovog filtra

Izvodi se odgovarajući stohastički model rotacijske dinamike Ottovog motora na kojem se temelji sinteza Kalmanovog filtra za procjenu momenta tereta.

6.1.1. Model zasnovan na usrednjenom modelu motora

Prema analizi provedenoj u potpoglavlju 2.1 dinamičko vladanje Ottovog motora može se opisati usrednjenim modelom Ottovog motora prikazanim na slici 2.1b, gdje je pretpostavljena izotermna razmjena topline između usisnog kolektora i okoline, a gubici uslijed trenja u motoru i pumpanja uključeni su u jedinstvenu statičku mapu razvijenog momenta motora na osovini $M(W_o,\omega)$. Prema ovom modelu, moment tereta Ottovog motora M_b može se procijeniti na osnovi mjerenja brzine vrtnje motora ω i rekonstrukcije razvijenog momenta motora M. Razvijeni moment motora M rekonstruira se iz mjerenja brzine vrtnje motora ω i mjerenja tlaka zraka u usisnom kolektoru p na osnovi statičke mape $M(p, \omega) = M(W_o(p,\omega), \omega)$ (slika 2.1b). Prema tome, dio modela motora koji se koristi za procjenu momenta tereta M_b (u daljnjem razmatranju model procesa) opisan je sljedećim izrazom:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{I}\left[M(p(t-T_d),\omega(t-T_d)) - M_b\right] . \tag{6-1}$$

U općenitijem slučaju politropskog prijenosa topline između usisnog kolektora i okoline [81, 38], primjena statičke mape $M(p, \omega)$ rezultirala bi dinamičkom pogreškom rekonstrukcije razvijenog okretnog momenta motora [82]. Kako bi se izbjegla dinamička pogreška rekonstrukcije, potrebno je na odgovarajući način uzeti u obzir (procijeniti) brze prijelazne pojave temperature usisnog kolektora u jednadžbi za rekonstrukciju masenog protoka zraka na izlazu iz usisnog kolektora $W_o(p, \omega, T)$ [81]. S druge strane, u slučaju mjerenja masenog protoka W_i na ulazu u usisni kolektor (korištenje MAF senzora, potpoglavlje 3.1) umjesto mjerenja tlaka u usisnom kolektoru p, potrebno je primijeniti dinamički algoritam

rekonstrukcije izlaznog masenog protoka umjesto statičke mape $W_o(p,\omega)$ [82]. U tom slučaju, rekonstrukcija izlaznog masenog protoka zasnovana na mjerenju s MAF senzora ne bi bila podložna pogreškama modeliranja toplinskih prijelaznih pojava u usisnom kolektoru, pa bi se izotermni model usisnog kolekora mogao koristiti za rekonstrukciju izlaznog protoka (i razvijenog momenta motora M) čak i u slučaju politropskog prijenosa topline [82].

6.1.2. Linearni vremenski-diskretni stohastički model procesa

Za potrebe projektiranja sustava procjene momenta tereta Ottovog motora zasnovanog na adaptivnom Kalmanovom filtru koristi se sljedeći pojednostavljeni linearni model rotacijskog gibanja motora (Slika 2.1b):

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{I}(M - M_b)\,, \tag{6-2}$$

koji pretpostavlja da su mjerenja brzine vrtnje motora ω i tlaka u usisnom kolektoru p dostupna, te da se razvijeni moment motora može rekonstruirati na osnovi statičke mape $M(p,\omega) = M(W_o(p,\omega),\ \omega,\ T_d)$ (izraz (6-1)). Moment tereta M_b tretira se kao poremećajna varijabla, opisana linearnim modelom drugog reda (pogledati npr. [83, 8]). Primjenom modela drugog reda omogućeno je točno slijeđenje nagibne promjene (tzv. rampe) momenta tereta M_b [83, 8]. Nadalje, model procesa (6-2) proširuje se odgovarajućim modelom stohastičkih perturbacija, koji uključuje međusobno neovisne stohastičke komponente tipa bijelog šuma ν_m i ν_{mb} u razvijenom momentu motora M i drugoj vremenskoj derivaciji momenta tereta $\ddot{M}_b$. Uzimajući u obzir prethodno navedene pretpostavke, te nadomještanjem razvijenog (stvarnog) okretnog momenta motora M i momenta inercije I u izrazu (6-2) njihovim procijenjenim vrijednostima, dobije se sljedeći linearni model s konstantnim parametrima:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{\hat{I}}(\hat{M} - M_b + \nu_m)\,, \\ \frac{dM_b}{dt} &= \dot{M}_b\,, \\ \frac{d\dot{M}_b}{dt} &= \nu_{mb}\,. \end{aligned} \tag{6-3}$$

Primjenom Z-transformacije zasnovane na korištenju ekstrapolatora nultog reda (Zero-Order-Hold, ZOH) na ulazu procesa, model varijabli stanja opisan izrazom (6-3) transformira se u sljedeći vremenski diskretni model (T_s – period uzorkovanja) [80, 84]:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{G}\hat{M}(k-1) + \mathbf{\Omega}\boldsymbol{\nu}(k-1)\ . \tag{6-4}$$

gdje je:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \omega & M_b & \dot{M}_b \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_m & v_{mb} \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & -T_s/\hat{I} & -T_s^2/2\hat{I} \\ 0 & 1 & T_s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} T_s/\hat{I} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} T_s/\hat{I} & -T_s^3/6\hat{I} \\ 0 & T_s^2/2 \\ 0 & T_s \end{bmatrix}. \tag{6-5}$$

Model procesa u prostoru stanja (6-4) proširuje se odgovarajućim modelom mjerenja (izlaznom jednadžbom):

$$\omega_m(k) = \mathbf{H}\mathbf{x}(k) + e(k), \quad \mathbf{H} = [1 \quad 0 \quad 0], \tag{6-6}$$

gdje $e(k)$ predstavlja "bijeli" šum mjerenja karakteriziran varijancom $r(k)$.

6.2. Adaptivni Kalmanov filtar

6.2.1. Osnovni oblik Kalmanovog filtra i stacionarni Kalmanov filtar

Kalmanov filtar za procjenu stanja stohastičkog sustava s jednim ulazom i jednim izlazom definiranog izrazima (6-4)–(6-6) opisan je sljedećim dinamičkim jednadžbama (Poglavlje 5.2, [75]):

$$\begin{aligned}
&\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}(k-1 \mid k-1) + \mathbf{G}\hat{M}(k-1), \\
&\hat{\varepsilon}(k \mid k-1) = \omega_m(k) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1), \\
&\mathbf{P}(k \mid k-1) = \mathbf{F}\mathbf{P}(k-1 \mid k-1)\mathbf{F}^T + \mathbf{\Omega}\mathbf{Q}(k-1)\mathbf{\Omega}^T, \\
&\mathbf{K}(k) = \begin{bmatrix} K_\omega(k) & K_M(k) & K_{\dot{M}}(k) \end{bmatrix}^T = \frac{\mathbf{P}(k \mid k-1)\mathbf{H}^T}{\mathbf{H}\mathbf{P}(k \mid k-1)\mathbf{H}^T + r(k)}, \\
&\hat{\mathbf{x}}(k \mid k) = \hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1) + \mathbf{K}(k)\hat{\varepsilon}(k \mid k-1), \\
&\mathbf{P}(k \mid k) = \mathbf{P}(k \mid k-1) - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}\mathbf{P}(k \mid k-1),
\end{aligned} \tag{6-7}$$

dok izraz za procjenu momenta tereta M_b glasi:

$$\hat{M}_b = \mathbf{H}^* \hat{\mathbf{x}}(k \mid k), \quad \mathbf{H}^* = [0 \quad 1 \quad 0]. \tag{6-8}$$

Model procesa opisan matricama **F**, **G**, **H** i **Ω** ima konstantne parametre. Ukoliko su Gaussovske stohastičke komponente v_m, v_{mb} i e stacionarnog karaktera i međusobno neovisne, te ukoliko nema naglih promjena momenta tereta, matrica kovarijanci **Q** i varijanca mjerenja r su također konstantne i glase (Potpoglavlje 5.1):

$$\mathbf{Q}(k) = \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_m & 0 \\ 0 & q_{mb} \end{bmatrix}, \quad r(k) = r. \tag{6-9}$$

U tom se slučaju procjena momenta tereta M_b zasniva se na stacionarnom Kalmanovom filtru (konstantna matrica pojačanja $\mathbf{K}(k) = \overline{\mathbf{K}} = [K_\omega \quad K_M \quad K_{\dot{M}}]^T$).

Prema izrazima (5-19) i (5-20) stacionarni (neadaptivni) Kalmanov filtar za procjenu momenta tereta M_b može se prikazati u obliku sličnom klasičnom Luenbergerovom estimatoru [8]:

$$\begin{aligned} &\hat{\mathbf{x}}(k) = (\mathbf{I} - \overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}(k-1) + (\mathbf{I} - \overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{G}\hat{M}(k-1) + \overline{\mathbf{K}}\omega(k), \\ &\hat{\omega}(k) = \mathbf{H}\,\hat{\mathbf{x}}(k), \\ &\hat{M}_b(k) = \mathbf{H}^*\hat{\mathbf{x}}(k). \end{aligned} \tag{6-10}$$

Primjenom Z-transformacije na izraz (6-10) i sređivanjem dobije se sljedeći oblik stacionarnog Kalmanovog filtra u prostoru stanja [84, 80]:

$$\begin{aligned} &z\hat{\mathbf{x}}(z) = (\mathbf{I} - \overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}(z) + (\mathbf{I} - \overline{\mathbf{K}}\mathbf{H})\mathbf{G}\hat{M}(z) + z\overline{\mathbf{K}}\omega_m(z), \\ &\hat{\omega}(z) = \mathbf{H}\,\hat{\mathbf{x}}(z), \\ &\hat{M}_b(z) = \mathbf{H}^*\hat{\mathbf{x}}(z). \end{aligned} \tag{6-11}$$

Nakon određenih matričnih manipulacija, ovisnost procijenjenog momenta tereta Ottovog motora $\hat{M}_b$ i procijenjene brzine vrtnje motora $\hat{\omega}$ o ulaznim veličinama stacionarnog Kalmanovog filtra $\hat{M}$ i ω_m mogu se izraziti na sljedeći način [80, 84, 85]:

$$\hat{M}_b(z) = G_{MK}(z)\left[\hat{M}(z) - \frac{\hat{I}}{T}(z-1)\omega_m(z)\right], \tag{6-12}$$

$$\hat{\omega}(z) = G_{\omega M}(z)\hat{M}(z) + G_{\omega\omega}(z)\omega_m(z) \tag{6-13}$$

gdje prijenosne funkcije $G_{MK}(z)$, $G_{\omega M}(z)$ i $G_{\omega\omega}(z)$ glase:

$$G_{MK}(z) = \frac{K_{Mb}z(z - b_{M0})}{z^3 - a_{K2}z^2 + a_{K1}z - a_{K0}}, \tag{6-14}$$

$$G_{\omega M}(z) = \frac{K_{\omega M}(z-1)^2}{z^3 - a_{K2}z^2 + a_{K1}z - a_{K0}}, \tag{6-15}$$

$$G_{\omega\omega}(z) = \frac{z(b_{\omega 2}z^2 - b_{\omega 1}z + b_{\omega 0})}{z^3 - a_{K2}z^2 + a_{K1}z - a_{K0}}, \tag{6-16}$$

a njihovi parametri se računaju prema sljedećim izrazima:

$$K_{Mb} = -K_M\frac{T_s}{\hat{I}}, \quad b_{M0} = 1 - T_s\frac{K_{\dot{M}}}{K_M}, \quad K_{\omega M} = \frac{(1-K_\omega)T_s}{\hat{I}},$$

$$b_{\omega 2} = K_\omega, \quad b_{\omega 1} = 2K_\omega + K_M\frac{T_s}{\hat{I}} + K_{\dot{M}}\frac{T_s^2}{2\hat{I}}, \quad b_{\omega 0} = K_\omega + K_M\frac{T_s}{\hat{I}} - K_{\dot{M}}\frac{T_s^2}{2\hat{I}},$$

$$a_{K2} = K_M \frac{T_s}{\hat{I}} - K_\omega + K_{\dot{M}} \frac{T_s^2}{2\hat{I}} + 3 \ , \ a_{K1} = K_M \frac{T_s}{\hat{I}} - 2K_\omega - K_{\dot{M}} \frac{T_s^2}{2\hat{I}} + 3 \ , \ a_{K0} = 1 - K_\omega .$$

Naročitu pažnju treba obratiti na izraz za procjenu momenta tereta $\hat{M}_b$. Naime, drugi član u uglatoj zagradi izraza (6-12) predstavlja moment ubrzanja pogona (uz pretpostavku da vrijedi $\omega_m \equiv \omega$, i $\hat{I} \equiv I$). Prema tome, stacionarni Kalmanov filtar opisan izrazom (6-14) može se smatrati niskopropusnim filtrom koji filtrira signal $M_{b0}(z) = \hat{M}(z) - IT_s^{-1}(z-1)\omega(z)$, a koji predstavlja rekonstrukciju momenta tereta M_b zasnovanu na vremenski-diskretnoj implementaciji modela rotacijske dinamike (6-2) (tzv. bazni estimator, pogledati npr. [1, 2]). Također valja uočiti da prijenosna funkcije niskopropusnog filtra $G_{MK}(z)$ uključuje nulu $b_{M0} \approx 1$ (približno derivacijsko djelovanje), čije djelovanje pospješuje slijeđenje nagibne promjene (rampe) momenta tereta M_b [8].

6.2.2. Adaptacijski mehanizam

Kalmanov filtar opisan dinamičkim izrazima (6-7) proširuje se u svrhu poboljšanja kvalitete slijeđenja adaptacijskim mehanizmom zasnovanim na detekciji nagle promjene momenta tereta M_b. Adaptacija se zasniva na proračunu kumulativne sume $g(k)$ a-priori pogreške predikcije Kalmanovog filtra (vidi potpoglavlje 5.3):

$$\begin{aligned} &g(0) = 0, \\ &g(k) = g(k-1) + \hat{\varepsilon}(k \mid k-1). \end{aligned} \tag{6-17}$$

U slučaju da apsolutna vrijednost kumulativne sume $|g(k)|$ prijeđe iznos praga okidanja adaptacijskog mehanizma g_t (uslijed značajne promjene momenta tereta M_b) potrebno je trenutno povećati apsolutne iznose pojačanja Kalmanovog filtra $\mathbf{K}$ kako bi se omogućila visoka točnost slijeđenja momenta tereta M_b. Povećanje iznosa pojačanja obavlja se povećanjem elemenata tzv. matrice adaptacije $\mathbf{Q}^* = \mathbf{\Omega Q \Omega}^T$ (izraz (6-7), [80, 84]):

$$\mathbf{Q}^* = q_{mb} T_s^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{\hat{I}^2}\left(\frac{T_s^4}{36} + \frac{q_m}{q_{mb}}\right) & -\frac{T_s^3}{12\hat{I}} & -\frac{T_s^2}{6\hat{I}} \\ -\frac{T_s^3}{12\hat{I}} & \frac{T_s^2}{4} & \frac{T_s}{2} \\ -\frac{T_s^2}{6\hat{I}} & \frac{T_s}{2} & 1 \end{bmatrix}. \tag{6-18}$$

Za razmjerno male iznose perioda uzorkovanja T_s i $q_{mb} >> q_m$ (što je zadovoljeno u ovoj analizi, pogledati sljedeća potpoglavlja), treći element na glavnoj dijagonali matrice adaptacije $\mathbf{Q}^*$, $\mathbf{Q}^*(3,3)$, znatno je veći od bilo kojeg drugog elementa matrice $\mathbf{Q}^*$. Prema tome,

povećanje elementa $\mathbf{Q}^*(3,3)$ imalo bi sličan učinak kao i po broju proračuna mnogo zahtjevnije povećanje parametra q_{mb} (povećanje q_{mb} zahtijeva veći broj operacija množenja [80, 74]). Dodatno poboljšanje kvalitete slijeđenja Kalmanovog filtra može se postići simultanim povećanjem drugog elementa na glavnoj dijagonali $\mathbf{Q}^*(2,2)$, jer elementi $\mathbf{Q}^*(2,2)$ i $\mathbf{Q}^*(3,3)$ izravno utječu na iznose pojačanja K_M, odnosno $K_{\dot{M}}$ putem kojih se obavlja mjerna korekcija procjene momenta tereta $\hat{M}_b$ i njegove vremenske derivacije $d\hat{M}_b/dt$ [80, 84].

6.3. Usporedba adaptivnog Kalmanovog filtra i Luenbergerovog estimatora

U ovom se potpoglavlju provodi detaljna usporedba stacionarnog i adaptivnog Kalmanovog filtra s Luenbergerovim estimatorom za procjenu momenta tereta opisanim u [8, 83]. Usporedba uključuje algebarsku analizu i analizu simulacijom na računalu. Ovo potpoglavlje također uključuje i detaljan postupak podešavanja adaptivnog Kalmanovog filtra.

6.3.1. Struktura Luenbergerovog estimatora

Sinteza vremenski kontinuiranog Luenbergerovog estimatora za procjenu momenta tereta Ottovog motora zasniva se na linearnom modelu procesa (6-2) proširenom linearnim modelom poremećajne veličine drugog reda, koji ne uključuje stohastičke komponente:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_m}{dt} &= \frac{1}{I}(M - M_b), \\ \frac{dM_b}{dt} &= \dot{M}_b, \\ \frac{d\dot{M}_b}{dt} &= 0. \end{aligned} \tag{6-19}$$

Luenbergerov estimator predstavlja kopiju modela procesa (6-19) proširenu odgovarajućim korekcijama po pogrešci predikcije estimatora ($\omega_m - \hat{\omega}$):

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\omega}}{dt} &= \frac{1}{\hat{I}}(\hat{M} - \hat{M}_b) + \frac{\gamma_1}{I}(\omega_m - \hat{\omega}), \\ \frac{d\hat{M}_b}{dt} &= \hat{\dot{M}}_b - \gamma_2(\omega_m - \hat{\omega}), \\ \frac{d\hat{\dot{M}}_b}{dt} &= -\gamma_3(\omega_m - \hat{\omega}). \end{aligned} \tag{6-20}$$

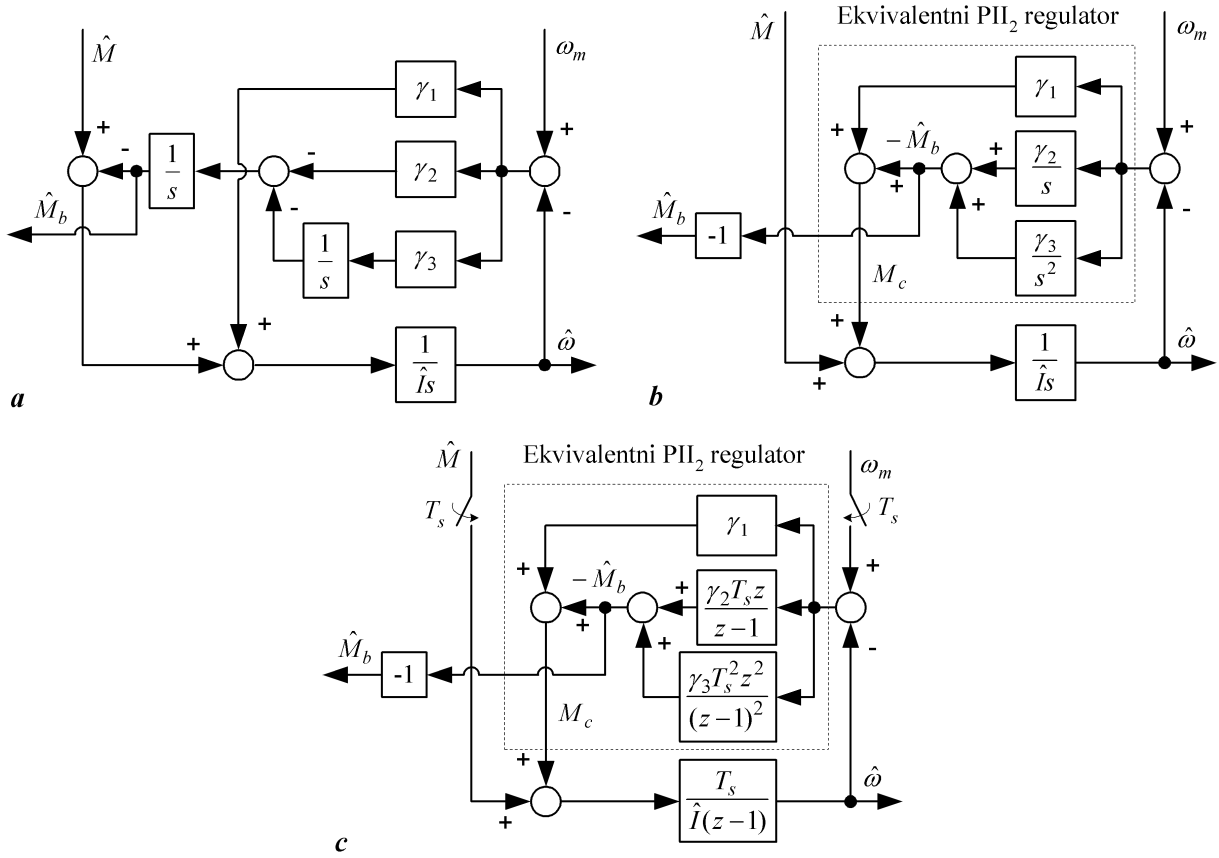
Blokovski dijagram vremenski-kontinuiranog Luenbergerovog estimatora trećeg reda prikazan je na slici 6.1a [8, 83]. Blokovski dijagram na slici 6.1a može se transformirati razmjerno jednostavnim manipulacijama u oblik gdje se korekcija po pogrešci predikcije brzine vrtnje motora ($\omega_m - \hat{\omega}$) može opisati strukturom regulatora PII_2 tipa (proporcionalno-

integralni regulator proširen dodatnim I_2 djelovanjem) [8, 83]. Na temelju blokovskog dijagrama na slici 6.1b, ovisnost procijenjenog momenta tereta $\hat{M}_b(s)$ s obzirom na rekonstrukciju momenta tereta prema modelu rotacijske dimamike motora (izraz (6-2)) $M_b(s) = \hat{M}(s) - \hat{I}s\omega_m(s)$ (s – Laplaceova varijabla) glasi:

$$\hat{M}_b(s) = \frac{\frac{\gamma_2}{\gamma_3}s + 1}{\frac{\hat{I}}{\gamma_3}s^3 + \frac{\gamma_1}{\gamma_3}s^2 + \frac{\gamma_2}{\gamma_3}s + 1}\left[\hat{M}(s) - \hat{I}s\omega_m(s)\right] = G_{ML}(s)M_b(s). \tag{6-21}$$

Prema tome, Luenbergerov estimator može se smatrati niskopropusnim filtrom trećeg reda (čija prijenosna funkcija uključuje nulu $s_z = -\gamma_3/\gamma_2$), a koji je primijenjen na signal rekonstruiranog momenta tereta Ottovog motora $M_b = \hat{M} - \hat{I}\dot{\omega}_m$.

Vremenski-kontinuirana realizacija Luenbergerovog estimatora na slici 6.1b realizirana je u [83, 8] u vremenski-diskretnom području supstitucijom integrirajućeg djelovanja u članu $1/\hat{I}s$ unaprijednom Eulerovom aproksimacijom $1/s \approx T_s/(z\text{-}1)$, dok su integrirajuća djelovanja



Slika 6.1. *Blokovski dijagrami implementacija Luenbergerovog estimatora: vremenski kontinuirani model (a), ekvivalentna vremenski-kontinuirana struktura s korekcijom po pogrešci predikcije u formi PII₂ regulatora (b), i vremenski-diskretna implementacija (c).*

u algoritmu korekcije (ekvivalentnom PII_2 regulatoru) transformirana primjenom unazadne Eulerove aproksimacije $1/s \approx T_s z/(z-1)$ (Slika 6.1c). Tako dobiveni vremenski-diskretni estimator unosi manje fazno kašnjenje u procjenu momenta tereta $\hat{M}_b$ u odnosu na vremenski-diskretni estimator dobiven uobičajenim postupkom koji se zasniva na primjeni Z-transformacije uz pretpostavku ekstrapolatora nultog reda na ulazima $\hat{M}$ i ω_m [83].

Iz blokovskog dijagrama na slici 6.1c dobije se sljedeći izraz za procijenjeni moment tereta $\hat{M}_b$ s obzirom na ulazne varijable Luenbergerovog estimatora $\hat{M}$ i ω_m:

$$\hat{M}_b(z) = G_{ML}(z)\left(\hat{M}(z) - \frac{\hat{I}(z-1)}{T_s}\omega_m(z)\right), \tag{6-22}$$

gdje je prijenosna funkcija $G_{ML}(z)$ definirana sljedećim izrazom:

$$G_{ML}(z) = \frac{K_L z(z-b_{L0})}{z^3 - a_{L2}z^2 + a_{L1}z - a_{L0}}, \tag{6-23}$$

a njeni parametri se računaju kako slijedi:

$$K_L = \frac{T_s^2(\gamma_2 + \gamma_3 T_s)}{\hat{I}}, \qquad b_{L0} = \frac{\gamma_2}{\gamma_2 + \gamma_3 T_s},$$

$$a_2 = 3 - \frac{T_s}{\hat{I}}\left(\gamma_1 + \gamma_2 T_s + \gamma_3 T_s^2\right), \qquad a_1 = 3 - \frac{T_s}{\hat{I}}\left(2\gamma_1 + \gamma_2 T_s\right), \qquad a_0 = 1 - \frac{T_s}{\hat{I}}\gamma_1.$$

Usporedbom izraza (6-23) i (6-12) za procjenu momenta tereta $\hat{M}_b$, može se zaključiti da Luenbergerov estimator ima jednaku strukturu kao i odgovarajući stacionarni (neadaptivni) Kalmanov filtar.

6.3.2. Podešavanje sustava procjene stanja

6.3.2.1. Luenbergerov estimator

Podešavanje Luenbergerovog estimatora prikladno je provesti u vremenski-kontinuiranom s-području na temelju prijenosne funkcije estimatora (6-21). Pojačanja Luenbergerovog estimatora dobiju se izjednačavanjem karakterističnog polinoma prijenosne funkcije $G_{ML}(s)$ s karakterističnim polinomom modelske prijenosne funkcije trećeg reda optimuma dvostrukog odnosa (pogledati [86] i treće poglavlje [87]):

$$A_{do}(s) = D_{3o}D_{2o}^2 T_{eo}^3 s^3 + D_{2o}T_{eo}^2 s^2 + T_{eo}s + 1, \tag{6-24}$$

gdje su D_{2o} i D_{3o} karakteristični odnosi optimuma dvostrukog odnosa, a T_{eo} ekvivalentna vremenska konstanta estimatora.

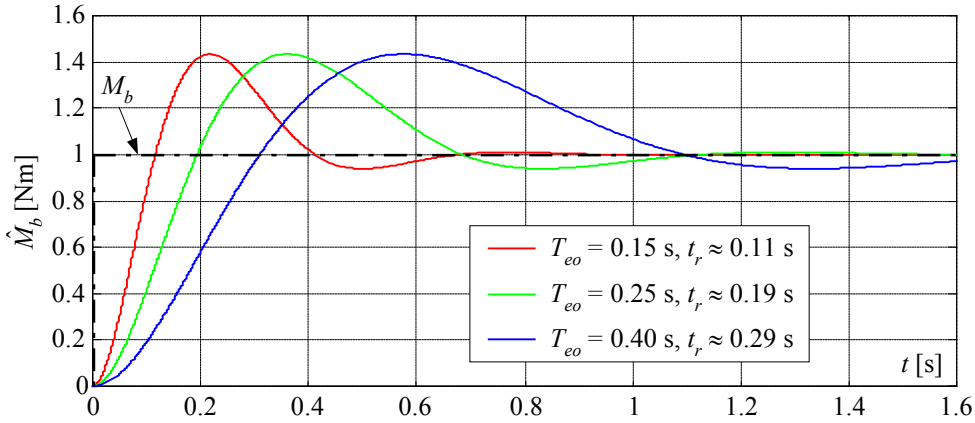
Nakon sređivanja dobiju se sljedeći izrazi za pojačanja Luenbergerovog estimatora [83]:

$$\gamma_1 = \frac{\hat{I}}{D_{3o} D_{2o} T_{eo}}, \qquad \gamma_2 = \frac{\hat{I}}{D_{3o} D_{2o}^2 T_{eo}^2}, \qquad \gamma_3 = \frac{\hat{I}}{D_{3o} D_{2o}^2 T_{eo}^3}. \tag{6-25}$$

Uvrštavanjem pojačanja danih jednadžbama (6-25) u prijenosnu funkciju Luenbergerovog estimatora (6-21) i sređivanja, prijenosna funkcija estimatora glasi:

$$G_{ML}(s) = \frac{T_{eo} s + 1}{D_{3o} D_{2o}^2 T_{eo}^3 s^3 + D_{2o} T_{eo}^2 s^2 + T_{eo} s + 1}. \tag{6-26}$$

Ako se karakteristični odnosi D_{2o} i D_{3o} postave na optimalnu vrijednost 0,5, sustav opisan modelskom prijenosnom funkcijom $1/A_{do}(s)$ karakteriziran je odzivom na skokovitu pobudu koji ima nadvišenje od približno 6%, te vrijeme porasta odziva (vrijeme prvog dostizanja stacionarne vrijednosti) $t_r \approx 1.8T_{eo}$ [87]. Izbor ekvivalentne vremenske konstante T_{eo} predstavlja kompromis između postizanja brzog odziva (mali iznosi T_{eo}) i dobrog potiskivanja šuma (veliki iznosi T_{eo}). Modelska prijenosna funkcija (6-26) uključuje nulu $s_z = -1/T_{eo}$, čije djelovanje osigurava točno slijeđenje nagibne promjene (rampe) momenta tereta M_b, no zato je odziv modela (6-26) karakteriziran nadvišenjem na skokovitu promjenu mometa tereta od približno 40%, te bitno manjim vremenom porasta odziva $t_r \approx 0{,}7T_{eo}$ (Slika. 6.2). Ukoliko bi bilo nužno izbjeći pojavu ovako velikog nadvišenja u odzivu, podešavanje estimatora trebalo bi provesti prema takozvanom proširenom obliku modulnog optimumuma ili proširenom obliku optimuma dvostrukog odnosa (konzultirati [87] i tamo navedene reference), ili, jednostavnije, koristiti jednostavniji model poremećajne veličine prvog reda (Luenbergerov estimator drugog reda) [83]. Smanjenje nadvišenja plaća se, međutim, pojavom stacionarne pogreške slijeđenja nagibne promjene momenta tereta M_b.



Slika 6.2. *Odzivi prijenosnih funkcija $G_{ML}(s)$ i pripadajući iznosi vremena odziva t_r različito podešenih Luenbergerovih estimatora na jediničnu skokovitu promjenu momenta tereta M_b ($D_{2o} = D_{3o} = 0.5$).*

6.3.2.2 Neadaptivni Kalmanov filtar

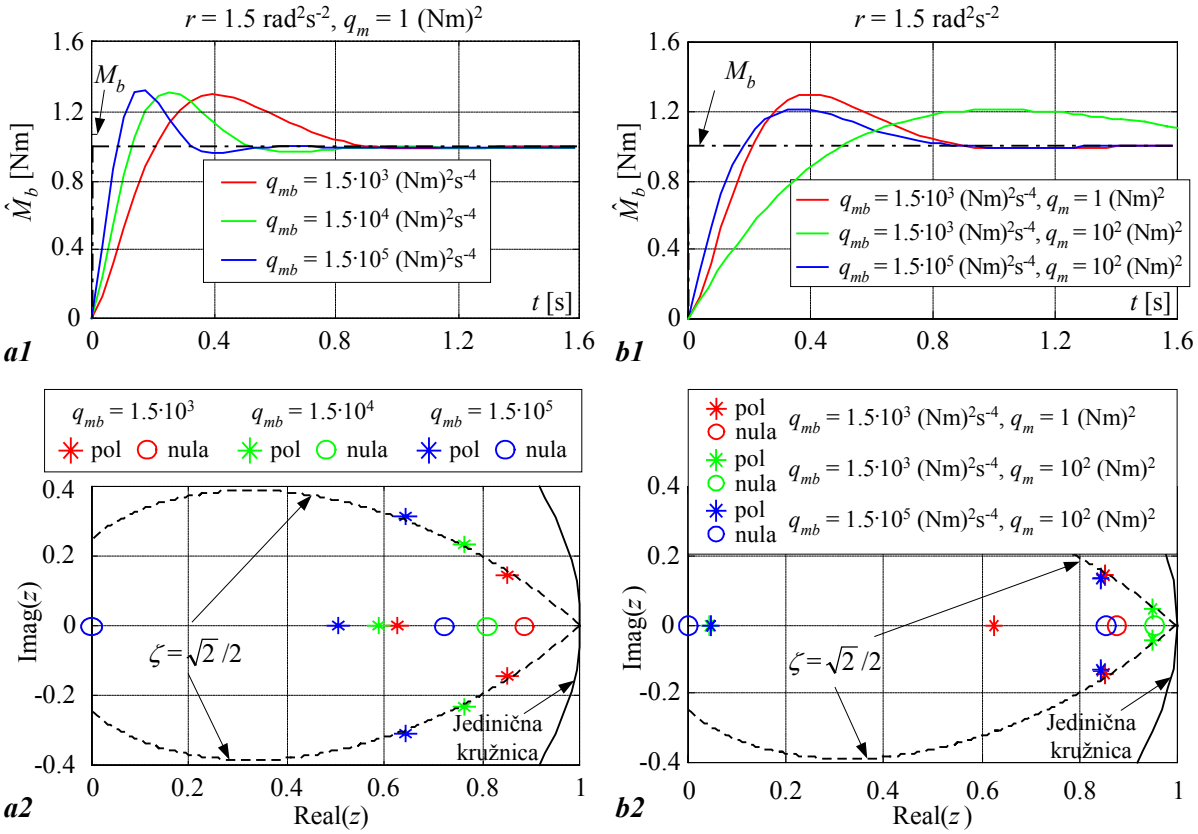
Na slici 6.3 ilustrirani su učinci promjene parametara q_m i q_{mb} na brzinu odziva modela prijenosne funkcije neadaptivnog Kalmanovog filtra $G_{MK}(z)$, te na položaje polova i nula prijenosne funkcije uz period uzorkovanja T_s = 36 ms i iznos momenta inercije $\hat{I}$ = 0,0636 kgm^2 (uzima se da je varijanca šuma mjerenja poznata i da iznosi r = 1,5 rad^{2}s^{-2}). Odzivi Kalmanovog filtra na slici 6.3a pokazuju da se povećanjem parametra q_{mb} uz parametre q_m i r konstantne može smanjiti vrijeme odziva uz istovremeno očuvanje njegove dobre prigušenosti (usporediti crveni i plavi odziv na slici 6.3a1). Položaji nula i polova prijenosne funkcije $G_{MK}(z)$ na slici 6.3a2 pokazuju da je povećanje brzine odziva s povećanjem parametra q_{mb} posljedica pomicanja polova prijenosne funkcije $G_{MK}(z)$ prema nuli u ishodištu koordinatnog sustava (z = 0), odnosno povećanja apsolutnih iznosa svih pojačanja Kalmanovog filtra. Pritom je dominantni konjugirano-kompleksni par polova dobro prigušen bez obzira na iznos parametra q_{mb} ($\zeta \geq \sqrt{2}/2$, slika 6.3a2). Razmjerno veliki iznos nadvišenja odziva (približno 30%-tno nadvišenje) posljedica je nule b_{M0} prijenosne funkcije Kalmanovog filtra $G_{MK}(z)$. S druge strane, povećanje parametra q_m uz nepromijenjene iznose parametara q_{mb} i r rezultira sporijim odzivom i manjim nadvišenjem (Slika 6.3b1). Ovaj se efekt može pripisati pomicanju dominantnih polova prema točki z = 1. Nadalje, simultano povećanje parametara q_m i q_{mb} (uz razmjerno veliki iznos omjera q_{mb}/q_m) rezultira nešto bržim i bolje prigušenim odzivom u odnosu na slučaj kada je q_m razmjerno mali (Slike 6.3b2 i 6.3b1). Veća brzina odziva i bolje prigušenje posljedice su pomicanja realnog pola $G_{MK}(z)$ prema ishodištu, odnosno pomicanja konjuguirano-kompleksnog para polova prema realnoj osi (Slika 6.3b2).

Na osnovi prethodno navedene analize može se izvesti razmjerno jednostavan i jednoznačan postupak podešavanja stacionarnog Kalmanovog filtra:

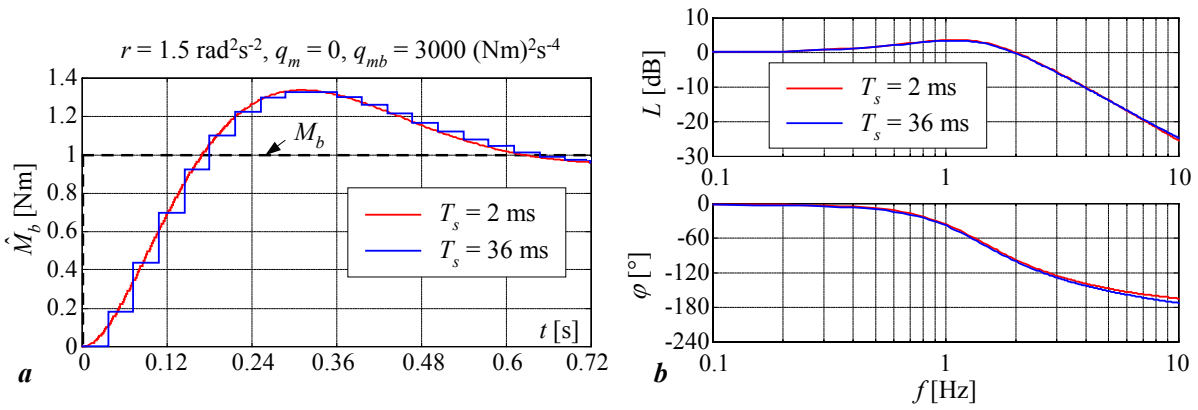
- Brzina odziva se može jednostavno podesiti pomoću parametra q_{mb} (uz konstantan iznos parametra r), pri čemu se veća brzina odziva Kalmanovog filtra (veći propusni opseg estimatora) dobije uz veće iznose "glavnog" parametra q_{mb}.
- Prigušenje odziva može se poboljšati u određenoj mjeri povećavanjem parametra q_m, zadržavajući pritom razmjerno visok iznos omjera q_{mb}/q_m, kako bi se sačuvala visoka brzina odziva.

Utjecaj izbora perioda uzorkovanja T_s ilustriran je na slici 6.4 usporednim odzivima stacionarnih Kalmanovih filtara s jednakim iznosima parametara q_m, q_{mb} i r na skokovitu promjenu momenta tereta M_b, te njihovim pripadajućim frekvencijskim karakteristikama. Odzivi na slici 6.4a pokazuju da period uzorkovanja utječe na iznos kašnjenja odziva uslijed

vremenski-diskretne implementacije Kalmanovog filtra (kašnjenje iznosi približno $T_s/2$). Frekvencijske karakteristike na slici 6.4b potvrđuju rezultate simulacije: amplitudne karakteristike $L(f)$ razmatranih Kalmanovih filtara su vrlo slične za širok raspon frekvencija (jednaki propusni opsezi), dok se nešto veći iznosi faznog kašnjenja φ postižu u slučaju izbora većeg iznosa perioda uzorkovanja T_s.



Slika 6.3. *Odzivi prijenosnih funkcija stacionarnog Kalmanovog filtra $G_{MK}(z)$ na jediničnu skokovitu pobudu, te položaji polova i nula prijenosne funkcije $G_{MK}(z)$ za slučaj promjene parametra q_{mb} (a), i simultane promjene parametara q_m i q_{mb} (b).*



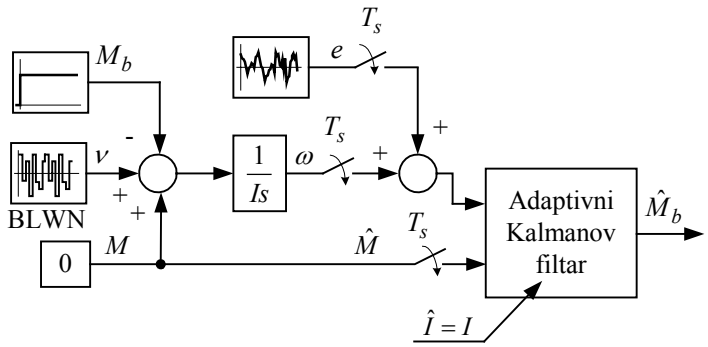
Slika 6.4. *Utjecaj perioda uzorkovanja na svojstva jednako podešenih Kalmanovih filtara: odzivi na skokovitu promjenu M_b (a), te pripadajuće frekvencijske karakteristike (b).*

6.3.2.3. Adaptivni Kalmanov filtar

Osnovna prednost adaptivnog Kalmanovog filtra je mogućnost postizanja visoke kvalitete slijeđenja naglih promjena varijabli stanja (visoke brzine odziva) uz povoljan odnos signala i šuma u stacionarnom stanju. Prema tome, podešavanje adaptivnog Kalmanovog filtra prvenstveno se odnosi na podešavanje adaptacijskog mehanizma zasnovanog na detekciji nagle promjene momenta tereta, uz osnovni (stacionarni) Kalmanov filtar podešen da dobro potiskuje šum u procijenjenim varijablama stanja. Parametri adaptacijskog mehanizma su prag okidanja adaptacije g_t i iznosi relativne promjene (povećanja) elemenata matrice adaptacije $\mathbf{Q}^*$ ($\mathbf{Q}^*(2,2)$ i $\mathbf{Q}^*(3,3)$) nakon detekcije nagle promjene momenta tereta M_b.

Postupak podešavanja adaptacijskog mehanizma zasniva se na analizi vladanja adaptivnog Kalmanovog filtra simulacijom na računalu. Za potrebe simulacijske analize koristi se stohastički model rotacijske dinamike motora prikazan na slici 6.5. Model okretnog momenta na vratilu motora uključuje skokovitu promjenu momenta tereta M_b od 4 Nm i stohastičke perturbacije ν koje se modeliraju kao takozvani šum ograničene širine spektra (Band Limited White Noise, BLWN), s varijancom σ_ν^2 = 0,5 (Nm)^2 i periodom promjene stanja jednakim periodu uzorkovanja Kalmanovog filtra T_s = 36 ms. Šum mjerenja brzine vrtnje motora e modelira se kao bijeli šum normalne vjerojatnosne gustoće raspodjele s varijancom $r = \sigma_e^2 = 1{,}5\,\mathrm{rad}^2\mathrm{s}^{-2}$. Radi jednostavnosti analize razvijeni moment motora M i njegova rekonstrukcija $\hat{M}$ jednaki su nuli, a procijenjeni moment inercije motora $\hat{I}$ jednak je stvarnom iznosu momenta inercije I = 0,0636 kgm^2.

Izbor praga okidanja adaptacijskog mehanizma g_t ilustriran je na slici 6.6. Usporedni odzivi kumulativne sume predikcijske pogreške g različito podešenih Kalmanovih filtara uz



Slika 6.5. *Simulacijski model rotacijske dinamike motora koji uključuje stohastičke perturbacije okretnog momenta i šum mjerenja brzine vrtnje.*

M_b = 0 prikazani su na slici 6.6a. Odzivi pokazuju da perturbacije kumulativne sume g poprimaju veće iznose ukoliko je stacionarni Kalmanov filtar podešen za sporiji odziv (za manje iznose parametra q_{mb}). Odziv kumulativne sume g Kalmanovog filtra podešenog s q_{mb} = 20 (Nm)^{2}s^{-4} u slučaju udarnog opterećenja iznosa 4 Nm prikazan je na slici 6.6b. Odziv pokazuje da je kumulativna suma g karakterizirana razmjerno velikim propadom, odnosno vrlo brzo izlazi izvan granica stacionarnih perturbacija $|g_{ss}| \approx 12$ rad/s nakon što se dogodi nagla promjena momenta tereta M_b. Kumulativna suma se razmjerno brzo vraća unutar granica stacionarnih perturbacija nakon završetka prijelazne pojave (unutar približno jedne sekunde), no može biti karakterizirana svojevrsnim nadvišenjem (Slika 6.6b). Kako bi se osigurala robusnost detekcije nagle promjene momenta tereta M_b (odnosno adaptacijskog mehanizma), iznos praga okidanja g_t potrebno je postaviti na iznos 25-50% veći od graničnog iznosa perturbacija kumulativne sume u stacionarnom stanju g_{ss}.

Usporedni odzivi adaptivnog i neadaptivnog (stacionarnog) Kalmanovog filtra podešenih s q_{mb} = 20 (Nm)^{2}s^{-4} prikazani su na slici 6.7. Navedeni iznos parametra q_{mb} izabran je kao kompromis između brzine odziva Kalmanovog filtra i dobrog potiskivanja šuma u stacionarnom stanju, dok je za adaptaciju odabran prag okidanja 33% veći od graničnog iznosa stacionarnih perturbacija kumulativne sume sa slike 6.6b (g_t = 16 rad/s). Odzivi na slikama 6.7a i 6.7b pokazuju da je adaptacija pojačanja karakterizirana određenim kašnjenjem jer je potrebno određeno vrijeme da algoritam dekcije zasnovan na proračunu kumulativne sume detektira naglu promjenu momenta tereta M_b. Nakon detekcije dolazi do značajnog povećanja apsolutnih iznosa pojačanja Kalmanovog filtra (što je naročito izraženo kod pojačanja $K_{\dot{M}}$). Povećanje pojačanja traje razmjerno dugo, pa dolazi do poboljšanja kvalitete slijeđenja adaptivnog Kalmanovog filtra tijekom prijelazne pojave, što je ilustrirano usporednim odzivima procjene momenta tereta $\hat{M}_b$ prikazanim na slici 6.7c. Odzivi pokazuju da adaptivni Kalmanov filtar ima približno 25% manje vrijeme porasta odziva t_r, znatno manje vrijeme smirivanja odziva, te prihvatljiv iznos nadvišenja u odnosu na odziv stacionarnog Kalmanovog filtra. Treba napomenuti da uslijed neidealnosti algoritma detekcije naglih promjena M_b može tijekom prijelazne pojave doći i do pojave "lažnih" (pogrešnih) detekcija (Slike 6.7a i 6.7b). Međutim, ukoliko se prag okidanja g_t postavi na dovoljno visok iznos, izbjegavaju se uzastopna okidanja detekcije nagle promjene M_b, te adaptacija ne utječe na prigušenje odziva adaptivnog Kalmanovog filtra.

Odzivi na skokovitu promjenu momenta tereta M_b na slici 6.8 ilustriraju utjecaj iznosa povećanja parametara matrice adaptacije $\mathbf{Q}^*(3,3)$ i $\mathbf{Q}^*(2,2)$ nakon detekcije nagle promjene M_b

na adaptaciju Kalmanovih filtara podešenih uz različite izbore parametra q_{mb}. Pritom su pragovi okidanja g_t pojedinih Kalmanovih filtara odabrani su tako da se postigne robusna adaptacija. Odzivi na slici 6.8a pokazuju da za postizanje bržeg odziva Kalmanovog filtra adaptacija mora povećati parametar $\mathbf{Q}^*(3,3)$ za veći iznos ukoliko se adaptivni Kalmanov filtar zasniva na stacionarnom filtru podešenom za bolje potiskivanje šuma u stacionarnom stanju (mali iznos parametra q_{mb}). Međutim, adaptacija koja se zasniva na izuzetno velikom povećanju iznosa parametra $\mathbf{Q}^*(3,3)$ može imati za posljedicu nepoželjno visok iznos nadvišenja u odzivu adaptivnog Kalmanovog filtra. Prema tome, izbor povećanja iznosa parametra $\mathbf{Q}^*(3,3)$ predstavlja kompromis između brzine odziva Kalmanovog filtra i prihvatljivog iznosa nadvišenja. Utjecaj izbora povećanja parametra $\mathbf{Q}^*(2,2)$ na kvalitetu odziva ilustriran je na slikama 6.8b i 6.8c. Ukoliko je adaptivni Kalmanov filtar zasnovan na brzom stacionarnom Kalmanovom filtru (q_{mb} = 500 $(\mathrm{Nm})^2\mathrm{s}^{-4}$), adaptacija uz veliko trenutno povećanje iznosa $\mathbf{Q}^*(2,2)$ rezultira razmjerno malim povećanjem brzine odziva u odnosu na slučaj kada se adaptacija provodi samo povećanjem iznosa $\mathbf{Q}^*(3,3)$ (Slika 6.8b). Nešto bolji rezultati se postižu s obzirom na vrijeme smirivanja odziva uz uvjet da se prag okidanja adaptacije odabere takav da se spriječe pogrešne detekcije promjena mometa tereta M_b. Slika 6.8c prikazuje odzive adaptivnog Kalmanovog filtra zasnovanog na sporom stacionarnom filtru (q_{mb} = 20 $(\mathrm{Nm})^2\mathrm{s}^{-4}$), uz prag okidanja adaptacije g_t = 16 rad/s. U ovom slučaju značajna promjena $\mathbf{Q}^*(2,2)$ (povećanje $3\cdot10^5$ puta) rezultira 50% manjim vremenom odziva u odnosu na slučaj kada se samo povećava iznos $\mathbf{Q}^*(3,3)$. Pritom ne dolazi niti do povećanja iznosa nadvišenja niti do pojave pogrešne detekcije. Naime, primjena Kalmanovog filtra podešenog za spori odziv rezultira u razmjerno naglom porastu kumulativne sume pogreške predikcije g nakon nagle promjene momenta tereta M_b. Na taj način ostvaruje se brzo okidanje adaptacije bez obzira na razmjerno visok iznos parametra g_t.

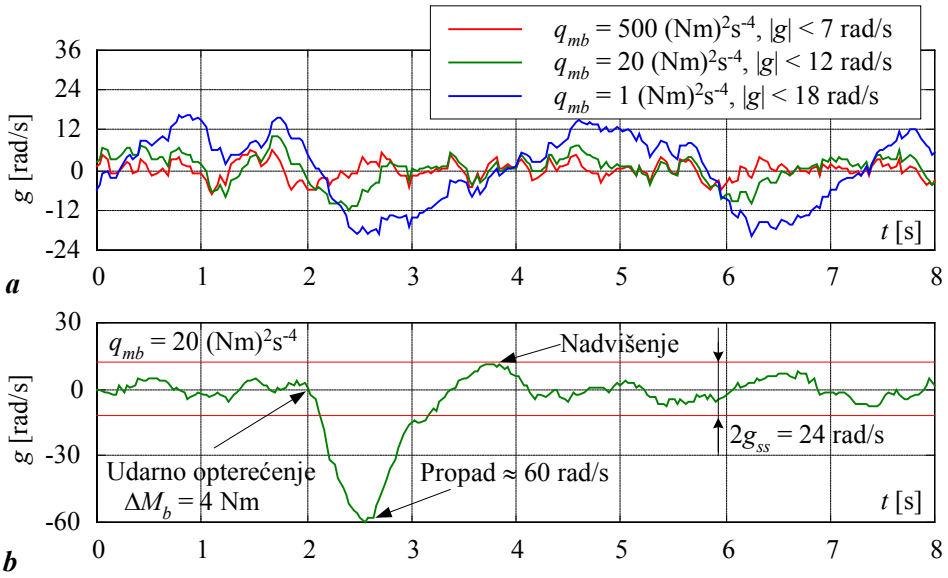
Prema analizi iz prethodnog odjeljka, moguće je u određenoj mjeri smanjiti nadvišenje odziva Kalmanovog filtra bez utjecaja na brzinu odziva povećanjem iznosa parametra q_m ukoliko se omjer parametara q_{mb}/q_m drži na razmjerno visokom iznosu. Odzivi na slici 6.9 pokazuju da umjereno povećanje parametra q_m adaptivnog Kalmanovog filtra zasnovanog na stacionarnom Kalmanovom filtru s q_{mb} = 20 $(\mathrm{Nm})^2\mathrm{s}^{-4}$ uistinu može umanjiti iznos nadvišenja odziva bez značajnijeg utjecaja na brzinu odziva.

Konačni postupak podešavanja adaptivnog Kalmanovog filtra

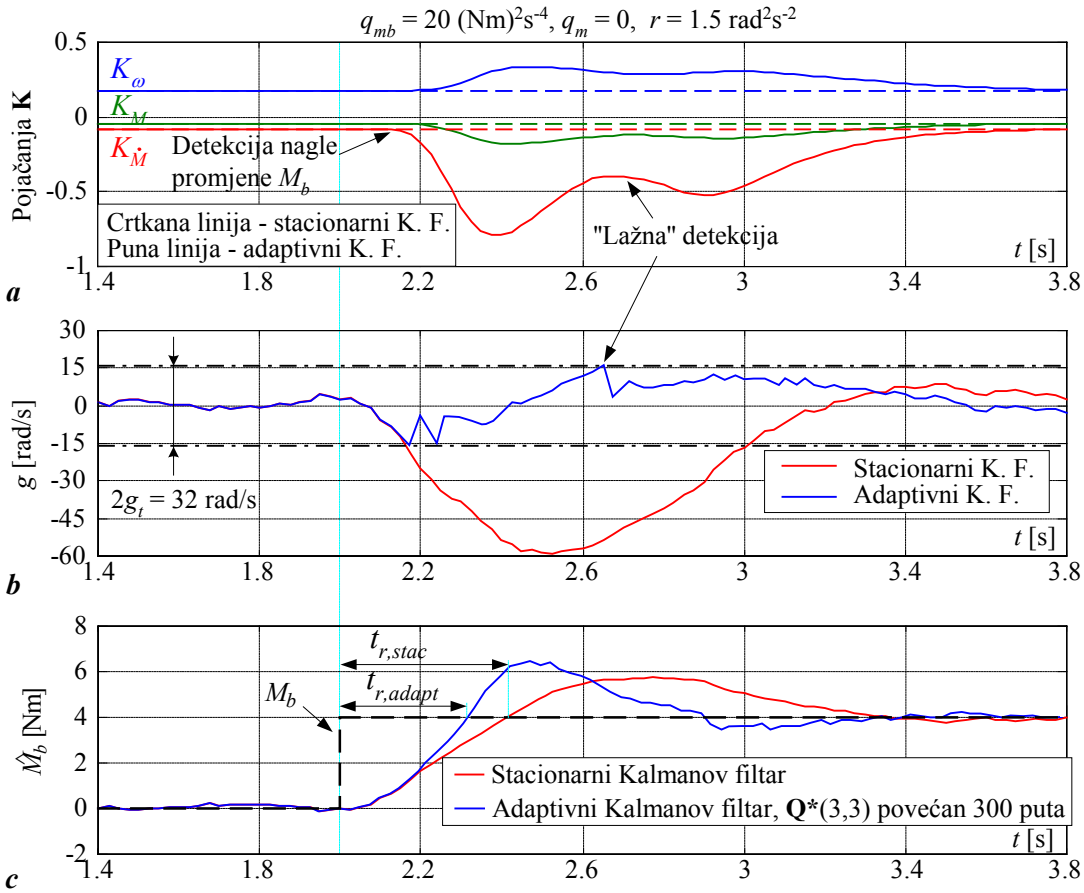
Prethodno navedeni rezultati ukazuju na to da se povoljne dinamičke značajke sustava procjene momenta tereta $\hat{M}_b$ mogu postići odvojenim podešavanjem pojedinih dijelova adaptivnog Kalmanovog filtra sažetih u sljedećem višekoračnom postupku [80, 84, 85]:

1. Stacionarni Kalmanov filtar podešava se prvenstveno izborom parametra q_{mb} tako da se ostvari povoljno potiskivanje šuma u procijenjenim stanjima uz prihvatljivu brzinu odziva sustava procjene stanja. Parametar r se postavlja na procijenjeni iznos varijance šuma mjerenja, dok se parametar q_m može isprva postaviti na nulu.
2. Prag okidanja adaptacije g_t postavlja se na vrijednost 25-50% veću od maksimalnog očekivanog iznosa perturbacija signala kumulativne sume predikcijske pogreške g u stacionarnom stanju kako bi se postigla zadovoljavajuća robusnost adaptacije.
3. Adaptacija Kalmanovog filtra nakon detekcije nagle promjene momenta tereta M_b prvenstveno se provodi znatnim povećanjem trećeg elementa na glavnoj dijagonali matrice adaptacije $\mathbf{Q}^*$ (elementa $\mathbf{Q}^*(3,3)$). Iznos povećanja elementa $\mathbf{Q}^*(3,3)$ odabire se tako da se osigura prihvatljiv iznos nadvišenja odziva adaptivnog Kalmanovog filtra s obzirom na skokovitu promjenu momenta tereta M_b u odnosu na odziv stacionarnog Kalmanovog filtra.
4. Povećanje drugog elementa na glavnoj dijagonali matrice adaptacije $\mathbf{Q}^*$ (elementa $\mathbf{Q}^*(2,2)$) također se odabire tako da osigurava prihvatljiv iznos nadvišenja odziva. Iznos povećanja elementa $\mathbf{Q}^*(3,3)$ dobiven u koraku 3 može se tada smanjiti u određenoj mjeri čime se može reducirati nadvišenje odziva Kalmanovog filtra, bez narušavanja njegove brzina odziva [80].
5. Nadvišenje odziva djelomično prouzročeno adaptacijskim djelovanjem može se dodatno smanjiti postavljanjem iznosa parametra q_m na razmjerno mali pozitivni iznos.

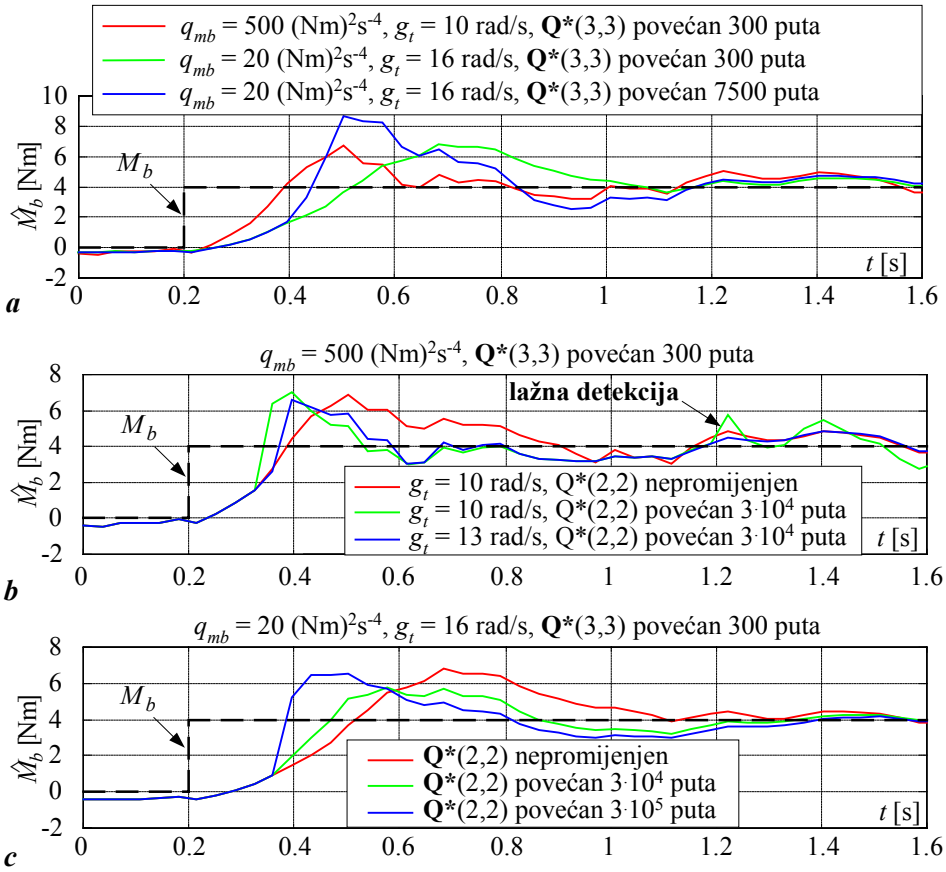
Valja uočiti da koraci 1 – 3 predstavljaju osnovni postupak podešavanja adaptivnog Kalmanovog filtra, dok se koraci 4 i 5 primjenjuju za dodatno (fino) podešavanje.



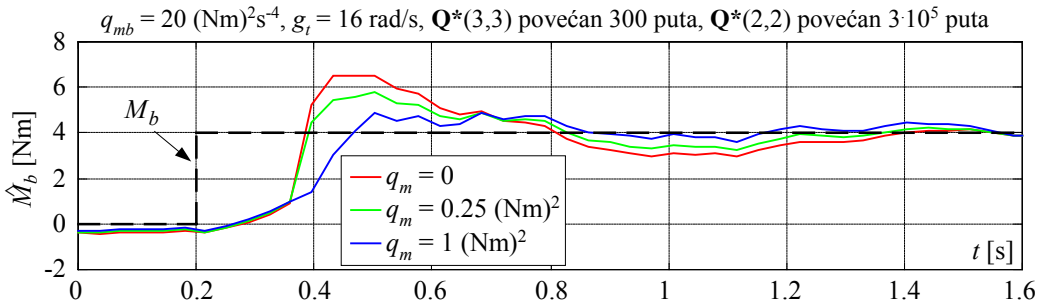
Slika 6.6. *Odzivi kumulativne sume predikcijske pogreške: odzivi različito podešenih stacionarnih Kalmanovih filtara uz M_b = 0 (a), te signal kumulativne sume stacionarnog Kalmanovog filtra s q_{mb} = 20(Nm)^{2}s^{-4} u slučaju udarnog opterećenja iznosa 4 Nm (b).*



Slika 6.7. *Usporedni odzivi procijenjenog momenta tereta M_b (a), pojačanja (b) i kumulativne sume predikcijske pogreške (c) stacionarnog i adaptivnog Kalmanovog filtra (K. F.) za slučaj udarnog opterećenja od 4 Nm.*



Slika 6.8. *Utjecaj adaptacije promjenom parametra* $\boldsymbol{Q}^*(3,3)$ *(a) i utjecaj adaptacije promjenom parametra* $\boldsymbol{Q}^*(2,2)$ *kada je adaptivni Kalmanov filtar zasnovan na brzom stacionarnom filtru (b), odnosno sporom stacionarnom filtru (c).*



Slika 6.9. *Utjecaj parametra* q_m *na brzinu odziva i iznos nadvišenja adaptivnog Kalmanovog filtra zasnovanog na sporom stacionarnom Kalmanovom filtru.*

6.3.3. Usporedba dinamičkog vladanja sustava procjene stanja

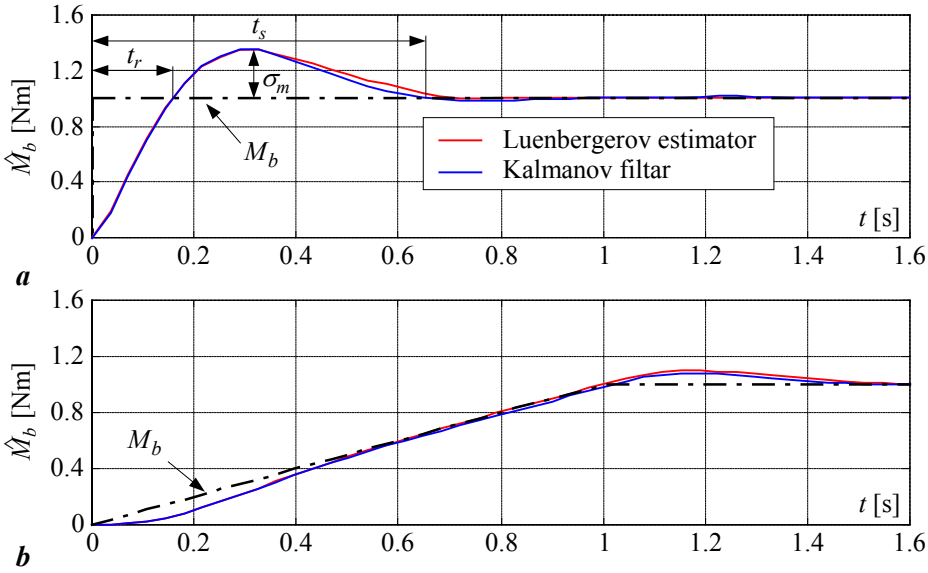
6.3.3.1. Usporedba stacionarnog Kalmanovog filtra i Luenbergerovog estimatora

Za potrebe usporedne analize stacionarni Kalmanov filtar i Luenbergerov estimator se podešavaju za približno jednaku brzinu odziva s obzirom na skokovitu promjenu momenta tereta M_b. Luenbergerov estimator se podešava tako da se postigne optimalno prigušenje odziva ($D_{2o} = D_{3o} = 0.5$), dok se ekvivalentna vremenska konstanta postavlja na iznos T_{eo} = 0,25 s [8, 83]. Kako bi se postigla slična vremena porasta odziva t_r odabrani su sljedeći parametri stacionarnog Kalmanovog filtra: r = 1,5 rad^{2}s^{-2}, q_{mb} = 5500 (Nm)^{2}s^{-4} i q_m = 0,8 (Nm)^2. Usporedni odzivi modela prijenosnih funkcija $G_{ML}(z)$ i $G_{MK}(z)$ Luenbergerovog estimatora i stacionarnog Kalmanovog filtra uz izbor perioda uzorkovanja T_s = 36 ms prikazani su na slici 6.10. Odzivi na skokovitu promjenu momenta tereta na slici 6.10a pokazuju da su stacionarni Kalmanov filtar i Luenbergerov estimator karakterizirani jednakim vremenima porasta odziva t_r, te također imaju praktički jednake iznose nadvišenja $\sigma_m \approx 40\%$ i vrlo slične iznose vremena smirivanja odziva ($t_s \approx$ 0,65 s). Njihovo vladanje s obzirom na nagibnu promjenu (rampu) momenta tereta ($\dot{M}_b$= 1 Nm/s) također je vrlo slično (slika 6.10b).

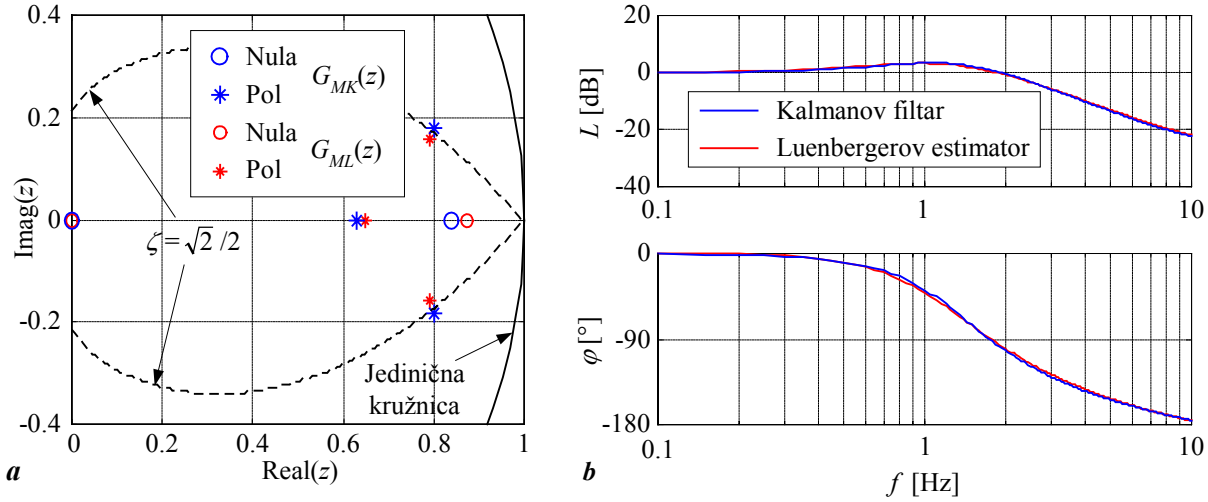
Na slici 6.11 prikazani su položaji polova i nula prijenosnih funkcija stacionarnog Kalmanovog filtra i Luenbergerovog estimatora $G_{ML}(z)$ i $G_{MK}(z)$, te njihove amplitudno-frekvencijske i fazno-frekvencijske karakteristike. Položaji polova i nula na slici 6.11a, te frekvencijske karakteristike na slici 6.11b dodatno potvrđuju da su Kalmanov filtar i Luenberger podešeni za slično dinamičko vladanje.

Vladanje Luenbergerovog estimatora i stacionarnog Kalmanovog filtra s obzirom na stohastičke perturbacije momenta v_m iznosa varijance σ_{vm}^2 = 0,5 (Nm)^2 ilustrirano je odzivima na slici 6.12. Rezultati pokazuju da Luenbergerov estimator i Kalmanov filtar imaju vrlo slična svojstva s obzirom na potiskivanje šuma u izlaznom signalu $\hat{M}_b$, što je posljedica izrazite sličnosti njihovih frekvencijskih karakteristika (Slika 6.11b).

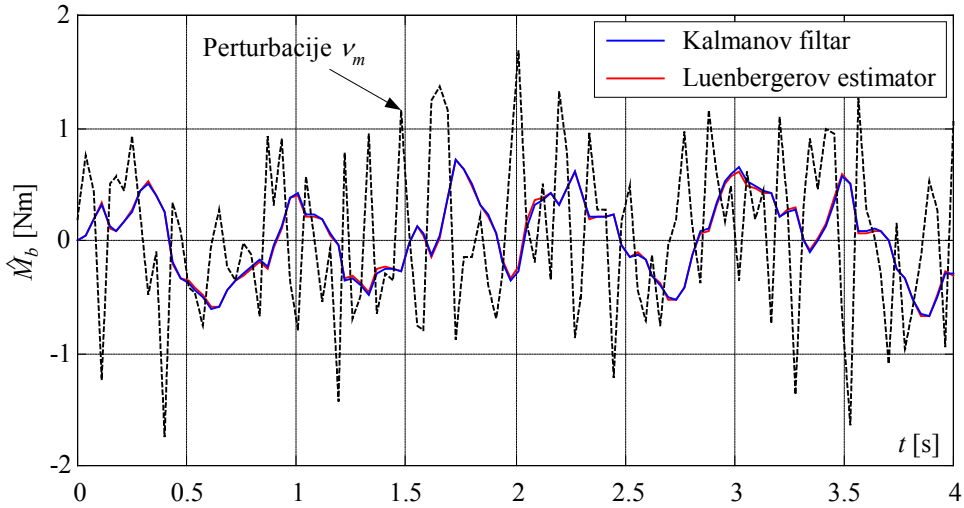
Prema navedenom može se zaključiti da se stacionarni Kalmanov filtar može podesiti tako da ispoljava pratički ekvivalentno dinamičko vladanje kao i klasični Luenbergerov estimator podešen prema optimumu dvostrukog odnosa. Ovaj rezultat zapravo i ne iznenađuje ako se uzme u obzir da Luenbergereov estimator i stacionarni Kalmanov filtar zapravo imaju istovjetne strukture (prijenosne funkcije (6-14) i (6-23)) i dovoljan broj slobodnih parametara za podešenje različitih aspekata njihovog dinamičkog vladanja.



Slika 6.10. *Usporedni odzivi Luenbergerovog estimatora (T_{eo} = 0.25 s) i stacionarnog Kalmanovog filtra podešenog za postizanje jednakog vremena porasta odziva t_r s obzirom na jediničnu skokovitu promjenu (a) i jediničnu nagibnu promjenu (b) momenta tereta.*



Slika 6.11. *Položaji polova i nula (a) i frekvencijske karakteristike (b) Luenbergerovog estimatora (T_{eo} = 0.25 s), i odgovarajućeg stacionarnog Kalmanovog filtra.*



Slika 6.12. *Usporedni odzivi Luenbergerovog estimatora i stacionarnog Kalmanovog filtra podvrgnutih stohastičkim perturbacijama u momenta tereta M_b.*

6.3.3.2. Usporedba adaptivnog Kalmanovog filtra i Luenbergerovog estimatora

Adaptivni Kalmanov filtar i Luenbergerov estimator uspoređuju se simulacijama na računalu primjenom stohastičkog simulacijskog modela na slici 6.3. Za potrebe usporedne analize odabrani su sljedeći adaptivni Kalmanovi filtri (Odjeljak 6.3.2):

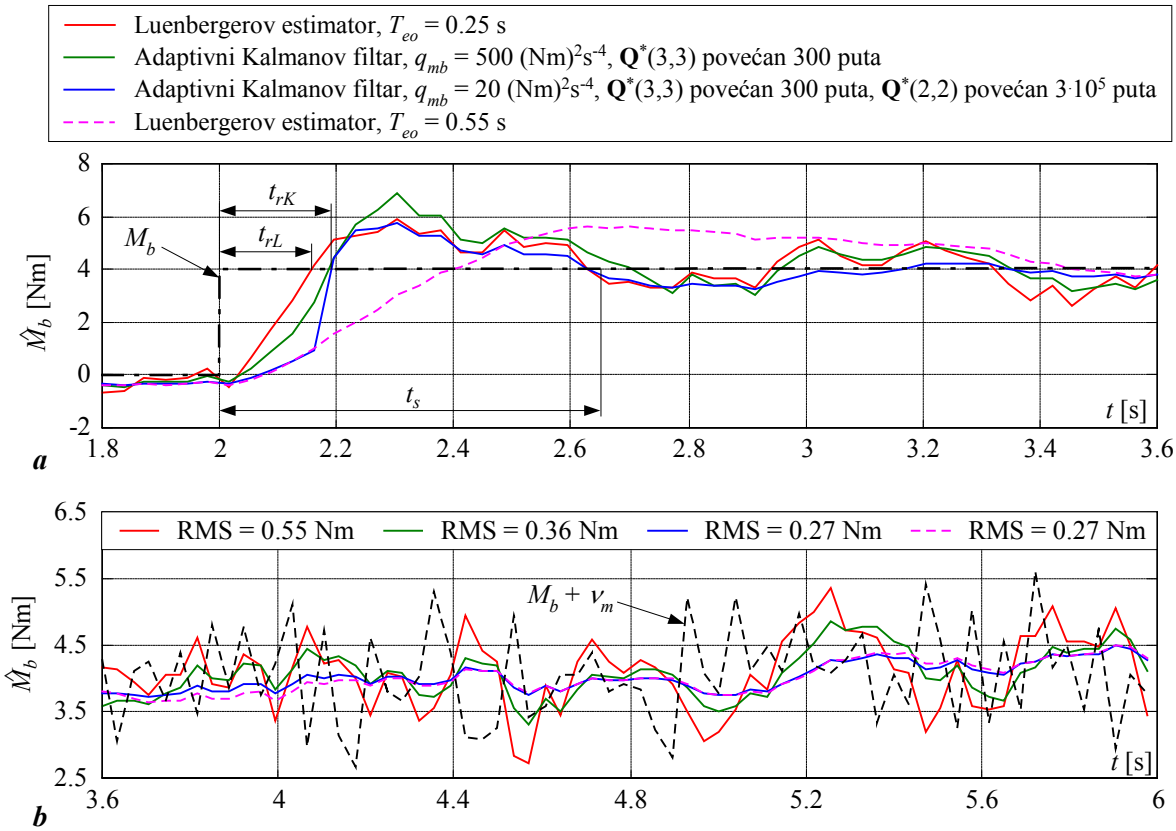
- Kalmanov filtar s parametrima q_{mb} = 500 Nm^{2}s^{-4}, q_m = 0 i r = 1,5 rad^{2}s^{-2}, i adaptacijom provedenom povećanjem parametra $\mathbf{Q}^*(3,3)$ 300 puta nakon detekcije nagle promjene momenta tereta M_b (g_t = 10 rad/s), i
- Kalmanov filtar s parametrima q_{mb} = 20 Nm^{2}s^{-4}, q_m = 0,25 (Nm)^2 i r = 1,5 rad^{2}s^{-2}, i adaptacijom provedenom povećanjem parametara $\mathbf{Q}^*(3,3)$ 300 puta i parametra $\mathbf{Q}^*(2,2)$ $3\cdot10^5$ puta nakon detekcije nagle promjene momenta tereta M_b (g_t = 16 rad/s).

Dinamičko vladanje navedenih adaptivnih Kalmanovih filtara uspoređuje se s vladanjem dvaju Luenbergerovih estimatora od kojih je jedan podešen za razmjerno brzi odziv (T_{eo} = 0,25 s), dok je drugi podešen tako da dobro potiskuje šum u procijenjenom signalu momenta tereta $\hat{M}_b$ (T_{eo} = 0,5 s). Oba Luenbergerova estimatora su podešena tako da se postigne dobra prigušenost njihovih odziva ($D_{2o} = D_{3o} = 0.5$).

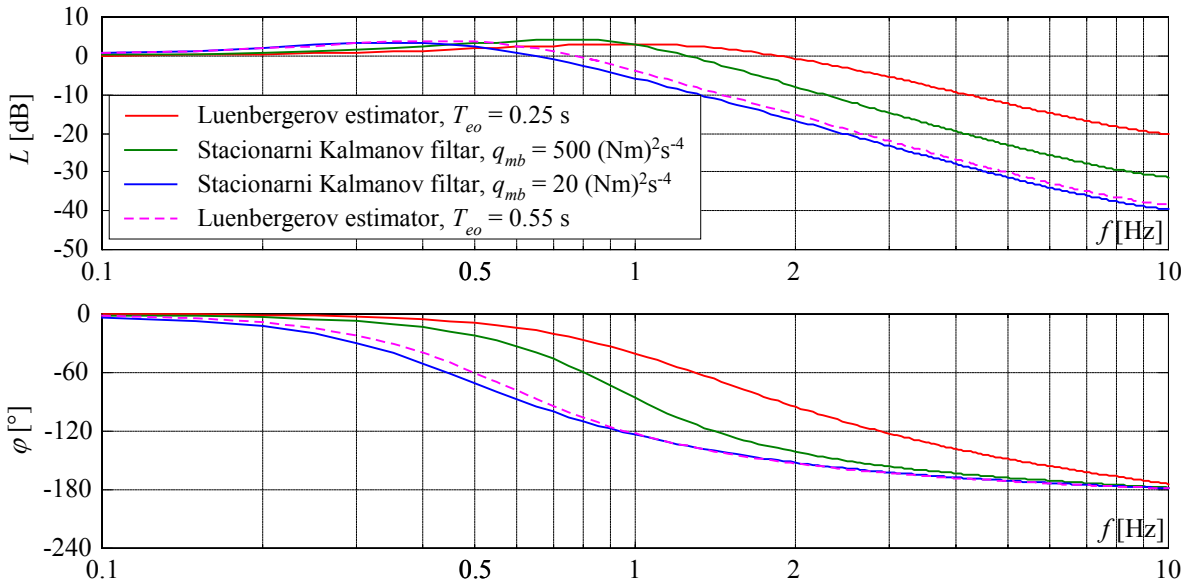
Usporedni odzivi s obzirom na skokovitu promjenu momenta tereta M_b od 4 Nm, kojem su superponirane stohastičke perturbacije v_m varijance σ^2_{vm} = 0,5 (Nm)^2, prikazani su na slici 6.13. Na temelju dobivenih rezultata mogu se izvesti sljedeći zaključci:

- Odzivi adaptivnih Kalmanovih filtara neposredno nakon skokovite promjene momenta tereta M_b su nešto sporiji u odnosu na odziv brzog Luenbergerovog estimatora (T_{eo} = 0,25 s), jer adaptacijskom mehanizmu treba neko vrijeme da detektira naglu promjenu momente tereta M_b i aktivira adaptacijski mehanizam. Ovo je naročito izraženo u slučaju Kalmanovog filtra podešenog za dobro potiskivanje šuma u stacionarnom stanju (q_{mb} = 20 Nm^2s^{-4}), čiji je početni dio odziva identičan odzivu sporog Luenbergerovog estimatora.
- Nakon detekcije nagle promjene momenta tereta M_b, odzivi obaju adaptivnih Kalmanovih filtara se značajno ubrzaju, te se tako potižu približno jednaka vremena porasta odziva t_r i vremena smirivanja t_s u odnosu na brzi Luenbergerov estimator.
- Adaptivni Kalmanovi filtri znatno bolje potiskuju niskofrekvencijske perturbacije u stacionarnom stanju u odnosu na brzi Luenbergerov estimator (Slika 6.13b). Potiskivanje niskofrekvencijskih perturbacija naročito je izraženo u slučaju kada je Kalmanov filtar podešen s malim iznosom parametra q_{mb} (postiže se smanjenje RMS vrijednosti perturbacija od 50% u odnosu na brzi Luenbergerov estimator). Naravno, povećanjem ekvivalentne vremenske konstante Luenbergerovog estimatora (T_{eo} = 0,55 s) moguće je postići razinu šuma u stacionarnom stanju kao i kod adaptivnog Kalmanovog filtra, no time se znatno usporava odziv na skokovitu promjenu momenta tereta M_b (Slika 6.13a).

Na slici 6.14 prikazane su usporedne frekvencijske karakteristike Luenbergerovih estimatora i odgovarajućih stacionarnih Kalmanovih filtara. Karakteristike pokazuju da oba stacionarna Kalmanova filtra imaju značajno uži frekvencijski propusni opseg (i veće fazno kašnjenje) u odnosu na razmjerno brzi Luenbergerov estimator, što pojašnjava manje iznose amplituda momenta tereta $\hat{M}_b$ u stacionarnom stanju (Slika 6.13b). Frekvencijske karakteristike na slici 6.14 također pokazuju da Luenbergerov estimator podešen za dobro potiskivanje stohastičkih perturbacija u signalu $\hat{M}_b$ (T_{eo} = 0,55 s) približno odgovara sporom stacionarnom Kalmanovom filtru (q_{mb} = 20 Nm^2s^{-4}). Valja uočiti da sve amplitudno-frekvencijske karakteristike imaju određeno izdizanje u području niskih frekvencija (0,5 - 1,5 Hz), pa razmatrani sustavi procjene stanja mogu u određenoj mjeri pojačati navedeni raspon frekvencijskog spektra momenta tereta M_b (pogledati npr. odziv brzog Luenbergerovog estimatora na slici 6.13b).



Slika 6.13. *Usporedni simulacijski odzivi procjene momenta tereta $\hat{M}_b$ različitio podešenih Luenbergerovih estimatora i adaptivnih Kalmanovih filtara: prijelazne pojave s obzirom na skokovitu promjenu momenta tereta M_b (a) i stacionarni dijelovi odziva (b).*



Slika 6.14. *Frekvencijske karakteristike razmatranih Luenbergerovih estimatora i odgovarajućih stacionarnih Kalmanovih filtara.*

6.4. Analiza točnosti slijeđenja i robusnosti na pogreške modeliranja

Provodi se analiza pogreške procjene momenta tereta s obzirom na pogrešku rekonstrukcije razvijenog momenta motora, pogrešku iznosa momenta inercije motora, te različite vrste nemodeliranih komponenti momenta tereta ovisnih o brzini vrtnje motora. Analiza pogreške provodi se za stacionarni Kalmanov filtar algebarskim postupcima i simulacijama na računalu.

6.4.1. Točnost slijeđenja

Analitički izrazi za pogreške procjene brzine vrtnje i momenta tereta stacionarnog Kalmanovog filtra dobiju se primjenom izraza (6-12) i (6-13) kako slijedi [85]:

$$\varepsilon_\omega(z) = \omega_m(z) - \hat{\omega}(z) = \left[1 - G_{\omega\omega}(z)\right]\omega_m(z) - G_{\omega M}(z)\hat{M}(z)\,, \tag{6-27}$$

$$\varepsilon_{Mb}(z) = M_b(z) - \hat{M}_b(z) = M_b(z) - G_{MK}(z)\left(\hat{M}(z) - \frac{\hat{I}}{T_s}(z-1)\omega_m(z)\right)\,. \tag{6-28}$$

Uvrštavanjem izraza (6-14)-(6-16) u izraze (6-27) i (6-28) i supstitucijom $\omega_m(z) = T_s I^{-1}(z-1)^{-1}\left(M(z) - M_b(z)\right)$ u jednadžbi za pogrešku procjene momenta tereta ε_{Mb}, dobiju se konačni izrazi za pogreške procjene brzine vrtnje i momenta tereta [85]:

$$\varepsilon_\omega(z) = (1-K_\omega)\left(\frac{(z-1)^3}{z^3 - a_{K2}z^2 + a_{K1}z - a_{K0}}\omega_m(z) - \frac{T_s}{\hat{I}}\frac{(z-1)^2}{z^3 - a_{K2}z^2 + a_{K1}z - a_{K0}}\hat{M}(z)\right), \tag{6-29}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{Mb}(z) = &\frac{(z-1)^3 + K_\omega(z-1)^2 - K_M\frac{T_s}{\hat{I}}\left(1-\frac{\hat{I}}{I}\right)z(z-1) - K_{\dot{M}}\frac{T_s^2}{2\hat{I}}z\left(z+1-2\frac{\hat{I}}{I}\right)}{z^3 - a_{K2}z^2 + a_{K1}z - a_{K0}}M_b(z)\\ &-\frac{K_M\frac{T_s}{\hat{I}}z\left(z-1+T_s\frac{K_{\dot{M}}}{K_M}\right)}{z^3 - a_{K2}z^2 + a_{K1}z - a_{K0}}\left(\frac{\hat{I}}{I}M(z) - \hat{M}(z)\right).\end{aligned} \tag{6-30}$$

Prema izrazima (6-29) i (6-30), procijenjeni iznos momenta inercije $\hat{I}$ i rekonstrukcija razvijenog momenta motora $\hat{M}$ izravno utječu na pogreške procjene brzine vrtnje i momenta tereta Ottovog motora tijekom prijelaznih pojava i u stacionarnom stanju.

Za potrebe analize točnosti stacionarnog Kalmanovog filtra pretpostavlja se da se vremenske promjene mjernog signala brzine vrtnje motora ω_m mogu prikazati odskočnom funkcijom, nagibnom promjenom (rampom) i paraboličnom (kvadratnom) funkcijom, dok se vremenske promjene momenta tereta M_b i razvijenog momenta motora M mogu prikazati

odskočnom funkcijom i rampom. Vremenski-diskretni oblici spomenutih ispitnih signala u Z-području su radi preglednosti navedeni u tablici 6.1.

Tablica 6.1. *Prikazi tipičnih oblika ispitnih signala brzine vrtnje, te razvijenog momenta motora i momenta tereta u vremenski-diskretnom Z-području*[1].

	Odskočna funkcija	Rampa	Parabolična funkcija
Oblik u Z-području	$\frac{z}{z-1}U_s$	$\frac{T_s z}{(z-1)^2}U_r$	$\frac{T_s^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}U_p$

Stacionarni iznosi pogrešaka procjene brzine vrtnje i momenta tereta dobiju se uvrštavanjem izraza za parametre a_{K2}, a_{K1} i a_{K0} (izraz (6-13)) i izraza za ispitne signale ω_m, M i M_b prema tablici 6.1 u izraze (6-29) i (6-30), te primjenom teorema konačne vrijednosti:

$$e_\omega(k \to \infty) = \lim_{z \to 1}(z-1)e_\omega(z), \tag{6-31}$$

$$\varepsilon_{Mb}(k \to \infty) = \lim_{z \to 1}(z-1)\varepsilon_{Mb}(z). \tag{6-32}$$

Valja uočiti da granična vrijednost polinoma u nazivniku izraza (6-29) i (6-30) kada $z \to 1$ iznosi $-K_{\dot{M}}T_s^2/\hat{I}$.

Analiza navedenih izraza za stacionarne pogreške procjene brzine vrtnje i momenta tereta polučuje sljedeće rezultate:

- Pogreška procjene brzine vrtnje ε_ω teži u nulu za bilo koju konstantnu vrijednost, nagib rampe, ili paraboličnu promjenu mjernog signala brzine vrtnje motora ω_m, te za bilo koju konstantnu vrijenost ili nagib rampe rekonstruiranog okretnog momenta motora $\hat{M}$. Ovo je ispunjeno bez obzira na pogrešku rekonstrukcije razvijenog okretnog momenta motora ($\hat{M} \neq M$), odnosno odstupanje iznosa momenta inercije motora od njegove stvarne vrijednosti ($\hat{I} \neq I$).
- Pogreška procjene momenta tereta ε_{Mb} teži u nulu za bilo koji konstantni iznos momenta tereta M_b, ukoliko je rekonstrukcija razvijenog momenta motora točna ($\hat{M} = M$), i ako je točan iznos momenta inercije motora ($\hat{I} = I$). Za nagibnu promjenu momenta tereta s nagibom $\dot{M}_b$, procjena momenta tereta karakterizirana je

[1] U_s, U_r, i U_p predstavljaju redom iznos skokovite promjene, nagib rampe, i drugu derivaciju parabolične funkcije.

malim iznosom pogreške slijeđenja u stacionarnom stanju $\varepsilon_{Mb}(\infty) = \dot{M}_b T_s / 2$ (tzv. parazitska pogreška), koja je posljedica diskretizacije u vremenu modela rotacijske dinamike motora (6-3) uz pretpostavku ekstrapolatora nultog reda (ZOH) na ulazima procesa [83]. Ova bi pogreška bila jednaka nuli u slučaju vremenski-kontinuiranog Kalmanovog filtra ($T_s \to 0$), odnosno u slučaju kada bi se diskretizacija u vremenu modela (6-3) provela uz pretpostavku ekstrapolatora prvog reda (FOH) na ulazima procesa umjesto jednostavnijeg ekstrapolatora nultog reda (ZOH) [83].

- Učinci pogreške određivanja momenta inercije motora $I - \hat{I}$ i pogreške rekonstrukcije razvijenog momenta motora $\hat{M} - M$ ispoljavaju se na sljedeće načine:
  (i) U slučaju kada su razvijeni moment motora M i moment tereta M_b konstantni, procjena momenta tereta $\hat{M}_b$ karakterizirana je sljedećim iznosom stacionarne pogreške:
  $$e_{Mb}(k \to \infty) = \left(1 - \frac{\hat{I}}{I}\right) M_b + \frac{\hat{I}}{I} M - \hat{M} . \tag{6-33}$$
  (ii) S druge strane, u slučaju da je razvijeni okretni moment M ili moment tereta M_b karakteriziran nagibnom promjenom, apsolutni iznos stacionarne pogreške procjene momenta tereta monotono raste u vremenu (i teorijski teži u beskonačnost).

Općenito se može pretpostaviti da je pogreška parametra $\hat{I}$ razmjerno malog iznosa. Prema tome, pogreške procjene momenta tereta M_b prema izrazima (6-30) – (6-33) pretežno su uzrokovane pogreškama rekonstrukcije razvijenog momenta motora $\hat{M}$. Detaljna analiza pogreške rekonstrukcije razvijenog momenta Ottovog motora dana je u [85].

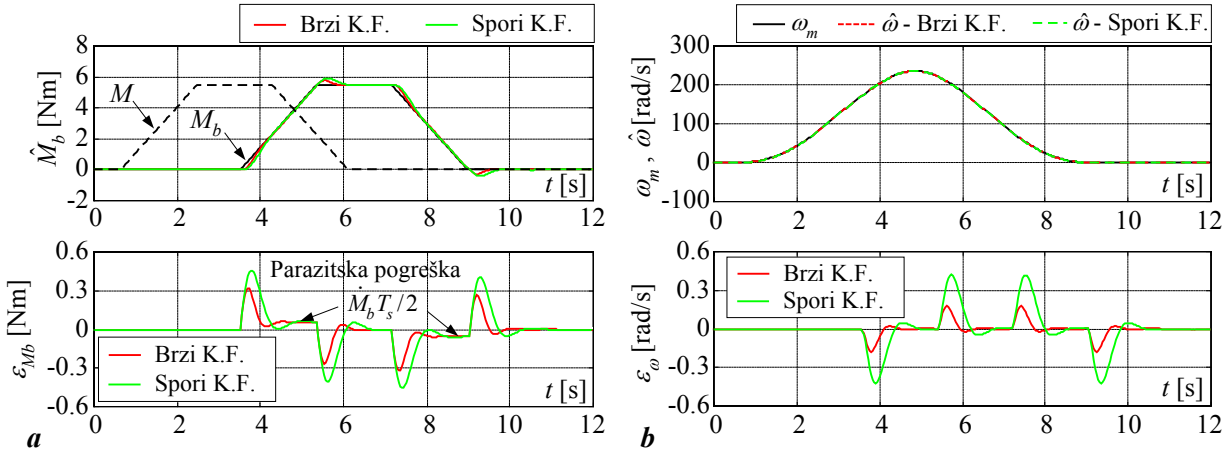
Odzivi na slici 6.15 ilustriraju kvalitetu slijeđenja nagibne promjene momenta tereta stacionarnog Kalmanovog filtra podešenog za brz odziv (q_{mb} = 3000 $(\mathrm{Nm})^2\mathrm{s}^{-4}$) i filtra podešenog za dobro potiskivanje šuma (q_{mb} = 20 $(\mathrm{Nm})^2\mathrm{s}^{-4}$, "spori" filtar). Pritom se uzima period uzorkovanja T_s = 36 ms, i pretpostavlja točna rekonstrukcija razvijenog momenta motora ($\hat{M} = M$) i točan iznos momenta inercije $\hat{I} / I = 1$. Rezultati na slici 6.15 potvrđuju rezultate algebarske analize:

- Stacionarna pogreška procjene brzine vrtnje motora $\varepsilon_\omega = \omega_m - \hat{\omega}$ teži u nulu za najzahtjevniji slučaj parabolične promjene mjernog signala brzine ω_m vrtnje te nagibnih promjena i konstantnih iznosa razvijenog momenta motora i momenta tereta.

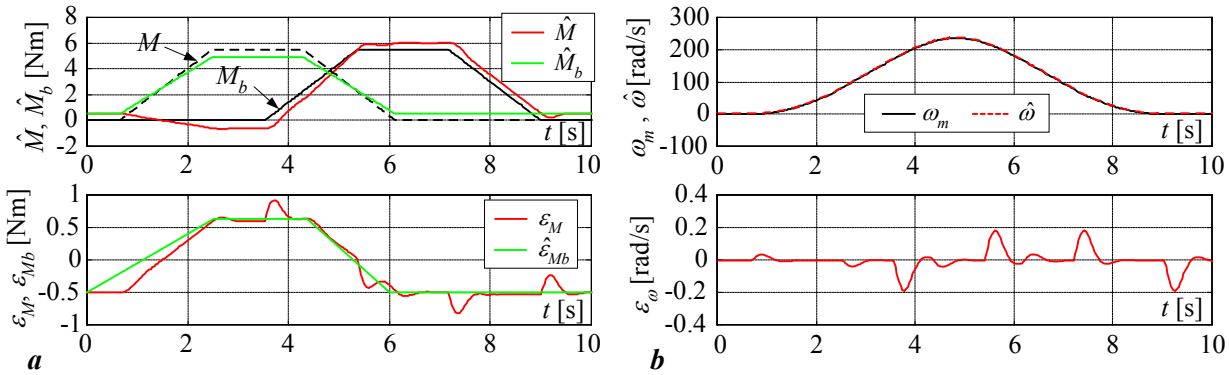
- Za konstantne vrijednosti razvijenog momenta motora i momenta tereta, pogreška procjene momenta tereta teži u nulu. Međutim, u intervalima kada postoji nagibna promjena momenta tereta uistinu postoji mala (parazitska) pogreška slijeđenja momenta tereta iznosa $\dot{M}_b T_s / 2$ (posljedica sinteze Kalmanovog filtra zasnovane na vremenski diskretnom modelu dobiveniom primjenom ekstrapolatora nultog reda na ulazu vremenski-kontinuiranog modela procesa).
- Primjenom Kalmanovog filtra podešenog za brz odziv postižu se manji iznosi dinamičkih pogrešaka procjene momenta tereta i brzine vrtnje motora.

Slike 6.16 i 6.17 redom prikazuju utjecaj statičke pogreške rekonstrukcije razvijenog momenta motora $\hat{M}$ i pogreške iznosa momenta inercije $\hat{I}$ na točnost brzog stacionarnog Kalmanovog filtra. Pogreška rekonstrukcije momenta motora M unešena je skaliranjem i dodavanjem posmaka prema izrazu $\hat{M} = 0{,}8M + 0{,}5$ [Nm], dok su iznosi parametra $\hat{I}$ odabrani tako da odgovaraju pogreškama momenta inercije I od ±25%. Rezultati na slikama 6.16 i 6.17 potvrđuju da pogreške rekonstrukcije razvijenog momenta motora i momenta inercije ne utječu na točnost procjene brzine vrtnje motora u stacionarnom stanju. Međutim, pogreška rekonstrukcije momenta motora $\varepsilon_M = M - \hat{M}$ izravno se prenosi na pogrešku procjene momenta tereta $\varepsilon_{Mb} = M_b - \hat{M}_b$, tako da u stacionarnom stanju vrijedi $\varepsilon_M = \varepsilon_{Mb}$ (slika 6.16a). Pogreška iznosa momenta inercije $I - \hat{I}$ značajno utječe na pogrešku procjene momenta tereta ε_{Mb} (Slika 6.17a), koja se akumulira tijekom intervala nagibnih promjena razvijenog momenta motora i momenta tereta.

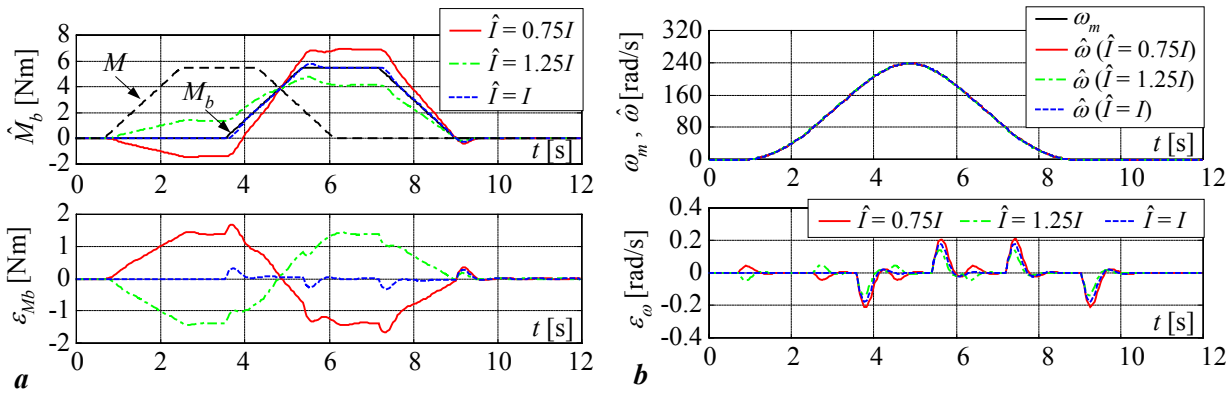
Na slici 6.18 prikazani su usporedni simulacijski odzivi brzog i sporog stacionarnog Kalmanovog filtra s obzirom skokovite promjene razvijenog momenta motora i momenta tereta u prisustvu dinamičke pogreške rekonstrukcije razvijenog momenta motora uslijed pogreške mrtvog vremena razvijanja momenta T_d. Pogreška mrtvog vremena T_d simulira se zakašnjavanjem rekonstrukcije momenta motora za jedan korak uzorkovanja (tj. $\hat{M}(kT_s) = M(kT_s - T_s)$). Rezultati na slici 6.18 ukazuju da uslijed pogreške T_d nastaju izraženi "šiljci" u pogrešci rekonstrukcije momenta ε_M u trenutku nagle promjene razvijenog momenta motora. Ove "šiljci" se iskazuju u procjeni momenta tereta $\hat{M}_b$ kao dinamički "poremećaji" (filtrirani dinamikom Kalmanovog filtra prema izrazu (6-30)). Učinci dinamičke pogreške su manje izraženi kod sporijeg Kalmanovog filtra zbog manjih iznosa pojačanja **K**, odnosno manje širine njegovog propusnog opsega.



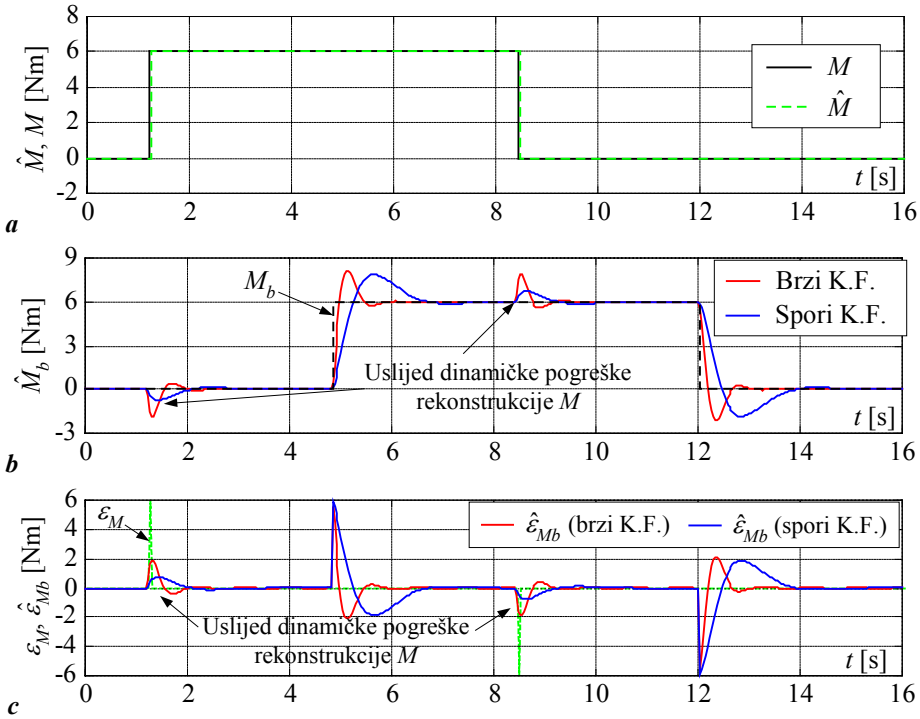
Slika 6.15. *Simulacijski* ***rezultati slijeđenja nagibnih promjena*** *momenta tereta različitih stacionarnih Kalmanovih filtara (K.F.) uz točnu rekonstrukciju razvijenog momenta motora i točan iznos momenta inercije: odzivi momenta tereta (a) i brzine vrtnje (b).*



Slika 6.16. *Simulacijski* ***rezultati slijeđenja nagibnih promjena*** *momenta tereta* ***uz statičku pogrešku rekonstrukcije razvijenog momenta*** *motora ($\hat{M}$ = 0,8M + 0,5) i $\hat{I} = I$: odzivi momenta tereta (a) i brzine vrtnje (b).*



Slika 6.17. *Simulacijski* ***rezultati slijeđenja nagibnih promjena*** *momenta tereta* ***uz pogrešku iznosa momenta inercije*** *($\hat{I} \neq I$) i točnu rekonstrukciju razvijenog momenta motora: odzivi momenta tereta (a) i brzine vrtnje (b).*



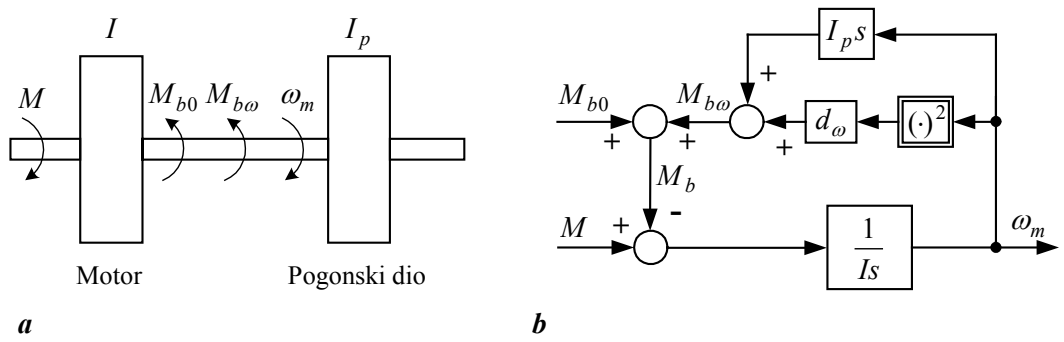
Slika 6.18. *Simulacijski* ***odzivi*** *različito podešenih* ***stacionarnih Kalmanovih filtara*** *(K.F.)* ***u prisustvu dinamičke pogreške rekonstrukcije razvijenog momenta motora*** *za slučaj skokovite promjene razvijenog momenta motora i momenta tereta ($\hat{I} = I$).*

6.4.2. Robusnost na pogreške modeliranja

Prilikom projektiranja Kalmanovog filtra za procjenu momenta tereta Ottovog motora pretpostavljeno je da u modelu rotacijske dinamike motora (6-3) moment tereta M_b predstavlja stohastičku poremećajnu varijablu. Međutim, u stvarnosti moment tereta M_b često ovisi o brzini vrtnje motora ω. Stoga je vrijedno provesti analizu stacionarne i dinamičke pogreške procjene momenta tereta M_b prouzročene komponentama razvijenog momenta motora i momenta tereta ovisnim o brzini vrtnje motora. Radi jednostavnosti pretpostavlja se da pogreške rekonstrukcije razvijenog momenta motora i iznosa momenta inercije motora nisu prisutne.

6.4.2.1. Pojednostavljeni model automobilskog pogona

Pretpostavljajući idealan prijenos okretnog momenta motora M prema kotačima (tj. učinci torzijske elastičnosti u prijenosnom mehanizmu i prijelaznih pojava pri promjeni stupnjeva prijenosa mjenjača su zanamarivi), pogon automobilskog motora može se opisati pojednostavljenim modelom dvomasenog sustava s krutom (neelastičnom) vezom prikazanim na slici 6.19a. Za takav tip sustava svi momenti inercija pogona uključujući i moment inercije



Slika 6.19. *Idealizirani prikaz automobilskog pogona kao dvomasenog sustava s krutom vezom (a), i odgovarajući blokovski dijagram pojednostavljenog modela (b).*

automobilske gume mogu se nadomjestiti jednim zajedničkim momentom inercije I_p. Ukupni moment tereta M_b preslikan na vratilo motora sadrži neovisnu komponentu momenta tereta M_{b0} koja u sebi uključuje djelovanje različitih dodatnih automobilskih komponenti (npr. klima uređaj), i komponentu momenta tereta $M_{b\omega}$ ovisnu o brzini vrtnje motora. Komponenta $M_{b\omega}$ može uključivati okretni moment proporcionalan kutnom ubrzanju pogona $I_p\dot{\omega}_m$, te komponentu momenta tereta uslijed otpora zraka pri gibanju vozila koja ovisi o kvadratu brzine vozila, odnosno brzine vrtnje motora (pogledati npr. [3]). Blokovski dijagram pojednostavljenog modela automobilskog pogona prikazan je na slici 6.19b.

6.4.2.2. Utjecaj komponente momenta proporcionalne ubrzanju pogona

Prema slici 6.19b, dinamičko vladanje motora u prisustvu komponente momenta ubrzanja $M_{b\omega} = I_p\dot{\omega}_m$, može se opisati sljedećim izrazom:

$$\omega_m(s) = \frac{1}{Is}(M(s) - M_{b0}(s)) - \frac{I_p}{I}\omega_m(s) = \frac{1}{(I+I_p)s}(M(s) - M_{b0}(s)), \tag{6-34}$$

odnosno, prisustvo komponente momenta tereta $I_p\dot{\omega}_m$ ispoljava se kao dodatni iznos momenta inercije na vratilu motora (vidi Sl. 6.19a). Prema tome, analiza pogreške procjene momenta tereta može se provesti na sličan način kao i u slučaju osnovnog modela rotacijske dinamike motora (6-2) koristeći pritom dinamički model dobiven primjenom Z-transformacije na model (6-34), uz pretpostavku ekstrapolatora nultog reda na ulazima M i M_{b0}:

$$\omega_m(z) = \frac{T_s}{I+I_p}\frac{1}{z-1}(M(z) - M_{b0}(z)). \tag{6-35}$$

Supstitucijom $M(z) = T_s^{-1}(I+I_p)(z-1)\omega_m + M_{b0}(z)$ u jednadžbu Kalmanovog filtra (6-12) te njenim uvrštavanjem u izraz (6-28) dobije se sljedeći izraz za pogrešku procjene momenta tereta $\varepsilon_{Mb} = M_b - \hat{M}_b$:

$$\varepsilon_{Mb}(z)=\frac{(z-1)^3+K_\omega(z-1)^2-K_{\dot{M}}\dfrac{T_s^2}{2I}z(z-1)}{z^3-a_{K2}z^2+a_{K1}z-a_{K0}}\left(M_{b0}(z)+\frac{I_p}{T_s}(z-1)\omega_m(z)\right). \quad (6\text{-}36)$$

Analiza izraza za pogrešku procjene momenta tereta (6-36) ukazuje na sljedeće:

- Stacionarna pogreška procjene ε_{Mb} teži u nulu za bilo koji konstantni iznos neovisne komponente momenta tereta M_{b0}, te bilo koji konstantni iznos ili nagibnu promjenu brzine vrtnje motora ω_m.
- U slučaju nagibne promjene neovisne komponente momenta tereta M_{b0} ili parabolične promjene brzine vrtnje motora ω_m, procjena momenta tereta karakterizirana je parazitskom pogreškom slijeđenja $\varepsilon_{Mb}(k\to\infty)=(\dot{M}_{b0}+I_p\ddot{\omega}_m)T_s/2$.

6.4.2.3. Utjecaj kvadratične ovisnosti momenta tereta o brzini vrtnje motora i praktična modifikacija Kalmanovog filtra

Rotacijska dinamika motora u prisustvu komponente momenta tereta $M_{b\omega}=d_\omega\omega_m^2$ (vidi Sl. 6.19b) opisana je sljedećim nelinearnim modelom:

$$\omega_m(s)=\frac{1}{Is}(M(s)-M_{b0}(s))-d_\omega\omega_m^2(s). \quad (6\text{-}37)$$

Analiza pogreške $\varepsilon_{Mb}=M_b-\hat{M}_b$ provodi se na sljedećem modelu lineariziranom u okolini radne točke pogona (karakteriziranu brzinom vrtnje motora ω_0):

$$\omega_m(s)=\frac{1/I}{s+2d_\omega\omega_0/I}(M(s)-M_{b0}(s))=\frac{1/I}{s+a^*}(M(s)-M_{b0}(s)). \quad (6\text{-}38)$$

Vremenski-diskretni model P1 člana (6-38) dobiven Z-transformacijom (uz pretpostavku ekstrapolatora nultog reda na ulazima M_{b0} i M) glasi:

$$\omega_m(z)=\frac{1}{2d_\omega\omega_0}\frac{1-e^{-a^*T_s}}{z-e^{-a^*T_s}}(M(z)-M_{b0}(z)). \quad (6\text{-}39)$$

Supstitucijom $M(z)$ iz izraza (6-39) u izraze (6-12) i (6-28) nakon sređivanja se dobije sljedeći izraz za pogrešku ε_{Mb}:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{Mb}(z)=&\frac{(z-1)^3+K_\omega(z-1)^2-K_{\dot{M}}\dfrac{T_s^2}{2I}z(z-1)}{z^3-a_{K2}z^2+a_{K1}z-a_{K0}}M_{b0}(z)+\frac{K_M z(z-1)^2}{z^3-a_{K2}z^2+a_{K1}z-a_{K0}}\omega_m(z)\\&+2d_\omega\omega_0\frac{\left((1-e^{-a^*T_s})(z-1+K_\omega)+K_M\dfrac{T_s}{I}z\right)(z-1)^2-K_{\dot{M}}\dfrac{T_s^2}{2I}(1+e^{-a^*T_s})z(z-1)}{z^3-a_{K2}z^2+a_{K1}z-a_{K0}}\omega_m(z).\end{aligned} \quad (6\text{-}40)$$

Analiza stacionarne pogreške prema izrazima (6-31) i (6-40) ukazuje na sljedeće:

- Stacionarna pogreška procjene momenta tereta ε_{Mb} teži u nulu kada su neovisna komponenta opteretnog momenta M_{b0} i brzina vrtnje motora ω_m konstantni. Kako prema izrazu (6-38) brzina vrtnje motora postiže konstantan iznos u stacionarnom stanju ako je razlika $M - M_{b0}$ konstantna, pogreška procjene momenta tereta ε_{Mb} teži u nulu ako su moment motora M i neovisna komponenta momenta tereta M_{b0} konstantni.
- Ukoliko su razvijeni moment motora M ili neovisna komponenta momenta tereta M_{b0} karakterizirani nagibnim promjenama, tada će i brzina vrtnje motora ω_m također biti karakterizirana nagibnom promjenom u stacionarnom stanju (izraz (6-38)). Procjena momenta tereta je u tom slučaju karakterizirana sljedećom stacionarnom pogreškom slijeđenja $\varepsilon_{Mb}(k \to \infty) = \dot{M}_{b0} T_s / 2 + T_s \dot{\omega}_m (1 + e^{-a^* T_s}) d_\omega \omega_0$, čiji iznosi rastu s brzinom vrtnje motora ω_m (radnom točkom ω_0) i većim iznosima koeficijenta d_ω.

Valja napomenuti da se rezultati prethodno provedene analize mogu mogu izravno primijeniti za slučaj linearne ovisnosti momenta tereta o brzini vrtnje motora ($M_{b\omega} = k_\omega \omega_m$). U tom se slučaju parametar $2d_\omega\omega_0$ u izrazima (6-38) – (6-40) jednostavno zamijeni odgovarajućim koeficijentom proporcionalnosti k_ω.

Sinteza Kalmanovog filtra opisanog izrazima (6-7) i (6-8) zasnovana je na pretpostavci da moment tereta M_b ne ovisi o brzini vrtnje motora ω_m, što ima za posljedicu prethodno navedenu dinamičku i stacionarnu pogrešku procjene momenta tereta kada je on proporcionalan kvadratu brzine vrtnje motora. Međutim, ukoliko se pri sintezi estimatora uzme u obzir veza između momenta tereta i brzine vrtnje motora, tako da se rekonstruirani signal $M_{b\omega} = d_\omega \omega_m^2$ pridoda ulaznom signalu Kalmanovog filtra $\hat{M}$, moguće je poboljšati kvalitetu slijeđenja ukupnog momenta tereta M_b. Jednadžbe procjene stanja takvog modificiranog Kalmanovog filtra imaju sljedeći oblik [85]:

- A-priori procjena varijabli stanja i predikcijska pogreška (pogledati izraz (6-7)):

$$\begin{aligned}
&\hat{\omega}(k \mid k-1) = \hat{\omega}(k-1 \mid k-1) - \frac{T_s}{\hat{I}} \hat{M}_{b0}(k-1 \mid k-1) - \frac{T_s^2}{2\hat{I}} \hat{\dot{M}}_{b0}(k-1 \mid k-1) \\
&\qquad + \frac{T_s}{\hat{I}} \left(\hat{M}(k-1) - d_\omega \omega_m^2(k-1) \right), \\
&\hat{M}_{b0}(k \mid k-1) = \hat{M}_{b0}(k-1 \mid k-1) + T_s \hat{\dot{M}}_{b0}(k-1 \mid k-1), \\
&\hat{\dot{M}}_{b0}(k \mid k-1) = \hat{\dot{M}}_{b0}(k-1 \mid k-1), \\
&\hat{\varepsilon}(k \mid k-1) = \omega_m(k) - \hat{\omega}(k \mid k-1).
\end{aligned} \tag{6-41}$$

- A-posteriori procjena varijabli stanja:

$$\begin{bmatrix} \hat{\omega}(k\,|\,k) \\ \hat{M}_{b0}(k\,|\,k) \\ \hat{\dot{M}}_{b0}(k\,|\,k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}(k\,|\,k-1) \\ \hat{M}_{b0}(k\,|\,k-1) \\ \hat{\dot{M}}_{b0}(k\,|\,k-1) \end{bmatrix} + \mathbf{K}(k)\hat{\varepsilon}(k\,|\,k-1)\,. \tag{6-42}$$

- Procjena momenta tereta:

$$\hat{M}_b(k) = \hat{M}_{b0}(k\,|\,k) + d_\omega \hat{\omega}^2(k\,|\,k)\,. \tag{6-43}$$

Predložena modifikacija Kalmanovog filtra omogućuje odvojenu procjenu neovisne komponente momenta tereta M_{b0} i rekonstrukciju komponente $M_{b\omega}$. Proračun $M_{b\omega}$ prema izrazu (6-43) trebao bi biti karakteriziran razmjerno malom razinom šuma jer se zasniva na signalu procijenjene brzine vrtnje motora $\hat{\omega}$. Međutim, potrebno je istaći da je izravno dodavanje signala brzine vrtnje ω_m na ulaz Kalmanovog filtra opravdano samo za razmjerno male iznose parametra d_ω (što je zadovoljeno u ovoj analizi, pogledati eksperimentalne rezultate u potpoglavlju 6.5). Ukoliko bi pak vrijednosti parametra d_ω bile razmjerno velike, pojačanja Kalmanovog filtra **K** dobivena prema izrazima za nemodificirani Kalmanov filtar (6-7) ne bi bila optimalna s obzirom na šum mjerenja i perturbacije u varijablama stanja [85]. U tom slučaju je za procjenu momenta tereta potrebno primijeniti prošireni oblik Kalmanovog filtra (Potpoglavlje 5.2, [75]).

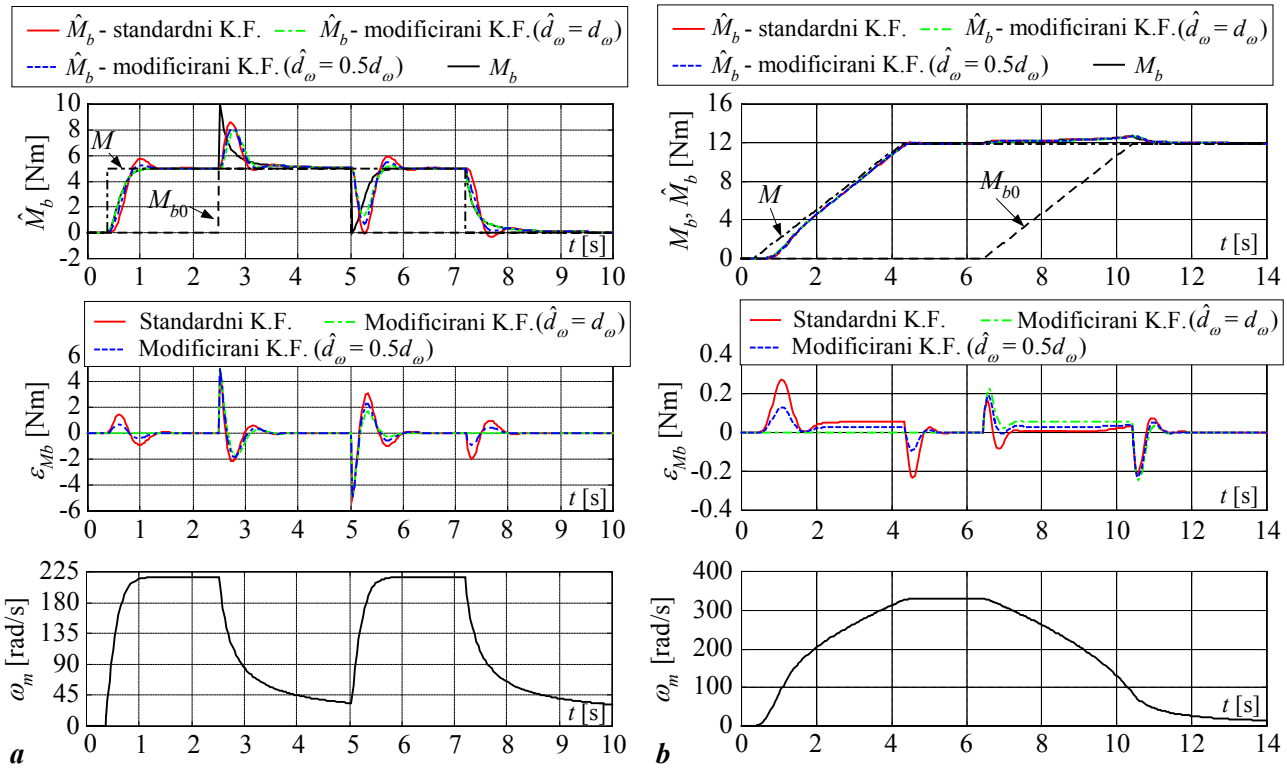
Treba napomenuti da se prethodno navedena modifikacija Kalmanovog filtra zasniva na pretpostavci da je iznos parametra d_ω poznat. U suprotnom, predloženi oblik Kalmanovog filtra morao bi se proširiti dodatnom varijablom stanja u svrhu dinamičke procjene parametra d_ω (vidi npr. [3]), što povećava složenost sustava procjene.

Na slici 6.20 prikazani su usporedni simulacijski odzivi brzog stacionarnog Kalmanovog filtra (q_{mb} = 3000 (Nm)^{2}s^{-4}) sa i bez modifikacije s obzirom na komponentu momenta tereta $M_{b\omega} = d_\omega \omega_m^2$. Parametar d_ω je u simulaciji postavljen na iznos 0,01 Nms^{2}rad^{-2}, dok modificirani Kalmanov filtar koristi vrijednosti $\hat{d}_\omega = d_\omega$ i $\hat{d}_\omega = 0.5 d_\omega$. Rezultati na slici 6.20 potvrđuju prethodno navedene rezultate algebarske analize:

- U slučaju skokovite ili nagibne promjene razvijenog momenta motora M prisutna je dinamička pogreška procjene momenta tereta $\hat{M}_b$, jer standardni oblik Kalmanovog filtra tretira komponentu momenta tereta $M_{b\omega} = d_\omega \omega_m^2$ (izazvanu promjenom M) kao poremećajnu varijablu (čiji je odziv zakašnjen u određenoj mjeri).

- Dinamička pogreška procjene momenta tereta nije prisutna kod modificiranog Kalmanovog filtra samo u slučaju kada je iznos parametra $\hat{d}_\omega$ točno poznat ($\hat{d}_\omega = d_\omega$). Stacionarni iznos pogreške ε_{Mb} modificiranog Kalmanovog filtra teži u nulu za skokovitu promjenu momenta motora M bez obzira na iznos parametra $\hat{d}_\omega$, dok u slučaju nagibne promjene momenta motora M stacionarni iznos pogreške ε_{Mb} teži u nulu samo ako je ispunjeno $\hat{d}_\omega = d_\omega$.

- U slučaju skokovite ili nagibne promjene neovisne komponente momenta tereta M_{b0}, sposobnosti slijeđenja razmatranih Kalmanovih filtara su približno jednake (pogledati intervale odziva t = 2,5 – 5 s na slici 6.20a i t = 4,5 – 9 s na slici 6.20b). Stacionarna pogreška procjene opteretnog momenta modificiranih Kalmanovih filtara teži u nulu za konstantne iznose M_{b0}. U slučaju nagibne promjene M_{b0}, procjene momenta tereta razmatranih Kalmanovih filtara karakterizirane su parazitskim pogreškama slijeđenja.



Slika 6.20. *Usporedni simulacijski* ***odzivi standardnog oblika Kalmanovog filtra i različitih modificiranih Kalmanovih filtara*** *na skokovite promjene (a), i nagibne promjene (b) razvijenog momenta M i neovisne komponente momenta tereta M_{b0}, u prisustvu komponente momenta tereta $M_{b\omega} = d_\omega \omega_m^2$.*

6.4.2.4. Utjecaj povratne veze između brzine vrtnje i razvijenog momenta motora

Povratna veza između brzine vrtnje i razvijenog momenta motora može postojati na primjer zbog učinka pumpanja (Slika 2.3a), odnosno u sustavu regulacije brzine vrtnje motora (Poglavlje 7). Kako ta povratna veza nije uzeta u obzir prilikom sinteze Kalmanovog filtra, odnosno model (6-3) pretpostavlja da je M neovisan o ω_m, postojanje povratne veze između razvijenog momenta motora M i brzine vrtnje ω_m moglo bi utjecati na procjenu momenta tereta. Međutim, prema izrazu (6-12) procjena momenta tereta $\hat{M}_b$ predstavlja filtriranje niskopropusnim filtrom $G_{MK}(z)$ rekonstruiranog momenta tereta M_b dobivenog primjenom baznog estimatora $M_b = M - I\dot{\omega}_m$ (uz pretpostavku $\hat{M} = M$ i $\hat{I} = I$). Stoga postojanje povratne veze po brzini vrtnje motora ne utječe na procjenu momenta tereta $\hat{M}_b$, jer i uz postojanje povratne veze i dalje vrijedi $M_b = M - I\dot{\omega}_m$ (vidi sliku 7.1) [85].

6.5. Eksperimentalna provjera adaptivnog Kalmanovog filtra

Prethodno opisani stacionarni (neadaptivni) i adaptivni Kalmanovi filtri provjereni su eksperimentalno na laboratorijskom postavu Ottovog motora opisanom u potpoglavlje 3.1. Sustavi procjene varijabli stanja provjereni su u sljedećim uvjetima:

- U sklopu regulacijskog sustava brzine vrtnje u praznom hodu (ISC) s PI regulatorom brzine vrtnje (vidi Poglavlje 7) uz referentnu vrijednost brzine vrtnje ω_R = 1200 min^{-1} (primjerenu navedenom motoru razmjerno male snage [83]).
- Naglo otvaranje i zatvaranje zaklopke uz moment tereta proporcionalan kvadratu brzine vrtnje motora, čime se simulira ubrzavanje i usporavanje vozila u prisustvu aerodinamičkog otpora ($M_{b\omega} = d_\omega \omega^2$).

Mjerni signal tlaka zraka p u usisnom kolektoru (uzorkovan s malim periodom uzorkovanja T_{ps} = 2 ms) predstavlja ulaznu varijablu sustava procjene stanja, tj. algoritma rekonstrukcije momenta motora rekonstruira prema jednostavnoj linearnoj relaciji (4-5). Međutim, prije nego li se mjerni signal tlaka p može primijeniti za rekonstrukciju okretnog momenta motora potrebno ga je pripremiti odgovarajućim postupcima obrade signala. Priprema signala tlaka uključuje (vidi sliku 6.21):

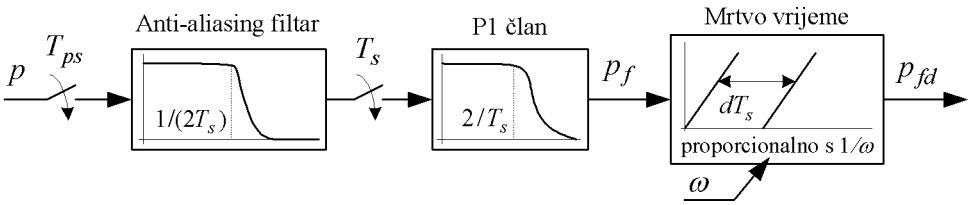
- Filtriranje niskopropusnim filtrom kako bi se eliminirale komponente u mjernom signalu tlaka p čije su frekvencije više od tzv. Shannonove frekvencije sustava procjene momenta tereta $f_{sh} = (2T_s)^{-1}$ (anti-aliasing filtriranje). Ove visokfrekvencijeke

komponente se prije svega odnose na pulzacije tlaka uslijed taktnog rada motora. Za filtriranje se koristi Butterworthov filtar drugog reda s graničnom frekvencijom $f_g = f_{sh}$.

- Dodatno filtriranje signala tlaka primjenom P1 člana s jediničnim pojačanjem i vremenskom konstantom $T_s/2$ kako bi se uzelo u obzir kašnjenje mjernog signala brzine vrtnje motora dobivenog diferenciranjem mjernog signala kutnog zakreta vratila motora (svi ulazni signali u estimator moraju imati isti iznos nemodeliranog (parazitskog) kašnjenja $T_s/2$).
- Zakašnjavanje filtriranog signala tlaka za d koraka uzorkovanja, gdje d predstavlja cjelobrojnu vrijednost omjera procijenjenog iznosa mrtvog vremena razvijanja momenta motora $\hat{T}_d$ i perioda uzorkovanja estimatora T_s.

Parametri stacionarnih i adaptivnih Kalmanovih filtara korištenih u eksperimentalnoj analizi navedeni su u dodatku C.

Na slici 6.22 prikazani su eksperimentalni odzivi sustava regulacije brzine vrtnje motora u praznom hodu i različitih Kalmanovih filtara na skokovite promjene momenta tereta M_b iznosa 4 Nm (M_{max} = 33 Nm). Sustavi procjene varijabli stanja (estimatori) i PI regulator brzine vrtnje motora izvedeni su s periodom uzorkovanja T_s = 36 ms (f_{sh} = 14 Hz), što približno odgovara polovici kašnjenja izgaranja pri brzini vrtnje $\omega \approx \omega_R$ = 1200 min^{-1} ($T_d \approx$ 75 ms). Budući da se brzina vrtnje motora mijenja u razmjerno uskim granicama (slika 6.22b), promjene mrtvog vremena razvijanja momenta motora T_d su razmjerno male, pa se, radi jednostavnosti, signal tlaka zakašnjava za fiksni iznos od 2 koraka uzorkovanja [83]. Odzivi na slici 6.22b pokazuju da su signali procjene momenta tereta karakterizirani nadvišenjima, određenim odstupanjima u stacionarnom stanju, te niskofrekvencijskim pulzacijama. Nadvišenja odziva na skokovitu promjenu momenta tereta uzrokovana su nulama prijenosnih funkcija Kalmanovih filtara (izraz (6-12)), dok su razmjerno mala odstupanja u stacionarnom stanju iznosa 0,5 Nm (približno 2% nazivnog momenta motora) posljedice određene netočnosti rekonstrukcije razvijenog momenta motora prema izrazu (4-5) (vidi sliku 6.16). Niskofrekvencijske oscilacije u stacionarnim dijelovima odziva mogu biti uzrokovane raznim



Slika 6.21. *Blokovski prikaz pripreme mjernog signala tlaka zraka u usisnom kolektoru.*

učincima izgaranja i učincima trenja u motoru koji nisu obuhvaćeni usrednjenim modelom motora. Na slici 6.22c prikazani su usporedni odzivi mjerenja i procjene brzine vrtnje motora. Varijanca šuma u mjerenju brzine vrtnje procijenjena je na 1,5 rad^2s^{-2}, te je na taj iznos postavljen parametar r razmatranog Kalmanovog filtra (Dodatak C). Odzivi na slici 6.22c pokazuju da svi navedeni Kalmanovi filtri točno prate mjerni signal brzine vrtnje motora: relativne pogreške slijeđenja brzine su manje od 6% tijekom prijelaznih pojava momenta tereta, odnosno svega 3% u stacionarnom stanju. Najmanja amplituda šuma u procjeni brzine vrtnje motora postiže se kod adaptivnog Kalmanovog filtra podešenog za dobro potiskivanje šuma u stacionarnom stanju.

Detalji prijelaznih pojava procjene momenta tereta M_b i stacionarni odzivi različitih Kalmanovih filtara prikazani su na slici 6.23. Odzivi za slučaj uključenja odnosno isključenja momenta tereta (udarno opterećenje/rasterećenje iznosa 4 Nm), prikazani na slikama 6.23a i 6.23b, pokazuju da početni dijelovi odziva adaptivnih Kalmanovih filtara imaju manju brzinu porasta u usporedbi s brzim stacionarnim (neadaptivnim) Kalmanovim filtrom, jer treba proteći određeni period vremena da adaptacijski mehanizam poveća iznose pojačanja pojačanja Kalmanovog filtra. Ovo je posebno istaknuto kod adaptivnog Kalmanovog filtra zasnovanog na stacionarnom Kalmanovom filtru podešenom za dobro potiskivanje šuma, odnosno spor odziv (q_{mb} = 20 $(Nm)^2s^{-4}$). Nakon detekcije nagle promjene momenta tereta, odzivi adaptivnih Kalmanovih filtara se ubrzavaju, te se postižu vremena porasta odziva (vremena prvih dostizanja stacionarne vrijednosti) i vremena smirivanja bliska onima postignutima u slučaju brzog stacionarnog Kalmanovog filtra. Odzivi sporog stacionarnog Kalmanovog filtra su približno dva puta sporiji u odnosu na odzive adaptivnih Kalmanovih filtara i brzog stacionarnog Kalmanovog filtra. Stacionarni dijelovi odziva i odgovarajući iznosi RMS odstupanja na slici 6.23c pokazuju da se stohastičke perturbacije u procjeni momenta tereta $\hat{M}_b$ mogu učinkovito potisnuti primjenom adaptivnog Kalmanovog filtra, osobito onog zasnovanog na sporom stacionarnom Kalmanovom filtru. Prema tome, adaptivni Kalmanov filtar objedinjuje dobra svojstva brzog stacionarnog Kalmanovog filtra (brz odziv) i sporog stacionarnog Kalmanovog filtra (dobro potiskivanje šuma).

Na slici 6.24 prikazani su odzivi različitih Kalmanovih filtara na nagibnu promjenu momenta tereta unutar regulacijskog sustava brzine vrtnje motora u praznom hodu. Primjena brzog stacionarnog Kalmanovog filtra omogućuje znatno bolje slijeđenje brze nagibne promjene momenta tereta u odnosu na spori stacionarni Kalmanov filtar ($\dot{M}_b$ = 10 Nm/s, slika 6.24a). Slijeđenje adaptivnog Kalmanovog filtra (q_{mb} = 20 $(Nm)^2s^{-4}$) postaje usporedivo sa

slijeđenjem brzog stacionarnog Kalmanovog filtra tek nakon detekcije nagle promjene momenta tereta i rezultirajuće adaptacije pojačanja Kalmanovog filtra. Primjenom adaptivnog Kalmanovog filtra postiže se bolje potiskivanje šuma u procjeni momenta tereta tijekom slijeđenja nagibnih promjena i u stacionarnom stanju u odnosu na brzi stacionarni Kalmanov filtar. U slučaju sporije nagibne promjene momenta tereta ($\dot{M}_b$ = 2,5 Nm/s), čak i spori stacionarni Kalmanov filtar uspijeva dobro slijediti promjene momenta tereta (Slika 6.24b).

Na slici 6.25 prikazani su odzivi Ottovog motora u otvorenom regulacijskom krugu s obzirom na skokovitu promjenu referentnog kuta zaklopke θ_R i uz moment tereta proporcionalan kvadratu brzine vrtnje ($M_{b\omega} = d_\omega \omega_m^2$). Za zadane vrijednosti parametra d_ω i promjene referentnog kuta zaklopke postižu se promjene brzine vrtnje motora od približno 1800 min^{-1}, te promjene momenta tereta od 25% odnosno 42% maksimalnog iznosa momenta motora. Varijanca šuma u mjernom signalu brzine vrtnje ω_m, uzokovanom s malim periodom uzorkovanja T_s = 14 ms (f_{sh} = 35 Hz) [2], povećava se na približno 8 rad^{2}s^{-2} zbog pojačanja šuma mjerenja numeričkim deriviranjem signala položaja vratila motora. Da se izbjegne prenošenje šuma u signal reference momenta opteretnog servomotora ($M_b = d_\omega \omega_m^2$), mjerni signal brzine vrtnje ω_m filtrira se niskopropusnim filtrom s graničnom frekvencijom f_g = 10Hz.

Na slikama 6.26 i 6.27 prikazani su odzivi standardnih oblika stacionarnog Kalmanovog filtra i adaptivnog Kalmanovog filtra, te modificiranog Kalmanovog filtra zasnovanog na sporom stacionarnom Kalmanovom filtru. Kako bi se osigurala dobra robusnost adaptacije Kalmanovog filtra u prisustvu povećanog šuma mjernog signala brzine vrtnje motora, iznos praga okidanja adaptacijskog mehanizma postavlja se na iznos g_t = 36 rad/s (Dodatak C, [85]). Odzivi na slikama 6.26 i 6.27 ukazuju na sljedeće:

- Primjena standardnih oblika brzog stacionarnog i adaptivnog Kalmanovog filtra omogućuje bolje slijeđenje momenta tereta ovisnog o brzini vrtnje motora u usporedbi sa standardnim oblikom sporog stacionarnog Kalmanovog filtra (tj. postižu se brži odzivi i znatno manji iznosi nadvišenja, naročito za slučaj velike promjene momenta tereta M_b). Odzivi brzog stacionarnog Kalmanovog filtra sadrže znatno veću razinu šuma u odnosu na adaptivni Kalmanov filtar i oba oblika sporog stacionarnog Kalmanovog filtra. Odzivi standardnih oblika Kalmanovog filtra karakterizirani su određenim kašnjenjima koja iznose približno 0,5 – 1 s (veće vrijednosti odgovaraju

[2] Period uzorkovanja T_s = 14 ms izabran je da se umanji utjecaj diskretizacije kašnjenja izgaranja ($\hat{T}_d = dT_s$) na rekonstrukciju momenta motora $\hat{M}$ kada se brzina vrtnje mijenja u vrlo širokom rasponu [85].

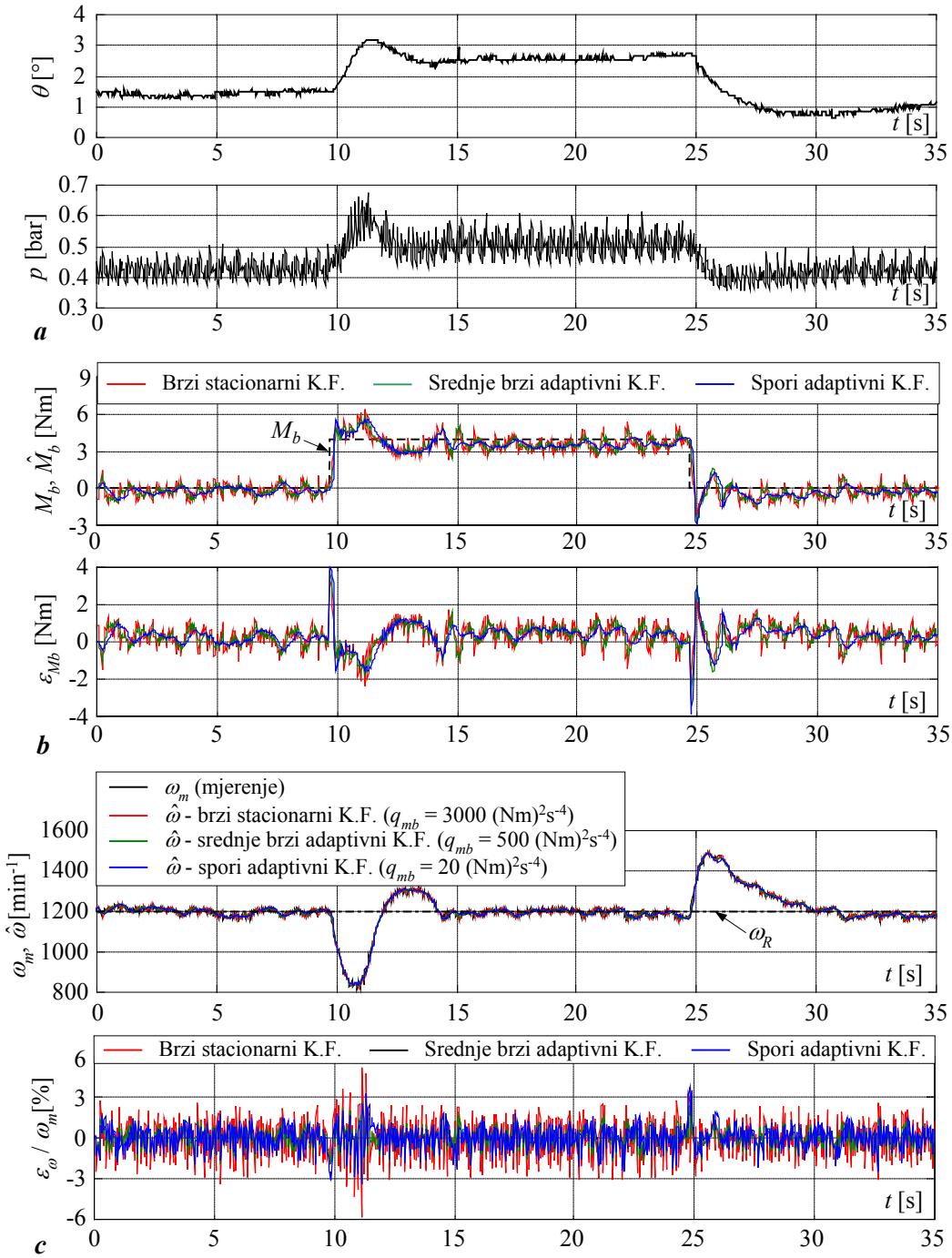
odzivima za slučaj naglog zatvaranja zaklopke i primjeni standardnog oblika sporog Kalmanovog filtra). Ova kašnjenja se mogu pripisati pogreškama diskretizacije kašnjenja izgaranja, odnosno pogreškama rekonstrukcije razvijenog momenta motora.

- Primjena modificiranog oblika sporog stacionarnog Kalmanovog filtra rezultira manjim iznosima početnog kašnjenja odziva za slučaj naglog otvaranja zaklopke u usporedbi sa standardnim Kalmanovim filtrima, te dobrom kvalitetom slijeđenja momenta tereta (izravno uzima u obzir vezu između momenta tereta i brzine vrtnje motora). Međutim, u slučaju naglog zatvaranja zaklopke primjena modificiranog Kalmanovog filtra ne donosi značajnije poboljšanje s obzirom na početno kašnjenje odziva i slijeđenje momenta tereta. Ovaj efekt se jedino može objasniti značajnim utjecajem pogrešaka rekonstrukcije razvijenog momenta motora za slučaj naglog zatvaranja zaklopke [85].
- Izraženo neminimalnofazno vladanje standardnih oblika Kalmanovih filtara (pojava podbačaja u početnim dijelovima odziva) uočava se za slučaj naglog zatvaranja zaklopke (slika 6.26b), odnosno otvaranja zaklopke (slika 6.27a). Detaljna simulacijska i eksperimentalna analiza u [85] pokazala je da je ovakvo vladanje uzrokovano pogreškom rekonstrukcije razvijenog momenta motora (naročito pogreškom procjene mrtvog vremena razvijanja momenta $\hat{T}_d$), te zanemarivanjem ovisnosti momenta tereta o brzini vrtnje motora. Iznos podbačaja ovisi o tipu Kalmanovog filtra: u slučaju sporog stacionarnog i adaptivnog Kalmanovog filtra iznosi podbačaja ne prelaze 1,5 Nm, dok u slučaju brzog stacionarnog Kalmanovog filtra mogu biti i dva puta veći (≈ 3 Nm)[3]. U slučaju modificiranog Kalmanovog filtra nema podbačaja u procjeni momenta tereta.

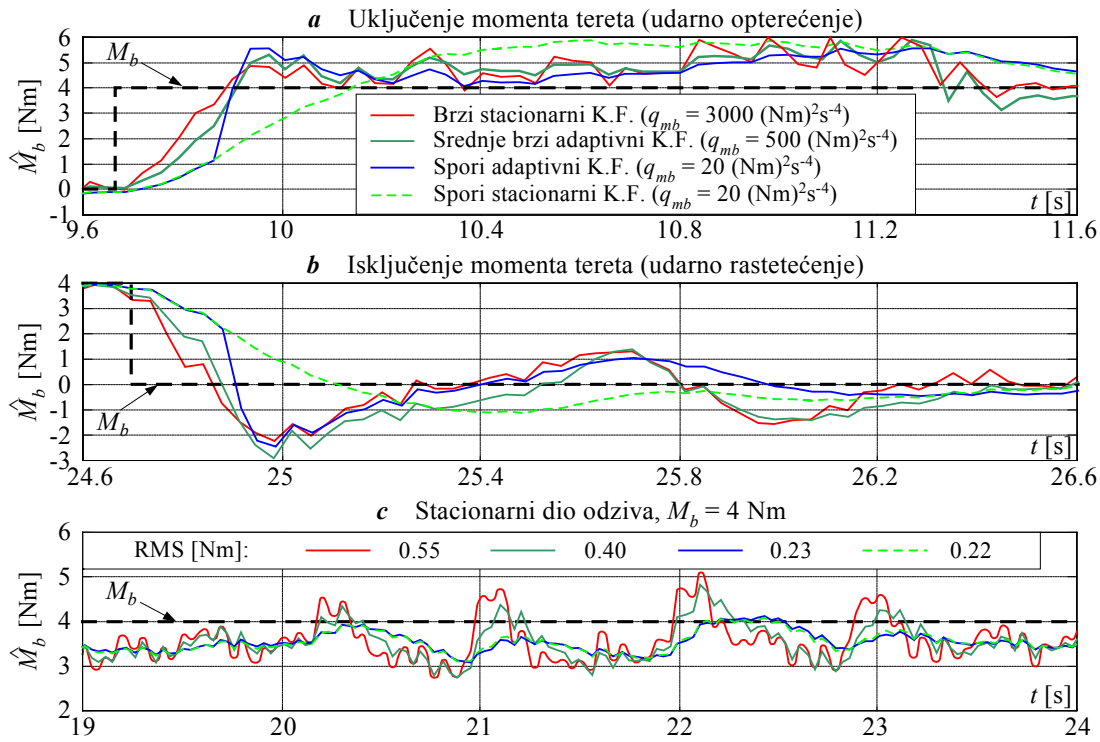
Navedeni rezultati ukazuju da se adaptivni Kalmanov filtar također može uspješno primijeniti za procjenu komponente momenta tereta proporcionalne s kvadratom brzine vrtnje motora prilikom naglih ubrzavanja i usporavanja motora naglim promjenama kuta zaklopke. Međutim, učinkovitost adaptivnog Kalmanovog filtra je u određenoj mjeri narušena prisustvom izraženog šuma mjerenja brzine vrtnje, te pogreškama rekonstrukcije razvijenog momenta motora. Očekuje se da bi se određeno poboljšanje s obzirom na šum mjerenja moglo postići dodatnim filtriranjem brzine vrtnje motora čime bi se omogućilo smanjivanje iznosa

[3] Valja uočiti da je iznos podbačaja izravno vezan uz iznos pojačanja standardnog oblika Kalmanovog filtra. Prema tome, iznos podbačaja bi se mogao smanjiti jednostavnom intervencijom koja bi smanjila iznose pojačanja. Međutim, navedeno smanjenje pojačanja bi također pogoršalo kvalitetu slijeđenja neposredno nakon nagle promjene momenta tereta [85].

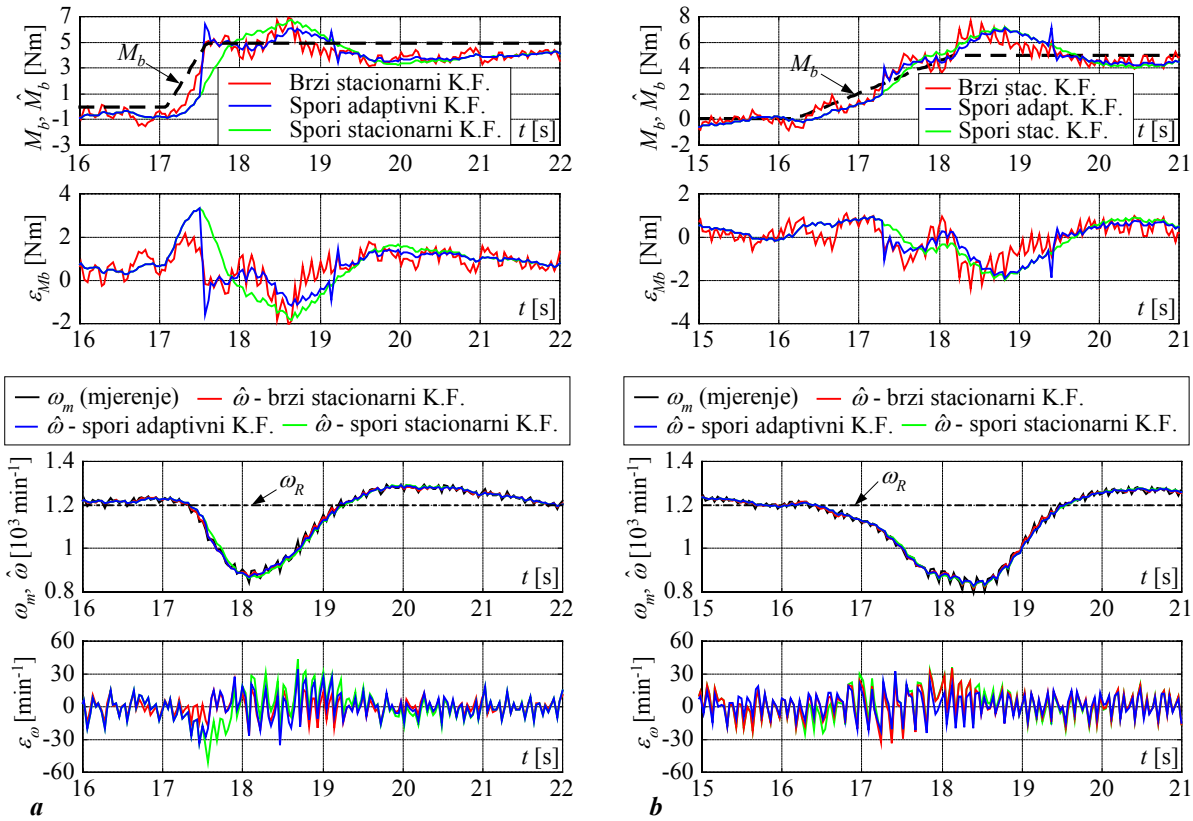
praga okidanja adaptacijskog mehanizma (odnosno korištenje izvornog praga okidanja g_t = 18 rad/s). Nadalje, izvedbom procjene kašnjenja izgaranja zasnovanom na vremenskoj bazi mjerenja signala tlaka (T_{pr} = 2 ms) vjerojatno bi se eliminirali podbačaji u signalu procjene momenta tereta, no nije izvjesno bi li izvedba zasnovana na tako malom koraku uzorkovanja bila prikladna za primjenu u standardnim upravljačkim jedinicama automobilskog motora.



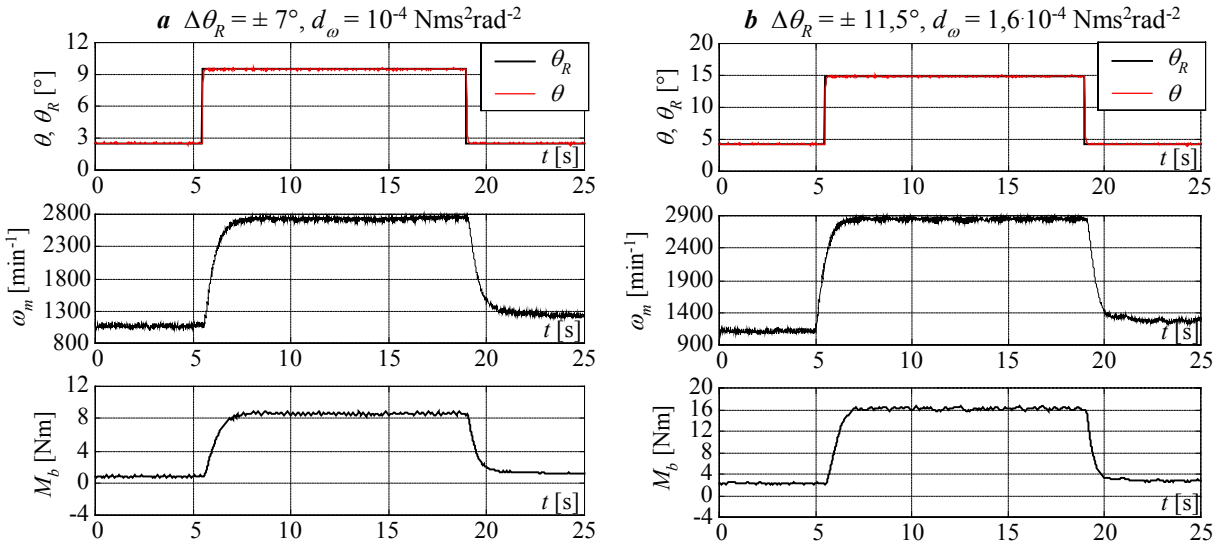
Slika 6.22. *Eksperimentalni odzivi Ottovog motora u sustavu regulacije brzine vrtnje u praznom hodu s obzirom na skokovite promjene momenta tereta (a), te usporedni odzivi procjene momenta tereta (b) i procjene brzine vrtnje motora (c).*



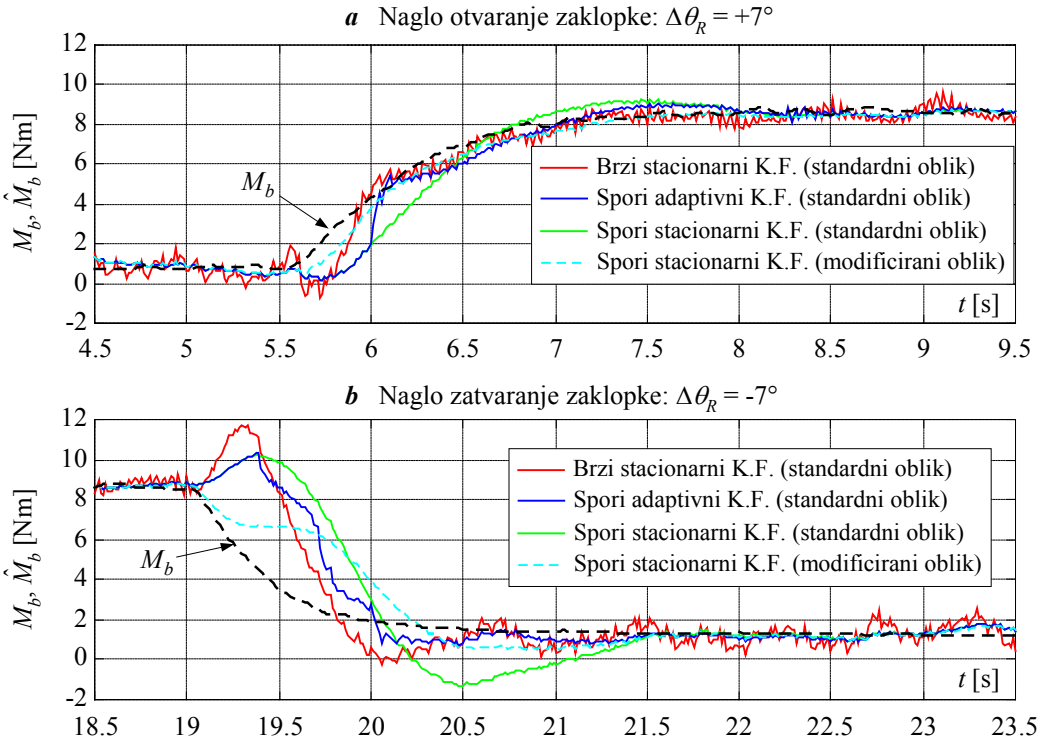
Slika 6.23. *Detalji eksperimentalnih odziva procjene momenta tereta sa slike 6.22.*



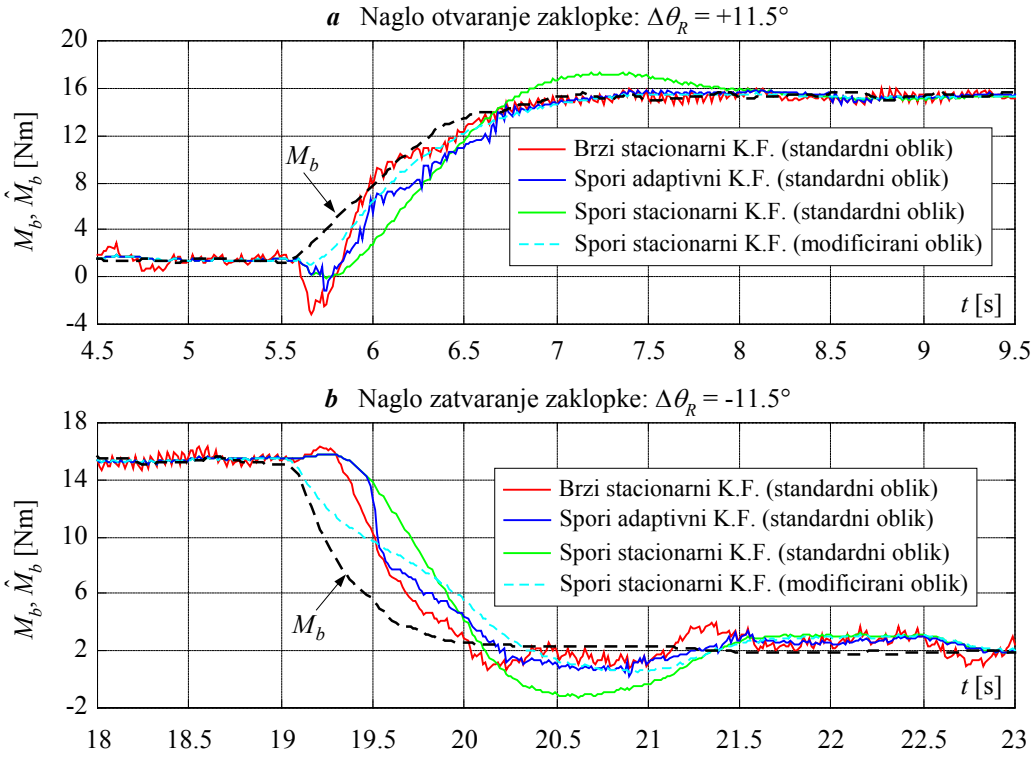
Slika 6.24. *Usporedni eksperimentalni odzivi procjene momenta tereta i brzine vrtnje u sustavu regulacije brzine vrtnje podvrgnutom nagibnim promjenama momenta tereta od $\dot{M}_b$ = 10 Nm/s (a) i $\dot{M}_b$ = 2,5 Nm/s (b), sa zasićenjem na 5 Nm.*



Slika 6.25. *Odzivi Ottovog motora u regulacijskom krugu elektroničke zaklopke na skokovite promjene referentnog kuta zaklopke θ_R uz moment tereta proporcionalan kvadratu brzine vrtnje motora ($M_{b\omega} = d_\omega \omega^2$).*



Slika 6.26. *Usporedni odzivi procjene momenta tereta M_b različitih Kalmanovih filtara za nagle promjene kuta zaklopke od ± 7° uz moment tereta proporcionalan kvadratu brzine vrtnje motora ($d_\omega = 10^{-4}$ Nms²rad⁻²).*



Slika 6.27. *Usporedni odzivi procjene momenta tereta M_b različitih Kalmanovih filtara za nagle promjene kuta zaklopke od ± 11,5° uz moment tereta proporcionalan kvadratu brzine vrtnje motora (d_ω = 1,6·10^{-4} Nms^{2}rad^{-2}).*

7. Primjena Kalmanovog filtra u regulaciji brzine vrtnje Ottovog motora

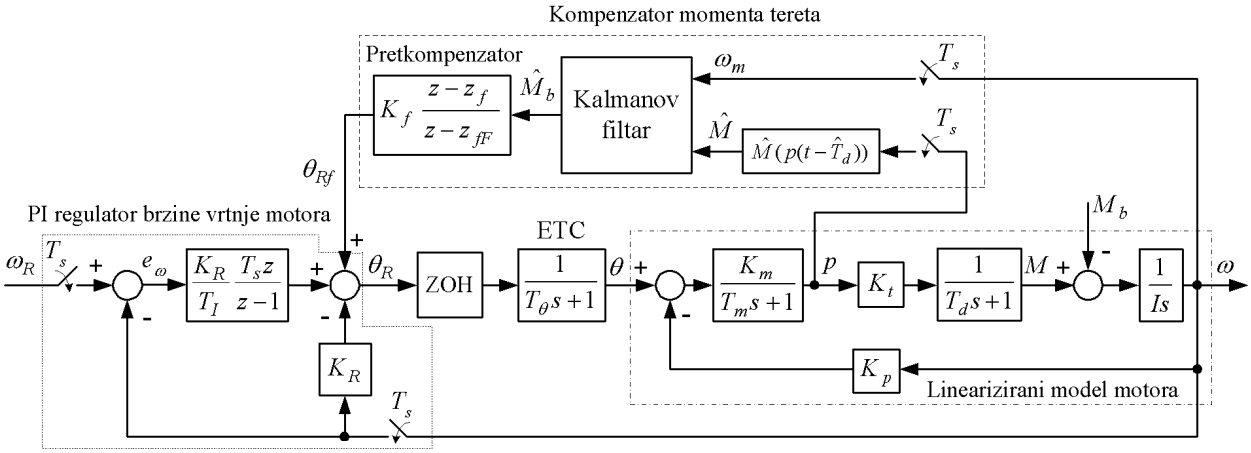
U ovom poglavlju predstavljen je sustav regulacije brzine vrtnje Ottovog motora u praznom hodu (engl. Idle Speed Control, ISC) s proporcionalno-integralnim regulatorom (PI regulatorom) proširenim kompenzatorom momenta tereta zasnovanom na adaptivnom Kalmanovom filtru. Provedena je analiza stabilnosti i robusnosti predloženog regulacijskog sustava s obzirom na promjene parametara modela motora, te za razne režime opterećenja motora. Vladanje regulacijskog sustava provjerava se simulacijama na računalu i eksperimentalno.

7.1. Regulacijski sustav brzine vrtnje motora u praznom hodu

Opisuje se regulacijski sustav brzine vrtnje motora u praznom hodu s PI regulatorom projektiranim primjenom optimuma dvostrukog odnosa. PI regulator se proširuje kompenzatorom momenta tereta zasnovanog na adaptivnom Kalmanovom filtru kako bi se postiglo dobro potiskivanje utjecaja momenta tereta.

7.1.1. Struktura regulacijskog sustava

Na slici 7.1 prikazan je blokovski dijagram lineariziranog sustava regulacije brzine vrtnje motora u praznom hodu (ISC sustava) s PI regulatorom brzine vrtnje i kompenzatorom momenta tereta zasnovanom na adaptivnom Kalmanovom filtru. Kako bi kompenzator mogao dobro potisnuti djelovanje poremećaja (momenta tereta M_b), on sadrži pretkompenzator (filtar) čija dinamika treba poništiti utjecaj dominantne dinamike lineariziranog modela



Slika 7.1. *Blokovski dijagram lineariziranog regulacijskog sustava brzine vrtnje Ottovog motora s PI regulatorom brzine vrtnje i kompenzatorom momenta tereta zasnovanom na adaptivnom Kalmanovom filtru.*

motora između upravljačkog signala θ_R i razvijenog momenta motora M. Dinamičko vladanje brzog unutarnjeg regulacijskog sustava elektroničke zaklopke (ETC sustava, [36]), aproksimirano je P1 članom s nadomjesnom vremenskom konstantom T_θ (pogledati potpoglavlje 4.1, te [46]). Linearizirani model motora na slici 7.1 dobiven je aproksimacijom kašnjenja izgaranja exp($-T_d s$) u lineriziranom modelu na slici 2.3a P1 članom $1/(T_d s+1)$ (Padéova aproksimacija nultog reda). Valja napomenuti da bi primjena točnijeg Padéovog člana prvog reda $(1-sT_d/2)/(1+sT_d/2)$ bila primjerenija za aproksimaciju kašnjenja izgaranja. Međutim, aproksimacija P1 članom korištena je u sintezi PI regulatora jer je kašnjenje izgaranja T_d razmjerno malog iznosa u odnosu na iznos ekvivalentne vremenske konstante regulacijskog sustava brzine vrtnje (Potpoglavlje 7.3). Parametri lineariziranog modela motora za prazni hod dani su u dodatku D.

PI regulator brzine vrtnje izveden je kao vremenski-diskretni (digitalni) regulator (Slika 7.1). Unatoč tome, njegova sinteza se može provesti u vremenski-kontinuiranom području ako se utjecaj vremenske diskretizacije (uzorkovanja) uzme u obzir na odgovarajući način. U tu se svrhu utjecaj uzorkovanja i ekstrapolatora nultog reda (ZOH), te utjecaj inherentnog kašnjenja rekonstrukcije brzine vrtnje diferenciranjem signala položaja vratila motora aproksimiraju s dva parazitska P1 člana s vremenskim konstantama iznosa $T_s/2$ (T_s – period uzorkovanja). [46]. Mali iznosi vremenskih konstanti navedenih parazitskih P1 članova mogu se pribrojiti vremenskoj konstanti razmjerno brzog P1 člana $1/(1+sT_\theta)$ koji opisuje dinamiku regulacijskog sustava elektroničke zaklopke, čime se dobije sljedeći nadomjesni P1 model parazitske dinamike motora [46]:

$$G_{par}(s) = \frac{1}{1+(T_\theta + T_s)s} \ . \tag{7-1}$$

7.1.2. Optimum dvostrukog odnosa

Parametri PI regulatora određuju se prema kriteriju optimuma dvostrukog odnosa ([86], pogledati također treće poglavlje [87]). Optimum dvostrukog odnosa određuje analitičke odnose između koeficijenata karakterističnog polinoma linearnog sustava proizvoljnog reda n tako da se postigne optimalno prigušenje odziva koje odgovara faktoru prigušenja $\zeta = \sqrt{2}/2$ sustava drugog reda. Ovaj analitički postupak sinteze linearnih vremenski-kontinuiranih sustava može se koristiti za projektiranje regulatora punog ili reduciranog reda. Postupak se zasniva na karakterističnom polinomu regulacijskog sustava koji je zadan u sljedećem obliku:

$$A_c(s) = D_n D_{n-1}^2 \cdots D_2^{n-1} T_e^n s^n + \ldots + D_2 T_e^2 s^2 + T_e s + 1, \tag{7-2}$$

gdje je T_e ekvivalentna vremenska konstanta zatvorenog kruga, a D_2, D_3,..., D_n su karakteristični odnosi optimuma dvostrukog odnosa. Optimalno podešenje regulacijskog sustava postiže se kada se svi karakteristični odnosi polinoma (7-2) postave na optimalni iznos 0,5 ($D_2 = D_3 = \cdots = D_n = 0{,}5$) [86, 87]. U tom je slučaju regulacijski sustav n-tog reda karakteriziran nadvišenjem odziva na skokovitu promjenu referentne vrijednosti od približno 6% i vremenom odziva $t_r \approx 1{,}8T_e$. Postavljanjem ekvivalentne vremenske konstante T_e na veće iznose poboljšava robusnost regulacijskog sustava na pogreške modeliranja i smanjuje se njegova osjetljivost na šum, no to zauzvrat rezultira sporijim odzivom i manje učinkovitim potiskivanjem utjecaja poremećajnih veličina (npr. momenta tereta). U slučaju da se primjenjuje regulator reduciranog reda r ($r < n$), samo se dominantni karakteristični odnosi D_2, D_3,..., D_r postavljaju na optimalni iznos 0,5.

7.1.3. Podešavanje parametara PI regulatora

Sinteza PI regulatora brzine vrtnje motora provodi se odvojeno od sinteze kompenzatora momenta tereta (za potrebe sinteze PI regulatora pretpostavlja se $\theta_{Rf} = 0$). Utjecaj djelovanja kompenzatora momenta tereta opisuje se u potpoglavlju 7.2.

Na osnovi blokovskog dijagrama prikazanog na slici 7.1 (uz supstituciju $T_s z/(z-1) = 1/s$), te uzimajući u obzir učinak parazitske dinamike dane izrazom (7-1), izvodi se prijenosna funkcija regulacijskog sustava brzine vrtnje motora u praznom hodu $\omega(s)/\omega_R(s)$ kako slijedi:

$$G_c(s) = \frac{\omega(s)}{\omega_R(s)} = \frac{1}{1 + a_{c1}s + a_{c2}s^2 + a_{c3}s^3 + a_{c4}s^4 + a_{c5}s^5}, \tag{7-3}$$

gdje su koeficijenti karakterističnog polinoma a_{c1}, ..., a_{c5} dani sljedećim izrazima ($\hat{I}$ – procijenjeni iznos momenta inercije motora):

$$a_{c1} = \left(1 + \frac{K_p}{K_R}\right)T_I\ ,\quad a_{c2} = \frac{\hat{I} + K_m K_t K_p (T_s + T_\theta)}{K_m K_t K_R} T_I\ ,\quad a_{c3} = \frac{(T_s + T_\theta + T_m + T_d)}{K_m K_t K_R}\hat{I}T_I\ ,$$

$$a_{c4} = \frac{(T_s + T_\theta)(T_m + T_d) + T_m T_d}{K_m K_t K_R}\hat{I}T_I\ ,\quad a_{c5} = \frac{(T_s + T_\theta)T_m T_d}{K_m K_t K_R}\hat{I}T_I\ .$$

Izjednačavanjem koeficijenata karakterističnog polinoma prijenosne funkcije (7-3) s dominantnim koeficijentima karakterističnog polinoma optimuma dvostrukog odnosa (7-2) i sređivanjem dobiju se konačni izrazi za parametre PI regulatora brzine vrtnje motora [46, 88]:

$$T_e \geq T_{e,min} = \frac{\hat{I}}{D_2 D_3}\frac{T_\theta + T_s + T_d + T_m}{\hat{I} + (T_\theta + T_s)K_m K_t K_p}, \tag{7-4}$$

$$K_R = \frac{1}{K_m K_t}\left[\frac{\hat{I}}{D_2 T_e} + K_p K_m K_t\left(\frac{T_\theta + T_s}{D_2 T_e} - 1\right)\right], \tag{7-5}$$

$$T_I = T_e\left(1 + \frac{K_p}{K_R}\right)^{-1} \tag{7-6}$$

gdje je $T_{e,min}$ optimalni iznos ekvivalentne vremenske konstante T_e (za koji se postiže optimalno prigušeno vladanje regulacijskog sustava). Povećanjem T_e iznad optimalnog iznosa $T_{e,min}$ smanjuje se brzina odziva i osjetljivost regulacijskog sustava s obzirom na šum.

7.1.4. Sinteza pretkompenzatora

Pretkompenzator sadržan u kompenzatoru momenta tereta projektiran je s ciljem poništavanja utjecaja dominantne dinamike u grani razvijenog momenta motora M (odnosno u svrhu prijenosa kompenzacijskog signala uz minimalno zakašnjenje do točke djelovanja momenta tereta M_b). Uzimajući u obzir da vremenske konstante T_θ, T_m i T_d imaju razmjerno male vrijednosti (Dodatak D) u usporedbi s ekvivalentnom vremenskom konstantom T_e regulacijskog sustava brzine vrtnje (potpoglavlje 7.3), te da učinak pumpanja $K_p\omega$ nije izražen za dani motor [46], dominantna dinamika na slici 7.1 može se približno opisati sljedećim nadomjesnim P1 članom:

$$G_m(s) = \frac{M(s)}{\theta_R(s)} = \frac{K_m K_t}{1 + T_\Sigma s}, \quad T_\Sigma = T_\theta + T_m + T_d. \tag{7-7}$$

Kompenzacija utjecaja dominantne dinamike postiže se izjednačavanjem nule prijenosne funkcije pretkompenzatora i pola nadomjesnog dinamičkog člana (7-7). Parametri vremenski-diskretnog pretkompenzatora računaju se prema sljedećim izrazima [80]:

$$\begin{aligned} K_f &= \frac{1}{K_m K_t}\frac{1 - z_{fF}}{1 - z_f}, \\ z_f &= \exp(-T / T_\Sigma), \\ z_{fF} &= \exp\left[-T/(\nu T_\Sigma)\right], \ \nu = 0.1\ldots0.6, \end{aligned} \tag{7-8}$$

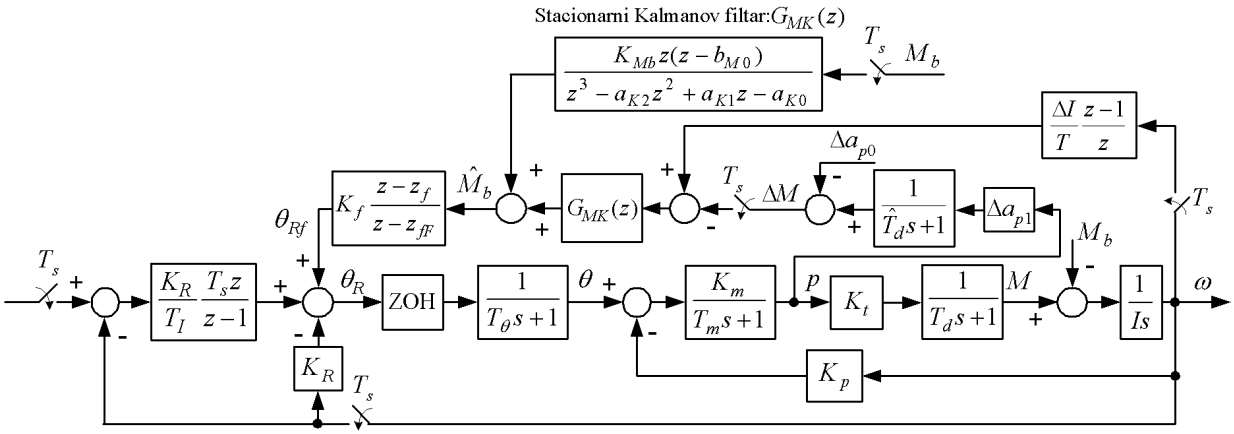
gdje je:

- K_f – pojačanje pretkompenzatora
- z_f – nula pretkompenzatora koja poništava utjecaj dominantne dinamike u stazi razvijenog momenta motora,
- z_{fF} – filtarski pol pretkompenzatora, čiji iznos predstavlja kompromis između brzine odziva i potiskivanja šuma u signalu kompenzatora momenta tereta θ_{Rf}.

7.2. Analiza stabilnosti i robusnosti

Sinteza PI regulatora brzine vrtnje provedena je bez uzimanja u obzir djelovanja kompenzatora momenta tereta (pretpostavlja se idealna rekonstrukcija razvijenog momenta motora i točan iznos momenta inercije motora). Međutim, uslijed pogrešaka modeliranja, razmjerno brzi kompenzator momenta tereta može narušiti stabilnost cjelokupnog ISC sustava. Prema izrazu (6-12) i analizi provedenoj u potpoglavlju 6.4, učinci pogreške rekonstrukcije momenta motora $\Delta M = M - \hat{M} = M - [a_{p1} p(t - \hat{T}_d) - a_{p0}]$ (a koji prvenstveno nastaju zbog pogreške parametra a_{p1} u izrazu (4-5) i pogreške procjene mrtvog vremena $\hat{T}_d$), te učinci pogreške iznosa momenta inercije motora $\Delta I = I - \hat{I}$ mogu se prikazati ekvivalentnim blokovskim dijagramom danim na slici 7.2 [89]. Valja uočiti da ukoliko ne bi bilo pogrešaka rekonstrukcije razvijenog momenta motora i pogreške iznosa momenta inercije motora ($\Delta a_1 = 0$, $\hat{T}_d = T_d$, $\Delta I = 0$), procjena momenta tereta $\hat{M}_b$ uistinu bi predstavljala filtriranu vrijednost momenta tereta M_b. Takav "idealizirani" kompenzator predstavljao bi unaprijedni kompenzator (engl. Feedforward Compenzator, FFC), koji ne bi utjecao na stabilnost ISC sustava (ne uspostavljaju se interne povratne veze po signalu brzine vrtnje ω i signalu tlaka p) [89].

Rezultati analize stabilnosti zasnovani na krivuljama mjesta korijena i frekvencijskim karakteristikama ISC sustava na slici 7.2 s PI regulatorom podešenim za dobro prigušen odziv ($D_2 = D_3 = 0{,}5$, $T_e = 0{,}8$ s) i pretkompenzatorom s $\nu = 0{,}2$ prikazani su na slici 7.3 za slučaj pogreške rekonstrukcije momenta motora $\Delta a_{p1}/a_{p1} = 20$ %. Rezultati na slici 7.3 ukazuju na sljedeće učinke uvođenja kompenzatora momenta tereta zasnovanog na Kalmanovom filtru:



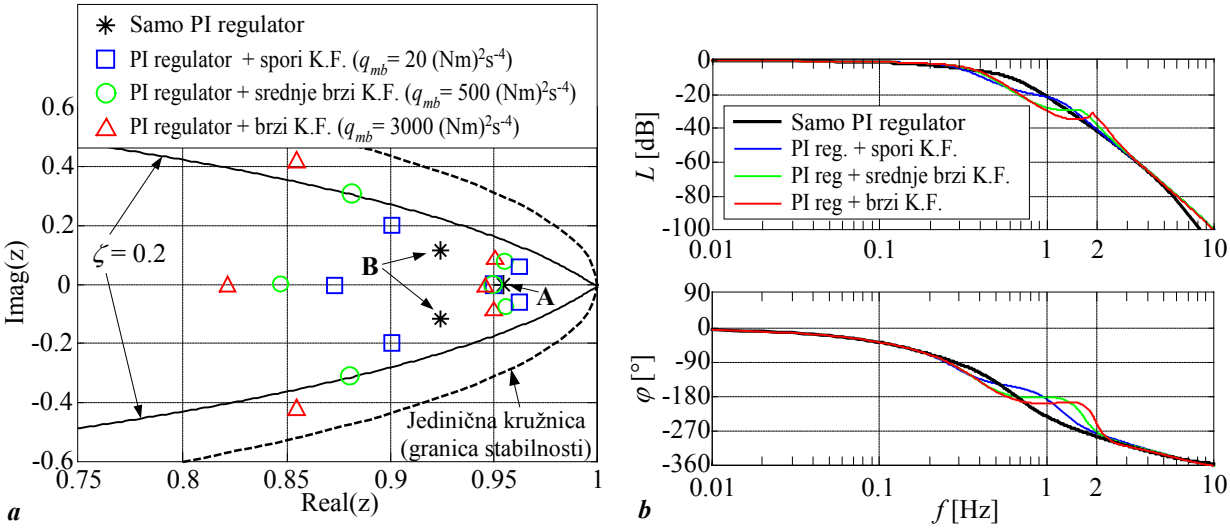
Slika 7.2. *Ekvivalentni blokovski dijagram lineariziranog ISC sustava za analizu robusnosti i stabilnosti (kompenzator momenta tereta, odnosno stacionarni Kalmanov filtar predstavlja brzi regulator u unutarnjoj petlji povratne veze).*

- Uz dominirajući realni pol A ISC sustava s PI regulatorom pojavljuje se i dobro prigušeni konjugirano-komplesni par polova B koji se nalazi razmjerno blizu izvornog realnog pola.
- Manje dominantni konjugirano-kompleksni par polova B pomiče se prema području slabe prigušenosti (karakteriziranom iznosima faktora prigušenja $\zeta < 0.2$). Ovaj efekt je naročito izražen kod kompenzatora momenta tereta zasnovanog na brzom Kalmanovom filtru (veliki iznos parametra q_{mb}).
- Rezonantno izdizanje amplitudno-frekvencijske karakteriatike ISC sustava prouzročeno prije spomenutim slabo prigušenim polovima pojavljuje se na frekvencijama između 1 i 2 Hz. Rezonancijsko izdizanje se pomiče prema višim frekvencijama za veće iznose pojačanja Kalmanovog filtra (veće iznose parametra q_{mb}).

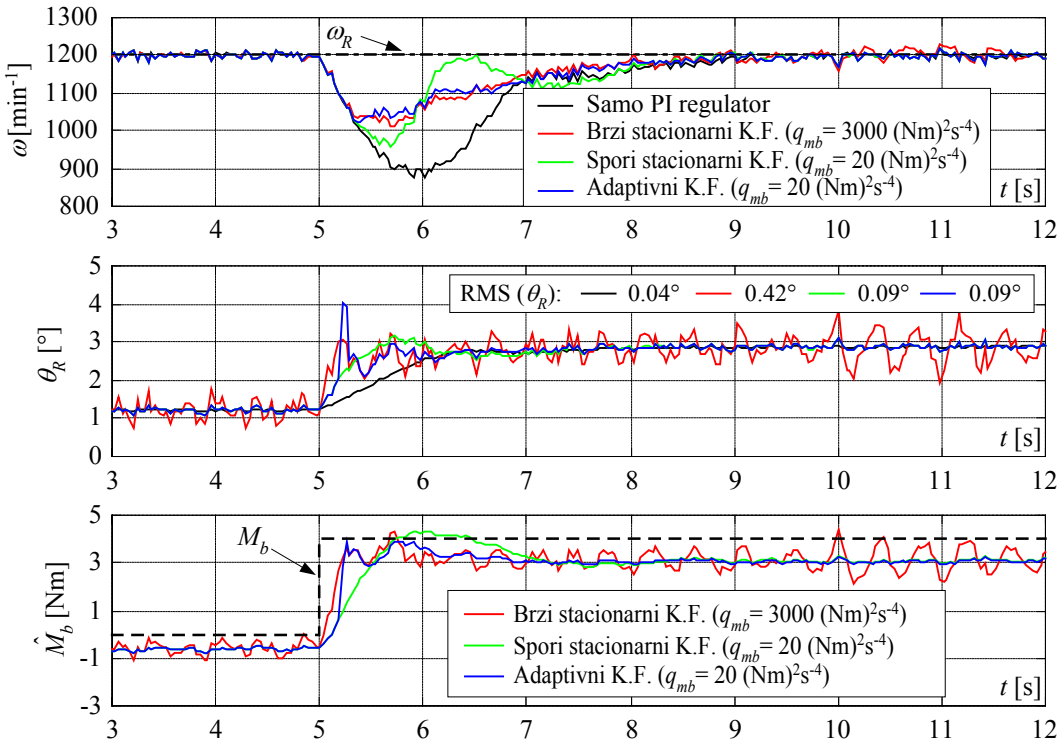
Vladanje predloženog ISC sustava u prisustvu pogreške rekonstrukcije momenta motora ispitano je simulacijama na računalu uz primjenu nelinearnog usrednjenog modela motora (slika 2.1b), te uz dodan šum mjerenja brzine vrtnje s varijancom 1,5 rad^2s^{-2}. Rekonstrukcija momenta motora provedena je prema približnom izrazu (4-5) uz točan iznos mrtvog vremena T_d. Usporedni simulacijski rezultati za referentnu brzinu vrtnje ω_R = 1200 min^{-1} i udarno opterećenje iznosa 4 Nm prikazani su na slici 7.4. Ovi rezultati ukazuju na sljedeće:

- Primjena PI regulatora rezultira dobro prigušenim i razmjerno sporim odzivom (propad brzine vrtnje nakon udarnog opterećenja iznosi oko 320 min^{-1} uz vrijeme smirivanja odziva oko 3 s). Ukoliko se uz PI regulator koristi i kompenzator momenta tereta, propad brzine vrtnje motora smanjuje se za 25% u slučaju kompenzatora zasnovanog na sporom stacionarnom Kalmanovom filtru, dok se kod brzog stacionarnog i adaptivnog Kalmanovog filtra propad brzine vrtnje smanjuje za približno 50%.
- Primjena brzog stacionarnog Kalmanovog filtra u prisustvu pogreške rekonstrukcije okretnog momenta motora uzrokuje primjetne oscilacije frekvencije oko 2 Hz u upravljačkom signalu θ_R i procjeni momenta tereta $\hat{M}_b$, te u manjoj mjeri u brzini vrtnje motora (naročito nakon skokovite promjene opterećenja, t > 5 s). ISC sustav s brzim Kalmanovim filtrom također pokazuje značajnu osjetljivost na šum mjerenja (visoka RMS vrijednost perturbacija u signalu θ_R).
- Primjena adaptivnog Kalmanovog filtra rezultira povoljnim potiskivanjem poremećaja (propad brzine vrtnje oko 180 min^{-1}) uz dobro prigušen odziv ISC sustava i nisku razinu šuma u upravljačkom signalu θ_R. Valja uočiti da određene kratkotrajne oscilacije postoje u upravljačkom signalu i procjeni momenta tereta neposredno nakon udarnog

opterećenja. Ove oscilacije mogu se pripisati privremenom povećanju pojačanja Kalmanovog filtra nakon aktiviranja adaptacije (impulsna adaptacija), te stoga ne utječu na ukupnu stabilnost ISC sustava.



Slika 7.3. *Položaji dominantnih polova (a) i odgovarajuće frekvencijske karakteristike (b) linearnog vremenski-diskretnog ISC sustava sa slike 7.2, u prisustvu pogreške rekonstrukcije momenta motora ($\Delta a_{p1}/a_{p1}$ = 20 %).*



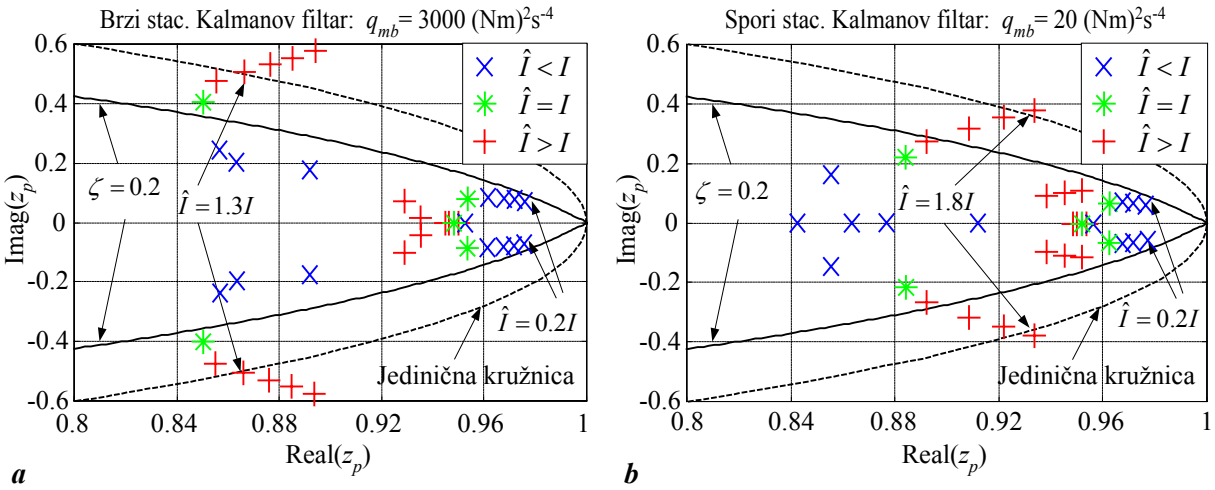
Slika 7.4. *Usporedni simulacijski odzivi ISC sustava s PI regulatorom i kompenzatorima momenta tereta zasnovanim na različitim Kalmanovim filtrima, u prisustvu pogreške rekonstrukcije momenta motora i šuma mjerenja brzine vrtnje.*

Robusnost razmatranog ISC sustava s obzirom na pogreške iznosa momenta inercije i mrtvog vremena razvijanja momenta motora prilikom sinteze PI regulatora i kompenzatora momenta tereta zasnovanog na Kalmanovom filtru ilustrirana je krivuljama mjesta korijena na slikama 7.5 i 7.6. Navedeni rezultati upućuju na sljedeće:

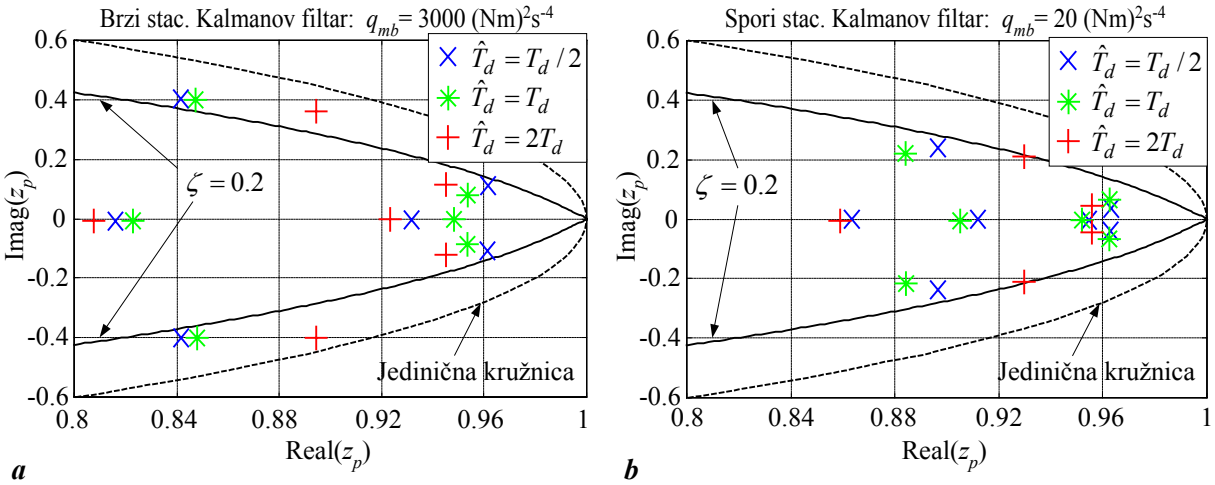
- Iznos parametra $\hat{I}$ treba biti približno 80% manji od stvarnog iznosa momenta inercije I ($\hat{I} = 0.2I$) da bi faktor prigušenja ζ dominantnog para polova bio manji od 0,2 neovisno o tome koristi li se brzi ili spori stacionarni Kalmanov filtar (Slika 7.5). S druge strane, dovoljno je svega 30%-tno povećanje parametra $\hat{I}$ iznad nominalne vrijednosti da se u slučaju brzog stacionarnog Kalmanovog filtra manje dominantni par polova pomakne prema granično stabilnim lokacijama (odnosno jediničnoj kružnici, slika 7.5a). ISC sustav sa sporim stacionarnim Kalmanovim filtrom je znatno robusniji na povećanje iznose parametra $\hat{I}$ iznad nazivne vrijednosti: manje dominantni polovi poprimaju granično stabilne vrijednosti tek ako je parametar $\hat{I}$ 80% veći od stvarnog iznosa momenta inercije (Slika 7.5b).
- Pogreška mrtvog vremena T_d u sprezi s pogreškom rekonstrukcije razvijenog momenta motora ($\Delta a_{p1}/a_{p1}$ = 20%) prvenstveno utječe na položaje manje dominantnog konjugirano-kompleksnog para polova (Slika 7.6). U slučaju sporog stacionarnog Kalmanovog filtra, procijenjeni iznos mrtvog vremena $\hat{T}_d$ treba biti dva puta veći od nominalnog iznosa T_d kako bi se manje dominantni par polova pomakao prema slabo prigušenim vrijednostima (ζ < 0,2, slika 7.6b). S druge strane, ako se koristi brzi stacionarni Kalmanov filtar, manje dominantni polovi ostaju slabo prigušeni bez obzira na procijenjeni iznos kašnjenja izgaranja $\hat{T}_d$ (Slika 7.6a).

Prethodno navedeni rezultati upućuju na zaključak da neadaptivni Kalmanov filtar u sklopu kompenzatora momenta tereta treba podesiti za razmjerno spor odziv, odnosno dobro protiskivanje šuma (mali iznos parametra q_{mb}), kako bi se osigurala stabilnost i robusnost cjelokupnog ISC sustava u prisustvu pogrešaka modeliranja. To, međutim, smanjuje učinkovitost kompenzacije. Glede adaptivnog Kalmanovog filtra, položaji polova ISC sustava samo se privremeno pomiču prema slabo prigušenim vrijednostima (malim ζ) nakon detekcije nagle promjene opteretnog momenta, jer je mehanizam adaptacije Kalmanovog filtra impulsne naravi (pogledati rezultate na slikama 6.23 i 7.4). Prema tome, primjena adaptivnog Kalmanovog filtra zasnovanog na sporom stacionarnom Kalmanovom filtru osigurava visoku

učinkovitost kompenzacije (zbog trenutačno visokih iznosa pojačanja Kalmanovog filtra) i stabilno (dobro prigušeno) vladanje regulacijskog ISC sustava. Iznimno, u slučaju razmjerno učestalih naglih promjena momenta tereta, može doći do narušavanja stabilnosti zbog trajno povećanih iznosa pojačanja (pogledati potpoglavlje 7.3).



Slika 7.5. *Položaji dominantnih polova linearnog vremenski-diskretnog ISC sustava sa slike 7.2 u prisustvu pogreške iznosa momenta inercije I (uz $\hat{T}_d = T_d$ i $\Delta a_{p1} = 0$), za slučaj primjene brzog Kalmanovog filtra (a), i sporog Kalmanovog filtra (b).*

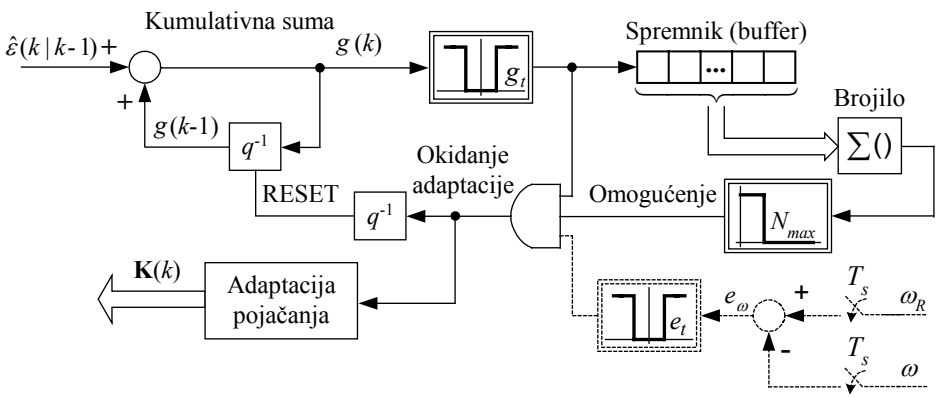


Slika 7.6. *Položaji dominantnih polova linearnog vremenski-diskretnog ISC sustava sa slike 7.2 u prisustvu pogreške iznosa mrtvog vremena T_d (uz $\hat{I} = I$ i $\Delta a_{p1}/a_{p1} = 20\%$), za slučaj primjene brzog Kalmanovog filtra (a), i sporog Kalmanovog filtra (b).*

7.3. Modifikacija adaptacijskog mehanizma u prisustvu periodičkih promjena momenta tereta

U vrlo specifičnom slučaju učestalih promjena momenta tereta, dolazilo bi do čestog okidanja adaptacijskog mehanizma, pa bi pojačanja adaptivnog Kalmanovog filtra mogla poprimiti visoke iznose kroz razmjerno dug vremenski period. Kao posljedica visokih iznosa pojačanja, vladanje ISC sustava moglo bi postati slabo prigušeno ili čak nestabilno. Ovaj efekt bi mogao biti naročito izražen za periodičke varijacije momenta momenta pri frekvencijama bliskim rezonantnoj frekvenciji ISC sustava s kompenzatorom momenta tereta zasnovanom na brzom Kalmanovom filtru (koja se nalazi između 1 Hz i 2 Hz, slika 7.3).

Osjetljivost regulacijskog sustava s obzirom na učestale varijacije momenta tereta može se spriječiti modificiranjem logike za okidanje adaptacijskog mehanizma Kalmanovog filtra. Blokovski dijagram takvog modificiranog adaptacijskog mehanizma prikazan je na slici 7.7. Okidanje adaptacijskog mehanizma omogućeno je samo ako su varijacije poremećaja (momenta tereta M_b) sporadične (niskofrekvencijske), što se određuje na osnovi brojanja detekcija naglih promjena unutar fiksnog intervala L uzoraka (spremnik dubine L podataka na slici 7.7). Adaptaciju treba onemogućiti (signal za omogućenje treba postaviti u nulu) ako je broj detekcija naglih promjena momenta tereta unutar L uzoraka veći od najvećeg dopuštenog broj adetekcija N_{max}, čime se adaptivni Kalmanov filtar reducira na spori stacionarni Kalmanov filtar. Adaptacija se ponovno omogućuje kada je broj detekcija naglih promjena unutar intervala L uzoraka manji ili jednak N_{max}. Uz pretpostavku periodičkih naglih promjena momenta tereta (npr. pravokutni signal momenta tereta) i njihove idealne detekcije (samo jedna detekcija za jednu naglu promjenu), granična vrijednost N_{max} može se odrediti na temelju maksimalne frekvencije periodičkog momenta tereta f_{max} za koju je adaptacija još uvijek omogućena (T_s – period uzorkovanja):



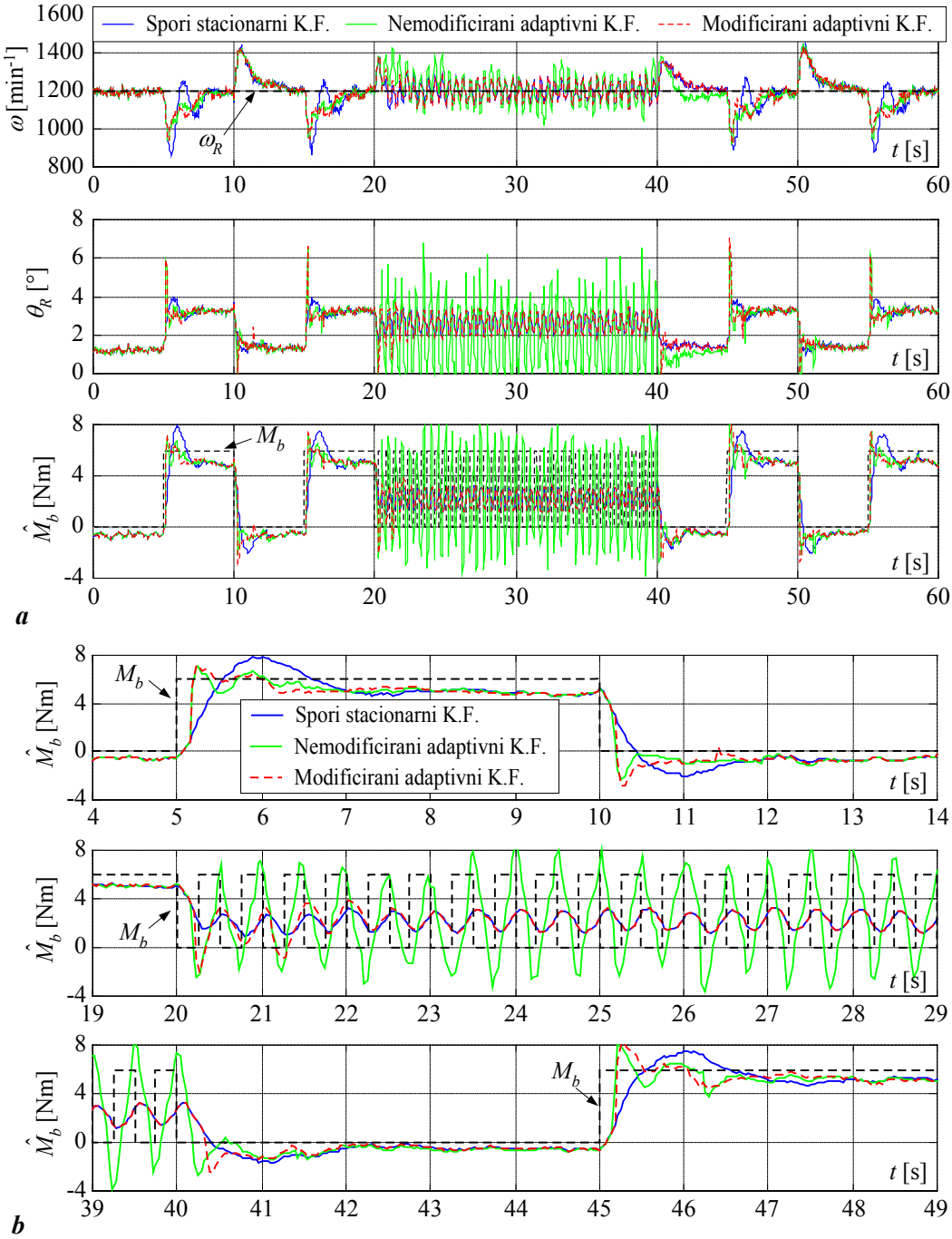
Slika 7.7. *Blokovski dijagram modificiranog mehanizma adaptacije Kalmanovog filtra.*

$$N_{max} = \mathrm{int}\left(2LT_s f_{max}\right) , \tag{7-9}$$

gdje faktor 2 odražava činjenicu da se dogode dvije nagle promjene unutar jednog perioda periodičkih varijacija momenta tereta. Tipičan izbor širine vremenskog prozora (dubine spremnika) za danu primjenu je L = 50 uzoraka, što odgovara vremenskom intervalu od 1.8 s na kojem se promatra vladanje algoritma detekcije nagle promjene (T_s = 36 ms) [85, 89]. Kako uslijed "neidealne" detekcije nagle promjene momenta tereta može doći do pojava lažnih detekcija (pogledati slike 6.7 i 6.8), praktičnu vrijednost parametra N_{max} treba odabrati 50% veću u odnosu na "idealnu" vrijednost dobivenu iz izraza (7-9). U praktičnim primjenama također je moguće dodati uvjet za onemogućenje adaptacije vezan uz iznos regulacijskog odstupanja brzine vrtnje motora e_ω (crtkani dio blokovskog dijagrama na slici 7.7). Ovaj uvjet onemogućuje adaptaciju ako je brzina vrtnje motora ω vrlo blizu referentnoj vrijednosti brzine vrtnje motora u praznom hodu ω_R. Naime, u tom slučaju bi sporadična okidanja adaptacijskog mehanizma uslijed neidealnosti algoritma detekcije nagle promjene mogla prouzročiti nepotrebna forsiranja upravljačkog signala θ_R, a koja ne bi imala značajnijeg učinka na kvalitetu regulacije brzine vrtnje motora u praznom hodu [85].

Predložena modifikacija adaptivnog Kalmanovog filtra s q_{mb} = 20 (Nm)^{2}s^{-4} provjerena je simulacijom na ISC sustava s usrednjenim modelom motora proširenim šumom mjerenja brzine vrtnje. Odabrani su sljedeći parametri modificiranog mehanizma adaptacije: L = 50, N_{max} = 3, e_t = 30 min^{-1}. Uz navedeni izbor parametara L, N_{max} i iznos perioda uzorkovanja T_s = 36 ms, iznos maksimalne frekvencije kod koje je adaptacija još uvijek omogućena iznosi f_{max} = 0.83 Hz. Usporedni simulacijski rezultati ISC sustava s kompenzatorima momenta tereta zasnovanim na sporom stacionarnom, nemodificiranom adaptivnom i modificiranom adaptivnom Kalmanovom filtru (K.F.) prikazani su na slici 7.8. ISC sustav je podvrgnut uzastopnim sekvencama momenta tereta pravokutnog valnog oblika amplitude 6 Nm i frekvencije 0,1 Hz i 2 Hz. Rezultati simulacija pokazuju da modificirani adaptivni Kalmanov filtar može pratiti nagle promjene momenta tereta niske frekvencije (f = 0.1 Hz) jednako dobro kao i nemodificirani adaptivni Kalmanov filtar (usporediti odzive procjene momenta tereta na slici 7.8). Kada iznos frekvencije periodičkog momenta tereta naglo poraste na 2 Hz, modifikacija detekcije naglih promjena brzo reagira na promjenu frekvencije poremećaja i onemogući adaptaciju Kalmanovog filtra. Na taj način izbjegnuta je pojava slabo prigušenog vladanja ISC sustava s modificiranim adaptivnim Kalmanovim filtrom, odnosno ISC sustav se ponaša kao da je primijenjen spori stacionarni Kalmanov filtar (središnji graf na slici 7.8b). Po svršetku djelovanja nepoželjnog visokofrekvencijskog poremećaja, adaptacija je

omogućena nakon manje od jedne sekunde (pogledati donji graf na slici 7.8b), čime je ponovno dobivena visoka kvaliteta slijeđenja adaptivnog Kalmanovog filtra (i povoljna kompenzacija utjecaja poremećaja, odnosno momenta tereta).



Slika 7.8. *Usporedni simulacijski rezultati različitih ISC sustava za slučaj periodičkih promjena momenta tereta iznosa 6 Nm i frekvencija 0,1 Hz i 2 Hz (a), te tipični dijelovi odziva procjene opteretnog momenta (b).*

7.4. Eksperimentalna provjera ISC sustava

Provodi se detaljna eksperimentalna provjera predloženog sustava regulacije brzine vrtnje Ottovog motora u praznom hodu s PI regulatorom i kompenzatorom momenta tereta zasnovanom na adaptivnom Kalmanovom filtru, te usporedba predloženog adaptivnog regulatora s drugim strukturama regulatora brzine vrtnje u praznom hodu.

7.4.1. Skokovite promjene momenta tereta

Na slici 7.9 prikazani su usporedni odzivi sustava regulacije brzine vrtnje motora u praznom hodu s obzirom na pravokutni puls momenta tereta iznosa 2 Nm u radnoj točki ISC sustava karakteriziranoj referentnom vrijednošću brzine vrtnje ω_R = 1200 min^{-1} i momentom tereta jednakim nuli. Odzivi pokazuju da primjena kompenzatora momenta tereta zasnovanih na Kalmanovom filtru rezultira manjim iznosima propada i nadvišenja brzine vrtnje prilikom udarnog opterećenja i rasterećenja (približno 50% manjim), u odnosu na ISC sustav s PI regulatorom. Slični iznosi propada brzine vrtnje motora za sve tipove kompenzatora momenta tereta posljedica su razmjerno male amplitude udarnog opterećenja. Osnovna prednost primjene adaptivnog Kalmanovog filtra u odnosu na spori Kalmanov filtar prvenstveno je u postizanju manjeg iznosa vremena smirivanja odziva brzine vrtnje. Odzivi ISC sustava s kompenzatorom momenta tereta zasnovanom na brzom stacionarnom Kalmanovom filtru karakterizirani su znatnim oscilacijama frekvencije približno 2 Hz i znatno višim razinama šuma u signalima procijenjenog momenta tereta $\hat{M}_b$ i referentnog kuta zaklopke θ_R u odnosu na ostale predložene strukture ISC sustava (vidi RMS vrijednosti u grafovima θ_R na slici 7.9). Ovaj rezultat je u suglasju s rezultatima analize stabilnosti u potpoglavlju 7.3 (slike 7.3 i 7.4).

Na slikama 7.10 i 7.11 prikazani su odzivi ISC sustava s ozirom na skokovite promjene momenta tereta iznosa 4 Nm (12% maksimalnog iznosa okretnog momenta motora)[1]. Odzivi na udarno opterećenje prikazani na slkama 7.10a i 7.11a pokazuju da je ISC sustav s PI regulatorom karakteriziran dobro prigušenim (no razmjerno sporim) odzivom brzine vrtnje s velikim iznosom propada brzine u rasponu od 320 – 350 min^{-1}. Primjenom kompenzatora zasnovanog na brzom stacionarnom Kalmanovom filtru, ubrzava se odziv brzine vrtnje motora uz smanjenje propada brzine vrtnje od 45% (odnosno propad se smanjuje približno 180 min^{-1}) uz razmjerno zanemarivo nadvišenje (manje od 50 min^{-1}). Međutim, procjena momenta tereta $\hat{M}_b$ i upravljački signal θ_R su i dalje karakterizirani visokim razinama šuma i

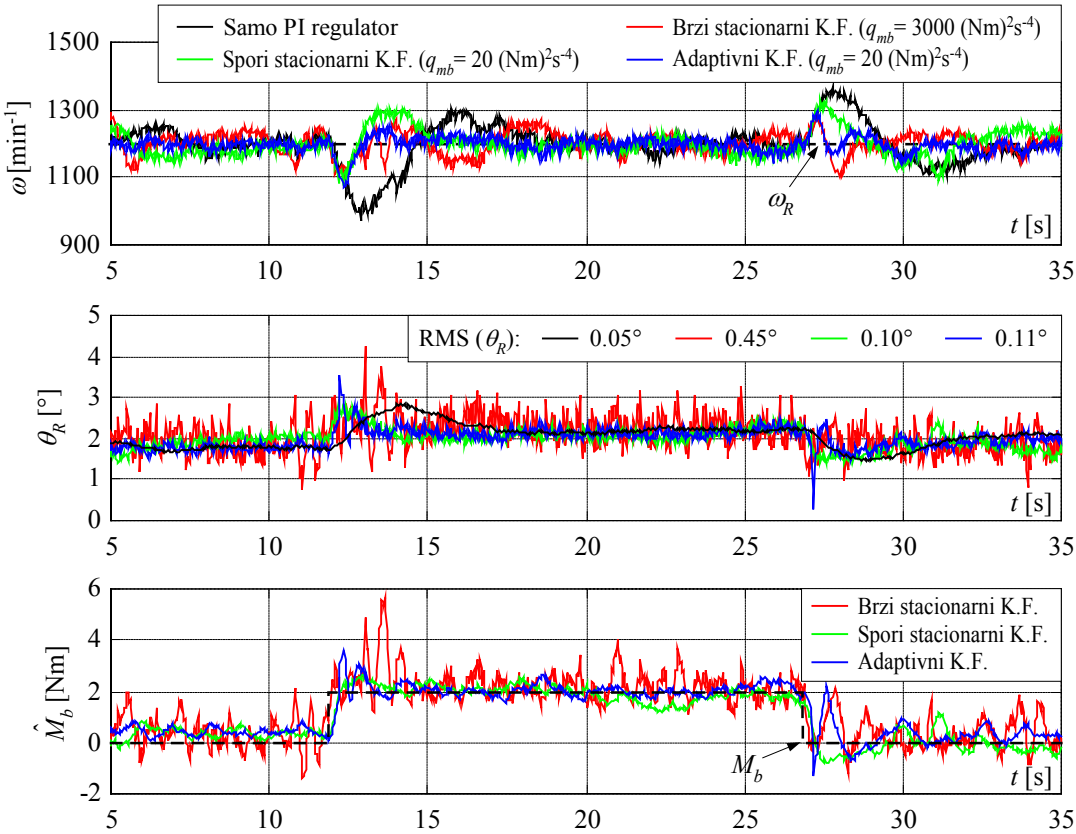
[1] U automobilskim primjenama ovaj iznos momenta tereta Ottovog motora vrlo je blizu maksimalnom iznosu momenta tereta koji se može očekivati pri regulaciji brzine vrtnje u praznom hodu.

slabo prigušenim oscilacijama frekvencije oko 2 Hz. Primjenom sporog stacionarnog Kalmanovog filtra postiže se stabilan odziv ISC sustava i niska razina šuma, no uz sporiji odziv i veći iznos propada brzine vrtnje (225 – 250 min^{-1}) u odnosu na ISC sustav s brzim stacionarnim Kalmanovim filtrom. Uvođenje adaptivnog Kalmanovog filtra rezultira jednakim iznosom propada brzine i malim iznosom nadvišenja kao i u slučaju primjene brzog stacionarnog Kalmanovog filtra, uz očuvanu dobru prigušenost odziva i nisku razinu šuma karakterističnu za primjenu sporog stacionarnog Kalmanovog filtra. Pritom valja obratiti pažnju na postojanje određenih oscilacija u procjeni momenta tereta i upravljačkom signalu θ_R neposredno nakon skokovite promjene momenta tereta, koje su posljedica privremenog povećanja pojačanja Kalmanovog filtra nakon okidanja adaptacijskog mehanizma. Ove oscilacije ne utječu na stabilnost ISC sustava, jer se prag okidanja adaptacijskog mehanizma odabire dovoljno visok kako bi se izbjeglo često okidanje adaptacije (praktički nema lažnih detekcija nagle promjene momenta tereta). U slučaju udarnog rasterećenja (slike 7.10b i 7.11b), sposobnost potiskivanja poremećaja (opteretnog momenta) ISC sustava s kompenzatorom momenta tereta zasnovanom na brzom i adaptivnom Kalmanovim filtru je manje izražena u odnosu na spori stacionarni Kalmanov filtar. Ovo je posljedica donje granice (zasićenja) kuta zaklopke (θ_{min} = 0°). ISC sustav s brzim stacionarnim Kalmanovim filtrom je ponovno karakteriziran značajnim oscilacijama i visokom razinom šuma u signalima $\hat{M}_b$ i θ_R.

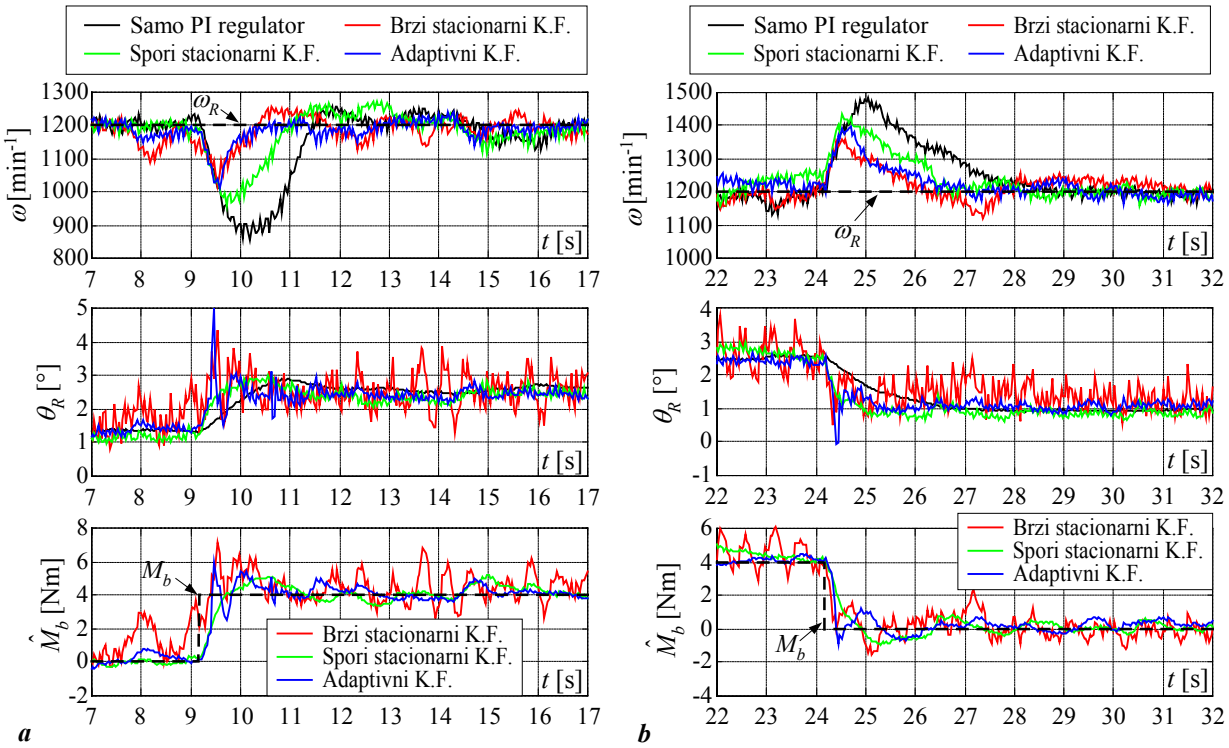
Na slici 7.12 prikazani su odzivi ISC sustava s obzirom na udarno opterećenje i rasterećenje iznosa 4 Nm u radnoj točki karakteriziranoj stacionarnim iznosom momenta tereta 4 Nm. Primjena brzog stacionarnog i adaptivnog Kalmanovog filtra ponovno rezultira superiornim potiskivanjem poremećaja. Valja također napomenuti da primjena brzog stacionarnog Kalmanovog filtra u radnoj točki karakteriziranoj značajnim momentom tereta (M_b > 4 Nm) ne uzrokuje slabo prigušenje odziva procjene momenta tereta i upravljačkog signala θ_R. Međutim, razmjerno visoki iznosi šuma su i dalje prisutni u navedenim signalima.

Odzivi ISC sustava za slučajeve udarnih opterećenja iznosa 6 Nm i 8 Nm, prikazani na slici 7.13, nadalje ilustriraju prednosti primjene adaptivnog kompenzatora momenta tereta u pogledu dobrog potiskivanja utjecaja udarnog opterećenja uz nisku razinu šuma u upravljačkom signalu θ_R. Slika 7.13b pokazuje da ISC sustav s PI regulatorom ne može dovoljno brzo reagirati na relativno veliku skokovitu promjenu momenta tereta iznosa 8 Nm, što rezultira zaustavljanjem (gušenjem) motora.

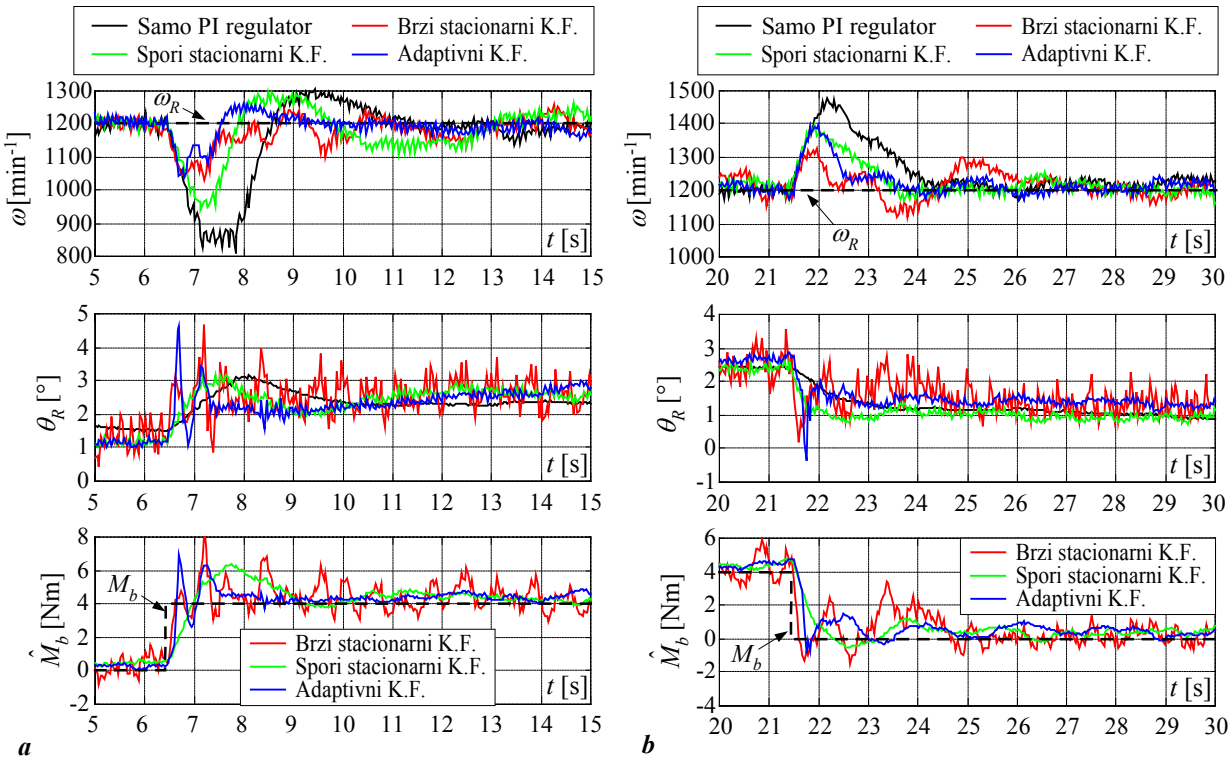
Slika 7.14 prikazuje odzive ISC sustava za slučaj skokovitih promjena momenta tereta iznosa 10 Nm i 12 Nm (približno 30%, odnosno 36% maksimalnog iznosa momenta motora) u radnoj točki motora karakteriziranoj stacionarnim iznosom momenta tereta jednakim nuli. Prednosti primjene adaptivnog Kalmanovog filtra posebno su izražene za tako visoke iznose skokovitih promjena momenta tereta. Naime, primjenom adaptivnog Kalmanovog filtra postiže se povoljno potiskivanje poremećaja praktički bez značajnijeg nadvišenja u odzivu brzine vrtnje motora (koji je karakterističan za primjenu sporog stacionarnog Kalmanovog filtra), uz nisku razinu šuma u upravljačkom signalu θ_R. Naravno, pri tako velikim skokovitim promjenama opteretnog momenta, primjena PI regulatora bez kompenzatora momenta tereta dovodi do zaustavljanja motora (pogledati sliku 7.13b).



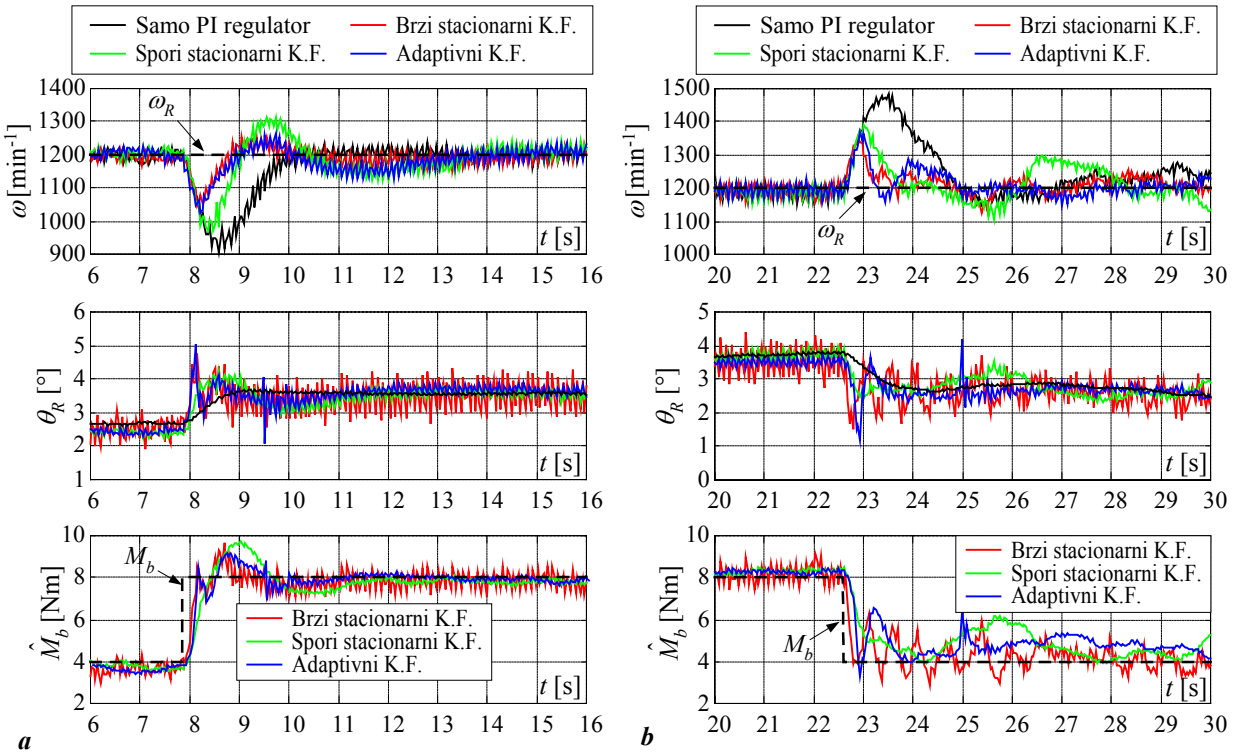
Slika 7.9. *Usporedni eksperimentalni rezultati različitih ISC sustava s obzirom na pravokutni puls momenta tereta iznosa 2 Nm.*



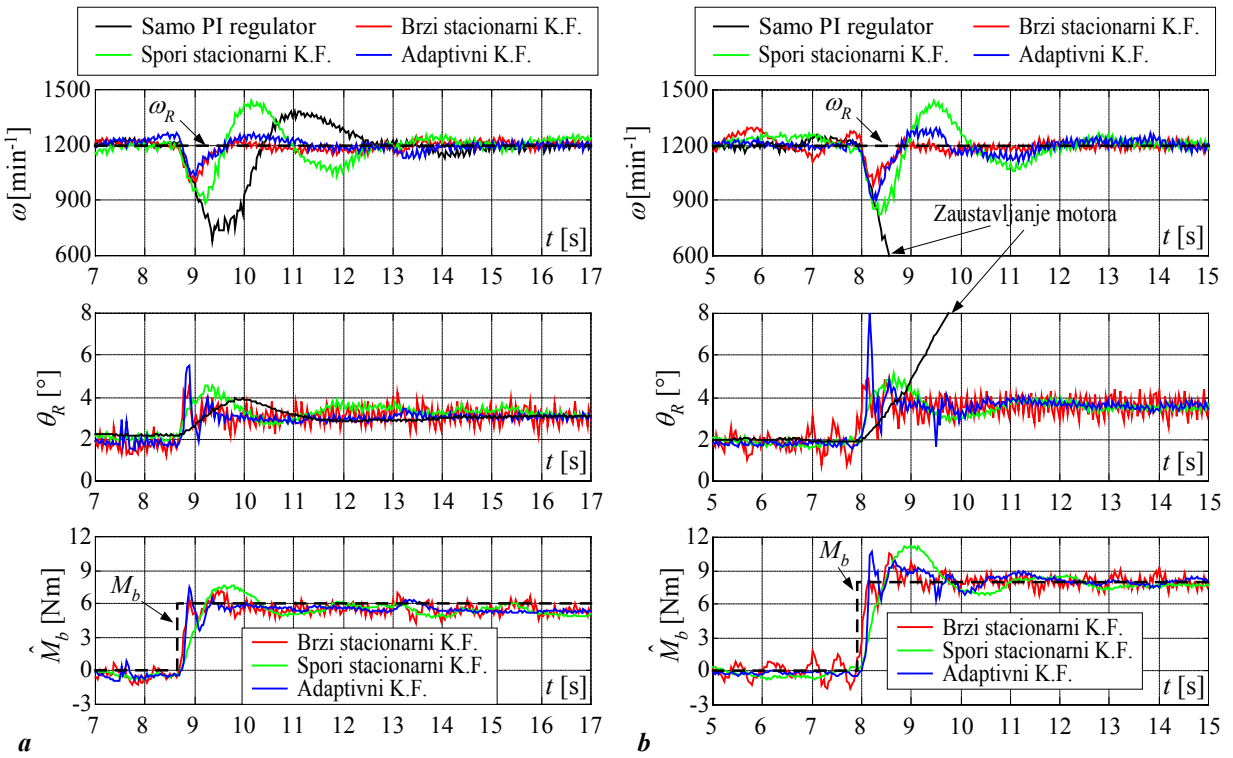
Slika 7.10. *Usporedni eksperimentalni rezultati različitih ISC sustava s obzirom na skokovite promjene momenta tereta iznosa 4 Nm: udarno opterećenje (a), i udarno rasterećenje (b).*



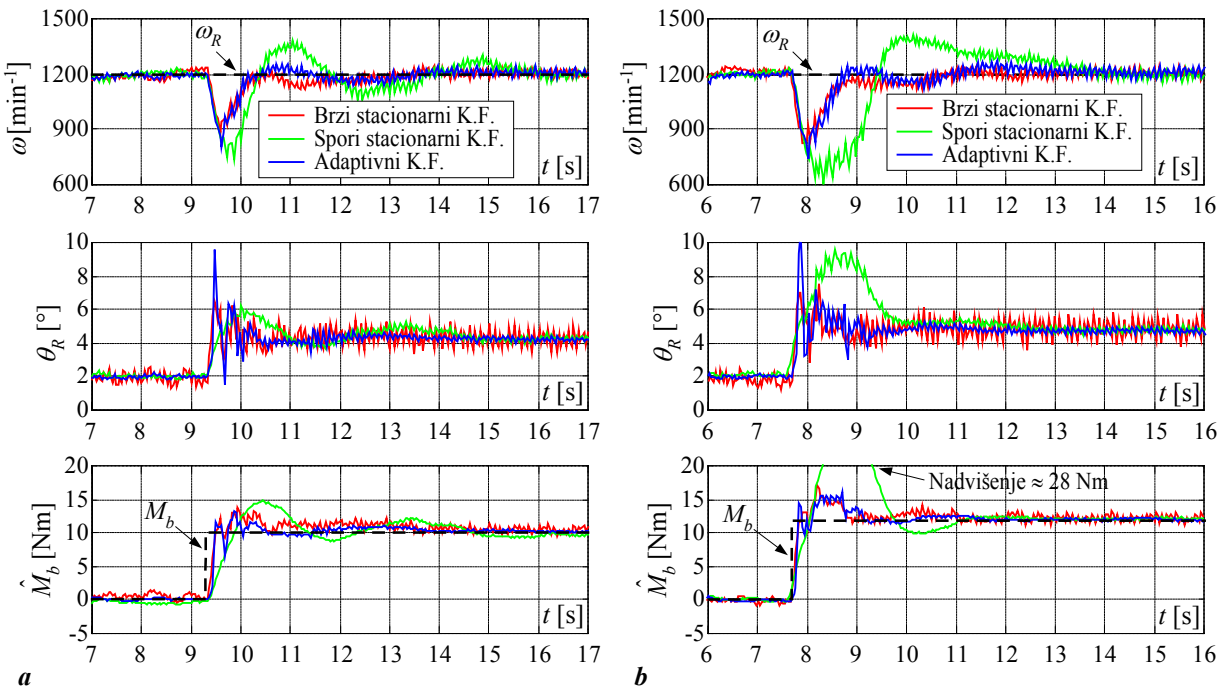
Slika 7.11. *Ilustracija ponovljivosti eksperimentalnih rezultata prikazanih na slici 7.10.*



Slika 7.12. *Usporedni eksperimentalni rezultati različitih ISC sustava s obzirom na skokovitu promjenu momenta tereta s iznosa 4 Nm na iznos 8 Nm (a), te s iznosa 8 Nm na iznos 4 Nm (b).*



Slika 7.13. *Usporedni eksperimentalni rezultati različitih ISC sustava s obzirom na skokovitu promjenu momenta tereta (udarno opterećenje) iznosa 6 Nm (a), i 8 Nm (b).*

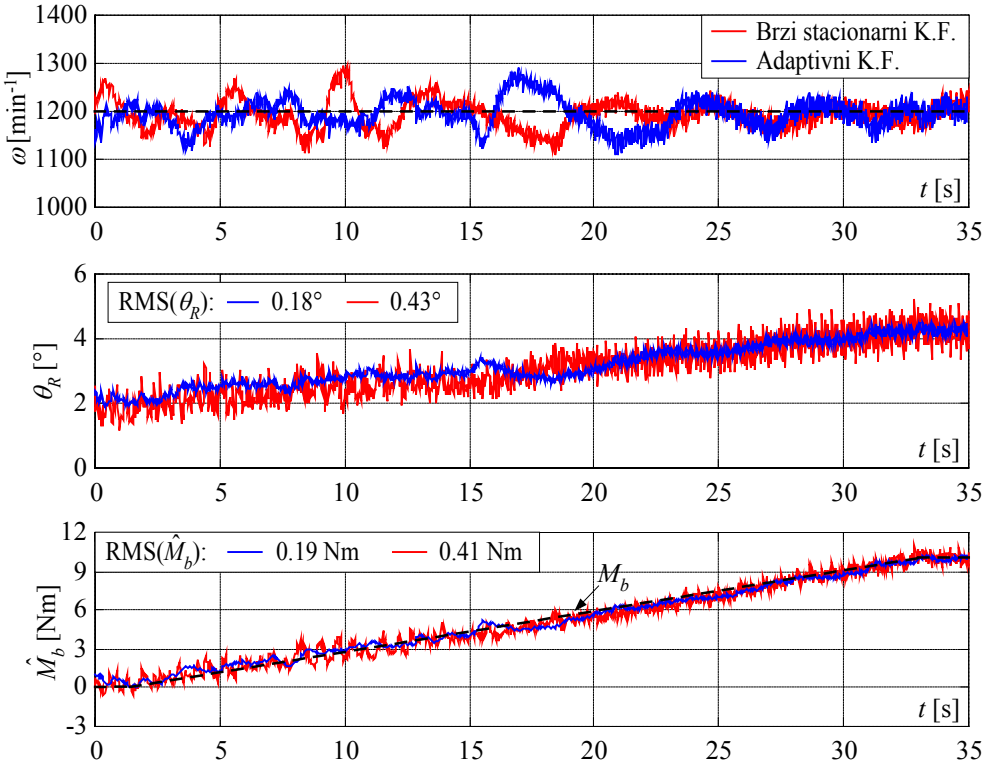


Slika 7.14. *Usporedni eksperimentalni rezultati različitih ISC sustava s obzirom na skokovitu promjenu momenta tereta (udarno opterećenje) iznosa 10 Nm (a), i 12 Nm (b).*

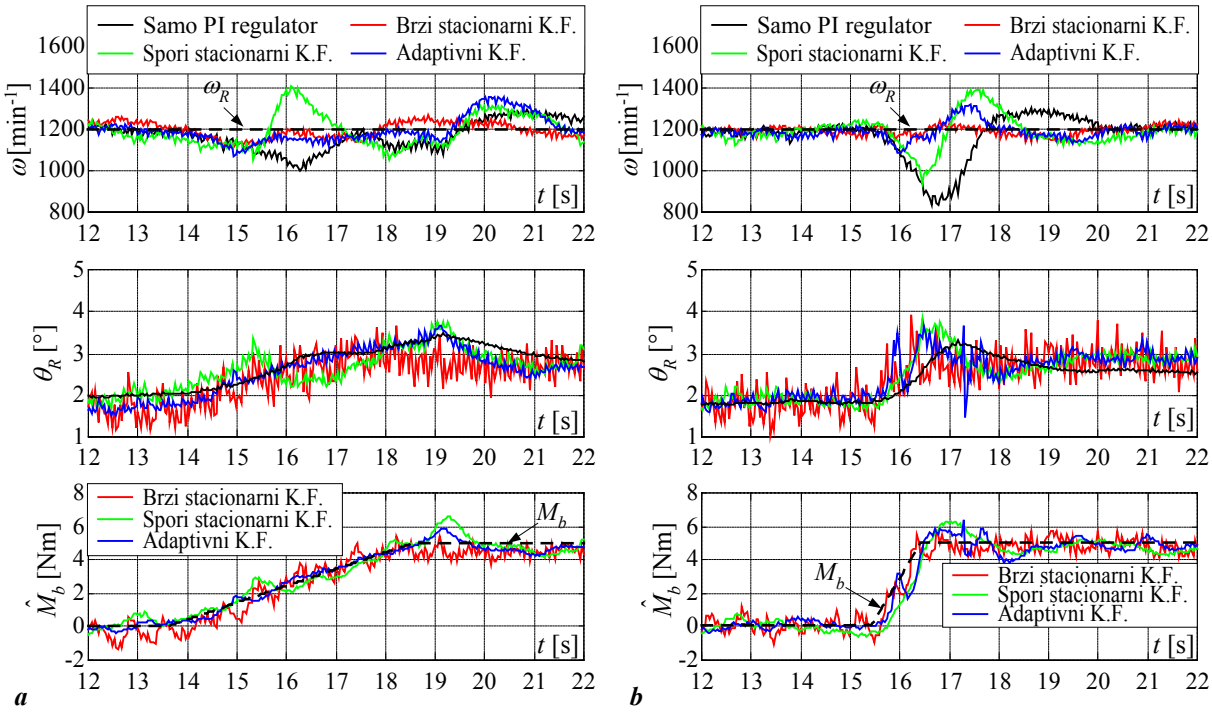
7.4.2. Nagibne promjene momenta tereta

Na slici 7.15 prikazani su usporedni odzivi ISC sustava s adaptivnim i brzim stacionarnim Kalmanovim filtrom na sporu nagibnu promjenu momenta tereta iznosa 0.3 Nm/s u rasponu od 0 do 10 Nm (kvazi-stacionarni eksperiment). Odzivi pokazuju da je ISC sustav s adaptivnim Kalmanovim filtrom karakteriziran stabilnim vladanjem i visokom točnošću slijeđenja nagibne promjene opteretnog momenta. S druge strane, odziv ISC sustava s brzim stacionarnim Kalmanovim filtrom karakteriziran je visokom razinom šuma, te slabo prigušenim vladanjem u slučaju kada je moment tereta u rasponu 2 – 4 Nm, što je u suglasju s prethodno prikazanim rezultatima eksperimentalne analize ISC sustava s obzirom na skokovite promjene momenta tereta (vidi slike 7.9 – 7.11).

Odzivi ISC sustava s obzirom na različite iznose nagibne promjene momenta tereta sa zasićenjem od 5 Nm prikazani su na slici 7.16. Čak i u slučaju razmjerno spore nagibne promjene momenta tereta iznosa 1 Nm/s (Slika 7.16a), primjena kompenzatora zasnovanog na adaptivnom Kalmanovom filtru rezultira povoljnijim vladanjem ISC sustava u odnosu na slučaj kada se koristi spori stacionarni Kalmanov filtar ili samo PI regulator. Prednosti adaptivnog Kalmanovog filtra su još više izražene kod većeg iznosa nagibne promjene momenta tereta od 5 Nm/s (Slika 7.16b).



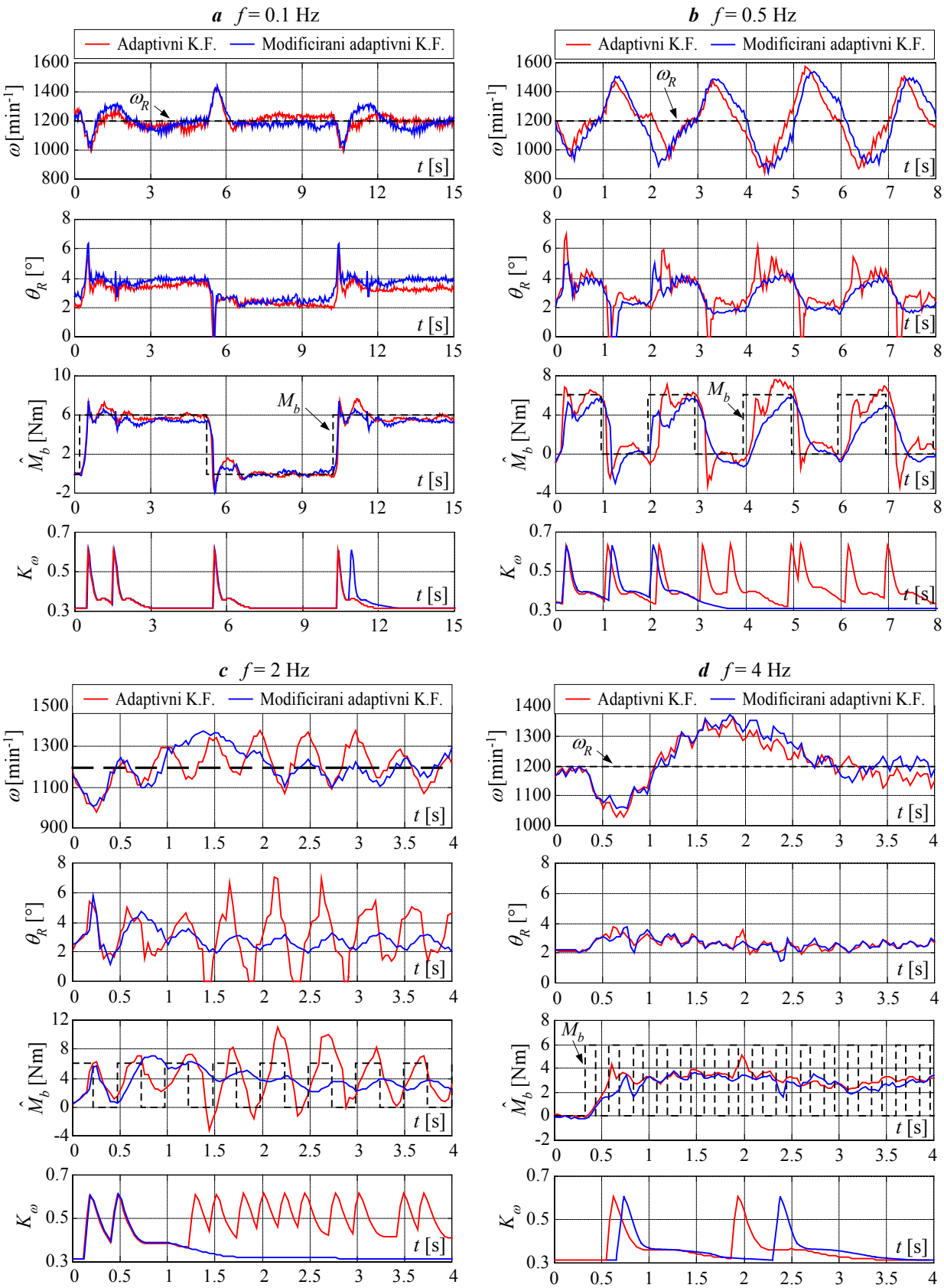
Slika 7.15. *Usporedni eksperimentalni rezultati ISC sustava s brzim stacionarnim i adaptivnim Kalmanovim filtrom s obzirom na sporu nagibnu promjenu momenta tereta (dM_b/dt= 0.3 Nm/s).*



Slika 7.16. *Usporedni eksperimentalni rezultati različitih ISC sustava s obzirom na nagibne promjene momenta tereta iznosa dM_b/dt= 1 Nm/s (a), i dM_b/dt= 5 Nm/s (b).*

7.4.3. Robusnost na periodičke varijacije momenta tereta

Učinkovitost modifikacije adaptivnog Kalmanovog filtra za slučaj ustaljenih perturbacija momenta tereta provjerena je za slučaj pravokutnih valnih oblika momenta tereta razmjerno visoke amplitude 6 Nm i frekvencija 0,1 Hz, 0,5 Hz, 2 Hz i 4 Hz. Pritom su korišteni parametri modifikacije adaptacijskog mehanizma navedeni u poglavlju 7.3. Eksperimentalni odzivi ISC sustava prikazani su na slici 7.17. U slučaju niske frekvencije pravokutnog valnog oblika momenta tereta (f = 0,1 Hz), ISC sustavi s modificiranim i nemodificiranim adaptivnim Kalmanovim filtrom imaju slično vladanje karakterizirano visokom kvalitetom slijeđenja periodičkih promjena momenta tereta i njihovim dobrim potiskivanjem (Slika 7.17a). Pri nešto višoj frekvenciji periodičkog poremećaja od 0,5 Hz (Slika 7.17b), modifikacija adaptacijskog mehanizma blokira adaptaciju nakon samo tri nagle promjene momenta tereta uslijed razmjerno niskog iznosa parametra N_{max} (N_{max} = 3), te neidealne naravi algoritma detekcije nagle promjene momenta tereta. Kao posljedica toga, modificirani adaptivni Kalmanov filtar se svodi na spori stacionarni Kalmanov filtar, te se umanjuje njegova točnost slijeđenja i u manjoj mjeri sposobnost potiskivanja djelovanja momenta tereta danog ISC sustava u odnosu na slučaj kada se koristi nemodificirani adaptivni Kalmanov filtar. Ukoliko bi bilo potrebno pratiti i ove razmjerno brze promjene momenta tereta, bilo bi potrebno povećati iznos parametra N_{max}. Primjena nemodificiranog adaptivnog Kalmanovog filtra u prisustvu momenta tereta razmjerno visoke frekvencije od 2 Hz rezultira značajnim forsiranjem upravljačkog signala θ_R, te čak može izazvati slabo prigušeno vladanje ISC sustava zbog razmjerno visokih iznosa pojačanja Kalmanovog filtra uslijed čestog okidanja adaptacijskog mehanizma (pogledati interval t = 1,5-3,5 s na slici 7.17c). Ovo slabo prigušeno vladanje ISC sustava također pogoršava kvalitetu slijeđenja momenta tereta (pojava značajnih prebačaja u odzivu procjene momenta tereta). Ukoliko se, međutim, primijeni modificirani adaptivni Kalmanov filtar, adaptacija pojačanja je onemogućena vrlo brzo nakon što se detektira postojanje visokofrekcijskog poremećaja, pa se adaptivni Kalmanov filtar svodi na spori stacionarni Kalmanov filtar i izbjegava se pojava slabo prigušenog vladanja ISC sustava i izraženog forsiranja upravljačkog signala. Za vrlo visoku frekvenciju momenta tereta od 4 Hz, ISC sustavi s modificiranim i nemodificiranim Kalmanovim filtrom pokazuju dobro prigušeno vladanje, odnosno karakterizirani su razmjerno malim forsiranjem upravljačkog signala (Slika 7.17d). To je stoga jer uslijed visoke frekvencije momenta tereta i učinka inercije motora, oscilacije u brzini vrtnje motora i pogrešci predikcije Kalmanovog filtra nisu značajne.



Slika 7.17. *Eksperimentalni odzivi ISC sustava s modificiranim i nemodificiranim adaptivnim Kalmanovim filtrom u slučaju pravokutnih pulzacija momenta tereta amplitude 6 Nm i različitih frekvencija (M_b = 0 za t < 0).*

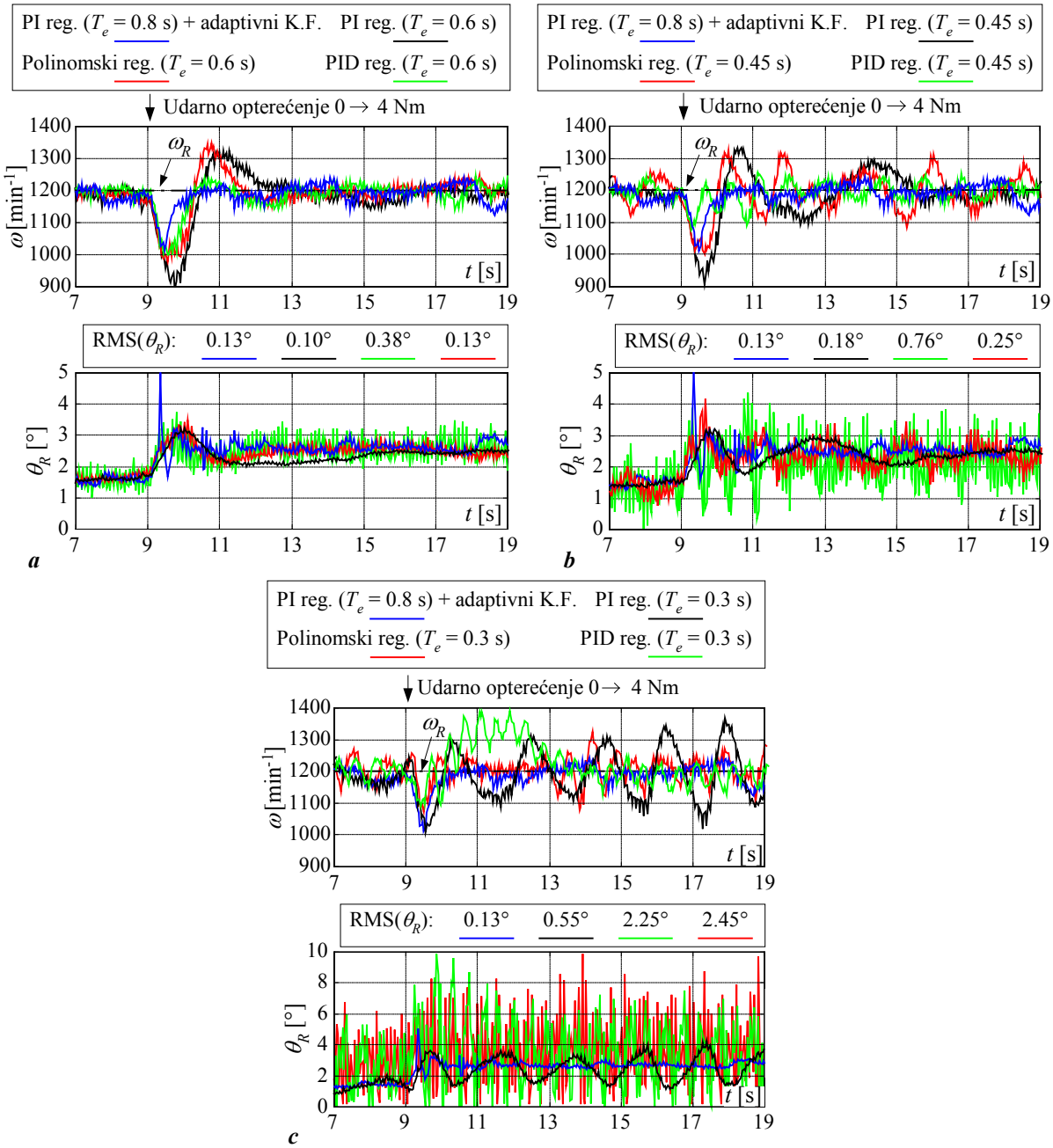
7.4.4. Usporedba s PID regulatorom i polinomskim regulatorom

U svrhu daljnjeg vrednovanja predložene strukture adaptivnog ISC sustava, sustav se uspoređuje s drugim dobro poznatim konceptima regulacije brzine vrtnje u praznom hodu, kao što su oni zasnovani na primjeni proporcionalno-integriralnog-derivativnog regulatora (PID regulatora) i polinomskog regulatora s konstantnim parametrima. Polinomski regulator [90] je vremenski-diskretni linearni regulator punog reda s implicitnim observerom stanja. Postupak sinteze PID i polinomskog regulatora zasnovan na primjeni optimuma dvostrukog odnosa detaljno je opisan u [46]. Usporedni rezultati adaptivnog ISC sustava, te sustava s PI regulatorom, PID regulatorom i polinomskim regulatorom za slučaj udarnog opterećenja iznosa 4 Nm prikazani su na slici 7.18.

Na slici 7.18a prikazani su usporedni odzivi za slučaj kada su PID i polinomski regulator podešeni za razmjerno brz i dobro prigušen odziv ISC sustava ($T_e = T_{e,min} = 0.6$ s). Također je, radi usporedbe, prikazan odziv ISC sustava s PI regulatorom podešenim s $T_e = 0{,}6$ s (25% manji iznos ekvivalentne vremenske kostante u odnosu na $T_{e,min}$ kod kojeg se primjenom PI regulatora postiže dobro prigušen odziv). Osnovna prednost adaptivnog regulatora u usporedbi s PID i polinomskim regulatorom je njegova sposobnost da reagira značajnim forsiranjem upravljačkog signala nakon detekcije nagle promjene opteretnog momenta, održavajući pritom povoljan odnos signala i šuma. Takvo pak djelovanje rezultira približno dva puta kraćim trajanjem propada brzine vrtnje i njegovim djelomičnim smanjenjem u odnosu na slučaj kada se koriste regulatori s konstantnim parametrima (naročito u odnosu na PI regulator). Sve ovo bitno utječe na smanjenje rizika zaustavljanja motora. Zapravo, vladanje ISC sustava s PID i polinomskim regulatorom slično je vladanju ISC sustava s PI regulatorom podešenim za dobro prigušen odziv ($T_e = 0{,}8$ s) i kompenzatorom momenta tereta zasnovanom na brzom stacionarnom Kalmanovom filtru, dok je u slučaju PI regulatora podešenog s $T_e = 0.6$ s vladanje sličnije ISC sustavu sa sporim stacionarnom Kalmanovim filtrom (pogledati odzive na slikama 7.10a i 7.11a). Osnovna slabost PID regulatora je značajna osjetljivost na šum mjerenja brzine vrtnje (pogledati odzive upravljačkog signala θ_R i pripadajuće RMS vrijednosti šuma na slici Fig. 7.18a), dok su ISC sustavi s PI regulatorom i polinomskim regulatorom karakterizirani prilično visokim iznosima nadvišenja brzine vrtnje motora od približno 120 min^{-1}. Uz to polinomski regulator može biti prilično osjetljiv na pogreške lineariziranog modela motora [46].

Slike 7.18b i 7.18c prikazuju usporedne odzive navedenih ISC sustava kada su PI, PID i polinomski regulator podešeni s $T_e = 0{,}45$ s, odnosno $T_e = 0{,}3$ s. Kako se moglo i očekivati,

smanjenjem parametra T_e postiže se smanjenje iznosa i trajanja propada brzine vrtnje motora, naročito u slučaju PID regulatora. Međutim, vladanje ISC sustava s PI, PID i polinomskim regulatorima postaje slabo prigušeno, a razina šuma u upravljačkom signalu θ_R se znatno povećava sa smanjenjem iznosa parametra T_e. Može se zaključiti da preloženi regulator zasnovan na adaptivnom Kalmanovom filtru zaista nudi superiorne regulacijske značajke u odnosu na konvencionalne regulatore.



Slika 7.18. *Usporedni eksperimentalni odzivi ISC sustava s PI regulatorom i kompenzatorom momenta tereta zasnovanom na adaptivnom Kalmanovom filtru, i ISC sustava s PI, PID i polinomskim regulatorom podešenim s: T_e = 0,6 s (a), T_e = 0,45 s (b), i T_e = 0,3 s (c).*

7.4.5. Usporedba s izravnim unaprijednim kompenzatorom momenta tereta

Moment tereta automobilskog Ottovog motora može se s manjom ili većom točnošću rekonstruirati iz mjerenja raznih veličina vezanih uz opterećenje motora, kao što su jakost struje alternatora motora, zakret upravljača, ili status klima-uređaja u automobilu. Rekonstruirani moment tereta može se tada iskoristiti umjesto procjene $\hat{M}_b$ zasnovane na primjeni Kalmanovog filtra u strukturi regulatora brzine vrtnje prikazanoj na slici 7.1. Takav kompenzator momenta tereta može se promatrati kao izravni unaprijedni kompenzator (engl. Feedforward Compensator, FFC) momenta tereta. Kako bi se uzelo u obzir moguće kašnjenje rekonstrukcije i filtriranja signala opteretnog momenta, sljedeći pretkompenzator se koristi uz izravni unaprijedni kompenzator (FFC) umjesto pretkompenzatora na slici 7.1:

$$G_{ff}(z) = \frac{\theta_{Rff}(z)}{M_b(z)} = K_f^*(z - z_f)G_f(z)z^{-2} \ , \tag{7-10}$$

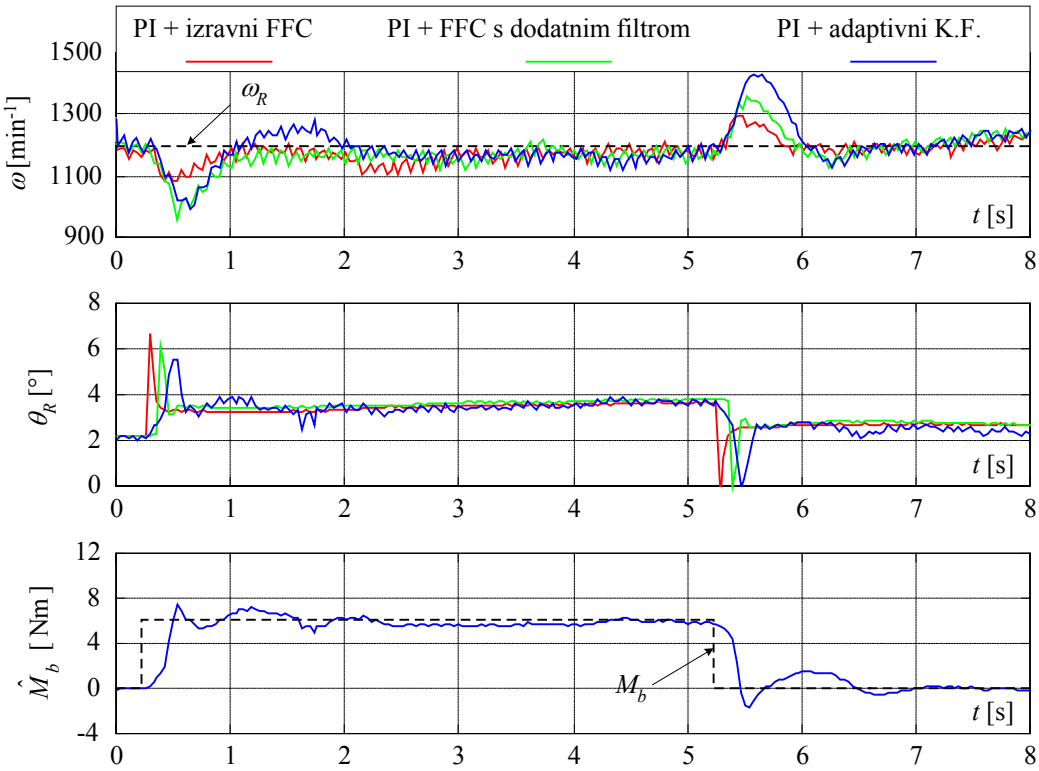
gdje je $K^*_f = [K_m K_t(1 - z_f)]^{-1}$, a $G_f(z)$ predstavlja Butterworthov niskopropusni filtar trećeg reda s jedničnim pojačanjem i graničnom frekvencijom $f_g = 4$ Hz (vrijeme porasta odziva $t_r \approx 0{,}15$ s).

Izravni unaprijedni kompenzator koristi se u svrhu usporedbe regulacijskih svojstava ISC sustava s kompenzatorom momenta tereta zasnovanom na adaptivnom Kalmanovom filtru. Izravni unaprijedni kompenzator sa ili bez člana $G_f(z)z^{-2}$ (kašnjenja rekonstrukcije momenta tereta) jednostavno se primijenjuje na danom eksperimentalnom postavu Ottovog motora dovođenjem referentnog signala momenta tereta opteretnog servomotora na ulaz unaprijednog kompenzatora.

Usporedni eksperimentalni rezultati za slučaj udarnog opterećenja i rasterećenja iznosa 6 Nm prikazani su na slici 7.19. Prema očekivanjima, primjena izravnog kompenzatora momenta tereta bez kašnjenja rekonstrukcije rezultira najboljim vladanjem ISC sustava s obzirom na poremećajnu veličinu. Međutim, važno je uočiti da upravljački signal θ_R ima vrlo sličan oblik za ISC sustave s unaprijednim kompenzatorom i adaptivnim Kalmanovim filtrom, a karakteriziran je naglim i znatnim forsiranjem upravljačkog signala nakon promjene momenta tereta. Osnovna razlika je u tome da adaptivni kompenzator reagira na naglu promjenu momenta tereta s neizbježnim kašnjenjem (nužnim da se ostvari robusna detekcija nagle promjene momenta tereta). Usporedba adaptivnog kompenzatora i izravnog unaprijednog kompenzatora s kašnjenjem rekonstrukcije momenta tereta, pokazuje da na njima zasnovani ISC sustavi imaju usporedive performanse, naročito za slučaj udarnog opterećenja motora. Ovo pokazuje da primjena predloženog adaptivnog kompenzatora rezultira svojevrsnim optimalnim

(najboljim mogućim) vladanjem ISC sustava u slučaju kada moment tereta nije moguće rekonstruirati (već ga je potrebno procijeniti).

Navedena usporedna analiza također ukazuje da se bilo kakva prethodna informacija o promjeni momenta tereta (predikcija momenta tereta), dobivena primjenom odgovarajućih senzora motora (npr. status klima-uređaja u automobilu, indikacija stanja uključenja transmisije, zakretanje upravljača) može upotrijebiti za izravno povećanje koeficijenata $\mathbf{Q}^*$ matrice. Time se može smanjiti inherentno kašnjenje algoritma detekcije nagle promjene momenta tereta i umanjiti zahtjevi na točnu (izravnu) rekonstrukciju momenta tereta.



Slika 7.19. *Usporedni eksperimentalni odzivi ISC sustava s PI regulatorom i izravnim unaprijednim kompenzatorima momenta tereta, te s kompenzatorom zasnovanim na adaptivnom Kalmanovom filtru.*

7.4.6. Vrjednovanje strukture ISC sustava pri većim brzinama vrtnje motora

Predložena struktura ISC sustava s PI regulatorom i kompenzatorom momenta tereta zasnovanom na adaptivnom Kalmanovom filtru provjerava se eksperimentalno za udarno opterećenje iznosa 5 Nm u radnoj točki motora karakteriziranoj brzinom vrtnje iznosa 2500min^{-1} i momentom tereta iznosa 14 Nm (što redom odgovara 70% maksimalne brzine vrtnje i 42% maksimalnog iznosa momenta razmatranog motora)[2]. Provjera se provodi za dva tipa PI regulatora brzine vrtnje (T_s = 14 ms) [85]:

(i) PI regulator podešen za brz i dobro prigušen odziv ($T_e = T_{emin}$ = 0,44 s)

(ii) PI regulator podešen za sporiji odziv, odnosno bolje potiskivanje šuma (T_e = 0,7 s, D_2 = 0,32)

Parametri lineariziranog modela motora u navedenoj radnoj točki dani su u dodatku D.

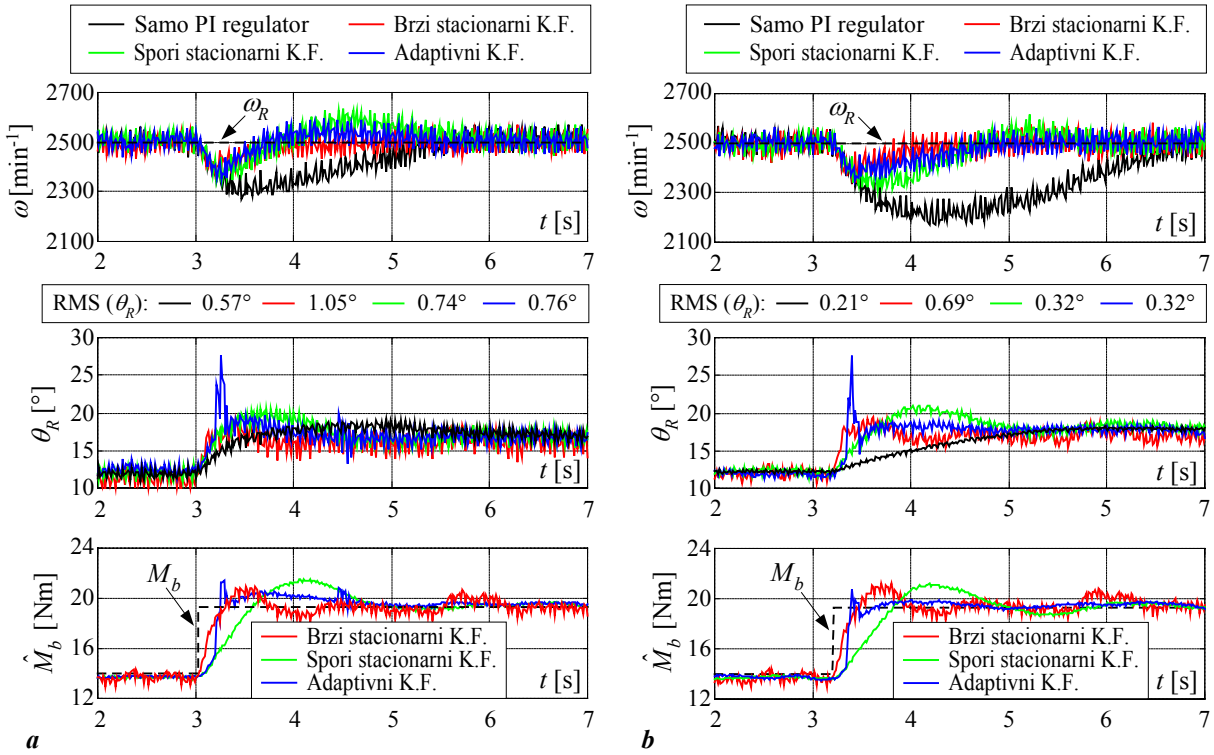
Usporedni rezultati eksperimentalne provjere prikazani su na slici 7.20. Kada se koristi PI regulator podešen za brzi odziv (Slika 7.20a), propad brzine vrtnje nakon udarnog opterećenja iznosi svega 180 min^{-1}, dok je vrijeme smirivanja odziva oko 2 s. Ukoliko se uz PI regulator koristi i kompenzator momenta tereta zasnovan na sporom stacionarnom Kalmanovom filtru, propad brzine vrtnje se smanjuje za približno 30% (postiže se propad brzine vrtnje od 120 min^{-1}), dok se vrijeme odziva smanjuje na približno 1 s uz primjetno nadvišenje odziva iznosa 100 min^{-1}. Primjena brzog stacionarnog i adaptivnog Kalmanovog filtra ne doprinosi značajno smanjenju propada brzine vrtnje odnosno vremena odziva. Međutim, primjenom adaptivnog Kalmanovog filtra smanjuje se nadvišenje odziva na svega 40 min^{-1}, dok je u slučaju brzog stacionarnog Kalmanovog filtra nadvišenje odziva brzine vrtnje praktički jednako nuli. RMS vrijednosti šuma u upravljačkom signalu θ_R kada se koristi spori stacionarni odnosno adaptivni Kalmanov filtar su približno 40% veće u odnosu na primjenu samo PI regulatora brzine vrtnje. Ovo povećanje se može pripisati razmjerno širokom propusnom opsegu pretkompenzatora (niski iznos vremenske konstante T_Σ) [85]. Primjena brzog stacionarnog Kalmanovog filtra rezultira 100%-tnim povećanjem RMS vrijednosti šuma prvenstveno zbog značajnog šuma u procjeni momenta tereta (visokih iznosa pojačanja Kalmanovog filtra).

Primjena sporijeg PI regulatora rezultira 55%-tnim povećanjem propada brzine vrtnje u odnosu na slučaj kada se koristi brzi PI regulator (odnosno postiže se propad brzine vrtnje od 280 min^{-1}) uz vrijeme smirivanja odziva od 3,5 s. Dodavanjem kompenzatora zasnovanog na brzom stacionarnom ili adaptivnom Kalmanovom filtru, propadi brzine se smanjuju na 130 min^{-1} uz vrijeme odziva približno jednako 1,2 s, dok su nadvišenja u odzivu brzine vrtnje

[2] Ovakva radna točka bi kod realnog automobilskog motora odgovarala npr. vožnji na otvorenoj cesti (autoputu).

praktički jednaka nuli. Ovi rezultati su vrlo bliski rezultatima dobivenim primjenom brzog PI regulatora. Primjenom sporog stacionarnog Kalmanovog filtra postiže se propad brzine vrtnje od 160 min^{-1} i razmjerno malo nadvišenje odziva od 50 min^{-1}. RMS vrijednosti šuma u referentnom signalu kuta zaklopke θ_R u stacionarnom stanju značajno su manje u odnosu na slučaj kada se koristi brzi PI regulator. Naravno, značajnije smanjenje RMS vrijednosti šuma postiže se u slučaju kada se koriste spori stacionarni i adaptivni Kalmanov filtar.

Prema navedenom, primjenom sporog PI regulatora i kompenzatora momenta tereta zasnovanog na adaptivnom Kalmanovom filtru moguće je postići optimalna upravljačka svojstva karakterizirana povoljnim potiskivanjem poremećaja (momenta tereta) uz razmjeno nisku razinu šuma u upravljačkom signalu.



Slika 7.20. *Usporedni eksperimentalni odzivi sustava regulacije brzine vrtnje s kompenzatorom momenta tereta za ω_R = 2500 min^{-1}: PI regulator podešen za brz odziv ($T_e = T_{emin}$ = 0,44 s) (a), odnosno za dobro potiskivanje šuma (T_e = 0,7 s) (b).*

8. Procjena varijabli ostalih podsustava automobilskog pogona

U ovom se poglavlju predlažu sustavi procjene varijabli stanja nekoliko dodatnih karakterističnih podustava temeljem primjena Kalmanovog filtra. Procjenjuju se maseni protok zraka u usisnom kolektoru Ottovog motora, vučna sila kotača i koeficijent trenja između kotača i podloge.

8.1. Procjena ulaznog masenog protoka zraka usisnog kolektora Ottovog motora

Opisuje se sinteza adaptivnog Kalmanovog filtra za procjenu protoka zraka u usisnom kolektoru Ottovog motora. Predloženi sustav procjene ispituje se na prethodno snimljenim eksperimentalnim podacima za različite režime rada Ottovog motora.

8.1.1. Motivacija

U suvremenim motorima s unutarnjim izgaranjem, ugradnjom ventila za povrat dijela ispušnih plinova (tzv. EGR[1] ventili) kod Diesel motora se postiže smanjenje emisije dušičnih oksida, dok se u slučaju Ottovog motora ostvaruje i smanjenje potrošnje goriva (pogledati npr. [5] i tamo navedene reference). Stoga je informacija o masenom protoku povrata ispušnih plinova (EGR protoku) bitna za kvalitetnu regulaciju suvremenih motora. Na primjer, u motorima s izravnim ubrizgavanjem goriva potrebno je precizno regulirati tlak zraka u usisnom kolektoru. Pritom, EGR maseni protok predstavlja poremećajnu veličinu, te ga je potrebno kompenzirati odgovarajućim unaprijednim kompenzatorom zasnovanim na procjeni EGR protoka u realnom vremenu [5]. Procjena EGR masenog protoka često predstavlja složen zadatak jer se temperatura i tlak povratnih plinova izgaranja u pravilu ne mjere. U [5] je dan pregled struktura estimatora pogodnih za procjenu EGR protoka, s naglaskom na estimator s visokim iznosima pojačanja (engl. High-Gain Estimator). U ovom radu se koristi pristup zasnovan na adaptivnom Kalmanovom filtru ([9], vidi poglavlje 5), čime se postiže razmjerno brz odziv procjene EGR protoka uz povoljno potiskivanje šuma.

Procjena EGR masenog protoka u usisni kolektor uobičajeno se temelji na izotermnom modelu usisnog kolektora proširenim povratom ispušnih plinova ([5], pogledati izraz (2-1)):

$$\dot{p} = \frac{RT}{V}(W_i + W_{EGR} - W_o), \tag{8-1}$$

[1] EGR – engl. Exhaust Gas Recirculation

gdje je p tlak zraka u usisnom kolektoru, T je temperatura zraka, V je volumen usisnog kolektora, a W_i, W_{EGR}, i W_o su redom ulazni i izlazni maseni protok zraka, te povratni maseni protok plinova izgaranja u usisni kolektor motora.

Prema izrazu (8-1), maseni protok povratnih plinova izgaranja W_{EGR} predstavlja aditivnu komponentu masenom protoku zraka W_i koji ulazi u usisni kolektor. Stoga se koncept procjene masenog protoka povrata plinova izgaranja W_{EGR} može uspješno validirati na osnovi rezultata procjene ulaznog masenog protoka zraka W_i uz dostupno mjerenje tlaka zraka p i rekonstrukciju izlaznog masenog protoka zraka W_o. Ovaj način validacije može se izravno primijeniti na laboratorijskom postavu Ottovog motora opisanom u potpoglavlju 3.1, a koji ne uključuje povrat ispušnih plinova.

8.1.2. Stohastički model usisnog kolektora bez EGR-a

Dinamički model usisnog kolektora bez povrata ispušnih plinova zasniva se na izotermnom modelu opisanom izrazom (2-1). Ulazni maseni protok zraka W_i u izrazu (2-1) tretira se kao poremećajna varijabla opisana linearnim modelom drugog reda i odgovarajućim stohastičkim perturbacijama (slično modelu momenta tereta Ottovog motora u poglavlju 6). Stohastički dio modela poremećaja uključuje međusobno neovisne perturbacije Gaussovskog karaktera v_o i v_i koje se redom dodaju rekonstrukciji izlaznog masenog protoka W_o i drugoj vremenskoj derivaciji ulaznog masenog protoka $\ddot{W}_i$. Na osnovi navedenog, linearni stohastički model usisnog kolektora glasi [79]:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{RT}{V}(W_i - W_o + v_o) \ , \tag{8-2}$$

$$\frac{dW_i}{dt} = \dot{W}_i \ , \tag{8-3}$$

$$\frac{d\dot{W}_i}{dt} = v_i \ . \tag{8-4}$$

Izlazni maseni protok zraka usisnog kolektora W_o rekonstruira se u realnom vremenu primjenom tzv. jednadžbe gustoće brzine (izraz (2-2)), čiji su koeficijenti s_1 i s_0 navedeni u Dodatku D.

Model (8-4) podrazumijeva da je temperatura zraka T u usisnom kolektoru konstantna, odnosno da temperatura predstavlja konstantni parametar modela. Promjena temperature bi izravno utjecala na dinamiku modela usisnog kolektora, što bi rezultiralo pogreškom procjene ulaznog masenog protoka zraka. Prema tome, u praktičnim primjenama temperaturu zraka T u modelu (8-4) treba korgirati na osnovi mjerenja (T predstavlja vremenski promjenjivi

parametar modela (8-4)). Međutim, kako je model (8-4) i dalje linearan u varijablama stanja, on se može koristiti za sintezu klasičnog Kalmanovog filtra.

Faktor RT/V u modelu (8-4) poprima razmjerno visok iznos (Dodatak D), što može utjecati na konvergenciju matrice kovarijanci **P** Kalmanovog filtra [79]. Stoga je potrebno normirati jednadžbu (8-2). Kako se tlak zraka p obično iskazuje u mjernoj jedinici [bar], a maseni protoci W_i i W_o se obično iskazuju u [g/s] (Slika 4.11), izraz (8-2) može se normirati faktorom $k_{pW} = 10^5$Pa/bar·10^3g/kg, te tada konačni izraz za tlak zraka p u usisnom kolektoru glasi:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{k_{pW}} \frac{RT}{V} (W_i - W_o + v_o) = a(W_i - W_o + v_o)\,,\ (p\ [\text{bar}],\ W_{i,o}\ [\text{g/s}])\,. \tag{8-5}$$

Struktura modela usisnog kolektora opisanog izrazima (8-3), (8-4) i (8-5) slična je strukturi modela rotacijske dinamike Ottovog motora (izraz (6-3)). Stoga vremenski-diskretni model usisnog kolektora također ima sličnu strukturu (T_s – period uzorkovanja):

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{G}W_o(k-1) + \mathbf{\Omega}\mathbf{v}(k-1)\,. \tag{8-6}$$

gdje su

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} p \\ W_i \\ \dot{W}_i \end{bmatrix},\ \mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_o \\ v_i \end{bmatrix},\ \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & aT_s & aT_s^2/2 \\ 0 & 1 & T_s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ \mathbf{G} = \begin{bmatrix} -aT_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ \mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} aT_s & aT_s^3/6 \\ 0 & T_s^2/2 \\ 0 & T_s \end{bmatrix}.$$

Model mjerenja tlaka zraka p_m proširuje se šumom mjerenja $e(k)$ varijance $r(k)$:

$$p_m(k) = \mathbf{H}\mathbf{x}(k) + e(k), \qquad \mathbf{H} = [1 \quad 0 \quad 0], \tag{8-7}$$

8.1.3. Sinteza adaptivnog Kalmanovog filtra

Model procesa opisan izrazima (8-6) i (8-7) ima sličnu strukturu kao i model rotacijske dinamike Ottovog motora, što povlači sličnu strukturu Kalmanovog filtra za procjenu ulaznog masenog protoka zraka usisnog kolektora [79]:

$$\begin{aligned}
&\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}(k-1 \mid k-1) + \mathbf{G}W_o(k-1), \\
&\hat{\varepsilon}(k \mid k-1) = p_m(k) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1), \\
&\mathbf{P}(k \mid k-1) = \mathbf{F}\mathbf{P}(k-1 \mid k-1)\mathbf{F}^T + \mathbf{\Omega}\mathbf{Q}(k-1)\mathbf{\Omega}^T, \\
&\mathbf{K}(k) = [K_p \quad K_W \quad K_{\dot{W}}]^T = \frac{\mathbf{P}(k \mid k-1)\mathbf{H}^T}{\mathbf{H}\mathbf{P}(k \mid k-1)\mathbf{H}^T + r(k)}, \\
&\hat{\mathbf{x}}(k \mid k) = \hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1) + \mathbf{K}(k)\hat{\varepsilon}(k \mid k-1), \\
&\mathbf{P}(k \mid k) = \mathbf{P}(k \mid k-1) - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}\mathbf{P}(k \mid k-1),
\end{aligned} \tag{8-8}$$

Stacionarni Kalmanov filtar (**K** = konst.) karakteriziran je stacionarnim značajkama stohastičkih perturbacija (šuma) v_o, v_i i r:

$$\mathbf{Q}(k) = \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_o & 0 \\ 0 & q_i \end{bmatrix}, \quad r(k) = r\,. \tag{8-9}$$

Varijanca šuma mjerenja r određuje se izravno iz mjernog signala tlaka, dok se parametri q_o i q_i odabiru se kao kompromis između brzine odziva i potiskivanja šuma u procjeni stanja.

U svrhu poboljšanja kvalitete slijeđenja Kalmanov filtar za procjenu ulaznog masenog protoka se također proširuje mehanizmom adaptacije zasnovanim na detekciji nagle promjene. Detekcija nagle promjene ulaznog masenog protoka zraka zasniva se na kumulativnoj sumi a-posteriori predikcijske pogreške $\hat{\varepsilon}(k\,|\,k)$ (čija su svojstva bliža bijelom šumu u odnosu na a-priori pogrešku $\hat{\varepsilon}(k\,|\,k-1)$) [79]. Adaptacija se provodi impulsno tj. jednokratnim povećanjem drugog i trećeg dijagonalnog elementa matrice adaptacije $\mathbf{Q}^* = \mathbf{\Omega Q \Omega}^T$ u izrazu za proračun matrice kovarijanci $\mathbf{P}$. Dijagonalni elementi $\mathbf{Q}^*(2,2)$ i $\mathbf{Q}^*(3,3)$ poprimaju razmjerno visoke iznose u odnosu na ostale elemente matrice $\mathbf{Q}^*$ (za dani izbor parametara q_o, q_i i T_s), te stoga izravno utječu na iznose pojačanja putem kojih se obavlja mjerna korekcija procjene masenog protoka zraka [79]. Naravno, u koraku uzorkovanja nakon detekcije $\mathbf{Q}^*$ matrica se vraća na početni iznos, a kumulativna suma postavlja na nulu i pokreće iznova.

Postupak podešavanja adaptivnog Kalmanovog filtra za procjenu masenog protoka zraka provodi se simulacijom na računalu. Primjenjuje se jednoznačna porocedura podešavanja opisana u poglavlju 6. Pritom izbor dominantnog parametra q_i određuje brzinu odziva i potiskivanje šuma neadaptivnog Kalmanovog filtra.

8.1.4. Eksperimentalni rezultati

Eksperimentalna provjera adaptivnog Kalmanovog filtra za procjenu ulaznog masenog protoka provodi se na eksperimentalnim podacima prethodno snimljenim na laboratorijskom postavu motora s elektroničkom zaklopkom (Potpoglavlje 3.1) za različite režime opterećenja motora i promjene kuta zaklopke motora. Procjena ulaznog masenog protoka zraka vrednuje se s obzirom na mjerni signal masenog protoka zraka (MAF senzor, potpoglavlje 3.1). Tijekom izvođenja eksperimenata mjerni signali su uzorkovani s malim periodom uzorkovanja T_o = 2 ms. Neadaptivni (stacionarni) i adaptivni Kalmanov filtri implementirani su s periodom uzorkovanja T_s = 10 ms, te je stoga potrebno pripremiti mjerne signale brzine vrtnje ω, tlaka zraka p, i masenog protoka W_i odgovarajućim postupcima obrade signala [79]:

- Svi mjerni signali (uzorkovani s periodom uzorkovanja T_o) filtriraju se anti-aliasing filtrom (niskopropusni Butterworthov filtar drugog reda) s graničnom frekvencijom f_g = 40 Hz ($f_g < f_{sh} = 1/(2T_s)$ = 50 Hz).

- Mjerni signali tlaka zraka p i masenog protoka W_i dodatno se filtriraju P1 članom s vremenskom konstantom $T_o/2$ kako bi se uzelo u obzir kašnjenje signala brzine vrtnje dobivenog numeričkim deriviranjem mjernog signala kuta zakreta vratila motora.

Slika 8.1 prikazuje mjerne signale kuta zaklopke, tlaka zraka u usisnom kolektoru, brzine vrtnje motora, te rekonstrukcije izlaznog masenog protoka zraka W_o (izraz (2-2)) za slučaj naglih promjena referentnog kuta zaklopke θ_R od 20°, 5° i 1° uz konstantan opteretni moment razmjerno malog iznosa (M_b < 6 Nm)[2]. Radi usporedbe, na slici 8.1 prikazani su i simulacijski odzivi usrednjenog modela motora (MVEM) (identificiranog u potpoglavlju 4.1) gdje su kao ulazi modela korišteni eksperimentalni signali kuta zaklopke θ i momenta tereta M_b. Eksperimentalni signali se prilično dobro poklapaju s onima dobivenim simulacijom na računalu što ukazuje na visoku točnost identificiranog modela motora. S druge strane, eksperimentalni signali tlaka zraka p i brzine vrtnje ω karakterizirani su visokim razinama šuma, što se očituje u razmjerno visokoj razini šuma u rekonstrukciji izlaznog masenog protoka zraka W_o. Šum u signalu tlaka posljedica je taktnog rada motora, dok šum mjerenja brzine prvenstveno nastaje prilikom rekonstrukcije signala brzine vrtnje numeričkim deriviranjem mjernog signala kuta zakreta vratila motora.

Slika 8.2 ilustrira utjecaj izbora glavnog parametra q_i stacionarnog Kalmanovog filtra (uz preostale parametri postavljene na fiksne iznose: r = 0,01 bar^2 i q_o = 1 g^2/s^2). Analiza se provodi na eksperimentalnim podacima snimljenim za nagle promjene kuta zaklopke od 20° i moment tereta $M_b \approx$ 6 Nm (slika 8.1a). Odzivi Kalmanovih filtara uspoređuju se s mjernim signalom ulaznog masenog protoka zraka i simulacijskim odzivom masenog protoka MVEM modela. Mjerni signal je karakteriziran značajnim perturbacijama (uslijed taktnog rada motora) kod većih iznosa masenog protoka. Za nizak iznos parametra q_i (10^2 g^2/s^6) postiže se dobro potiskivanje harmoničkih perturbacije (šuma) u procjeni ulaznog masenog protoka zraka čije su frekvencije približno 10 Hz ($\omega \approx$ 1500 min^{-1}) i 20 Hz ($\omega \approx$ 2800 min^{-1}). Međutim ovakav izbor parametra q_i ima kao posljedicu spor odziv (vrijeme odziva je približno 0,4 s). Povećanjem parametra q_i na iznos 10^5 g^2/s^6 bitno se smanjuje vrijeme odziva (na približno 0,12 s), dok se razina šuma u procjeni masenog protoka bitno ne povećava (pogledati RMS vrijednosti šuma na slici 8.2). Daljnje povećanje parametra q_i ($q_i \geq 10^7$ g^2/s^6) rezultira znatno bržim odzivom na nagle promjene masenog protoka i većom točnošću slijeđenja značajnog nadvišenja nakon naglog otvaranja zaklopke. Međutim, vrlo visoki iznosi parametra q_i

[2] Ovi podaci predstavljaju dio eksperimentalnih podataka snimljenih za potrebe identifikacije statičkih mapa motora. Navedeni eksperimenti su provedeni na početku eksploatacije motora (2002. godine) [39].

uzrokuju značajno povećanje propusnog opsega Kalmanovog filtra, odnosno značajno povećanje razine šuma u procjeni ulaznog masenog protoka[3].

Usporedba procjene masenog protoka za slučaj srednje brzog stacionarnog Kalmanovog filtra (q_i = 10^5 g^2/s^6), brzog stacionarnog Kalmanovog filtra (q_i = 10^8 g^2/s^6), i adaptivnog Kalmanovog filtra zasnovanog na srednje brzom filtru za prethodno spomenuti slučaj nagle promjene kuta zaklopke od 20° prikazani su na slici 8.3. Parametri adaptacijskog mehanizma Kalmanovog filtra navedeni su u dodatku C. Rezultati na slici 8.3 ukazuju na sljedeće:

- Primjenom adaptivnog Kalmanovog filtra postiže se vrijeme odziva na naglu promjenu ulaznog masenog protoka zraka blisko vremenu odziva brzog stacionarnog Kalmanovog filtra (≈ 50 ms). Međutim, valja uočiti da je početni dio odziva (neposredno nakon nagle promjene masenog protoka) identičan odzivu srednje brzog Kalmanovog filtra zbog inherentnog kašnjenja adaptacije zasnovane na detekciji nagle promjene. Nakon uključenja adaptacije dolazi do naglog povećanja iznosa pojačanja (što je ilustrirano odzivom pojačanja K_W za mjernu korekciju procjene masenog protoka), te poboljšanja slijeđenja naglih promjena masenog protoka, odnosno nadvišenja karakterističnog za naglo otvaranje zaklopke.
- Okidanje adaptacije Kalmanovog filtra događa se samo neposredno nakon što je detektirana nagla promjene ulaznog masenog protoka zraka, što rezultira razmjerno kratkim periodima tijekom kojih dolazi do značajnog povećanja pojačanja (< 0.2 s). Time se osigurava da je sposobnost potiskivanja šuma adaptivnog Kalmanovog filtra vrlo bliska onoj srednje brzog Kalmanovog filtra.

Rezultati eksperimentalne provjere Kalmanovih filtara za promjene referentnog kuta zaklopke iznosa 5° i 1° (Slika 8.1b) prikazani su redom na slikama 8.4 i 8.5. Za slučaj promjene kuta zaklopke od 5° (Slika 8.4), nadvišenje u mjernom signalu i simulacijskom odzivu ulaznog masenog protoka zraka praktički je zanemarivo. Prednosti primjene adaptacije su nešto manje izražene, no još su uvijek primjetne u odnosu na srednje brzi i brzi Kalmanov filtar. U slučaju promjene kuta zaklopke od 1° (Slika 8.5), dolazi do neznatne promjene ulaznog masenog protoka (ΔW_i = 0,2 g/s). Pri takvim promjenama masenog protoka ne aktivira se adaptacija, pa su odzivi srednje brzog stacionarnog i adaptivnog Kalmanovog filtra identični. Šum u odzivu brzog stacionarnog Kalmanovog filtra poprima vrlo visoke iznose, što ima za posljedicu gubitak bilo kakve korisna informacije o promjeni masenog protoka.

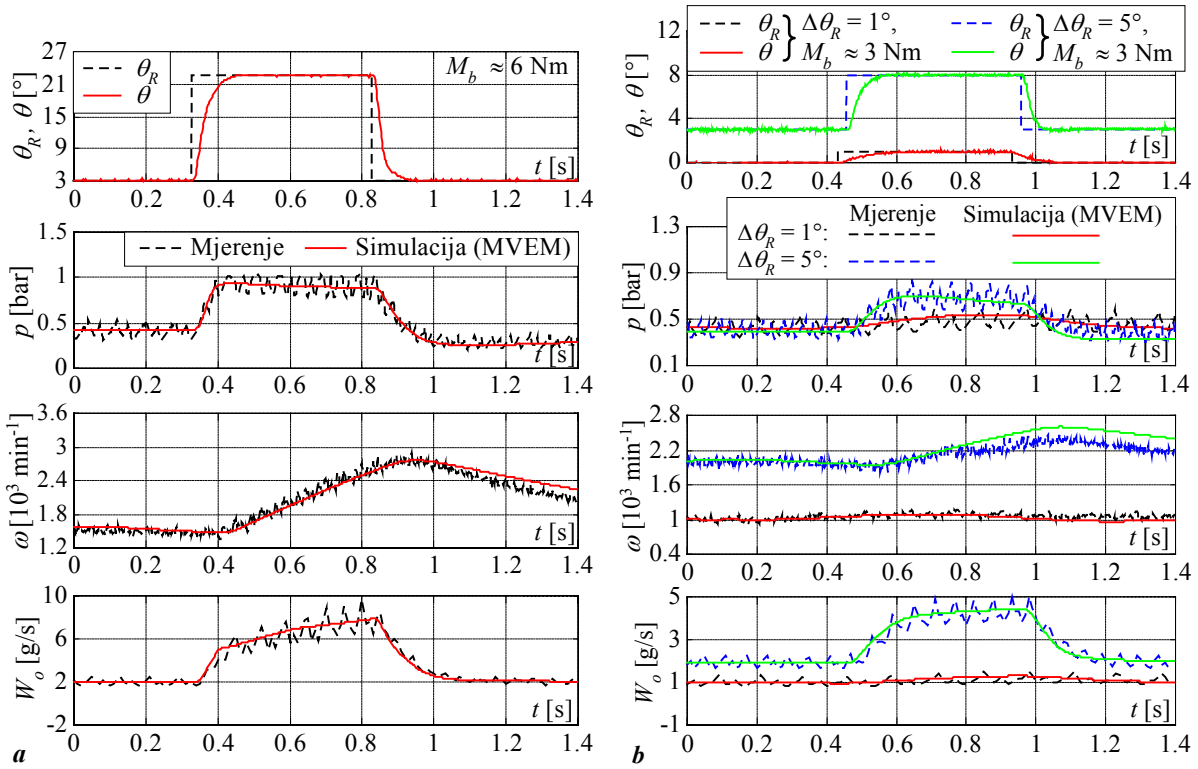
---

[3] Za q_i = 10^8 g^2/s^6 amplituda perturbacija dostiže 4 g/s, odnosno 40% mjernog raspona senzora masenog protoka.

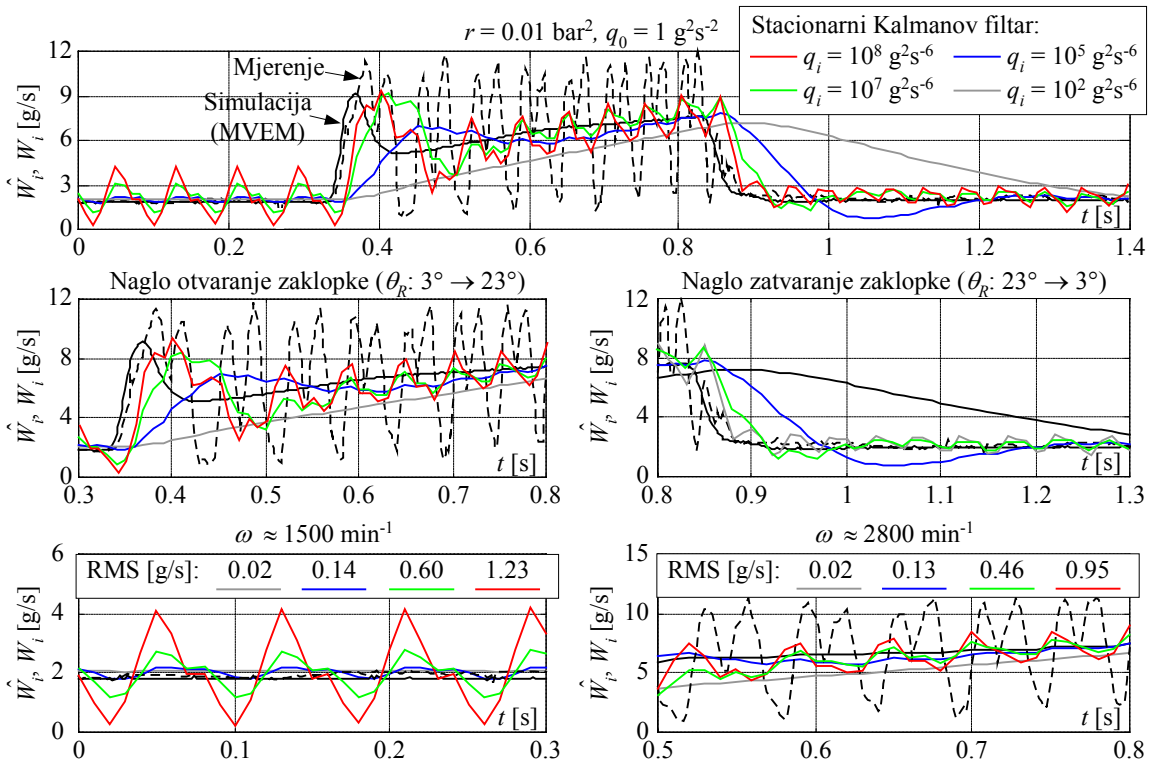
Predloženi adaptivni i nedadaptivni Kalmanovi filtri također su provjereni za skokovite promjene referentnog kuta zaklopke iznosa 7° i 14° i moment tereta Ottovog motora propocionalan kvadratu brzine vrtnje $M_b = d_\omega \omega^2$ ($d_\omega = 10^{-4}$ Nm^2s^{-2}). Usporedni rezultati mjerenja i simulacijski odzivi usrednjenog modela motora (MVEM) prikazani na slici 8.6 pokazuju da postoje određena odstupanja (posmak) između usrednjenog modela i mjerenja tlaka zraka p, brzine vrtnje ω, i izlaznog masenog protoka zraka usisnog kolektora W_o. Navedena odstupanja su najvjerojatnije posljedica promjene parametara motora tijekom razmjerno dugog perioda ekspolatacije (navedeni podaci snimljeni su četiri godine nakon inicijalnih identifikacijskih eksperimenata) [5].

Usporedni odzivi mjernog signala ulaznog masenog protoka zraka i simulacije MVEM modela, te signali procjene masenog protoka Kalmanovih filtara prikazani su redom na slikama 8.7 i 8.8. Rezultati potvrđuju postojanje stacionarnog posmaka između simulacijskog i mjernog signala ulaznog masenog protoka zraka nastalu uslijed promjene parametara modela motora. Simulacijom se također ne može rekonstruirati izraženo nadvišenje u mjernom signalu ulaznog masenog protoka uočeno pri naglom otvaranju zaklopke za 14°, što je najvjerojatnije posljedica pogreške ekstrapolacije statičkih mapa motora u obliku preglednih tablica [39] (pogledati također [38])[4]. Adaptivni i brzi neadaptivni Kalmanov filtar uspješno slijede nagle promjene ulaznog masenog protoka zraka, a u slučaju promjene kuta zaklopke od 14° uspijevaju rekonstruirati nadvišenje u mjernom signalu W_i (Slika 8.7c). Adaptacija je brza i robusna (samo jedna lažna detekcija nagle promjene za $\Delta\theta_R$ = 14°), što rezultira povoljnim potiskivanjem šuma u procjeni W_i adaptivnog Kalmanovog filtra (sumjerljivo srednje brzom Kalmanovom filtru).

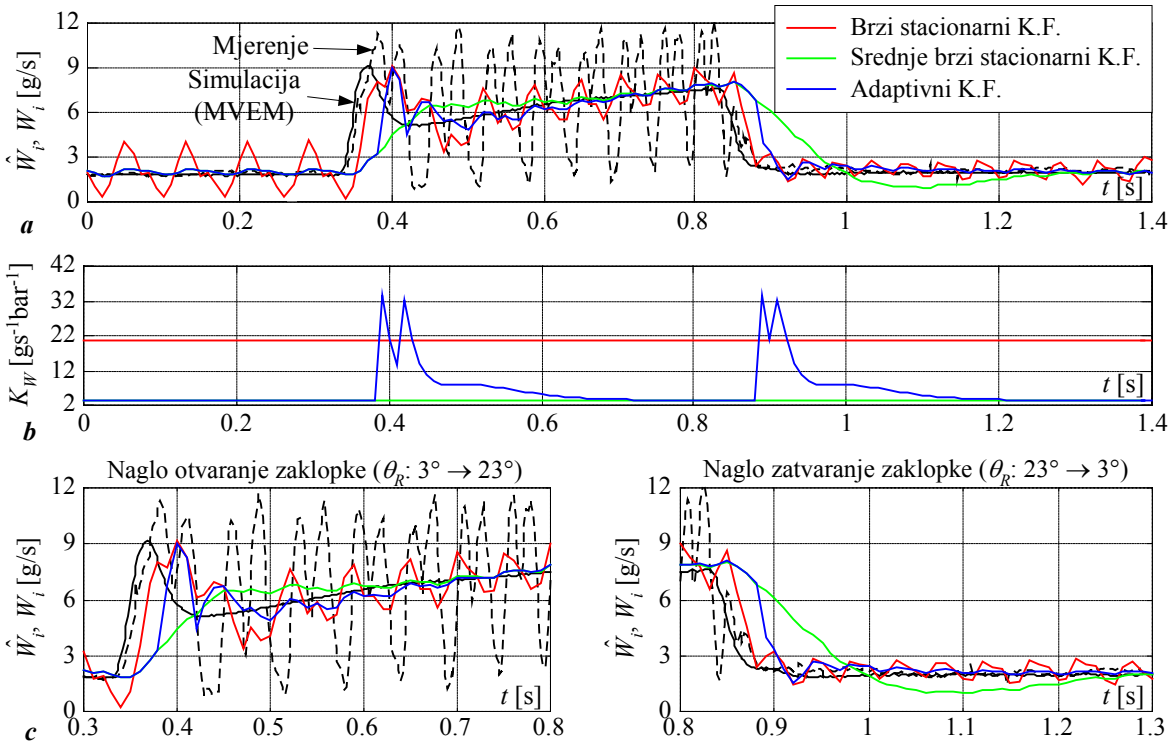
[4] Međutim, valja napomenuti da je nadvišenje u signalu ulaznog masenog protoka W_i djelomično posljedica pulzacija masenog protoka zraka uslijed taktnog rada motora.



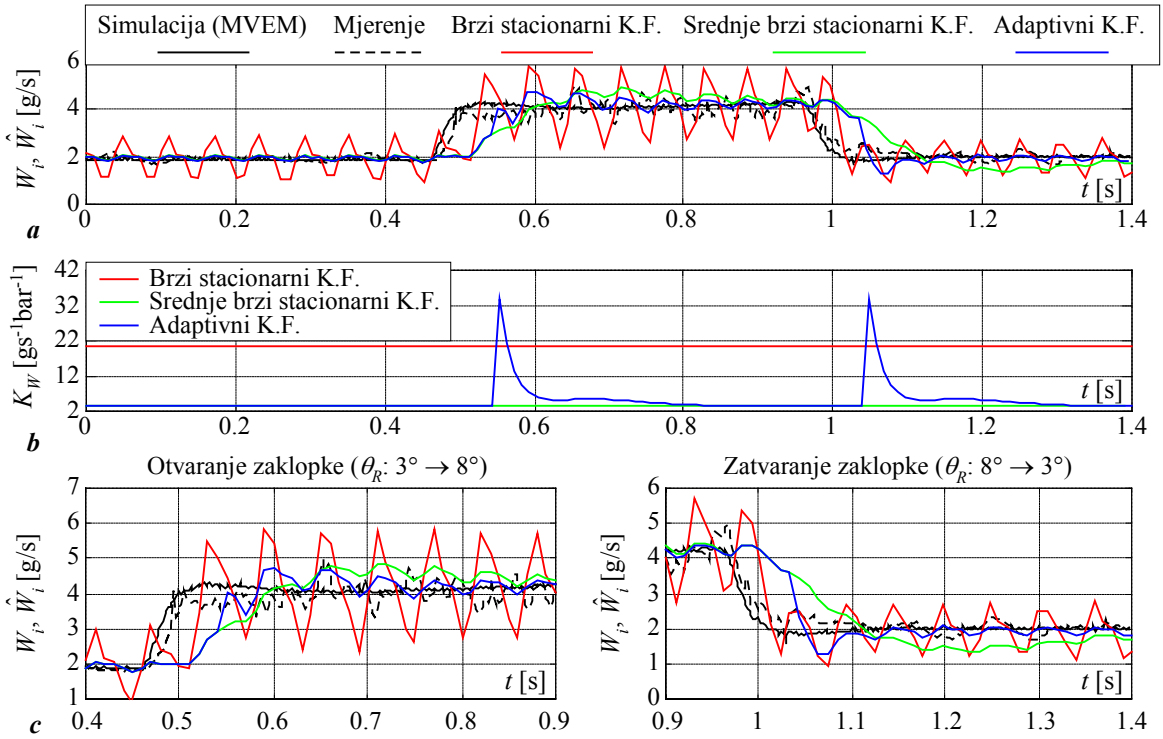
Slika 8.1. *Usporedni eksperimentalni odzivi Ottovog motora i simulacijski odzivi usrednjenog modela (MVEM) za skokovite promjene referentnog kuta zaklopke od 20° (a), te 5° i 1° (b) i različite vrijednosti momenta tereta M_b.*



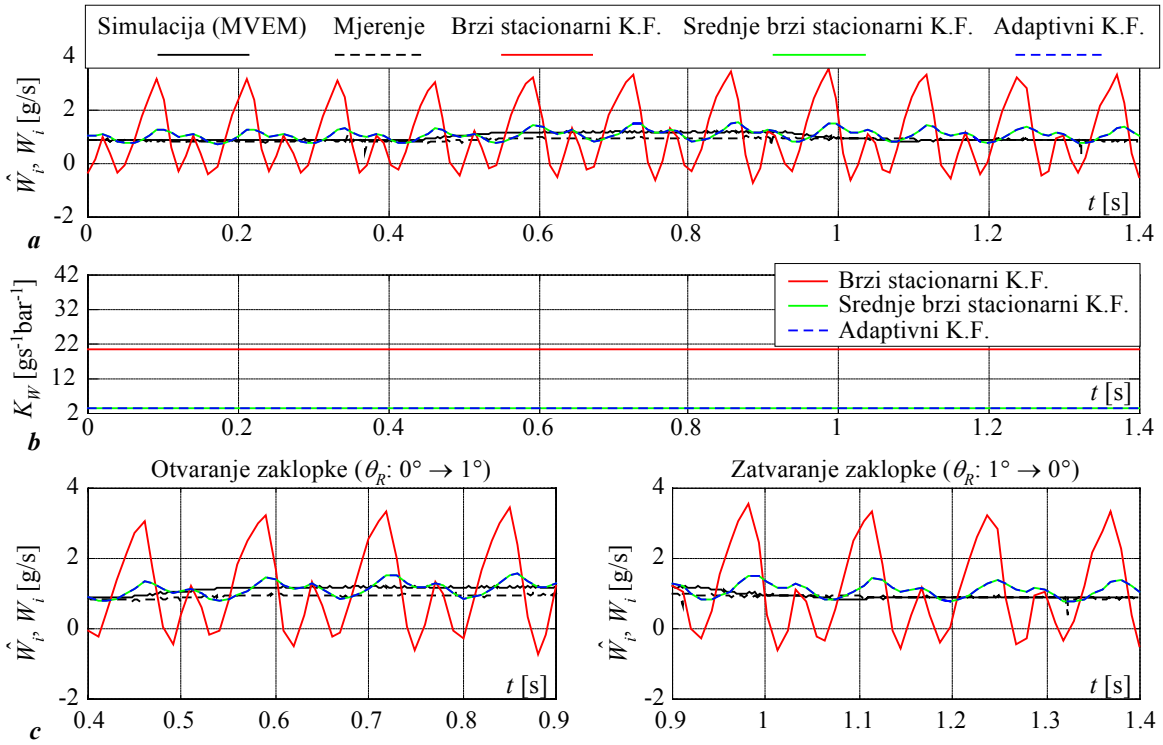
Slika 8.2. *Utjecaj podešenja neadaptivnog Kalmanovog filtra na brzinu odziva i potiskivanje šuma u procjeni ulaznog masenog protoka zraka ($\Delta\theta$ = 20°, $M_b \approx 6$ Nm).*



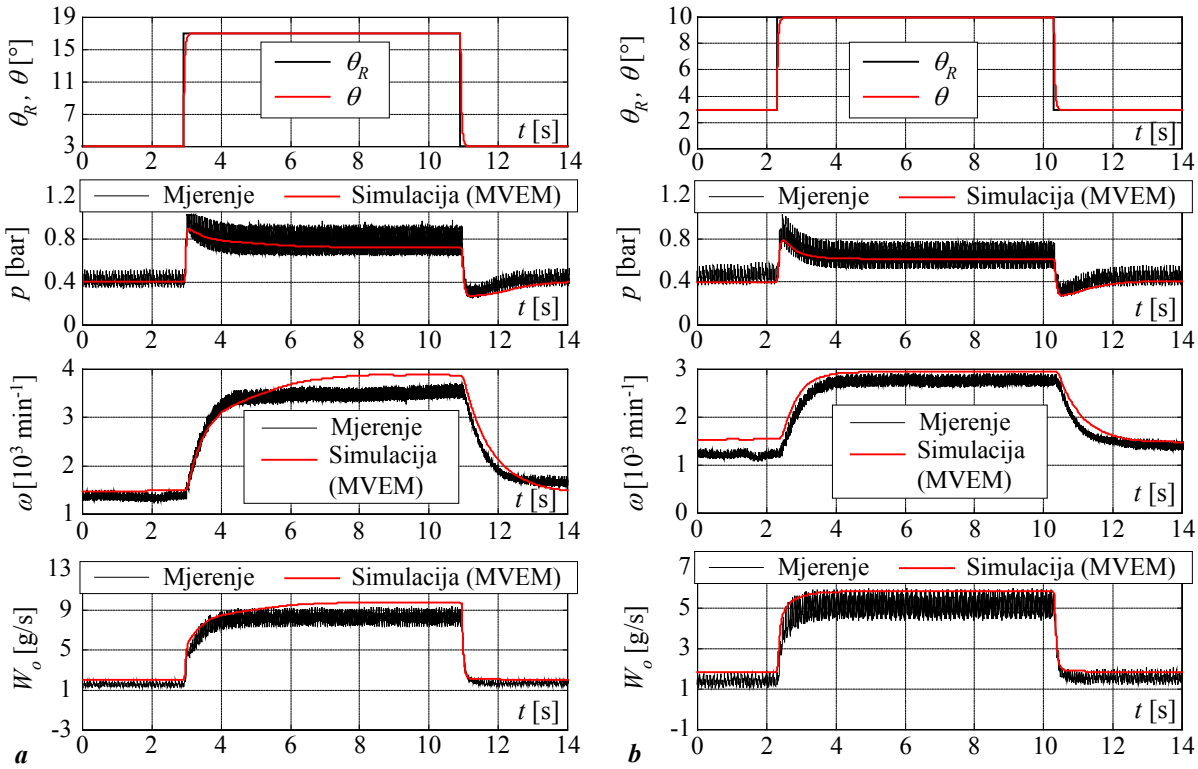
Slika 8.3. *Usporedba procjene ulaznog masenog protoka stacionarnih Kalmanovih filtara i adaptivnog Kalmanovog filtra (a), odzivi pojačanja Kalmanovih filtara (b), i detalji procjene masenog protoka (c) ($\Delta\theta$ = 20°, $M_b \approx 6$ Nm).*



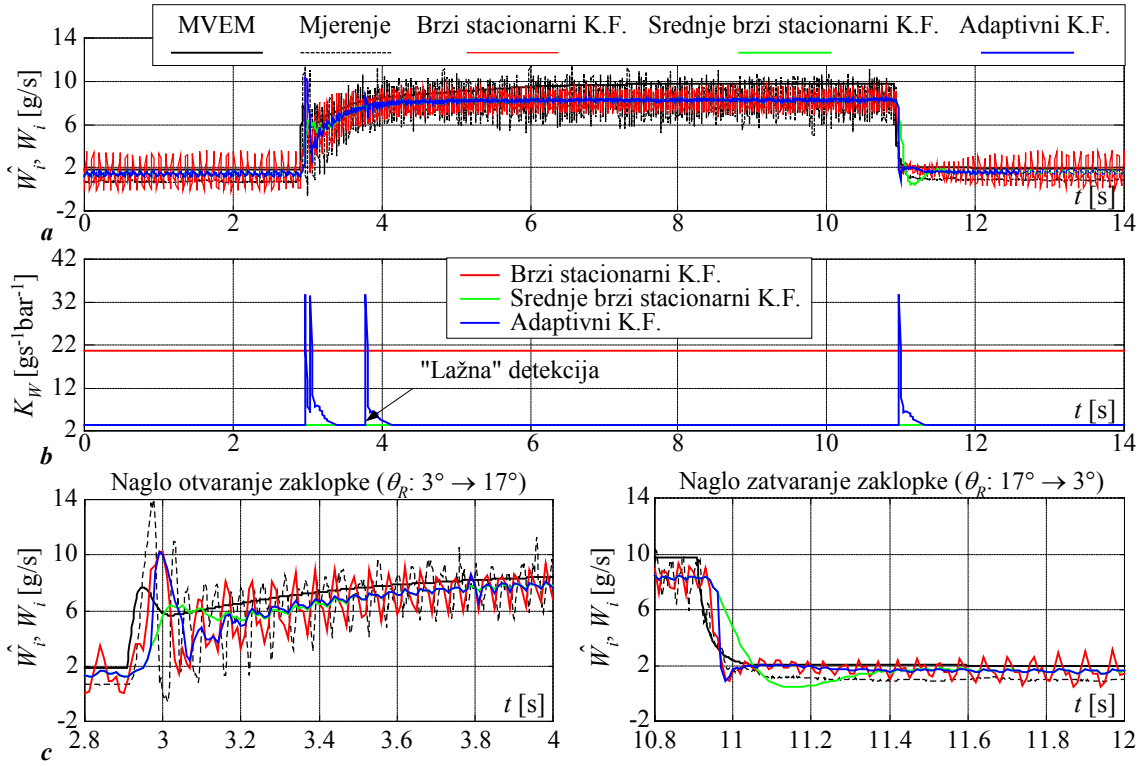
Slika 8.4. *Usporedni odzivi stacionarnih Kalmanovih filtara i adaptivnog Kalmanovog filtra za promjenu kuta zaklopke od 5° ($M_b \approx 3$ Nm).*



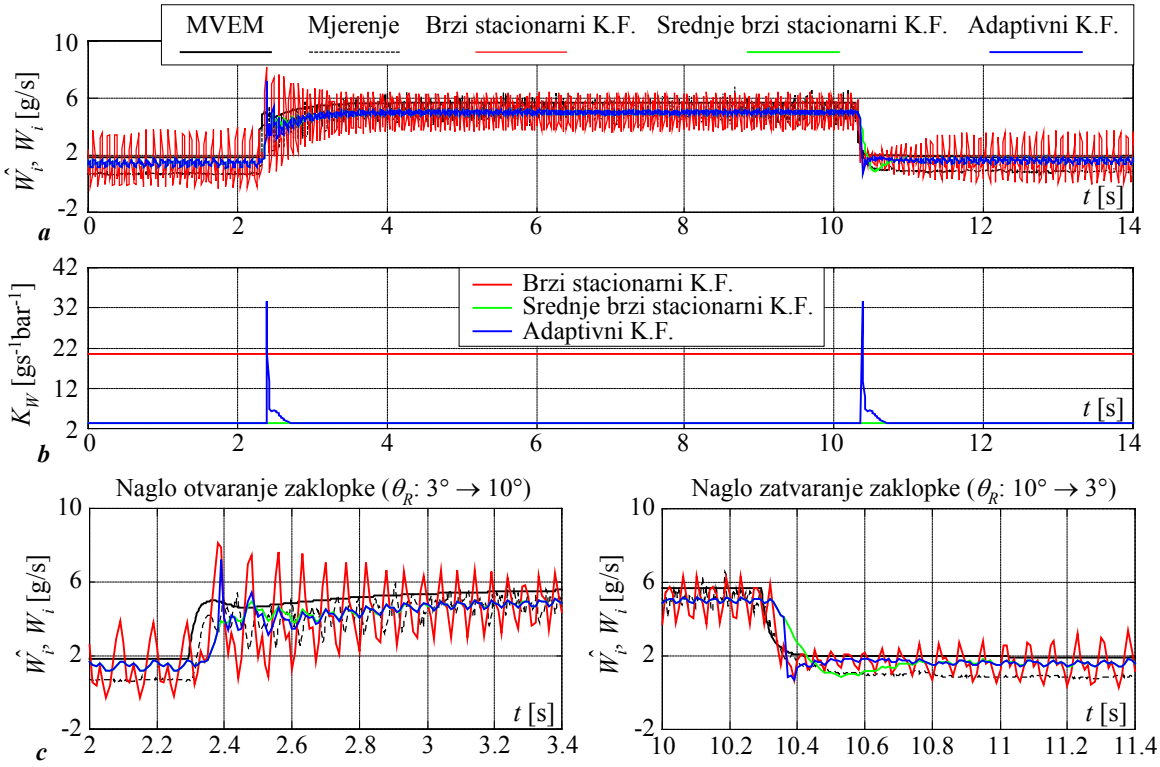
Slika 8.5. *Usporedni odzivi stacionarnih Kalmanovih filtara i adaptivnog Kalmanovog filtra za promjenu kuta zaklopke od 1° ($M_b \approx 3$ Nm).*



Slika 8.6. *Usporedni eksperimentalni i simulacijski odzivi Ottovog motora za skokovite promjene referentnog kuta zaklopke od 14° (a), i 7° (b) i moment tereta M_b proporcionalan kvadratu brzine vrtnje.*



Slika 8.7. *Usporedni odzivi stacionarnih Kalmanovih filtara i adaptivnog Kalmanovog filtra za promjenu kuta zaklopke od 14° (uz M_b proporcionalan kvadratu brzine vrtnje).*



Slika 8.8. *Usporedni odzivi stacionarnih Kalmanovih filtara i adaptivnog Kalmanovog filtra za promjenu kuta zaklopke od 7° (uz M_b proporcionalan kvadratu brzine vrtnje).*

8.2. Procjena vučne sile pogonskog kotača električnog vozila

Predlaže se postupak sinteze adaptivnog Kalmanovog filtra za procjenu vučne sile pogonskog kotača. Sustav procjene ispituje na podacima snimljenim korištenjem eksperimentalnog električnog vozila. Predlaže se i primjena adaptivnog Kalmanovog filtra u sklopu unaprijednog kompenzatora poremećajne veličine u sustavu regulacije vuče, te se provodi provjera regulacijskog sustava simulacijom na računalu.

8.2.1. Stohastički model rotacijskog gibanja pogonskog kotača

Sinteza adaptivnog Kalmanovog filtra zasniva se na modelu rotacijskog gibanja pogonskog kotača uz zanemarenje elastičnosti bočnih stranica automobilske gume. Model se opisuje izrazom (4-6), gdje se sila trenja F (vučna sila) tretira kao poremećajna varijabla:

$$\dot{\omega}_P = \frac{1}{I_P}(M_m - r_P F) = \frac{r_P}{I_P}(F_{pr} - F)\,, \tag{8-10}$$

gdje je $F_{pr} = M_m/r_P$ (N) takozvana primijenjena sila na kotač.

Poremećajna varijabla F u izrazu (8-11) opisuje se linearnim stohastičkim modelom drugog reda u kojem se stohastičke perturbacije Gaussovskog karaktera v_F i v_m pribajaju redom drugoj vremenskoj derivaciji vučne sile F (kao "šum ceste") i pogonskom okretnom momentu na kotaču M_m (npr. pulzacije okretnog momenta servomotora ugrađenog u prednji kotač električnog vozila) [91]. Rezultirajući linearni stohastički model trećeg reda ima strukturu sličnu onoj stohastičkog modela rotacijske dinamike Ottovog motora (usporedi izraze (8-11) i (6-3)):

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_P}{dt} &= \frac{1}{I_P}(M_m - F r_P + v_m), \\ \frac{dF}{dt} &= \dot{F}, \\ \frac{d\dot{F}}{dt} &= v_F\,. \end{aligned} \tag{8-11}$$

Primjenom Z-transformacije uz ekstrapolator nultog reda na ulazu modela (8-11) dobije se sljedeći vremenski-diskretni model procesa (T_s – period uzorkovanja):

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{G}M_m(k-1) + \mathbf{\Omega}\mathbf{v}(k-1)\,, \tag{8-12}$$

gdje su:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & -r_P T_s / I_P & -r_P T_s^2 / 2I_P \\ 0 & 1 & T_s \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} T_s / I_P \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} T_s / I_P & -r_P T_s^3 / 6I_P \\ 0 & T_s^2 / 2 \\ 0 & T_s \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix}\omega_F & F & \dot{F}\end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix}v_m & v_F\end{bmatrix}^T .$$

Model procesa (8-12) proširuje se sljedećom jednadžbom mjerenja ($e(k)$ - šum mjerenja):

$$\omega_{Pm}(k) = \mathbf{H}\mathbf{x}(k) + e(k), \qquad \mathbf{H} = [1 \quad 0 \quad 0] . \tag{8-13}$$

Model procesa opisan izrazima (8-11) – (8-13) izveden je uz pretpostavku zanemarivih torzijskih vibracija automobilske gume. Ukoliko postoje izražene torzijske vibracije (npr. uslijed značajne elastičnosti bočnih stranica automobilske gume), potrebno ih je uzeti u obzir proširenjem modela (8-11) odgovarajućim modelom slobo prigušenog oscilatora drugog reda:

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\dot{\omega}_P\\ \dot{F}\\ \ddot{F}\\ \dot{\omega}_v\\ \ddot{\omega}_v\end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix}0 & -r_P/I_P & 0 & r_P/I_P & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & -\Omega_n^2 & -2\zeta\Omega_n\end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix}\omega_P\\ F\\ \dot{F}\\ \omega_v\\ \dot{\omega}_v\end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix}1/I_P\\ 0\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} M_m + \underbrace{\begin{bmatrix}1/I_P & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 1\\ 0 & 0\\ 0 & \Omega_n^2\end{bmatrix}}_{\mathbf{W}} \underbrace{\begin{bmatrix}v_m\\ v_F\end{bmatrix}}_{\mathbf{v}}, \tag{8-14}$$

gdje su:

$\omega_v, \dot{\omega}_v$ – dodatne varijable stanja modela torzijskih vibracija,

Ω_n, ζ – prirodna frekvencija i faktor prigušenja torzijskih vibracija.

Zbog specifične strukture modela (8-14) (matrice sustava **A**), matrice vremenski-diskretnog modela procesa nije moguće dobiti analitički kao u slučaju jednostavnijeg modela procesa (8-11) [91]. Stoga se matrice vremenski diskretnog modela **F**, **G** i **Ω** računaju numeričkim putem (**I** – jedinična matrica) [92]:

$$\mathbf{F} = \exp(\mathbf{A}T_s) = \mathbf{I} + \mathbf{A}T + \frac{\mathbf{A}^2T_s^2}{2!} + \frac{\mathbf{A}^3T_s^3}{3!}\cdots, \tag{8-15}$$

$$\mathbf{G} = \left(\mathbf{I} + \frac{\mathbf{A}T_s}{2!} + \frac{\mathbf{A}^2T_s^2}{3!} + \frac{\mathbf{A}^3T_s^3}{4!} + \cdots\right)\mathbf{B}T_s, \tag{8-16}$$

$$\mathbf{\Omega} = \left(\mathbf{I} + \frac{\mathbf{A}T_s}{2!} + \frac{\mathbf{A}^2T_s^2}{3!} + \frac{\mathbf{A}^3T_s^3}{4!} + \cdots\right)\mathbf{W}T_s, \tag{8-17}$$

dok matrica izlaza (mjerenja) glasi **H** = [1 0 0 0 0].

8.2.2. Sinteza adaptivnog Kalmanovog filtra

Uvrštavanjem vektora stanja **x**, matrica **F**, **G**, **H** i **Ω** dinamičkog modela pogonskog kotača u izraze za Kalmanov filtar i supstitucijom $u = M_m$ u jednadžbama Kalmanovog filtra (5-9) – (5-14), Kalmanov filtar za procjenu varijabli stanja dinamičkog modela pogonskog kotača glasi [91]:

$$
\begin{aligned}
&\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}(k-1 \mid k-1) + \mathbf{G}M_m(k-1), \\
&\hat{\varepsilon}(k \mid k-1) = \omega_m(k) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1), \\
&\mathbf{P}(k \mid k-1) = \mathbf{F}\mathbf{P}(k-1 \mid k-1)\mathbf{F}^T + \mathbf{\Omega}\mathbf{Q}(k-1)\mathbf{\Omega}^T, \\
&\mathbf{K}(k) = \frac{\mathbf{P}(k \mid k-1)\mathbf{H}^T}{\mathbf{H}\mathbf{P}(k \mid k-1)\mathbf{H}^T + r(k)}, \\
&\hat{\mathbf{x}}(k \mid k) = \hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1) + \mathbf{K}(k)\hat{\varepsilon}(k \mid k-1), \\
&\mathbf{P}(k \mid k) = \mathbf{P}(k \mid k-1) - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}\mathbf{P}(k \mid k-1),
\end{aligned}
\tag{8-18}
$$

Uz pretpostavku stacionarnosti šuma mjerenja e i perturbacija v_m i v_F, varijanca šuma mjerenja r je konstantna, dok je matrica kovarijanci $\mathbf{Q}$ dijagonalna matrica s konstantnim parametrima:

$$
\mathbf{Q}(k) = \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_m & 0 \\ 0 & q_F \end{bmatrix}, \qquad r(k) = r. \tag{8-19}
$$

Kako je varijanca šuma mjerenja r u pravilu poznata, izbor parametara matrice $\mathbf{Q}$ određuje brzinu odziva i potiskivanje šuma Kalmanovog filtra. Podešavanje stacionarnog Kalmanovog filtra može se provesti na sličan način kao i u slučaju procjene momenta tereta, odnosno masenog protoka zraka Ottovog motora. Adaptacija se zasniva na proračunu kumulativne sume a-posteriori predikcijske pogreške Kalmanovog filtra $\hat{\varepsilon}(k \mid k) = \omega_{Pm}(k) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}(k \mid k)$, a provodi se impulsnim povećanjem drugog i trećeg dijagonalnog elementa matrice adaptacije $\mathbf{Q}^* = \mathbf{\Omega}\mathbf{Q}\mathbf{\Omega}^T$. Adaptivni Kalmanov filtar podešava se jednoznačnim višekoračajnim postupkom opisanim u poglavlju 6.

8.2.3. Eksperimentalni rezultati

Sustavi za procjenu vučne sile kotača provjereni su na temelju eksperimentalnih podataka prethodno snimljenih korištenjem eksperimentalnog električnog vozila za slučaj pravocrtnog gibanja (Potpoglavlje 3.3). Eksperimenti su provedeni na klizalištu uz temperaturu leda od –13°C i temperaturu zraka u rasponu od +3°C do +8°C. Snimljeni podaci vezani su uz dvije vrste eksperimenata [91]:

- Eksperimenti kod kojih se primijenjena sila na kotač ($F_{pr} = M_m/r_P$) mijenja po rampi (nagibna promjena) sve dok ne dođe do proklizavanja kotača.
- Eksperimenti u zatvorenom regulacijskom krugu brzine vrtnje pogonskog kotača pri upravljanju vučnom silom vozila (pogledati npr. [57, 58] i sljedeći odjeljak).

Parametri Kalmanovih filtara navedeni su u dodatku C.

Na slici 8.9 prikazani su kvazi-stacionarni dijelovi odziva rekonstruirane i procijenjene[5] vučne sile F i kutne akceleracije $\dot{\omega}_P$ prednjeg kotača, za slučaj spore nagibne promjene primijenjene sile kotača (dF_{pr}/dt = 100 N/s) i male iznose faktora klizanja. Procijenjeni odzivi dobiveni primjenom Kalmanovog filtra zasnovanog na jednostavnom modelu rotacijske dinamike (bez uključenog moda torzijskih vibracija) prikazani su na slici 8.9a. Odzivi i pripadajuće RMS vrijednosti perturbacija u signalu kutne akceleracije ukazuju da brzi stacionarni i adaptivni Kalmanov filtar podešen za brzu detekciju nagle promjene (g_t = 0,12 rad/s) mogu biti karakterizirani znatnim i razmjerno dugotrajnim oscilacijama frekvencije 20 Hz koje se odnose na vibracijski mod automobilske gume (npr. interval t = 4,75 s –5,5 s). S druge strane, ukoliko se koristi spori stacionarni Kalmanov filtar ili adaptivni Kalmanov filtar podešen za robusniju adaptaciju (g_t = 0,24 rad/s), oscilacije na frekvenciji od 20 Hz su bitno manje izražene.

Slika 8.9b pokazuje odzive Kalmanovih filtara zasnovanih na modelu rotacijske dinamike kotača s uključenim modelom torzijskih vibracija na 20 Hz. Primjena sporog stacionarnog i adaptivnog Kalmanovog filtra u ovom slučaju rezultira 3 puta manjim oscilacijama u odnosu na slučaj kada je za sintezu Kalmanovog filtra korišten pojednostavljeni model rotacijske dinamike kotača (usporediti RMS vrijednosti na slikama 8.9a i 8.9b). U slučaju modela s uključenim modelom torzijskih vibracija primjena adaptacije s niskim pragom okidanja (g_t = 0,12 rad/s) rezultira tek jednom lažnom detekcijom (i neznatnim povećanjem RMS vrijednosti perturbacija). U daljnjoj eksperimentalnoj analizi će se stoga procjena vučne sile i kutne akceleracije pogonskog kotača temeljiti na adaptivnom Kalmanovom filtru koji uključuje model torzijskih vibracija na 20 Hz (dok će se, radi usporedbe, koristiti oba navedena iznosa praga adaptacije g_t).

Cjelokupni eksperimentalni odzivi procjene, uključujući i detalj odziva prilikom proklizavanja prednjeg kotača, prikazani su na slici 8.10. Na slici su su također prikazani signal brzine vrtnje stražnjeg kotača ω_S i klizanje prednjeg kotača $s_m = 1 - \omega_S/\omega_P$ kako bi se indicirao prelazak vozila u režim visokih iznosa faktora klizanja s. Rezultati na slici 8.10 ukazuju na sljedeće:

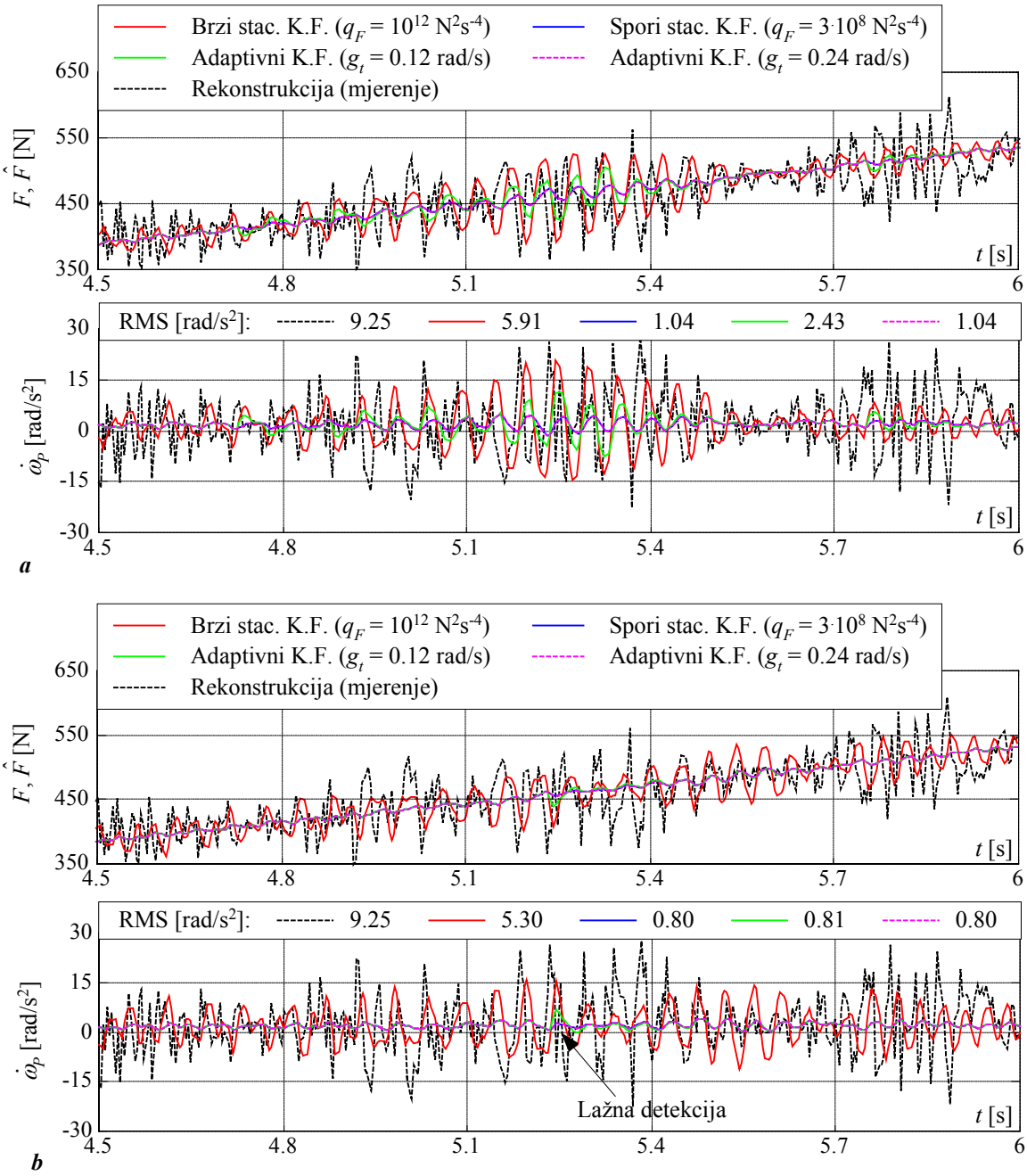
---

[5] Rekonstrukcija kutne akceleracije $\dot{\omega}_P$ na osnovi mjerenja provodi se numeričkim deriviranjem mjernog signala brzine ω_{Pm}, dok se vučna sila rekonstruira prema izrazu (4-6) ($F = F_{pr} - I_P\dot{\omega}_P$). Procjena signala kutne akceleracije temelji se na procjeni vučne sile kotača kako slijedi: $\hat{\dot{\omega}}_P = (F_{pr} - \hat{F}) / I_P$ (vidi izraz (8-10)).

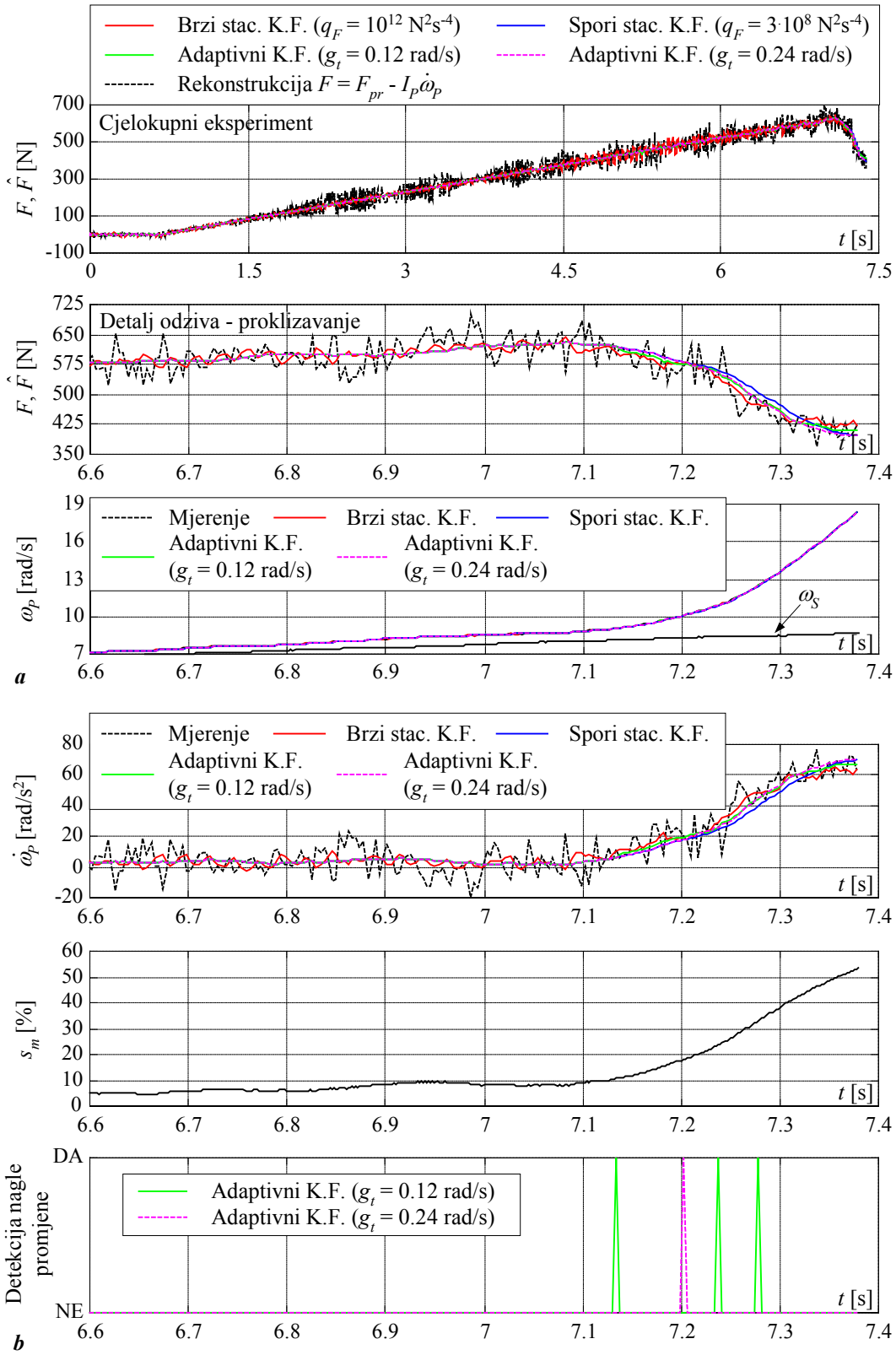
- Primjena adaptivnog Kalmanovog filtra rezultira nešto točnijom procjenom vučne sile nakon proklizavanja prednjeg kotača (pogledati detalj na slici 8.10a). S druge strane, prednosti primjene adaptivnog Kalmanovog filtra nisu toliko izražene u režimu malih klizanja zbog razmjerno spore promjene primijenjene sile na kotač (spore rampe). Izbor praga okidanja adaptacijskog mehanizma ne utječe značajno na kvalitetu slijeđenja. Brzi stacionarni Kalmanov filtar je karakteriziran visokom razinom šuma u procjeni vučne sile, te zanemarivim poboljšanjem kvalitete slijeđenja vučne sile nakon proklizavanja u odnosu na adaptivni Kalmanov filtar. Svi navedeni Kalmanovi filtri su karakterizirani visokom točnošću slijeđenja brzine vrtnje prednjeg kotača.
- Odzivi na slici 8.10b pokazuju da primjena sporog stacionarnog i adaptivnog Kalmanovog filtra rezultira signalima kutne akceleracije $\dot{\omega}_P$ koji su prilično glatki (bez šuma), dok je u slučaju brzog stacionarnog Kalmanovog filtra signal kutne akceleracije karakteriziran znatnim oscilacijama na približno 20 Hz. Odzivi na slici 8.10b također ukazuju da se signal kutne akcelaracije adaptivnog Kalmanovog filtra i status detekcije nagle promjene (status adaptacije) mogu uspješno primijeniti za detekciju proklizavanja prednjeg kotača (režima velikih klizanja). Veći iznos praga okidanja g_t rezultira robusnijom adaptacijom, no ima za posljedicu određeno kašnjenje adaptacije, odnosno detekcije proklizavanja prednjeg kotača.

Rezultati procjene vučne sile u sustavu regulacije brzine vrtnje pogonskog kotača (posredna regulacije klizanja) za referentnu vrijednost klizanja kotača s_R = 10 % prikazani su na slici 8.11. Kako bi se osigurala robusnost adaptacije Kalmanovog filtra u prisustvu izraženih niskofrekvencijskih komponenti u mjernom signalu brzine vrtnje odabran je prag okidanja adaptacije g_t = 0,24 rad/s. Odzivi na slici 8.11 dodatno potvrđuju prednosti primjene adaptivnog Kalmanovog filtra. Naime, njegova primjena rezultira uspješnim slijeđenjem naglih promjena vučne sile pogonskog kotača (brzina odziva je vrlo bliska onoj brzog stacionarnog Kalmanovog filtra), uz sposobnost potiskivanja moda torzijskih vibracija automobilske gume na 20 Hz jednaku onoj sporog stacionarnog Kalmanovog filtra.

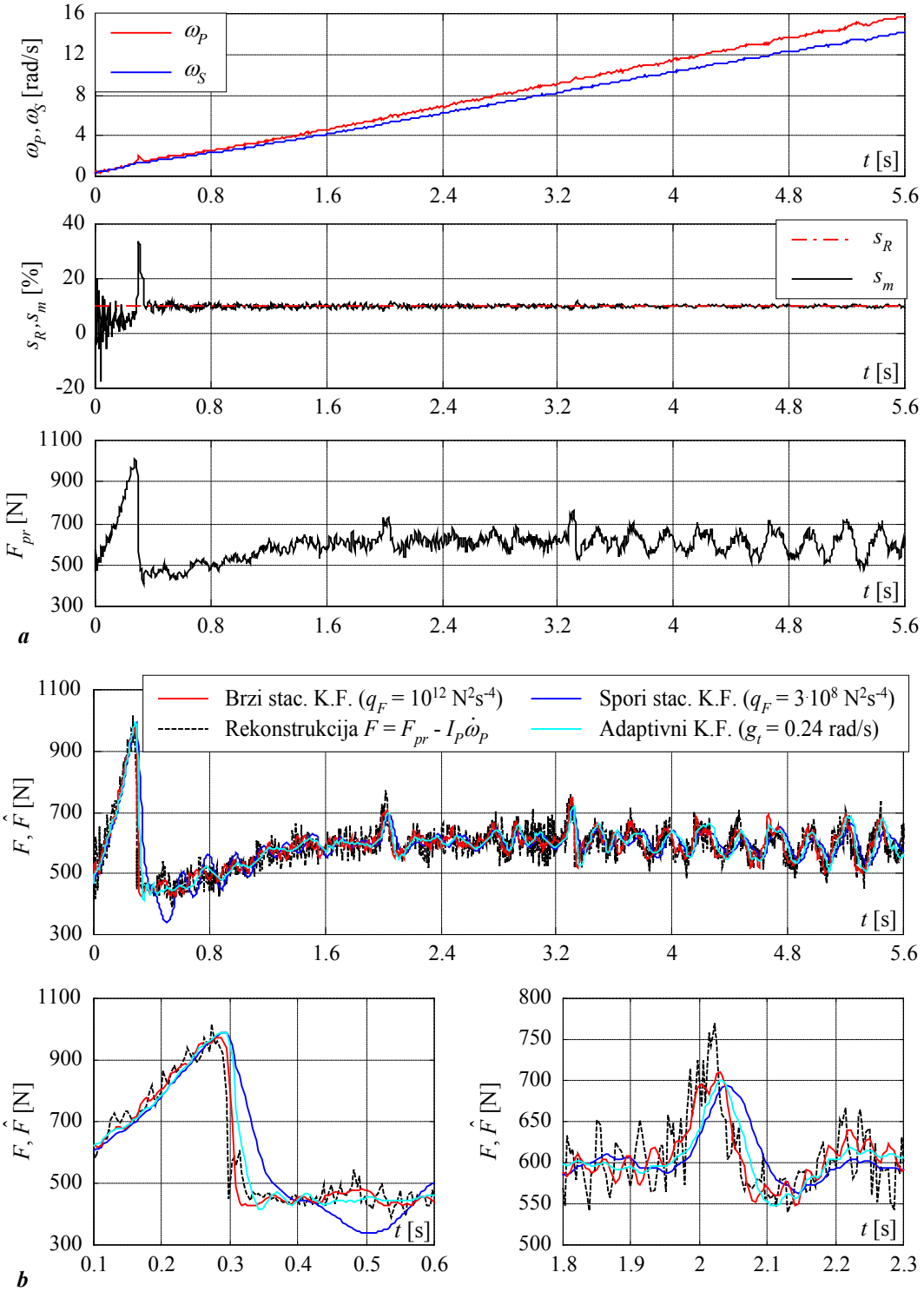
Navedeni rezultati ukazuju na potencijal primjene adaptivnog Kalmanovog filtra za procjenu vučne sile vozila za širok raspon radnih parametara i režima vožnje, uključivo s primjenama u regulaciji brzine vozila (upravljanje vučnom silom). Navedeni rezultati su također poduprti detaljnom eksperimentalnom analizom provedenom u [91].



Slika 8.9. *Usporedni rezultati procjene vučne sile i kutne akceleracije pogonskog kotača pri nagibnoj promjeni primijenjene sile kotača od 100 N/s: Kalmanovi filtri zasnovani na jednostavnom modelu rotacijske dinamike (a), i Kalmanovi filtri zasnovani na modelu rotacijske dinamike koji uključuje mod torzijskih vibracija na 20 Hz.*



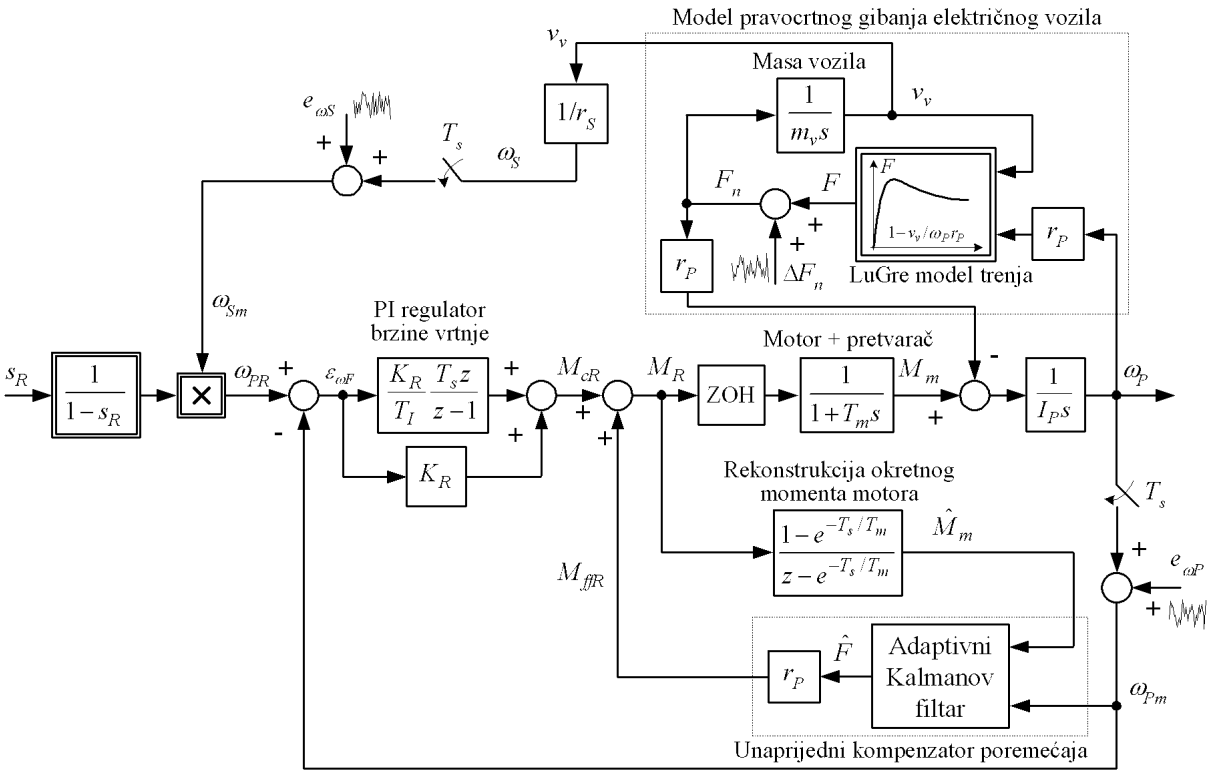
Slika 8.10. *Usporedni odzivi vučne sile i brzine vrtnje prednjeg kotača stacionarnih i adaptivnih Kalmanovih filtara (a), te procjene kutne akceleracije, klizanja kotača i statusa detekcije nagle promjene vučne sile (b)* ***(dF_{pr}/dt = 100 N/s)***.



Slika 8.11. *Usporedni eksperimentalni odzivi brzine vrtnje prednjeg i stražnjeg kotača, klizanja prednjeg kotača i primijenjene sile kotača (a), te odzivi procjene vučne sile kotača (b) u sustavu regulacije vuče (s_R = 10%).*

8.2.4. Primjena Kalmanovog filtra u upravljanju vučnom silom vozila

Na slici 8.14 prikazan je blokovski dijagram simulacijskog modela sustava upravljanja vučnom silom (TSC sustava) električnog vozila putem regulacije brzine vrtnje (klizanja) pogonskog kotača. Regulacijski sustav brzine vrtnje pogonskog kotača zasnovan je na PI regulatoru brzine vrtnje proširenom kompenzatorom poremećajne veličine (vučne sile kotača) temeljenom na adaptivnom Kalmanovom filtru. Pretpostavlja se da je pogon na prednjem kotaču implementiran primjenom električnog servomotora (Potpoglavlje 3.3), čime se ostvaruju visoke performanse pogona (ekvivalentna vremenska konstanta razvijanja okretnog momenta iznosi T_m = 2 ms). Radi jednostavnosti, model pogonskog (prednjeg) kotača ne uključuje torzijske vibracije automobilske gume. Model dinamike vozila opisan je takozvanim četvrtinskim modelom vozila (pogledati npr. [93]), dok se trenje između kotača i podloge opisuje LuGre modelom trenja s koncentriranim parametrima preuzetim iz [94] (vidi također odjeljak 2.2.1). Kako bi simulacijska analiza bila čim vjernija stvarnim uvjetima vožnje LuGre modelu trenja dodan je šum ceste ΔF_n, a mjernim signalima brzine vrtnje prednjeg i stražnjeg kotača ω_P i ω_S dodane su komponente šuma mjerenja $e_{\omega P}$ i $e_{\omega S}$. Parametri cjelokupnog simulacijskog modela navedeni su u Dodatku C.



Slika 8.12. *Simulacijski model sustava regulacije vuče s PI regulatorom brzine vrtnje pogonskog kotača i kompenzatorom poremećajne veličine zasnovanom na adaptivnom Kalmanovom filtru.*

PI regulator brzine vrtnje prednjeg kotača zasniva se na pretpostavci slobodnog kotrljanja stražnjih kotača (nema kočenja niti pogona na stražnjim kotačima). Prema tome, klizanje prednjeg kotača s_m može se proračunati kao relativna razlika mjernih signala brzina vrtnje prednjeg i stražnjeg kotača, odnosno $s_m = 1 - \omega_{Sm} / \omega_{Pm}$ (izraz (2-24)). Odatle slijedi da se referentna vrijednost brzine vrtnje uz zadani iznos referentnog klizanja računa prema sljedećem izrazu (Slika 8.12):

$$\omega_{PR} = \omega_{Sm}(1 - s_R)^{-1}. \tag{8-20}$$

Parametri digitalnog PI regulatora (pojačanje K_R i integralna vremenska konstanta T_I) određuju se prema kriteriju simetričnog optimuma (T_s – period uzorkovanja) [91]:

$$\begin{aligned} &T_e \geq T_{e,min} = 4(T_m + T_s), \\ &K_R = \frac{2I_P}{T_e}, \\ &T_I = T_e \end{aligned} \tag{8-21}$$

gdje je T_e ekvivalentna vremenska konstanta regulacijskog sustava brzine vrtnja, a I_P je ukupni moment inercije sklopa kotača s ugrađenim motorom. Povećavanjem T_e iznad minimalnog iznosa $T_{e,min}$ poboljšava se robusnost regulacijskog sustava na pogreške modeliranja i utjecaj šuma mjerenja, što s druge strane ima za posljedicu sporiji odziv, odnosno manju učinkovitost potiskivanja utjecaja poremećaja. Period uzorkovanja PI regulatora postavljen je u konkretnoj primjeni na T_s = 2 ms.

Unaprijedni kompenzator poremećajne veličine zasnovan na Kalmanovom filtru dodan je PI regulatoru kako bi se dodatno reducirali iznosi i duljine trajanja tranzijenata klizanja prednjeg kotača prilikom prelazaka s podloge s visokim koeficijentom trenja μ na podlogu s niskim koeficijentom trenja (tj. promjene potencijala trenja). Procjena vučne sile $\hat{F}$ skalira se na stranu motora i dodaje izravno izlazu PI regulatora, odnosno nije potreban pretkompenzator u grani kompenzacije (procjene) vučne sile zbog vrlo brze dinamike sklopa motora i pretvarača (T_m = 2 ms) (vidi [91]).

Kako model pogonskog kotača na slici 8.12 ne sadrži model torzijskih vibracija, sinteza Kalmanovog filtra temelji se na jednostavnijem modelu rotacijske dinamike (8-12). Kalmanovi filtri podešavaju se s istim iznosima parametara kao i slučaju eksperimentalne analize (prethodni odjeljak), osim perioda uzorkovanja (koji je jednak periodu uzorkovanja PI regulatora od 2 ms), i praga okidanja adaptacije g_t = 0,5 rad/s (koji ovisi o izboru stohastičkih komponenti simulacijskog modela ΔF_n, $e_{\omega P}$ i $e_{\omega S}$).

8.2.5. Simulacijski rezultati

Prednosti primjene unaprijednog kompenzatora zasnovanog na adaptivnom Kalmanovom filtru u sustavu regulacije vučne sile vozila ispituju se simulacijama na računalu za slučaj referentne vrijednosti klizanja pogonskog kotača s_R = 10 %. U svrhu detaljne analize predložene strukture TCS sustava, razmatraju se sljedeći PI regulatori brzine vrtnje (klizanja) pogonskog kotača:

- PI regulator podešen za brz i dobro prigušen odziv ($T_e = T_{e,min}$),
- PI regulator podešen za srednje brz odziv ($T_e = 3T_{e,min}$),
- PI regulator podešen za spor odziv ($T_e = 10T_{e,min}$).

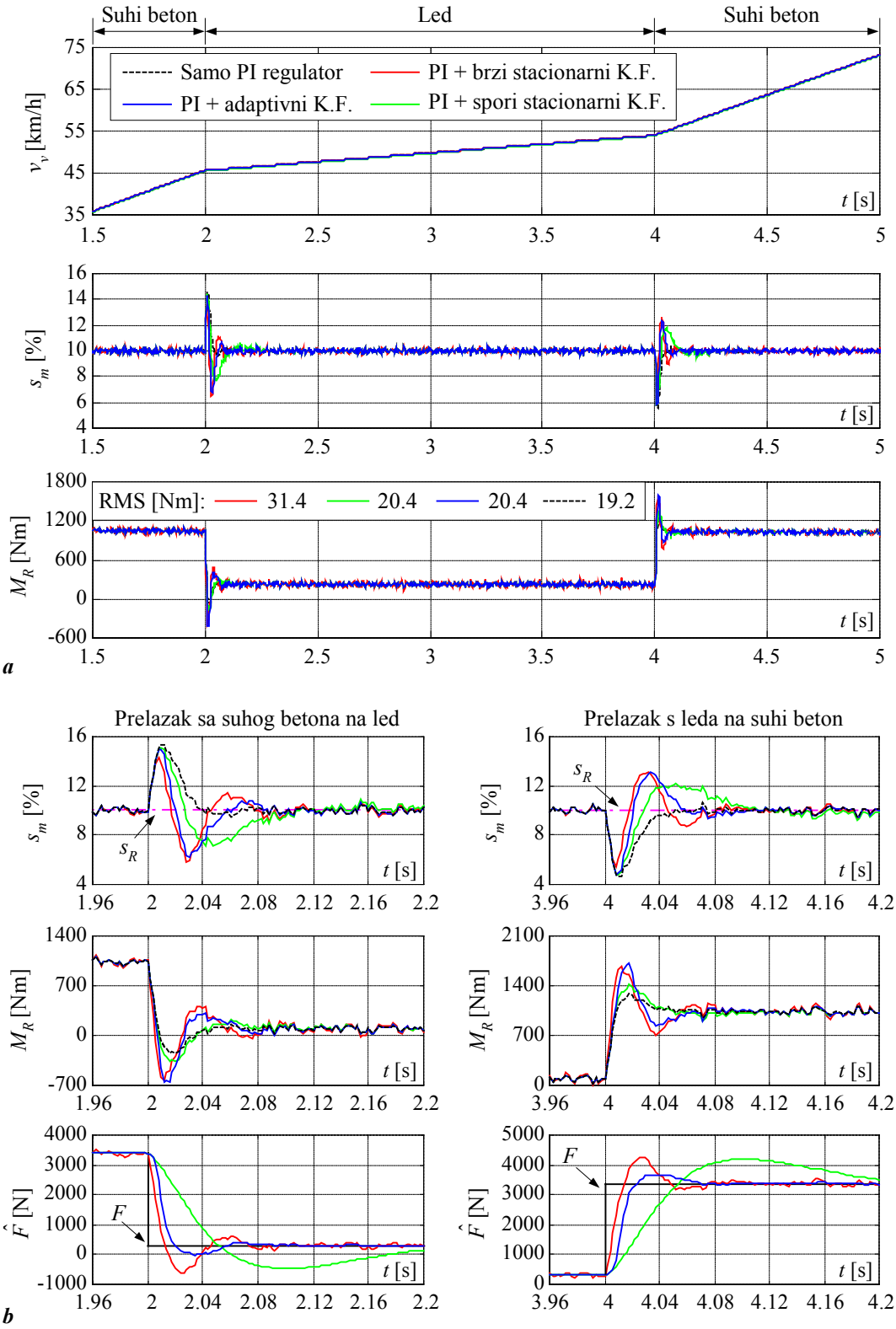
U slučaju primjene servomotora ugrađenog u kotač, ekvivalentna vremenska konstanta poprima vrlo mali iznos ($T_e = T_{e,min}$ = 16 ms). PI regulatori podešeni s većim iznosima vremenske konstante T_e služe za emuliranje razmjerno spore dinamike (uskog propusnog opsega) tradicionalnih TCS sustava koji mogu biti posljedica spore dinamike pogona zasnovanog na motoru s unutarnjim izgaranjem (ili hibridnom pogonu), odnosno primjene razmjerno sporog regulatora da se osigura stabilnost regulacijskog sustava u prisustvu značajnih učinaka elastičnosti prijenosnog mehanizma i poluosovine. S druge strane, pretpostavlja se da kompenzacija utjecaja poremećaja može biti razmjerno brza (npr. brzo djelovanje naprednih hidrauličkih i električkih kočnica). Valja uočiti da se kompenzator zasnovan na adaptivnom Kalmanovom filtru također može upotrijebiti za kompenzaciju u otvorenom krugu, odnosno kompenzacija se može uključiti samo u trenucima detekcije nagle promjene sile trenja (npr. u slučaju proklizavanja). U usporedbi s trajnim kompenzacijskim djelovanjem (kompenzacija u zatvorenom krugu), kompenzacija u otvorenom krugu nije osjetljiva na pogreške modeliranja, odnosno ne utječe na stabilnost cjelokupnog TCS sustava (pogledati potpoglavlje 7.2).

Usporedni simulacijski rezultati za slučaj PI regulatora podešenog za brz i dobro prigušen odziv ($T_e = T_{e,min}$), sa i bez unaprijednog kompenzatora poremećaja prikazani su na slici 8.13. Rezultati pokazuju da primjena brzog PI regulatora bez kompenzatora osigurava dobro potiskivanje poremećaja, odnosno rezultira odstupanjima klizanja s_m od svega 5% tijekom prelazaka s leda na beton i obratno, čije trajanje je svega 50 ms. Primjenom kompenzatora zasnovanog na brzom stacionarnom i adaptivnom Kalmanovom filtru ne postiže se bitno smanjenja iznosa promjene klizanja pri prelasku s leda na beton i obratno. Međutim, njihovo trajanje je približno 50% kraće) što je posljedica brzog odziva procjene sile trenja između kotača i podloge i rezultirajućeg brzog djelovanja kompenzatora. Primjena brzog PI

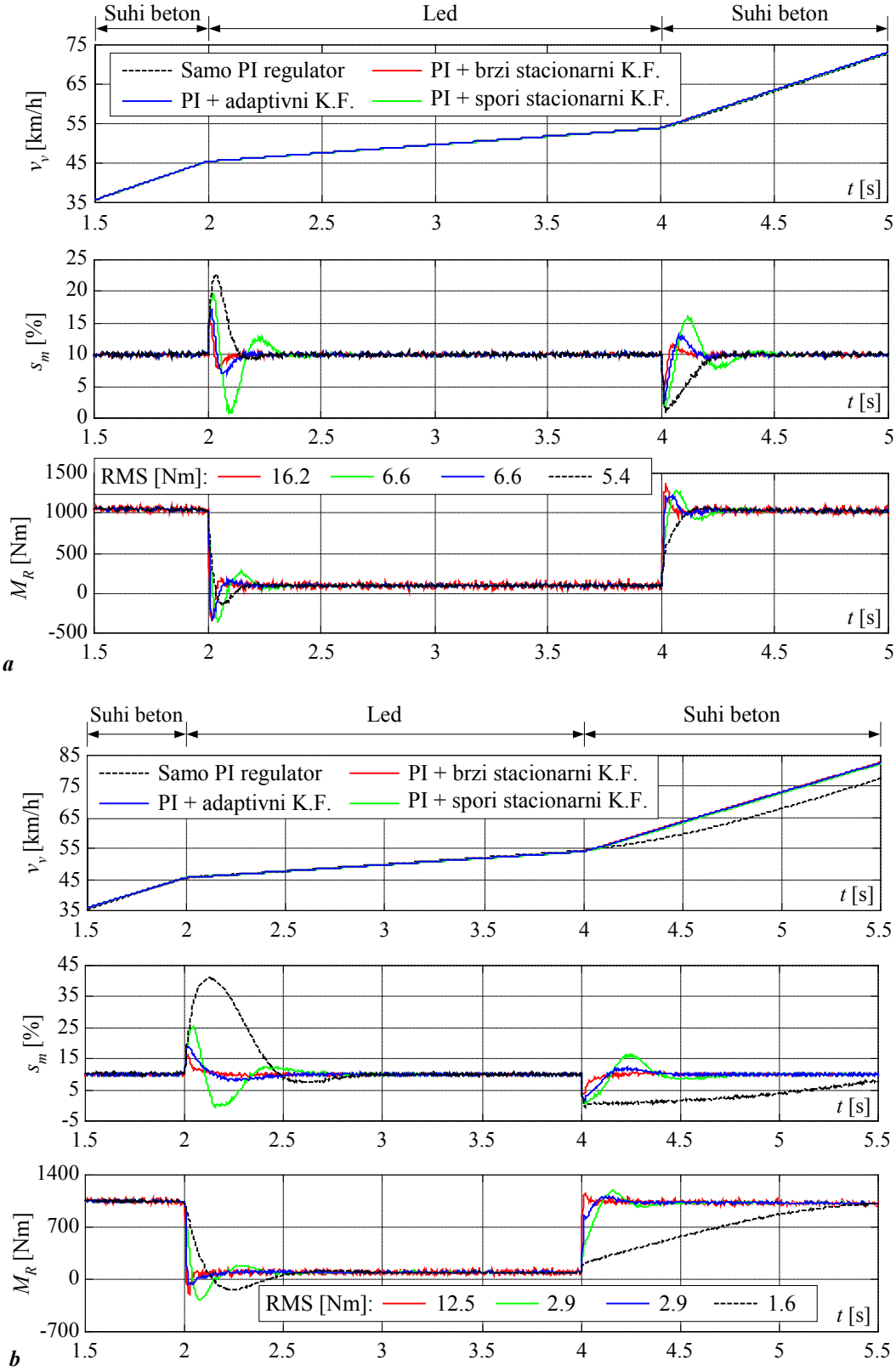
regulatora i brzog stacionarnog Kalmanovog filtra rezultira približno 50% većom RMS razinom šuma u upravljačkom signalu (referentnoj vrijednosti okretnog momenta motora M_R) u odnosu na slučaj kada se koristi samo PI regulator, odnosno PI regulator s kompenzatorom zasnovanim na sporom ili adaptivnom Kalmanovom filtru.

Na slikama 8.14a i 8.14b prikazani su redom simulacijski rezultati za slučaj primjene srednje brzog odnosno sporog PI regulatora. Podešenjem PI regulatora za sporiji odziv značajno se smanjuje razina šuma u referentnom signalu M_R. Međutim, time se povećavaju iznosi i trajanja poremećaja (odstupanja klizanja) u odnosu na slučaj PI regulatora podešenog za brz odziv. Za slučaj znatno kritičnijeg prelaska s betona na led odstupanje klizanja dostiže iznos 21%, dok trajanje poremećaja iznosi 120 ms u slučaju srednje brzog PI regulatora ($T_e = 3T_{e,min}$). Ukoliko se primijeni spori PI regulator ($T_e = 10T_{e,min}$) maksimalni iznos klizanja je 40%, a trajanje poremećaja je približno 0,5 s. Primjena kompenzatora zasnovanog na brzom stacionarnom ili adaptivnom Kalmanovom filtru rezultira sljedećim poboljšanjima performansi TCS sustava:

- U slučaju primjene srednje brzog PI regulatora, maksimalni iznos klizanja nakon prelaska s betona na led iznosi 17%, a trajanje poremećaja se smanjuje za oko 50% (vrijeme odziva se smanjuje na 50 - 60 ms).
- U sustavu sa sporim PI regulatorom maksimalni iznos klizanja se smanjuje za 50% (iznosi svega 20%), dok se trajanje poremećaja iznosi svega 0,1 s (smanjuje se 5 puta).



Slika 8.13. *Usporedni simulacijski odzivi* ***sustava regulacije vučne sile s PI regulatorom*** *podešenim za brz odziv sa i bez* ***kompenzatora poremećaja zasnovanog na Kalmanovom filtru*** *(a), te detalji odziva za prelazak sa suhog betona na led i s leda na suhi beton (b).*



Slika 8.14. *Usporedni simulacijski odzivi* ***sustava regulacije vučne sile s PI regulatorom*** *podešenim za srednje brz odziv (a), odnosno za spor odziv (b) sa i bez* ***kompenzatora poremećaja zasnovanog na Kalmanovom filtru****.*

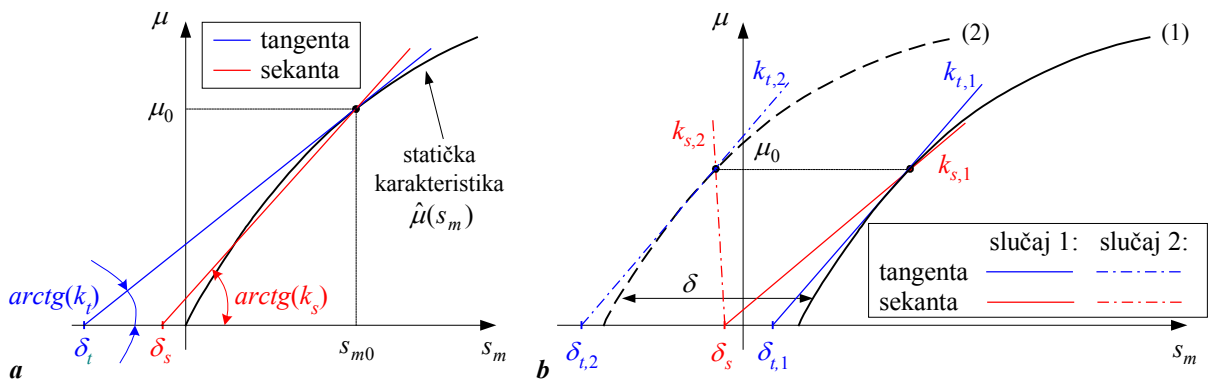
8.3. Procjena stanja podloge temeljem gradijenta statičke karakteristike autogume

Razmatra se sinteza adaptivnog Kalmanovog filtra za procjenu gradijenta statičke karakteristike trenja u području malih klizanja pogonskog kotača koji je izravno vezan uz stanje podloge, tj. koeficijent trenja između gume i podloge. Predloženi sustav procjene stanja podloge ispituje se eksperimentalnim podacima snimljenih korištenjem ispitnog vozila Ford Focus.

8.3.1. Linearizirani model statičke karakteristike

Prema analizi provedenoj u potpoglavlju 4.3, gradijent statičke karakteristike trenja između kotača i podloge u području malih klizanja[6] značajno ovisi o tipu podloge, odnosno koeficijentu trenja μ na visokim iznosima klizanja (tzv. potencijalu trenja). Stoga se za potrebe sinteze sustava posredne procjene koeficijenta trenja, statička karakteristike $\mu(s_m)$ u području malih klizanja opisuje odgovarajućim lineariziranim modelom [26-28, 95]. Razmatraju se aproksimacije zasnovane na tangenti i sekanti karakteristike u radnoj točki (s_{m0}, μ_0), kako je prikazano na slici 8.15a. Aproksimacija tangentom dana je kao slijedi [96]:

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(s_m) &= k_t(s_{m0})\left[s_m - \delta_t(s_{m0})\right], \\ k_t(s_{m0}) &= \left.\frac{d\hat{\mu}(s_m)}{ds_m}\right|_{(s_{m0},\hat{\mu}_0)}, \\ \delta_t(s_{m0}) &= s_{m0} - \frac{\mu_0}{k_t(s_{m0})}, \end{aligned} \tag{8-22}$$



Slika 8.15. *Linearizirani modeli statičke karakteristika trenja $\mu(s_m)$ (a), i ilustracija promjene parametara modela s obzirom na posmak statičke karakteristike δ (b).*

---

[6] Režim malih iznosa faktora klizanja kotača odgovara normalnom režimu vožnje bez proklizavanja kotača, u kojem je teško odrediti stvarni iznos koeficijenta trenja. Ukoliko bi se stanje podloge moglo procijeniti tijekom normalne vožnje, tada bi vozač (sustav upravljanja dinamikom vozila) mogao na vrijeme poduzeti odgovarajuće radnje (prije nego što uistinu dođe do proklizavanja), te bi se mogla izbjeći potencijalno opasna situacija.

gdje su $k_t(s_{m0})$ i $\delta_t(s_{m0})$ redom gradijent i posmak aproksimacije u radnoj točki (s_{m0}, μ_0) ovisni o klizanju. Za razliku od aproksimacije tangentom, kod aproksimacije sekantom posmak karakteristike δ_s je konstantan (ili se vrlo sporo mijenja), što rezultira sljedećim izrazima:

$$\hat{\mu}(s_m) = k_s(s_{m0})[s_m - \delta_s],$$
$$k_s(s_{m0}) = \frac{\mu_0}{s_{m0} - \delta_s}, \tag{8-23}$$

gdje je $k_s(s_{m0})$ gradijent aproksimacije ovisan o iznosu klizanja.

Model zasnovan na tangenti statičke karakteristike omogućuje točnu procjenu stvarnog gradijenta karakteristike u okolini radne točke, no zato je opisan s dva parametra ovisna o iznosu klizanja. Model zasnovan na sekanti je jednostavniji, jer samo gradijent karakteristike ovisi o klizanju, te time pruža mogućnost razmjerno konzistentne procjene gradijenta statičke karakteristike u uvjetima loše pobude (niskog iznosa varijance mjernog signala μ)[7]. Međutim, kao posljedica primjene pojednostavljenog modela (8-23), mogu nastupiti značajna odstupanja od stvarnog iznosa gradijenta karakteristike u slučaju promjene posmaka statičke karakteristike (npr. uslijed promjene tlaka zraka u automobilskim gumama) kako je prikazano na slici 8.18b. Valja napomenuti da parametar δ nema praktičnog značenja za procjenu koeficijenta trenja, no kako ovisi o relativnoj razlici polumjera prednjeg i stražnjeg kotača, može poslužiti za procjenu tlaka zraka u automobilskoj gumi [28].

Kako bi se ustanovilo koji je model prikladniji za procjenu gradijenta statičke karakteristike trenja, karakteristika se u području malih klizanja aproksimira modelom drugog reda (kvadratnom parabolom, potpoglavlje 2.2):

$$\mu(s_m) = p_{\mu 2} s_m^2 + p_{\mu 1} s_m + p_{\mu 0}. \tag{8-24}$$

Koeficijenti $p_{\mu 2}$, $p_{\mu 1}$ i $p_{\mu 0}$ dobiju se normiranjem koeficijenata statičkih karakteristika p_2, p_1 i p_0 (procijenjenih u potpoglavlju 4.3 i navedenih u tablicama 4.4 i 4.5) s obzorom na iznos okomite sile na pogonski kotač F_z (4170 N za Ford Focus vozilo, odnosno 3530 N za električno vozilo).

Za potrebe usporedne analize navedenih modela može se gradijent karakteristike izraziti preko parametara modela (8-24). U slučaju aproksimacije tangentom gradijent karakteristike u radnoj točki (s_{m0}, μ_0) glasi (pogledati izraz (4-8)):

$$k_t(s_{m0}) = 2 p_{\mu 2} s_{m0} + p_{\mu 1}, \tag{8-25}$$

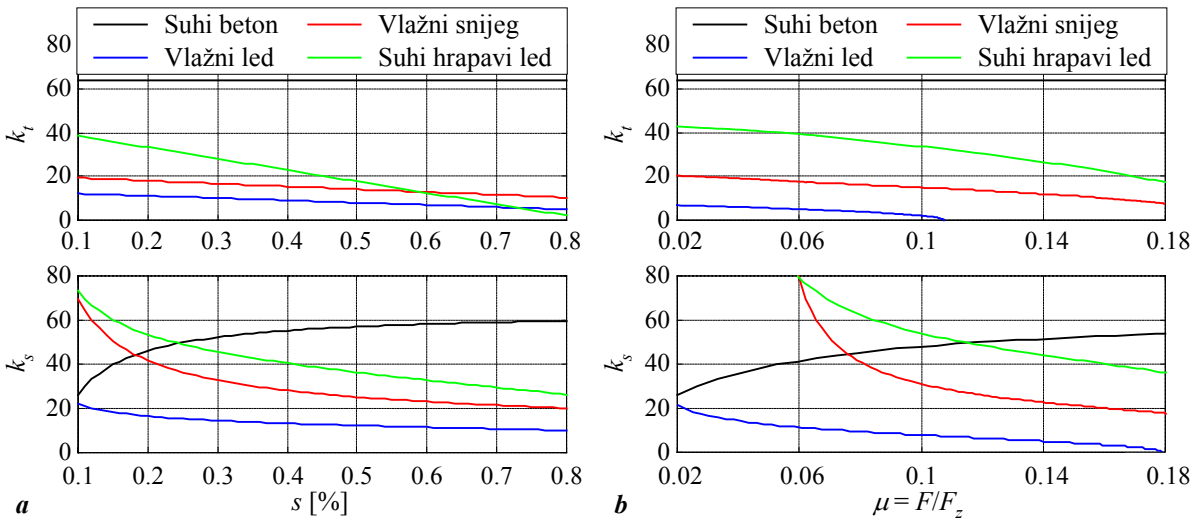
---

[7] U slučaju male varijance pobude podaci se gomilaju oko jedne točke statičke karaketaristike (s_m,μ), pa parametri aproksimacije pravcem mogu poprimiti širok raspon vrijednosti [28]. Stoga bi bilo poželjno držati posmak δ konstantnim (aproksimacija sekantom) tijekom intervala karakteriziranih malim iznosima varijanci pobude.

dok se u slučaju aproksimacije sekantom za gradijent dobije sljedeći izraz:

$$k_s(s_{m0}) = \frac{p_{\mu 2} s_{m0}^2 + p_{\mu 1} s_{m0} + p_{\mu 0}}{s_{m0} - \delta_s}. \tag{8-26}$$

Na slici 8.16 prikazani su rezultati usporedne analize iznosa gradijenata statičkih karakteristika u području malih klizanja rekonstruiranih u potpoglavlju 4.3. Radi jednostavnosti za analizu su odabrane statičke karakteristike za vožnju po suhom betonu (F_{max} = 3370 N), vlažnom snijegu (F_{max} = 1030 N), suhom hrapavom ledu (F_{max} = 710 N), i vlažnom ledu (F_{max} = 460 N). Parametar posmaka aproksimacije sekantom postavlja se na fiksni iznos δ_s = -0.01%. Rezultati na slici 8.16 pokazuju da se konzistentnija procjena gradijenta statičke karakteristike i pouzdanija klasifikacija tipa podloge postiže primjenom aproksimacije tangentom i to u širokom rasponu klizanja s, odnosno iznosa vučne sile F (koeficijenta trenja μ). Primjena aproksimacije sekantom unosi razmjerno veliku pogrešku u procjenu gradijenta statičke karakteristike za male iznosa klizanja i koeficijenta trenja, što je posljedica fiksnog parametra posmaka δ_s.



Slika 8.16. *Gradijenti statičke karakteristike proračunati primjenom aproksimacije tangentom i sekantom u ovisnosti o faktoru klizanja s (a) i koeficijentu trenja μ (b).*

8.3.2. Sinteza adaptivnog Kalmanovog filtra

Za potrebe sinteze adaptivnog Kalmanovog filtra za procjenu parametara statičke karakteristike trenja, u [28] je predloženo da se linearni model statičke karakteristike $\mu_m = k_t(s_m - \delta_t)$ transformira u oblik u kojem se mjerni signal klizanja kotača s_m izražava u ovisnosti o rekonstrukciji normirane sile (koeficijenta trenja) μ_m:

$$s_m = k_t^{-1}\mu_m + \delta_t\,. \tag{8-27}$$

Primjena modela (8-27) rezultira razdvajanjem parametara karakteristike k_t i δ_t, što je u [28] motivirano pretpostavkom da se oni mijenjaju neovisno, te da su promjene gradijenta k_t znatno izraženije od promjena posmaka δ_t (pogledati rezultate procjene k_t i δ_t u tablicama 4.4 i 4.5). Nadalje, realno je pretpostaviti da je varijanca šuma mjernog signala faktora klizanja s_m znatno veća od varijance šuma u signalu μ_m. U tom slučaju šum u signalu μ_m i eventualna nesigurnost određivanja μ_m imaju manji utjecaj na točnost procjene (smanjuje se posmak procjene parametara k_t i δ_t) [28]. Šum mjerenja e tada predstavlja aditivnu komponentu u signalu s_m, pa linearni regresijski model statičke karakteristike glasi:

$$s_m(k) = \begin{bmatrix}\mu_m(k) & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1/k_t(k)\\ \delta_t(k)\end{bmatrix} + e(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) + e(k)\,. \tag{8-28}$$

Nepoznati parametri statičke karakteristike k_t i δ_t mogu se promatrati kao stohastičke varijable stanja modela tipa stohastičkog integratora (engl. random walk model), u kojem su sistemska matrica i matrica stohastičkih perturbacija jednake jediničnoj matrici ($\mathbf{F} \equiv \mathbf{I}$, $\mathbf{\Omega} \equiv \mathbf{I}$):

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(k-1) + \mathbf{v}(k-1)\,, \quad \mathbf{v} = [v_k \;\; v_\delta]^T\,. \tag{8-29}$$

Kako su $\mathbf{F}$ i $\mathbf{\Omega}$ jedinične matrice, Kalmanov filtar za procjenu parametara statičke karakteristike trenja u području malih klizanja poprima sljedeću strukturu:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{P}(k\,|\,k-1) = \mathbf{P}(k-1\,|\,k-1) + \mathbf{Q}(k-1),\\
&\mathbf{K}(k) = \begin{bmatrix}K_k(k)\\ K_\delta(k)\end{bmatrix} = \frac{\mathbf{P}(k\,|\,k-1)\mathbf{H}^T(k)}{\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k\,|\,k-1)\mathbf{H}^T(k) + r(k)},\\
&\hat{s}(k\,|\,k-1) = \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}(k-1\,|\,k-1),\\
&\hat{\mathbf{x}}(k\,|\,k) = \hat{\mathbf{x}}(k-1\,|\,k-1) + \mathbf{K}(k)[s_m(k) - \hat{s}(k\,|\,k-1)],\\
&\mathbf{P}(k\,|\,k) = \mathbf{P}(k\,|\,k-1) - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}(k)\,\mathbf{P}(k\,|\,k-1),
\end{aligned} \tag{8-29}$$

Uz pretpostavku stacionarnosti stohastičkih perturbacija u stanjima v_k i v_δ , te šuma mjerenja e, te nekoreliranosti (neovisnosti) stohastičkih komponenti v_k i v_δ, matrica kovarijanci perturbacija stanja $\mathbf{Q}$ i varijanca mjernog šuma r su konstantne:

$$\mathbf{Q}(k) = \mathbf{Q} = \begin{bmatrix}q_k & 0\\ 0 & q_\delta\end{bmatrix}, \qquad r(k) = r\,. \tag{8-30}$$

gdje su q_k i q_δ varijance perturbacija varijabli stanja $1/k_t$ i δ_t.

Nadalje, pretpostavka stacionarnosti stohastičkih komponenti i jediničnih iznosa matrica $\mathbf{F}$ i $\mathbf{\Omega}$ impliciraju da su iznosi pojačanja Kalmanovog filtra u stacionarnom stanju određeni

normiranom matricom kovarijanci $\mathbf{Q}^* = \mathbf{Q}/r$ [28]. Prema [28], parametar r može se postaviti na jedinični iznos ($r = 1$) bez gubitka na općenitosti, pa stacionarni Kalmanov filtar ima svega dva parametra q_k i q_δ, čiji izbor predstavlja kompromis između brzine odziva i potiskivanja šuma u procjeni stanja (parametara statičke karakteristike k_t i δ_t). Kako je prvenstveno potrebno detektirati razmjerno brze promjene gradijenta k_t, parametar q_k obično se postavlja na znatno veće iznose u odnosu na parametar q_δ.

Važni praktični aspekti primjene Kalmanovog filtra uključuju pogrešku rekonstrukcije normirane vučne sile (koeficijenta trenja) μ_m i perzistentnost pobude (dovoljno visoka varijanca signala koeficijenta trenja μ_m). Slaba pobuđenost Kalmanovog filtra može rezultirati značajnom stacionarnom pogreškom procjene gradijenta k_t ukoliko postoji pogreška rekonstrukcije koeficijenta trenja [28]. Kako je prije navedeno, mali iznosi varijance pobude mogu uzrokovati značajno povećanje nesigurnosti procjene parametara k_t i δ_t zbog gomilanja podataka oko jedne točke (s,μ). Stoga se u [28] predlaže privremeno zaustavljanje procjene parametra posmaka δ_t postavljanjem varijance q_δ na nulu (primjena aproksimacije sekantom).

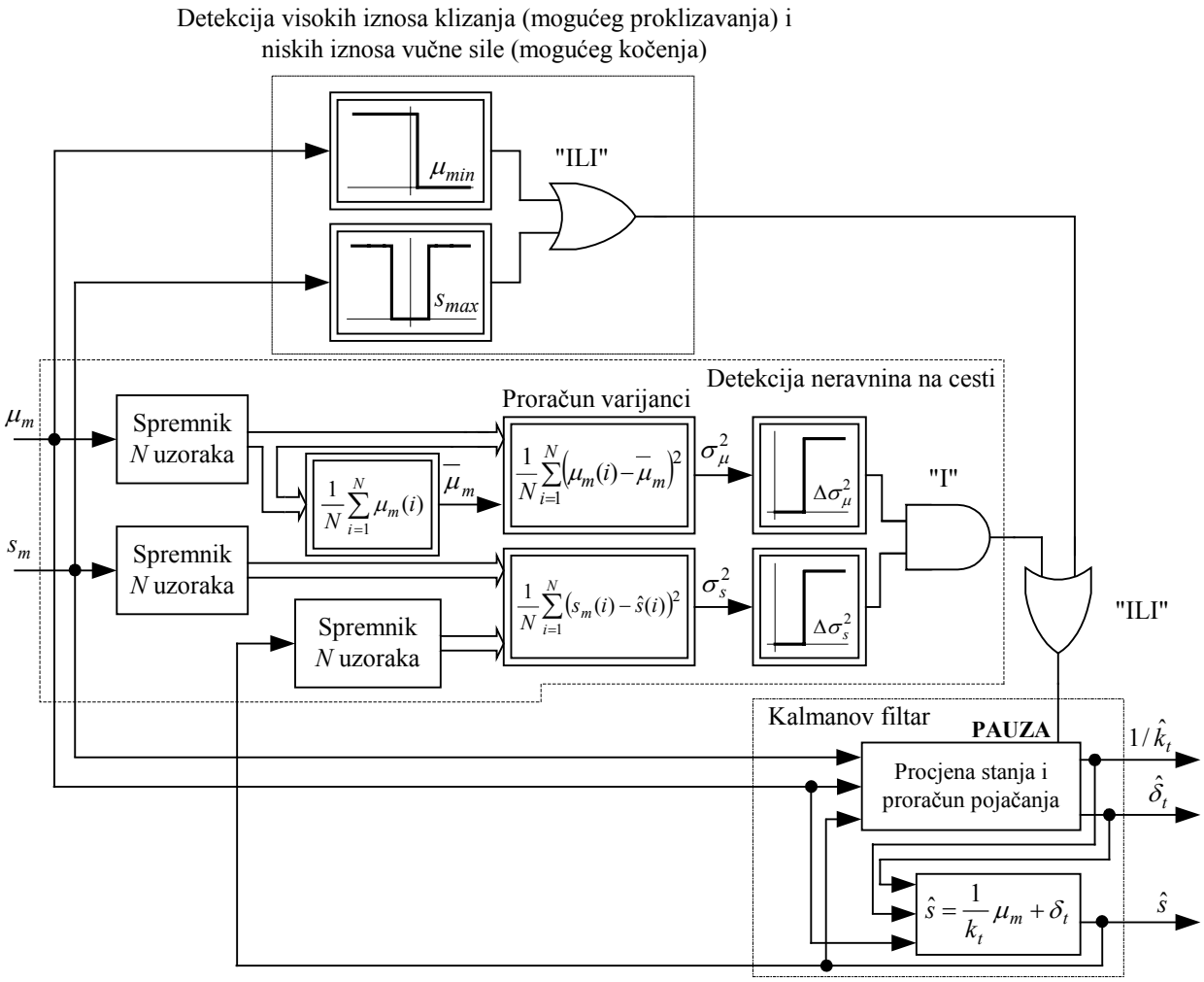
U svrhu poboljšavanja kvalitete slijeđenja (brzine odziva) bez značajnijeg utjecaja na potiskivanje šuma u stacionarnom stanju, Kalmanov filtar se proširuje adaptacijskim mehanizmom zasnovanim na detekciji nagle promjene gradijenta statičke karakteristike [28]. Detekcija nagle promjene zasniva se na kumulativnoj sumi a-priori pogreške predikcije Kalmanovog filtra $\hat{\varepsilon}(k \mid k-1) = s_m(k) - \hat{s}(k \mid k-1)$.

Valja napomenuti da s praktičnog stanovišta predloženi sustav procjene stanja treba proširiti odgovarajućim nadzornim algoritmom koji će privremeno zaustaviti procjenu u slučaju sljedećih nepovoljnih režima rada [96]:

1) visoki iznosi mjernog signala faktora klizanja kotača s_m,
2) procijenjena normirana vučna sila (koeficijent trenja) $\mu_m \leq 0$ (kočenje),
3) vrlo visoki iznosi varijanci mjernih signala klizanja s_m i koeficijenta trenja μ_m.

U slučaju 1) procjena gradijenta statičke karakteristike trenja ne može se iskoristiti za klasifikaciju podloge jer iznos gradijenta u području velikih iznosa faktora klizanja ne korelira dobro s potencijalom sile trenja, dok u slučaju 2) procjena gradijenta može biti netočna jer je Kalmanov filtar je zasnovan na modelu statičke karakteristike za normalnu vožnju (bez kočenja). U slučaju 3) u procjeni gradijenta mogu se pojaviti razmjerno velike perturbacije (npr. vožnja po izrazito neravnoj podlozi [96]).

Na slici 8.17 prikazan je blokovski dijagram nadzornog algoritma Kalmanovog filtra. Ukoliko se detektira neki od gore navedenih nepovoljnih režima rada, zaustavlja se proračun matrice kovarijanci pogreške procjene **P** i pojačanja **K**, a procijenjeni parametri statičke karakteristike k_t i δ_t zadržavaju se na vrijednostima postignutim prije detekcije nepovoljnih režima rada. Valja uočiti da se procjena faktora klizanja kotača $\hat{s}$ (izlaz Kalmanovog filtra) nastavlja proračunavati tijekom navedenih nepovoljnih režima rada, jer se ista koristi za proračun varijance klizanja σ_s^2. Duljina podataka N za proračun varijanci signala faktora klizanja kotača s_m i koeficijenta trenja μ, te iznosi pragova detekcije Δs_m, $\Delta\mu_m$, $\Delta\sigma_s^2$ i $\Delta\sigma_\mu^2$ određuju se empirijskim putem.



Slika 8.17. *Blokovski dijagram nadzornog algoritma koji privremeno zaustavlja rad Kalmanovog filtra u slučaju detekcije neravnine na cesti, rada u režimu visokih klizanja, te malih iznosa vučne sile.*

8.3.3. Eksperimentalni rezultati

Predloženi sustav procjene parametara statičke karakteristike u području malih klizanja ispituje se temeljem na eksperimentalnih podataka dobivenih korištenjem Ford Focus vozila. Kao i u slučaju rekonstrukcije statičkih karakteristika trenja, u analizi se koriste samo signali s ABS senzora na desnoj strani vozila i signal razvijenog okretnog momenta na desnoj poluosovini. Radi jednostavnosti analiza se provodi za vožnju po suhom betonu, vlažnom snijegu i vlažnom ledu i raspon brzina vozila v = 35 - 45 km/h. Mjerni signali s ABS senzora i senzora okretnog momenta na poluosovini obrađuju se kako je opisano u odjeljku 4.3.2. Nakon sinkronizacije signala s ABS senzora na vremensku bazu signala okretnog momenta (T_s = 1,6 ms), svi mjerni signali usrednjuju se unutar 5 uzoraka kako bi se smanjila razina šuma [96]. Time se period uzorkovanja mjernih signala povećava na T_s = 8 ms. Mjerni signal klizanja kotača s rekonstruira se prema pojednostavljenom izrazu (2-24). Vučna sila pogonskog kotača F rekonstruira se prema izrazu (4-6), odakle se koeficijent trenja (normirana vučna sila) računa kao $\mu = F/F_z$ (F_z - okomita sila na kotač iznosa F_z = 4170 N).

Na slici 8.18 prikazani su eksperimentalni odzivi tijekom laganog ubrzavanja vozila na suhom betonu, te odzivi Kalmanovog filtra bez uključene adaptacije. Odzivi brzina vrtnje prednjeg i stražnjeg kotača s desne strane vozila ω_{DP} i ω_{DS}, i pogonskog momenta M_m na poluosovini desnog prednjeg kotača, te rekonstrukcija koeficijenta trenja prikazani su na slici 8.18a. Na slici 8.18b prikazani su usporedni odzivi Kalmanovih filtara podešenih s različitim iznosima dominantnog parametra q_k. Pri tom je manje dominantni parametar q_δ postavljen na iznos $q_\delta = 10^{-8}$ (posmak karakteristike δ_t se znatno sporije mijenja od promjene gradijenta k_t), a varijanca klizanja je, kako je prije objašnjeno, postavljena na jedinični iznos (r = 1). Uočava se da s povećanjem parametra q_k znatno raste RMS iznos perturbacija u odzivu procjene gradijenta stacionarne karakteristike $\hat{k}_t$ u stacionarnom stanju. S druge strane, iznos parametra q_k praktički ne utječe na iznos perturbacija u procjeni posmaka $\hat{\delta}_t$.

Na slici 8.19 prikazani su usporedni odzivi rekonstrukcije klizanja kotača i signali procjene klizanja Kalmanovog filtra podešenog za dobro potiskivanje šuma ($q_k = 10^{-4}$) za slučajeve vožnji na suhom betonu, vlažnom snijegu i vlažnom ledu pri brzinama od približno 40 km/h. Na istoj slici prikazani su i signali kumulativne sume g predikcijske pogreške Kalmanovog filtra. Raspon iznosa perturbacija kumulativne sume g varira od približno ±1% za vožnju po vlažnom ledu do ±3.5% za vožnju po vlažnom snijegu. Kako bi se osigurala robusnost adaptacije Kalmanovog filtra za sve vrste podloga, prag okidanja adaptacije g_t treba

postaviti se na iznos barem 50% veći od maksimalnog iznosa perturbacija kumulativne sume za vožnju na snijegu ($g_t \geq 5\%$). Valja napomenuti da iznosi perturbacija u signalu klizanja rastu s porastom brzine vozila v (brzine vrtnje kotača), pa bi se prag okidanja g_t u načelu trebao povećavati s brzinom vozila (adaptirati na temelju mjerenja u stacionarnom stanju).

Na slici 8.20 prikazani su eksperimentalni signali okretnog momenta i brzina vrtnje prednjeg i stražnjeg kotača, te rekonstrukcije koeficijenta trenja μ i klizanja s za prelazak sa suhog betona na vlažni led i sa suhog betona na vlažni snijeg. Rezultati pokazuju da tijekom prelaska s jedne podloge na drugu dolazi do značajnih propada u prenesenom okretnom momentu (rekonstrukciji koeficijenta trenja), te do povećanja perturbacija u signalima brzina vrtnje kotača ω_{DP} i ω_{DS} i rekonstruiranom signalu klizanja (uslijed laganog poskakivanja kotača na granici između dviju podloga).

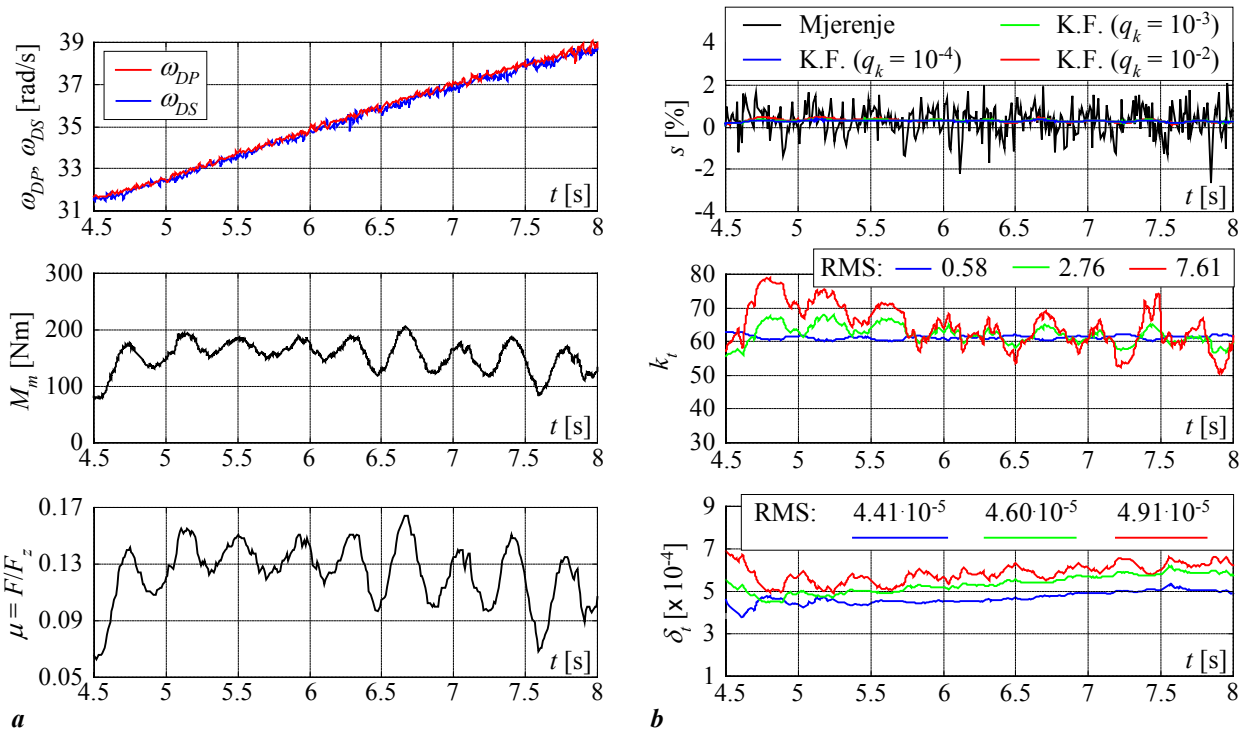
Usporedni odzivi različito podešenih Kalmanovih filtara za procjenu parametara statičke karakteristike trenja prikazani su na slici 8.21. Adaptivni Kalmanovi filtri zasnovani su na neadaptivnom Kalmanovom filtru podešenom za dobro potiskivanje šuma ($q_k = 10^{-4}$), a parametri adaptacijskog mehanizma navedeni su u dodatku C. Radi jednostavnosti, parametar posmaka δ_s adaptivnog Kalmanovog filtra zasnovanog na sekanti statičke karakteristike postavljen je na nulu. Svi navedeni Kalmanovi filtri uključuju algoritam nadzora nepovoljnih uvjeta rada i detekciju neravnina na cesti. Odzivi pokazuju da se primjenom adaptivnih Kalmanovih filtara postižu znatno veće brzine odziva procjene gradijenta statičke karakteristike u odnosu na neadaptivni Kalmanov filtar. Pritom kašnjenja odziva adaptivnih Kalmanovih filtara iznose približno 250 ms u slučaju prelaska beton-led (Slika 8.21a), odnosno 300 ms za prelazak s betona na snijeg (Slika 8.21b). Ova kašnjenja su najvjerojatnije posljedica sljedećih utjecaja:

- inherentnog kašnjenja adaptacije zasnovane na proračunu kumulativne sume predikcijske pogreške Kalmanovog filtra.
- nehomogenosti podloge na mjestu prelaska i konačnog vremena potrebnog da cijela nagazna površina automobilske gume prijeđe s jednog na drugi tip podloge,

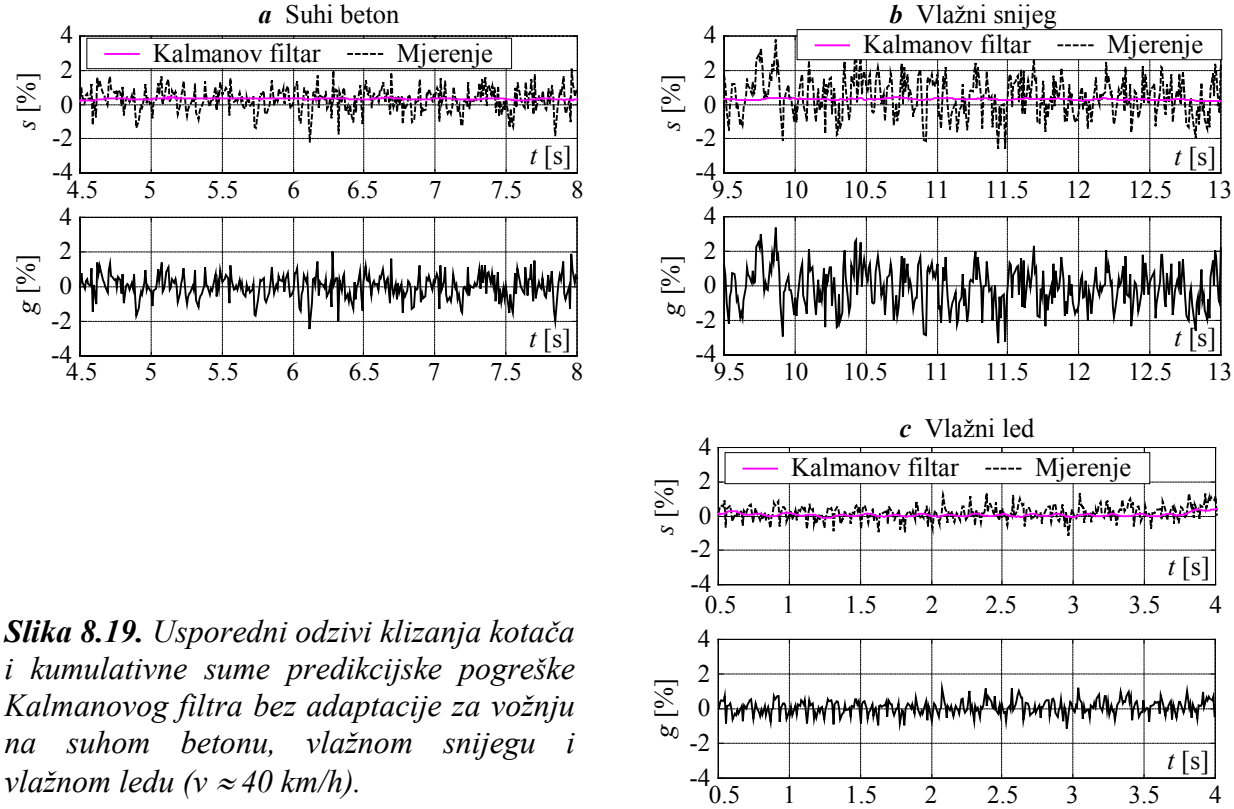
Primjena adaptivnog Kalmanovog filtra zasnovanog na modelu sekante ($\delta_s = 0$) rezultira određenim odstupanjima procjene gradijenta u odnosu na slučaj kada se koristi Kalmanov filtar zasnovan na modelu tangente. Ova odstupanja su većeg iznosa za vožnju po betonu, nego za vožnju po ledu ili snijegu. Za slučaj primjene adaptivnog Kalmanovog filtra zasnovanog na modelu tangente statičke karakteristike, parametar posmaka se značajno ne mijenja s promjenom tipa podloge (nešto veće promjene događaju se pri primjeni

neadaptivnog Kalmanovog filtra). Prag okidanja adaptacije odabran je s ciljem postizanja razmjerno brze i robusne adaptacije (najdonji grafovi na slikama 8.21a i 8.21b) čime se postiže niska razina perturbacija u procjeni gradijenta statičke karakteristike u stacionarnom stanju. Također valja uočiti da u odzivima pojačanja i procjene parametara dolazi do razmjerno kratkih zadrški (pauza) koje su posljedica aktiviranja algoritma nadzora uslijed povećanja perturbacija u rekonstrukciji klizanja kotača s i koeficijenta trenja μ. Ove pauze ne utječu značajno na kvalitetu procjene parametara statičke karakteristike.

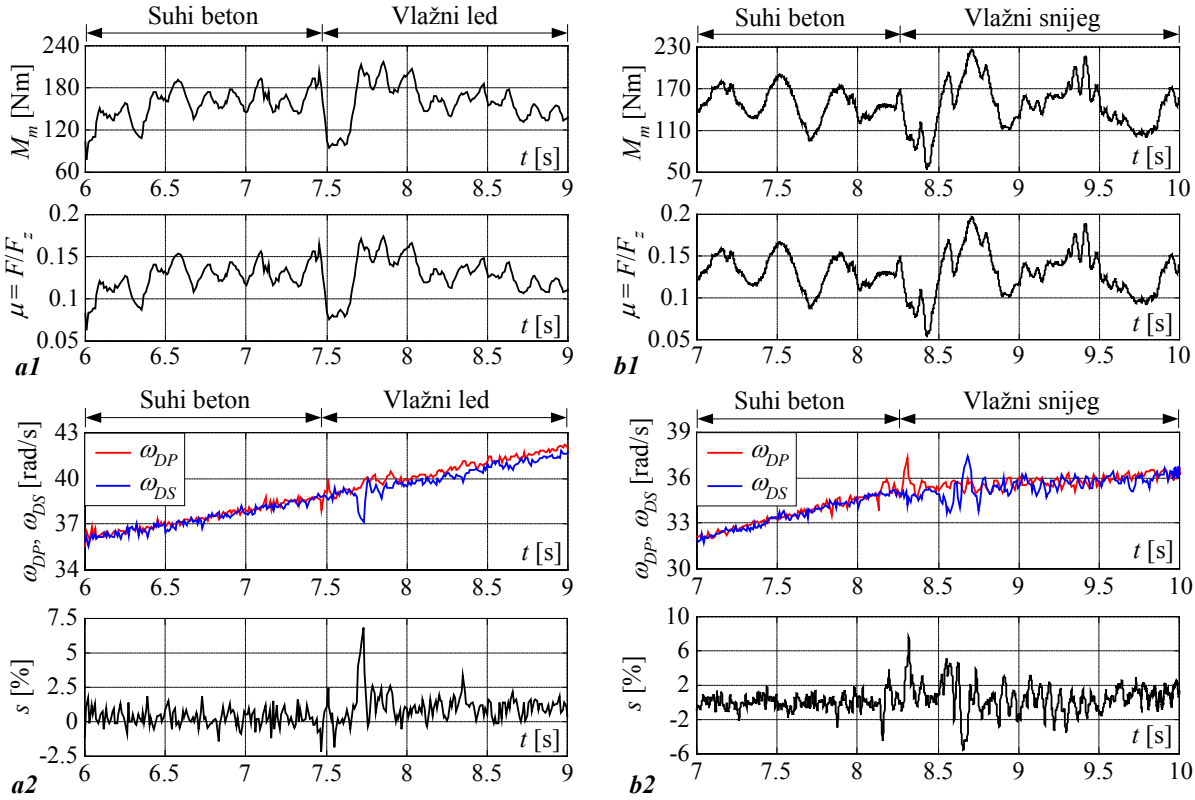
Na slici 8.22 prikazani su usporedni odzivi adaptivnih Kalmanovih filtara sa i bez primjene algoritma nadzora. Odzivi pokazuju da primjena algoritma nadzora pri prelasku sa suhog betona na vlažni led praktički ne utječe na kvalitetu odziva jer je prelazak karakteriziran tek kratkotrajnim povećanjem varijance perturbacija u signalu klizanja s. Međutim pri prelasku sa suhog betona na vlažni led dolazi do značajnog povećanja varijance signala klizanja s (i rekonstrukcije koeficijenta trenja μ). U tom slučaju, ukoliko algoritam nadzora privremeno ne zaustavi procjenu stanja, dolazi do značajnog porasta perturbacija u odzivu procjene gradijenta statičke karakteristike $\hat{k}_t$.



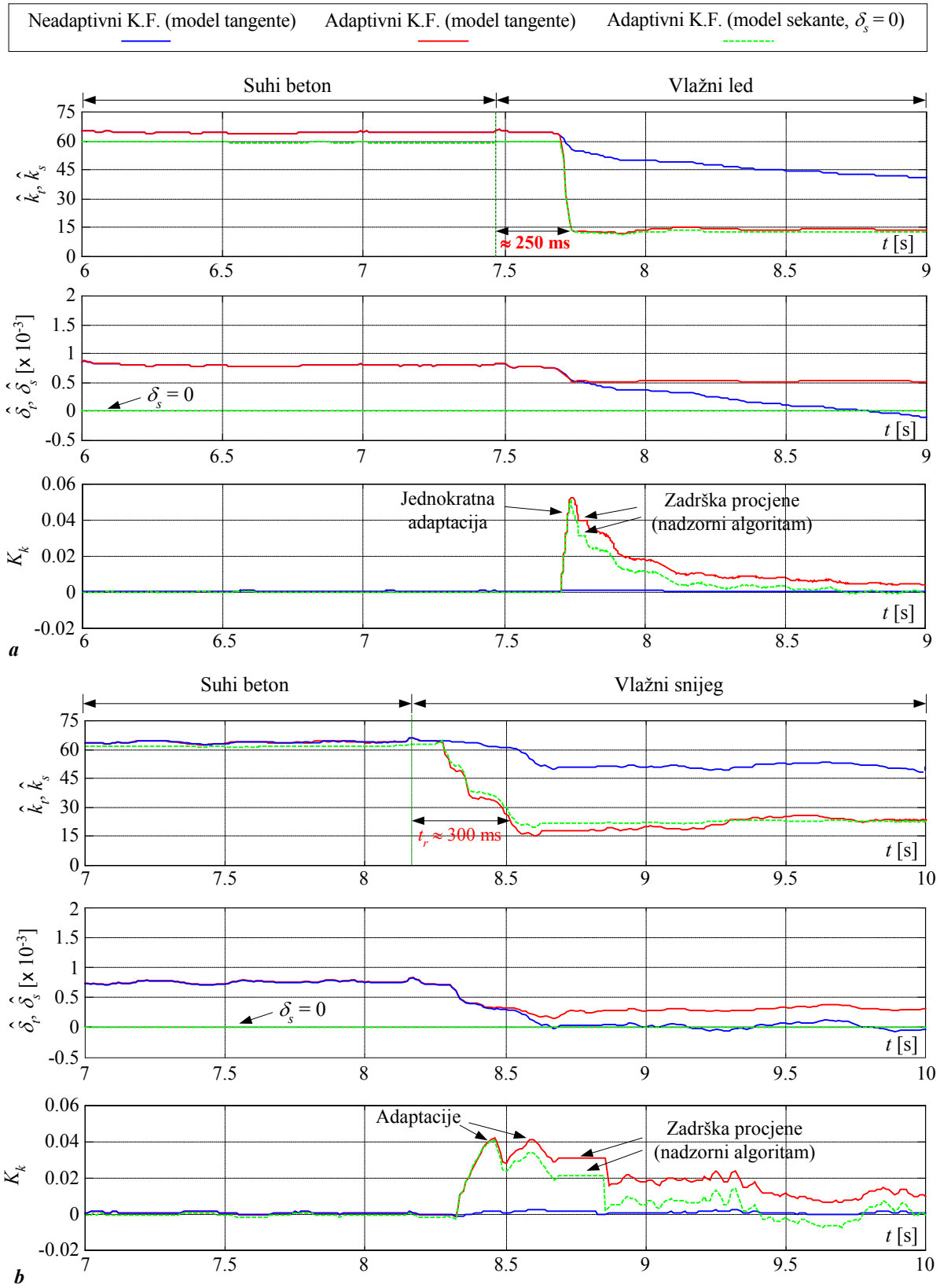
Slika 8.18. *Mjerni signali s ABS senzora i senzora okretnog momenta i rekonstrukcija koeficijenta trenja za slučaj laganog ubrzavanja vozila na suhom betonu (a), te usporedni stacionarni odzivi Kalmanovih filtara za različite iznose parametra q_k ($q_\delta = 10^{-8}$) (b).*



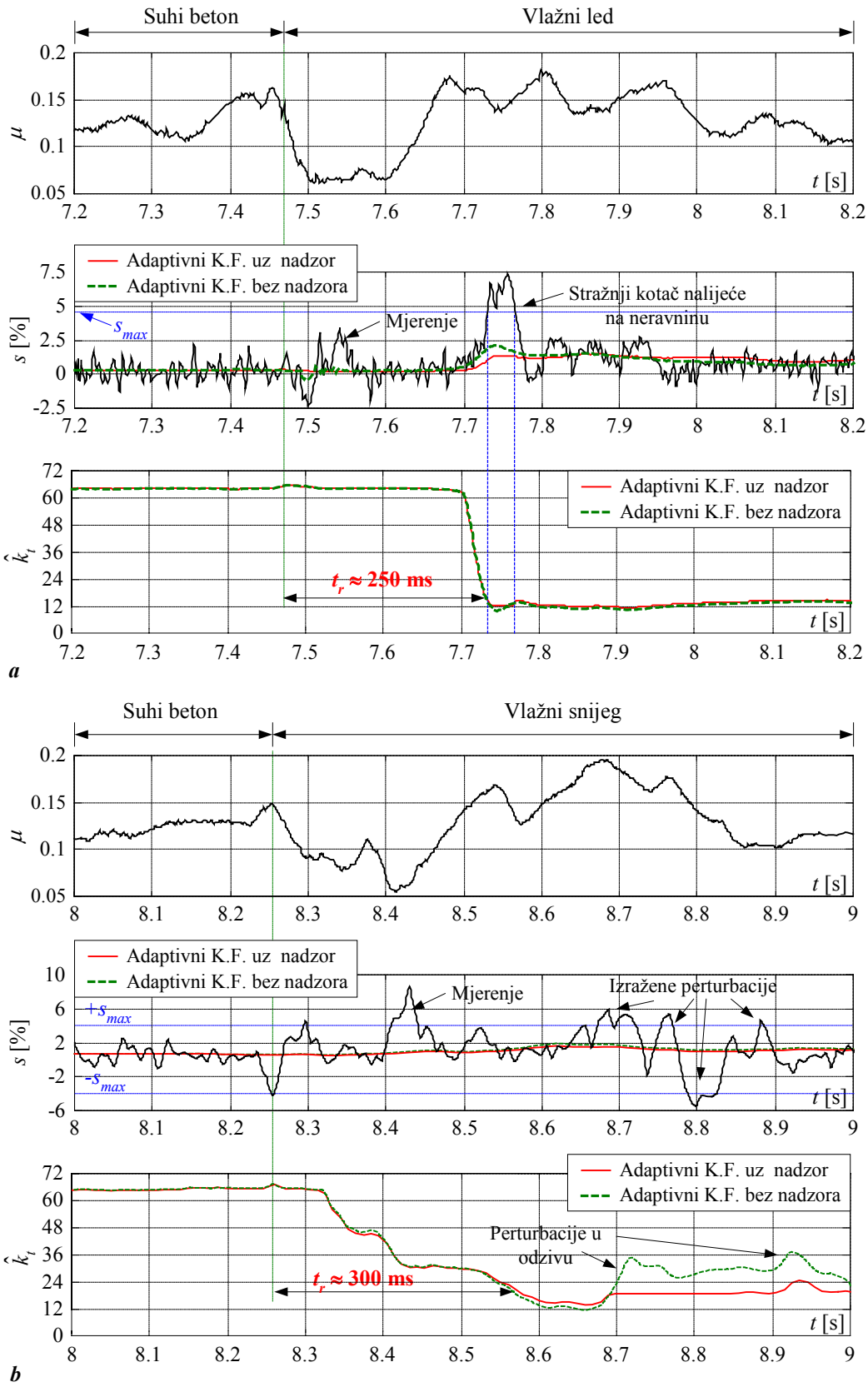
Slika 8.19. *Usporedni odzivi klizanja kotača i kumulativne sume predikcijske pogreške Kalmanovog filtra bez adaptacije za vožnju na suhom betonu, vlažnom snijegu i vlažnom ledu (v ≈ 40 km/h).*



Slika 8.20. *Mjerni signal okretnog momenta i rekonstrukcija koeficijenta trenja, te signali brzine vrtnje i rekonstrukcija klizanja kotača (v ≈ 40 km/h): prelazak sa suhog betona na vlažni led (a), i prelazak sa suhog betona na vlažni snijeg (b).*



Slika 8.21. *Usporedni odzivi* ***procjene parametara statičke karakteristike*** *i* ***pojačanja*** K_k *različitih Kalmanovih filtara* ***(uključen algoritam nadzora)****: prelazak sa suhog betona na vlažni led (a), i prelazak sa suhog betona na vlažni snijeg (b).*



Slika 8.22. *Usporedni odzivi* ***adaptivnog Kalmanovog filtra*** *(model tangente)* ***sa i bez primjene algoritma nadzora****: prelazak sa suhog betona na vlažni led (a), i prelazak sa suhog betona na vlažni snijeg (b).*

8.4. Procjena stanja podloge temeljem prigušenja torzijskih vibracija autogume

Predlaže se postupak sinteze adaptivnog Kalmanovog filtra za procjenu faktora prigušenja torzijskih vibracija autogume, koji je također povezan s procjenom stanja podloge (Potpoglavlje 4.3). Sinteza algoritma procjene zasniva se na prikladnom stohastičkom modelu torzijskih vibracija. Predloženi sustav procjene ispituje se simulacijama na računalu i eksperimentalno na podacima dobivenim korištenjem ispitnog Ford Focus vozila.

8.4.1. Stohastički model torzijskih vibracija

Sinteza adaptivnog Kalmanovog filtra polazi od linearnog vremenski-diskretnog AR modela torzijskih vibracija opisanog izrazom (4-12) ($(1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2})\omega(k) = \eta(k)$), pri čemu parametri a_1 i a_2 ovise o faktoru prigušenja ζ i prirodnoj frekvenciji torzijskih vibracija Ω_n). Kako nije moguće unaprijed predvidjeti promjene parametara torzijskih vibracija ζ i Ω_n, parametri AR modela a_1 i a_2 mogu se promatrati kao stohastičke varijable stanja modela procesa tipa stohastičkog integratora, pobuđenog stohastičkim perturbacijama ν_1 i ν_2 Gaussovskog karaktera. Šum ceste η modelira se kao "bijeli" šum, a koji se za potrebe sinteze Kalmanovog filtra izravno ugrađuje u model varijabli stanja (kao aditivna komponenta) [97]. Iz navedenog se dobije sljedeći vremenski-diskretni stohastički model varijabli stanja ($\mathbf{\Omega}$ je jedinična matrica):

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}\mathbf{x}(k-1) + \nu(k-1), \tag{8-31}$$

gdje su matrica $\mathbf{F}$, vektor stanja $\mathbf{x}$ i vektor stohastičkih perturbacija $\boldsymbol{\nu}$ definirani kako slijedi:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \eta \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\nu} = \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_\eta \end{bmatrix}. \tag{8-32}$$

Na temelju izraza (4-12) trenutno mjerenje brzine vrtnje kotača $\omega_m(k)$ može se izraziti u funkciji parametara a_1, a_2, šuma ceste η i mjerenja brzine vrtnje kotača u prethodnim koracima kako slijedi:

$$\omega_m(k) = \mathbf{H}(k)\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} -\omega_m(k-1) & -\omega_m(k-2) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1(k) \\ a_2(k) \\ \eta(k) \end{bmatrix}. \tag{8-33}$$

Budući da se za potrebe određivanja faktora prigušenja ζ torzijskih vibracija interesantni dio frekvencijskog spektra signala brzine vrtnje kotača ω_m izdvaja pojasnopropusnim

filtriranjem, potrebno je stohastički model torzijskih vibracija (8-31) – (8-33) proširiti odgovarajućim modelom pojasnopropusnog filtra. Model pojasnopropusnog filtra ugrađuje se u model stohastičke pobude η (vidi izraz (4-13)), što odgovara uvođenju pretpostavke "obojenog" šuma η_c u postupku identifikacije AR modela torzijskih vibracija (signal brzine vrtnje kotača je već filtriran pojasnopropusnim filtrom). Pojasnopropusni filtar treba dobro potisnuti frekvencijske komponente signala brzine vrtnje kotača ω_m koje bi mogle utjecati na procjenu faktora prigušenja moda torzijskih vibracija, te biti razmjerno niskog reda kako bi se sustav procjene bio niskog reda. Stoga se kao kompromisno rješenje za filtriranje signala brzine vrtnje kotača i sintezu Kalmanovog filtra odabire Čebiševljev pojasnopropusni filtar reda $2N = 4$, čija prijenosna funkcija glasi:

$$G_{pp}(z) = \frac{\omega_{pp}(z)}{\omega_m(z)} = \frac{K_f z(z-1)^2}{z^4 + a_{f1}z^3 + a_{f2}z^2 + a_{f3}z + a_{f4}}. \tag{8-34}$$

Dodavanjem modela filtra (8-34) modelu torzijskih vibracija opisanom izrazima (8-31) – (8-33) dobije se sljedeći model procesa:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_1(k) \\ a_2(k) \\ \eta_c(k) \\ \eta_c(k-1) \\ \eta_c(k-2) \\ \eta_c(k-3) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(k)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{f1} & -a_{f2} & -a_{f3} & -a_{f4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}} \underbrace{\begin{bmatrix} a_1(k-1) \\ a_2(k-1) \\ \eta_c(k-1) \\ \eta_c(k-2) \\ \eta_c(k-3) \\ \eta_c(k-4) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(k-1)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{\Omega}} \underbrace{\begin{bmatrix} \nu_1(k-1) \\ \nu_2(k-1) \\ \nu_\eta(k-1) \end{bmatrix}}_{\mathbf{v}(k-1)}, \tag{8-35}$$

$$\omega_m(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} -\omega_m(k-1) & -\omega_m(k-2) & 0 & K_f & -2K_f & K_f \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}(k)} \underbrace{\begin{bmatrix} a_1(k) \\ a_2(k) \\ \eta_c(k) \\ \eta_c(k-1) \\ \eta_c(k-2) \\ \eta_c(k-3) \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(k)}. \tag{8-36}$$

8.4.2. Sinteza adaptivnog Kalmanovog filtra

Na temelju matematičkih modela torzijskih vibracija opisanih izrazima (8-31) – (8-33), odnosno (8-34) i (8-35), jednadžbe Kalmanovog filtra glase:

$$
\begin{aligned}
&\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1) = \mathbf{F}\hat{\mathbf{x}}(k-1 \mid k-1),\\
&\hat{\varepsilon}(k \mid k-1) = y(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1),\\
&\mathbf{P}(k \mid k-1) = \mathbf{F}\mathbf{P}(k-1 \mid k-1)\mathbf{F}^T + \mathbf{\Omega}\mathbf{Q}(k-1)\mathbf{\Omega}^T,\\
&\mathbf{K}(k) = \frac{\mathbf{P}(k \mid k-1)\mathbf{H}^T(k)}{\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k \mid k-1)\mathbf{H}^T(k)},\\
&\hat{\mathbf{x}}(k \mid k) = \hat{\mathbf{x}}(k \mid k-1) + \mathbf{K}(k)\hat{\varepsilon}(k \mid k-1),\\
&\mathbf{P}(k \mid k) = \mathbf{P}(k \mid k-1) - \mathbf{K}(k)\mathbf{H}(k)\,\mathbf{P}(k \mid k-1),
\end{aligned}
\tag{8-37}
$$

gdje $y(k)$ predstavlja mjerni signal brzine vrtnje $\omega_m(k)$ ako se pretpostavlja bijeli šum ceste, odnosno pojasnopropusno filtrirani signal brzine $\omega_{pp}(k)$ u slučaju "obojenog" šuma ceste. Valja uočiti da u izrazu za proračun pojačanja $\mathbf{K}(k)$ nema varijance šuma mjerenja ($r(k) = 0$), jer izlazne jednadžbe (8-33) i (8-36) potekle iz AR modela ne sadrže komponente šuma mjerenja e. Kako bi se osigurala numerička stabilnosti algoritma procjene stanja kada izraz $\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k|k-1)\mathbf{H}^T(k)$ poprima iznose bliske nuli ($\mathbf{HPH}^T \geq 0$ jer je matrica kovarijanci $\mathbf{P}$ pozitivno definitna [75]), izraz za proračun pojačanja može se korigirati na sljedeći način (takozvani postupak egzaktne regularizacije [67]):

$$
\mathbf{K}(k) = \frac{\mathbf{P}(k \mid k-1)\mathbf{H}^T(k)}{\mathbf{H}(k)\mathbf{P}(k \mid k-1)\mathbf{H}^T(k) + \beta_r},
\tag{8-38}
$$

gdje se konstantni koeficijent regularizacije β_r postavlja na mali pozitivni iznos (Dodatak C).

Uz pretpostavku nekoreliranosti i stacionarnosti stohastičkih perturbacija ν_1, ν_2 i ν_η matrica kovarijanci $\mathbf{Q}$ glasi:

$$
\mathbf{Q}(k) = \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & q_\eta \end{bmatrix}.
\tag{8-39}
$$

Izbor varijanci q_1 i q_2 predstavlja kompromis između brzine odziva i iznosa varijacija procijenjenih parametara AR modela a_1 i a_2, odnosno parametara modela torzijskih vibracija ζ i Ω_n u stacionarnom stanju. S druge strane, parametar q_η predstavlja varijancu pobude (šuma ceste), koja može značajno ovisiti o vrsti podloge (Slika 4.25). Uslijed pogreške iznosa parametra q_η može doći do povećanja varijance procjene parametara modela torzijskih vibracija ([97], pogledati također sljedeći odjeljak). U ovom radu se predlaže procjena (korekcija) parametra q_η na temelju varijance signala brzine vrtnje σ_ω^2 (koja je približno proporcionalna varijanci šuma ceste) kako je prikazano na slici 8.23. Početni iznos varijance brzine vrtnje kotača $\sigma_{\omega 0}^2$ odredi se iz signala brzine vrtnje za vožnju po jednoj vrsti podloge

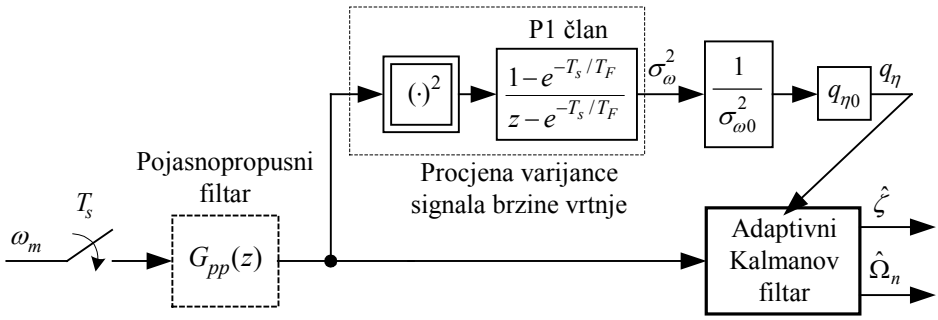
(npr. suhi beton), dok se početni iznos varijance šuma ceste $q_{\eta 0}$ određuje empirijski uz uvjet da se izborom $q_{\eta 0}$ ne naruši povoljno potiskivanje šuma procjeni faktora prigušenja ζ u stacionarnom stanju (ostvareno prikladnim izborom parametara q_1 i q_2) [97].

Brzinu odziva Kalmanovog filtra moguće je poboljšati primjenom adaptacijskog mehanizma zasnovanog na detekciji nagle promjene parametara modela torzijskih vibracija. Pritom se detekcija zasniva na proračunu kumulativne sume a-posteriori pogreške predikcije Kalmanovog filtra $\hat{\varepsilon}(k \mid k) = y(k) - \mathbf{H}(k)\hat{\mathbf{x}}(k \mid k)$.

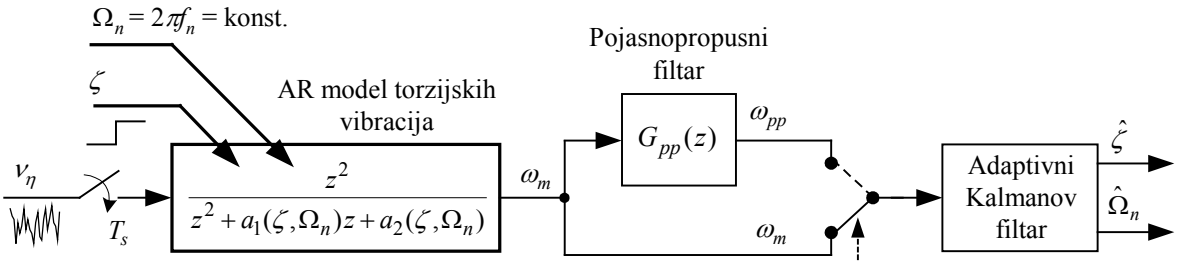
Procijenjeni iznosi parametara torzijskih vibracija ζ i Ω_n određuju iz procijenjenih parametara AR modela a_1 i a_2 primjenom izraza (4-17).

8.4.3. Simulacijski rezultati

Simulacijska provjera Kalmanovog filtra za procjenu parametara modela torzijskih vibracija zasniva se na signalima brzine vrtnje kotača dobivenim pobuđivanjem AR modela stohastičkom pobudom v_η kako je prikazano na 8.24. Radi jednostavnosti, faktor prigušenja torzijskih vibracija ζ mijenja se skokovito u simulaciji (čime se simulira nagla promjena podloge), dok se prirodna frekvencija torzijskih vibracija ($f_n = \Omega_n/2\pi$) ne mijenja.



Slika 8.23. *Blokovski dijagram modifikacije adaptivnog Kalmanovog filtra za velike promjene varijance signala brzine vrtnje kotača (varijance šuma ceste).*



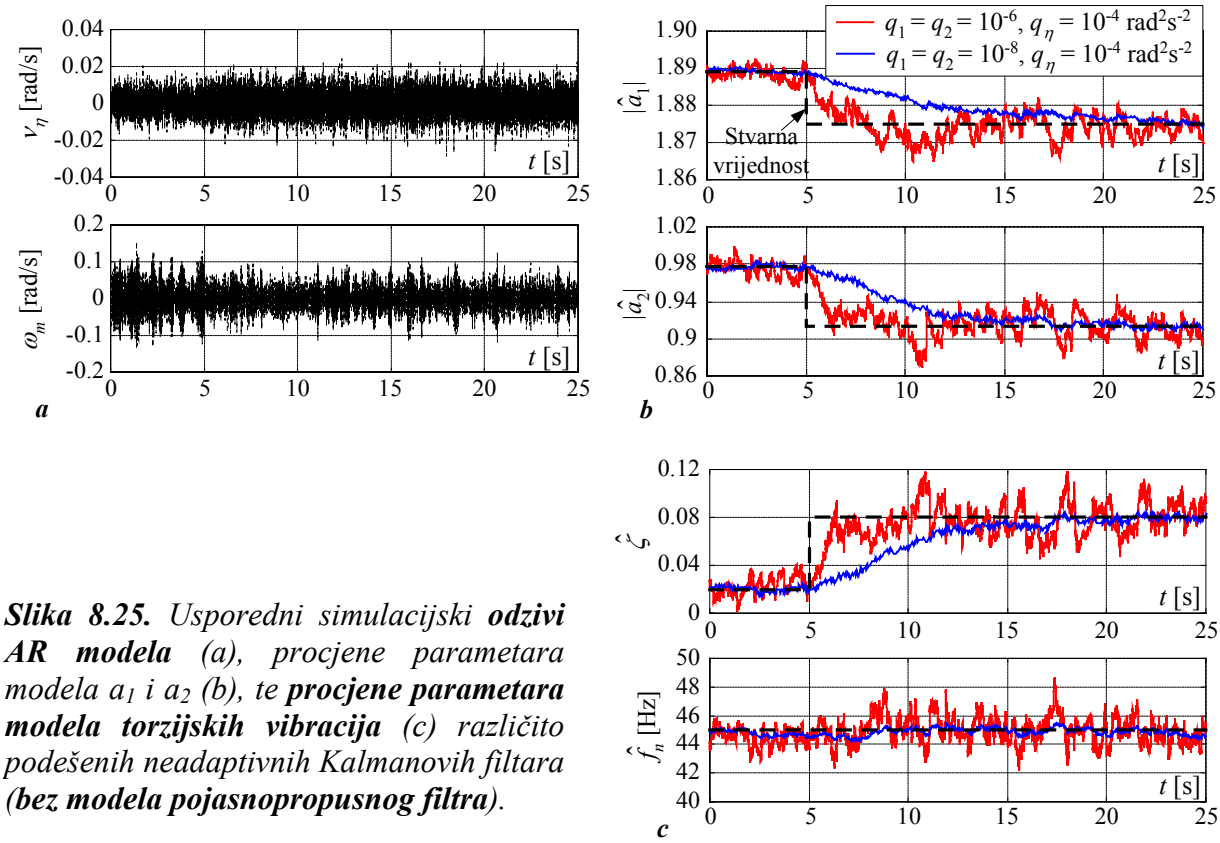
Slika 8.24. *Blokovski dijagram simulacijskog modela namijenjenog provjeri Kalmanovog filtra za procjenu parametara modela torzijskih vibracija.*

Na slici 8.25a prikazani su rezultati simulacije AR modela (bez pojasnopropusnog filtriranja signala ω_m) za slučaj skokovite promjene faktora prigušenja s početnog iznosa ζ = 0,02 na ζ = 0,08 u t = 5 s, uz prirodnu frekvenciju vibracija f_n = 45 Hz. Slika 8.25a pokazuje da je amplituda izlaznog signala AR modela nekoliko puta veća u odnosu na amplitudu pobudnog signala v_η, što je posljedica malih iznosa faktora prigušenja ζ korištenih u simulaciji. Na slikama 8.25b i 8.25c ilustriran je utjecaj izbora parametara q_1 i q_2 neadaptivnog Kalmanovog filtra na brzinu odziva i potiskivanje šuma u procjeni parametara AR modela, odnosno izvornih parametara ζ i f_n (proračunatih prema izrazu (4-17)). Radi jednostavnosti, parametar q_η postavlja se na iznos varijanci perturbacija pobude AR modela v_η (q_η = 10^{-4} rad^{2}s^{-2}). Period uzorkovanja Kalmanovog filtra iznosi T_s = 1 ms, dok je koeficijent regularizacije postavljen na iznos $\beta_r = 10^{-9}$. Prema očekivanjima, kod većih iznosa parametara q_1 i q_2 postižu se veće brzine odziva procjene parametara na nagle promjene faktora prigušenja ζ, no uz izražene perturbacije (šum) u procjeni parametara modela torzijskih vibracija u stacionarnom stanju. U svrhu postizanja dobrog potiskivanja šuma i točne procjene parametara u stacionarnom stanju, q_1 i q_2 se postavljaju na male iznose.

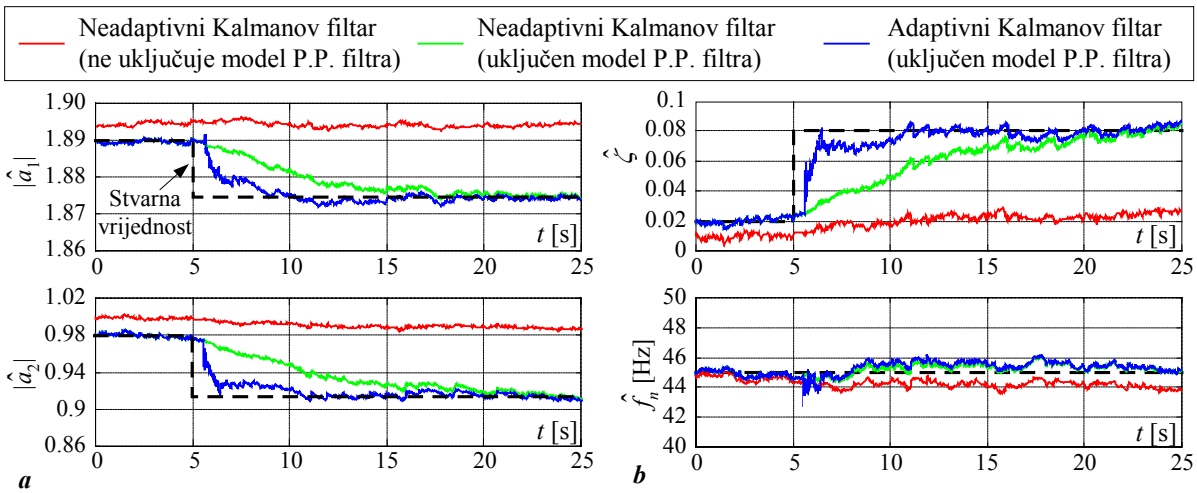
Na slici 8.26 prikazani su usporedni rezultati procjene parametara AR modela torzijskih vibracija primjenom neadaptivnog i adaptivnog Kalmanovog filtra kada se mod torzijskih vibracija izdvaja Čebiševljevim pojasnopropusnim filtrom reda $2N$ = 4 (granične frekvencije su f_{g1} = 20 Hz i f_{g2} = 60 Hz). Radi jednostavnosti simulacija je provedena uz konstantan iznos varijance šuma ceste (q_η= 10^{-4} rad^{2}s^{-2}). Parametri razmatranih Kalmanovih filtara navedeni su u Dodatku C. Odzivi na slici 8.26 pokazuju da primjena Kalmanovog filtra zasnovanog na AR modelu koji ne uključuje model pojasnopropusnog (P.P.) filtra rezultira značajnom statičkom pogreškom procjene parametara AR modela torzijskih vibracija. Ukoliko se AR model proširi modelom pojasnopropusnog filtra, neadaptivni Kalmanov filtar daje točnu procjenu faktora prigušenja ζ u stacionarnom stanju (vrijeme odziva procjene ζ je oko 15 s). Primjena adaptivnog Kalmanovog filtra rezultira 10 bržim odzivima procjene parametara AR modela, odnosno faktora prigušenja torzijskih vibracija ζ (gornji graf slike 8.26b).

Učinkovitost algoritma procjene parametra q_η ilustrira se na primjeru prethodno razmatranog neadaptivnog Kalmanovog filtra podešenog za dobro potiskivanje šuma. Simulacijski odzivi AR modela kada se varijanca pobude (šuma ceste) promijeni s iznosa 10^{-4} rad^{2}s^{-2} na $2.5 \cdot 10^{-3}$ rad^{2}s^{-2} (uz ζ = 0,02 i f_n = 45 Hz) prikazani su na slici 8.27a. Parametri algoritma procjene parametra q_η određeni su empirijski na temelju početnog dijela odziva

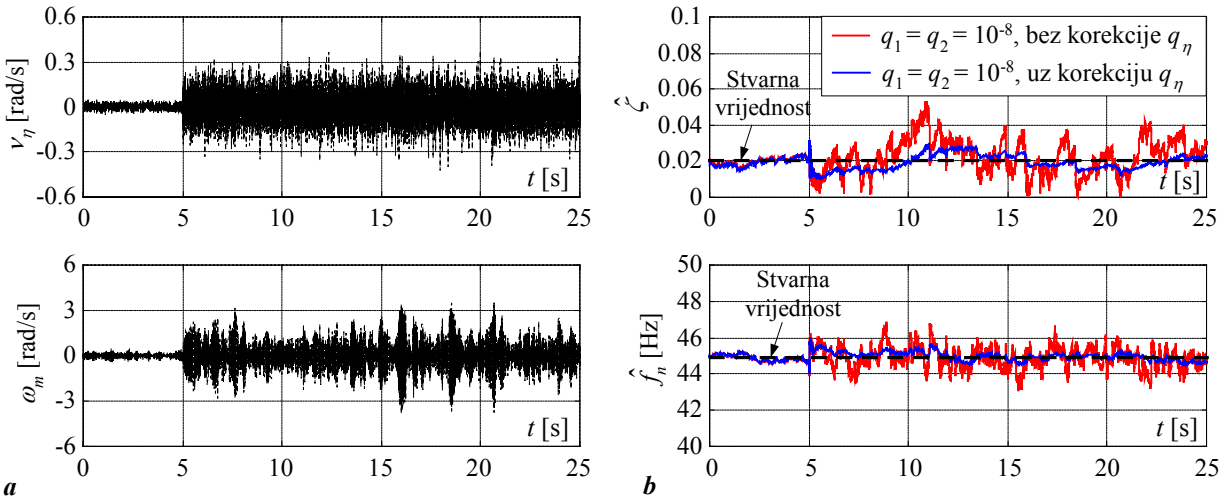
brzine vrtnje kotača (t = 0 – 5 s) i iznose $\sigma^2_{\omega 0}$ = 0,05 rad^{2}s^{-2} i T_F = 1 s. Odzivi na slici 8.27b pokazuju da se procjenom parametra q_η znatno umanjuje utjecaj promjene varijance šuma ceste na točnost procjene parametara AR modela torzijskih vibracija u odnosu na slučaj kada se koristi Kalmanov filtar podešen s konstantnim iznosom parametra q_η.



Slika 8.25. *Usporedni simulacijski* ***odzivi AR modela*** *(a), procjene parametara modela a_1 i a_2 (b), te* ***procjene parametara modela torzijskih vibracija*** *(c) različito podešenih neadaptivnih Kalmanovih filtara* ***(bez modela pojasnopropusnog filtra)****.*



Slika 8.26. *Usporedni* ***odzivi procjene parametara AR modela*** *a_1 i a_2 (a), te procjene* ***parametara*** *modela* ***torzijskih vibracija*** *(b) primjenom Kalmanovih filtara sa i bez adaptacije* ***(primjenjen pojasnopropusni filtar*** *za izdvajanje moda torzijskih vibracija).*



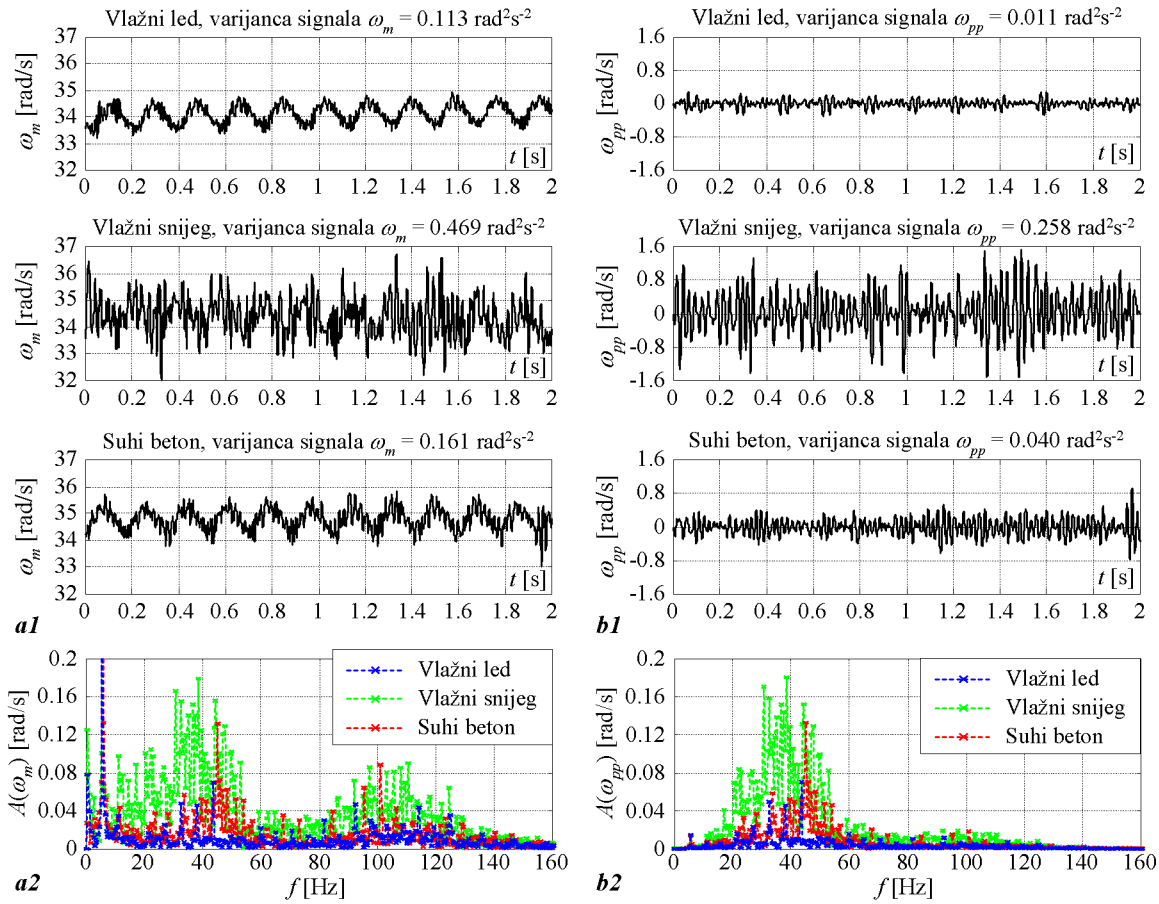
Slika 8.27. *Utjecaj procjene parametra q_η na točnost procjene parametara modela torzijskih vibracija pri naglim promjenama varijance šuma ceste.*

8.4.4. Eksperimentalni rezultati

Predloženi Kalmanov filtar za procjenu parametara modela torzijskih vibracija (čiji parametri su navedeni u dodatku C) ispituje se na eksperimentalnim podacima snimljenim senzorom visoke rezolucije (VR senzorom) postavljenom na desnom stražnjem kotaču Ford Focus vozila pri brzinama od približno 40 km/h. VR senzor je odabran zbog veće točnosti (razlučivanja), te jednostavnosti primjene (nije potreban složen postupak predobrade signala kao kod signala s ABS senzora).

Na slici 8.28 prikazani su mjerni signali brzine vrtnje s VR senzora i pripadajući amplitudni spektri signala za vožnju po suhom betonu, vlažnom snijegu i vlažnom ledu prije i nakon primjene pojasnopropusnog filtra za izdvajanje moda torzijskih vibracija između 40 i 50 Hz. Signali brzine vrtnje na slikama 8.28a1 i 8.28a2 pokazuju da je varijanca signala brzine vrtnje kotača za vožnju po snijegu za red veličine veća od varijanci dobivenih za vožnju po betonu i ledu. Amplitudni spektri signala brzine vrtnje pokazuju da predloženi Čebiševljev pojasnopropusni filtar razmjerno uspješno izdvaja relevantni mod torzijskih vibracija između 40 i 50 Hz (naročito za suhi beton i vlažni led).

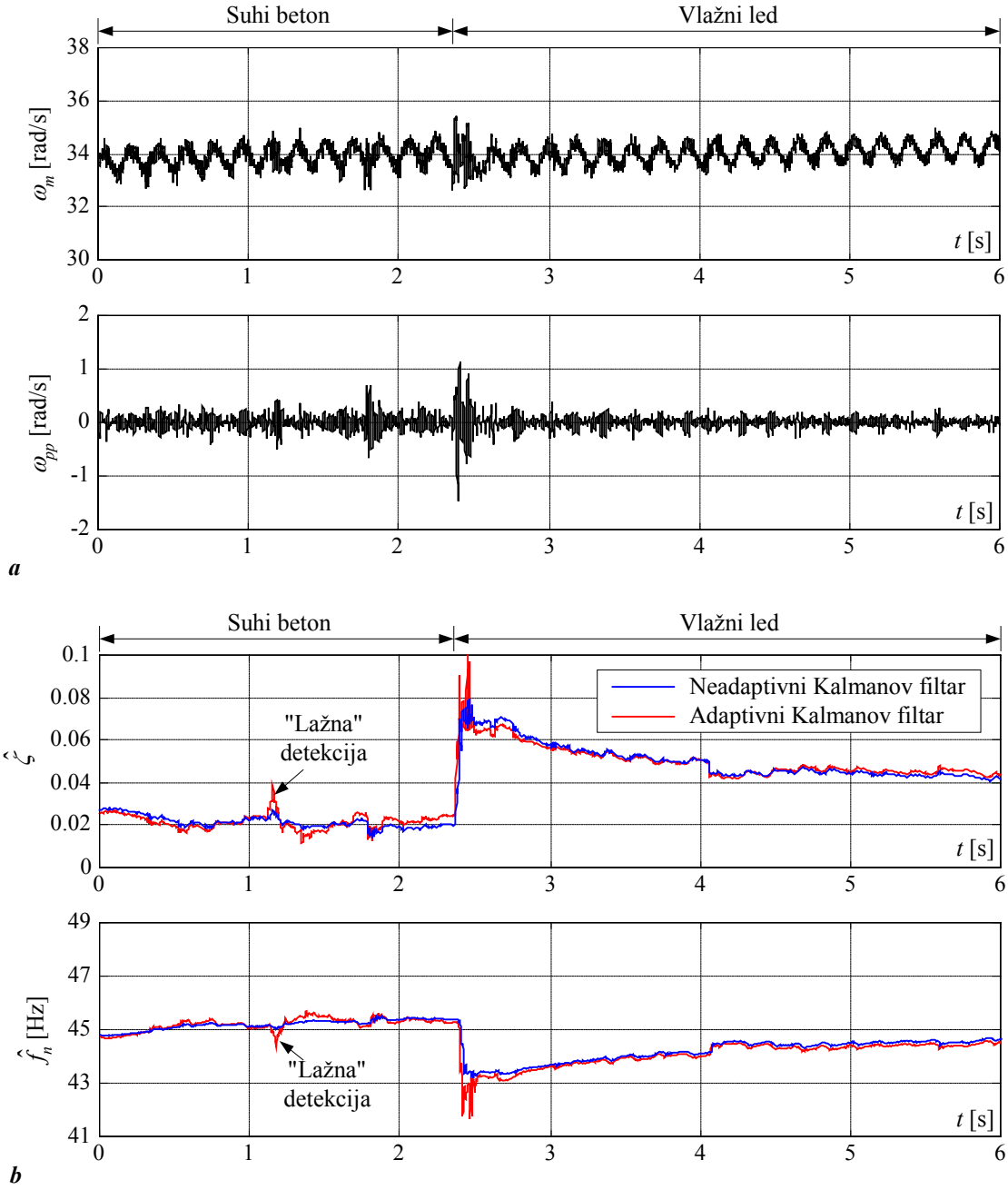
Slike 8.29 i 8.30 prikazuju usporedne eksperimentalne odzive brzine vrtnje kotača prije i nakon filtriranja pojasnopropusnim filtrom, te odzive procjene parametara modela torzijskih vibracija pri prelasku sa suhog betona na vlažni led, odnosno sa suhog betona na vlažni snijeg. Signali brzine vrtnje na slikama 8.29a i 8.30a pokazuju da se na mjestu prelaska pojavljuju značajna istitravanja moda torzijskih vibracija, (neravnine na mjestu prijelaza



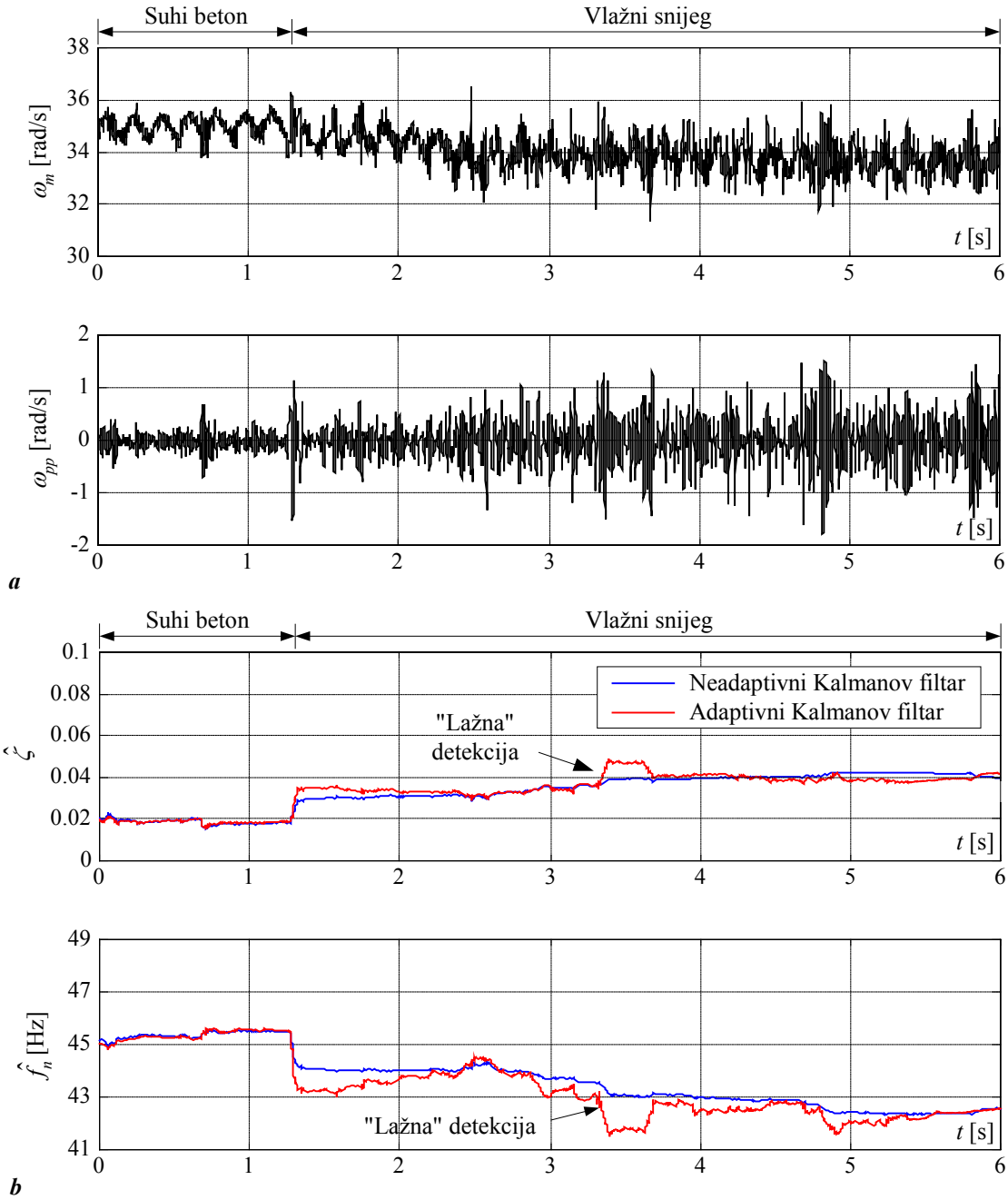
Slika 8.28. *Usporedni eksperimentalni odzivi (a) i amplitudni spektri (b) signala brzine vrtnje s VR senzora, prije i nakon filtriranja pojasnopropusnim filtrom.*

izravno pobuđuju mod na 40 Hz), što ima neočekivano pozitivan učinak na brzinu odziva procjene faktora prigušenja ζ. Naime, odzivi na slici 8.29b pokazuju da zahvaljujući kratkotrajnoj, no intenzivnoj, pobudi moda torzijskih vibracija neadaptivni Kalmanov filtar postiže praktički jednako vrijeme odziva procjene faktora tozijskih vibracija ζ (približno 50 ms), kao i složeniji adaptivni Kalmanov filtar pri prelasku s betona na led. Ovaj efekt je nešto manje izražen u slučaju prelaska s betona na vlažni snijeg, gdje primjena adaptivnog Kalmanovog filtra rezultira nešto bržim odzivom i većim iznosima procjene faktora prigušenja ζ nakon prelaska (čime se postiže bolje razlučivanje dviju podloga). Primjena adaptacijskog mehanizma rezultira razmjerno rijetkim "lažnim" detekcijama u stacionarnom stanju, a koje ne povećavaju značajno razinu perturbacija u procjeni parametara (Slike 8.29b i 8.30b). Stacionarne vrijednosti procjene faktora prigušenja ζ razmjerno dobro koreliraju s vrijednostima dobivenim IV postupkom identifikacije parametara AR modela (pogledati sliku 4.29b). Prirodna frekvencija torzijskih vibracija f_n ponešto se mijenja s promjenom vrste podloge (što je također u skladu s rezultatima identifikacije prikazanim na slici 4.29a).

Ovdje treba napomenuti da su navedeni rezultati dobiveni za slučaj vožnje po ravnim podlogama, pa su se pokrajnji rezonancijski modovi (posljedica neravnomjerne pobude) mogli lako mogli ukloniti iz spektra signala brzine vrtnje pojasnopropusnim filtrom (vidi sliku 4.24). U praksi, međutim, pouzdanost procjene (spossobnost razlučivanja) može značajno ovisiti o neravnosti podloge, jer pokrajnji modovi mogu značajnije utjecati na spektar signala oko frekvencije 40 Hz.



Slika 8.29. *Usporedni eksperimentalni odzivi brzine vrtnje kotača* ***pri prelasku sa suhog betona na vlažni led*** *prije i nakon filtriranja pojasnopropusnim filtrom (a), te odzivi procjene parametara modela torzijskih vibracija (b).*



Slika 8.30. *Usporedni eksperimentalni odzivi brzine vrtnje kotača* ***pri prelasku sa suhog betona na vlažni snijeg*** *prije i nakon filtriranja pojasnopropusnim filtrom (a), te odzivi procjene parametara modela torzijskih vibracija (b).*

9. Zaključak

U ovom radu projektirani su i eksperimentalno provjereni sustavi procjene (estimatori) varijabli stanja različitih podsustava automobilskog pogona, s posebnim naglaskom na procjenu momenta tereta Ottovog motora s primjenama u regulaciji.

Razmotreni su dinamički modeli pojedinih podsustava automobilskog pogona za primjene u sintezi sustava procjene i regulacije. Opisan je takozvani usrednjeni nelinearni model Ottovog motora (engl. Mean Value Engine Model, MVEM) pogodan za sintezu sustava procjene momenta tereta i masenog protoka zraka u usisni kolektor motora. Usrednjeni model je lineariziran i dodatno pojednostavljen za primjene u sintezi sustava regulacije brzine vrtnje Ottovog motora u praznom hodu. U radu su također razmotreni različiti statički i dinamički modeli trenja zasnovani na fizikalnim i empirijski uočenim svojstvima kontakta između automobilske gume i podloge. Opisan je i detaljno analiziran statički LuGre model trenja između kotača i podloge za širok raspon faktora klizanja kotača. Detaljno su analizirani linearizirani model statičke karakteristike u području malih iznosa faktora klizanja, te dinamički model torzijskih vibracija automobilske gume pobuđenih neravninama na cesti. Naglasak je dan na empirijski uočenu proporcionalnu vezu između iznosa gradijenta statičke karakteristike i iznosa koeficijenta trenja za širok raspon faktora klizanja, odnosno obrnuto proporcionalnu vezu faktora prigušenja torzijskih vibracija i gradijenta statičke karakteristike u području malih klizanja kotača.

Detaljna eksperimentalna identifikacija dinamičkih modela podsustava automobilskog pogona provedena je na eksperimentalnim postavima Ottovog motora, Ford Focus ispitnog vozila i eksperimentalnog vozila na električni pogon s motorom ugrađenim u pogonski kotač. Statičke mape usrednjenog modela Ottovog motora rekonstruirane su na temelju relativno velikog broja statičkih eksperimenata. Pokusom zalijetanja i zaustavljanja određeni su momenti inercija pogona Ottovog motora, te pogonskog servomotora motora i kotača vozila na električni pogon. Poseban naglasak je dan na određivanje gradijenta statičke karakteristike trenja za pravocrtno gibanje vozila i male iznose faktora klizanja. Rezultati identifikacije su pokazali da gradijent statičke karakteristike trenja značajno ovisi o vrsti podloge, odnosno da se veći iznosi gradijenata karakteristike postižu na podlogama karakteriziranim većim iznosima koeficijenta trenja (potencijala sile trenja). Naime, gradijent statičke karakteristike za suhi beton je 5-8 puta veći u odnosu na podlogu prekrivenu ledom, odnosno oko tri puta veći u odnosu na podlogu prekrivenu snijegom (izuzeci od ovog pravila su suhi led s klizališta

i tzv. suhi hrapavi led kod kojih su uočeni visoki iznosi gradijenata pri iznosima faktora klizanja bliskim nuli). FFT analizom signala brzine vrtnje kotača pri vožnji po različitim vrstama podloga potvrđeno je postojanje rezonancijskih modova uslijed torzijskih vibracija automobilske gume na frekvencijama od približno 40 Hz (Ford Focus vozilo), odnosno 20 Hz (vozilo na električni pogon). Ovi modovi su za potrebe identifikacije oscilatornog modela torzijskih vibracija izdvojeni primjenom odgovarajućeg pojasnopropusnog filtra. U slučaju signala s ABS senzora, prije izdvajanja moda torzijskih vibracija potrebno je provesti razmjerno složen postupak predobrade signala koji uključuje uklanjanje kutne pogreške ABS senzora. Rezultati procjene faktora prigušenja torzijskih vibracija za Ford Focus vozilo pokazali su da je faktor prigušenja torzijskih vibracija za vožnju po suhom betonu svega 50% manji od faktora prigušenja za vožnju po podlogama prekrivenim ledom odnosno snijegom. Ukoliko se za procjenu faktora prigušenja torzijskih vibracija koriste signali brzine vrtnje kotača vozila na električni pogon (dobiveni senzorima brzine vrtnje vrlo visoke razlučivosti), postiže se znatno točnija procjena faktora prigušenja i bolja korelacija između faktora prigušenja i iznosa gradijenta statičke karakteristike, naročito za vožnju po asfaltu i podlozi prekrivenoj ledom. Naime, za vožnju po asfaltu i podlozi prekrivenoj ledom procijenjeni su iznosi faktora prigušenja torzijskih vibracija točno obrnuto proporcionalni pripadajućim procijenjenim iznosima gradijenata statičkih karakteristika. Za vožnju po snijegu srednji iznosi faktora prigušenja su dva do tri puta manji od iznosa očekivanih na temelju analize gradijenata statičkih karakteristika, što je posljedica preklapanja rezonancijskog moda torzijskih vibracija na 20 Hz s niskofrekvencijskim modovima u signalu brzine vrtnje kotača, a koji se nisu mogli u potpunosti ukloniti primjenom pojasnopropusnog filtra.

U radu je predložen koncept sinteze sustava procjene varijabli stanja automobilskog pogona zasnovan na adaptivnom Kalmanovom filtru. Koncept se sastoji od klasičnog (neadaptivnog) Kalmanovog filtra podešenog za dobro potiskivanje šuma u procijenjenim varijablama stanja u stacionarnom stanju i prikladnog adaptacijskog mehanizma koji kratkotrajno povećava iznose pojačanja Kalmanovog filtra nakon detekcije nagle promjene varijabli stanja, čime se poboljšava kvaliteta slijeđenja (smanjuje se pogreška slijeđenja). Algoritam detekcije nagle promjene varijabli stanja zasnovan je na promatranju vladanja kumulativne sume predikcijske pogreške Kalmanovog filtra.

Predloženi adaptivni Kalmanov filtar prvenstveno se ispituje u sustavu procjene momenta tereta Ottovog motora. Sinteza adaptivnog Kalmanovog filtra za procjenu momenta tereta Ottovog motora zasniva se na linearnom modelu rotacijskog gibanja motora (model inercije),

u kojem se moment tereta tretira kao poremećajna veličina. Moment tereta se opisuje linearnim stohastičkim modelom drugog reda s ciljem postizanja dobrog dinamičkog vladanja sustava procjene momenta tereta s naglaskom na kvalitetu slijeđenja. Adaptivni Kalmanov filtar podešen je za dobro potiskivanje šuma u procjeni momenta tereta Ottovog motora u stacionarnopm stanju, te za brzu i robusnu detekciju naglih promjena momenta tereta čime se postiže visoka kvaliteta slijeđenja naglih promjena. U tu je svrhu razvijen jednoznačan postupak podešavanja adaptivnog Kalmanovog filtra momenta tereta koji se provodi u više odvojenih koraka. Provedena je usporedna analiza adaptivnog i neadaptivnog Kalmanovog filtra, te klasičnog Luenbergerovog estimatora momenta tereta simulacijama na računalu i na prethodno snimljenim eksperimentalnim podacima. Pokazano je da neadaptivni Kalmanov filtar i Luenbergerov estimator imaju slične strukture, te da se mogu podesiti za slično dinamičko vladanje procjene momenta tereta. Nadalje, procjene momenta tereta temeljene na neadaptivnom Kalmanovom filtru, odnosno Luenbergerovom estimatoru odgovaraju rekonstrukciji momenta tereta primjenom jednostavnog modela poremećajne veličine prvog reda, filtriranoj niskopropusnim filtrom trećeg reda. Ukoliko se Kalmanov filtar proširi adaptacijskim mehanizmom zasnovanim na detekciji nagle promjeni momenta tereta, dolazi do značajnog poboljšanja sposobnosti potiskivanje šuma u procjeni momenta tereta u odnosu na neadaptivni Kalmanov filtar i Luenbergerov estimator (postiže se 60%-tno smanjenje RMS vrijednosti šuma), uz očuvanje povoljne kvalitete slijeđenja (odnosno brzine odziva) pri brzim promjenama momenta tereta.

Predloženi adaptivni Kalmanov filtar primijenjen je kao osnova kompenzatora momenta tereta u sustavu regulacije brzine vrtnje Ottovog motora u praznom hodu (engl. Idle Speed Control, ISC) s proporcionalno-integralnim (PI) regulatorom brzine vrtnje. Analiza stabilnosti cjelokupnog sustava regulacije brzine vrtnje u praznom hodu (ISC sustava) pokazala je da primjena neadaptivnog Kalmanovog filtra podešenog za visoku brzinu odziva (visoki iznosi pojačanja) rezultira slabo prigušenim vladanjem ISC sustava uslijed pogrešaka modeliranja i linearizacije modela Ottovog motora. Također je pokazano da je predložena struktura ISC sustava razmjerno neosjetljiva na pogreške iznosa momenta inercije motora i mrtvog vremena razvijanja okretnog momenta, kada se u kompenzatoru momenta tereta koristi neadaptivni Kalmanov filtar podešen za dobro potiskivanje šuma (odnosno spor odziv). Primjenom adaptivnog Kalmanovog filtra temeljenog na sporom stacionarnom Kalmanovom filtru dobije se stabilno i robusno vladanje ISC sustava zbog impulsnog karaktera adaptacije zasnovane na detekciji nagle promjene momenta tereta. Za slučaj perzistirajućih visokofrekvencijskih

varijacija momenta tereta predložena je jednostavna modifikacija adaptacijskog mehanizma Kalmanovog filtra kako bi se izbjeglo nepotrebno forsiranje upravljačkog signala i očuvalo povoljno prigušenje odziva ISC sustava. Navedena modifikacija zasnovana je na brojanju detekcija naglih promjena momenta tereta unutar određenog vremenskog intervala, te onemogućavanju adaptacije u slučaju povećanja frekvencije naglih promjena iznad maksimalnog dopuštenog iznosa.

Usporednom eksperimentalnom analizom pokazano je da se primjenom kompenzatora momenta tereta zasnovanog na adaptivnom Kalmanovom filtru postiže značajno poboljšanje kvalitete regulacije ISC sustava u usporedbi s primjenom kompenzatora momenta tereta zasnovanog na sporom neadaptivnom Kalmanovom filtru, te posebice kada se koristi samo PI regulator brzine vrtnje Ottovog motora. Primjenom navedenog adaptivnog sustava regulacije brzine vrtnje postignut je vrlo dobar kompromis između potiskivanja utjecaja poremećaja (momenta tereta) i potiskivanja šuma u upravljačkom signalu brzine. Poboljšanje karakteristika ISC sustava također se može postići ukoliko se PI regulator brzine vrtnje zamijeni PID regulatorom ili polinomskim regulatorom s konstantnim iznosima parametara. Međutim, vladanje regulatora s konstantnim parametarima je u značajnoj mjeri inferiorno vladanju PI regulatora proširenog s adaptivnim kompenzatorom momenta tereta, i to zbog visokih razina šuma u upravljačkom signalu (posebice u slučaju PID regulatora), odnosno osjetljivosti na nemodeliranu dinamiku motora u slučaju polinomskog regulatora. Eksperimentalnom analizom također je pokazano da je regulacijsko djelovanje predloženog adaptivnog kompenzatora momenta tereta slično djelovanju unaprijednog kompenzatora momenta tereta temeljenog na izravnom mjerenju momenta tereta. Jedina bitna razlika je u neizbježnom kašnjenju odziva adaptivnog kompenzatora uzrokovanom inherentnim kašnjenjem detekcije nagle promjene momenta tereta. Prema tome, može se zaključiti da primjena predloženog adaptivnog kompenzatora predstavlja svojevrsno optimalno rješenje u slučajevima kada se moment tereta Ottovog motora ne može izravno izmjeriti (rekonstruirati).

Predloženi koncept adaptivnog Kalmanovog filtra zasnovanog na linearnom modelu prvog reda, u kojem se jedna od veličina tretira kao poremećajna veličina (opisana stohastičkom modelom drugog reda), uspješno je primijenjen za procjenu ulaznog masenog protoka zraka u usisni kolektor Ottovog motora i vučne sile pogonskog kotača vozila na električni pogon. Eksperimentalna provjera adaptivnog Kalmanovog filtra, provedena na prethodno snimljenim podacima, potvrdila je visoku kvalitetu slijeđenja naglih promjena masenog protoka odnosno vučne sile kotača, uz povoljno potiskivanje perturbacija (šuma) uzrokovanih taktnim radom

Ottovog motora (maseni protok), odnosno torzijskim vibracijama automobilske gume (vučna sila pogonskog kotača). Nadalje, u slučaju procjene vučne sile pogonskog kotača, rekonstrukcija kutne akceleracije pogonskog kotača je u sprezi s detekcijom nagle promjene vučne sile uspješno iskorištena za detekciju proklizavanja kotača. Analogno slučaju regulacije brzine vrtnje Ottovog motora, adaptivni Kalmanov filtar je primijenjen za kompenzaciju poremećajne veličine (sile trenja) u sustavu regulacije vučne sile vozila (engl. Traction Control System, TCS). Učinkovitost predloženog koncepta upravljanja vučnom silom vozila provjerena je simulacijama na računalu. Rezultati pokazuju da bi se u slučaju podešenja PI regulatora brzine vrtnje pogonskog kotača za razmjerno spor odziv (npr. u pogonima zasnovanim na motoru s unutarnjim izgaranjem), primjenom kompenzatora poremećajne veličine zasnovanog na adaptivnom Kalmanovom filtru (npr. implementiranog u sklopu sustava upravljanja kočnim sklopom kotača) mogle značajno poboljšati performanse sustava upravljanja vučnom silom vozila.

Adaptivni Kalmanov filtar je također primijenjen za procjenu gradijenta ststičke karakteristike trenja za male iznose faktora klizanja, odnosno faktora prigušenja torzijskih vibracija automobilske gume, na temelju kojih se posredno procjenjuje koeficijent trenja između kotača i podloge (stanje podloge). Sinteza adaptivnih Kalmanovih filtara zasnovana je na linearnom modelu statičke karakteristike trenja za mala klizanja kotača, odnosno autoregresijskom (AR) modelu torzijskih vibracija automobilske gume. Primjenom adaptivnog Kalmanovog filtra postiže se točna procjena gradijenta statičke kerakteristike trenja u stacionarnom stanju za vožnju po betonu, vlažnom snijegu i vlažnom ledu, dok je vrijeme odziva (vrijeme detekcije prelaska s betona na podlogu prekrivenu snijegom ili ledom) oko 300 ms. U slučaju procjene faktora prigušenja torzijskih vibracija, postignuto je dobro razlučivanje između betona i podloge prekrivene snijegom ili ledom, a vrijeme odziva iznosi svega oko 50 ms. Malo vrijeme odziva je dijelom posljedica bolje pobuđenosti moda torzijskih vibracija na 40 Hz pri prelasku kotača preko neravnine na mjestu prijelaza između betona i podloge prekrivene snijegom, odnosno ledom.

Na temelju navedenog može se zaključiti da izvorni znanstveni doprinos ovog rada sadrži sljedeće:

- Sintezu i eksperimentalnu potvrdu sustava procjene varijabli stanja automobilskog pogona, zasnovanih na adaptivnom Kalmanovom filtru, s posebnim naglaskom na procjenu momenta tereta Ottovog motora, te analizu robusnosti predloženih sustava procjene s obzirom na pogreške modeliranja procesa.

- Sintezu adaptivnog sustava regulacije brzine vrtnje motora s PI regulatorom proširenim s unaprijednim kompenzatorom zasnovanim na adaptivnom Kalmanovom filtru za procjenu momenta tereta Ottovog motora, te usporednu analizu prednosti predložene adaptivne regulacijske strukture u odnosu na druge, konvencionalne strukture.
- Detaljnu eksperimentalnu analizu gradijenata statičke karakteristike trenja u području niskih iznosa klizanja kotača i faktora prigušenja vibracijskog moda autogume, te njihovu korelaciju s iznosom koeficijenta trenja pri većim iznosima klizanja (odnosno sa stanjem podloge).

Dodatak A: Mjerenje brzine vrtnje kotača Ford Focus vozila

Dodatak A.1: Svojstva mjerenja brzine vrtnje kotača T-postupkom

Mjerenje brzine vrtnje kotača zasniva se na mjerenju vremenskog intervala između dvaju uzastopnih impulsa s ABS senzora i visokorezolucijskog (VR) senzora (tzv. T-postupak mjerenja brzine [65]), te je stoga period uzorkovanja signala brzine vrtnje obrnuto proporcionalan trenutnoj vrijednosti brzine. Slika A.1 prikazuje eksperimentalno dobivene ovisnosti perioda uzorkovanja signala o brzini vrtnje kotača za ABS i VR senzor. Rezultati pokazuju da je period uzorkovanja signala brzine vrtnje ABS senzora preko 10 puta veći u odnosu na signal brzine vrtnje VR senzora jer je njegova razlučivost preko 10 puta manja u odnosu na razlučivost VR senzora (razlučivost ABS senzora iznosi 44 impulsa po okretaju, dok razlučivost VR senzora iznosi 512 impulsa po okretaju [66]).

Period uzorkovanja $T_s(\omega)$ ovisi o rezoluciji senzora n_i (broj impulsa po okretaju, odnosno u slučaju ABS senzora broj "zubi" na nazubljenom rotoru, pogledati sljedeći odjeljak):

$$T_s(\omega) = \frac{2\pi}{n_i \omega} = \frac{k_S}{\omega} \ . \tag{A-1}$$

Uvrštavanjem n_i = 512 za VR senzor, odnosno n_i = 44 za ABS senzor dobiju se sljedeće vrijednosti konstante senzora k_S (rad/impulsu):

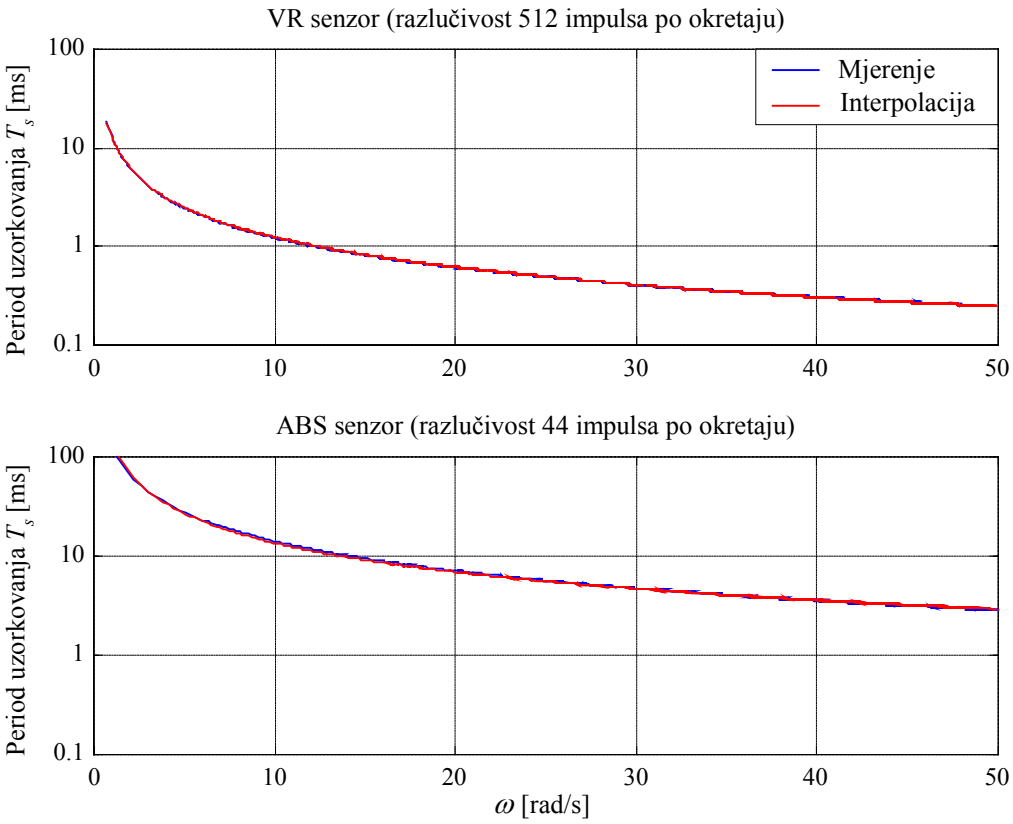
$$\begin{aligned} k_{S,VR} &= 0{,}0123 \ , \\ k_{S,ABS} &= 0{,}1428 \ . \end{aligned} \tag{A-2}$$

Na slici A.1 prikazane su eksperimentalno dobivene krivulje $T_s(\omega)$ i interpolacijeke krivulje dobivene primjenom izraza A-2. Interpolacijske krivulje prikazane na slici A.1 vrlo se dobro polapaju s eksperimentalno dobivenim krivuljama. Vrijednosti perioda uzorkovanja za neke tipične brzine gibanja vozila u uzdužnom smjeru dane su u tablici A.1.

T-postupak mjerenja brzine zapravo se svodi na numeričko diferenciranje mjernog signala položaja, te je dobiveni signal brzine vrtnje efektivno zakašnjen za polovicu iznosa perioda uzorkovanja ($T_s/2$) [65]. Stoga se mjerni član brzine vrtnje može približno opisati P1 članom s jediničnim pojačanjem i graničnom frekvencijom $f_g = (\pi T_s(\omega))^{-1}$. Granične frekvencije ABS i VR senzora također su navedene u tablici A.1.

Valja uočiti da granična frekvencija ABS senzora pada ispod 40 Hz kod brzina vrtnje kotača manjih of 20 km/h. Stoga se signal brzine vrtnje s ABS senzora ne može upotrijebiti za

identifikaciju visokfrekvencijske dinamike kotača pri razmjerno malim brzinama vrtnje (npr. moda torzijskih vibracija kotača na frekvenciji od približno 40 Hz, pogledati odjeljak 4.3.3).



Slika A.1. *Eksperimentalno dobivene ovisnosti perioda uzorkovanja VR i ABS senzora.*

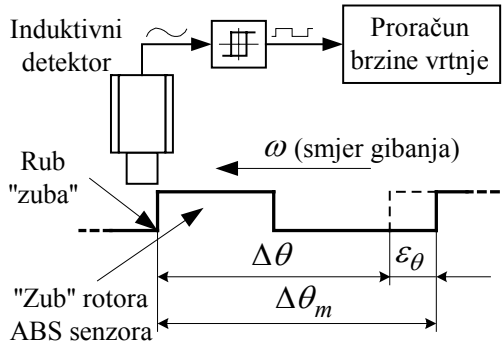
Tablica A.1. *Vrijednosti perioda uzorkovanja i odgovarajuće efektivne širine propusnih opsega VR i ABS senzora za tipične brzine vozila.*

		Period uzorkovanja T_s [ms]		Granična frekvencija senzora f_g [Hz]	
v [km/h]	ω [rad/s]	VR	ABS	VR	ABS
20	18,5	0,66	8,4	480	38
40	37,0	0,33	4,2	960	76
60	55,6	0,22	2,8	1440	114
80	74,1	0,16	2,1	1920	152

Dodatak A.2: Uklanjanje kutne pogreške ABS senzora

ABS senzor je pristupačan elektromagnetski senzor brzine vrtnje niske razlučivosti koji je pogodan za standardne primjene u sustavima kočenja (ABS sustavi). ABS senzor je zasnovan na principu inkrementalnog davača impulsa. Međutim, zbog razmjerno širokih tolerancija širina pojedinih "zuba" na rotoru senzora, signal brzine vrtnje može biti karakteriziran razmjerno velikom pogreškom mjerenja kuta zakreta (brzine vrtnje) kotača (tzv. kutna pogreška senzora). Kutnu pogrešku senzora je potrebno kompenzirati da bi se signali brzine vrtnje s ABS senzora mogli koristiti za analizu torzijskih vibracija automobilske gume na frekvenciji od približno 40 Hz [66].

Na slici A.2 prikazan je princip mjerenja brzine vrtnje (kuta zakreta) pomoću ABS senzora. Induktivni detektor (induktivni blizinski senzor) s prikladnim elektroničkim sklopovljem za obradu signala detektira nailazak pojedinih "zuba" rotora. Uz pretpostavku jednakih (idealnih) širina svih "zuba", kutni pomak između dva susjedna "zuba" trebao bi imati jednaku vrijednost $\Delta\theta$ za sve "zube". Izmjerena brzina vrtnje ω je obrnuto proporcionalna vremenskom intervalu $\Delta T(i)$ između dva uzastopna impulsa iz induktivnog detektora:



Slika A.2. *Princip mjerenja brzine vrtnje primjenom ABS senzora.*

$$\omega(i) = \frac{\Delta\theta(i)}{\Delta T(i)} = \frac{2\pi}{n_i}\frac{1}{\Delta T(i)} = \frac{k_S}{\Delta T(i)} \ , \tag{A-3}$$

gdje je:

$\omega(i)$ – izmjerena brzina vrtnje za i-ti "zub",

n_i – ukupni broj "zuba" ABS senzora (n_i = 44 u konkretnom slučaju),

$k_S = 2\pi/n_i$ – konstanta ABS senzora.

Međutim, ukoliko razmaci između dva susjedna "zuba" ne bi bili isti ($\Delta\theta_m \neq \Delta\theta$), izmjereni vremenski intervali između dvije detekcije nailaska "zuba" ΔT_m također bi ovisili o udaljenosti (kutnom pomaku) između "zuba", pa bi mjerenje brzine vrtnje prema izrazu (A-3) bilo karakterizirano pogreškom. Vremenski interval ΔT_m između dvaju uzastopnih impulsa iz induktivnog detektora razmjeran je kutnom pomaku između dva nailazeća ruba susjednih "zuba" na rotoru (Slika A.2). Odatle je moguće izraziti stvarno mjerenje vremenskog intervala

ΔT_m u funkciji idealnog mjerenja intervala između dva impulsa ΔT (kada ne bi postojala kutna pogreška):

$$\Delta T_m(i) = \Delta T(i)\left(1 + \frac{\varepsilon_\theta(i)}{\Delta\theta}\right) = \Delta T(i)\left(1 + \varepsilon_r(i)\right) , \tag{A-4}$$

gdje su $\varepsilon_\theta(i)$ i $\varepsilon_r(i) = \varepsilon_\theta(i)/\Delta\theta$ apsolutna i relativna pogreška širine zuba (apsolutna i relativna kutna pogreška) za pojedini "zub" rotora i. Naravno, apsolutna i relativna kutna pogreška su periodične s obzirom na položaj (kut zakreta) rotora, odnosno ponavljaju se svaki puni okretaj kotača:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta(i) &= \varepsilon_\theta(i + jn_i), \\ \varepsilon_r(i) &= \varepsilon_r(i + jn_i), \end{aligned} \tag{A-5}$$

gdje j označava okretaj kotača (j = 0, 1, 2 …).

Iz jednadžbi (A-4) i (A-5) dobije se veza između idealnog mjerenja brzine vrtnje (tj. stvarne brzine vrtnje kotača ω) i mjerenja brzine vrtnje ω_m zasnovanog na mjerenju vremenskog intervala ΔT_m između dva impulsa s induktivnog detektora:

$$\omega(i) = \omega_m(i)\left[1 + \varepsilon_r(i)\right] . \tag{A-6}$$

Na temelju prethodno navedenih svojstava kutne pogreške ABS senzora, izvodi se odgovarajući algoritam za njenu kompenzaciju. Predloženi algoritam kompenzacije kutne pogreške ABS senzora izravno je motiviran algoritmom predstavljenim u [69]. Kutnu pogrešku je moguće ukloniti iz mjerenja brzine vrtnje ukoliko je poznata varijacija mjerenja brzine vrtnje (vremenskog intervala) zbog neidealne širine "zuba" rotora ABS senzora [66]. Iz jednadžbe (A-4) moguće je procijeniti relativnu kutnu pogrešku $\varepsilon_r(i)$ na temelju mjerenja vremenskog intervala ΔT_m ako je poznat "idealni" vremenski interval ΔT:

$$\varepsilon_r(i) = \frac{\Delta T_m(i)}{\Delta T(i)} - 1 . \tag{A-7}$$

Vremenske intervale ΔT_m moguće je mjeriti jedino ukoliko je omogućen izravni pristup izlaznim signalima s ABS senzora (što je ispunjeno u konkretnoj primjeni). "Idealni" iznos vremenskog intervala ΔT može se procijeniti iz dovoljno dugačkog intervala mjerenja brzine vrtnje unutar kojeg je brzina vrtnje kotača približno konstantna [69] ili se razmjerno sporo mijenjala (kao što je razmotreno u [66]). U svrhu uklanjanja šuma u procjeni vremenskog intervala ΔT, mjerni signal ΔT_m može se iterpolirati pravcem (linearna regresija):

$$\Delta\hat{T}(l) = a_{T1}\Delta T_m(l) + a_{T0} , \tag{A-8}$$

gdje je:

$\Delta\hat{T}(l)$ – procjena "idealnog" intervala vremena između dva impulsa,

a_{T1}, a_{T0} – koeficijenti interpolacijskog pravca,

$l = i + jn_i$ – uzorak mjerenja brzine vrtnje kao funkcija položaja "zuba" rotora i ($j = 0, 1, 2 \ldots$).

Iz izraza (A-7) i (A-8) može se relativna kutna pogreška po pojedinom uzorku mjerenja procijeniti na sljedeći način:

$$\hat{\varepsilon}_r(l) = \frac{\Delta T_m(l)}{\Delta\hat{T}(l)} - 1 \ . \tag{A-9}$$

Iz svojstva periodičnosti kutne pogreške slijedi da se relativna kutna pogreška za svaki "zub" i može procijeniti usrednjavanjem periodički raspoređenih uzoraka kutne pogreške dobivenih prema izrazu (A-9) kako slijedi:

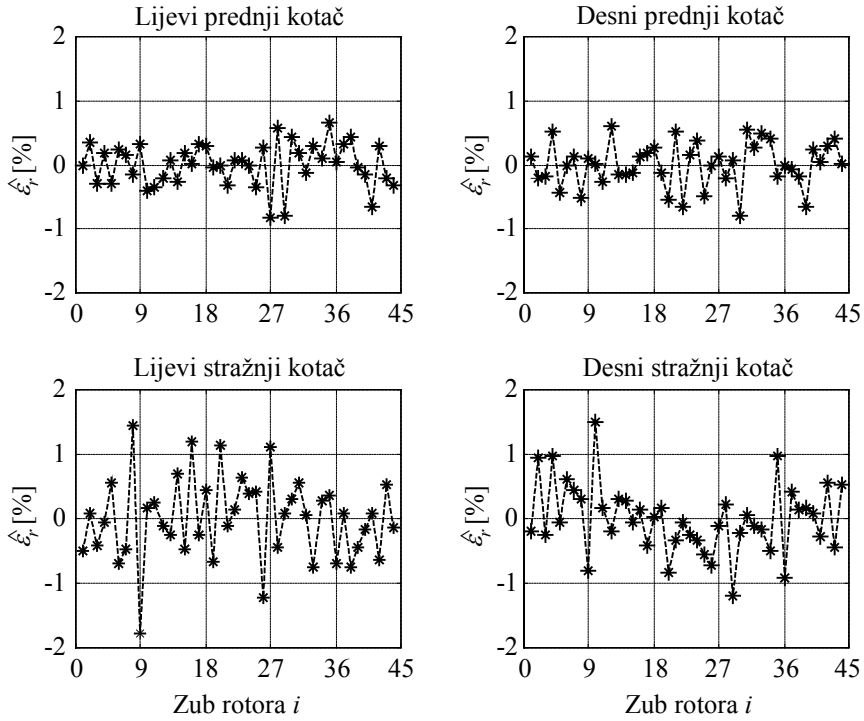
$$\begin{aligned} &\hat{\varepsilon}_r(i) = \frac{1}{m}\sum_{j=0}^{m-1}\hat{\varepsilon}_r(i + jn_i), \\ &m = \mathrm{int}(L/n_i), \end{aligned} \tag{A-10}$$

gdje je L duljina (broj uzoraka) snimljenih podataka, dok $m = \mathrm{int}(L/n_i)$ predstavlja cjelobrojnu vrijednost kvocijenta L/n_i.

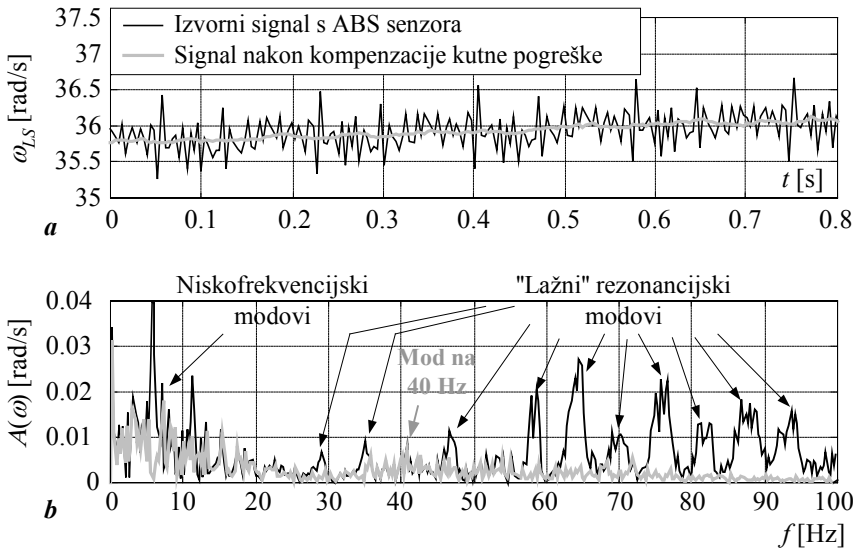
Postupak kompenzacije kutne pogreške ABS senzora predložen u [69] pretpostavljao je da je brzine vrtnje kotača (brzina vozila) približno konstantna. Međutim, postupak kompenzacije predstavljen u ovom radu može se također koristiti i u slučaju kada se brzina vrtnje kotača razmjerno sporo mijenja, te predstavlja proširenje izvornog postupka iz [69].

Na slici A.3 prikazane su procijenjene vrijednosti relativnih kutnih pogrešaka za svaki "zub" ABS senzora i za svaki kotač vozila. Procjena kutnih pogrešaka napravljena je za vožnju na suhom hrapavom ledu pri brzini vozila od 40 km/h. Pri tome je korišten skup mjernih podataka brzine vrtnje ω (vremenskog intervala ΔT_m) koji odgovara 15 punih okretaja svakog kotača. Zanimljivo je uočiti da su vrijednosti kutnih pogrešaka ABS senzora na stražnjim kotačima približno 50% veće u odnosu na kutne pogreške ABS senzora na prednjim kotačima.

Odzivi na slici A.4a ukazuju da razmjerno mala kutna pogreška ABS senzora na lijevom stražnjem kotaču unosi značajan nivo visokofrekvencijskog "šuma" u mjerni signal brzine vrtnje kotača ω_{LS}. Odzivi na slici A.4a i amplitudni spektri signala brzine vrtnje $A(\omega)$ na slici A.4b ukazuju da se kompenzacijom kutne pogreške učinkovito uklanjaju visokfrekvencijske komponente ("šum") u mjernom signalu brzine vrtnje, tako da se može razaznati mod torzijskih vibracija gume na približno 40 Hz.



Slika A.3. *Rezultati procjene kutne pogreške ABS senzora za sva četiri kotača vozila.*



Slika A.4. *Usporedni odzivi (a) i amplitudni spektri (b) izvornih i korigiranih signala s ABS senzora na lijevom stražnjem kotaču.*

Dodatak B: Značajke stohastičkih signala

Stohastička varijabla i stohastički vektor

Neka je x slučajna (stohastička) varijabla karakterizirana neprekinutom vjerojatnosnom gustoćom raspodjele $p(x)$ na cijelom području definicije ($-\infty < x < +\infty$). Svojstva varijable x određuju njene statističke značajke: očekivanje (srednja vrijednost) $\bar{x}$ i varijanca σ^2. Navedene statističke značajke definiraju se kako slijedi [75, 98]:

$$\bar{x} = E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) dx \ , \tag{B-1}$$

$$\sigma^2 = E(x-\bar{x})^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\bar{x})^2 p(x) dx \ . \tag{B-2}$$

Drugi korijen varijance $\sigma = \sqrt{E(x-\bar{x})^2}$ naziva se standardno odstupanje (standardna devijacija) varijable x. Očekivanje $E(x)$ i varijanca σ^2 predstavljaju takozvani prvi i drugi moment stohastičke varijable x. Općenito se m-ti moment stohastičke varijable x definira kako slijedi [75, 98]:

$$m_m = E(x - E(\bar{x}))^m = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\bar{x})^m p(x) dx \ , \tag{B-3}$$

Može se pokazati da je operator očekivanja $E(\cdot)$ linearan, odnosno da zadovoljava svojstvo superpozicije $E(x + y) = E(x) + E(y)$ i svojstvo homogenosti $E(ax) = aE(x)$, $\forall a \in \Re$.

Ukoliko se radi o višedimenzionalnoj stohastičkoj varijabli, odnosno stohastičkom vektoru $\mathbf{x} = [x_1 \ \ x_2 \ \ldots \ x_n]^T$, vjerojatnosna gustoća raspodjele pojedinih komponenti vektora $\mathbf{x}$ opisana je vektorskom funkcijom $p(\mathbf{x})$. Očekivanje vektorske stohastičke varijable $E(\mathbf{x})$ računa se prema sljedećem izrazu [75, 98]:

$$\bar{\mathbf{x}} = [\bar{x}_1 \quad \bar{x}_2 \quad \cdots \quad \bar{x}_n]^T = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{x} p(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \ , \tag{B-4}$$

odnosno raspisano po pojedinim komponentama vektora $\bar{\mathbf{x}}$:

$$\bar{x}_i = E(x_i) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_i p(x_i) dx_i \ , \ (i = 1, 2, \ldots n) \ . \tag{B-5}$$

U praksi se najčešće razmatraju stohastičke varijable karakterizirane normalnom (Gaussovom) vjerojatnosnom gustoćom raspodjele. Za slučaj jednodimenzionalne stohastičke varijable x, normalna vjerojatnosna gustoća raspodjele ima oblik zvonolike krivulje na slici B.1 opisane sljedećim izrazom:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma^2} \right] . \tag{B-6}$$

Ako se radi o višedimenzionalnoj stohastičkoj varijabli **x** s normalnim gustoćama raspodjela pojedinih stohastičkih komponenti x_i, vektorska funkcija $p(\mathbf{x})$ glasi:

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \mid \mathbf{P} \mid}} \exp\left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x}-\bar{\mathbf{x}})^T \mathbf{P}^{-1} (\mathbf{x}-\bar{\mathbf{x}}) \right] . \tag{B-7}$$

gdje je:

P – simetrična pozitivno-definitna realna matrica[1] kovarijanci komponenata vektora **x**,

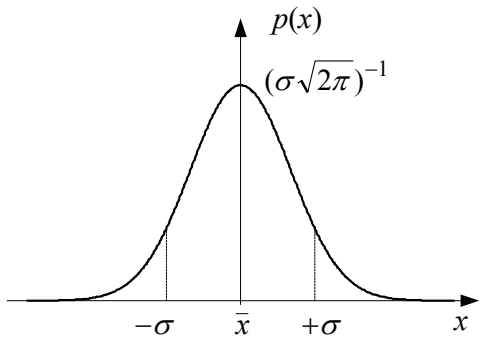
$|\cdot|$ – determinanta matrice.

Ako stohastička varijabla x predstavlja skup od N mjerenja karakteriziran slučajnom pogreškom mjerenja s normalnom vjerojatnosnom gustoćom raspodjele, tada se njeno očekivanje $\bar{x}$ može procijeniti kao aritmetička sredina pojedinih mjerenja [99]:

$$\hat{\bar{x}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i \ , \tag{B-8}$$

čiji iznos teži stvarnoj vrijednosti očekivanja $\bar{x}$ kada broj mjerenja N teži k beskonačnom. Standardno odstupanje N mjerenja od aritmetičke sredine (procjene očekivanja) $\hat{\bar{x}}$ računa se kao srednja kvadratna pogreška pojedinačnog mjerenja kako slijedi:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \hat{\bar{x}})^2} \ . \tag{B-9}$$



Slika B.1. *Normalna vjerojatnosna gustoća raspodjele jedne varijable.*

[1] Realna matrica **P** je pozitivno-definitna ako za bilo koji realni vektor **x** različit od nulvektora vrijedi $\mathbf{x}^T\mathbf{P}\mathbf{x} > 0$. Pozitivna definitnost matrice **P** također znači da su sve njene svojstvene vrijednosti pozitivne [100].

Stohastički procesi

Ukoliko pojedine realizacije stohastičkog vektora **x** promatraju u vremenu, rezultirajuća porodica funkcija $\mathbf{x}(t)$ naziva se stohastičkim procesom. Očekivanje stohastičkog procesa $\mathbf{x}(t)$ je vremenska funkcija čije se realizacije razlikuju u pojedinim vremenskim trenucima, a određuju se prema sljedećem izrazu ([75], izraz (B-4)):

$$E\langle \mathbf{x}(t)\rangle = \overline{\mathbf{x}}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{x}(t)\, p[\mathbf{x}(t)]d\mathbf{x}(t) \ , \tag{B-10}$$

Stohastički proces je diskretan u vremenu ako je $t = kT_s$ (T_s – period uzorkovanja, $k = 0, 1, 2 \ldots$). Naravno, kako su pojedine realizacije stohastičkog procesa $\mathbf{x}(kT_s)$ vektorske stohastičke varijable, očekivanje vremenski-diskretnog stohastičkog procesa $E\langle \mathbf{x}(kT_s)\rangle = E\langle \mathbf{x}(k)\rangle$ je također vremenska funkcija (funkcija koraka uzorkovanja k) [75].

Kovarijanca stohastičkog vektora $\mathbf{x}(k)$ (koja odgovara varijanci stohastičke varijable) definira se sljedećim izrazom [75]:

$$E\left\langle [\mathbf{x}(k_1) - E(\mathbf{x}(k_1))][\mathbf{x}(k_2) - E(\mathbf{x}(k_2))]^T \right\rangle . \tag{B-11}$$

Kada sve komponente stohastičkog vektora $\mathbf{x}(k)$ imaju očekivanja jednaka nuli (što je ispunjeno ako je $\mathbf{x}(k)$ bijeli šum), kovarijanca $\mathbf{x}(k)$ jednaka je njegovoj matrici korelacija [75]:

$$E\left\langle \mathbf{x}(k_1)\mathbf{x}^T(k_2)\right\rangle = \begin{bmatrix} E[x_1(k_1)x_1(k_2)] & \cdots & E[x_1(k_1)x_n(k_2)] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ E[x_n(k_1)x_1(k_2)] & \cdots & E[x_n(k_1)x_n(k_2)] \end{bmatrix} . \tag{B-12}$$

Stohastički proces $\mathbf{x}(k)$ je nekoreliran, odnosno pojedine realizacije stohastičkog vektora **x** su potpuno neovisne jedne od drugih, ako i samo ako vrijedi sljedeći izraz:

$$E\left\langle \mathbf{x}(k_1)\mathbf{x}^T(k_2)\right\rangle = \begin{cases} \mathbf{Q}(k), \ k_1 = k_2 = k, \\ \underline{0}, \ k_1 \neq k_2 . \end{cases} \tag{B-13}$$

gdje je $\mathbf{Q}(k)$ pozitivno-definitna matrica, a $\underline{0}$ je tzv. nul-matrica.

S druge strane, stohastički procesi **x** i **y** su međusobno nekorelirani (neovisni) ako i samo ako je matrica međukovarijanci jednaka nul-matrici za bilo koje vremenske trenutke k_1 i k_2:

$$E\left\langle [\mathbf{x}(k_1) - E(\mathbf{x}(k_1))][\mathbf{y}(k_2) - E(\mathbf{y}(k_2))]^T \right\rangle = \underline{0} \ , \tag{B-14}$$

odnosno u specijalnom slučaju kada su očekivanja svih komponenti stohastičkih procesa **x** i **y** jednaka nuli, uvjet neovisnosti se svodi na uvjet ortogonalnosti opisan sljedećim izrazom:

$$E\left\langle \mathbf{x}(k_1)\mathbf{y}^T(k_2)\right\rangle = \underline{0} \ , \forall\, k_1, k_2 . \tag{B-15}$$

Stohastički proces $\mathbf{x}(k)$ je stacionaran u užem smislu ako su svi momenti $\mathbf{x}(k)$ neovisni o vremenskom intervalu na kojem se promatraju. Stacionarnost u širem smislu podrazumijeva konstantan iznos očekivanja vektora $\mathbf{x}(k)$ ($E\langle\mathbf{x}(k)\rangle = c$, $c \in \Re$), te da korelacija vektora $\mathbf{x}(k)$ ovisi samo o vremenskom pomaku između dviju realizacija vektora $\mathbf{x}$:

$$E\left\langle x(k_1)x^T(k_2)\right\rangle = \mathbf{Q}(k_2 - k_1) = \mathbf{Q}(\kappa) \ , \tag{B-16}$$

Stohastički proces se naziva normalni ili Gaussov ako je njegova vjerojatnosna gustoća raspodjele normalna. Stohastički procesi tipa bijelog šuma s normalnom vjerojatnosnom gustoćom raspodjele imaju neka iznimno korisna svojstva [75]:

- Gaussov stohastički proces je stacionaran i u užem i u širem smislu.
- Ortogonalni Gaussovi procesi su neovisni.
- Linearna funkcija dvaju ili više Gaussovih procesa rezultira Gaussovim procesom.
- Gaussov stohastički proces je potpuno određen njegovim momentima prvog i drugog reda (očekivanjem i kovarijancom).

Numerička procjena korelacije mjernih signala

Za procjenu korelacije vremenskih nizova (vremenski diskretnih mjernih signala) $x(k)$ i $y(k)$ duljine N uzoraka koristi se takozvana međukorelacijska funkcija [31]:

$$R_{xy}(\kappa) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N-\kappa} x(k)y(k+\kappa) \, , \tag{B-17}$$

gdje je:

N – broj uzoraka na temelju kojih se izračunava međukorelacijska funkcija,

κ – vremenski pomak.

Signali $x(k)$ i $y(k)$ su nekorelirani (neovisni) ako vrijedi $R_{xy}(\kappa) = 0$, $\forall\kappa$.

Koreliranost signala $x(k)$ određuje se autokorelacijskom funkcijom koja se proračunava prema sljedećem izrazu [31]:

$$R_{xx}(\kappa) = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N-\kappa} x(k)x(k+\kappa) \, . \tag{B-18}$$

Signal $x(k)$ ima potpuno slučajan karakter (nekoreliran je) ukoliko za njegovu normiranu korelacijsku funkciju vrijedi:

$$\hat{R}_{xx}(\kappa) = \frac{R_{xx}(\kappa)}{\max\left(\left|R_{xx}(\kappa)\right|\right)} = \begin{cases} 1, \ \kappa = 0, \\ 0, \kappa \neq 0. \end{cases} \tag{B-19}$$

Kovarijanca varijabli stanja linearnog sustava u prisustvu stohastičke pobude

Promatra se multivarijabilni, linearni, stohastički vremenski-diskretni sustav definiran promjenjivim parametrima $\mathbf{F}(k\text{-}1)$ i $\mathbf{\Omega}(k\text{-}1)$, vektorom stanja $\mathbf{x}(k)$ i stohastičkom pobudom $\boldsymbol{\nu}$ (Gaussov stohastički proces tipa bijelog šuma, $E(\boldsymbol{\nu}) = \underline{0}$) [75]:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}(k-1)\,\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{\Omega}(k-1)\boldsymbol{\nu}(k-1)\,. \tag{B-20}$$

Uzimajući u obzir svojstvo linearnosti, očekivanje varijabli stanja $\mathbf{x}(k)$ pobuđenih stohastičkim procesom $\boldsymbol{\nu}(k\text{-}1)$ računa se kako slijedi [75]:

$$E(\mathbf{x}(k)) = \mathbf{F}(k-1)E(\mathbf{x}(k-1)) + \mathbf{\Omega}(k-1)\underbrace{E(\boldsymbol{\nu}(k-1))}_{\underline{0}} = \mathbf{F}(k-1)E(\mathbf{x}(k-1))\,. \tag{B-21}$$

Odgovarajuća jednadžba za drugi moment (kovarijancu) vektora varijabli stanja $\mathbf{x}$ u koraku uzorkovanja k glasi (izraz (B-11)):

$$\mathbf{P}(k) = E\left\langle [\mathbf{x}(k) - E(\mathbf{x}(k))][\mathbf{x}(k) - E(\mathbf{x}(k))]^T \right\rangle\,. \tag{B-22}$$

Uvrštavanjem izraza (B-21) u izraz (B-22) i njegovim razvojem dobije se sljedeći izraz za kovarijancu $\mathbf{P}(k)$:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(k) = E\Big\langle &\big(\mathbf{F}(k-1)E[\mathbf{x}(k-1) - E(\mathbf{x}(k-1))] + \mathbf{\Omega}(k-1)\boldsymbol{\nu}(k-1)\big)\ \cdot \\ &\big(\mathbf{F}(k-1)E[\mathbf{x}(k-1) - E(\mathbf{x}(k-1))] + \mathbf{\Omega}(k-1)\boldsymbol{\nu}(k-1)\big)^T \Big\rangle\,,\end{aligned} \tag{B-23}$$

koji nakon daljnjeg razvoja i sređivanja prelazi u sljedeći izraz:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(k) = \mathbf{F}(k-1)&\underbrace{E\left\langle [\mathbf{x}(k-1) - E(\mathbf{x}(k-1))][\mathbf{x}(k-1) - E(\mathbf{x}(k-1))]^T \right\rangle}_{\mathbf{P}(k-1)}\mathbf{F}^T(k-1) \\ &+ \mathbf{F}(k-1)E\left\langle [\mathbf{x}(k-1) - E(\mathbf{x}(k-1))]\boldsymbol{\nu}^T(k-1) \right\rangle \\ &+ E\left\langle \boldsymbol{\nu}^T(k-1)[\mathbf{x}(k-1) - E(\mathbf{x}(k-1))] \right\rangle \mathbf{F}^T(k-1) \\ &+ \mathbf{\Omega}(k-1)\underbrace{E\left\langle \boldsymbol{\nu}(k-1)\boldsymbol{\nu}^T(k-1) \right\rangle}_{\mathbf{Q}(k-1)}\mathbf{\Omega}^T(k-1)\,.\end{aligned} \tag{B-24}$$

Drugi i treći član u izrazu (B-24) jednaki su nul-matricama jer su realizacija slučajnog procesa $\boldsymbol{\nu}(k\text{-}1)$ i prošlo stanje procesa $\mathbf{x}(k\text{-}1)$ neovisni (izraz (B-21), [75]). U prvom članu izraza (B-24) pojavljuje se izraz za kovarijancu vektora stanja $\mathbf{x}(k)$ u prethodnom koraku uzorkovanja ($\mathbf{P}(k\text{-}1)$), dok posljednji član sadrži kovarijancu $\mathbf{Q}(k\text{-}1)$ stohastičkog procesa $\boldsymbol{\nu}(k\text{-}1)$. Prema tome, kovarijanca $\mathbf{P}(k)$ opisana je sljedećim rekurzivnim izrazom [75]:

$$\mathbf{P}(k) = \mathbf{F}(k-1)\mathbf{P}(k-1)\mathbf{F}^T(k-1) + \mathbf{\Omega}(k-1)\mathbf{Q}(k-1)\mathbf{\Omega}^T(k-1)\ , \tag{B-25}$$

koji ima oblik vremenski-diskretne Riccatijeve jednadžbe.

Dodatak C: Parametri Kalmanovih filtara

Procjena momenta tereta Ottovog motora

- **Stacionarni Kalmanovi filtri (neovisni o izboru perioda uzorkovanja T_s)**
  - **Zajednički parametri:**

    Varijanca mjerenja brzine vrtnje motora: $r = 1{,}5\ \mathrm{rad}^2\mathrm{s}^{-2}$

    Varijanca stohastičkih perturbacija u momentu motora: $q_m = 0{,}25\ (\mathrm{Nm})^2$

    Moment inercije motora: $I = 0{,}0636\ \mathrm{kgm}^2$
  - **Parametar q_{mb}:**

    – Dobro potiskivanje šuma (spori Kalmanov filtar): $q_{mb} = 20\ (\mathrm{Nm})^2\mathrm{s}^{-4}$

    – Razmjerno brz odziv (srednje brzi Kalmanov filtar): $q_{mb} = 500\ (\mathrm{Nm})^2\mathrm{s}^{-4}$

    – Brz odziv (brzi Kalmanov filtar): $q_{mb} = 3000\ (\mathrm{Nm})^2\mathrm{s}^{-4}$
- **Adaptivni Kalmanov filtar:**

  1) Zasnovan na srednje brzom Kalmanovom filtru ($q_{mb} = 500\ (\mathrm{Nm})^2\mathrm{s}^{-4}$, $T_s = 36$ ms):

     – Povećanje elementa $\mathbf{Q}^*(3,3)$: 300 puta

     – Prag okidanja adaptacijskog mehanizma: $g_t = 12$ rad/s

  2) Zasnovan na sporom Kalmanovom filtru: $q_{mb} = 20\ (\mathrm{Nm})^2\mathrm{s}^{-4}$

     – Povećanje elementa $\mathbf{Q}^*(3,3)$: 50 puta (neovisno o izboru T_s)

     – Povećanje elementa $\mathbf{Q}^*(2,2)$:
       - $3{\cdot}10^5$ puta za izbor perioda uzorkovanja $T_s = 36$ ms
       - $3{\cdot}10^6$ puta za izbor perioda uzorkovanja $T_s = 14$ ms

     – Prag okidanja adaptacijskog mehanizma:
       - $g_t = 18$ rad/s za izbor perioda uzorkovanja $T_s = 36$ ms
       - $g_t = 36$ rad/s za izbor perioda uzorkovanja $T_s = 14$ ms

Procjena ulaznog masenog protoka zraka u usisni kolektor

- **Zajednički parametri:**

  Period uzorkovanja: $T_s = 10$ ms

  Varijanca mjerenja tlaka zraka: $r = 0{,}01\ \mathrm{bar}^2$

  Varijanca šuma u rekonstrukciji izlaznog masenog protoka W_o: $q_o = 1\ \mathrm{g}^2/\mathrm{s}^2$
- **Srednje brzi stacionarni Kalmanov filtar**

  $q_i = 10^5\ \mathrm{g}^2/\mathrm{s}^6$
- **Brzi stacionarni Kalmanov filtar:**

  $q_i = 10^8\ \mathrm{g}^2/\mathrm{s}^6$

- **Adaptivni Kalmanov filtar zasnovan na srednje brzom Kalmanovom filtru**

  Povećanje elementa $\mathbf{Q}^*(2,2)$: $\cdot 3\cdot 10^5$ puta

  Povećanje elementa $\mathbf{Q}^*$ (3,3): 80 puta

  Prag okidanja adaptacijskog mehanizma: g_t = 0,135 bar

Procjena vučne sile pogonskog kotača

- **Period uzorkovanja:**

  Eksperimentalna provjera: T_s = 4 ms

  Primjena na regulaciju vučna sile (simulacijska analiza): T_s = 2 ms

- **Zajednički parametri:**

  Parametri modela pogonskog kotača:

  Polumjer kotača: r_P = 0,3 m

  Moment inercije kotača: I_P = 1,122 kgm^2

  Varijanca mjerenja brzine vrtnje kotača: $r = 5\cdot 10^{-3}$ rad^{2}s^{-2}

  Varijanca stohastičkih perturbacija okretnog momenta motora: q_m = 100 (Nm)^2

- **Spori stacionarni Kalmanov filtar:**

  $q_F = 3\cdot 10^8$ N^{2}s^{-4}

- **Brzi stacionarni Kalmanov filtar:**

  $q_F = 10^{12}$ N^{2}s^{-4}

- **Adaptivni Kalmanov filtar:**

  $q_F = 3\cdot 10^8$ N^{2}s^{-4}

  Povećanje elementa $\mathbf{Q}^*(2,2)$: 10^5 puta

  Povećanje elementa $\mathbf{Q}^*(3,3)$: 200 puta

  Prag okidanja adaptacijskog mehanizma g_t:

  Eksperimentalna provjera: g_t = 0.12 rad/s za bržu, odnosno g_t = 0.24 rad/s za robusniju detekciju

  Regulacija vučne sile vozila: g_t = 0,5 rad/s

- **Parametri modela oscilatora drugog reda:**

  Prirodna frekvencija neprigušenih oscilacija: $f_0 = \Omega_0/2\pi$ = 20 Hz

  Faktor prigušenja: ζ = 0,01

- **Parametri simulacijskog modela sustava regulacije vučne sile (TCS sustava):**

  Polumjeri prednjih i stražnjih kotača: $r_P = r_S$ = 0.3 m

  Moment inercije prednjeg kotača: I_P = 1.122 kgm^2

  Masa vozila: m_v = 628 kg

Vremenska konstanta sklopa pretvarač-servomotor : $T_m = 2$ ms

Parametri LuGre modela trenja:

Maksimalni statički iznos trenja:

Suhi beton: $F_S = 4415$ N

Led: $F_S = 883$ N

Coulombovo trenje:

Suhi beton: $F_C = 2453$ N

Led: $F_S = 490$ N

Koeficijent krutosti vlakana:

Asfalt: $\sigma_0 = 2.15 \cdot 10^6$ N/m

Led: $\sigma_0 = 0.86 \cdot 10^6$ N/m

Duljina kontaktne plohe: $L = 0.12$ m

Ostali parametri: $v_s = 1$ m/s, $\delta_s = 1$, $\kappa = 1.2$

Varijance "šuma" ceste i šuma mjerenja:

$$\sigma^2(F_{rn}) = 250\,\mathrm{N}^2$$

$$\sigma^2(e_{\omega R}) = \sigma^2(e_{\omega F}) = 0.01\ \mathrm{rad}^2\ \mathrm{s}^{-2}$$

Procjena gradijenta statičke karakteristike za male faktore klizanja kotača

- **Period uzorkovanja:** $T_s = 8$ ms
- **Neadaptivni Kalmanov filtar:**

  Varijanca recipročne vrijednosti gradijenta k_t^{-1}: $q_k = 10^{-4}$

  Varijanca parametra posmaka δ:

  - $q_\delta = 10^{-8}$ (aproksimacija karakteristike tangentom)
  - $q_\delta = 0$ (aproksimacija karakteristike sekantom)

  Varijanca faktora klizanja: $r = 1$ (normirana)
- **Adaptacijski mehanizam:**

  Prag okidanja: $g_t = 6\%$

  Parametri matrice **Q** (q_k i q_δ) jednokratno se povećavaju 10^4 puta
- **Algoritam nadzora (detekcije nepovoljnih režima rada):**

  Duljina spremnika za izračun varijance faktora klizanja i koeficijenta trenja: $N = 10$

  Prag detekcije visokih iznosa faktora klizanja: $s_{max} = 4\%$

  Donja granica koeficijenta trenja (detekcija mogućeg kočenja): $\mu_{min} = 0{,}05$

  Gornja granica varijance faktora klizanja: $\Delta\sigma_s^2 = 5 \cdot 10^{-4}$

  Gornja granica varijance koeficijenta trenja: $\Delta\sigma_\mu^2 = 5 \cdot 10^{-5}$

Procjena faktora prigušenja torzijskih vibracija automobilske gume

- **Period uzorkovanja:** T_s = 1 ms
- **Neadaptivni Kalmanov filtar:**

  Varijanca parametra AR modela a_1: $q_1 = 10^{-8}$

  Varijanca parametra AR modela a_2: $q_2 = 10^{-8}$

  Inicijalni iznos varijance šuma ceste ν_η: $q_{\eta 0} = 10^{-2}$ rad/s

  Koeficijent regularizacije izraza za proračun pojačanja: $\beta_r = 10^{-9}$
- **Adaptacijski mehanizam:**

  Prag okidanja: g_t = 0,3 rad/s

  Nakon detekcije nagle promjene parametri q_1 i q_2 jednokratno se povećaju 10^4 puta, dok se parametar q_η jednokratno poveća 10^2 puta.
- **Procjena varijance šuma ceste:**

  Inicijalni iznos varijance signala brzine vrtnje kotača: $\sigma^2_{\omega 0}$ = 0,05 rad^{2}s^{-2}

  Vremenska konstanta P1 člana (filtra): T_F = 1 s

Dodatak D: Parametri modela Ottovog motora

Linearizirani model motora za regulaciju brzine vrtnje

- Sustav regulacije elektroničke zaklopke

  $T_\theta = 0{,}025$ s
- Radna točka motora za regulaciju brzine vrtnje u praznom hodu

  ($\omega = 1200$ rpm, $p_0 = 0{,}495$ bar, $M_{b0} = 2{,}5$ Nm)

  $K_m = 6{,}621 \cdot 10^5$ Pa

  $K_t = 4{,}999 \cdot 10^{-4}$ Nm/Pa

  $K_p = 3{,}051 \cdot 10^{-4}$ s

  $T_m = 0{,}101$ s

  $T_d = 0{,}075$ s
- Radna točka za regulaciju brzine vrtnje motora u uvjetima vožnje na otvorenoj cesti

  ($\omega = 2500$ rpm, $p_0 = 0{,}690$ bar, $M_{b0} = 14$ Nm)

  $K_m = 2{,}724 \cdot 10^5$ Pa

  $K_t = 4{,}462 \cdot 10^{-4}$ Nm/Pa

  $K_p = 5{,}141 \cdot 10^{-4}$ s

  $T_m = 0{,}0417$ s

  $T_d = 0{,}036$ s

Parametri izotermnog modela usisnog kolektora i rekonstrukcije protoka zraka u usisnoj grani

- Plinska konstanta: $R = 287$ J/(kgK)
- Volumen usisnog kolektora: $V = 0{,}485 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Temperatura zraka u usisnoj grani: $T = 303$ K
- Volumen motora: $V_d = 0{,}480 \cdot 10^{-3}$ m^3
- Parametri izraza za rekonstrukciju izlaznog masenog protoka zraka usisinog kolektora (tzv. jednadžbe gustoće brzine):

  $\theta \leq 20°$: $s_1 = 7{,}974$, $s_0 = -1{,}289 \cdot 10^5$ Pa

  $\theta > 20°$: $s_1 = 18{,}55$, $s_0 = -1{,}132 \cdot 10^6$ Pa

Literatura:

[1] J.A. Doering & M. Jankovic, “Powertrain Torque Estimate”, US patent No. 6427109 B1, 2000.

[2] M.G. Fodor & D. Hrovat, “Method and Apparatus for Estimating Applied Wheel Torque in a Motor Vehicle”, US Patent No. 6154702, 2000

[3] M. Fam & E. Hendricks, “A Load Torque Estimator”, SAE paper No. 2004-01-1372, SAE International 2004.

[4] A. Stotsky, B. Ergardt & S. Eriksson, “Variable Structure Control of Engine Idle Speed With Estimation of Unmeasurable Disturbances”, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 122, Issue 4, pp. 599-603, December 2000.

[5] A. Stotsky & I. Kolmanovsky, “Application of Input Estimation Techniques to Charge Estimation and Control in Automotive Engines”, Control Engineering Practice, Vol. 10, Issue 12, pp. 1371-1383, December 2002.

[6] G. Weihrich, “Speed Control of Direct-Current Drives-Using a State and Disturbance Observer” (in German), Regelungstechnik, Vol. 26, pp. 349-354 and pp. 392-397, January 1978.

[7] R.I. Davis, “A Nonlinear Observer for Instantaneous Internal Combustion Engine Crankshaft Torque and Active Torque Smoothing Control using a Crankshaft Mounted Electric Motor”, PhD Thesis, University of Wisconsin, Madison, 1999.

[8] J. Deur, D. Pavković & D. Hrovat, “Estimation of SI Engine Load Torque: Adaptive Kalman Filter vs. Luenberger Estimator”, CDROM Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, 8 pages, Anaheim, CA, USA, November, 2004.

[9] F. Gustafsson, “Adaptive Filtering and Change Detection”, John Wiley & Sons, Chichester, UK, 2000.

[10] N. Uchida, Y. Daisho, T. Saito & H Sugano, "Combined Effects of EGR and Supercharging on Diesel Combustion and Emissions", SAE Paper No. 930601, SAE International, 1993.

[11] O. Grondin, R. Stobard, H. Chafouk & J. Maquet, “ Modelling the Compression Ignition Engine for Control: Review and Future Trends ”, SAE Paper No. 2004-01-0423, SAE International, 2004.

[12] L. Bai & M. Yang, “Coordinated Control of EGR and VNT in Turbocharged Diesel Engine Based on Intake Air Mass Observer”, SAE Paper No. 2002-01-1292, SAE International, 2002.

[13] U. Eichhorn & J. Roth, “Prediction and Monitoring of Tyre/Road Friction”, Proceedings of XXIV FISITA Congress, pp. 67 – 74, London, UK, 1992.

[14] E. Ono, K. Asano, M. Sugai, S. Ito, A. Tanaka. A. Sawada & Y. Yasui, "Estimation of Automotive Tire Force Characteristics using Wheel Velocity", CD ROM Proceedings of 15th IFAC Triennial World Congress, 6 pages, Barcelona, Spain, July 2002.

[15] M. Sugai, H. Yamaguchi. M. Miyashita, T. Umeno & K. Asano, "New Control Technique for Maximizing Braking Force on Antilock Braking System", Vehicle system Dynamics, Vol. 32, Issue 4-5, pp. 299-312, November 1999.

[16] M. Ito, K. Yoshioka & T. Saji, "Estimation of Road Surface Conditions Using Wheel Speed Behavior", SAE paper No. 9438826; SAE International, 1994.

[17] M. R. Uchanski, "Road Friction Estimation for Automobiles Using Digital Signal Processing Methods", Ph. D. Thesis, University of California, Berkley, 2001.

[18] F. Holzwarth & U. Eichhorn, "Non-contact Sensors for Road Conditions", Sensors and Actuators, Vol. 37-38, pp. 121–127, June-August, 1993.

[19] T. Uno, Y. Sakai, J. Takagi & T. Yamashita, "Road surface recognition method using optical spatial filtering", Proceedings of AVEC 1994 Congress, pp. 509–514, Tokyo 1994.

[20] C. S. Liu & H. Peng, "Road Friction Coefficient Estimation for Vehicle Path Prediction", Vehicle System Dynamics, Vol. 25, Supplement, pp. 413-425, 1996.

[21] U. Kiencke & A. Daiß, "Estimation of Tyre Friction for Enhanced ABS Systems", Proceedings of AVEC 1994 Congress, pp. 515–520, Tokyo, 1994.

[22] U. Kiencke, A. Daiss & G. Probst, "Method and Circuit Configuration for Determining a Frictional Value", US patent No. 5513907, 1996.

[23] H. Nishira, T. Kawabe & S. Seiichi, "Road Friction Estimation using Adaptive Observer with Periodical s-modification", Proceedings of IEEE International Conference on Control Applications, pp. 662-667, August 1999.

[24] J. Matuško, I. Petrović & N. Perić, "Application of Extended Kalman Filter for Road Condition Estimation", CD ROM Proceedings of 10th International Power Electronics and Motion Control Conference, 9 pages, Dubrovnik, Croatia, September 2002.

[25] L. R. Ray, "Nonlinear Tire Force Estimation and Road Friction Identification: Simulation and Experiments", Automatica, Vol. 33, Issue 10, pp. 1819-1833, October 1997.

[26] T. Dieckmann, "Der Reifenschlupf als Indikator für das Kraftschlußpotential", Dissertation, TU Hannover, Germany 1992.

[27] T. Dieckmann, "Assessment of Road Grip by Way of Measured Wheel Variables", Proceedings of XXIV FISITA Congress, pp. 75-81, London, June 1992.

[28] F. Gustafsson, "Slip-based Tire-Road Friction Estimation", Automatica, Vol. 33, No. 6, pp 1087-1099, June 1997.

[29] T. Umeno, E. Ono, K. Asano, S. Ito, M. Yamamoto & Y. Yasui, “Estimation of Tire-Road Friction Using Wheel Speed Vibration”, In. Proc. of 6th International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC 2002), Hiroshima, Japan, September 2002.

[30] T. Umeno, E. Ono, & K. Asano, “Estimation of Tire-Road Friction using Tire Vibration Model”, SAE paper 2002-01-1183, SAE International, 2002.

[31] L. Ljung, “System Identification – Theory fort the User”, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1987.

[32] F. Gustafsson, M. Drevö, U. Forssell, M. Löfgren, N. Persson & H. Quicklund, “Virtual Sensors of Tire Pressure and Road Friction”, SAE paper No. 2001-01-0796, SAE Intl. 2001.

[33] T. J. Cavicchi, "Digital Signal Processing", John Wiley & Sons, New York, USA, 2000.

[34] B.K. Powell “A Dynamic Model for Automotive Engine Control Analysis”, Proceedings of the 18th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 120-126, 1979.

[35] E. Hendricks & S. C. Sorenson, “Mean Value Modelling of Spark Ignition Engines”, SAE paper No. 900616, SAE International, 1990.

[36] J. Deur, D. Pavković, N. Perić, M. Jansz & D. Hrovat, “An Electronic Throttle Control Strategy Including Compensation of Friction and Limp-Home Effects”, IEEE Transactions on Industry Applications. Vol. 40, No. 3, pp. 821-834, May/June 2004.

[37] E. Hendricks, A. Chevalier, M. Jensen, S. Sorenson, D. Trumpy & J. Asik, “Modeling of the Intake Manifold Filling Dynamics”, SAE paper No. 960037, SAE International, 1996.

[38] J. Deur, D. Hrovat, J. Petrić, & Ž. Šitum, “A Control-Oriented Polytropic Model of SI Engine Intake Manifold”, CDROM Proceedings of ASME IMECE 2003, CD No. 2, 8 pages, Washington, D.C., USA, 2003.

[39] J. Deur, & Ž. Šitum, “Modeling and Experimental Validation of SI Engine with Emphasis on Manifold Thermal Effects”, Internal memorandum 10/21/2002, Zagreb, 2002.

[40] J. Petrić, J. Deur, D. Pavković, I. Mahalec & Z. Herold, “Experimental Setup for SI-Engine Modeling and Control Research”, Strojarstvo, Vol. 46, No 1-3, pp. 39-50, 2004.

[41] V. Ivanović, & J. Deur, “Design of idle speed control system of a spark ignition engine”, Internal memorandum 08/02/03, Zagreb, 2003.

[42] J. Deur, “Analysis of Mean Value SI Engine Model - Part I: Isothermal Assumption”, Internal memorandum 04/05/02-1, Zagreb, 2002.

[43] E. Hendricks & T. Vesterholm, “The analysis of Mean Value SI Engine Model”, SAE paper No. 920682, SAE International, 1992.

[44] J. Deur, D. Hrovat, & J. Asgari, “Analysis of Mean Value Engine Model with Emphasis on Intake Manifold Thermal Effects”, Proc. of the 2003 IEEE International Conference on Control Applications (CCA 2003), pp. 161-166, Istanbul, Turkey, 2003.

[45] R. L. Morris, M. V. Warlick & R. H. Borcherts: “Engine Idle Dynamics and Control: A 5.8L Application”, SAE paper No. 820778, SAE International, 1982.

[46] J. Deur, V. Ivanović, D. Pavković, & M. Jansz, “Identification and Speed Control of SI Engine for Idle Operating Mode”, SAE Paper No. 2004-01-0898, SAE International 2004.

[47] H. B. Pacejka & R. S. Sharp, “Shear force development by pneumatic tyres in steady state conditions: a review of modelling aspects”, Vehicle System Dynamics Vol. 20, pp. 121-176, 1991.

[48] C. Canudas de Wit & P. Tsiotras, “Dynamic tire friction models for vehicle traction control”, Proceedings of 38th Conference on Decision and Control, pp. 3746-3751, Phoenix, Arizona, USA, December 1999

[49] J. Deur, “Modeling and analysis of longitudinal tire dynamics based on the LuGre friction model”, Proceedings of 3rd IFAC Workshop Advances in Automotive Control, pp. 101-106, Karlsruhe, Germany, March 2001.

[50] J. Deur, J. Asgari & D. Hrovat, “A 3D brush-type dynamic tire friction model”, Vehicle System Dynamics , Vol. 42, pp. 133-173, 2004.

[51] J. Deur, V. Ivanović, D. Pavković, J. Asgari, D. Hrovat, M. Troulis & C. Miano, “On Low-slip Tire Friction Behavior and Modeling for Different Road Conditions”, CDROM Proceedings of XIX IAVSD Symposium, 10 pages, Milan, Italy, August/September 2005.

[52] D. Pavković, J. Deur, J. Asgari & D. Hrovat, “Experimental Analysis of Potentials for Tire Friction Estimation in Low-Slip Operating Mode”, SAE paper No 2006-01-0556, SAE International, 2006

[53] T. Umeno, K. Asano, H. Ohashi, M. Yonetani, T. Naitou & T. Taguchi, “Observer-Based Estimation of Parameter Variations and Its Application to Tyre Pressure Diagnosis”, Control Engineering Practice, Vol. 9, No. 6, pp. 639-645, June 2001.

[54] J. Petrić, D. Deur, & D. Pavković, “Experimental Setup for Internal Combustion Engine Modeling and Control Research”, Internal memorandum 04/05/2002, Zagreb, 2002.

[55] Ž. Tihomirović, “Laboratorijski postav za ispitivanje benzinskog motora”, diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2002.

[56] D. Pavković, J. Deur, M. Jansz & N. Perić, “Experimental Identification of Electronic Throttle Body”, CD ROM proceedings of EPE 2003 conference, 10 pages, Toulouse, France, September 2003.

[57] J. Deur, M. Kostelac, Z. Herold, V. Ivanović, D. Pavković, J. Petrić, I. Mahalec & D. Kozarac, “An Electrical Vehicle with In-wheel Motor and Related Identification and Control Experiments”, Project report, 04/07/05, Zagreb, 2005.

[58] J. Deur, M. Kostelac, Z. Herold, V. Ivanović, D. Pavković, M. Troulis & D. Hrovat, “An Experimental Electrical Vehicle with In-wheel Motor”, CD ROM Proceedings of 13th International Conference on Electrical Drives and Power Electronics, 10 pages, Dubrovnik, September 2005.

[59] M. Kostelac, “Utjecaj direktnih pogona na strukturu pogonskih mehanizama”, Doktorska disertacija, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2006.

[60] “Built-in Torque Motors 1FW6”, Simodrive Planning Guide, Siemens AG, Germany, 2003.

[61] D. Pavković, “Identification and Control of Electronic Throttle Drive”, magistarski rad, Fakultet elektrotehnike i računarstva, Zagreb, 2003.

[62] J. Deur, D. Pavković, N. Perić & M. Jansz, “Analysis and optimization of an electronic throttle for linear operating modes”, Proceedings of 10th International Power Electronics and Motion Control Conference (2002 EPE-PEMC), 10 pages, Dubrovnik, Croatia, 2002.

[63] J. Deur, A. Božić & N. Perić, “Control of Electrical Drives with Elastic Transmission, Friction and Backlash – Experimental System”, Automatika, Vol. 40, No. 3-4, pp. 129-137, KoREMA, Zagreb, 1999.

[64] W. Leonhard, “Control of Electrical Drives”, Springer, 3rd Edition, Berlin, 2001.

[65] N. Perić, “Digitalno mjerenje brzine vrtnje”, Automatika, Vol. 31, No. 3-4, pp. 123-128, KoREMA; Zagreb, 1990.

[66] D. Pavković & J. Deur, “Experimental Analysis of Tire-Road Friction Effects in Low-Slip Operating Mode”, Internal report 06/29/05, Zagreb, 2005.

[67] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling & B. P. Flannery, “Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing”, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1992.

[68] T. J. Cavicchi, "Digital Signal Processing", John Wiley & Sons, 2000.

[69] H. Ohashi, H. Kawai, H. Kojima, T. Umeno, K. Asano, T. Naito, N. Onogi, “Wheel Information Estimating Apparatus”, US Patent No. 6142026, 2000.

[70] M. Hrgetić, D. Pavković & J. Deur, "Tire Testing Experiments As a Support of Tire Friction Estimation", Internal report 05/05/06, Zagreb, 2006.

[71] S. Brock & J. Deskur, “A Practical Approach to Compensation of Torque Ripple in High-Precision Permanent Magnet Motor Drives”, CDROM Proceedings of 13th International Conference on Electrical Drives and Power Electronics, Dubrovnik, Croatia, September 2005.

[72] J. Holtz & L. Springob, “Identification and Compensation of Torque Ripple in High-Precision Permanent Magnet Motor Drives”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 43, No. 2, pp. 309-320, 1996.

[73] D. Pavković & J. Deur: "Experimental Investigation of Potentials for Tire-Road Friction Estimation in Low-Slip Operating Mode", Internal memorandum 10/29/03, Zagreb, 2003.

[74] H. B. Pacejka, "Tire and Vehicle Dynamics", Butterworth-Heinemann, Oxford, 2002.

[75] M. S. Grewal, & A. P. Andrews, "Kalman Filtering – Theory and Practice", John Wiley and Sons, New York, USA, 2001.

[76] B. D. Anderson, & J. B. Moore, "Optimal Filtering", Prentice-Hall, New Jersey, USA 1979.

[77] G. Welch, & G. Bishop, "An introduction to the Kalman filter", tutorial, 81 pages, Department of Computer Science, University of North Carolina, Chapel Hill, 2001.

[78] M. Gopal, "Modern Control System Theory",Wiley Eastern, New Delhi, India, 1984.

[79] D. Pavković & J. Deur, "SI Engine Manifold Intake Air Mass Flow Estimation Based on Adaptive Kalman Filter", internal memorandum, 02/24/06, Zagreb, 2006.

[80] D. Pavković, J. Deur, V. Ivanović & D. Hrovat, "SI Engine Load Torque Estimator based on Adaptive Kalman Filter and Its Application to Idle Speed Control", SAE paper No. 2005-01-0036, SAE International 2005.

[81] A. Chevalier, C. W. Vigild, & E. Hendricks, "Predicting the Port Air Mass Flow of SI Engines in Air/Fuel Ratio Control Applications", SAE paper No 2000-01-0260, SAE International 2000.

[82] J. Deur, S. W. Magner, M. Jankovic & D. Hrovat, "Influence of Intake Manifold Heat Transfer Effects on Accuracy of SI Engine Air-Charge Prediction", CDROM Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, 8 pages, Anaheim, CA, USA, November 2004.

[83] J. Deur, "Luenberger Estimator of SI Engine Load Torque", Internal memorandum 12/30/03, Zagreb, 2003.

[84] D. Pavković & J. Deur, "SI Engine Load Torque Estimator Based on Adaptive Kalman Filter", Internal memorandum 05/19/04, Zagreb, 2004.

[85] D. Pavković & J. Deur, "Further results on SI Engine Load Torque Estimation Based on Adaptive Kalman Filter and Related Idle Speed Control Application", Internal memorandum 01/12/06, Zagreb, 2006.

[86] P. Naslin, "Essentials of Optimal Control", Iliffe Books, London, 1968.

[87] J. Deur, "Kompenzacija utjecaja elastičnosti i trenja u prijenosnim mehanizmima slijednih sustava", Doktorska disertacija, Fakultet elektrotehnike i računarstva, Zagreb, 1999.

[88] V. Ivanović, "Identifikacija i regulacija brzine vrtnje Ottovog motora u praznom hodu", diplomski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 2003.

[89] D. Pavković, J. Deur & I. Kolmanovsky, “Adaptive Kalman Filter-Based Load Torque Compensator for Improved SI Engine Idle Speed Control”, u postupku recenzije za IEEE Transactions on Control System Technology, 2007.

[90] K. Åström, & B. Wittenmark, “Computer Controlled Systems”, Prentice-Hall, London, UK 1984.

[91] D. Pavković & J. Deur, “ Tire Force Estimation Based on Adaptive Kalman Filter and Application to Traction Control”, Internal memorandum 06/18/06, Zagreb, 2006.

[92] B. Novaković, "Metode vođenja tehničkih sistema", Školska knjiga, Zagreb, 1990.

[93] U. Kiencke & L. Nielsen, “Automotive Control Systems”, Springer-Verlag, Berlin, 2000.

[94] J. Deur, V. Ivanović, D. Pavković, D. Hrovat, J. Asgari, M. Troulis & C. Miano, “Experimental analysis and modeling of longitudinal tire friction dynamics for abrupt transients” Tyre Models for Vehicle Dynamics Analysis, Vehicle System Dynamics, Vol. 43, pp. 525-539, Supplement, Taylor & Francis, 2005.

[95] F. Gustafsson, “Monitoring Tire-Road Friction Using the Wheel Slip”, IEEE Control System Magazine, Vol 18, Issue 4, pp. 42-49, August 1998.

[96] D. Pavković & J. Deur, “Application of Kalman Filter for Low-Slip Estimation of Road Condition”, Internal memorandum 01/28/04, Zagreb, 2004.

[97] D. Pavković, “Primjena adaptivnog Kalmanovog filtra za procjenu parametara modela torzijskih vibracija automobilske gume”, radne bilješke, Zagreb 2006.

[98] Ž. Pauše, “Vjerojatnost”, Školska knjiga, Zagreb, 1988.

[99] V. Bego, “Mjerenja u elektrotehnici”, Tehnička knjiga, Zagreb, 1990.

[100] E. Kreyszig, “Advanced Engineering Mathematics”, John Wiley and Sons, N.J., USA, 1999.

Životopis

Danijel Pavković roden je 1975. godine u Sisku, Republika Hrvatska. 1993. godine maturirao je u Tehničkoj školi, Sisak, kao tehničar za opću elektroniku. Naposredno nakon završene srednje škole upisuje studij na Fakultetu elektrotehnike i računarstva (FER), gdje diplomira 1998. godine na Zavodu za automatiku i procesno računarstvo pod mentorstvom Prof. dr. sc. Nedjeljka Perića.

U listopadu 1998. godine zapošljava se na Zavodu za automatiku i procesno računarstvo FER-a kao stručni suradnik, gdje učestvuje na dva višegodišnja projekta poduprta od strane Ministarstva obrane RH. Istovremeno upisuje poslijedipomski znanstveni studij na Fakultetu elektrotehnike i računarstva. Magistrirao je 2003. godine s temom "Identification and Control of Electronic Throttle Drive" ("Identifikacija i regulacija pogona zaklopke motora s unutarnjim izgaranjem") pod mentororstvom prof. dr. sc. Nedjeljka Perića.

Od 2000. godine radi na Zavodu za robotiku i automatizaciju proizvodnih sustava Fakulteta strojarstva i brodogradnje kao znanstveni novak/asistent. Trenutno je angažiran na znanstvenom projektu MZOŠ RH 120-0361621-1896 ("Modeliranje i upravljanje hibridnim vozilima"), a koji je podržan od strane Ministarstva znanosti i tehnologije RH. Također sudjeluje u nastavi iz niza kolegija s područja elektrotehnike i regulacije.

Danijel Pavković je autor ili koautor 4 rada u CC/SCI časopisima, 18 radova u zbornicima skupova s međunarodnom recenzijom, niza studija i tehničkih izvještaja, te jednog patenta. Za njegov istraživački rad u proteklom razdoblju dodijeljena mu je 2005. godine Državna nagrada za znanstvene novake u području tehničkih znanosti.

Tečno govori engleski jezik, dok se pasivno služi njemačkim jezikom.

Curriculum Vitae

Danijel Pavković was born in Sisak, Republic of Croatia in 1975. He graduated from the Technical school in Sisak as the technician for electronics in 1993. Immediately after finishing high school he enrolled to study at the Faculty of Electrical Engineering and Computing, University of Zagreb where he graduated in 1998 at the Department of Control and Computer Engineering in Automatic Control under the mentorship of prof. Nedjeljko Perić.

In October 1998, he started working at the Department of Control and Computer Engineering in Automation, Faculty of Electrical Engineering and Computing, as a

department assistant. There he participated in two multi-year projects granted by the Ministry of Defense of Republic of Croatia. At the same time he enrolled at the postgraduate study. In 2003 he defended his M. Sc. thesis “Identification and Control of Electronic Throttle Drive” which he had done under the mentorship of prof. Nedjeljko Perić.

Since January 2000, he has been working at the Department of Robotics and Automation of Manufacturing Systems, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, as a research assistant. He is currently involved in research activities at the project No. 120-0361621-1896 ("Modeling and Control of Hybrid Vehicles"), supported by the Ministry of Science, Education and Sports of the Republic of Croatia. He is also involved in teaching activities at several undergraduate courses from the fields of Electrical Engineering and Control.

Danijel Pavković is the author/co-author of four papers in internationally recognized CC/SCI scientific journals, 18 papers in conference proceedings with international review, a number of studies and technical reports, and one patent. For his research efforts, he received the State Award for junior researchers in the field of technical sciences in 2005.

He speaks English fluently, and uses German to a lesser extent.