UNAPRJEĐENJE ESTIMACIJA PARAMETARA I VARIJABLI STANJA ASINKRONOG STROJA PRIMJENOM STATISTIČKIH METODA

Benšić, Tin

Doctoral thesis / Disertacija

2021

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:200:206824

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-04-17**

Repository / Repozitorij:

Faculty of Electrical Engineering, Computer Science and Information Technology Osijek

SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, RAČUNARSTVA I
INFORMACIJSKIH TEHNOLOGIJA

Tin Benšić

UNAPRJEĐENJE ESTIMACIJA PARAMETARA I VARIJABLI STANJA ASINKRONOG STROJA PRIMJENOM STATISTIČKIH METODA

Doktorska disertacija

Osijek, 2021.

Doktorska disertacija izrađena je na:
Zavodu za elektrostrojarstvo,
Fakulteta elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek,
Sveučilišta J.J. Strossmayera Osijek.

Mentor: dr.sc. Marinko Barukčić, izvanredni profesor

Disertacija ima 168 stranica

Disertacija broj: 81

Povjerenstvo za ocjenu teme doktorske disertacije:

prof.dr.sc. Željko Hederić - predsjednik povjerenstva, FERIT Osijek

izv.prof.dr.sc. Marinko Barukčić - član predloženi mentor, FERIT Osijek

izv.prof.dr.sc. Neven Bulić - vanjski član, Tehnički fakultet Rijeka

Povjerenstvo za obranu doktorske disertacije:

prof.dr.sc. Željko Hederić - predsjednik povjerenstva, FERIT Osijek

izv.prof.dr.sc. Marinko Barukčić - član mentor, FERIT Osijek

izv.prof.dr.sc. Neven Bulić - vanjski član, Tehnički fakultet Rijeka

doc.dr.sc. Tomislav Rudec, član, FERIT Osijek

doc.dr.sc. Vedrana Jerković Štil, članica, FERIT Osijek

Datum obrane doktorske disertacije: 16. srpnja 2021.

Velika zahvala mojoj obitelji, prijateljima i kolegama koji su svojim nesebičnim djelima i pomoći kada je najviše trebalo izrazito doprinijeli izradi ove disertacije

Hvala mentoru Marinku na svoj pruženoj zaštiti i vodstvu kroz beskonačne procedure i papirologije u kojima se nikad ne bih sam snašao

Posebno hvala mojoj majci Mirti, tvoji savjeti nemaju mjerilo. Isto tako posebna zahvala i mojoj Dori koja je samnom proživjela sve teškoće izrade disertacije

Sadržaj

1. Uvod **1**

2. Matematički modeli asinkronog stroja. **4**

2.1. Matematička podloga modeliranju i upravljanju sustavima. . . **4**

2.1.1. Model sustava u prostoru stanja 5

2.1.2. Stabilnost sustava 7

2.1.3. Linearizirani sustavi 9

2.1.4. Diskretni i diskretizirani sustavi 9

2.2. Matematičko modeliranje asinkronog stroja **12**

2.3. Dvoosna teorija prostornih vektora **17**

2.4. Dvoosni modeli asinkronog stroja **21**

2.4.1. Dvoosni modeli - mirujući koordinatni sustav 25

2.5. Model za vektorsko upravljanje asinkronim strojem **27**

2.5.1. Vektorsko upravljanje asinkronim strojem 31

2.5.2. Direktna i indirektna orijentacija *mt* sustava, problem estimacije . 33

3. Odabir vremena uzorkovanja optimizacijskom metodom **36**

3.1. Uvod u poglavlje **36**

3.2. Predstavljanje problema odabira vremena uzorkovanja . . . **39**

3.3. Kriterij izbora vremena uzorkovanja **41**

3.4. Procjena polova linearnog sustava **45**

3.4.1. Odziv linearnog sustava na impulsnu pobudu 45

3.4.2. Aproksimacija sustava sumom kompleksnih eksponencijala . . . 47

3.5. Odabir vremena uzorkovanja tranzijenta asinkronog stroja. . . **52**

3.5.1. Optimizacijska procedura za izračun polova asinkronog stroja . . 54

3.5.2. Strukturirani prikaz procedure 57

3.6. Simulacijski i eksperimentalni primjeri 58
3.6.1. Odabir vremena uzorkovanja - simulacija 58
3.6.2. Odabir vremena uzorkovanja - eksperiment 62
3.6.3. Provjera na proceduri procjene parametara 67
3.6.4. Računalna kompleksnost metode 72
4. Sinteza estimatora stanja i parametara asinkronog stroja 74
4.1. Uvod u poglavlje 74
4.2. Estimacija parametara regresijskih modela 79
4.3. Volterra transformacija i BCNK kernel funkcija 86
4.3.1. Osnovna svojstva Volterra BC-NK transformacije 87
4.3.2. BC-NK kernel funkcija 90
4.3.3. Implementacija BC-NK Volterra transformacije 92
4.4. Adaptivni osmotritelj stanja i parametara asinkronog stroja . 95
4.4.1. Transformacije modela asinkronog stroja 96
4.4.2. Dizajn adaptivnog osmotritelja stanja 100
4.4.3. Procjena parametara Volterra transformiranim regresijskim modelom 102
4.4.4. Osvrt na uvjete konvergencije procjene parametara. 106
4.5. Smanjenje utjecaja šuma mjerenja 111
4.5.1. ARMAX struktura vremenskih nizova 113
4.5.2. ARMAX u ulozi filtera. 115
4.5.3. Eksperimentalna analiza adaptivnog ARMA filtera. 118
4.6. Simulacijska analiza rada cjelovitog adaptivnog estimatora stanja i parametara 123
4.6.1. Zalet, opterećenje i reverziranje 127
4.6.2. Simulacijsko ispitivanje konvergencije parametara 137
5. Zaključak. 142
LITERATURA 146
Tumač oznaka. 159
Sažetak 164
Abstract 166
Biografija 168

1. UVOD

Otkako je Nikola Tesla 1888. godine postavio prve koncepte okretnog magnetskog polja i Robert Henry Park 1929. sistematizirao dvoosnu teoriju izmjeničnih strojeva, asinkroni strojevi dominiraju kao najrašireniji uređaji za pretvorbu energije iz električne u mehaničku i obrnuto posredstvom magnetskog polja.

Kroz povijest primjena asinkronih strojeva pokazala je široke prednosti u pogledu konstrukcije i rada nad svim ostalim vrstama električnih strojeva uz postojanje ozbiljne mane - nedostatka mogućnosti za upravljanjem brzinom vrtnje i momentom.

Skoro stotinu godina kasnije, Hasse u doktoratu [1] i Blaschke u doktoratu [2], neovisno jedan o drugome, postavljaju temelje indirektnog i direktnog vektorskog upravljanja asinkronim strojem te se njihovo istraživanje 70-ih godina smatra prekretnicom u automatizaciji elektromotornih pogona u svijetu. Vektorsko upravljanje asinkronim strojem, kako su ga zamislili Hasse i Blaschke, do danas je dominantno u primjeni u komercijalnim frekventnim pretvaračima, dakako uz modifikacije koje nam omogućava razvoj analogne, digitalne, a poglavito i energetske elektronike.

Vektorsko upravljanje široko je opisano u temeljnim knjigama iz područja upravljanja elektromotornim pogonima, kao što su [3, 4, 5, 6].

Sami koncepti vektorskog upravljanja zasnovani su na regulaciji linearnih sustava koji se modeliraju prijenosnim funkcijama. Ipak, kako bi se ovakav pristup omogućio, nužno je provesti orijentaciju referentnog koordinatnog sustava prema prostornom vektoru rotorskog ulančanog toka čija mjerenja nisu dostupna. Upravo zato, ključan podsustav za ispravno funkcioniranje vektorskog upravljanja asinkronog stroja je estimator stanja koji na temelju dostupnih mjerenja i matematičkog modela sustava izračunava nepoznate varijable stanja za regulaciju asinkronog motora.

Strelovit razvoj ugradbene elektronike i računala danas omogućuje primjenu matematički zahtjevnijih procedura u svrhu estimacije stanja i parametara asinkronog stroja. Tako se danas kao temeljna značajka modernih regulacijskih sustava asinkronog stroja postavlja

rad bez fizičkog mjerenja brzine vrtnje vratila. Ovaj se pristup u engleskoj terminologiji naziva *sensorless control*, odnosno, upravljanje bez senzora. Izbacivanje senzora brzine vrtnje podrazumijeva dodatno umanjenje osmotrivosti sustava, kod kojeg već ne postoje mjerenja vezana za rotorske jednadžbe.

Današnja znanstvena istraživanja dodatno proširuju problem procjene brzine vrtnje asinkronog stroja sa činjenicom da parametri stroja mogu varirati. Tako induktiviteti mogu varirati s poznatim i teško modeliranim histereznim ponašanjem, dok otpori dominantno variraju s temperaturom ili zbog kvarova stroja.

Upravo zato važno je procijeniti parametre asinkronog stroja prije pogona kako bi se prema određenim parametrima podesilo regulacijski sustav te ostvarilo željeno vladanje. Nakon puštanja asinkronog stroja u pogon zahtijeva se kontinuirano praćenje promjene parametara i adaptaciju regulacijskih krugova kako bi se osiguralo što bolje vladanje sustava.

Ova doktorska disertacija kao temu postavlja unaprjeđenje estimacija parametara i stanja asinkronog stroja statističkim metodama. Ovdje se stavlja naglasak na primjenu regresijskih estimacija parametara modela kako bi se unaprijedili postupci za procjenu parametara prije pogona asinkronog stroja i rekurzivnu procjenu stanja i parametara za vrijeme pogona stroja. Upravo zbog podjele disertacije na doprinos vezan uz estimaciju prije pogona i doprinose vezane za estimaciju za vrijeme pogona stroja svako poglavlje sadrži kratak uvod i pregled literature vezane uz odgovarajuće područje kojim se poglavlje bavi.

Izgradnja matematičkog modela asinkronog stroja nužnog za primjenu vektorskog upravljanja i za sintezu estimatora stanja kao temelj za primjenu bilo kojih matematičkih tehnika estimacije prikazana je u drugom poglavlju ove disertacije. Temeljni pojmovi iz teorije sustava važni za razumijevanje disertacije također su prikazani u ovom poglavlju. Tu se poglavito misli na teorijske formulacije Ljapunovljeve stabilnosti i stabilnosti linearnih sustava koji su temelj regulacije i estimacije stanja sustava.

Kako bi se matematički model asinkronog stroja mogao primjenjivati u svrhu sinteze regulatora, nužno je poznavati parametre tog modela. Jedan od doprinosa ove doktorske disertacije vezan je upravo uz to područje. Treće poglavlje disertacije predstavlja metodu za odabir vremena uzorkovanja za metode procjene parametara modela asinkronog stroja van aktivnog pogona. Ovdje se podrazumijeva mogućnost odabira eksperimentalnih uvjeta i mjerne opreme. Ovaj pristup u engleskoj terminologiji spada pod *offline* metode. Odabir vremena uzorkovanja predstavlja se kao optimizacijski problem određivanja najbolje aprok-

simacije reda kompleksnih eksponencijala u prethodno eksperimentalno dobivene podatke.

U četvrtom poglavlju doktorske disertacije predstavlja se adaptivni postupak za rekurzivnu procjenu statorskih struja i rotorskih tokova kao varijabli stanja te otpora statora, rotorske vremenske konstante i brzine vrtnje kao parametara modela stroja. Dodatno poboljšanje performansi novog osmotritelja uvodi se primjenom autoregresivnog statističkog procesa u funkciji niskopropusnog filtra koji omogućava smanjivanje neželjenih utjecaja na signale povratne veze uz značajno unaprjeđenje njihove fazne sinkroniziranosti. Ove metode, prema engleskoj terminologiji, pripadaju u *online* metode estimacije stanja i parametara asinkronog stroja. Kod sinteze ovog osmotritelja stanja susreću se problemi vezani uz stabilnost i konvergenciju autonomnih sustava, korištenje numeričke derivacije dostupnih mjerenja i probleme identifikabilnosti nelinearnih struktura modela. Sintetizirani osmotritelj stanja sustava adaptivan je prema nepoznatim parametrima. Rad adaptivnog dijela zasnovan je na transformaciji modela korištenjem Volterra operatora sa predefiniranom kernel funkcijom odgovarajućih svojstava i estimaciji parametara rekurzivnim regresijskim postupkom gradijentnog spusta.

Kako bi se unaprijedila stabilnost i konvergencija predstavljenog osmotritelja u slučajevima izrazite zašumljenosti mjerenih signala predstavlja se dizajn niskopropusnog filtra utemeljen na autoregresivnom statističkom procesu. Korištenje ovakvog filtra ne zahtijeva značajno iskustvo iz područje obrade signala, a kao rezultat daje iznimnu očuvanost signala u odnosu na šum uz minimalne fazne pomake filtriranih signala.

U konačnici, izvorni znanstveni doprinosi disertacije obuhvaćaju unaprjeđenje postupaka inicijalne estimacije parametara odabirom prikladnog vremena uzorkovanja kako bi se smanjili računalni zahtjevi, sintezu adaptivnog osmotritelja stanja koji prati promjene otpora statora i rotora asinkronog stroja te sintezu adaptivnog filtra zasnovanog na statističkom autoregresivnom modelu.

2. MATEMATIČKI MODELI ASINKRONOG STROJA

2.1. Matematička podloga modeliranju i upravljanju sustavima

Matematički model nekog sustava je osnovna polazišna točka za analizu rada, sintezu regulacijskih krugova, predviđanje vladanja te dizajn i odabir pomoćne opreme. Upravo zato polazišna točka ove disertacije je izvod matematičkog modela asinkronog stroja i transformacija tog modela u prikladne forme za procjene parametara i stanja stvarnog uređaja.

Prije nego se prijeđe na opisivanje matematičkih modela asinkronog stroja i tehnike za poboljšanje rada asinkronog stroja, nužno je sažeto prikazati osnovne pojmove i postulate teorije modeliranja i upravljanja sustavima koji se primjenjuju u ovoj disertaciji.

Razvoj teorije upravljanja sustavima značajne pomake doživljava nakon 1960. godine i strukturiranja Kalman filtera [7], u svrhu optimalne procjene stanja sustava. Danas se teorija sustava najčešće dijeli na teoriju upravljanja nelinearnim sustavima i poopćena gradiva vezana za upravljanje linearnim sustavima. Osnovna literatura u ovom području svakako bi bile knjige [8], [9], [10] i [11].

Paralelno razvoju teorije sustava, koja zapravo proizlazi iz teorije običnih diferencijalnih jednadžbi sa statističkim korijenima, razvija se teorija modeliranja i identifikacije sustava. Teoriju identifikacije sustava prvi je temeljito strukturirao Lennart Ljung u prvom izdanju knjige [12], nakon čega dolazi do naglog razvoja identifikacije sustava kao znanstvenog područja. Kvalitetna literatura iz ovog područja su svakako knjige [13], [14], [15], [16], [17].

Identifikacija sustava, modeliranje i teorija upravljanja sustavima neupitno su usko povezane grane primjenjene matematike. Razvojem tehnologije danas je omogućeno korištenje naprednih identifikacijskih struktura u rekurzivnim petljama za upravljanje sustavima te je veza među navedenim granama sve očitija. Najjasnija veza između upravljanja i identifikacije sustava postavlja se u teoriji adaptivnog upravljanja [18],[19]. Danas, cjelokupno

matematičko znanje teorije upravljanja i identifikacije povezuje se u cjelinu u knjizi [20].

2.1.1. Model sustava u prostoru stanja

Kako bi se provelo matematičko modeliranje nekog uređaja potrebno je uspostaviti vezu između varijabli koje djeluju na sustav kao ulazne veličine, varijabli koje sačinjavaju odgovor sustava na poticaj, a mogu se kvantificirati kao izlazne veličine, i posrednih varijabli koje u cijelosti opisuju trenutno stanje sustava, a koje se nazivaju varijablama stanja.

U općoj notaciji model sustava u prostoru stanja opisan je vektorskom diferencijalnom jednadžbom stanja (2-1).

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t|\boldsymbol{\Theta}) \tag{2-1}$$

Ovdje je vektor varijabli stanja $\mathbf{x}$ (ili u dužoj notaciji $\mathbf{x}(t)$) zapravo nepoznata zavisna vremenski promjenjiva varijabla sustava nelinearnih diferencijalnih jednadžbi koji je strukturiran pomoću realne vektorske funkcije $\mathbf{f}$. Varijable vektora $\mathbf{u}$ su u pravilu poznate, determinističke vremenski promjenjive varijable koje djeluju na sustav. Vektor $\boldsymbol{\Theta}$ označava realne parametre sustava koji sačinjavaju strukturu funkcije $\mathbf{f}$.

Funkcija $\mathbf{f}$ može imati eksplicitnu vremensku ovisnost označenu s vremenskom neovisnom varijablom t i tada se radi o vremenski promjenjivom sustavu. Ukoliko nema vremenske ovisnosti u strukturi funkcije $\mathbf{f}$ već se ono nalazi samo u promjenjivosti varijabli $\mathbf{x}$ i $\mathbf{u}$, radi se o vremenski nepromjenjivom sustavu.

Varijable koje se promatraju kao reakcija sustava nazivaju se izlazne varijable i označene vektorom $\mathbf{y}$. Fizikalne veličine koje u praksi sačinjavaju ovaj vektor se u pravilu proizvoljno odabiru i pri modeliranju može se odabrati ovisno o namjeni modela. Algebarska jednadžba (2-2) naziva se izlaznom jednadžbom, povezuje izlazne varijable sa ulaznim varijablama, može biti vremenski promjenjiva te je također strukturirana sa parametrima $\boldsymbol{\Theta}$.

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t|\boldsymbol{\Theta}) \tag{2-2}$$

Linearni model u prostoru stanja

Specijalni slučaj modela u prostoru stanja dobiva se ako su funkcije $\mathbf{f}$ i $\mathbf{g}$ iz jednadžbi (2-1) i (2-2) linearne i vremenski nepromjenjive. U tom slučaju model sustava u prostoru stanja može se napisati kao:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{aligned} \tag{2-3}$$

Parametri $\boldsymbol{\Theta}$ postaju elementi matrica $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ i $\mathbf{D}$. Ukoliko je $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ i $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^l$, vrijedi:

- matrica $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ naziva se matricom sustava
- matrica $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times l}$ naziva se ulaznom matricom
- matrica $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ naziva se izlaznom matricom
- matrica $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{m \times l}$ naziva se matricom preslikavanja ulaza na izlaz sustava.

Autonomni sustav

Sustav se naziva autonomnim sustavom ukoliko je modeliran s (2-1) ali ne postoji vanjska ulazna veličina $\mathbf{u}$ koja djeluje na taj sustav. Dakle, nelinearan autonomni sustav karakteriziran je jednadžbom stanja (2-4), a linearna varijanta s (2-5)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \tag{2-4}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{2-5}$$

Neautonomni sustavi mogu se svesti na vremenski promjenjive autonomne sustave ukoliko se poznaje eksplicitno funkcija $\mathbf{u}$. Upravo zato koncepte stabilnosti može se pokazati za autonomne sustave, a dodatne generalizacije moguće je promatrati u literaturama, npr. [8, 9, 18].

Početno stanje i stacionarno stanje sustava

Kako bi se moglo rješavati diferencijalne jednadžbe nužno je poznavanje početnog uvjeta sustava, odnosno, partikularnog rješenja diferencijalne jednadžbe. Početni uvjet označava se sa $\mathbf{x}_0$.

Stacionarna točka sustava definirana u [11] i [21] je ono stanje sustava $\mathbf{x}_s$ u kojem će se sustav zadržati ukoliko nema vanjskog poticaja ili poremećaja na sustav. Matematički to znači da vrijedi

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_s \implies \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x}_s = \mathbf{0} \tag{2-6}$$

Odnosno, za stacionarnu točku može se pisati i sljedeće

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_s, \mathbf{u}) = \mathbf{0} \tag{2-7}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x}_s - \mathbf{f}(\mathbf{x}_s, \mathbf{u}) = 0 \tag{2-8}$$

Na temelju definicije stacionarne točke, jasno je da je točka $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ stacionarna točka autonomnog linearnog sustava. Za neautonomne sustave položaj stacionarne točke ovisi o forsiranom odzivu sustava na ulaznu veličinu. Nelinearni sustavi mogu imati više stacionarnih točaka, a one ovise o strukturi modela sustava.

2.1.2. Stabilnost sustava

Stabilnost sustava svakako je ključno svojstvo koje osigurava ispravan rad sustava. Stabilan sustav osigurava postizanje stacionarne točke i zadržavanje iste unatoč djelovanju vanjskih poremećaja. Matematičku formulaciju stabilnosti osmislio je Aleksandr Mihajlovič Ljapunov u svom doktoratu *Generalni problem stabilnosti gibanja* 1892. godine. Od onda do danas Ljapunovljeva stabilnost dominira kao najvažniji aspekt teorije sustava i upravljanja sustavima, a njegova direktna metoda za sintezu regulatora je u širokoj primjeni.

Ljapunovljeva stabilnost sustava: Stacionarno stanje sustava $\mathbf{x}_s$ autonomnog sustava (2-4) je stabilno u smislu Ljapunova ako za bilo koji početni trenutak t_0 i bilo koji realni broj $\varepsilon > 0$ postoji realan broj $\delta(t_0, \varepsilon)$ takav da vrijedi:

$$\|\mathbf{x}_0(t_0) - \mathbf{x}_s\| < \delta(t_0, \varepsilon) \implies \|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_s\| < \varepsilon \quad \forall t > t_0 \tag{2-9}$$

Uniformna stabilnost sustava: Sustav je uniformno stabilan ako je stabilan u smislu Ljapunova i ako δ ne ovisi o početnom trenutku i o ε.

Asimptotska stabilnost sustava: Sustav je asimptotski stabilan ako je stabilan u smislu Ljapunova i ako vrijedi:

$$\mathbf{x}(t) \to \mathbf{x}_s \quad \text{kada} \quad t \to \infty \tag{2-10}$$

Globalna stabilnost Ako je sustav asimptotski stabilan za bilo koji početni uvjet $\mathbf{x}_0$ onda je sustav globalno asimptotski stabilan. □

Dokazivanje stabilnosti nekog sustava najčešće se provodi Ljapunovljevom direktnom metodom koja se temelji na ključnom Ljapunovljevom teoremu. Ovdje se iskazuje Ljapunovljev teorem za neautonomne sustave koji se trivijalno generalizira na autonomne sustave. Dokaze Ljapunovljevog teorema i dodatne opise koncepta stabilnosti sustava moguće je pronaći u literaturi navedenoj na početku ovog poglavlja, a posebno se preporuča [11, 22, 19].

Ljapunovljev teorem za neautonomne sustave:

Sustav je stabilan ako za stacionarnu točku sustava $\mathbf{x}_s$ postoji trajektorija stanja $\mathbf{x}(t)$ u okolišu $\|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_s\| < \varepsilon$ i ako postoji skalarna pozitivno definitna funkcija $V(\mathbf{x}, t)$ koja ima kontinuirane parcijalne derivacije te ako je vremenska derivacija $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V$ negativno semidefinitna.

Sustav je uniformno stabilan ako je stabilan i ako postoji vremenski neovisna pozitivno definitna funkcija $V_1(\mathbf{x})$ takva da je $V(\mathbf{x}, t) \leq V_1(\mathbf{x}) \forall t \geq 0$.

Sustav je uniformno asimptotski stabilan ako je uniformno stabilan i ako je vremenska derivacija $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V$ negativno definitna.

Sustav je globalno uniformno asimptotski stabilan ako je uniformno stabilan na cijelom prostoru stanja (umjesto na okolišu koji je ograničen sa ε) i ako je funkcija $V(\mathbf{x}, t)$ radijalno neograničena ($V \to \infty$ kada $\mathbf{x} \to \infty$). □

Ljapunovljev teorem omogućava dokazivanje stabilnosti nekog sustava traženjem skalarne funkcije. U praksi se vrlo često odabiru kvadratne forme varijabli stanja koje svojom strukturom zadovoljavaju radijalnu neograničenost i pozitivnu definitnost.

Stabilnost linearnih sustava

Ako je sustav definiran jednadžbom (2-5), može se izabrati kvadratna forma Ljapunovljeve funkcije $V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T\mathbf{P}\mathbf{x}$, gdje je $\mathbf{P}$ simetrična pozitivno definitna matrica. Vremenska derivacija ove Ljapunovljeve funkcije je:

$$V^{(1)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V = \mathbf{x}^T(\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A})\mathbf{x} \tag{2-11}$$

Kako bi se dokazala stabilnost sustava potrebno je pokazati negativnu definitnost od $V^{(1)}$. Ona je osigurana ako vrijedi:

$$V^{(1)} = \mathbf{x}^T(\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A})\mathbf{x} = -\mathbf{x}^T\mathbf{Q}\mathbf{x} \tag{2-12}$$

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} = -\mathbf{Q} \tag{2-13}$$

gdje je matrica $\mathbf{Q}$ pozitivno definitna simetrična matrica. Jednadžba (2-13) naziva se Ljapunovljevom jednadžbom i njeno rješenje po nepoznatoj matrici $\mathbf{P}$ postoji za bilo koju simetričnu pozitivno definitnu matricu $\mathbf{Q}$ ako je matrica $\mathbf{A}$ Hurwitz matrica (ima sve svojstvene vrijednosti s negativnim realnim dijelom).

2.1.3. Linearizirani sustavi

U okolišu neke radne točke $(\mathbf{x}_r, \mathbf{u}_r, \mathbf{y}_r)$ nelinearni sustav moguće je promatrati njegovim lineariziranim aproksimantom. Linearizacija sustava provodi se razvojem modela nelinearnog sustava (2-1) u Taylorov red oko radne točke $\mathbf{x}_r$. Zadržavanjem samo linearnih članova Taylorovog reda dobiva se linearizirani sustav

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{x} &= \mathbf{A}_l\Delta\mathbf{x} + \mathbf{B}_l\Delta\mathbf{u} \\ \Delta\mathbf{y} &= \mathbf{C}_l\Delta\mathbf{x} + \mathbf{D}_l\Delta\mathbf{u} \end{aligned} \tag{2-14}$$

gdje su matrice $\mathbf{A}_l$, $\mathbf{B}_l$, $\mathbf{C}_l$ i $\mathbf{D}_l$ definirane Jakobijanima funkcija $\mathbf{f}$ i $\mathbf{g}$ prema:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_l &= \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \quad \mathbf{B}_l = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \\ \mathbf{C}_l &= \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \quad \mathbf{D}_l = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \end{aligned} \tag{2-15}$$

Linearizirane varijable stanja $\Delta\mathbf{x}$, ulazne varijable $\Delta\mathbf{u}$, izlazne varijable $\Delta\mathbf{y}$ su sada odstupanja stvarnih varijabli od radne točke $(\mathbf{x}_r, \mathbf{u}_r, \mathbf{y}_r)$.

U slučaju da je radna točka $\mathbf{x}_r$ ujedno i stacionarna točka sustava (2-1), onda se linearizirani sustav naziva Ljapunovljevim lineariziranim sustavom i može se tvrditi da je:

- Nelinearan sustav lokalno asimptotski stabilan u radnoj točki $\mathbf{x}_r$ ako je linearizirani sustav stabilan
- Ako je linearizirani sustav na granici stabilnosti, za radnu točku $\mathbf{x}_r$ nije moguće tvrditi je li nelinearan sustav stabilan ili ne.

2.1.4. Diskretni i diskretizirani sustavi

Dosad su svi predstavljeni matematički modeli sustava u prostoru stanja podrazumijevali vremensku kontinuiranost varijabli stanja $\mathbf{x}(t)$, kao i ulaznih i izlaznih varijabli. Ukoliko su

varijable stanja, ulazne varijable i izlazne varijable poznate samo u diskretnim trenutcima $t_k = kT_s$ definiranim s vremenskim korakom uzorkovanja T_s i cijelim brojem k (u praksi najčešće pozitivnim), tada se varijable modela označavaju kao diskretni uzorci $\mathbf{x}[k]$, $\mathbf{y}[k]$ i $\mathbf{u}[k]$ i njihova veza se uspostavlja diskretnim modelom u prostoru stanja (2-16).

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[k] &= \mathbf{f}_d(\mathbf{x}[k-1], \mathbf{u}[k-1]|\boldsymbol{\Theta}) \\ \mathbf{y}[k] &= \mathbf{g}_d(\mathbf{x}[k], \mathbf{u}[k]|\boldsymbol{\Theta}) \end{aligned} \tag{2-16}$$

Model umjesto korištenja uzorka $\mathbf{x}[k-1]$ kako bi izračunao $\mathbf{x}[k]$ može biti i predikcijski, gdje se korištenjem uzorka $\mathbf{x}[k]$ izračunava $\mathbf{x}[k+1]$.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[k+1] &= \mathbf{f}_d(\mathbf{x}[k], \mathbf{u}[k]|\boldsymbol{\Theta}) \\ \mathbf{y}[k] &= \mathbf{g}_d(\mathbf{x}[k], \mathbf{u}[k]|\boldsymbol{\Theta}) \end{aligned} \tag{2-17}$$

Svaki model kontinuiranog sustava moguće je pretvoriti u diskretni model postupkom diskretizacije. Vremenska derivacija $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$ može se aproksimirati prema nekoj od metoda diskretizacije. Najpoznatije metode su unaprijedna, unazadna i središnja Eulerova diskretizacija, Tustinova bilinearna transformacija. Primjer diskretizacije nelinearnog sustava daje se za Eulerovu unazadnu diskretizaciju, opisanu jednadžbom (2-18).

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x}(kTs) \approx \frac{\mathbf{x}(kT_s) - \mathbf{x}((k-1)T_s)}{T_s} \tag{2-18}$$

Diskretizacija sustava (2-1) sada je:

$$\mathbf{x}[k] = \mathbf{x}[k-1] + T_s\mathbf{f}(\mathbf{x}[k], \mathbf{u}[k]|\boldsymbol{\Theta}) \tag{2-19}$$

Aproksimacija vremenske derivacije modela koristi se kod nelinearnih sustava. Kod linearnih i linearizirani modela moguće je izvesti egzaktno rješenje diskretiziranog sustava rješavanjem diferencijalnih jednadžbi (2-3). Bez detaljnog ulaženja u izvod rješenja, za sustav (2-3) analitičko rješenje je:

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)}\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{2-20}$$

Uvrsti li se u rješenje linearnog sustava sada definicija diskretne varijable stanja $\mathbf{x}[k] = \mathbf{x}(kTs)$ i pretpostavi li se da je $\mathbf{u}$ konstanta između dva uzorka k i $k+1$, rješenje (2-20) moguće je svesti na oblik:

$$\mathbf{x}[k+1] = e^{\mathbf{A}T_s}\mathbf{x}_k + \mathbf{A}^{-1}\big(e^{\mathbf{A}T_s} - \mathbf{I}\big)\mathbf{B}\mathbf{u}[k] \tag{2-21}$$

odakle se može prepoznati linearni diskretni model kod kojeg vrijedi:

$$\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}T_s} \qquad \mathbf{B}_d = \mathbf{A}^{-1}\big(e^{\mathbf{A}T_s} - \mathbf{I}\big)\mathbf{B} \tag{2-22}$$

Prema prikazanim jednadžbama jasno se može vidjeti da struktura diskretiziranih modela ne ovisi samo o fizikalnim zakonitostima na temelju kojih je model postavljen već i o vremenu uzorkovanja tih modela. Vrijeme uzorkovanja može značajno utjecati na stabilnost i numeričku razlučivost modela, a o tome će više govora biti u trećem poglavlju.

Kako je za linearne sustave pokazano, Hurwitzova forma matrice $\mathbf{A}$ je nužan uvjet za stabilnost linearnih sustava. Ona se pokazuje određivanjem svojstvenih vrijednosti matrice $\mathbf{A}$ koje se kroz ovaj dokument označavaju s λ_i za $i = 1 \ldots n$, gdje je n dimenzija matrice $\mathbf{A}$. Svojstvene vrijednosti matrice $\mathbf{A}$ još se nazivaju polovima ili modovima sustava.

Kako je pokazano, egzaktni odziv diskretnog sustava ovisi o kompleksnoj eksponencijali $e^{\mathbf{A}T_s}$. Poznato je da je stabilnost diskretiziranih sustava očuvana ako su svojstvene vrijednosti matrice $e^{\mathbf{A}T_s}$ u dijelu kompleksne ravnine koji je omeđen jediničnom kružnicom ([23, 8]).

Još se uspostavlja veza polova diskretiziranih modela z_i sa kontinuiranima λ_i. Matricu linearnog kontinuiranog sustava moguće je faktorizirati rastavom na svojstvene vrijednosti na zapis:

$$\mathbf{A} = \mathbf{W}\mathbf{\Lambda}\mathbf{W}^{-1} \tag{2-23}$$

U ovom obliku matrice $\mathbf{\Lambda} = \operatorname{diag}\begin{bmatrix}\lambda_1 & \ldots & \lambda_n\end{bmatrix}$ je diagonalna matrica svojstvenih vrijednosti matrice $\mathbf{A}$, dok su matrice $\mathbf{W}$ i $\mathbf{W}^{-1}$ matrice lijevih i desnih svojstvenih vektora. Prema [24] za neku funkciju $f(\mathbf{A})$ sada vrijedi:

$$f(\mathbf{A}) = \mathbf{W}f(\mathbf{\Lambda})\mathbf{W}^{-1} \tag{2-24}$$

Primijeni li se ovo svojstvo na funkciju kompleksne eksponencijale, diskretizirana matrica $\mathbf{A}_d$ može se pisati kao:

$$\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}T_s} = \mathbf{W}e^{\mathbf{\Lambda}T_s}\mathbf{W}^{-1} \tag{2-25}$$

Za kompleksnu eksponencijalu $e^{\mathbf{\Lambda} T_s}$ vrijedi:

$$e^{\mathbf{\Lambda} T_s} = \text{diag}\left[e^{\lambda_1 T_s} \dots e^{\lambda_n T_s}\right] \tag{2-26}$$

Kako je prikazana kompleksna eksponencijala također diagonalna matrica, može se tvrditi da je matrica $\mathbf{A}_d$ također faktorizirana prema rastavu na svojstvene vrijednosti. Dakle, može se ustvrditi veza između i-te svojstvene vrijednosti kontinuiranog linearnog sustava λ_i i njene pripadne svojstvene vrijednosti diskretiziranog linearnog sustava z_i:

$$z_i = e^{\lambda_i T_s} \tag{2-27}$$

Sada je posve jasno da na stabilnost i dinamiku diskretiziranih sustava, čak i ako su dobiveni egzaktnom diskretizacijom, značajno utječe vrijeme T_s.

2.2. Matematičko modeliranje asinkronog stroja

Izgradnju matematičkog modela asinkronog stroja kakvog danas poznajemo prvi je započeo Robert Henry Park u svojim radovima 1929. godine [25] i [26], kada je na primjeru sinkronog stroja prvi puta prikazao danas poznatu Parkovu transformaciju. Zbog toga prvi Parkov rad *Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part I* jedan je od najznačajnijih znanstvenih radova 20. stoljeća. Parkovi radovi generalizirali su Blondelovu teoriju na primjenu za sinkrone generatore, paralelno Edith Clarke razvija i dvoosnu teoriju stacionarnog koordinatnog sustava. U radu [27] Paul C. Krause ujedinjuje Parkovu i Clarkeinu dvoosnu teoriju u jednu opću dvoosnu teoriju modeliranja asinkronog stroja te tako postavlja opći model asinkronog stroja koji do danas koristimo.

U knjizi [3] Krause sistematizira kompletnu teoriju dinamike izmjeničnih strojeva, te se ona do danas smatra najistaknutijom knjigom iz područja. Tek 2019. godine članak [28] detaljno sistematizira dvoosnu teoriju koordinatnih sustava u modernom pogledu. Isti članak prikazuje veze među troosnim sustavom, stacionarnim referentnim sustavom i rotacijskim sustavom iz geometrijske i vektorske perspektive te prikazuje ponašanje viših harmonika u dvoosnom sustavu.

Osim Krausove knjige, značajne knjige iz područja modeliranja i upravljanja asinkronim strojevima svakako su i [4, 5, 6, 29], na hrvatskom jeziku kao jedina relevantna literatura ističe se [30].

Od novijih knjiga koje obuhvaćaju moderne teme vezane za razvoj sustava upravljanja asinkronim strojevima svakako treba istaknuti i [31] koja strukturira moderne probleme adaptivnog upravljanja asinkronim strojevima s kojima se danas susrećemo.

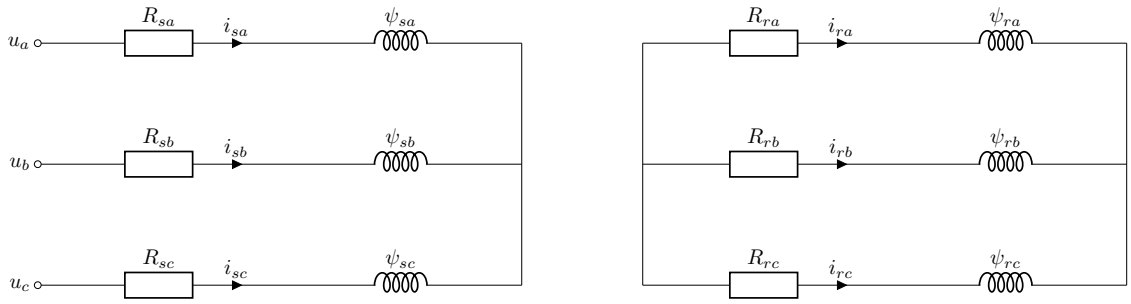
Treba napomenuti da se dinamički modeli električnih krugova pišu korištenjem Kirchoffovih zakona i konstitutivnih relacija induktiviteta i kapaciteta. Izbor varijabli stanja i način sistematiziranja modela električnih krugova objašnjen je u temeljnoj literaturi teorije mreža, npr. [32]. Izvod modela asinkronog stroja ovdje je prikazan kako je to načinjeno u već spomenutim knjigama [3, 4].

U ovom poglavlju izrada modela asinkronog stroja počinje s pretpostavkama na način spajanja namota i konstrukciju samoga stroja:

- Pretpostavka trofaznog klizno-kolutnog rotora
- Stator stroja je trofazni, sa sinusnom raspodjelom broja zavoja, namoti spojeni u zvijezda spoj i prostorno razmaknuti za kut 120°
- Rotor stroja sastoji se od tri kratko spojena namota, sa sinusnom raspodjelom broja zavoja. Namoti su prostorno razmaknuti za kut 120°
- Zavoji svake faze statora su namotani tako da obuhvaćaju π radijana statora
- Magnetska polja postoje samo u zračnom rasporu oko rotora zbog velike permeabilnosti željeza, radijalnog smjera, konstantnog iznosa u rasporu
- Zračni raspor izmedu statora i rotora je po cijelom obodu stroja jednake duljine
- Modelirani asinkroni stroj je dvopolni, uz prikaz poopćenja na višepolne strojeve za konačni model

Navedene pretpostavke zapravo garantiraju dva osnovna uvjeta: 1. Postojanje statorskog i rotorskog okretnog magnetskog polja, 2. Jednake magnetske otpore duž direktne i poprečne osi rotora stroja. Osim ovih pretpostavki, jasno je da se zanemaruje bilo kakva histereznost magnetske jezgre, utjecaj skin efekata, blizinskih efekata itd. na strukturu i parametre modela.

Na temelju navedenih pretpostavki moguće je nacrtati nadomjesnu shemu asinkronog stroja, prema kojoj se korištenjem jednadžbi mreže formira osnovni elektromagnetski model. Nadomjesna shema prikazana je na slici 2.1



Slika 2.1: *Nadomjesna shema statora i rotora asinkronog stroja*

Na nadomjesnoj shemi na slici 2.1 statorske veličine označene su s indeksom s, a rotorske s indeksom r. Nadalje, induktivno vladanje namota stroja označeno je s pripadnim ulančanim magnetskim tokovima ψ svakog namota pojedine faze statora i rotora. Ovakav sustav označavanja uvodi se zato što ukupni ulančani magnetski tok svake faze ulančava svoj magnetski tok i magnetske tokove svih ostalih namota stroja te nije prikladno na shemi za oznaku koristiti induktivitet L, budući da zapravo postoji 36 samoinduktivnih i međuinduktivnih veza.

Prema nadomjesnoj shemi mogu se sada napisati jednadžbe mreže, tj. elektromagnetski trofazni model asinkronog stroja:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{s,abc} &= R_s \mathbf{i}_{s,abc} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{s,abc} \\ \mathbf{0} &= R_r \mathbf{i}_{r,abc} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{r,abc} \end{aligned} \tag{2-28}$$

gdje je: $\mathbf{u}_{abc} = \begin{bmatrix} u_a & u_b & u_c \end{bmatrix}^T$ vektor napona statora stroja, $\mathbf{i}_{abc} = \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix}^T$ vektor struje stroja, $\boldsymbol{\psi}_{abc} = \begin{bmatrix} \psi_a & \psi_b & \psi_c \end{bmatrix}^T$ vektor ulančanih tokova stroja.

Uz navedene jednadžbe, pretpostavljena linearna veza između tokova i struja modelira se vektorskom jednadžbom (2-29)

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{s,abc} \\ \boldsymbol{\psi}_{r,abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{s,abc} & \mathbf{L}_{m,abc} \\ \mathbf{L}_{m,abc} & \mathbf{L}_{r,abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{s,abc} \\ \mathbf{i}_{r,abc} \end{bmatrix} \tag{2-29}$$

Matrice $\mathbf{L}_{s,abc}$ i $\mathbf{L}_{r,abc}$ su 3x3 matrice samoinduktiviteta statorskih i rotorskih namota, dok matrica $\mathbf{L}_{m,abc}$ predstavlja vremenski promjenjivu 3x3 matricu međuinduktivnih veza statorskog i rotorskog namota. Vremenska promjenjivost matrice $\mathbf{L}_{m,abc}$ uzrokovana prostornim pomakom rotorskih kontura stroja, kao i točni izrazi za izračun induktiviteta utemeljeni na geometriji asinkronog stroja, mogu se pronaći u literaturi [3, 30]. Za daljnji izvod mo-

dela asinkronog stroja važno je napomenuti da je matrica $\mathbf{L}_{m,abc}$ funkcija položaja rotorskih kontura koje se označava s ρ, a taj položaj može varirati u vremenu.

U konačnici, može se reći da su ulančani magnetski tokovi $\psi_{s,abc}$ i $\psi_{r,abc}$ funkcije promjenjive u vremenu, gdje vremenska ovisnost dolazi preko vremenske promjenjivosti struje $\mathbf{i}_{s,abc}$ i $\mathbf{i}_{r,abc}$ i prostorne ovisnosti matrice $\mathbf{L}_{m,abc}$ o trenutnom položaju rotora ρ.

Predstavljene jednadžbe (2-28) i (2-29) predstavljaju elektromagnetski dio modela asinkronog stroja. Budući da je rotor stroja rotacijsko tijelo u prostoru, nužno je uspostaviti odnose između brzine vrtnje rotora (tj. položaja) i momenata koji djeluju na njega.

Osnovni zakon fizike na koji se ovdje referira je drugi Newtonov zakon za rotacijska tijela koji kaže da će postojati kutna akceleracija ako je rezultantni moment koji djeluje na tijelo različit od nule. U radu elektromotora rezultantni moment moguće je podijeliti na elektromagnetski moment, proizveden elektromehaničkom pretvorbom energije, i opteretni mehanički moment koji djeluje duž vratila od strane nekog drugog uređaja. Bilanca momenata tada se opisuje s jednadžbom (2-30).

$$J\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\omega = m_e - m_t \tag{2-30}$$

gdje je J - ukupni moment inercije sustava u rotaciji, ω - brzina vrtnje rotora motora, m_e - elektromagnetski moment stroja i m_t - mehanički moment (najčešće tereta) na vratilu.

Brzina vrtnje stroja je u integralnoj vezi s položajem rotora, što se opisuje jednadžbom:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\rho = \omega \tag{2-31}$$

Kako bi se u cjelini sastavio model asinkronog stroja potrebno je još proučiti bilancu snage iz koje se izvodi izraz za elektromagnetski moment m_e.

Kako je ulančani tok $\boldsymbol{\psi}$ zapravo funkcija vremena kroz struju i kroz ovisnost induktiviteta o položaju, lančanim deriviranjem vrijedi:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi} = \frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{\psi} + \frac{\partial \boldsymbol{\psi}}{\partial \rho}\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial \boldsymbol{\psi}}{\partial t} + \omega\frac{\partial \boldsymbol{\psi}}{\partial \rho} \tag{2-32}$$

Pomnoži li se sada statorska jednadžba iz (2-28) sa strujom $\mathbf{i}_{s,abc}^T$ sa lijeve strane i uvrsti supstitucija derivacije (2-32), dobiva se jednadžba bilance snage:

$$\begin{aligned}\mathbf{i}_{s,abc}^T\mathbf{u}_{s,abc} &= \mathbf{i}_{s,abc}^T\mathbf{R}\mathbf{i}_{s,abc} + \mathbf{i}_{s,abc}^T\frac{\partial\boldsymbol{\psi}_{s,abc}}{\partial t} + \mathbf{i}_{s,abc}^T\frac{\partial\boldsymbol{\psi}_{s,abc}}{\partial\rho}\omega \\ p(t) &= p_{cu,s}(t) + p_{L,s}(t) + p_{meh}(t)\end{aligned} \tag{2-33}$$

Iz prethodne jednadžbe može se razlučiti sljedeće: trenutna snaga koju asinkroni stroj uzima iz mreže,$p(t)$ sastoji se od snage koja zagrijava vodiče statora stroja $p_{cu} = \mathbf{i}^T\mathbf{R}\mathbf{i}$, snage uskladištene u induktivitetima $p_L = \mathbf{i}^T\frac{\partial\boldsymbol{\psi}}{\partial t}$ i mehaničke snage koju elektromagnetskim putem predajemo masi u rotaciji $p_{meh} = \mathbf{i}_{s,abc}^T\frac{\partial\boldsymbol{\psi}_{s,abc}}{\partial\rho}\omega$. Iz osnova mehanike, mehanička snaga i moment vezani su putem brzine vrtnje:

$$p_{meh} = m_e\omega$$

što se može primijeniti na bilancu snage, te dobivamo konačni izraz za elektromagnetski moment asinkronog stroja:

$$m_e = \mathbf{i}_{s,abc}^T\frac{\partial\boldsymbol{\psi}_{s,abc}}{\partial\rho} \tag{2-34}$$

Do jednake forme momentne jednadžbe moguće je doći i kroz bilancu snage rotorske konture stroja, što nam ujedno potvrđuje treći Newtonov zakon akcije i reakcije, zakretni elektromagnetni moment na rotoru mora se u obliku reakcije pojaviti i na statorskom sustavu. Ovo načelo koristi se pri mjerenju momenta dinamo vagom.

Sada se može sistematizirati model asinkronog stroja, sastavljen od vremenskih diferencijalnih jednadžbi Kirchoffovih zakona za napone (2-28) i drugog Newtonovog zakona (2-30) te algebarskih jednadžbi veze tokova i struja (2-29) i elektromagnetskog momenta stroja (2-34).

$$\begin{aligned}&\mathbf{u}_{s,abc} = R_s\mathbf{i}_{s,abc} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{s,abc} \\ &\mathbf{0} = R_r\mathbf{i}_{r,abc} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{r,abc} \\ &J\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\omega = m_e - m_t \\ &\begin{bmatrix}\boldsymbol{\psi}_{s,abc}\\ \boldsymbol{\psi}_{r,abc}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{L}_{s,abc} & \mathbf{L}_{m,abc}\\ \mathbf{L}_{m,abc} & L_{r,abc}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{i}_{s,abc}\\ \mathbf{i}_{r,abc}\end{bmatrix} \\ &m_e = \mathbf{i}_{s,abc}^T\frac{\partial\boldsymbol{\psi}_{s,abc}}{\partial\rho}\end{aligned} \tag{2-35}$$

Ukoliko bi se htjelo koristiti predstavljeni matematički model asinkronog stroja za simulacije, analizu rada i sintezu sustava upravljanja naišlo bi se na problem značajne nelinearnosti modela u obliku vremenske promjenjivosti matrice induktiviteta. Osim toga, kako bi se pratilo elektromagnetski moment motora, potrebno je poznavati parcijalnu derivaciju toka prema kutu rotora, što u pozadini zahtijeva i proračun derivacije induktiviteta po položaju rotora. Svi navedeni razlozi značajno otežavaju pa i onemogućuju korištenje ovog modela motora u rješavanju praktičnih problema.

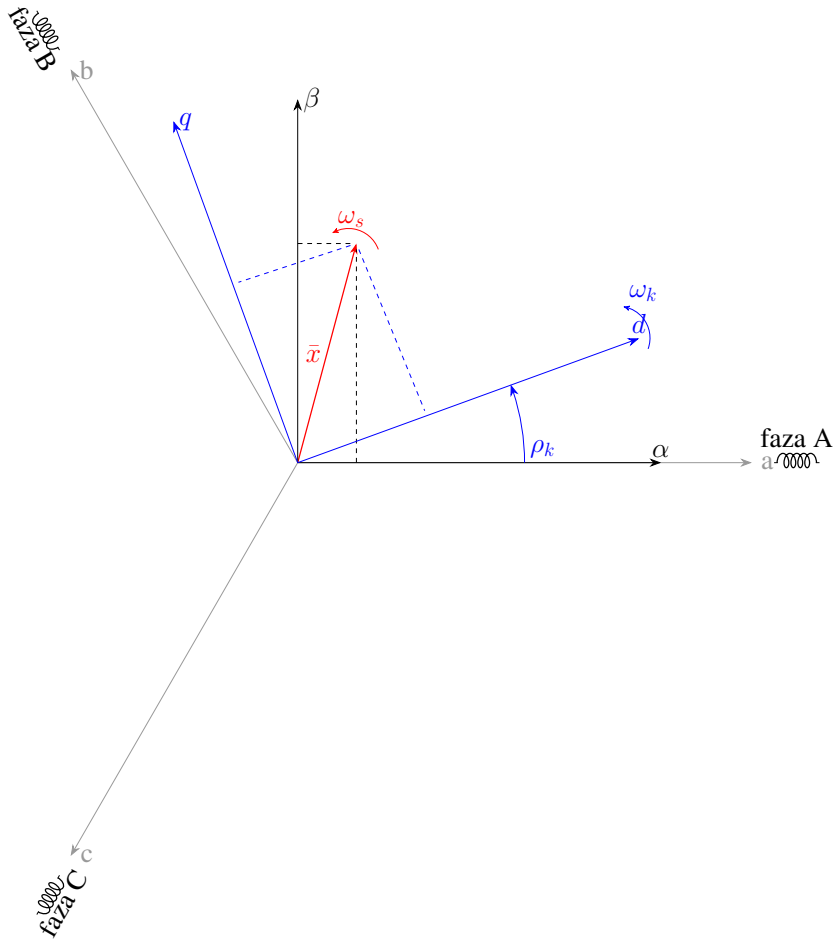
2.3. Dvoosna teorija prostornih vektora

Pojednostavljenje matematičkog modela asinkronih strojeva moguće je izvesti uvođenjem pojma prostornog vektora. Upravo je ovaj pristup u redukciji reda elektromagnetskog modela izmjeničnih strojeva prvi primijenio R. H. Park u svom slavnom znanstvenom radu *Two -Reaction Theory of Synchronous Machine - Generalized Method of Analysis - Part I* iz 1929. godine te tako otvorio znanstveno područje modeliranja rotacijskih električnih strojeva, pa danas i kompletnih električnih trofaznih sustava. Kako je već rečeno, teoriju dvoosnih koordinatnih sustava generalizirao je P. C. Krause u [27] i prema istoj se prikazuje teorija generalnih dvoosnih koordinatnih sustava. Treba napomenuti da se u Krausovoj teoriji proizvoljno rotirajućih koordinatnih sustava osi d i q prikazuju suprotno nego što je to u ovoj disertaciji. Tako ovdje d os predstavlja apscisu, a q os ordinatu proizvoljno rotirajućeg koordinatnog sustava, što je i praksa u većini današnjih radova.

Redukcija reda modela predstavljenog s (2-35) počinje s definicijom prostornog vektora fizikalne veličine iz električne mreže. Tako se, promatrajući trofazni vektor napona $\mathbf{u}$, struje $\mathbf{i}$ ili ulančanog toka $\boldsymbol{\psi}$ može tvrditi da djelovanje svake faze doprinosi stvaranju okretnog magnetskog polja duž radijalne osi namota pripadajuće faze. Zato je moguće pridodati prostorni jedinični vektor duž radijalne osi trofaznog namota stroja iznosu pojedine fizikalne veličine (napon, struja, ulančani tok). Vektorskim zbrojem dobivenih komponenti nastaje prostorni vektor odgovarajuće fizikalne veličine. Dobiveni prostorni vektor sada je definiran pomoću svojih komponenti stvarnih trofaznih iznosa koji su mjerljivi u namotima stroja, a vektor je definiran pomoću linearne kombinacije troosne baze vektorskog prostora. U ravnini, najjednostavnije je svaki vektor opisati pomoću linearne kombinacije jediničnih vektora ortonormirane baze te ravnine.

Na primjeru fiktivne fizikalne veličine $\mathbf{x}_{abc} = \begin{bmatrix} x_a & x_b & x_c \end{bmatrix}^T$ moguće je matematički pri-

kazati ovu transformaciju. Na temelju vektora $\mathbf{x}$ tvori se prostorni vektor $\vec{x}$ u koordinatama *abc*. Slika 2.2 prikazuje navedeni vektor sa svojim komponentama u dvije ortonormirane ravnine, mirujućoj $\alpha\beta$ i rotirajućoj dq.



Slika 2.2: *Troosni i dvoosni ortonormirani koordinanti sustavi u radijalnoj ravnini izmjeničnog stroja*

Dakle, prostorni vektor definira se kao:

$$\vec{x} = x_a\vec{a} + x_b\vec{b} + x_c\vec{c} \tag{2-36}$$

Baza ravnine zadana s jediničnim vektorima $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ može se zapisati pomoću svojih komponenti u ortonormiranoj ravnini dq

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \cos(\rho_k)\vec{d} - \sin(\rho_k)\vec{q} \\ \vec{b} &= \cos\left(\rho_k - \frac{2\pi}{3}\right)\vec{d} - \sin\left(\rho_k - \frac{2\pi}{3}\right)\vec{q} \\ \vec{c} &= \cos\left(\rho_k + \frac{2\pi}{3}\right)\vec{d} - \sin\left(\rho_k + \frac{2\pi}{3}\right)\vec{q}\end{aligned} \tag{2-37}$$

Uvrsti li se izraze za jedinične vektore u definiciju prostornog vektora (2-36), dobiva se sljedeći zapis:

$$\begin{aligned}\vec{x} = &\left[x_a \cos(\rho_k) + x_b \cos\left(\rho_k - \frac{2\pi}{3}\right) + x_c \cos\left(\rho_k + \frac{2\pi}{3}\right)\right]\vec{d} + \\ &\left[-x_a \sin(\rho_k) - x_b \sin\left(\rho_k - \frac{2\pi}{3}\right) - x_c \sin\left(\rho_k + \frac{2\pi}{3}\right)\right]\vec{q}\end{aligned} \tag{2-38}$$

Iz prethodnog zapisa jasno je da su komponente vektora u dq koordinatama jednoznačno definirane transformacijom:

$$\mathbf{x}_{dq} = \mathbf{C}_{dq}\mathbf{x}_{abc} \tag{2-39}$$

gdje je matrica $\mathbf{C}_{dq}$ definirana kao

$$\mathbf{C}_{dq} = \begin{bmatrix} \cos(\rho_k) & \cos\left(\rho_k - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\rho_k + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\rho_k) & -\sin\left(\rho_k - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\rho_k + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \tag{2-40}$$

Također vrijedi i obrnuta transformacija koja iz ortonormirane baze (dq) vektorskog prostora prelazi u troosni koordinatni sustav (abc)"

$$\mathbf{x}_{abc} = \mathbf{C}_{abc}\mathbf{x}_{dq} \tag{2-41}$$

gdje je matrica $\mathbf{C}_{abc}$ definirana kao:

$$\mathbf{C}_{abc} = \begin{bmatrix} \cos(\rho_k) & -\sin\rho_k \\ \cos\left(\rho_k - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\rho_k - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\rho_k + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\rho_k + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \tag{2-42}$$

Predstavljene transformacije baze vektorskog sustava definirane su koristeći se geometrijskim ovisnostima linearno zavisnih vektora u ravnini. Kako bi se izvela generalno primjenjiva transformacija nužno je definirati i nultu komponentu u dq sustavu pomoću koje možemo ostvariti dva važna svojstva transformacija. Prvo svojstvo je invertibilnost matrice tran-

sformacija, a drugo svojstvo je mogućnost transformacije linearno nezavisnih vektora iz *abc* sustava u *dq* sustav. Osim dodavanja nulte komponente ispred same matrice transformacija, uvodi se proizvoljna konstanta $\frac{2}{3}$. Ona služi za skaliranje modula rezultantnog prostornog vektora na vršne vrijednosti stvarnih faznih fizikalnih veličina.

Bez detaljnog ulaza u izvod nulte komponente dobivene transformacije su:

$$\mathbf{x}_{dq0} = \mathbf{C}_{dq0}\mathbf{x}_{abc} \tag{2-43}$$

gdje je matrica $\mathbf{C}_{dq0}$ definirana kao

$$\mathbf{C}_{dq0} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos(\rho_k) & \cos\left(\rho_k - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\rho_k + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\rho_k) & -\sin\left(\rho_k - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\rho_k + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{2-44}$$

a vrijedi i inverz:

$$\mathbf{x}_{abc} = \mathbf{C}_{dq0}^{-1}\mathbf{x}_{dq} \tag{2-45}$$

gdje je matrica $\mathbf{C}_{dq0}^{-1}$ definirana kao:

$$\mathbf{C}_{dq0}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\rho_k) & -\sin\rho_k & 1 \\ \cos\left(\rho_k - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\rho_k - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\rho_k + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\rho_k + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \tag{2-46}$$

Treba napomenuti da je na slici 2.2 prikazan i ortonormirani sustav $\alpha\beta$. Ovaj koordinatni sustav ima poseban značaj za dizajn osmotritelja stanja asinkronog stroja te će se kao takav primjenjivati u poglavlju 4.4. Primjenom $\rho_k = 0$ u matrici transformacije C_{dq0} dobiva se konstantnu matricu transformacije u $\alpha\beta$ sustav. Spomenuta transformacija u $\alpha\beta$ sustav prikazana je izrazima (2-47) - (2-50).

Transformacija u iz troosnog sustava u $\alpha\beta$ sustav te njen inverz nazivaju se još i Clarke-inom transformacijom, prema autorici Edith Clarke koja je ovu transformaciju razvijala kao pojednostavljenje metode simetričnih komponenata, i u konačnici sistematizirala u knjizi [33].

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta} = \mathbf{C}_{\alpha\beta}\mathbf{x}_{abc} \tag{2-47}$$

gdje je matrica $\mathbf{C}_{\alpha\beta}$ definirana kao

$$\mathbf{C}_{\alpha\beta} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{2-48}$$

a vrijedi i inverz:

$$\mathbf{x}_{abc} = \mathbf{C}_{\alpha\beta}^{-1}\mathbf{x}_{dq} \tag{2-49}$$

gdje je matrica $\mathbf{C}_{\alpha\beta}^{-1}$ definirana kao:

$$\mathbf{C}_{\alpha\beta}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \tag{2-50}$$

Naravno, inverznom rotacijom vektora u koordinatnom sustavu, što odgovara rotaciji koordinatnog sustava, moguće je povezati dva ortonormirana sustava

$$\mathbf{x}_{dq} = \begin{bmatrix} \cos(\rho_k) & \sin(\rho_k) \\ -\sin(\rho_k) & \cos(\rho_k) \end{bmatrix}\mathbf{x}_{\alpha\beta} \tag{2-51}$$

a vrijedi i inverz:

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \cos(\rho_k) & -\sin(\rho_k) \\ \sin(\rho_k) & \cos(\rho_k) \end{bmatrix}\mathbf{x}_{dq} \tag{2-52}$$

2.4. Dvoosni modeli asinkronog stroja

U geometriji asinkronog stroja moguće je definirati mirujući *abc* sustav statora i rotirajući *abc* sustav rotora koji ima trenutan položaj *a*-osi iznosa ρ.

Postavljanjem proizvoljno rotirajućeg *dq* sustava s trenutnim položajem ρ_k moguće je napone, struje i ulančane tokove statora i rotora asinkronog stroja svesti u *dq* sustav.

Statorske veličine transformiraju se s matricom $\mathbf{K}_s = \mathbf{C}_{dq0}$ i odgovarajućim inverzom $\mathbf{K}_s^{-1}$, dok se kod rotorskih veličina umjesto kuta ρ_k u matrici $\mathbf{C}_{dq0}$ koristi razlika između položaja *dq* sustava i troosnog sustava rotora $\rho_k - \rho$. Dakle, vrijedi:

$$\mathbf{u}_{dq} = \mathbf{K}_s u_{abc} \quad \mathbf{i}_{s,dq} = \mathbf{K}_s \mathbf{i}_{abc} \quad \boldsymbol{\psi}_{s,dq} = \mathbf{K}_s \boldsymbol{\psi}_{s,abc} \tag{2-53}$$

Uz matricu:

$$\mathbf{K}_s = \mathbf{C}_{dq0} = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos(\rho_k) & \cos\left(\rho_k - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\rho_k + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\rho_k) & -\sin\left(\rho_k - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\rho_k + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{2-54}$$

I za rotorske veličine:

$$\mathbf{i}_{r,dq} = \mathbf{K}_r \mathbf{i}_{r,abc} \quad \boldsymbol{\psi}_{r,dq} = \mathbf{K}_r \boldsymbol{\psi}_{r,abc} \tag{2-55}$$

Uz matricu:

$$\mathbf{K}_r = \frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos(\rho_k - \rho) & \cos\left(\rho_k - \rho - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\rho_k - \rho + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\rho_k - \rho) & -\sin\left(\rho_k - \rho - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\rho_k - \rho + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{2-56}$$

Sada je moguće uvrstiti supstitucije (2-53) i (2-55) u izvedeni troosni model asinkronog stroja (2-35). Prvo se prikazuje primjena transformacija na jednadžbe KZN-a (2-28):

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_s^{-1}\mathbf{u}_{dq} &= R_s \mathbf{K}_s^{-1}\mathbf{i}_{s,dq} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{K}_s^{-1}\boldsymbol{\psi}_{s,dq} \\ 0 &= R_r \mathbf{K}_r^{-1}\mathbf{i}_{r,dq} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{K}_r^{-1}\boldsymbol{\psi}_{r,dq} \end{aligned} \tag{2-57}$$

Množenjem statorske jednadžbe sa K_s i rotorske jednadžbe sa K_r dobiva se:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{dq} &= R_s \mathbf{i}_{s,dq} + \mathbf{K}_s \frac{\mathrm{d}\mathbf{K}_s^{-1}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{s,dq} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{s,dq} \\ 0 &= R_r \mathbf{i}_{r,dq} + \mathbf{K}_r \frac{\mathrm{d}\mathbf{K}_r^{-1}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{r,dq} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{r,dq} \end{aligned} \tag{2-58}$$

Analitičkim izračunom derivacije matrice $\frac{\mathrm{d}\mathbf{K}_s^{-1}}{\mathrm{d}t}$ i $\frac{\mathrm{d}\mathbf{K}_r^{-1}}{\mathrm{d}t}$ dolazi se do izraza:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{dq} &= R_s \mathbf{i}_{s,dq} + \omega_k \mathbf{J}_r \boldsymbol{\psi}_{s,dq} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{s,dq} \\ 0 &= R_r \mathbf{i}_{r,dq} + (\omega_k - \omega)\mathbf{J}_r \boldsymbol{\psi}_{r,dq} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{r,dq} \end{aligned} \tag{2-59}$$

Matrica $\mathbf{J}_r$ je poznata rotacijska matrica iz teorije linearne algebre koja vektor kojeg množi rotira za kut 90°.

$$\mathbf{J}_r = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2-60}$$

Kako je jednadžba gibanja svojom strukturom samo posredno ovisna o strujama i tokovima kao veličinama na koje se primjenjuje transformacija, u dvoosnom modelu asinkronog stroja ona ne mijenja svoju formu. Ipak, isto se ne može reći za algebarske jednadžbe veze tokova i struja (2-29) i elektromagnetskog momenta stroja (2-34).

Uvrštavanjem supstitucija za statorske (2-53) i rotorske veličine (2-55) u jednadžbu (2-29) dobiva se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_s^{-1}\boldsymbol{\psi}_{s,dq} \\ \mathbf{K}_r^{-1}\boldsymbol{\psi}_{r,dq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{s,abc} & \mathbf{L}_{m,abc} \\ \mathbf{L}_{m,abc} & L_{r,abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s^{-1}\mathbf{i}_{s,dq} \\ \mathbf{K}_r^{-1}\mathbf{i}_{r,dq} \end{bmatrix} \tag{2-61}$$

Množenjem cijele jednadžbe s lijeve strane s matricom: $\begin{bmatrix} \mathbf{K}_s & \mathbf{K}_r \end{bmatrix}$ dolazi se do sljedećeg izraza:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{s,dq} \\ \boldsymbol{\psi}_{r,dq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s\mathbf{L}_{s,abc}\mathbf{K}_s^{-1} & \mathbf{K}_s\mathbf{L}_{m,abc}\mathbf{K}_r^{-1} \\ \mathbf{K}_r\mathbf{L}_{m,abc}\mathbf{K}_s^{-1} & \mathbf{K}_r L_{r,abc}\mathbf{K}_r^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{s,dq} \\ \mathbf{i}_{r,dq} \end{bmatrix} \tag{2-62}$$

Najvažniji doprinos korištenja dvoosnih modela nalazi se u dobivenim izrazima u matricama induktiviteta:

$$\mathbf{L}_s = \mathbf{K}_s\mathbf{L}_{s,abc}\mathbf{K}_s^{-1} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \tag{2-63}$$

$$\mathbf{L}_m = \mathbf{K}_s\mathbf{L}_{m,abc}\mathbf{K}_r^{-1} = \mathbf{K}_r\mathbf{L}_{m,abc}\mathbf{K}_s^{-1} = \begin{bmatrix} L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2-64}$$

$$\mathbf{L}_r = \mathbf{K}_r\mathbf{L}_{r,abc}\mathbf{K}_r^{-1} = \begin{bmatrix} L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & L_{lr} \end{bmatrix} \tag{2-65}$$

Pri tome su matrice parametrizirane sa statorskim induktivitetom $L_s = L_{ls} + L_m$, rotor-

skim induktivitetom $L_r = L_{lr} + L_m$, glavnim induktivitetom (ili međuinduktivitetom) L_m i rasipnim induktivitetom statora L_{ls} i rotora L_{lr}. Veza ovih induktiviteta prema konstrukcijskim podacima samog stroja detaljno je prikazana u [34, 3]

Izrazi za dobivene induktivitete (2-63), (2-64) i (2-65) uvrštavaju se u izraz (2-62) kako bi se dobio konačni izraz za vezu ulančanih tokova i struja u dq sustavu:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{s,dq} \\ \boldsymbol{\psi}_{r,dq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_m \\ \mathbf{L}_m & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{s,dq} \\ \mathbf{i}_{r,dq} \end{bmatrix} \tag{2-66}$$

Može se zaključiti da u dq koordinatnom sustavu izraz (2-29) poprima oblik prikazan izrazom (2-66) koji je linearan i vremenski nepromjenjiv. Međuinduktiviteti stroja zapisani u dq sustavu gube ovisnost o prostornom položaju rotora stroja ρ.

Preostaje još prikazati algebarsku jednadžbu momenta stroja sa strujama i tokovima u dq sustavu. Uvrštavanjem supstitucija (2-53) u jednadžbu (2-34) dobiva se:

$$m_e = \mathbf{i}_{s,dq}^T \left(\mathbf{K}_s^{-1}\right)^T \frac{\partial K_s^{-1} \boldsymbol{\psi}_{s,dq}}{\partial \rho} \tag{2-67}$$

Kako je jednadžbom (2-66) utvrđeno da je ulančani tok u dq sustavu neovisan o položaju rotora, izraz se svodi na:

$$m_e = \mathbf{i}_{s,dq}^T \left(\mathbf{K}_s^{-1}\right)^T \frac{\partial K_s^{-1}}{\partial \rho} \boldsymbol{\psi}_{s,dq} \tag{2-68}$$

Analitičkim rješenjem parcijalne derivacije i množenjem matrica transformacije dobiva se konačni izraz za elektromagnetski moment asinkronog stroja izražen preko dq transformiranih struja statora i tokova.

$$m_e = \frac{3}{2} \mathbf{i}_{s,dq}^T \mathbf{J}_r \boldsymbol{\psi}_{s,dq} \tag{2-69}$$

Sada je moguće sistematizirano prikazati dvoosni dq model asinkronog stroja u proizvoljno rotirajućem koordinatnom sustavu

$$
\begin{aligned}
\mathbf{u}_{dq} &= R_s \mathbf{i}_{s,dq} + \omega_k \mathbf{J}_r \boldsymbol{\psi}_{s,dq} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{s,dq} \\
0 &= R_r \mathbf{i}_{r,dq} + (\omega_k - \omega)\mathbf{J}_r \boldsymbol{\psi}_{r,dq} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{r,dq} \\
J\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\omega &= m_e - m_t \\
\begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{s,dq} \\ \boldsymbol{\psi}_{r,dq} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_m \\ \mathbf{L}_m & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{s,dq} \\ \mathbf{i}_{r,dq} \end{bmatrix} \\
m_e &= \frac{3}{2}\mathbf{i}_{s,dq}^T \mathbf{J}_r \boldsymbol{\psi}_{s,dq}
\end{aligned}
\tag{2-70}
$$

Za momentnu jednažbu prikazuje se po komponentama raspisana forma kod koje se naglašava važnost (2-71) za izvođenje modela asinkronog stroja za vektorsko upravljanje.

$$
m_e = \frac{3}{2}(\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}) \tag{2-71}
$$

U radu sa simetričnim trofaznim sustavima napona, struja i tokova moguće je zanemariti nultu komponentu sustava, što dovodi do redukcije reda modela. Na temelju izvedenog modela može se zaključiti da se korištenjem transformacije u dvoosni koordinatni sustav dobiva reducirani model stroja petog reda koji ima četiri diferencijalne jednadžbe Kirchoffovih zakona za napone i jednu diferencijalnu jednadžbu koja opisuje gibanje rotacijskog tijela. Ove jednadžbe međusobno su povezane linearnom algebarskom jednadžbom veze toka i struja te nelinearnom algebarskom jednadžbom tvorbe elektromagnetskog momenta. Model više nije ovisan o prostornom položaju rotora stroja.

Raznim supstitucijama, pretpostavkama i transformacijama moguće je elektromagnetski dio dvoosnog model asinkronog stroja (2-70) prikazati različitim strukturama. Osnovne različite strukture modela asinkronog stroja koje se koriste kroz ovu disertaciju prikazuju se u nastavku.

2.4.1. Dvoosni modeli - mirujući koordinatni sustav

Dvoosni modeli asinkronog stroja u stacionarnom koordinatnom sustavu postavljaju se odabirom proizvoljne brzine dq sustava, $\omega_k = 0$. U tom slučaju dq sustav postaje $\alpha\beta$ sustav, prema slici 2.2.

Uvrštavanjem $\omega_k = 0$ u model (2-70) dobiva se sljedeća forma naponskih jednadžbi:

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_{\alpha\beta} &= R_s\mathbf{i}_{s,\alpha\beta} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{s,\alpha\beta} \\ 0 &= R_r\mathbf{i}_{r,\alpha\beta} - \omega\mathbf{J}_r\boldsymbol{\psi}_{r,\alpha\beta} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{r,\alpha\beta}\end{aligned} \tag{2-72}$$

Promotri li se sada jednadžba (2-66) može se primijetiti da se uvrštavanjem veza statorskog toka i struje te rotorske struje može u potpunosti eliminirati rotorsku struju i statorski tok iz (2-72). Dobivaju se izrazi koji se nazivaju naponski (2-73) i strujni (2-74) model asinkronog stroja.

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta} = R_s\mathbf{i}_{s,\alpha\beta} + \sigma L_s\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{i}_{s,\alpha\beta} - \frac{L_m}{L_r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{r,\alpha\beta} \tag{2-73}$$

$$0 = -\alpha L_m\mathbf{i}_{s,\alpha\beta} + (\alpha\mathbf{I} + \omega\mathbf{J}_r)\boldsymbol{\psi}_{r,\alpha\beta} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{r,\alpha\beta} \tag{2-74}$$

Prethodni izrazi koriste sljedeće supstitucije:

- Faktor rasipanja: $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$
- Rotorska vremenska konstanta: $T_r = \frac{L_r}{R_r}$ i njen inverz $\alpha = \frac{1}{T_r}$
- $\mathbf{I}$ - jedinična matrica odgovarajuće dimenzije.

Naponski i strujni modeli najčešće se koriste za dizajn osmotritelja rotorskog magnetskog toka asinkronog stroja koji će se detaljno analizirati u poglavlju 3. U takvim sustavima osmotritelja ovi modeli drugog reda reducirani su budući da više nema magnetskih tokova statora kao varijabli stanja. Osim toga, korištenje (2-73) naponskog modela zahtijeva poznavanje derivacije struje statora stroja što neminovno donosi probleme u numeričkim procedurama.

Nereducirani model u stacionarnom $\alpha\beta$ sustavu izvodi se eliminacijom derivacije rotorskog toka iz jednadžbe (2-73) uvrštavanjem jednadžbe (2-74). Nakon preuređenja, dobiveni model u prostoru stanja, s varijablama stanja $\mathbf{i}_{s,\alpha\beta}$ i $\boldsymbol{\psi}_{r,\alpha\beta}$ je:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{i}_{s,\alpha\beta} &= \left(-\frac{1-\sigma}{\sigma}\alpha - \frac{R_s}{\sigma L_s}\right)\mathbf{i}_{s,\alpha\beta} + (\alpha\mathbf{I} + \omega\mathbf{J}_r)\frac{1-\sigma}{L_m}\boldsymbol{\psi}_{r,\alpha\beta} + \frac{1}{\sigma L_s}\mathbf{u}_{\alpha\beta} \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_{r,\alpha\beta} &= \alpha L_m\mathbf{i}_{s,\alpha\beta} - (\alpha\mathbf{I} - \omega\mathbf{J}_r)\boldsymbol{\psi}_{r,\alpha\beta}\end{aligned} \tag{2-75}$$

Dobiveni model izveden u jednadžbi (2-75) je punog reda, a koristi se kod sinteze osmotritelja stanja koji procjenjuju i struju statora i tok rotora stroja koji su ključni za uspješno reguliranje samih asinkronih strojeva.

2.5. Model za vektorsko upravljanje asinkronim strojem

Već je u prethodnom odjeljku naglašena važnost poznavanja vektora rotorskog toka za uspješno reguliranje asinkronih strojeva. Osnovna pretpostavka kod izvođenja vektorskog upravljanja asinkronim strojem je upravo poznavanje iznosa i položaja prostornog vektora $\boldsymbol{\psi}_{r,\alpha\beta}$.

Vektorsko upravljanje asinkronim strojem široko je poznata tehnika regulacije asinkronog stroja pomoću PI regulatora sintetiziranih na temelju linearnih modela u obliku prijenosnih funkcija. Kako je već u uvodu spomenuto, vektorsko upravljanje osmislili su Hasse [1] i Blaschke [2] i od onda je dominantno kao regulacijska tehnika za upravljanje asinkronim strojem.

Teorija vektorskog upravljanja detaljno je prezentirana u temeljnim literaturama iz područja elektromotornih pogona [3, 4] te se sažeto prezentira kao temeljna metoda čije se performanse želi unaprijediti doprinosima iz ove disertacije.

Ukoliko se označi kut prostornog vektora $\boldsymbol{\psi}_{r,\alpha\beta}$ sa γ_k te odabere da se položaj proizvoljno rotirajućeg dq sustava podudara s ovim kutem, dakle $\rho_k = \gamma_k$, a brzina $\omega_k = \omega_\gamma$, tada jednadžbe modela asinkronog stroja (2-70) zapisujemo u ovom novom *rotorski orijentiranom* dq sustavu koji će se u ovoj disertaciji nazivati mt sustav te će se te oznake koristiti u indeksima.

Kako je svrha izvoda modela asinkronog stroja za vektorsko upravljanje rasprezanje utjecaja između m i t osi, jednadžbe se ne prikazuje u kompaktnoj vektorskoj formi već raspisano.

Naponske jednadžbe

$$u_m = R_s i_{sm} - \omega_\gamma \psi_{st} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\psi_{sm} \tag{2-76}$$

$$u_t = R_s i_{st} + \omega_\gamma \psi_{sm} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\psi_{st} \tag{2-77}$$

$$0 = R_r i_{rm} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\psi_{rm} \tag{2-78}$$

$$0 = R_r i_{rt} + (\omega_\gamma - \omega)\psi_{rm} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\psi_{rt} \tag{2-79}$$

Jednadžbe tokova

$$\psi_{sm} = L_s i_{sm} + L_m i_{rm} \tag{2-80}$$

$$\psi_{st} = L_s i_{st} + L_m i_{rt} \tag{2-81}$$

$$\psi_{rm} = L_r i_{rm} + L_m i_{sm} \tag{2-82}$$

$$0 = L_r i_{rt} + L_m i_{st} \tag{2-83}$$

Momentna jednadžba

$$m_e = \frac{3}{2} p \psi_{rm} i_{rt} \tag{2-84}$$

Ukoliko se sada definira struja magnetiziranja i_μ kao:

$$i_\mu = \frac{\psi_{rm}}{L_m} \tag{2-85}$$

kombiniranjem jednadžbi (2-82) i (2-78) dobiva se ovisnost struje magnetiziranja o struji u m osi asinkronog stroja

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_\mu = \frac{i_{sm} - i_\mu}{T_r} \tag{2-86}$$

odnosno, primjenom Laplaceove transformacije dobiva se prijenosna funkcija:

$$\frac{I_\mu(s)}{I_{sm}(s)} = \frac{1}{1 + sT_r} \tag{2-87}$$

Upravo jednadžbe (2-86) i (2-87) demonstriraju prvu prednost korištenja rotorski orijentiranog mt sustava. Statorska struja u osi m u stacionarnom stanju istog je iznosa kao i struja magnetiziranja i_μ, a budući da je i_μ zapravo kompletan rotorski tok sveden po jedinici induktiviteta, može se tvrditi da upravljanjem iznosom struje i_{sm} ostvaruje se potpuna kontrola nad rotorskim ulančanim magnetskim tokom stroja.

Pođe li se sada od momentne jednadžbe (2-71), korištenjem uvjeta orijentacije mt koordinatnog sustava, tj. $\psi_{rt} = 0$ i korištenjem izraza (2-80) - (2-83), moguće je izraz (2-71) transformirati u oblik:

$$m_e = -\frac{3}{2}(1 - \sigma) L_s i_\mu i_{st} \tag{2-88}$$

Dobivena momentna jednadžba pokazuje da se upravljanje iznosom momenta motora, a kaskadno onda i brzinom vrtnje motora omogućuje ako se ostvari kontrola struje magnetiziranja i_μ i struje u t osi statora stroja. Budući da je već prikazano da je struja u m osi statora asinkronog stroja odgovorna za upravljanje iznosom i_μ, može se zaključiti: ukoliko se ostvari uvjet orijentacije mt sustava prema vektoru rotorskog toka asinkronog stroja, tada se upravljanjem strujom i_{sm} regulira magnetiziranje stroja, a upravljanjem strujom i_{st} regulira moment stroja. Odavde potječe i notacija mt sustava, m - engleski ***M****agnetising* i t - engleski ***T****orque*.

Budući da je ulazna veličina asinkronog stroja statorski napon, poželjno je izvesti vezu statorskih napona i statorskih struja asinkronog motora u mt sustavu kako bi se na temelju tog modela moglo sintetizirati regulatore struja.

Izvod počinje eliminacijom rotorskih struja pomoću definicije struje magnetiziranja (2-86) i jednadžbe (2-83) iz jednadžbi magnetskih tokova (2-81) i (2-80). Dobiveni izrazi su:

$$\begin{aligned} \psi_{sm} &= L_s i_{sm} + \frac{L_m^2}{L_r}(i_\mu - i_{sm}) \\ \psi_{st} &= L_s i_{st} - \frac{L_m^2}{L_r} i_{st} \end{aligned} \tag{2-89}$$

Sada se, korištenjem ovih jednadžbi za statorske tokove u potpunosti mogu eliminirati iste iz statorskih naponskih jednadžbi u mt sustavu (2-76) i (2-77). Nakon sređivanja izraza dobiva se:

$$\begin{aligned} u_m - e_m &= R_s i_{sm} + \sigma L_s \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_{sm} \\ u_t - e_t &= R_s i_{st} + \sigma L_s \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i_{st} \end{aligned} \tag{2-90}$$

gdje je:

$$\begin{aligned} e_m &= -\omega_\gamma \sigma L_s i_{sq} + \frac{L_m^2}{L_r} \frac{i_{sm} - i_\mu}{T_r} \\ e_t &= \omega_\gamma [\sigma L_s i_{sd} + (1-\sigma) L_s i_\mu] \end{aligned} \tag{2-91}$$

Izrazi (2-90) mogu se preurediti u prijenosne funkcije (2-92) korištenjem Laplaceove transformacije, uz supstituciju vremenske konstante statorskih namota $\tau_s = \frac{L_s}{R_s}$.

$$\begin{aligned}\frac{I_{sm}(s)}{U_{sm}(s)-E_m(s)} &= \frac{1/R_s}{1+s\sigma\tau_s}\\ \frac{I_{st}(s)}{U_{st}(s)-E_t(s)} &= \frac{1/R_s}{1+s\sigma\tau_s}\end{aligned} \tag{2-92}$$

Članovi e_m i e_t u jednadžbama (2-90) nazivaju se naponima sprege m i t osi. Ukoliko se za vrijeme rada asinkronog stroja prate iznosi ovih napona, isti se mogu superponirati nekom dodatnom naponu. Dakle, ako se izabere da je napon kojeg dovodimo na stezaljke asinkronog stroja, prikazan u mt sustavu, superpozicija nekog proizvoljnog napona v i napona sprege e

$$\begin{aligned}u_m &= v_m + e_m\\ u_t &= v_t + e_t\end{aligned} \tag{2-93}$$

tada prijenosne funkcije (2-92) postaju

$$\begin{aligned}\frac{I_{sm}(s)}{V_{sm}(s)} &= \frac{1/R_s}{1+s\sigma\tau_s}\\ \frac{I_{st}(s)}{V_{st}(s)} &= \frac{1/R_s}{1+s\sigma\tau_s}\end{aligned} \tag{2-94}$$

Sada se ostvaruje uvjet za potpuno neovisno upravljanje strujom u m osi pomoću proizvoljnog napona u m osi i strujom u t osi pomoću napona u t osi. Zakone regulacije po kojima se mijenja $\mathbf{v}_{s,mt}$ moguće je konstruirati pomoću jednostavnih PI regulatora čija se pojačanja mogu izabrati na temelju Bodeovih karakteristika, metodom postavljanja polova, iskustvenim metodama, Ziegler-Nichols metodama itd.

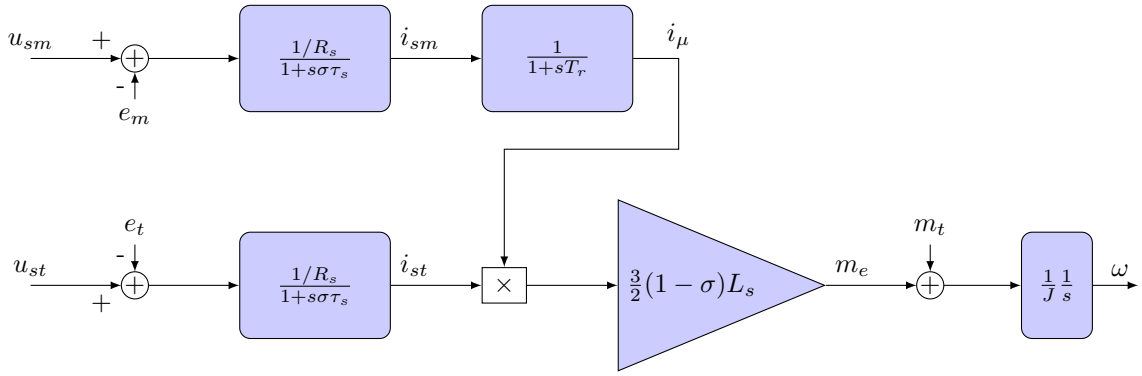
Sumarizirano, prijenosne funkcije (2-92), (2-87), zajedno s Laplaceovom transformiranom jednadžbom gibanja, tvore kaskadni matematički model asinkronog stroja u s-domeni u rotorski orijentiranom mt sustavu. Model se prikazuje u nastavku:

$$\begin{aligned}\frac{I_{sm}(s)}{U_{sm}(s)-E_m(s)} &= \frac{1/R_s}{1+s\sigma\tau_s}\\ \frac{I_{st}(s)}{U_{st}(s)-E_t(s)} &= \frac{1/R_s}{1+s\sigma\tau_s}\end{aligned} \tag{2-95}$$

$$\frac{I_\mu(s)}{I_{sm}(s)} = \frac{1}{1+sT_r} \tag{2-96}$$

$$Js\Omega(s) = M_e(s) - M_t(s) \tag{2-97}$$

Naravno, za cjelovitost modela potrebno je poznavati napone sprege definirane s (2-91) i tvorbu elektromagnetskog momenta definiranog s (2-88). Kaskadnu prirodu modela asinkronog stroja u rotorski orijentiranom mt sustavu najlakše je pratiti pomoću blokovskog prikaza sa slike 2.3.



Slika 2.3: *Blokovski prikaz modela asinkronog stroja u mt koordinatnom sustavu*

2.5.1. Vektorsko upravljanje asinkronim strojem

Bez detaljne analize i izvođenja sinteze regulatora za vektorsko upravljanje, koja se naširoko objašnjena može pronaći u literaturama [35, 29], ovdje se samo prikazuju najosnovnije notacije korištenih PI regulatora, kratke opise njihove svrhe te se prikazuje cjeloviti regulacijski sustav za vektorsko upravljanje asinkronim strojem.

U mt, rotorski orijentiranom koordinatnom sustavu, prema prikazanom modelu (2-95) - (2-97), moguće je sintetizirati kaskadni regulacijski krug kako bi struje asinkronog stroja, moment asinkronog stroja i njegova brzina vrtnje slijedili postavljenu referencu.

Ukoliko se poznaju naponi sprege e_m i e_t te ako se pretpostavi da se točno estimira položaj vektora rotorskog magnetskog toka (tj. mt sustava u odnosu na $\alpha\beta$ stacionarni sustav), tada se regulacijski krug za struje u mt sustavu sintetizira korištenjem PI regulatora, tj.:

$$\begin{aligned} v_m^* &= K_p(i_{sm}^* - i_{sm}) + K_i \int_0^t (i_{sm}^* - i_{sm})\,\mathrm{d}\tau \\ v_t^* &= K_p(i_{st}^* - i_{st}) + K_i \int_0^t (i_{st}^* - i_{st})\,\mathrm{d}\tau \end{aligned} \tag{2-98}$$

gdje su sa zvjezdicom (*) označene referentne veličine, u ovom slučaju za napone v_m i v_t, te referentne veličine za struje. U Laplaceovoj s-domeni izrazi prelaze u:

$$\begin{aligned} \frac{V_m^*}{I_{sm}^* - I_{sm}} &= k_i \frac{1 + sT_p}{s} \\ \frac{V_t^*}{I_{st}^* - I_{st}} &= k_i \frac{1 + sT_p}{s} \end{aligned} \tag{2-99}$$

gdje je vremenska konstanta $T_p = \frac{K_p}{K_i}$ izvedena iz pojačanja PI regulatora u vremenskoj domeni. Sada se, dovođenjem napona $\mathbf{u}_{mt} = \mathbf{v}_{mt}^* + \mathbf{e}_{mt}$ stezaljkama stroja, realizira regulacija struja.

Izbor parametara PI regulatora moguće je izvršiti nekom od osnovnih metoda analize stabilnosti linearnih zatvorenih regulacijskih krugova, npr. izborom faznog osiguranja i amplitudnog osiguranja, metodom postavljanja polova itd.

Kako je PI zakonima upravljanja (2-99) ostvareno upravljanje iznosom struja statorskog namota asinkronog stroja, prema jednadžbama (2-96) i (2-97), kaskadno je moguće realizirati regulaciju magnetiziranja stroja i brzine vrtnje.

U praksi je poželjno da se iznos struje magnetiziranja stroja drži konstantnim kako bi se izbjegao utjecaj histereze magnetske jezgre na rad sustava, a iznos brzine vrtnje varira ovisno o potrebama mehaničkog sustava kojemu asinkroni stroj predaje rotacijsku mehaničku energiju.

Budući da je prijenosna funkcija struje magnetiziranja prema struji i_{sm}, iz jednadžbe (2-96), zapravo PT1 član sa jediničnim pojačanjem, već se održavanjem konstantne reference struje i_{sm} osigurava konstantnost magnetskog toka. Ipak, ukoliko je poželjno regulirati struju magnetiziranja zadovoljavajućom dinamikom, moguće je PI regulatorom dizajnirati regulacijski krug s brzim odzivom.

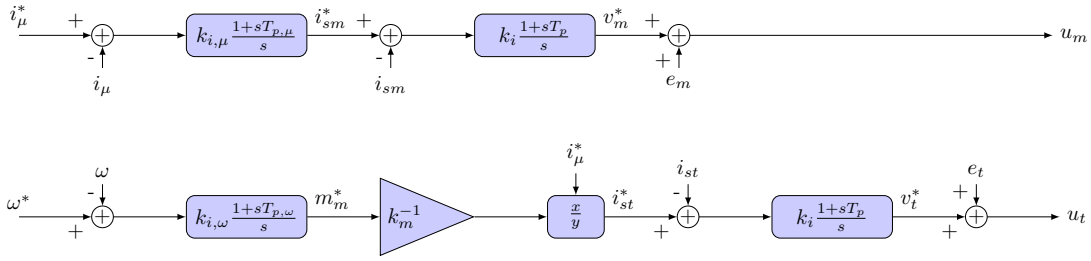
Prijenosna funkcija brzine vrtnje prema struji i_{st}, odnosno momentu m_m koji joj je proporcionalan, dana je s (2-97). Uz konstantnu i_μ, odnosno i_{sm}, ovo je otvoreni regulacijski krug s astatizmom. I ovaj regulacijski krug regulira se uz zatvorenu povratnu vezu po brzini vrtnje i PI regulatorom.

PI regulatori za struju magnetiziranja i brzinu vrtnja su:

$$\frac{I_{sm}^*}{I_\mu^* - I_\mu} = k_{i,\mu} \frac{1 + sT_{p,\mu}}{s} \tag{2-100}$$

$$\frac{M_e^*}{\omega^* - \omega} = k_{i,\omega} \frac{1 + sT_{p,\omega}}{s} \tag{2-101}$$

Cjeloviti regulacijski sustav moguće je sada ispratiti pomoću blokovskog dijagrama sa slike 2.4



Slika 2.4: *Blokovski prikaz regulatora za vektorsko upravljanje asinkronim motorom*

Dakle, prema slici 2.4, reference i_μ^* i ω^* uspoređuju se s izmjerenim ili estimiranim veličinama i_μ i ω te njihova regulacijska odstupanja prolaze kroz kaskadnu vezu PI regulatora. U konačnici, konstruiranim referentnim naponima v_m^* i v_t^* dodaju se naponi sprege e_m i e_t kako bi se osiguralo poništavanje sprege osi m i t nastalo zbog korištenja dvoosne teorije u modeliranju asinkronog stroja. Rezultat su dobiveni naponi u_t i u_m koji se sada mogu dovesti statoru stroja i isti osiguravaju slijeđenje reference struje magnetiziranja i brzine vrtnje.

2.5.2. Direktna i indirektna orijentacija mt sustava, problem estimacije

U teoriji vektorskog upravljanja je pretpostavljeno:

- Poznavanje položaja mt orijentiranog sustava γ_k
- Poznavanje točnog iznosa brzine vrtnje i struje magnetiziranja
- Poznavanje napona sprege e_m i e_t
- Poznavanje iznosa struja i_{sm} i i_{st} u mt koordinatnom sustavu

U praksi vektorskog upravljanja, niti jedna od ovih veličina nije direktno na raspolaganju. Brzinu vrtnje u pravilu mjerimo senzorom (enkoderom, rezolverom, tahogeneratorom) koji imaju svoje mane u radu te se sve više naglašava potreba za izbjegavanjem postavljanja takvih senzora.

Magnetske tokove rotora, pa posljedično i struju magnetiziranja i_μ i položaj mt koordinatnog sutava γ_k uopće se ne mjeri jer bi to zahtijevalo nespretnu ugradnju senzora magnetskog toka u zračni raspor stroja. Bez mjerenja položaja γ_k nije moguće ni izvesti transformirane

struje i_{sm} i i_{st} jer su nam u stvarnosti dostupna mjerenja $\mathbf{i}_{abc}$ koje je u dvoosni koordinatni sustav bez kuta moguće prebaciti samo u $\mathbf{i}_{\alpha,\beta}$ jednadžbom (2-43) uz kut $\rho = 0$.

Upravo zato postavlja se osnovni razlog potrebe za *estimatorom stanja*, podsustavom koji se za vektorsko upravljanje koristi u svrhu procjene iznosa magnetskih tokova rotora, brzine vrtnje stroja, položaja vektora magnetskog toka rotora γ i struje magnetiziranja.

U ovoj disertaciji će se o modernim tehnikama estimacije pisati u narednim poglavljima. Za sada će se naglasiti postupci za dobivanje položaja γ i sinkrone brzine ω_γ koja je ključna za izračun e_m i e_t.

Pretpostavlja se da su unaprijed poznati procijenjeni rotorski magnetski tok $\hat{\boldsymbol{\psi}}_{r,\alpha\beta}$ i procjenjena brzina vrtnja stroja $\hat{\omega}$ pomoću nekog osmotritelja stanja asinkronog stroja. Postupci koji se koriste za orijentaciju *mt* sustava nazivaju se direktna i indirektna orijentacija. Iz literature u kojoj se može pročitati o direktnoj i indirektnoj orijentaciji izdvaja se [31].

Direktna orijentacija *mt* sustava:

Položaj γ_k moguće je dobiti kao:

$$\gamma_k = \arctan \frac{\hat{\psi}_{r,\beta}}{\hat{\psi}_{r,\alpha}} \tag{2-102}$$

Ova metoda naziva se *direktnom orijentacijom mt sustava*.

Problemi u korištenju direktne orijentacije nastaju pri numeričkoj implementaciji. Četvero kvadrantna implementacija inverza tangensa za određivanje točnog kuta u ovisnosti o kvadrantu u kojem se nalazi vektor kojemu se računa kut je poznata problematika. Na ovaj izazov nadovezuje se problem što su $\psi_{r,\alpha}$ i $\psi_{r,\beta}$ rotorski tokovi u pravilu sinusne veličine koje zbog svoje periodičnosti imaju prolaske kroz nulu. U tom slučaju nastaje problem numeričke evaluacije razlomka $\frac{\hat{\psi}_{r,\beta}}{\hat{\psi}_{r,\alpha}}$ zbog nule u nazivniku. Riješi li se i taj problem, ostaje još problem ovisnosti orijentacije *mt* sustava o radu estimatora rotorskog toka koji neminovno pravi pogrešku procjene rotorskog toka u iznosu i fazi.

Jedna od metoda rješavanja problema izračuna četverokvadrantnog tangensa je direktno korištenje komponenti $\hat{\psi}_{r,\alpha}$ i $\hat{\psi}_{r,\beta}$ u izračunu komponenti matrica transformacije iz jednadžbi (2-51) i (2-52) između $\alpha\beta$ i *mt* sustava i to tako da je:

$$\cos(\gamma_k) = \frac{\hat{\psi}_{r,\alpha}}{|\hat{\boldsymbol{\psi}}_{r,\alpha\beta}|} \qquad \sin(\gamma_k) = \frac{\hat{\psi}_{r,\beta}}{|\hat{\boldsymbol{\psi}}_{r,\alpha\beta}|} \tag{2-103}$$

Dodatnu stabilizaciju moguće je ostvariti korištenjem referentnog iznosa magnetskog toka

rotora umjesto estimiranog, ali to povlači dodatnu grešku orijentacije koordinatnog sustava.

Indirektna orijentacija *mt* sustava:

Drugi način određivanja položaja γ je pomoću sinkrone brzine ω_γ. Iz jednadžbi (2-79), uz korištenje (2-83), moguće je izvesti izraz za brzinu klizanja:

$$\omega_\gamma - \omega = \frac{R_r}{L_r}\frac{i_{st}}{i_\mu} = \alpha\frac{i_{st}}{i_\mu} \tag{2-104}$$

odakle se integriranjem brzine vrtnje ω_γ i korištenjem procijenjene brzine $\hat{\omega}$ umjesto stvarne ω dobiva položaj γ_k

$$\gamma_k = \int_0^t \left(\alpha\frac{i_{st}}{i_\mu} + \hat{\omega}\right) \mathrm{d}\tau \tag{2-105}$$

U implementaciji struja magnetiziranja u jednadžbi (2-105) mijenja se svojom referentnom veličinom i_μ^* zbog stabilnosti procedure u tranzijentima te kako bi se eliminirala ovisnost procjene položaja *mt* sustava o procjeni iznosa vektora magnetskog toka rotora.

Ova metoda je numerički puno stabilnija od direktne orijentacije toka, ali se kod nje pojavljuje ovisnost o procijenjenoj brzini vrtnje $\hat{\omega}$, povjerenju da će stvarna struja i_μ zaista pratiti svoju referencu i_μ^*, početnog položaja $\gamma_k(t = 0)$ te o inverzu rotorske vremenske konstante stroja α. Iznos α direktno ovisi o otporu rotorskih vodiča stroja pa je jasno da značajno može varirati sa zagrijavanjem stroja, što dovodi do neispravne orijentacije *mt* sustava.

Neovisno o izabranom načinu orijentacije *mt* sustava, moguće je zaključiti da je od presudne važnosti za ispravan rad regulacijskog kruga bitno što točnije izračunati $\hat{\boldsymbol{\psi}}_{r,\alpha\beta}$ i $\hat{\omega}$, na temelju dostupnih mjerenja. Upravo izračun ovih veličina i njihova ovisnost o parametrima modela asinkronog stroja promatraju se u nastavku ove doktorske disertacije.

3. ODABIR VREMENA UZORKOVANJA OPTIMIZACIJSKOM METODOM

3.1. Uvod u poglavlje

U razmatranju modela stroja (2-75) u stacionarnom koordinatnom sustavu već je napomenuto da se isti koriste za sintezu osmotritelja. Poznavanje parametara ovih modela, tj. parametara samog stroja za koji se sintetizira osmotritelj uvjet je za pravilan rad osmotritelja stanja. Iako je parametre modela moguće izračunati iz konstrukcijskih podataka asinkronog stroja, proizvođači nerado dijele te podatke s kupcima. Stoga se u praksi dizajniraju eksperimenti te se na temelju mjerenja odziva stroja na zadani poticaj vrši identifikacija parametara asinkronog stroja.

Identifikacije parametara modela asinkronog motora prije pogona nisu dio ove disertacije te se pregled literature vezan za iste ovdje ispušta. Osnovne metode za određivanje parametara asinkronog stroja su standardno ispitivanje pokusom praznog hoda i kratkog spoja, ali zbog nemogućnosti provođenja istih u pogonskim situacijama traže se alternative. Napominje se samo da je u članku [36] dan detaljan pregled literature modernih postupaka vezanih za identifikaciju modela asinkronog motora prije pogona.

Za ovu disertaciju značajan postupak identifikacije parametara asinkronog stroja prikazan je u [37] koji je modificiran kako bi pratio vremensku promjenjivost modela asinkronog stroja u radu [38] i čija su statistička svojstva analizirana u [39]. Teorija identifikacije iz ovih radova koristi se za provjeru kvalitete izbora vremena uzorkovanja metodom predstavljenom u ovom poglavlju.

Iz [36] vidljivo je da su danas metode za prvu procjenu parametara stroja dosta razvijene. One se temelje na proračunima iz nazivnih podataka motora sve do primjene specijaliziranih naprednih optimizacijskih i identifikacijskih procedura. Frekventni pretvarači u pravilu imaju implementiranu neku od procedura prve procjene parametara asinkronog stroja koja

se pokreće za vrijeme parametriranja pretvarača prije pogona i, ovisno od proizvođača, traje između dvije i deset minuta.

Upravo ovo vrijeme trajanja inicijalne identifikacije parametara asinkronog stroja je motivator da se prikaže doprinos koji vodi k ubrzanju procedura. Unatoč raznim matematičkim formulacijama problema, izborom ispitnih ulaznih napona i preciznosti iz pregledane literature, vrlo malo istraživača bavi se pitanjem koliko podataka treba i koliko gusto trebaju biti raspoređeni unutar eksperimenta kako bi se dobio odgovarajući broj mjerenih točaka na temelju kojih se procjenjuju parametri asinkronog stroja. Zato se kao jedan od ciljeva ove doktorske disertacije postavlja razvoj metode za odabir vremena uzorkovanja za estimaciju parametara asinkronog stroja prije pogona.

Literatura iz područja odabira vremena uzorkovanja za asinkrone strojeve je nedostatna. Tek je nekolicina radova koja se bavi problemom izbora vremena uzorkovanja asinkronog stroja. Razlog za to vjerojatno leži u jednostavnosti izbora vremena uzorkovanja recipročnog iznosa sklopne frekvencije energetske elektronike koja se koristi u upravljanju motorima. U radovima [40, 41, 42, 43] evidentan je ovaj pristup.

Detaljnim pregledom literature pronađen je tek jedan rad [44] koji dozvoljava varijabilno vrijeme uzorkovanja kako bi se stabiliziralo numeričke procedure izračuna srednje vrijednosti mjerenih signala. U radu [45] odabrana je frekvencija uzorkovanja 100 Hz, što je rijedak slučaj gdje se frekvencija uzorkovanja vezana za asinkrone strojeve bira tako sporo. Sam razlog takvog izbora nije naveden, a svrha članka je estimacija parametara stroja.

Iz područja matematike izbor vremena uzorkovanja najčešće se susreće u obliku koraka nezavisne varijable diskretnih modela, gdje se iz numeričke perspektive izabire korak koji pri numeričkim izračunima daje minimalnu grešku uzrokovanu iteracijskim korakom i zaokruživanjem. Ovakve pristupe moguće je pratiti u temeljnim literaturama numeričke matematike, npr. [46]. Treba napomenuti da su metode koje promatra numerička matematika usmjerene k izboru koraka uzorkovanja sa svrhom minimizacije greške numeričke integracije koja se sastoji od greške zaokruživanja i greške postojanja koraka iteracije. Tu se svakako smatra da je model sustava prethodno poznat i da se na temelju istoga može odabrati optimalan korak uzorkovanja, npr. usporedbom prvog i drugog stupnja Taylorove ekspanzije modela sustava. Značajan zaključak koji nameće literatura numeričke matematike je da najbrže vrijeme uzorkovanja nije i najbolje već treba težiti prilagodbi vremena uzorkovanja problemu koji se promatra.

U statistici vrijeme uzorkovanja ima kritičnu ulogu u dizajnu eksperimenata za statističku analizu i estimaciju. Ovdje je cilj odabrati vrijeme uzorkovanja takvo da se minimizira neke statističke mjere kvalitete estimacije, kao što je varijanca rezidue. Pristupi su, naravno, opisani u statističkim knjigama, npr. [47, 48]. Ove metode teško je primijeniti na odabir vremena uzorkovanja u eksperimentima vezanim za asinkroni stroj zbog vrlo raspršenih iznosa parametara, zbog nekonzistentno klasificirane opreme koja se koristi pri mjerenjima, različitim metodama estimacije parametara koje se primjenjuju. Posljednji razlog je i najznačajniji jer bi primjena statističkih metoda za dizajn eskperimenta ujedno morala unaprijed poznavati metodu kojom se estimira parametre.

U radovima iz drugih znanstvenih grana, nevezanih za elektromotorne pogone, moguće je pronaći nešto pokušaja za predstavljanje odabira vremena uzorkovanja. Tako u radu [49] autori odabiru optimalno vrijeme uzorkovanja za poboljšavanje izračuna efektivne vrijednosti višekomponentnih sinusnih signala. U radu [50] iz statističkog pogleda izvodi se metoda odabira optimalnog vremena uzorkovanja za estimaciju Gauss-Markovljevih skalarnih stohastičkih procesa. U tom radu optimalno vrijeme uzorkovanja predstavljeno je kao najmanje vrijeme s kojim se postiže najmanja varijanca estimiranih parametara te se posebno kao zaključak navodi da ispod određene granice nema smisla dalje smanjivati vrijeme uzorkovanja jer se rezultat estimacije time ne poboljšava.

Radovi koji su tematikom bliži primjeni u ovom doktoratu su [51] i [52] koji se bave izborom vremena uzorkovanja u smislu poboljšavanja regulacijskih algoritama za linearne sustave. U radu [51] autori se bave izborom vremena uzorkovanja kako bi se dobile bolje performanse u smislu optimalnog zakona upravljanja. Tu je vremenska kvantizacija promatrana kao negativni utjecaj na regulacijske krugove. U radu [52] se pak prikazuje optimalno vrijeme uzorkovanja, tj. vremenska kvantizacija kao alat s kojim je moguće stabilizirati inače nestabilne sustave. Još jedan značajan rad vezan za izbor vremena uzorkovanja vidljiv je u [53] gdje je u stohastičkom okruženju predstavljeno optimalno vrijeme uzorkovanja za Kalmanove rekurzije.

Za ovaj je doktorat najvažniji rad vezan za izbor vremena uzorkovanja svakako rad Sinhe i Puthenpure [54] koji će kroz poglavlje biti detaljno opisan. Ovdje se samo spominje kako je tamo definirana metoda izbora vremena uzorkovanja za linearne sustave, koja se u ovom poglavlju proširuje na nelinearne sustave, i posljedično asinkroni stroj.

Treba također napomenuti da je rezultat istraživanja ove doktorske disertacije, metoda

odabira vremena uzorkovanja za procjenu parametara asinkronih strojeva prije pogona, prezentiran u ovom poglavlju, sažeto opisan i publiciran u članku [55].

3.2. Predstavljanje problema odabira vremena uzorkovanja

Kao motivaciju za proučavanje problema izbora vremena uzorkovanja pri radu s diskretnim sustavima i diskretnim podacima predstavlja se utjecaj izbora vremena uzorkovanja na stabilnost linearnog diskretiziranog sustava.

Kao što je već rečeno, za neki linearni dinamički sustav n-tog reda predstavljen jednadžbom (3-1) može se izvesti njegova diskretna varijanta koristeći se nekom od metoda diskretizacije.

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{aligned} \tag{3-1}$$

Derivacija kontinuirane varijable stanja $\mathbf{x}$ diskretizira se nekom od poznatih metoda. Ovdje se navodi unazadna Eulerova diskretizaciju, jednadžba (3-2) kao osnovni primjer.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{x} \to \frac{\mathbf{x}[k] - \mathbf{x}[k-1]}{T_s} \tag{3-2}$$

U navedenoj jednadžbi, kontinuirana varijabla stanja $\mathbf{x}$ sada poprima diskretnu varijantu $\mathbf{x}[k]$ kod koje iznos za k-ti uzorak odgovara iznosu kontinuirane varijable stanja $\mathbf{x}(t = kT_s)$, uz postojanje pogreške diskretizacije.

Upravo pogreška diskretizacije koja nastaje linearnom aproksimacijom beskonačno malog pomaka u vremenu pomoću konačnog vremenskog koraka iznosa T_s može uzrokovati probleme sa numeričkom stabilnosti pri korištenju diskretne varijante sustava (3-1).

Primijeni li se unazadna Eulerova diskretizacija (3-2) na jednadžbe kontinuiranog sustava (3-1) dobiva se diskretni oblik jednadžbi:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[k] &= (\mathbf{I} + T_s\mathbf{A})\mathbf{x}[k-1] + T_s\mathbf{B}\mathbf{u}[k] \\ \mathbf{y}[k] &= \mathbf{C}\mathbf{x}[k] + \mathbf{D}\mathbf{u}[k] \end{aligned} \tag{3-3}$$

U ovako diskretiziranom sustavu prepoznatljiva je sada matrica $\mathbf{A}_d = \mathbf{I} + T_s\mathbf{A}$, diskretna matrica stanja sustava. Iz teorije stabilnosti, za stabilan sustav svojstvene vrijednosti matrice $\mathbf{A}$ linearnog kontinuiranog sustava moraju se nalaziti u lijevoj poluravnini s-ravnine, dok

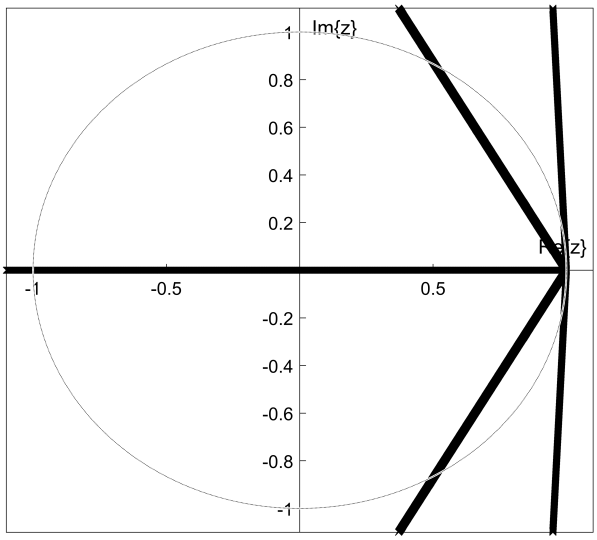
njihove diskretne varijante (svojstvene vrijednosti matrice $\mathbf{A}_d$) moraju biti unutar jedinične kružnice u z-ravnini.

Utjecaj promjene vremena uzorkovanja na stabilnost sustava moguće je najbolje demonstrirati na primjeru linearnog sustava.

Primjer 3.2.1. *Za stabilni kontinuirani sustav čije su svojstvene vrijednosti:*

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -0.1625 + 3.5256i \quad \lambda_2 = -0.1625 - 3.5256i \\ \lambda_3 &= -0.5935 + 1.0375i \quad \lambda_4 = -0.5935 - 1.0375i \\ \lambda_5 &= -1.5691 + 0.0000i \end{aligned} \tag{3-4}$$

promjena iznosa diskretnih svojstvenih vrijednosti dobivenih pomoću diskretizacije unazadnom Eulerovom metodom i izračunom svojstvenih vrijednosti matrice $\mathbf{A}_d$ prikazana je slikom 3.1.



Slika 3.1: *Trajektorija diskretnih svojstvenih vrijednosti sustava uz smanjivanje T_s*

Na slici 3.1 nestabilni polovi diskretnog sustava nastaju zbog prevelikog vremena uzorkovanja T_s. Smanjivanjem vremena uzorkovanja vidljivo je da trajektorija polova počinje konvergirati prema točki $(1, 1)$, što je i korektno, s obzirom da $\mathbf{A}_d \to \mathbf{I}$ kako $T_s \to 0$.

□

Kako intuitivno, tako i iz predstavljenog primjera jasno je da preveliko vrijeme uzorkovanja uzrokuje probleme sa stabilnošću diskretiziranih sustava. Smanjivanje vremena

uzorkovanja teorijski popravlja stabilnost sustava, ali premalo vrijeme uzorkovanja može uzrokovati praktičnu nemogućnost razlikovanja polova diskretnog sustava. Također, uz vrlo malo vremena uzorkovanja zaokruživanje, zbog računalne preciznosti, značajno može utjecati na samu dinamiku sustava budući da već mala promjena u položaju diskretnog pola predstavlja u potpunosti drugi sustav.

Osim na stabilnost numeričkih izračuna modela asinkronih strojeva, odabir vremena uzorkovanja utječe i na ostale računalne procedure. Ovdje se kao glavni primjer navode numerički proračuni tranzijenata pomoću metode konačnih elemenata čije simulacije u komercijalni programima dosežu i više dana za proračun nekoliko sekundi tranzijenta. Osim simulacija, vrijeme uzorkovanja ima utjecaj i kod analize mjerenih fizikalnih veličina asinkronog stroja (struje, naponi, moment, brzina vrtnje itd.) i izračuna utemeljenih na tim mjerenjima.

Dobar odabir vremena uzorkovanja može skratiti vrijeme simulacije ili proračuna tranzijenata asinkronog stroja bez utjecaja na točnost rezultata, a može i značajno smanjiti količinu potrebnih prikupljenih podataka u nekom postupku mjerenja.

Kako je tema ove disertacije vezana za unaprjeđenje rada estimatora asinkronog stroja, izbor vremena uzorkovanja koji se u nastavku predstavlja vezan je za poboljšanje inicijalne procjene parametara asinkronog stroja. Sama svrha izbora vremena uzorkovanja ne mora nužno ograničiti primjenu rezultata na procjenu parametara, ali se ispravnost numeričkih procedura uz proračunato vrijeme uzorkovanja verificira samo na rješavanju problema procjene parametara asinkronog stroja.

3.3. Kriterij izbora vremena uzorkovanja

Za neki linearni sustav n-tog reda definiran sa (3-1) koji ima kontinuirane polove λ_i za $i = 1 \ldots n$ kriterij izbora vremena uzorkovanja sustava utemeljio je Sinha u svom radu [54] 1985. godine, a dr. sc. Mehmedović primijenio na linearizirani model sinkronog generatora u [24] 1995. godine.

Kako je u uvodu poglavlja prikazano, do danas su znanstvenici publicirali tek nekolicinu radova koji daju neke kriterije za izbor vremena uzorkovanja koji nisu direktno primjenjivi na asinkroni stroj. Upravo zato se metoda za izbor vremena uzorkovanja pri inicijalnoj procjeni parametara asinkronog stroja u ovoj disertaciji temelji na kriteriju koji je postavio Sinha u svom radu 1985. godine.

Kriterij koji je Sinha ustanovio temelji se na preciznosti Tustinove bilinearne transformacije. Samu preciznost bilinearne transformacije kvantificirao je Simon Haykin u radu [56] gdje se pokazuje da aproksimacija (3-5), osnova Tustinove transformacije, ima odstupanje manje od 1%, ako je ispunjen uvjet $|\lambda_i T_s| \leq 0.5$

$$e^{\lambda_i T_s} = \frac{1 - 0.5\lambda_i T_s}{1 + 0.5\lambda_i T_s} \tag{3-5}$$

Dakle, osnovna pretpostavka izbora kriterija uzorkovanja može se predstaviti maksimalnom svojstvenom vrijednosti $\lambda_{max} = \max\{\lambda_i\}$ za $i = 1 \ldots n$. Odnosno:

$$|\lambda_{max} T_s| \leq 0.5 \tag{3-6}$$

Kako je svojstvena vrijednost kompleksan broj vrijedi $\lambda_{max} T_s = a + jb$, tj.:

$$|a + jb| \leq 0.5 \tag{3-7}$$

Iz ovog se kriterija dalje izvodi:

$$a^2 + b^2 \leq 0.5^2 \tag{3-8}$$

Kako su polovi diskretnog i kontinuiranog sustava vezani s eksponencijalnom funkcijom, vrijedi da je diskretan pol z_{min} sada

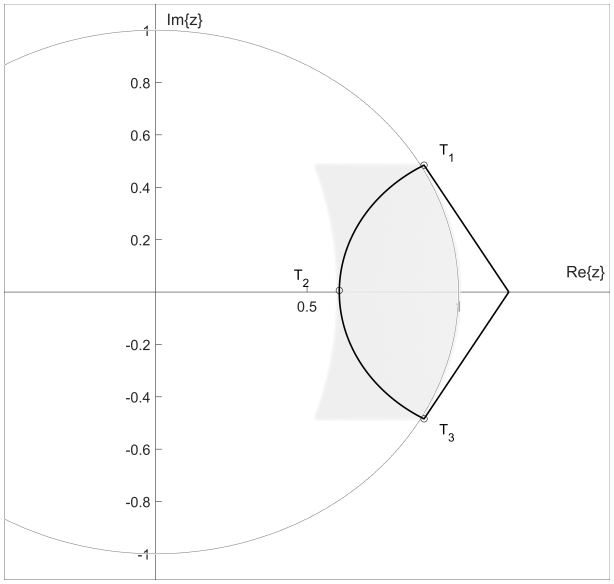
$$z_{min} = e^{a \pm jb} = e^a[\cos(b) \pm j\sin(b)] = |z_{min}|e^{j\phi} \tag{3-9}$$

Iz kriterija stabilnosti diskretnih linearnih sustava dobiva se dodatni uvjet:

$$e^{2a}\cos^2(b) + e^{2a}\sin^2(b) \leq 1 \tag{3-10}$$

Rješenjem sustava dviju nejednadžbi (3-8) i (3-9) po nepoznanicama a i b dobiva se konačan uvjet za iznose a i b iz kojih se uspostavlja veza između polova kontinuiranog sustava λ_{max} i položaja diskretiziranog sustava koji ovisi o T_s. Taj uvjet prikazan je s (3-11) i on se tumači na način da se T_s mora odabrati tako da se diskretizirani polovi kontinuiranog sustava smještaju u osjenčani dio z-ravnine sa slike 3.2.

$$\begin{aligned} -0.5 \leq a \leq 0 \\ -0.5 \leq b \leq 0.5 \end{aligned} \tag{3-11}$$



Slika 3.2: *Područje diskretnih polova z koji zadovoljavaju uvjet aproksimacije* $\lambda_i T_s \leq 0.5$

Kako bi se izbjeglo opisivanje osjenčane površine pomoću dvije kružnice i dva pravca, autori su u [54] uveli dodatno ograničenje. Predlažu da se vrijeme uzorkovanja bira tako da se diskretni polovi smještaju u dio z-ravnine koji je presjek jedinične kružnice i kružnice koja prolazi kroz točke T_1, T_2 i T_3 na slici 3.2.

Ova kružnica ima centar C i radius r definirane jednadžbom:

$$\begin{aligned} C &= (\frac{0.5(1-e^{-1})}{\cos(0.5)-e^{-0.5}}, 0) \\ r &= 0.5(1-e^{-1})/(\cos(0.5)-e^{-0.5}) - e^{-0.5} \end{aligned} \tag{3-12}$$

Uvođenjem nove transformacije (3-13)

$$w = \frac{z+1}{z-1} \tag{3-13}$$

područje omeđeno kružnicom (3-12) i jediničnom kružnicom pretvara se u lijevu poluravninu u w-domeni kojoj je zabranjena zona površina kruga polumjera $r_1 = \frac{e^{-0.5}+1}{e^{-0.5}-1}$ i centra u ishodištu.

Sada se u w-domeni može tvrditi da će vrijeme uzorkovanja biti dovoljno brzo ako se polovi u w ravnini što je više moguće približe definiranoj kružnici radiusa r_1, a ostanu

u lijevoj poluravnini. U z-domeni ovo znači da će se polovi što je više moguće približiti kružnici (3-12), a ostati unutar jedinične kružnice.

Uvrsti li se sada izraz za minimalni pol sustava u z-domeni u definiciju pola w (3-13) te odredi modul tog pola, dobiva se:

$$|w|_{min} = \frac{\left[|z_{min}|^4 + 2|z_{min}|^2 \cos(\phi) + 1\right]^{1/2}}{|z_{min}|^2 - 2|z_{min}| \cos(\phi) + 1} \tag{3-14}$$

Ukoliko je uvjet stabilnosti ispoštovan, položaj pola u w ravnini je svakako u lijevoj poluravnini. To znači da bi se za kriterij vremena uzorkovanja može izabrati tako da je $|w|_{min} \approx r_1$. Ako je maksimalni kontinuirani pol λ_{max}, onda je njegov odgovarajući diskretni pol $z_{min} = e^{\lambda_{max} T_s}$. Odabere li se sada novo vrijeme uzorkovanja $T_s' = KT_s$, gdje je k realan broj, vrijedi:

$$z'_{min} = e^{\lambda_{max} K T_s} = |z_{min}|^K e^{jK\phi} \tag{3-15}$$

Uvrsti li se sada (3-15) u (3-14) i izjednači izraz sa r_1, dobiva se jednadžba (3-16) koja se može rješavati po nepoznanici k.

$$\frac{\left[|z_{min}|^{4K} + 2|z_{min}|^{2K} \cos(K\phi_z) + 1\right]^{1/2}}{|z_{min}|^{K2} - 2|z_{min}|^K \cos(K\phi) + 1} = r_1 \tag{3-16}$$

Autori dodatno preporučuju da se umjesto $r_1 \approx 4.083$ jednadžba (3-16) izjednači sa kružnicom radijusa $R = 5$ kako bi se ipak udaljilo polove od kružnice polumjera r_1 i na taj način sačuvala računalna stabilnost procedure. Dakle, jednadžba iz koje se računa k je:

$$\frac{\left[|z_{min}|^{4K} + 2|z_{min}|^{2K} \cos(K\phi_z) + 1\right]^{1/2}}{|z_{min}|^{K2} - 2|z_{min}|^K \cos(K\phi) + 1} = R \tag{3-17}$$

Ovaj zahtjev može se po potrebi i dodatno proširiti ukoliko odabir K rješenjem (3-17) približi diskretne polove kružnici (3-12) s njene vanjske strane, a isti ne budu unutar osjenčanog područja sa slike 3.2.

Jednadžba (3-17) rješava se numeričkim iterativnim postupkom zbog svoje značajne nelinearnosti, a konačni rezultat - faktor K je sada faktor s kojim se množi originalno vrijeme uzorkovanja T_s kako bi se dobilo minimalno vrijeme uzorkovanja $T_s' = KT_s$, pri kojemu Tustinova bilinearna transformacija sustava s kontinuiranim polovima λ ostaje unutar 1% preciznosti.

U originalnom radu [54] kao i u disertaciji [24] procedura prikazana ovim potpoglavljem koristi se na već prethodno poznatom kontinuiranom modelu. U [54] koristi se primjer proizvoljnog linearnog sustava, dok se u [24] koristi primjer lineariziranog modela sinkronog generatora s poznatim parametrima.

Ukoliko je fokus odabira vremena uzorkovanja zapravo inicijalna procjena parametara stroja, ne može se tvrditi da se prethodno poznaje kontinuirani model sustava za koji se odabire vrijeme uzorkovanja. Dakle, ne pozna se λ_{max} pa tako ni z_{min} koji su potrebni kako bi se rješavalo (3-17) po nepoznanici K.

Kako bi se ovaj nedostatak riješio, potrebno je pronaći polove sustava bez poznavanja samog sustava. Ovaj problem rješava se u nastavku.

3.4. Procjena polova linearnog sustava

3.4.1. Odziv linearnog sustava na impulsnu pobudu

Za linearni sustav n-tog reda definiran s (3-1) odziv sustava moguće je izvesti analitički. Uz poznavanje poticaja $\mathbf{u}$ integracijom jednadžbe stanja, dobiva se vremenski odziv varijabli stanja $\mathbf{x}(t)$.

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}t}\mathbf{x}(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{3-18}$$

Prvi član u izrazu (3-18) naziva se homogenim odzivom sustava koji ovisi o početnom stanju $\mathbf{x}(0)$ u kojemu se sustav nalazi. Drugi član naziva se prisilnim odzivom sustava koji ovisi o djelovanju ulazne veličine na sami sustav. Oba člana imaju ovisnost o matričnom eksponencijalu $\mathbf{\Phi}(t) = e^{\mathbf{A}t}$. Vrijedi:

$$\mathbf{\Phi}(t) = e^{\mathbf{A}t} = \mathbf{I} + \mathbf{A}t + \frac{\mathbf{A}^2t^2}{2} + \cdots + \frac{\mathbf{A}^kt^k}{k} \tag{3-19}$$

Matrica $\mathbf{\Phi}$ još se naziva prijelaznom matricom stanja sustava, iste je dimenzije kao matrica $\mathbf{A}$, a prijenosne funkcije sustava, odziv sustava i svojstva sustava mogu se promatrati kroz svojstva od $\mathbf{\Phi}$. Više se može pronaći u temeljnim literaturama iz područja analize linearnih sustava, kao što su [22, 9].

Izabere li se sada da je poticaj sustava jednodimenzionalni Dirakov impuls u trenutku t, odnosno $\mathbf{u} = \delta(t)$, odziv dinamičkog sustava (3-18) postaje

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\mathbf{x}(0) + \int_0^t \mathbf{\Phi}(t-\tau)\mathbf{B}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau = \mathbf{\Phi}(t)\mathbf{x}(0) + \mathbf{\Phi}(t)\mathbf{B} \tag{3-20}$$

Ukoliko je početno stanje sustava $\mathbf{x}(0) = 0$, tada se odziv sustava još pojednostavljuje na:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}(t)\mathbf{B} \tag{3-21}$$

Izlazna veličina sustava $\mathbf{y}$ kojoj je u pravilu moguće pristupiti mjerenjima, a koja je definirana izlaznom jednadžbom modela (3-1), sada se može zapisati pomoću odziva stanja sustava $\mathbf{x}(t)$.

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{\Phi}\mathbf{B} \tag{3-22}$$

Matricu $\mathbf{\Phi}$ je moguće rastaviti na modalne komponente. Uvede li se oznaka $\mathbf{W}$ za matricu lijevih svojstvenih vektora i $e^{\mathbf{\Lambda}t} = \mathrm{diag}\begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & \dots & e^{\lambda_n t} \end{bmatrix}$, moguće je prikazati matričnu eksponencijalu $\mathbf{\Phi}$ pomoću diagonalne matrice ovisne o svojstvenim vrijednostima λ matrice $\mathbf{A}$ sustava (3-1).

$$\mathbf{\Phi} = \mathbf{W}e^{\mathbf{\Lambda}t}\mathbf{W}^{-1} \tag{3-23}$$

Korištenjem modalne dekompozicije matrice $\mathbf{\Phi}$ izlaz $\mathbf{y}(t)$ postaje:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{W}e^{\mathbf{\Lambda}t}\mathbf{W}^{-1}\mathbf{B} \tag{3-24}$$

Iz jednadžbe (3-24) moguće je za j-ti izlaz y_j zaključiti da će biti linearna kombinacija modalnih komponenti λ_i, uz nepoznati linearni koeficijent G_{ij} i uz $i = 1 \dots n$.

$$y_j = \sum_{i=1}^{n} G_{ij} \exp(\lambda_i t) \tag{3-25}$$

U diskretnoj formi izlaz sustava je onda:

$$y_j[k] = \sum_{i=1}^{n} G_{ij} \exp(\lambda_i k T_s) \tag{3-26}$$

Zaključno, uz jednodimenzionalni ulaz u obliku Dirac δ impulsa, odziv svake izlazne veličine bit će ovisan o koeficijentima G_{ij} i svojstvenim vrijednostima matrice $\mathbf{A}$. Ovo svojstvo linearnih sustava moguće je iskoristiti za procjenu polova linearnog sustava. Ukoliko je

poznat red sustava i ako je moguće izmjeriti impulsni odziv sustava, aproksimacija mjerenih točaka linearnom kombinacijom kompleksnih eksponencijala rezultirat će u izračunatim polovima sustava λ.

3.4.2. Aproksimacija sustava sumom kompleksnih eksponencijala

Kako je zahtjevana aproksimacija u obliku sume kompleksnih eksponencijala, Prony metoda za procjenu koeficijenata sume kompleksnih eksponencijala može se iskoristiti za procjenu polova linearnog sustava na temelju mjerenja. Prony metoda u svom osnovnom obliku može se pronaći u knjigama iz numeričke matematike, npr. [57].

Ako je mjereni signal kojeg se želi aproksimirati diskretan $y[k]$, njegovu Prony aproksimaciju će se označiti sa $\hat{y}[k]$. Prema definiciji Prony aproksimacije n-tog reda vrijedi:

$$\hat{y}[k] = \sum_{i=1}^{n} R_i \exp(j\phi_{p,i} + \lambda_i k T_s) = \sum_{i=1}^{n} R_i e^{j\phi_{p,i}} z_i^k \tag{3-27}$$

gdje su koeficijenti R_i i $\phi_{p,i}$ realni brojevi, a z_i je kompleksan broj. Ukoliko se izjednači (3-27) sa (3-26), jasno je da z_i postaje diskretan pol sustava (3-1), a $G_{ij} = R_i e^{j\phi_{p,i}}$.

Zaključuje se da se Prony aproksimacijom impulsnog odziva linearnog sustava s početnim uvjetom 0 može odrediti polove sustava, ako se prethodno zna red sustava n.

Klasični pristup estimaciji parametara reda kompleksnih eksponencijala Pronyevom metodom zasniva se na procjeni koeficijenata regresijskog polinoma n-tog reda. Izvodi ovog postupka dostupni su u literaturi [58, 59, 24, 57], a neki glavni aspekti spominju se ovdje. U implementaciji klasične Pronyeve metode potrebno je:

- formirati matricu regresora (mjerenih vrijednosti) u Toeoplitz formi
- riješiti predefinirani sustav jednadžbi iz kojih se dobiva koeficijente Prony polinoma, korištenjem Moore-Penrose pseudoinverza.
- iz korijena estimiranog polinoma izračunati polove sustava
- riješiti još jedan predefinirani sustav jednadžbi iz kojeg se dobivaju koeficijenti $R_i e^{j\phi_{p,i}}$

Prony metoda je računalno dosta zahtjevna i osjetljiva na pojavu šuma u mjerenom signalu [60, 61].

Zato se u rješavanju problema aproksimacije signala sa redom kompleksnih eksponencijala u ovoj disertaciji prilazi ne toliko poznatoj metodi matrične olovke. Primjenu matričnih

olovki u procjeni reda kompleksnih eksponencijala i polova sustava devedesetih godina razvijaju Hua i Sarkar u nizu svojih radova [62, 63, 64, 65]. U radovima [65, 62] prikazuju problem procjene polova sustava ako se ne zna red sustava ili ako se pojavljuju polovi u ishodištu, no u primjeni kod asinkronih strojeva svakako se taj podatak zna. Stoga se procedura pojednostavljuje.

Primjena metode matrične olovke definira se za matričnu olovku $\mathbf{P}$.

$$\mathbf{P} = \mathbf{H}_1 + b\mathbf{H}_2 \tag{3-28}$$

Matrična olovka $\mathbf{P}$ je kompozicija dvije linearno nezavisne matrice $\mathbf{H}_1$ i $\mathbf{H}_2$ uz broj b. Ideja formiranja matrične olovke inicijalno potječe od funkcijskih olovki kao metode kompozicije funkcija, a za više informacija o nastanku matričnih olovki moguće je potražiti dodatne reference u [62].

Kako bi se primijenilo matričnu olovku za određivanje polova reda kompleksne eksponencijale (3-27) potrebno je prvo formirati Henkel matricu od N uzoraka mjerenog signala $y[0] \dots y[k] \dots y[N-1]$, gdje je red sustava za koji se procjenjuju polovi n:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} y_i[0] & \dots & y_i[n-1] & y_i[n] \\ y_i[2] & \dots & y_i[n] & y_i[n+1] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_i[N-n-1] & \dots & y_i[N-2] & y_i[N-1] \end{bmatrix} \tag{3-29}$$

Hankel matrica $\mathbf{H}$ može se zapisati pomoću vektora stupaca $\mathbf{h}_i$:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 & \dots & \mathbf{h}_n & \mathbf{h}_{n+1} \end{bmatrix} \tag{3-30}$$

i onda se matrična olovka može formirati pomoću lijeve podmatrice $\mathbf{H}_l = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 & \dots & \mathbf{h}_n \end{bmatrix}$ i desne podmatrice $\mathbf{H}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_2 & \dots & \mathbf{h}_{n+1} \end{bmatrix}$

$$\mathbf{P} = \mathbf{H}_l - b\mathbf{H}_d \tag{3-31}$$

Ukoliko se pretpostavi da je za k-ti uzorak mjerenja $y[k]$ signal dobro estimiran s (3-27), matrice $\mathbf{H}_l$ i $\mathbf{H}_d$ mogu se rastaviti na:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_l &= \mathbf{Z}_1\mathbf{R}\mathbf{Z}_0\mathbf{Z}_2 \\ \mathbf{H}_d &= \mathbf{Z}_1\mathbf{R}\mathbf{Z}_2 \end{aligned} \tag{3-32}$$

gdje su matrice $\mathbf{Z}_1$, $\mathbf{Z}_2$, $\mathbf{R}$ i $\mathbf{Z}_0$ definirane pomoću koeficijenata jednadžbe (3-27):

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} z_1^0 & \dots & z_i^0 & \dots & z_n^0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ z_1^k & \dots & z_i^k & \dots & z_n^k \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ z_1^{N-n-1} & \dots & z_i^{N-n-1} & \dots & z_n^{N-n-1} \end{bmatrix}_{(N-n)\times n} \tag{3-33}$$

$$\mathbf{Z}_2 = \begin{bmatrix} z_1^0 & \dots & z_1^k & \dots & z_1^{n-1} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ z_i^0 & \dots & z_i^k & \dots & z_i^{n-1} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ z_n^0 & \dots & z_n^k & \dots & z_n^{n-1} \end{bmatrix}_{n\times n} \tag{3-34}$$

$$\mathbf{Z}_0 = \operatorname{diag}\begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = \operatorname{diag}\begin{bmatrix} R_1 e^{j\phi_{p,1}} & \dots & R_n e^{j\phi_{p,n}} \end{bmatrix} \tag{3-35}$$

Uz definiranu dekompoziciju matrica H_l i H_r iz jednadžbe (3-32) matrična olovka $\mathbf{P}$ postaje:

$$\mathbf{P} = \mathbf{Z}_1\mathbf{R}\{\mathbf{Z}_0 - b\mathbf{I}\}\mathbf{Z}_2 \tag{3-36}$$

Ukoliko je broj b jednak nekoj od svojstvenih vrijednosti z_i (koje se nalaze u $\mathbf{Z}_0$), tada pojedini redci od $\mathbf{P}$ postaju jednaki 0. Upravo zato može se tvrditi da će rješenje generaliziranog problema svojstvenih vrijednosti, uz svojstveni vektor $\mathbf{v}$

$$(\mathbf{H}_l - z\mathbf{H}_d)\mathbf{v} = 0 \tag{3-37}$$

dati za rezultat iste svojstvene vrijednosti koje su sadržane u $\mathbf{Z}_0$, odnosno diskretne polove aproksimacije signala s redom kompleksnih eksponencijala (3-27). Generalizirani problem svojstvenih vrijednosti (3-37) može se pojednostaviti na obični problem svojstvenih vrijednosti (3-38) množenjem s Moore-Penrose pseudoinverzom $\mathbf{H}_d^+$ s lijeve strane:

$$\left(\mathbf{H}_d^{+}\mathbf{H}_l - z\mathbf{I}\right)\mathbf{v} = 0 \tag{3-38}$$

Problem određivanja z sada se svodi na rješavanje linearnog sustava jednadžbi n-tog reda koji se u slučaju viših redova sustava može rješavati nekim numeričkim postupkom.

Nakon što su se odredili polovi sustava, određivanje koeficijenata $R_i e^{j\phi_{p,i}}$ vrši se nastavkom klasične Prony metode, odnosno rješavanjem predefiniranog sustava jednadžbi

$$\begin{bmatrix} y[0] \\ \vdots \\ y[k] \\ \vdots \\ y[N-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1^0 & \dots & z_i^0 & \dots & z_n^0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ z_1^k & \dots & z_i^k & \dots & z_n^k \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ z_1^{N-1} & \dots & z_i^{N-1} & \dots & z_n^{N-n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 e^{j}\phi_{p,1} \\ \vdots \\ R_i e^{j}\phi_{p,i} \\ \vdots \\ R_n e^{j}\phi_{p,n} \end{bmatrix} \tag{3-39}$$

Sustav (3-39) skraćeno se zapisuje u regresijskom obliku jednadžbom (3-40)

$$\mathbf{y} = \mathbf{Z}\mathbf{r} \tag{3-40}$$

Najbolja procjena parametara $\mathbf{r}$, u smislu minimizacije sume kvadratnih odstupanja modela (3-27) i mjerenih veličina $y[k]$, dobiva se metodom najmanjih kvadrata uz korištenje Moore-Penrose pseudoinverza, odnosno:

$$\mathbf{r} = \mathbf{Z}^{+}\mathbf{y} = (\mathbf{Z}^T\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}^T\mathbf{y} \tag{3-41}$$

Za potpuni izračun koeficijenata i polova reda kompleksnih eksponencijala opisana procedura matrične olovke zahtijeva:

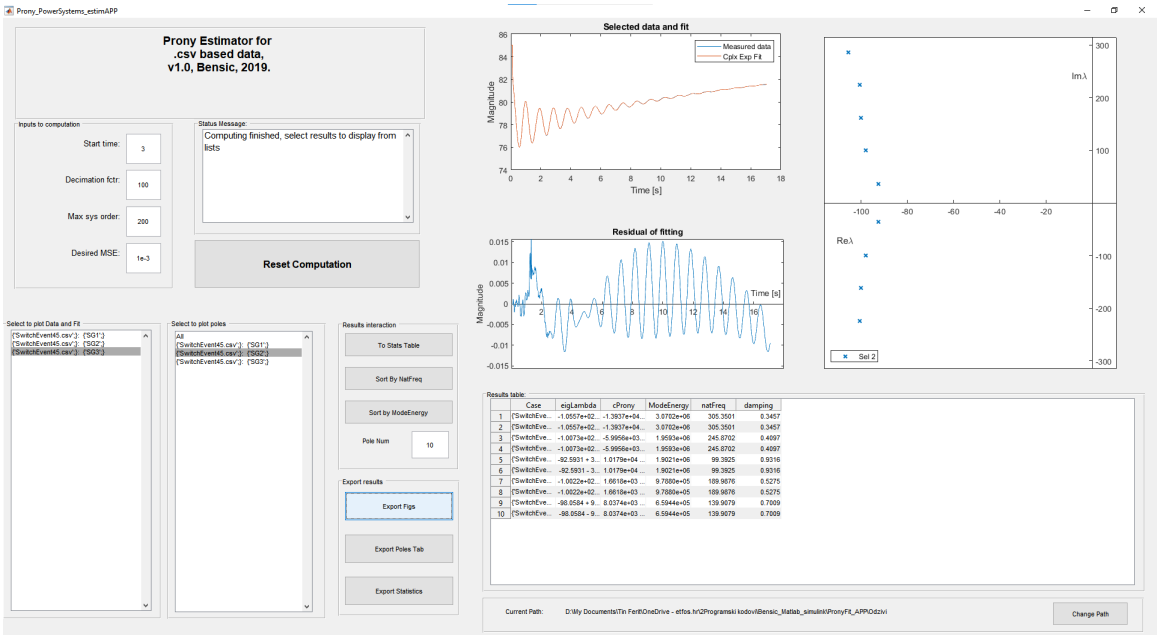
- formiranje Henkel matrice $\mathbf{H}$, odnosno $\mathbf{H}_l$ i $\mathbf{H}_d$
- rješavanje problema svojstvenih vrijednosti (3-38)
- rješavanje problema najmanjih kvadrata (3-40)

Ova procedura značajno je slabijih zahtjeva na računalne performanse, a autori [62] pokazuju da je puno stabilnija ukoliko su podaci zašumljeni, a rezultat u konačnici daje manju varijancu parametara i višu Cramer-Rao granicu.

Aplikacija za procjenu reda kompleksnih eksponencijala

Prikazana metoda procjene polova nekog sustava aproksimacijom s redom kompleksnih eksponencijala je, uz osnovnu namjenu - odabir vremena uzorkovanja pri mjerenju tranzijenta asinkronog stroja, dodatno razvijana u svrhu istraživanja uspostavnog istraživačkog projekta Hrvatske zaklade za znanost. Jedan je od ciljeva projekta pod nazivom *Razvoj postupaka kosimulacija programskih alata za primjenu mekog računarstva u elektroenergetici* voditelja dr. sc. Marinka Barukčića razviti računalne aplikacije koje omogućavaju kosimulacijsku vezu različitih programskih paketa.

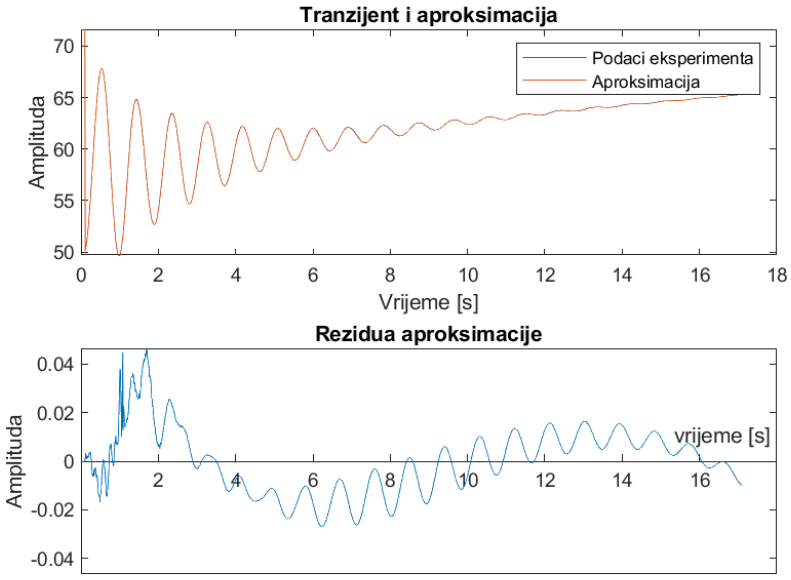
Tako je u svrhu projekta izrađena aplikacija *Prony_fit_APP* čije je sučelje prikazano na slici 3.3, a koja služi za procjenu polova bilo kojeg tranzijenta pohranjenog u obliku uzoraka u .csv datoteci, neovisno dolazi li isti iz mjerenja ili simulacije nekim programom.



Slika 3.3: *Sučelje aplikacije Prony_fit_APP*

Primjenom ove aplikacije može se demonstrirati korištenje metode matrične olovke na procjenu polova iz tranzijenta. Na slici 3.4 prikazan je rezultat procjene polova elektroenergetskog sustava na temelju simulacije tranzijenta promjene sklopnog stanja mreže. Prikazani tranzijent i njegova aproksimacija poklapaju se s iznimnom točnošću, a rezidua je svedena na amplitudu iznosa 0.04, što označava odstupanje na razini promila originalnog tranzijenta.

Programski kod kojeg za računanje aproksimacije signala s redom kompleksnih eksponencijala poziva aplikacija *Prony_fit_APP* priložen je ovoj disertaciji na digitalnom mediju, a koristi se u nastavku za procjenu polova lineariziranog modela asinkronog stroja.



Slika 3.4: *Rezultat primjene metode matrične olovke na tranzijent primjenom aplikacije Prony_fit_APP*

3.5. Odabir vremena uzorkovanja tranzijenta asinkronog stroja

Do sada je prikazan postupak odabira vremena uzorkovanja na temelju poznavanja polova linearnog sustava. Metodom matrične olovke moguće je odrediti polove linearnog sustava iz impulsnog odziva za sustave s jednim ulazom. Primjena ovih metoda na asinkroni stroj nije direktna:

Asinkroni stroj:

- nema linearan model
- nema jednu ulaznu varijablu već dvije (naponi u dvije osi)
- mjerenje impulsnog odziva je teško za izvesti u praksi za bilo koji sustav.

Matematički model asinkronog stroja (2-70) u proizvoljno rotirajućem dq sustavu zapisuje se u obliku nelinearnog modela u prostoru stanja:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_s &= \mathbf{u} - R_s G_s \psi_s - R_s G_m \psi_r - \omega_k \mathbf{J}_r \psi_s \\
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_r &= -R_r G_r \psi_r - R_r G_m \psi_s - (\omega_k - p\omega)\mathbf{J}_r \psi_r \\
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\omega &= \frac{G_m}{J}\frac{3}{2}p(\psi_{sd}\psi_{rq} - \psi_{sq}\psi_{rd}) - \frac{1}{J}M_L
\end{aligned} \tag{3-42}$$

Ovdje su parametri G_m, G_s i G_r zapravo elementi inverza matrice induktiviteta:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} G_s & 0 & G_m & 0 \\ 0 & G_s & 0 & G_m \\ G_m & 0 & G_r & 0 \\ 0 & G_m & 0 & G_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix}^{-1} \tag{3-43}$$

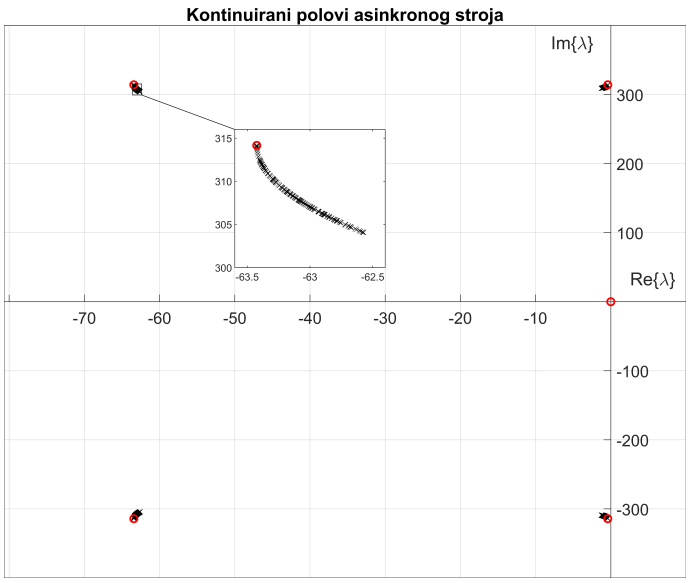
Parametri G mogu se izvesti i analitički:

$$G_s = \frac{L_r}{d}, \quad G_r = \frac{L_s}{d}, \quad G_m = -\frac{L_m}{d}$$
$$d = L_s L_r - Lm^2 \tag{3-44}$$

U kontekstu određivanja polova nekog sustava ne može se razmatrati nelinearne modele. Upravo zato predlaže se korištenje linearizirane varijante oko radne točke. Kao što je već prikazano u poglavlju 2.1.3, linearizacija je postupak kojim nelinearni model (3-42) aproksimira razvojem u Taylorov red i zadržavanjem prvih dvaju članova. Tada linearizirani sustav ima oblik (2-14), a matrica $\mathbf{A}_l$ lineariziranog modela asinkronog stroja oko radne točke $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{s0} & \boldsymbol{\psi}_{r0} & \omega_0 \end{bmatrix}^T$ postaje:

$$\mathbf{A}_l = \begin{bmatrix} -R_s G_s & \omega_k & -R_s G_m & 0 & 0 \\ -\omega_k & -R_s G_s & 0 & -R_s G_m & 0 \\ -R_r G_m & 0 & -R_r G_r & \omega_k - p\omega_0 & -\psi_{rq0} \\ 0 & -R_r G_m & p\omega_0 - \omega_k & -R_r G_r & \psi_{rd0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3-45}$$

U ovoj disertaciji predlaže se korištenje svojstvenih vrijednosti matrica $\mathbf{A}_l$ kao polova sustava uz koje se može procijeniti potrebno vrijeme uzorkovanja. Problem koji neupitno nastaje je prethodno nepoznavanje parametara koji sačinjavaju matricu $\mathbf{A}_l$. Dodatni problem koji nastaje je činjenica da polovi lineariziranog modela asinkronog stroja ovise o točki oko koje se linearizira $\mathbf{x}_0$. U knjizi [31] moguće je pratiti trajektorije polova lineariziranog modela asinkronog stroja. Na slici 3.5 daje se primjer trajektorije polova linearizirane matrice asinkronog stroja (3-45) za tranzijent direktnog uklopa asinkronog stroja na nazivni napon. Parametri motora od 132 kW s kojima je simuliran direktan uklop su: $R_s = 8.9$ mΩ, $R_r = 16.7$ mΩ, $L_{ls} = 0.2$ mH, $L_{lr} = 0.2$ mH, $L_m = 14.1$ mH, $J = 5$ kgm^2. Crvenim kružićem označen je set polova koji je dobiven iz točke $\mathbf{x}'_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$



Slika 3.5: *Trajektorija polova asinkronog stroja za vrijeme direktnog uklopa*

Na temelju razmatranja iz literature i primjera danog slikom 3.5, zaključuje se da je najveći pol asinkronog stroja onaj dobiven iz lineariziranog pri uključenju stroja iz mirovanja. Upravo zato se predlaže upravo ovaj set polova asinkronog stroja za korištenje pri odabiru vremena uzorkovanja procedurom iz potpoglavlja 3.3.

Sada je još potrebno odrediti te zapravo nepoznate polove asinkronog stroja. Ovaj problem rješava se optimizacijskim postupkom.

3.5.1. Optimizacijska procedura za izračun polova asinkronog stroja

Ideja za izračun polova asinkronog stroja temelji se na aproksimaciji mjerenog tranzijenta s redom kompleksnih eksponencijala, kako je to opisano u potpoglavlju 3.4.

Prije nego se krene u daljnje razmatranje procedure za izračun polova asinkronog stroja treba spomenuti sljedeće:

- Asinkroni stroj svodi se na sustav s jednim ulazom (SIMO) korištenjem *dq* transformacije orijentirane prema prostornom vektoru napona mreže. Ovaj vektor napona i njegov kut su dostupni mjerenjima.
- Red modela asinkronog stroja je peti, $n = 5$.
- Mjereni tranzijent je direktan uklop na trofaznu mrežu nazivnog napona i frekvencije. Ovaj tranzijent odgovara odzivu na skokovitu pobudu u *dq* sustavu.
- Mjerena izlazna veličina je struja u naponski orijentiranom *dq* sustavu.

Uvođenjem rotacije u naponski orijentirani dq sustav rješava se problem da metoda aproksimacije zahtijeva jedan ulaz. Linearizacijom se rješava problem (ne)postojanja polova dinamičkog modela za promatrani uređaj.

Ukoliko je red sustava fiksan nije moguće očekivati da će se primjenom prikazanih metoda matrične olovke ostvariti dobra aproksimacija tranzijenta nelinearnog sustava. Osim toga, u praksi je u pravilu nemoguće mjeriti tranzijent impulsnog odziva, već je dostupan tranzijent odziva sustava za skokovitu pobudu.

Ako se pretpostavi da su impulsni odziv nekog sustava i skokoviti odziv nekog sustava približno jednaki u intervalu oko početne točke $\mathbf{x}'_0$, te ako se pretpostavi da je taj interval dovoljno kratak da se nelinearni sustav može aproksimirati linearniziranim sustavom, moguće je odrediti polove iz aproksimacije tranzijenta odziva na skokovitu pobudu s redom kompleksnih eksponencijala.

Stoga se cijeli problem određivanja polova asinkronog stroja svodi na problem traženja intervala oko početne točke unutar kojeg aproksimacija mjerenog odziva ne gubi svoju preciznost.

U tu svrhu, ako se pretpostavi da je za dobru aproksimaciju mjerenog tranzijenta redom kompleksnih eksponencijala potrebno jednako ili manje uzoraka, može se definirati sljedeći način segmentacije podataka.

Ukupan mjereni tranzijent od q uzoraka dijeli se na N_{int} intervala, od kojih svaki interval sadrži q_{int} uzoraka, prema jednadžbi (3-46), zaokruženo na najbliži prirodni broj.

$$N_{int} = \frac{q}{q_{int}} \tag{3-46}$$

Unutar svakog intervala p-ti uzorak mjerene veličine je $y[k] = y(kT_s)$. Interval se decimira faktorom $d \in \mathbb{N}$ tako da decimirani p-ti uzorak postaje $y_d[k] = y[dk] = y(dkT_s)$. Sada dobiveni interval s decimiranim podacima sadrži broj uzoraka $q_d = q_{int}/d$, a vrijeme uzorkovanja decimiranog intervala odgovara $T_{s,d} = dT_s$.

Uz ovako definiranu segmentaciju i decimaciju podataka promatranog tranzijenta postavlja se optimizacijski problem. Neka je kriterijska funkcija J_{est} definirana s:

$$J_{est}(\mathbf{\Gamma}) = \sum_{w=1}^{N_{int}} MSE_w \tag{3-47}$$

gdje je MSE_w srednje kvadratno odstupanje za w-ti interval:

$$MSE_w = \frac{1}{q_d} \sum_{k=(w-1)q_d}^{wq_d} (y_d[k] - \hat{y}_d[k])^2 \tag{3-48}$$

Veličina $y_d[k]$ predstavlja k-ti uzorak decimiranog izmjerenog tranzijenta kojeg se aproksimira, a $\hat{y}_d[k]$ predstavlja dobivenu izlaznu veličinu iz aproksimacije mjerenih podataka iz intervala $(w-1)q_d \leq k \leq wq_d$ redom kompleksnih eksponencijala metodom matrične olovke. Zavisna varijabla kriterijske funkcije je $\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} d & q_{int} \end{bmatrix}$ o kojoj ovisi duljina intervala i ukupan broj uzoraka u intervalu segmentacije podataka.

Uz definiranu kriterijsku funkciju J_{est} moguće je postaviti minimizacijski problem (3-49)

$$\begin{aligned} &J_{est}(\mathbf{\Gamma}) \rightarrow \min \\ &\hat{\mathbf{\Gamma}} = \underset{\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{S} \subset \mathbb{N}^2}{\operatorname{argmin}} J_{est}(\mathbf{\Gamma}) \end{aligned} \tag{3-49}$$

Skup $\mathbb{S} \subset \mathbb{N}^2$ je skup svih dozvoljenih vrijednosti koje mogu poprimiti varijable odluke d i q_{int}. Matematički se može formulirati korištenjem minimalne vrijednosti $\mathbf{\Gamma}_{DG} = \begin{bmatrix} d_{DG} & q_{int,DG} \end{bmatrix}$ i maksimalne vrijednosti $\mathbf{\Gamma}_{GG} = \begin{bmatrix} d_{GG} & q_{int,GG} \end{bmatrix}$, odnosno granice za varijable odluke, prema:

$$\mathbb{S} := \left\{ \mathbf{\Gamma} \in \mathbb{N}^2, \mathbf{\Gamma}_{DG} \leq \mathbf{\Gamma} \leq \mathbf{\Gamma}_{GG} \right\} \tag{3-50}$$

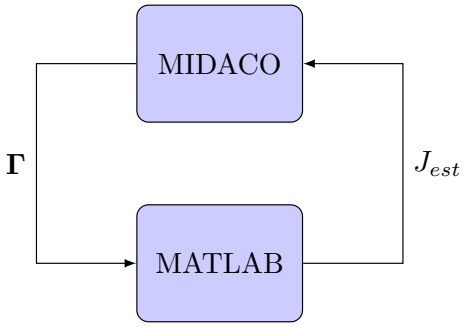
Skupom $\mathbb{S}$ definiraju se nejednadžbena ograničenja optimizacijskom problemu.

Rješenje minimizacijskog problema (3-49) daje varijable za optimalnu decimaciju mjerenog tranzijenta tako da metoda matrične olovke najbolje aproksimira svaki od intervala tog tranzijenta. Naravno, kao sporedni rezultat optimizacije dobiva se $\hat{y}_d[k]$ optimalna aproksimacija podataka $y_d[k]$ za svaki interval pomoću reda kompleksnih eksponencijala, kao i polovi z_i i koeficijenti $R_i e^{j\phi_{p,i}}$ koji su korišteni za izračun $\hat{y}_d[k]$.

Kako je ova disertacija djelomično rađena u sklopu projekta *Razvoj postupaka kosimulacija programskih alata za primjenu mekog računarstva u elektroenergetici - COPESOC* voditelja dr. sc. Marinka Barukčića, rješavanje minimizacijskog problema (3-49) postavlja se kroz kosimulaciju dva programa.

Segmentacija i aproksimacija mjerenih podataka pomoću reda kompleksnih eksponencijala metodom matrične olovke implementirana je u programskom jeziku Matlab. Programski kod ovih metoda je priložen na digitalnom mediju u ovoj disertaciji. Izračunat iznos funkcije cilja J_{est} iz Matlaba se proslijeđuje programu MIDACO. Ovo je komercijalno dostupan pro-

gram za globalnu optimizaciju, utemeljen na metaheurističkom algoritmu kolonije mrava, prvi puta upotrijebljen u svrhu svemirskih istraživanja [66] koji, prema implementiranom algoritmu, generira novu populaciju varijabli odluke $\mathbf{\Gamma}$ koju proslijeđuje nazad Matlabu kako bi se izračunala vrijednost J_{est} za novu iteraciju optimizacijske procedure. Grafički, kosimulacijsko rješavanje problema optimizacije prikazano je slikom 3.6.



Slika 3.6: *Kosimulacijska shema Matlab-MIDACO*

Ova kosimulacijska procedura se iterativno ponavlja sve dok se neki od kriterija zaustavljanja ne ispune. Mogući kriteriji zaustavljanja su: 1. iznos funkcije cilja padne ispod postavljene granice, 2. iznos funkcije cilja u posljednjih nekoliko iteracija se ne smanji za više od postavljene granice, 3. dosegnut je maksimalan broj iteracija algoritma.

Nakon izvršene optimizacije, polovi z_i za $i = 1 \ldots n$ iz prvog intervala dobiveni aproksimacijom redom kompleksnih eksponencijala, a koji predstavlja aproksimaciju oko $\mathbf{x}'_0$ gdje se impulsni odziv linearnog sustava može izjednačiti sa skokovitim odzivom nelinearnog sustava, koriste se u jednadžbi (3-17) kako bi se izračunao faktor K. S izračunatim K dovoljno vrijeme uzorkovanja prema kriteriju (3-6) je:

$$T'_s = KT_s \tag{3-51}$$

3.5.2. Strukturirani prikaz procedure

Radi lakšeg praćenja cjelokupne procedure ovdje se u koracima daje prikaz predložene procedure za određivanje vremena uzorkovanja za nelinearni model asinkronog stroja:

1. Izmjeriti tranzijent struje i napona pri direktnom uklopu asinkronog stroja proizvoljnim (što bržim) vremenom uzorkovanja

2. Izvršiti transformaciju mjerenih veličina u naponski orijentirani dq sustav

3. Provesti optimizacijsku proceduru za segmentaciju podataka i određivanje najbolje aproksimacije tranzijenta struje i_d pomoću reda kompleksnih eksponencijala

4. Iz aproksimacije reda kompleksnih eksponencijala odrediti polove lineariziranog modela asinkronog stroja

5. Iz dobivenih polova izračunati faktor K rješenjem jednadžbe (3-17)

6. Izračunati potrebno vrijeme uzorkovanja pomoću (3-51).

3.6. Simulacijski i eksperimentalni primjeri

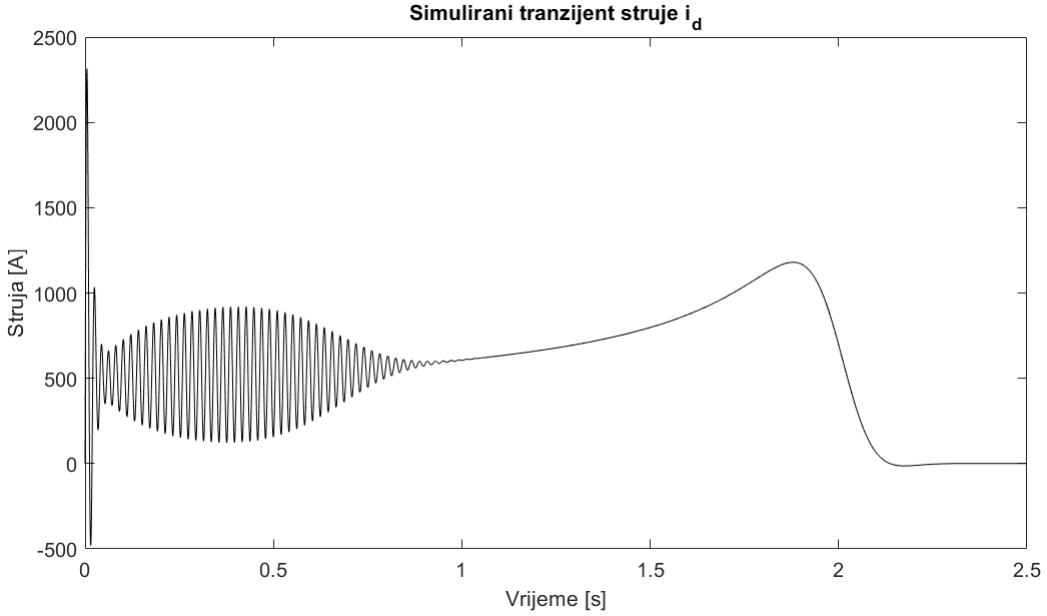
Prikazani postupak za odabir vremena uzorkovanja u svrhu inicijalne procjene parametara asinkronog stroja provodi se za dva primjera. Prvi primjer vezan je za simulacijski dobivene podatke tranzijenta direktnog uključenja asinkronog stroja, a drugi primjer vezan je za eksperimentalne podatke. Granice za MIDACO optimizator postavljene su tako da najmanja decimacija iznosi $d_{DG} = 1$ i najveća $d_{GG} = round(T_s 600)$, gdje je frekvencija 600 Hz odabrana kao donja granica mogućnosti koraka decimiranih podataka. Što se tiče granica za dimenzije intervala podešeno je da cijeli tranzijent može biti jedan interval ili da se podaci mogu segmentirati u intervale, svaki od po 0.2 ms.

3.6.1. Odabir vremena uzorkovanja - simulacija

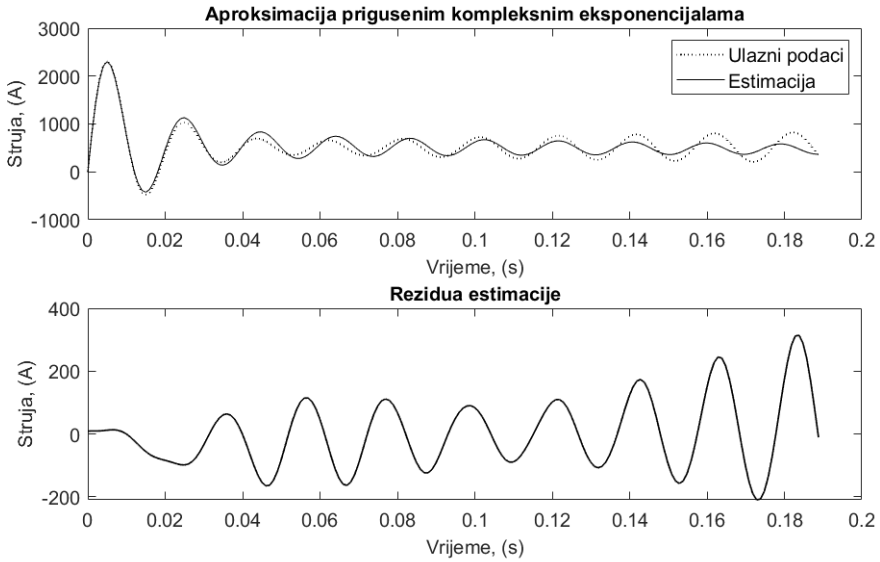
Simulirani tranzijent je direktno uključenje asinkronog stroja 132 kW/0.4kV s parametrima: $R_s = 8.9$ mΩ, $R_r = 16.7$ mΩ, $L_{ls} = 0.2$ mH, $L_{lr} = 0.2$ mH, $L_m = 14.1$ mH, $J = 5$ kgm^2.

Dobivena struja i_d u naponski orijentiranom dq sustavu je odziv koji se aproksimira redom kompleksnih eksponencijala. Ova struja prikazana je slikom 3.7, a diskretni uzorci simulacije imaju korak od 1 μs.

Optimalna aproksimacija redom kompleksnih eksponencijala u prvom intervalu, koji je značajan za određivanje polova sustava, prikazana je slikom 3.8. Dobiveni polovi i koeficijenti reda kompleksnih eksponencijala prikazani su tablicom 3.1. Iznos sume srednjih kvadratnih odstupanja je $MSE = 1.770$. Dobiveni optimalni decimacijski faktor d i optimalni iznos broja uzoraka intervala q_d, kao i dimenzija intervala bez decimacije $q_i nt$, prikazani su također tablicom 3.1. Ovi podaci dodatno su preračunati na $T_{s,prony}$ i $F_{s,prony}$ vrijeme i frekvenciju uzorkovanja koji su potrebni za optimalnu aproksimaciju tranzijenta s redom kompleksnih eksponencijala.



Slika 3.7: *Simulirana struja direktnog uključenja 132 kW motora*



Slika 3.8: *Aproksimacija tranzijenta i_d s redom kompleksnih eksponencijala*

Iz slike 3.8 vidljivo je da metoda matrične olovke dobro aproksimira nelinearni tranzijent direktnog uklopa asinkronog stroja. Najveća greška aproksimacije iznosi oko 10 % amplitude tranzijenta prije 15 ms. Ova greška uzrokovana je faznom pogreškom. Nakon 15 ms tranzijenti aproksimacije i simuliranih podataka kreću se razilaziti budući da dolazi do odstupanja zbog linearizacije i aproksimacije.

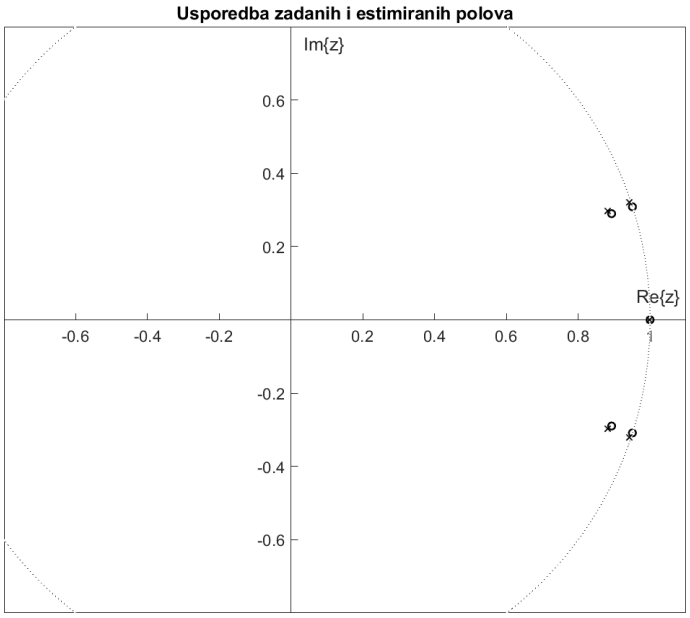
Iz tablice je moguće vidjeti da je za aproksimaciju redom kompleksnih eksponencijala potreban 181 uzorak iz prvog intervala. Usporedbom sa skoro 18000 uzoraka u prvom intervalu originalnog seta podataka odmah je indikativno da je originalno vrijeme uzorkovanja

Tablica 3.1: *Rezultati aproksimacije tranzijenta redom kompleksnih eksponencijala*

Kontinuirani polovi λ	**Diskretni polovi** z	$\boldsymbol{R_i e^{j\phi_{p,i}}}$
$-73.252 + 324.55i$	$0.88133 + 0.29557i$	$-217.31 - 1094.4i$
$-73.252 - 324.55i$	$0.88133 - 0.29557i$	$-217.31 + 1094.4i$
$-4.6111 + 327.77i$	$0.94273 + 0.31953i$	$-70.81 - 114.52i$
$-4.6111 - 327.77i$	$0.94273 - 0.31953i$	$-70.81 + 114.52i$
$-0.65962 + 0i$	$0.99934 + 0i$	$534.06 + 0i$
Decimacija d	**Dimenzija intervala**	**Decimirana dimenzija intervala**
997	1.7965e+05	181
$\boldsymbol{T_{s,Prony}}$**[ms]**	$\boldsymbol{F_{s,Prony}}$ **[Hz]**	$\boldsymbol{MSE}$
0.997	1003	1.770

prebrzo za potrebe procjene parametara. Nadalje, decimirano vrijeme uzorkovanja $T_{s,Prony}$ indikativno je o redu veličine optimalnog vremena uzorkovanja T_s' koje se tek treba odrediti.

Kako je u ovom simulacijskom primjeru zadan asinkroni stroj sa svojim parametrima, moguće je izračunati svojstvene vrijednosti matrice $\mathbf{A}_l$ iz jednadžbe (3-45). Izračunati polovi lineariziranog modela asinkronog stroja i polovi dobiveni aproksimacijom redom kompleksnih eksponencijala prikazani su na slici 3.9. Sa slike je vidljivo da se aproksimirani polovi dobro poklapaju sa stvarnim polovima lineariziranog modela asinkronog stroja, što znači da je aproksimacija zaista uspješna i dobiveni aproksimirani polovi mogu se koristiti za određivanje vremena uzorkovanja prema kriteriju (3-6).

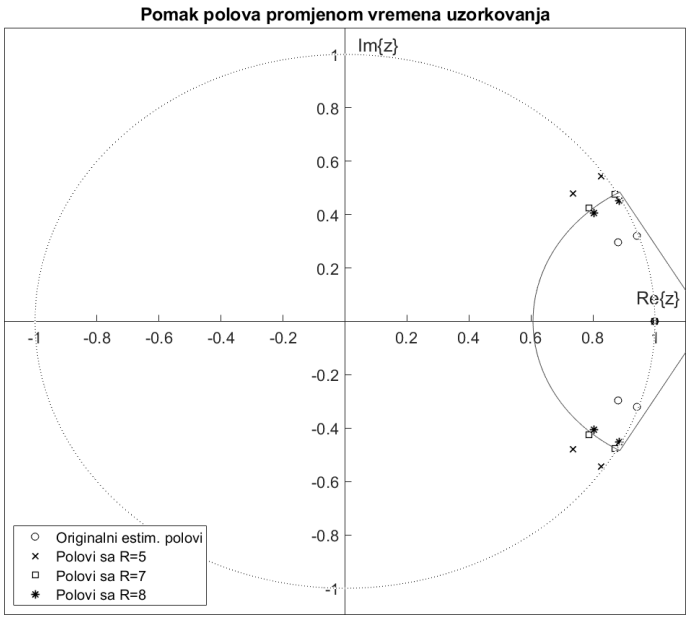


Slika 3.9: *Aproksimirani* ($\circ$) *i stvarni* ($\times$) *diskretni polovi asinkronog stroja*

U nastavku se prikazuje rezultate izračuna vremena uzorkovanja procedurom opisanom

u prethodnim potpoglavljima. Ukoliko se u jednadžbu (3-17) uvrsti procijenjene polove sa slike 3.9, odnosno numeričku vrijednost diskretnog pola s najmanjim modulom iz tablice 3.1 uz faktor $R = 5$, dobiva se vrijeme uzorkovanja $T_s' = 1.773$ ms. Ovo vrijeme uzorkovanja indicira da je originalno vrijeme uzorkovanja od 1 μs premaleno i prikuplja nepotrebno veliku količinu podataka.

Provjerom pomaknutih diskretnih polova, koristeći se novim vremenom uzorkovanja T_s' sa slike 3.10, moguće je uočiti da dobiveni polovi ne spadaju u osjenčano područje sa slike 3.2. Razlog dobivanja ovakvog rezultata leži u numeričkoj proceduri za rješavanje nelinearne jednadžbe (3-17). U ovom doktorskom radu primijenjena procedura pozvana je funkcijom 'fzero' u Matlabu koja se zasniva na traženju prolaska kroz nulu iterativnim procedurama. Postupci u funkciji 'fzero' zasnivaju se na praćenju promjene predznaka rješenja nelinearne jednadžbe, a više je moguće pronaći u referencama [67, 68].



Slika 3.10: *Polovi dobiveni uz izračunati* T_s'

Kako se ova metoda zasniva na pronalasku prolaza funkcije kroz nulu, posebno je teško numerički pronaći točna rješenja nultočaka glatkih krivulja čije vrijednosti u okolišu nule imaju male iznose u odnosu na iznose koje te krivulje poprimaju van tog okološa. Zbog toga, kao što su to i autori u [54] predvidjeli, nastaju odstupanja zasnovana na numerici. Inicijalni prijedlog autora u [54] je postavljanje $R = 5$ umjesto zahtijevanog $R = 4.083$ koji se dobije iz kriterija (3-6). U ovom primjeru moguće je vidjeti da za asinkrone strojeve čak i $R = 5$ ne garantira numeričku preciznost dovoljnu da bi se diskretne polove pomaklo u osjenčano područje sa slike 3.2. Zato se dodatno predlaže provjera položaja polova te ako oni

ne zadovoljavaju uvjete pripadanja osjenčanom području po potrebi je moguće povećavati R dok se kriterij ne zadovolji.

Na slici 3.10 moguće je vidjeti rezultate za $R = 5$, $R = 7$ i $R = 8$. Iako ne pripadaju unutar odsječka kruga sa slike, polovi dobiveni s $R = 7$ pripadaju osjenčanom području sa slike 3.2. Vremena uzorkovanja dobivena za tri različita koeficijenta R prikazana su tablicom 3.2.

Tablica 3.2: *Izračunato vrijeme uzorkovanja - simulacijski eksperiment*

R	T_s' [ms]	F_s [Hz]
5	1.7746	563.52
7	1.5277	654.59
8	1.4375	695.64

Prema rezultatima iz tablice vidljivo je da se dobivena vremena uzorkovanja razlikuju na razini desetinke milisekunde, što se može činiti zanemarivo u praktičnom slučaju. Važno je napomenuti da su ove razlike zapravo razlike od stotinjak hertza, kada se vrijeme uzorkovanja preračuna na frekvenciju uzorkovanja. Ovdje se ističe da je na ovom simuliranom eksperimentu motor bio idealan i da bilo kakve spektrale komponente frekvencija iznad 50 Hz koje se javljaju u stvarnosti nisu postojale u simuliranoj struji motora. U praksi je za očekivati pojavu neparnih harmonika (peti, sedmi) koji se u sinkrono rotirajućem dq sustavu manifestiraju na frekvenciji 300 Hz (uz 50 Hz osnovni harmonik). Ako se želi promatrati ove harmonike potrebno je zadovoljiti Nyquistov kriterij, a iz tablice 3.2 vidljivo je da vrijeme uzorkovanja koje zadovoljava kriterij (3-6), dobiveno uz $R = 7$, zadovoljava i Nyquistov kriterij, s granicom oko 320 Hz.

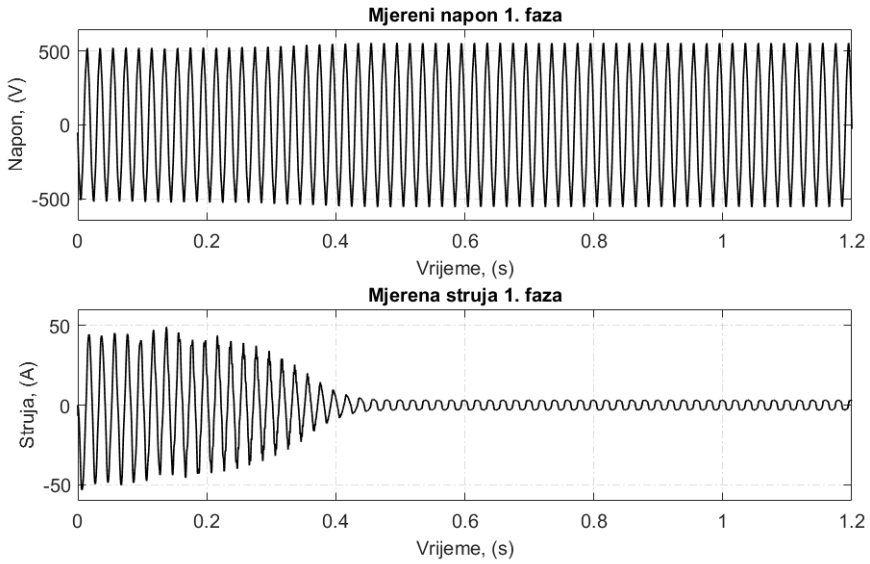
3.6.2. Odabir vremena uzorkovanja - eksperiment

U ovom potpoglavlju prikazuje se primjena metode izbora vremena uzorkovanja na eksperimentalnim podacima. Proveden je eksperiment direktnog uključenja asinkronog stroja Končar E5AZ-112M snage 4 kW, nazivnog napona 400 v u spoju trokut, nazivne struje 8.8 A i brzine vrtnje 1440 o/min.

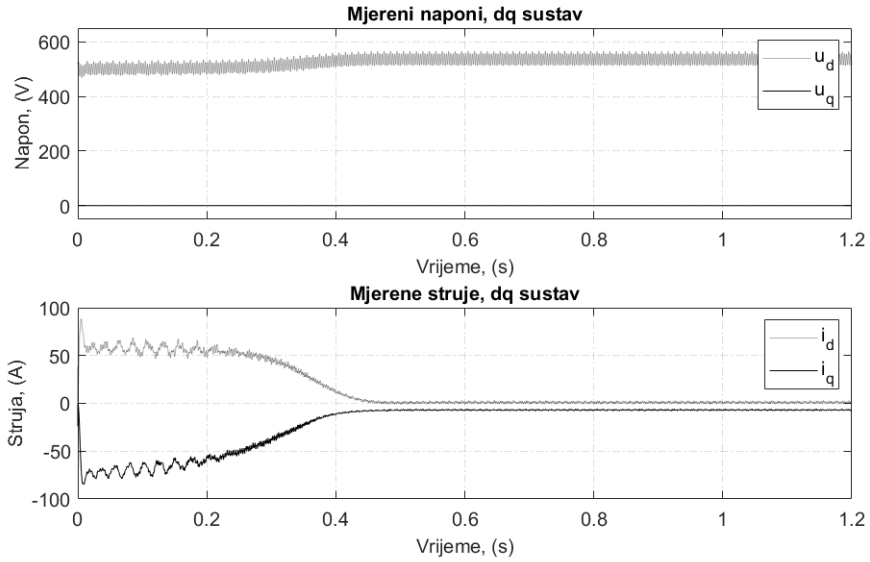
Mjerenja su izvršena pomoću National Instruments USB DAQ 6218, uređajem za prikupljanje podataka, na koji su spojene naponske diferencijalne sonde GW Instek GDP-025 i strujna klješta LEM HEME PR 430 koja rade na principu HALL senzora.

Mjereni su fazni naponi i fazne struje elektromotora, a brzina vrtnje elektromotora mje-

rena je pomoću tahogeneratora koji ima prijenosni omjer 0.06V za 1 okr/min. Mjerni sustav podešen je na prikupljanje podataka originalnom frekvencijom uzorkovanja od 10 kHz, što daje originalno vrijeme uzorkovanja $T_s = 0.1$ ms. Izmjereni tranzijenti struje i napona prve faze pri direktnom uklopu na nazivni napon 400 V prikazani su slikom 3.11 u trofaznom *abc* sustavu. Sve tri faze prebačene u naponski orijentirani sinkronogrotirajući *dq* sustav prikazane su slikom 3.12.

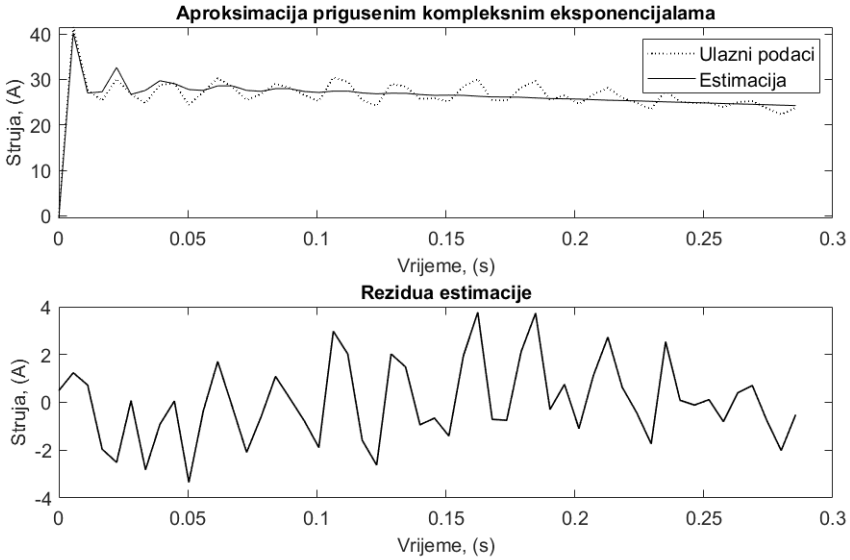


Slika 3.11: *Mjereni napon i struja 1. faze*



Slika 3.12: *Aproksimacija tranzijenta i_d sa redom kompleksnih eksponencijala*

Na snimljenom tranzijentu, bez prethodnog poznavanja polova promatranog asinkronog stroja, primjenjuje se opisana procedura za određivanje potrebnog vremena uzorkovanja.



Slika 3.13: *Aproksimacija tranzijenta i_d sa redom kompleksnih eksponencijala*

Tranzijent struje i_d koristi se kao ulazni skup podataka za procjenu polova pomoću aproksimacije redom kompleksnih eksponencijala, odakle se onda izračunava potrebno vrijeme uzorkovanja T_s' s kojim se može pristupiti nekoj od metoda procjene parametara stroja.

Za ovaj eksperimentalni slučaj aproksimacija mjerenih podataka pomoću reda kompleksnih eksponencijala u prvom optimiziranom intervalu daje rezultat prikazan slikom 3.13.

Iz slike 3.13 vidljivo je da je aproksimacija mjerenih podataka redom kompleksnih eksponencijala ovog puta značajnije decimirana kako bi se srednje kvadratno odstupanje rezidue smanjilo na mininum. Upravo zato je vidljivo da je maksimalno odstupanje između mjerenog i estimiranog signala oko 4 A koje opet nastupa pred kraj intervala kada već počinje dolaziti do razilaženja lineariziranog i nelinearnog modela. Iz iznosa rezidue i prema poklapanju estimiranog i mjerenog odziva može se ustvrditi da je tranzijent struje i_d dobro estimiran. Dobiveni polovi i podaci o postupku aproksimacije redom kompleksnih eksponencijala prikazani su tablicom 3.3.

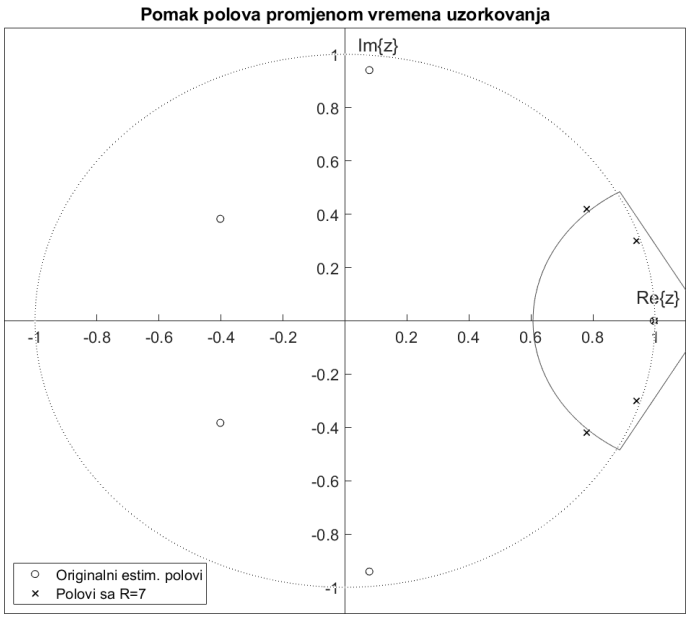
Iz tablice 3.3 jasno je da za optimalnu aproksimaciju mjerenog tranzijenta treba 56 puta manje podataka nego što je inicijalno prikupljeno. Iz toga se izračunava da za optimalnu aproksimaciju treba 52 uzorka u intervalu koji je uzorkovan s 5.6 ms korakom. Originalno mjerenje ima 2881 uzorak s 0.1 ms korakom. Ovi rezultati su, kao i simulacijski, indikativni da je originalno vrijeme uzorkovanja prebrzo u odnosu na ono koje je potrebno.

Rezultat estimiranih polova pomoću reda kompleksnih eksponencijala, kao i položaj polova s izračunatim T_s' uz $R = 7$ koji odgovara kriteriju (3-6), prikazani su slikom 3.14.

Tablica 3.3: *Rezultati aproksimacije mjerenog tranzijenta redom kompleksnih eksponencijala*

Kontinuirani polovi λ	**Diskretni polovi z**	$\boldsymbol{R_i e^{j\phi_{p,i}}}$
$-0.66294 + 0j$	$0.99629 + 0j$	$29.307 - 8.4362e - 17j$
$-113.19 + 414.14j$	$-0.36101 + 0.38877j$	$-15.818 - 2.2395j$
$-113.19 - 414.14j$	$-0.36101 - 0.38877j$	$-15.818 + 2.2395j$
$-22.405 + 275.94j$	$0.022524 + 0.8818j$	$0.89378 + 1.2159j$
$-22.405 - 275.94j$	$0.022524 - 0.8818j$	$0.89378 - 1.2159j$
Decimacija d	**Dimenzija intervala**	**Decimirana dimenzija intervala**
56	2881	52
$\boldsymbol{T_{s,Prony}}$**[ms]**	$\boldsymbol{F_{s,Prony}}$ **[Hz]**	$\boldsymbol{MSE}$
5.6	178.57	2.727

Ovog puta vrijeme uzorkovanja računa se samo uz $R = 7$ te se kao rezultat odabira dobiva $T_s' = 1.187$ ms te se kao frekvencija uzorkovanja dobiva $F_s' = 842.61$ Hz.



Slika 3.14: *Polovi dobiveni uz izračunati T_s' - eksperimentalni podaci*

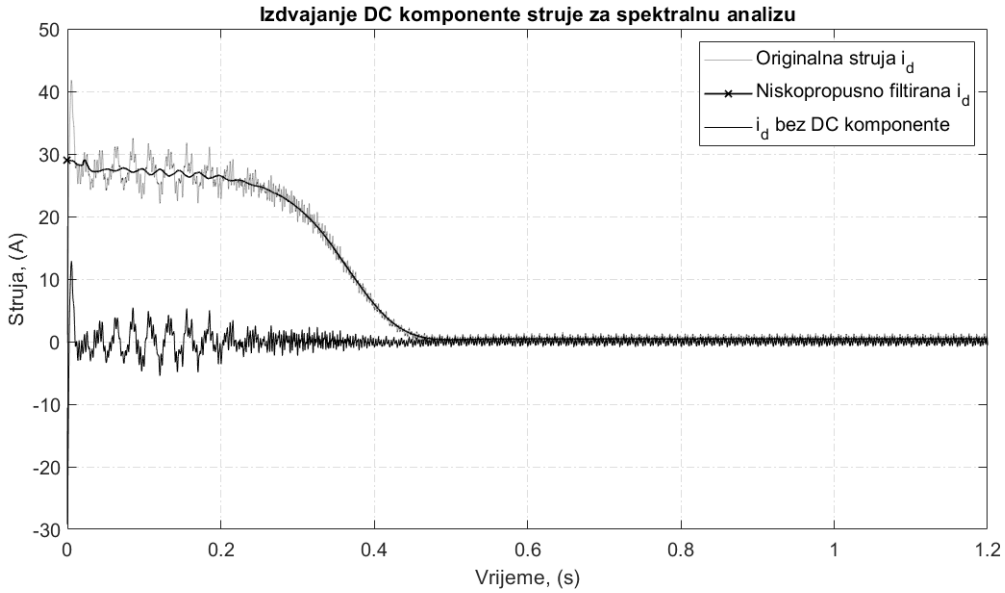
U ovom slučaju vidljivo je da je vrijeme uzorkovanja, dobiveno iz optimalne aproksimacije tranzijenta pomoću reda kompleksnih eksponencijala, veće od izračunatog T_s'. Iz toga se zaključuje da je metoda primjenjiva i ukoliko je originalno mjerenje tranzijenta uzorkovano sporije nego što zahtijeva kriterij 3-6, ukoliko ono zadovoljava vrijeme potrebno optimalnoj aproksimaciji redom kompleksnih eksponencijala. Zbog visoke decimacije estimirani polovi asinkronog stroja, prema slici 3.14, nalaze se daleko van područja koje zadovoljava kriterij 3-6.

Rješenjem jednadžbe (3-17), uz $R = 7$, dobivaju se polovi koji se pomiču na samu gra-

nicu, označenu kružnim odsječkom na slici 3.14. Treba napomenuti da ovi polovi pripadaju osjenčanom području sa slike 3.2 za koje je predstavljeni uvjet odabira vremena uzorkovanja zadovoljen.

Kako bi se moglo ustvrditi da je ovo vrijeme uzorkovanja primjenjivo na analizu rada asinkronog stroja, još se promatra i veza s Nyquistovim kriterijem.

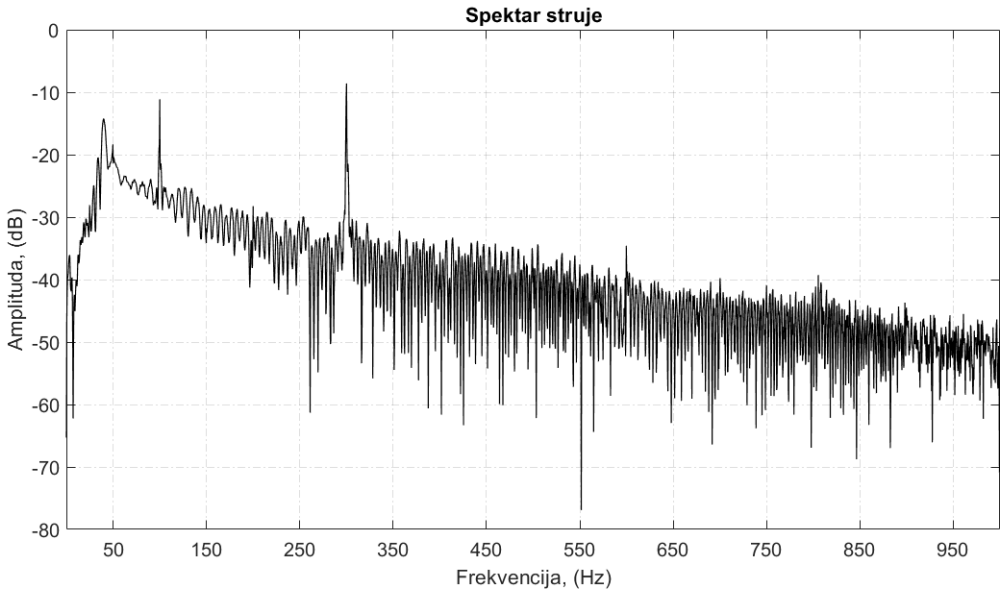
Na slici 3.16 prikazan je spektar izmjeničnih komponenti struje i_d do kojeg se dolazi izdvajanjem izmjenične komponente iz mjerenog tranzijenta pomoću niskopropusnog filtra. Postupak filtriranja struje i_d vrši se s niskopropusnim FIR filtrom s pravokutnim prozorom podešenim da guši sve frekvencije iznad 5 Hz. Dobiveni rezultat oduzima se od originalnog tranzijenta te se na taj način dobiva samo izmjeničnu komponentu sadržane u signalu struje i_d. Ovaj postupak prikazan je slikom 3.15.



Slika 3.15: *Izdvajanje AC komponente iz tranzijenta i_d*

Na dobivenoj izmjeničnoj komponenti provodi se spektralna analiza pomoću Fourierove transformacije i dobiveni spektar prikazan je slikom 3.16.

Iz spektralne analize mjerenog tranzijenta struje uočljivo je da dominiraju komponente na frekvencijama 50 Hz, 100 Hz i 300 Hz. Ove frekvencije posljedica su redom istosmjernog izdizanja struje za vrijeme tranzijenta direktnog uklopa stroja (50 Hz), nesimetričnih trećih harmonika u strujama svake faze (100 Hz), a dominantno peti i sedmi harmonici čine komponentu na 300 Hz. Na frekvencijama iznad 300 Hz spektar je prigušen s više od 40 db, što je indikativno da je sve spektralne komponente višle od ovih moguće zanemariti. Upravo zato moguće je ustvrditi da izračunata frekvencija uzorkovanja zadovoljava i Nyquistov kriterij



Slika 3.16: *Spektar izmjeničnih komponenti struje i_d*

koji se prema spektralnoj analizi može postaviti na frekvencije između 600 Hz i 800 Hz.

Iz rezultata je jasno da se u praksi, gdje se frekvencija uzorkovanja najčešće bira između 5 i 15 kHz za mjerenje odziva asinkronog stroja kojemu dinamika nije promijenjena vanjskim regulatorima, često prikuplja previše podataka, što dovodi do nepotrebnog opterećivanja računalnih sustava koji s tim podacima računaju.

3.6.3. Provjera na proceduri procjene parametara

Kako je svrha same metode određivanja vremena uzorkovanja prikupljanje dovoljnog broja podataka kako bi se moglo procijeniti parametre asinkronog stroja bez njegovog prethodnog poznavanja, u ovom potpoglavlju prikazuje se primjena na postojeću proceduru procjene parametara.

Procedura koja se koristi za validaciju publicirana je u radu [38], a ovdje se opisno samo pojašnjava.

Cilj procjene parametara asinkronog stroja je odrediti iznos vektora parametara $\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} R_s & R_r & L_{ls} & L_{lr} & L_m \end{bmatrix}$ koji se pojavljuju u dinamičkom modelu asinkronog stroja tako da odziv modela stroja najbolje aproksimira dinamiku stvarnog uređaja.

Problematika estimacije parametara modela je široka i opisana u literaturi [12, 16, 48, 69]. Pojam najbolje aproksimacije dinamike svodi se na optimizacijski problem minimizacije kriterijske funkcije.

Tako se u opisanoj proceduri procjene parametara koristi kriterijska funkcija sume kva-

dratnih odstupanja između mjerenih struja i brzine vrtnje te onih dobivenih simulacijom. U tvorbi optimizacijskog problema uvodi se težinske faktore matricom $\mathbf{W}$ za svaku mjerenu veličinu. Njeni diagonalni elementi su inverzi iznosa vršnih nazivnih vrijednosti struja ($|I_n|$) i sinkrone brzine (ω_s), što u konačnici odgovara usporedbi iznosa ovih veličina u *per-unit* sustavu. Sam kriterij je:

$$J_c = \sum_{j=1}^{n} \mathbf{e}[j]^T \mathbf{W} \mathbf{e}[j] \tag{3-52}$$

gdje je:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} i_{sd}(jT_s) - \hat{i}_{sd}[j] \\ i_{sq}(jT_s) - \hat{i}_{sq}[j] \\ \omega(jT_s) - \hat{\omega}[j] \end{bmatrix} \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \frac{1}{|I_n|} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{|I_n|} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\omega_s} \end{bmatrix} \tag{3-53}$$

Veličine označene s kapama su procijenjene veličine dobivene rješavanjem sustava diferencijalnih jednadžbi (2-70), uz nepoznati početni uvjet $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_{s,dq0} & \boldsymbol{\psi}_{r,dq0} & \omega_0 \end{bmatrix}$ pomoću numeričke metode Runge-Kutta.

Kako je početni uvjet nepoznat, isti se uključuje u vektor nepoznatih parametara kojeg se traži optimizacijskom metodom. Novi vektor nepoznatih parametara je $\boldsymbol{\Theta}' = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} & \mathbf{x}_0 \end{bmatrix}$. Minimizacijski problem sada se formira u obliku jednadžbe (3-54)

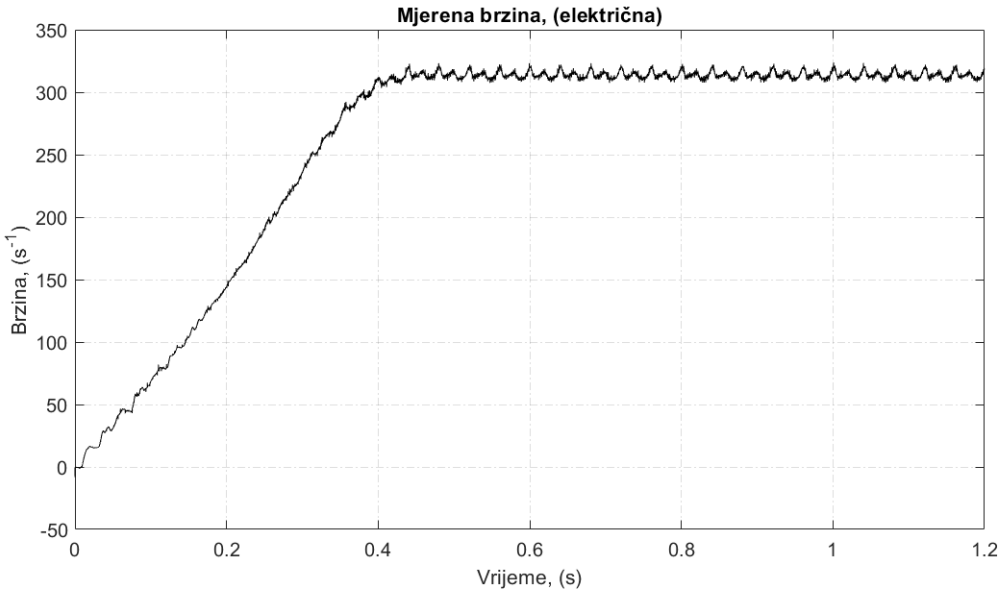
$$\hat{\boldsymbol{\Theta}}' = \underset{\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{S}}{\operatorname{argmin}} J_c \tag{3-54}$$

gdje je skup svih mogućih parametara $\mathbb{S}$ definiran s nejednadžbenim ograničenjima

$$\mathbb{S} := \left\{ \begin{array}{l} \boldsymbol{\theta}_{min} \leq \boldsymbol{\theta} \leq \boldsymbol{\theta}_{max} \\ \\ \mathbf{x}_{0,min} \leq \mathbf{x}_0 \leq \mathbf{x}_{0,max} \end{array} \right\} \tag{3-55}$$

Optimizacijski problem (3-54) rješava se nekom od metaheurističkih metoda globalne optimizacije. Mjereni tranzijent iz kojeg se vrši estimacija parametara je direktan uklop stroja. Tranzijenti struja u *dq* sustavu prethodno su prikazani slikom 3.12, a tranzijent brzine vrtnje mjeren pomoću tahogeneratora Radio-Energie, 91-Massy, Dinamo Tachymetrique, type RE0-444R koji je učvršćen na vratilo asinkronog stroja, prikazan je slikom 3.17.

U radu [37] slična metoda zasnovana na primjeni optimizatora genetskim algoritmom kod koje početni uvjet nije uključen u vektor parametara rezidua struja i brzine vrtnje



Slika 3.17: *Mjereni tranzijent brzine vrtnje pri direktnom uklopu*

nije svedena na srednju vrijednost 0. Taj problem indicira da se pri direktnom uklopu asinkronog stroja fizikalna slika motora razlikuje od one koja je ograničena pretpostavkama modela iz potpoglavlja 2.2. Primarno se može ustvrditi da linearna veza tokova i struja postaje nelinearna zbog značajnog utjecaja zasićenja magnetskih krugova rotora stroja pri samom uključenju.

Ovom problemu moguće je pristupiti modeliranjem nelinearne veze tokova i struja ili promatranjem parametara stroja kao vremenski promjenjivih. U radu [38] model se postavlja tako da se parametri postavljaju u kvazistacionarnoj formi. Mjereni tranzijent dijeli se na 25 intervala i unutar svakog intervala smatra se da su parametri konstantni te se na taj način demonstrira vremenska promjenjivost kroz cjelokupni tranzijent.

Sa segmentiranim tranzijentom estimacija parametara zapravo se svodi na 25 optimizacijskih problema, po jedan za svaki interval unutar kojeg se prikazuje rješenje. Budući da je sada estimacija parametara pretvorena u 25 optimizacijskih problema, računalna zahtjevnost ovakve procedure je značajna. Upravo je to razlog zbog kojeg se odabire ova metoda kako bi se demonstrirao utjecaj izbora vremena uzorkovanja na trajanje pozadinskih računalnih procedura.

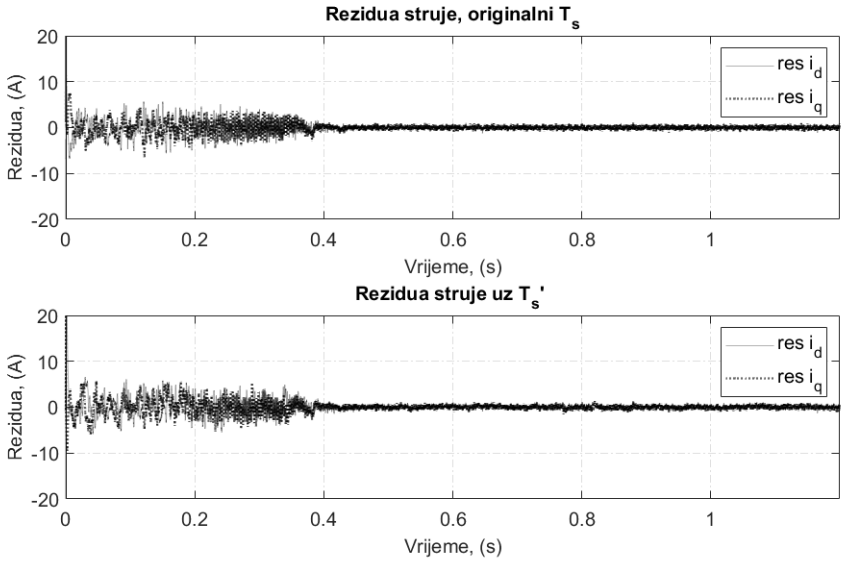
Nedostaci metode opisane u [38] su rad s neidentifikabilno parametriziranim modelom koji samo u slučaju prethodno poznatog otpora statora R_s može razlučiti rješenje parametara u obliku vektora parametara $\boldsymbol{\theta}$. Ipak, predstavljena metoda ne garantira pronalazak jedinstvenog rješenja jer model u obliku (2-70) nije identifikabilan i postoji više od jednog

rješenja skupa parametara koji će zadovoljavati dinamiku direktnog uklopa. Upravo ovo rasipanje rezultata i statistička analiza dani su u radu [39].

Kako bi se pronašlo jedinstveno rješenje vektora parametara $\boldsymbol{\theta}$, u praksi se dizajnira više eksperimenata s različitim poticajima, što izlazi iz tematike ove doktorske disertacije te se validira izbor vremena uzorkovanja na predstavljenoj metodi.

Korištena metoda globalne optimizacije je, kao i u potpoglavlju 3.5.1, također MIDACO optimizator u kosimulacijskom načinu rada s Matlabom u kojemu se simulira odziv stroja.

Metoda procjene parametara daje rezultate prikazane slikama 3.18 do 3.20. Na slikama su prikazani reziduali struje i brzine vrtnje te dobiveni parametri za slučaj korištenja originalnog vremena uzorkovanja $T_s = 0.1$ ms i vremena uzorkovanja dobivenog primjenom metode opisane u ovom poglavlju, $T_s' = 1.1$ ms.

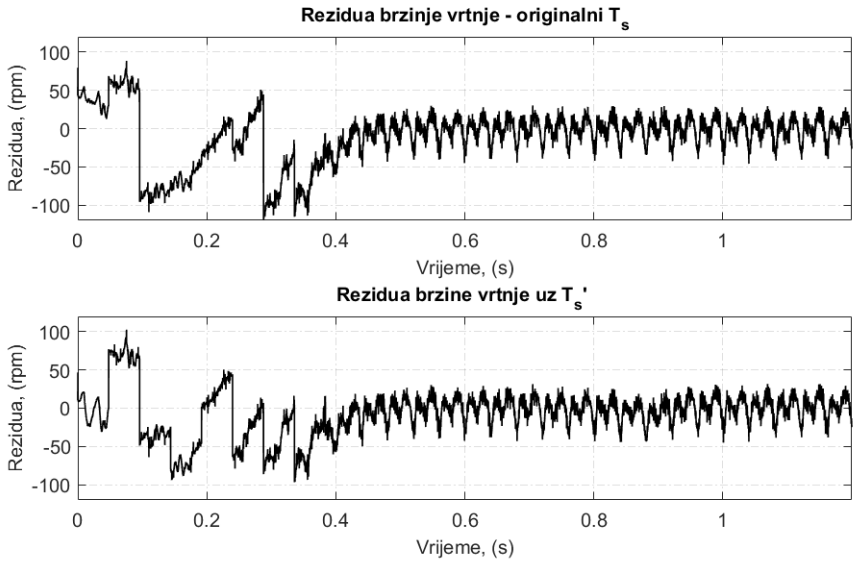


Slika 3.18: *Reziduali struje u dq osima uz T_s i T_s'*

S grafa reziduala struja 3.18 vidljivo je da u oba slučaja reziduali imaju srednju vrijednost nula. Maksimalni i minimalni iznosi reziduala su jednaki te se može konstatirati da procedura procjene parametara daje jednaku kvalitetu reziduala i u slučaju rada s T_s i u slučaju T_s'.

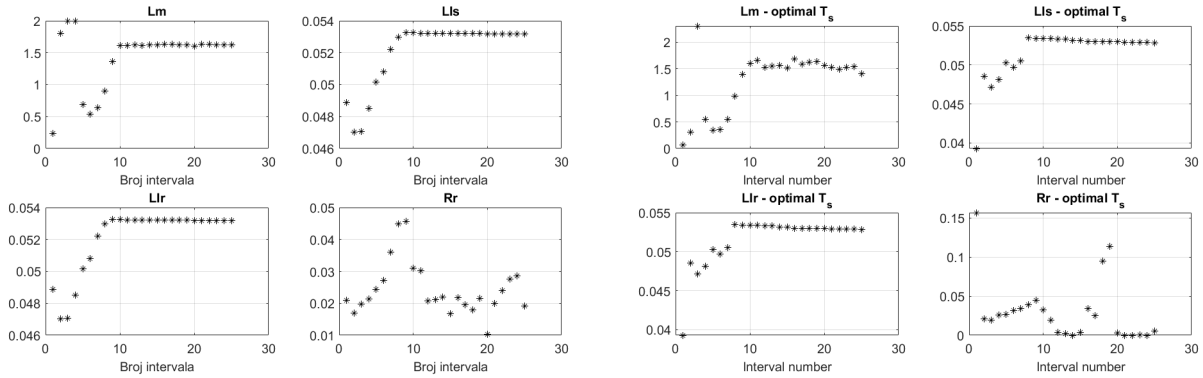
Reziduali procjene brzine vrtnje s originalnim i izračunatim vremenima uzorkovanja prikazani slikom 3.19 u stacionarnom stanju izgledaju identično. Za vrijeme trajanja dinamike zaleta asinkronog stroja može se uočiti da rezidual brzine vrtnje uz T_s' više teži k srednjoj vrijednosti nula te se može ustvrditi da je zato estimacija nešto uspješnija, posebice za pvi interval u trajanju od 0.05 sekundi.

Na posljednjim grafičkim prikazima danim slikom 3.20 mogu se promatrati parametri u



Slika 3.19: *Mjereni tranzijent brzine vrtnje pri direktnom uklopu*

dva slučaja, jednom estimirani uz originalni T_s i jednom uz T_s'. Na prvi pogled zaključilo bi se da se grafovi značajnije razlikuju samo kod estimacije R_r. Ipak, tu je zbog rješenja u prvom, osamnaestom i devetnaestom intervalu s T_s' razlika grafova nastala zbog skaliranja po 'y' osi. Odstupanja parametara koji izlaze izvan trenda rasta ili smanjenja iznosa za pojedini interval u oba slučaja moguće je pripisati metodi estimacije kod koje je rasipanje rezultata u pojedinim itervalima pokazano i statistički obrađeno u radu [39]. Može se zaključiti da uz oba vremena uzorkovanja metoda procjene parametara radi jednako. Ovaj važan zaključak za sobom povlači činjenicu da izbor značajno manjeg vremena uzorkovanja omogućava korištenje i manjeg broja podataka za proračune i značajno rasterećuje računala koja se koristi.



Slika 3.20: *Mjereni tranzijent brzine vrtnje pri direktnom uklopu*

3.6.4. Računalna kompleksnost metode

Kao posljednji rezultat komentira se utjecaj izbora vremena uzorkovanja i njegova primjena u prikazanoj estimaciji parametara s pogleda računalne kompleksnosti.

Metoda odabira vremena uzorkovanja u sebi sadrži tri glavna faktora koji utječu na numeričku složenost procedure. Prvi je primjena metode matrične olovke u estimaciji reda kompleksnih eksponencijala, drugi je primjena MIDACO metaheurističnog optimizatora u pronalasku optimalne aproksimacije nelinearnog tranzijenta s redom kompleksnih eksponencijala i treća je numeričko rješavanje jednadžbe (3-17).

Najznačajniji utjecaj ovdje je zapravo u metodi matrične olovke budući da se za svaku optimizacijsku iteraciju, za svaku jedinku u iteraciji mora pozivati po jedna aproksimacija za svaki od intervala tranzijenta. Zato je važno da je sama aproksimacija izvedena s metodom matrične olovke budući da je ona značajno numerički jednostavnija od klasične Prony metode, kao što je to i opisano u potpoglavlju 3.4.2.

Sama računalna složenost metode matrične olovke za određivanje reda kompleksnih eksponencijala ovisi o dimenziji matrica $\mathbf{H}_l$ i $\mathbf{H}_d$, što ovisi o broju uzoraka mjerenog tranzijenta koji je sniman s originalnim T_s.

Drugi važan aspekt koji utječe na numeričke performanse su postavke optimizatora MIDACO. Metaheuristički optimizatori utemeljeni na evolucijskim algoritmima obavezno zadaju broj jedinki u svakoj generaciji. U slučaju MIDACO optimizatora, on je postavljen automatski, ali je moguće izvršiti i ručni odabir na željenu vrijednost. Ako se postavi prevelika, može se značajno usporiti sama optimizacija.

Još jedan utjecaj na trajanje optimizacije nalazi se u skupu svih dozvoljenih vrijednosti parametara $\mathbb{S}$. Ukoliko je ovaj skup definiran preširoko, značajno se proširuje i područje pretrage globalnog optimizatora i tako značajno povećava vrijeme optimizacije. Zato se preporuča granice postavljati u razumnim iznosima, primjerice, za decimaciju uzeti najmanju vrijednost 1, a najveću takvu da decimirano vrijeme uzorkovanja aproksimacije reda kompleksnih eksponencijala ne prijeđe Nyquistovu granicu. Za duljinu intervala može se postaviti da je cijeli tranzijent 1 interval, a maksimalan broj intervala iskustveno ovisi o samom tranzijentu. Dakako, dimenzije ovih intervala, uz originalno vrijeme uzorkovanja utječu na dimenziju matrične olovke te tako dvostruko utječu na vrijeme izvođenja procedure.

S računalnog gledišta, simulacijski primjer prikazan u potpoglavlju 3.6.1 je najgori mogući slučaj. Podaci su prikupljeni s korakom od 0.001 ms, što je čak i iskustveno previše brzo

uzorkovanje koje graniči s mogućnostima najboljih sustava za prikupljanje podataka i nije realno da će se naći u praksi. Uz vrlo široke granice optimizacije MIDACO optimizatora, vrijeme potrebno da se izračuna T_s' na računalu s Intel i7 procesorom prve generacije i 16 GB RAM memorije je oko sedam minuta. Na računalu s AMD Ryzen 5 procesorom iz 2021. godine i 32 GB RAM memorije potrebno je oko tri minute.

Što se tiče eksperimentalnog slučaja, originalno vrijeme uzorkovanja je postavljeno na praktičnih 0.1 ms, što značajno smanjuje početni broj podataka te su granice izabrane prema preporukama iz prethodnih odlomaka. U tom slučaju proračun na računalu sa i7 Procesorom i 16 GB RAM traje oko 30 sekundi, dok se na novijem računalu sa AMD Ryzen 5 procesorom i 32 GB RAM-a vrijeme izvođenja spušta do pet sekundi.

Spomenuta vremena izvođenja uključuju izvođenje Matlab kodova danih u prilogu na digitalnom mediju te uz same proračune sadrže i prikaz slika, obradu rezultata, spremanje, pisanje i brisanje podataka na disk, što ukazuje da sama procedura može trajati i ispod pet sekundi.

U primjeru procjene parametara asinkronog stroja prema metodi iz [38], uz uzorkovanje sa 0.1 ms potrebno je od pola sata do par sati da se odrede parametri prema intervalima tranzijenta ovisno o performansama računala. Korištenje T_s' smanjuje broj podataka sa originalnih 12 000 na samo 800 te na taj način se i vrijeme potrebno za izvršavanje proračuna parametara po intervalima svodi na par minuta.

4. SINTEZA ESTIMATORA STANJA I PARAMETARA ASINKRONOG STROJA

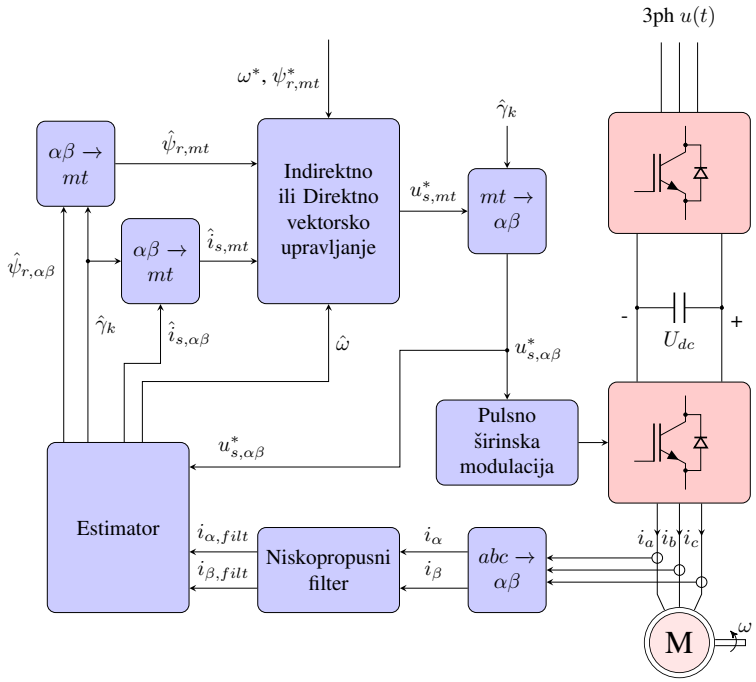
4.1. Uvod u poglavlje

Do sada je u ovoj disertaciji predstavljeno modeliranje asinkronog stroja i upravljanje zasnovano na orijentaciji mt sustava prema prostornom vektoru magnetskog toka rotora $\boldsymbol{\psi}_{r,\alpha\beta}$. Istraživanje u prethodnom poglavlju usmjereno je na procjenu parametara asinkronog stroja prije uključenja tog stroja u pogon. U ovom poglavlju sintetizira se osmotritelj stanja za povratnu vezu asinkronog stroja koji adaptivno prilagođava iznos otpora statora i vremenske konstante rotora u slučaju njihove promjene.

Kako je predstavljeno u potpoglavlju 2.5.1, kvaliteta vektorskog upravljanja asinkronim strojem snažno ovisi o svim parametrima asinkronog stroja. Iz jednadžbe (2-90) vidljivo je da promjena otpora statora unosi promjenu u dinamički odziv, ali i u iznos struja asinkronog stroja. Ovo posljedično utječe na smanjenje momenta stroja. Isto tako, procjena klizanja, sinkrone frekvencije i položaja prostornog vektora rotora stroja u indirektnom vektorskom upravljanju snažno ovisi o rotorskoj vremenskoj konstanti. To je vidljivo iz jednadžbi (2-104) i (2-105). Osim ovisnosti o otporima, kvaliteta vektorskog upravljanja ovisi o iznosu koeficijenta rasipanja σ i glavnom induktivitetu L_m.

Prije nego se uđe u tematiku estimacije stanja i parametara stroja u svrhu vektorskog upravljanja, predstavlja se cjeloviti sustav regulacije aisnkronog stroja približno kako to izgleda u realizaciji.

Slika 4.1 predstavlja cjeloviti regulacijski krug asinkronog stroja. Može se primijetiti da se iz mjerenja tri ili puno ćešće dvije struje asinkronog stroja, pomoću podsustava estimatora, računa iznos rotorskog magnetskog toka, njegovog položaja i brzine vrtnje. Ove vrijednosti proslijeđuju se sustavu vektorske regulacije koji je sintetiziran prema poglavlju 2.5.1. Njegova zadaća je generiranje referentnih napona $u^*_{s,\alpha\beta}$ koji se proslijeđuju modu-



Slika 4.1: *Regulacijski krug asinkronog stroja*

lacijskom algoritmu. Najčešće se koristi algoritam modulacije prostornog vektora, iako su danas razvojem energetske elektronike modulacijski algoritmi značajno napredovali. Crveno označeni blokovi pripadaju energetskom krugu frekventnih pretvarača i njihova je zadaća ulazni trofazni napon jedne frekvencije, na temelju modulacijskog algoritma, pretvoriti u napon željenog iznosa i frekvencije, odnosno, $u^*_{s,\alpha\beta}$.

Jasno je da estimator kao podsustav igra ključnu ulogu u povratnoj vezi stroja. Njegova stabilnost i dinamička svojstva značajno utječu na regulirani elektromotorni pogon. Upravo se tematika ovog poglavlja bavi sintezom jednog estimatora stanja stroja koji, uz procjenu stanja, izračunava i procjenu parametara otpora statora i vremenske konstante rotora stroja.

Kako vektorsko upravljanje asinkronim strojem nije moguće realizirati bez estimatora stanja, jasno je da su prve estimatore za asinkroni stroj postavili Hasse [1] i Blaschke [2] u svojim doktoratima. Ti su sustavi zasnovani integracijama naponskog i strujnog modela asinkronog stroja predstavljenog s jednadžbama (2-73) i (2-74). Sama integracija naponskog modela problematična je zato što mali istosmjerni trend u iznosu struje može značajno narušiti iznos izračunatog rotorskog toka. Kod integracije strujnog modela jasno je da se, prije svega, mora poznavati iznos brzine vrtnje.

Ipak, ovi temelji estimatora potaknuli su istraživače na pronalazak novih naprednih tehnika kako na temelju dostupnih mjerenja procijeniti varijable stanja asinkronog stroja. Kako

se zahtjev na doprinose ove disertaciju postavlja u smjeru upravljanja bez mjerenja brzine vrtnje, u ovom pregledu dosadašnjih istraživanja naglasak se stavlja upravo na te tehnike.

Danas se kao referentne tehnike estimacije varijabli stanja asinkronog stroja postavljaju: prošireni Kalman filter, prošireni Luengberger observer i MRAS sustav (*model reference adaptive system*, adaptivni sustav utemeljen na referentnom modelu). Ove tehnike, bez ulaženja u dokaze stabilnosti i konvergencije, opisane su u temeljnoj literaturi o dinamici električnih strojeva [4, 6]. Navedene metode još pripadaju u tzv. metode estimacije na temelju protuelektromotorne sile, budući da je središnja informacija na temelju koje se računa stanje upravo naponski model asinkronog stroja. Još postoje tehnike koje estimaciju vrše iz odziva struje stroja na poticaj nekim dodatnim visokofrekventnim utisnutim signalom napona. Budući da sintetizirana metoda u ovoj disertaciji pripada prvoj kategoriji, metode injektiranja visokofrekventnih signala neće se razmatrati.

Što se tiče triju spomenutih tehnika, estimacije stanja utemeljene na protuelektromotoroj sili usmjerile su istraživače u tri odvojena pravca istraživanja. Prvi pravac bavi se naprednim tehnikama zasnovanim na statističkim metodama (Kalman filter, regresijske metode), drugi pravac zasnovan je na metodama linearnog i nelinearnog upravljanja (osmotritelji stanja) i treći pravac, koji je zapravo izvedenica iz drugog, napredne su MRAS tehnike.

Kako su tri osnovne tehnike sintetizirane za upravljanje motorima bez senzora brzine vrtnje dobro razvijene, danas se osnovni zahtjevi za sustave estimacije dodatno proširuju. Tako su knjige [31], [70] i [71] referentna literatura koja predstavlja moderne probleme koje znanstvenici danas rješavaju. Kao jedan od postavljenih problema javlja se procjena otpora statora R_s i inverza vremenske konstante rotora T_r.

Induktiviteti, a posljedično i koeficijent rasipanja, ne potenciraju se kao problematični parametri. U prilog ovome ide činjenica da je modeliranje nelinearnosti induktiviteta temeljito obrađena tematika, a primjena nelinearnih karakteristika vidljiva je iz starijih radova, kao što su [72, 73, 74]. Napredni modeli za izračun L_m javljaju se nešto kasnije u radovima [75, 76, 77]. Paralelno razvoju modela nelinearnih induktiviteta asinkronog stroja razvijaju se, dakako, i metode za određivanje tih induktiviteta, radovi kao što su [78, 79, 80, 81].

Moguće je zaključiti kako se danas već i nelinearne karakteristike induktiviteta L_m mogu modelirati i identificirati prije pogona samog stroja. Vremenska promjenjivost L_m zbog drugih utjecaja (temperatura, kvarovi itd.) puno je manja od promjenjivosti uzrokovane nelinearnošću zbog željezne jezgre. Upravo zato se danas naglasak u procjeni parametara

za vrijeme pogona stavlja na otpor statora R_s i otpor rotora R_r koji značajno variraju s temperaturom i čestim kvarovima stroja. Razlikovanje otpora rotora i induktiviteta rotora po iznosu je nemoguće. U identifikacijskim procedurama zasnovanim na modelu (2-75) jasno se kao parametar pojavljuje rotorska vremenska konstanta T_r i njen inverz $\alpha = T_r^{-1}$. Stoga znanstvenici koji tvrde da estimiraju R_r zapravo estimiraju T_r, što se može smatrati jednako vrijednim, budući da je T_r parametar koji je nužan za vektorsko upravljanje.

U posljednjih dvadesetak godina najveću pozornost znanstvenika zauzimala je procjena samo jednog od dvaju navedenih parametara. Tako se u radu adaptivno [82] procjenjuje T_r i to je uz [83] najstariji rad na ovu tematiku koji je pronađen u sklopu ovog pregleda literature. U radu [83] otpor rotora izračunava se iz impulsa magnetskog toka i nisu analizirana svojstva procjene.

Područjem procjene stanja i parametara u posljednjih dvadesetak godina dominira talijanska skupina istraživača, Marino, Verelli i Tomei. Neki od njihovih radova su: [84, 85, 86, 41, 87], gdje detaljno promatraju sve probleme vezane za procjenu parametara. Ova istraživanja u pravilu spadaju u tehnike zasnovane na teoriji upravljanja nelinearnim sustavima i predstavljaju rezultate vezane uz identifikabilnost rotorske vremenske konstante, stabilnost pri niskim i visokim brzinama, utjecaj procjene parametara na performanse pogona itd.

Osim ovog trojca koji je svakako obilježio područje, u tehnike utemeljene na nelinearnim sustavima upravljanja moguće je pogledati i radove [88] koji analizira stabilnost procjene statorskog otpora, [89] koji analizira osmotrivost sustava kada se traže četiri parametra, [90] koji, kao i Marino, umjesto reduciranih modela koristi i mehaničku jednadžbu u svrhu procjene parametara. U radu [91] razvija se metoda utemeljena na klizećem osmotritelju (*sliding mode observer*), koja naizgled radi i u uvjetima dokazane neidentifikabilnosti modela. Komentara na tu temu i detaljne analize u tom radu nema.

Napredne tehnike nastale kombinacijom znanja i teorija vezanih za model asinkrong stroja, teoriju automatskog upravljanja, analize identifikabilnosti, pojavljuju se unazad nekoliko godina. Najistaknutiji autor je svakako Kinez Jihao Chen koji predstavlja radove [92, 93, 94], gdje u samo nekoliko godina predstavlja čak četiri različite metode i različita pristupa rješavanju problema istovremene procjene parametara R_s i T_r. Njegove metode zasnovane su također na teoriji upravljanja nelinearnim sustavima. Dodatna unaprjeđenja u problematičnom neosmotrivom režimu niskih brzina vrtnja donosi sinteza raznih aktiva-

cijskih funkcija na sustave upravljanja u obliku sustava neizrazite logike [95] i linearnom adaptacijom [96].

Od statistički utemeljenih metoda znanstvenici se nisu puno udaljili od primjene različitih metoda proširenog Kalman filtera. Radovi [97, 98] predstavljaju modifikaciju osnovnog proširenog Kalman filtera kako bi se postigle procjene parametara. Modifikacije su zasnovane na vremenskoj separaciji procjene otpora statora i otpora rotora. Rad [99] predstavlja primjenu više različitih paralelnih Kalman filtera čiji se rezultati kombiniraju (miješaju) koristeći se procjenjenom kovarijancom tih rezultata. Četiri različite modifikacije proširenog Kalman filtera predstavljene su u radu [100], gdje se detaljno analizira stabilnost, konvergencija i performanse predstavljenih metoda. Generalno, za metode zasnovane na Kalman filteru može se reći da imaju zajednički problem izbora matrica kovarijanci šumova modela i šumova mjerenja, gdje se za razliku od parametriranja algoritama utemeljenih na upravljanju nelinearnim sustavima iskustvene preporuke teško mogu sistematizirati.

Treća skupina MRAS utemeljenih sustava je također dosta popularna u zadnjih desetak godina. Inače, MRAS sustavi temelje se na usporedbi naponskog i strujnog modela, gdje se otpor statora javlja u naponskom, a brzina vrtnje i rotorska vremenska konstanta u strujnom modelu asinkronog stroja. Glavni predstavnici ovih metoda su [101, 92, 102, 103] koji se bave problemom neidentifikabilnosti R_s i R_r istovremeno, problemima stabilnosti MRAS estimatora pri niskim brzinama i u generatorskom režimu rada. Dodatan problem koji se javlja kod primjene MRAS estimatora je nužnost za korištenje numeričke derivacije struje statora stroja.

Tijekom godina intermitirano se pojavljuju i radovi koji se bave primjenom regresijskih metoda u svrhu procjena parametara asinkronog stroja. Ovi radovi u pravilu traže veći broj parametara stroja iz neke linearne parametrizacije. Npr., [78] parametrizira model u tzv. K parametrima,iz kojih se ne može rekonstruirati osnovne parametre asinkronog stroja. Rad [81] koristi se metodom rekurzivnih najmanjih kvadrata za procjenu nelinearnosti induktiviteta, uz izračun predikcijske greške pomoću proširenog Kalman filtera. Rad [42] predlaže adaptaciju rotorske vremenske konstante u sustavu paralelnom osmotritelju stanja i to pomoću optimizacijske metode broja čestica koja radi u stvarnom vremenu. Ovu metoda je, dakako, računalno teško implementirati u stvarnom vremenu te autori usporavaju sustav na frekvenciju uzorkovanja 200 Hz kako bi imali dovoljne računalne slobode da implementiraju metaheuristički optimizator.

Svakako se ovaj pregled recentnih znanstvenih radova završava spominjanjem dvaju preglednih radova. Rad [104] je iz 2003. godine, kada je dao detaljan pregled tehnika razvijenih za procjenu parametara asinkronog stroja, uglavnom prije pogona. Drugi rad [36] daje detaljnu analizu razvoja od 2003. do 2019. godine i može se uzeti kao referentna odskočna stanica za daljnje znanstveno istraživanje. Važan rad koji nije pregledni, ali svakako postavlja temelje za primjenu bilo kakve adaptivne metode, analiza je osmotrivosti asinkronog stroja, predstavljena u [105].

U nastavku ovog poglavlja predstavit će se novi pristup sintezi adaptivnog estimatora stanja i parametara asinkronog stroja. Predlaže se kombinacija sustava nelinearnog upravljanja, u svrhu procjene stanja i rekurzivne regresijske metode, u svrhu procjene parametara stroja. Regresijski model stroja utemeljen je na Volterra transformaciji kojom se postiže mogućnost korištenja numeričkih derivacija prvog i viših redova značajno zašumljenih podataka u svrhu procjene parametara. Svakako se izvode dokazi stabilnosti metode i konvergencije, gdje se pokazuje da korištenjem lineariziranih metoda dolazi do problema konvergencije parametara rotorske vremenske konstante.

Sami sintetizirani estimator stanja proširuje se adaptivnim filterom utemeljenim na ARMA statističkom procesu kojim se poboljšavaju karakteristike rada estimatora, ali i precizno odbacuje šum i smetnje iz signala struje stroja.

Svi sintetizirani sustavi su adaptivni, uz najmanju moguću potrebu za podešavanjem parametara, a njihov rad analiziran je simulacijski. ARMA filter je analiziran i na eksperimentalnim podacima.

4.2. Estimacija parametara regresijskih modela

Estimacija parametara regresijskim postupcima koji se koriste u ovom doktoratu zasnivaju se na dobro poznatim tehnikama estimacije linearnih predikcijskih regresijskih modela. Prema širokoj literaturi iz identifikacije sustava [12, 106, 16] ili iz statistike [107, 48, 108], osnovni regresijski model je oblika:

$$\mathbf{y}[k] = \mathbf{\Phi}[k]\boldsymbol{\theta} \tag{4-1}$$

U poglavljima vezanima za identifikaciju sustava i statistiku, u pravilu se model predstavljen s (4-1) izvodi na temelju autoregresivnih modela za sustave s jednim izlazom i jednim

ulazom između kojih se uspostavlja veza. Ovakav pristup će se u ovom doktoratu koristiti u poglavlju 4.5 gdje se upravo taj statistički model koristi u svrhu filtracije mjerenih veličina.

Za sada se varijable iz modela linearne regresije može generalizirati prema sljedećem: $\mathbf{y}[k]$ - m - dimenzionalni diskretni vektor mjerljivih veličina nekog sustava neovisan o parametrima, $\boldsymbol{\theta}$ - r - dimenzionalni vektor parametara sustava koje se estimira, $\boldsymbol{\Phi}[k]$ - $m \times r$ dimenzionalna diskretna matrica regresora sustava. Elementi matrice regresora $\boldsymbol{\Phi}$ poznate su veličine koji mogu biti izravno dobiveni mjerenjima ili poznatim linearnim i nelinearnim transformacijama mjerenih veličina.

Ukoliko se regresijski model (4-1) izvede na temelju fizikalnog modela nekog sustava, moguće je tvrditi da će jednadžba (4-1) biti bez pogreške (do na točnost fizikalnog modela).

Dakako, ukoliko se parametri regresijskog modela procjenjuju na temelju mjerenja $\mathbf{y}[k]$ i $\boldsymbol{\Phi}[k]$, mora se očekivati pojava greške procjene $\mathbf{e}[k]$. Procijenjene parametre modela označava se s $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, stoga je potpuni regresijski model s greškom i procijenjenim parametrima

$$\mathbf{y}[k] = \boldsymbol{\Phi}[k]\hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{e}[k] \tag{4-2}$$

Ukoliko se uvede procijenjenu izlaznu veličinu označi kao $\hat{\mathbf{y}}[k] = \boldsymbol{\Phi}[k]\hat{\boldsymbol{\theta}}$ i grešku u procjeni parametara označi s $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}$, može se izraziti iznos greške estimacije na sljedeće načine:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}[k] &= \mathbf{y}[k] - \hat{\mathbf{y}}[k] \\ &= \mathbf{y}[k] - \boldsymbol{\Phi}[k]\hat{\boldsymbol{\theta}} \\ &= \boldsymbol{\Phi}[k]\left(\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}\right) \\ &= \boldsymbol{\Phi}[k]\tilde{\boldsymbol{\theta}} \end{aligned} \tag{4-3}$$

Pogreška $\mathbf{e}[k]$ se općenito naziva predikcijskom pogreškom. Sam naziv potječe iz postupaka identifikacije diskretnih regresijskih modela, gdje se varijabla $\hat{\mathbf{y}}[k]$ predviđa na temelju prošlih mjerenih uzoraka.

Kako bi se odredilo $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ nekim od identifikacijskih procedura, potrebno je prvo definirati kriterij po kojem se zaključuje da je $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ dobro izračunat. Statistička analiza regresijskih modela [109, 107, 69] dokazala je da će minimizacija sume kvadrata pogreške kao rezultat dati set parametara $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ i predikcijski model najmanje varijance pogreške.

Dakle, problem estimacije parametara regresijskog modela definira se kao optimizacijski problem minimizacije skalarne kriterijske funkcije J_c, ako su parametri ograničeni na skup

mogućih vrijednosti parametara $\mathbb{S}$:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \underset{\boldsymbol{\theta}\in\mathbb{S}}{\operatorname{argmin}}\, J_c \tag{4-4}$$

Već je rečeno da se minimalna varijanca pogreške $\mathbf{e}$ postiže upotrebom kriterijske funkcije najmanjih kvadrata. Za slučaj da je regresijski model opisan s jednim uzorkom ($k = 1 = const.$), kriterij najmanjih kvadrata definira se s (4-5). Ako se, pak, rad nekog sustava, opisanog s regresijskim modelom, promatra u N uzoraka, tada kriterijska funkcija najmanjih kvadrata postaje (4-6).

$$J_c = \frac{1}{2}\mathbf{e}^T\mathbf{W}\mathbf{e} \tag{4-5}$$

$$J_c^N = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}\mathbf{e}^T[k]\mathbf{W}[k]\mathbf{e}[k] \tag{4-6}$$

Matrica $\mathbf{W}$ je simetrična pozitivno definitna, u praksi nerijetko i dijagonalna matrica težinskih faktora.

Oba minimizacijska problema imaju eksplicitno rješenje. Detaljne izvode moguće je proučiti u već navedenim literaturama [12, 107]. Rješenje optimizacijskog problema prema kriterijskoj funkciji J_c je već korišteno u jednadžbi (3-41) i ono je:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \left(\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{W}\boldsymbol{\Phi}\right)^{-1}\boldsymbol{\Phi}^T\mathbf{W}\mathbf{y} \tag{4-7}$$

Ukoliko se, pak, generalizira kriterijska funkcija na N uzoraka, eksplicitno rješenje uz J_c^N postaje kompleksnije, predstavljeno s (4-8):

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \left(\sum_{k=1}^{N}\boldsymbol{\Phi}^T[k]\mathbf{W}[k]\boldsymbol{\Phi}[k]\right)^{-1}\left(\sum_{k=1}^{N}\boldsymbol{\Phi}^T[k]\mathbf{W}[k]\mathbf{y}[k]\right) \tag{4-8}$$

Ističe se važna napomena vezana za razumijevanje linearne regresije prema predstavljenim literaturama:

U slučaju autoregresivnog modeliranja, kod kojeg se prikuplja N uzoraka, regresijski model svodi se na matričnu jednadžbu (4-1). Ne treba miješati pojam N uzoraka modela i N uzoraka mjerenja. U kontekstu prikazanog regresijskog modela, N uzoraka modela znači da postoji N matrica $\boldsymbol{\Phi}$ kod kojih se svaka može sastojati od jednog ili više uzoraka mjerenih veličina. U kontekstu linearnih jednodimenzionalnih autoregresijskih modela koji se pronalaze

u literaturi, postoji N mjernih uzoraka od kojih se tvori jedna matrica $\mathbf{\Phi}$ te se regresijski problem svodi na (4-7).

Prikazano eksplicitno rješenje za minimizaciju kriterijskih funkcija J_c i J_c^N koristi se za nerekurzivnu estimaciju parametara. Kod ove metode prvo treba prikupiti podatke kojima se popunjava matrica N uzoraka matrice $\mathbf{\Phi}$ i mjerenja $\mathbf{y}$ te nakon toga pristupiti proračunu. U slučaju da se podaci zaprimaju sekvencijalno, moguće je rekurzivnim postupkom (iterativno) kontinuirano izračunavati i poboljšavati estimaciju parametara.

Ukoliko se definira matrice $\mathbf{M}[t]$ i $\mathbf{V}[t]$ do trenutka $N = t$ s:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}[t] &= \sum_{k=1}^{t} \mathbf{\Phi}^T[k]\mathbf{W}[k]\mathbf{\Phi}[k] \\ \mathbf{V}[t] &= \sum_{k=1}^{t} \mathbf{\Phi}^T[k]\mathbf{W}[k]\mathbf{y}[k] \end{aligned} \tag{4-9}$$

moguće je ustvrditi sljedeće veze:

$$\mathbf{R}[t] = \mathbf{R}[t-1] + \mathbf{\Phi}^T[t]\mathbf{W}[t]\mathbf{\Phi}[t] \tag{4-10}$$

$$\mathbf{V}[t] = \mathbf{V}[t-1] + \mathbf{\Phi}^T[t]\mathbf{W}[t]\mathbf{y}[t] \tag{4-11}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}[t] = \mathbf{R}^{-1}[t]\mathbf{V}[t] \tag{4-12}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}[t-1] = \mathbf{R}^{-1}[t-1]\mathbf{V}[t-1] \tag{4-13}$$

Ukoliko se sada izraz (4-11) uvrsti u (4-12) tada se dobiva

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}[t] = \mathbf{R}^{-1}[t]\big(\mathbf{V}[t-1] + \mathbf{\Phi}^T[t]\mathbf{W}[t]\mathbf{y}[t]\big) \tag{4-14}$$

Matricu $\mathbf{V}[t-1]$ moguće je zamijeniti procijenjenim parametrima do trenutka $t-1$ prema jednadžbi (4-13):

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}[t] = \mathbf{R}^{-1}[t]\Big(\mathbf{R}[t-1]\hat{\boldsymbol{\theta}}[t-1] + \mathbf{\Phi}^T[t]\mathbf{W}[t]\mathbf{y}[t]\Big) \tag{4-15}$$

Množenjem izraza u zagradama i izlučivanjem faktora $\mathbf{R}^{-1}[t]\mathbf{\Phi}^T[t]\mathbf{W}[t]$ dolazi se do konačnog oblika:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}[t] = \hat{\boldsymbol{\theta}}[t-1] + \mathbf{R}^{-1}[t]\mathbf{\Phi}^T[t]\mathbf{W}[t]\Big(\mathbf{y}[t] - \mathbf{\Phi}[t]\hat{\boldsymbol{\theta}}[t-1]\Big) \tag{4-16}$$

Sada se može pojasniti pojam predikcijske pogreške. Izraz u zagradi je, zapravo, predikcijska pogreška modela $\mathbf{e}[t|t-1]$ u trenutku t dobivena razlikom opservacije $\mathbf{y}[t]$ i predikcijske procjene regresijskog modela $\hat{\mathbf{y}}[t|t-1] = \boldsymbol{\Phi}[t]\hat{\boldsymbol{\theta}}[t-1]$.

Ovdje oznaka $[t|t-1]$ označava da se procijenjena vrijednost $\hat{\mathbf{y}}$ računa u trenutku $[t]$, na temelju dostupnih mjerenja u trenutku $[t]$ strukturiranih u obliku regresorske matrice $\boldsymbol{\Phi}[t]$ i procjene parametara iz prethodne iteracije $[t-1]$, budući u trenutku $[t]$ ne poznamo parametre $\hat{\boldsymbol{\theta}}[t]$ već ih pokušavamo izračunati. Nakon što se izračuna parametre $\hat{\boldsymbol{\theta}}[t]$ moguće je izračunati grešku $\mathbf{r}[t] = \mathbf{e}[t|t]$ koja se naziva rezidualom. U ovoj disertaciji, umjesto oznake $\mathbf{e}[t|t-1]$ nadalje koristit će se skraćeno samo $\mathbf{e}[t]$.

Dobivena rekurzivna metoda obuhvaćena jednadžbama (4-16) i (4-10) naziva se rekurzivnim postupkom najmanjih kvadrata. Ova metoda je široko raširena u primjeni kod sustava gdje je $\boldsymbol{\Phi}$ vektor, a ne matrica. Uvodi se oznaka $\boldsymbol{\phi}$ za vektorsku varijantu od $\boldsymbol{\Phi}$. Razlog za ovo leži u činjenici da u svakoj iteraciji rekurzivnog algoritma postoji potreba za invertiranjem matrice $\mathbf{R}^{-1}$. Ukoliko je $\boldsymbol{\phi}$ vektorska veličina, tada je moguće primijeniti Woodbury lemu o matričnoj inverziji i dodatno se napominje da je težinska matrica ovdje izabrana kao $\mathbf{W}[t] = \gamma[t]\mathbf{I}$:

$$\begin{aligned}\mathbf{P}[t] &= \mathbf{R}^{-1}[t] \\ &= \left(\mathbf{R}[t-1] + \gamma[t]\boldsymbol{\phi}^T[t]\boldsymbol{\phi}[t]\right)^{-1} \\ &= \mathbf{P}[t-1] - \mathbf{P}[t-1]\boldsymbol{\phi}^T[\gamma^{-1}[t] + \boldsymbol{\phi}\mathbf{P}[t-1]\boldsymbol{\phi}^T[t]]^{-1}\boldsymbol{\phi}[t]\mathbf{P}[t-1]\end{aligned} \tag{4-17}$$

Sada se rekurzivni postupak minimizacije (4-16) zapisuje u formi:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}[t] = \hat{\boldsymbol{\theta}}[t-1] + \boldsymbol{\Gamma}[t]\Big(\mathbf{y}[t] - \boldsymbol{\phi}[t]\hat{\boldsymbol{\theta}}[t-1]\Big) \tag{4-18}$$

S vremenski promjenjivim pojačanjem $\boldsymbol{\Gamma}[t]$ definiranim s:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Gamma}[t] = \gamma[t]\frac{\mathbf{P}[t]\boldsymbol{\phi}^T[t]}{1/\gamma[t] + \boldsymbol{\phi}[t]\mathbf{P}[t]\boldsymbol{\phi}[t]^T} = \mathbf{R}^{-1}[t]\boldsymbol{\Phi}^T[t]\mathbf{W}[t] \\ \mathbf{P}[t+1] = \mathbf{P}[t] - \frac{1}{\gamma[t]}\boldsymbol{\Gamma}[t]\boldsymbol{\phi}[t]\mathbf{P}[t]\end{aligned} \tag{4-19}$$

Forma rekurzivne metode najmanjih kvadrata sada je zapisana u numerički puno jednostavnijem zapisu. Nema invertiranja matrice u svakoj pojedinoj iteraciji algoritma.

U literaturi [14, 12] forma dobivena jednadžbom (4-18) naziva se općom formom re-

kurzivnih postupaka identifikacije parametara linearnih regresijskih modela utemeljenim na minimizaciji norme predikcijske pogreške. Ovisno o izboru kriterija kojeg se minimizira, težinskoj funkciji, dodatnoj mogućnosti filtracije predikcijske pogreške, moguće je dobiti različite forme od $\mathbf{\Gamma}[t]$ umjesto one najčešće korištene, prikazane u (4-19).

Mnoge metode kao što su metoda instrumentalnih varijabli, rekurzivni najmanji kvadrati s normiranim pojačanjem, metoda maksimalne vjerodostojnosti, svoje argumente za primjenu traže u statističkim pokazateljima kvalitete estimacije parametara $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ili u numeričkim prednostima implementacije istih.

Svakako je jedan od nedostataka metode najmanjih kvadrata, neovisno radi li se o rekurzivnoj ili nerekurzivnoj formi, traženje inverza. U nerekurzivnoj formi izračun inverza matrice $\mathbf{R}$ nerijetko nailazi na probleme loše uvjetovanosti zbog velikog broja uzoraka mjerenja koje se koriste. U rekurzivnoj formi inverz matrice $\mathbf{R}$ je nužno računati u svakoj iteraciji te isti može uzrokovati numeričke probleme, ali i značajno utječe na brzinu rada rekurzivnih estimatora. Zato se prilazi metodi bez inverza, ali je ona primjenjiva samo u rekurzivnim modelima gdje je regresor $\mathbf{\Phi}$ vektor.

Svakako je to jedan od razloga popularnosti metode zasnovane na kriteriju najmanjih srednjih odstupanja (eng: *least mean squares*), kako ima naziv u literaturi iz obrade signala ili metoda zasnovana na stohastičkoj aproksimaciji u terminologiji identifikacije sustava. Algoritmi koji minimiziraju pogreške zasnovane na matematičkom očekivanju nazivaju se stohastičkim gradijentnim metodama. Najjednostavnija gradijentna metoda je Robbins-Monroe metoda (4-21). Ona minimizira kriterijsku funkciju (4-20) matematičkog očekivanja $\mathcal{E}\{\cdot\}$ kvadrata predikcijske pogreške $\mathbf{e}[t]$ u trenutku $[t]$.

$$J_c = \frac{1}{2}\mathcal{E}\{\mathbf{e}[t]^T\mathbf{e}[t]\} \tag{4-20}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}[t] = \hat{\boldsymbol{\theta}}[t-1] + \mathbf{\Gamma}[t]\mathbf{\Phi}^T[t]\Big(\mathbf{y}[t] - \mathbf{\Phi}[t]\hat{\boldsymbol{\theta}}[t-1]\Big) \tag{4-21}$$

gdje je ovog puta $\mathbf{\Gamma} = \mathrm{diag}[\gamma_1[t] \ldots \gamma_r[t]]$ pozitivna sekvenca pojačanja koja može i ne mora biti konstantnta.

Stabilnost, konvergencija i asimptotska svojstva općih rekurzivnih metoda dana su u literaturi [14, 12, 19]. Ovdje će se samo ukratko izložiti razmatranje o stabilnosti i konvergenciji, bez analize statističkih pokazatelja u kontinuiranoj varijanti algoritma.

Ukoliko se jednadžba (4-21) podijeli s vremenskim intervalom, korakom iteracije, odnosno, vremenom uzorkovanja T_s, uz notaciju $\mathbf{\Gamma}' = \frac{1}{T_s}\mathbf{\Gamma}$, dobiva se izraz:

$$\frac{\hat{\boldsymbol{\theta}}[t] - \hat{\boldsymbol{\theta}}[t-1]}{T_s} = \mathbf{\Gamma}'[t]\mathbf{\Phi}^T[t]\mathbf{e}[t] \tag{4-22}$$

Iz dobivenog izraza s lijeve strane moguće je jasno primijetiti Eulerovu unazadnu aproksimaciju derivacije pomoću razlike susjednih uzoraka, predstavljenu s (2-18). Sada je jasno da je vremenski kontinuirani oblik rekurzivne metode stohastičkog gradijenta:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = \mathbf{\Gamma}'(t)\mathbf{\Phi}^T(t)\mathbf{e}(t) \tag{4-23}$$

Već je definirana greška procijenjenih parametara kao $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}$. Pod pretpostavkom da se stvarni parametri ne mijenjaju u vremenu, za istu se može pisati

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\tilde{\boldsymbol{\theta}} &= -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) \\ &= -\mathbf{\Gamma}'(t)\mathbf{\Phi}^T(t)\mathbf{e}(t)\end{aligned} \tag{4-24}$$

Uz supstituciju predikcijske pogreške $\mathbf{e}$ s (4-3), dobiva se autonomni sustav:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\tilde{\boldsymbol{\theta}} = -\mathbf{\Gamma}'(t)\mathbf{\Phi}^T(t)\mathbf{\Phi}(t)\tilde{\boldsymbol{\theta}} \tag{4-25}$$

Izabere li se sada kvadratična Ljapunovljeva funkcija $V(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$, može se pokazati asimptotska stabilnost autonomnog sustava

$$V(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T\tilde{\boldsymbol{\theta}} \tag{4-26}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V &= \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\tilde{\boldsymbol{\theta}} \\ &= -\mathbf{\Gamma}'(t)\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T\mathbf{\Phi}^T(t)\mathbf{\Phi}(t)\tilde{\boldsymbol{\theta}}\end{aligned} \tag{4-27}$$

Asimptotska stabilnost stacionarne točke $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}$ postiže se:

- Ako se matrica $\mathbf{\Gamma}'(t)$ izabere kao dijagonalna matrica s pozitivnim elementima na glavnoj dijagonali
- Ako je $\mathbf{\Phi}^T(t)\mathbf{\Phi}(t)$ pozitivno definitna matrica

Izbor $\mathbf{\Gamma}'(t)$ kao dijagonalne matrice s pozitivnim elementima je dovoljan, ali ne i nužan uvjet za asimptotsku stabilnost sustava. Drugi uvjet pozitivne definitnosti matrice $\mathbf{\Phi}^T(t)\mathbf{\Phi}(t)$ je, pak, vrlo važan uvjet konvergencije, ne samo stohastičkih gradijentnih metoda, već svih rekurzivnih metoda. Ovaj uvjet naziva se uvjetom trajne pobuđenosti (eng. *persistency of excitation*), a u literaturi se još formira u svojoj nešto relaksiranoj integralnoj formi.

Prema dokazima u [18, 20, 19], uvjet trajnosti pobuđenosti asociran s diferencijalnom jednadžbom (4-25) u integralnoj formi može se promotriti na sljedeće načine:

Ako postoje pozitivni realni brojevi a_1 i a_2, takvi da za svaki vektor $\mathbf{c}$ odgovarajuće dimenzije i $\|\mathbf{c}\|_2 = 1$ i za svaki $t \geq 0$ vrijede sljedeće jednakosti

$$a_1\mathbf{I} \leq \frac{1}{T}\int_t^{t+T} \mathbf{\Phi}(\tau)^T\mathbf{\Phi}(\tau)\mathrm{d}\tau \leq a_2\mathbf{I} \tag{4-28}$$

$$a_1 \leq \frac{1}{T}\int_t^{t+T} \mathbf{c}^T\mathbf{\Phi}(\tau)^T\mathbf{\Phi}(\tau)\mathbf{c}\,\mathrm{d}\tau \leq a_2 \tag{4-29}$$

$$a_1 \leq \frac{1}{T}\int_t^{t+T} \|\mathbf{\Phi}(\tau)\mathbf{c}\|\mathrm{d}\tau \leq a_2 \tag{4-30}$$

Tada se za matricu $\mathbf{\Phi}$ kaže da je trajno pobuđena i asocirana diferencijalna jednadžba (4-25) je asimptotski stabilna. □

Uvjet trajnosti pobude za estimaciju parametara moguće je primijetiti i kod minimizacije kriterija kvadratnih odstupanja. U jednadžbi (4-8), odnosno (4-16), uvjet konvergencije je postojanje inverza od $\mathbf{R}$. Ukoliko je zadovoljen uvjet trajne pobuđenosti i matrica $\mathbf{\Phi}^T(t)\mathbf{\Phi}(t)$ je pozitivno definitna, onda taj inverz i postoji.

4.3. Volterra transformacija i BCNK kernel funkcija

Drugi instrumentalni alat za sintezu adaptivnog osmotritelja stanja asinkronog stroja potreban u ovoj disertaciji je Volterra transformacija. U literaturi Volterra transformacija naziva se još i Volterra operatorom, budući da se funkcija koja se transformira i rezultat transformacije temelje na istoj domeni i kodomeni.

Volterra transformacija, tj. operator potječe iz teorije rješavanja integro-diferencijalnih Volterra jednadžbi. Više o ovoj teoriji može se pronaći u [110, 111]. Volterra transformaciju u svrhu estimacije parametara i stanja ulazno-izlaznih kontinuiranih modela sistematizira Gilberto Pin u nizu radova, počevši s [112] i [113], gdje prvi puta pokazuje primjenu u estimaciji parametara kontinuiranih linearnih sustava. Nakon toga, u radu [114] detaljno razlaže

primjenu tzv. *BC-NK* kernel funkcija. U radu [115] primjenjuje se Volterra transformacija s *BF-NK* kernel funkcijama za estimaciju parametara sinusnih signala. Rad Gilberta Pina nastavlja Peng Li u radu [116], gdje prikazuje primjenu Volterra transformacije u svrhu istovremene procjene parametara i stanja linearnih ulazno-izlaznih modela.

Teorija *BC-NK* Volterra transformacije, kako ju je Pin sistematizirao u [114], primijenit će se u svrhu procjene brzine vrtnje, statorskog otpora i inverza rotorske vremenske konstante asinkronog stroja te se stoga prikazuju njeni osnovni aspekti u ovom potpoglavlju.

Familija Volterra transformacija $\mathcal{V}[\mathbf{f}(x)]$ definirana je za vektorsku funkciju $\mathbf{f}$ koja pripada r dimenzionalnom $\mathcal{L}^2(\mathbb{R}^+)$ prostoru. Inženjerskim rječnikom, funkcija $\mathbf{f}$ mora imati konačnu efektivnu vrijednost definiranu integralom kvadrata funkcije i njena domena moraju biti pozitivni realni brojevi. Prema [111, 114], generalna forma Volterra transformacije je:

$$\mathcal{V}_{\mathcal{K}}[\mathbf{f}(t)] = \int_0^t \mathcal{K}(t,\tau)\mathbf{f}(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{4-31}$$

Ovdje je funkcija $\mathcal{K}(t,\tau)$ bivariatna (funkcija dvije varijable) funkcija nazvana *kernel* funkcijom. Posebno se naglašava index $\mathcal{K}$ u oznaci $\mathcal{V}_{\mathcal{K}}[\cdot]$ koji označava Volterra transformaciju s kernelom $\mathcal{K}$.

Volterra transformacija spada u familiju konvolucijskih operatora koji formom podsjećaju na Fourierovu ili Laplaceovu transformaciju. Razlog zbog kojeg se Volterra transformacija u literaturi češće zove operatorom, a ne transformacijom, je ta da je domena od $\mathbf{f}$ i od $\mathcal{V}[\mathbf{f}]$ jednaka.

Matematička razmatranja u nastavku daju se za skalarnu funkciju $f(t)$ čija se transformacija traži $\mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f(t)]$. Poopćenje na vektorske funkcije $\mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} f_1(t) & f_2(t) & \dots & f_n(t) \end{bmatrix}^T$ je trivijalno:

$$\mathcal{V}_{\mathcal{K}}[\mathbf{f}(t)] = \begin{bmatrix} \mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f_1(t)] & \mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f_2(t)] & \dots & \mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f_n(t)] \end{bmatrix}^T \tag{4-32}$$

4.3.1. Osnovna svojstva Volterra BC-NK transformacije

Svojstva Volterra transformacije strogo ovise o izboru kernel funkcije $\mathcal{K}$. U ovoj disertaciji prati se postupak izbora BC-NK kernel funkcije kako je to predložio Pin u radovima [112] i [114] zbog svojih interesantnih svojstava. Kratica BC-NK na engleskom znači ***B**ivariate, **C**ausal, **N**on-asimptotic **K**ernel*, naziv koji okuplja važna svojstva predložene kernel funkcije. Bivariatnost je svojstvo koje je zahtijevano definicijom Volterra operatora. Druga dva

svojstva, kauzalnost i ne-asimptotsko vladanje, pobliže će se objasniti.

Prije ulaska u objašnjavanje svojstava BC-NK kernela i njihovog utjecaja na Volterra transformaciju, potrebno je uvesti pojam slabe derivacije i njene oznake.

Slaba derivacija

Ako je neka funkcija vremena $f(t,x)$ vremenski derivabilna u klasičnom smislu, onda se njena $i-ta$ derivacija po varijabli t označava s $f^{(i)}$. Za kernel funkciju $\mathcal{K}(t,\tau)$, parcijalnu derivaciju po prvoj varijabli označava se klasičnim pristupom $\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{K}$, dok će se i-tu parcijalnu derivaciju po drugoj varijabli τ označiti s $\mathcal{K}^{(i)}$

Ako je funkcija $f(t,x)$ derivabilna, onda je njena derivacija jednoznačna njenoj *slaboj* derivaciji za koju vrijedi:

$$\int_0^t f(\tau)\left(\frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}\tau^i}g(\tau)\right)\mathrm{d}\tau = (-1)^i\int_0^t f^{(i)}(\tau)g(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{4-33}$$

Sva razmatranja vezana za primjenu Volterra transformacije vrijede za funkcije koje imaju slabu derivaciju. Ova generalizacija je zgodna jer dozvoljava nederivabilnim funkcijama u klasičnom smislu da imaju Volterra transformaciju. Podsjetnik, u elektrotehnici problem derivabilnosti može nastati u lokalnim skokovitim promjenama mjerenih veličina.

Kauzalnost

Iz teorije signala i dinamičkih sustava poznato je da je kauzalan svaki sustav kojemu stanje ovisi samo o trenutnom i prethodnom stanju, a ne i budućem. Koliko god ovo svojstvo zvučalo trivijalno u inženjerskom smislu, matematički je ono važno, budući da nam ono omogućuje realizaciju nekih matematičkih transformacija u rekurzivnoj formi. Tako npr. diskretna Fourierova transformacija nije kauzalna te ona zahtijeva prikupljanje većeg broja uzoraka signala prije nego se ista može izračunati.

Samom definicijom gornje granice integrala u (4-31) jasno je da je Volterra transformacija po svojoj definiciji kauzalna. Ukoliko se promotri vremenska derivacija od (4-31), uz pomoć Leibnitzovog pravila za deriviranje integrala dobiva se:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathcal{V}_\mathcal{K})[f(t)] = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\zeta(t) \tag{4-34}$$

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\zeta(t) = \mathcal{K}(t,t)f(t) + \int_0^t \left(\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{K}(t,\tau)\right)f(\tau)\mathrm{d}\tau \\ \mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f(t)] = \zeta \end{cases} \tag{4-35}$$

Jednadžba (4-35) prikazuje realizaciju Volterra transformacije kao dinamičkog sustava u prostoru stanja. Ova realizacija omogućava diskretnu implementaciju uz početne uvjete jednake nuli, a posljedica je kauzalnosti Volterra operatora.

Neasimptotsko vladanje

U konvencionalnom smislu, za neku funkciju smatra se da ima asimptotsko vladanje kada realizira asimptotsko približavanje gornjoj ili donjoj granici, kako njena nezavisna varijabla teži u neki broj. U smislu analize Volterra transformacije, Pin uvodi pojam neasimptotičnosti, a razlog za takvo imenovanje nije jasno objašnjen.

U matematici se u pravilu ili opisuju asimptotska svojstva kada nezavisna varijabla teži ka beskonačnosti ili se opisuju svojstva u neasimptotskim uvjetima kada se funkcija promatra na konačnom intervalu.

Kako god gledali na asimptotičnost kao svojstvo, ovdje će se prezentirati originalan rezultat koji Pin predstavlja kao neasimptotičnost Volterra transformacije.

Neasimptotsko vladanje Volterra transformacije u [114] opisuje se kao neovisnost transformirane funkcije $\mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f^{(i)}(t)]$, $i \geq 1$ o početnom stanju $f^{(i)}(0)$. Važnost pronalaska kernel funkcije koja će omogućiti postojanje ovog svojstva dolazi iz jednadžbe koja pokazuje iznos od $\mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f^{(i)}(t)]$. Primjenom metode parcijalne integracije, iterativnom integracijom izraza (4-31) uz postavljanje $f(t) = f^{(i)}(t)$, dolazi se do sljedećeg izraza:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f^{(i)}(t)] = &\sum_{j=0}^{i-1}(-1)^{i-j-1}f^{(j)}(t)\mathcal{K}^{(i-j-1)}(t,t) + \\ &\sum_{j=0}^{i-1} f^{(j)}(0)\mathcal{K}^{i-j-1}(t,0) + (-1)^i\mathcal{V}_{\mathcal{K}^{(i)}}[f(t)] \end{aligned} \tag{4-36}$$

U ovom izrazu pojavljuje se problem da Volterra slika derivacije nekog signala ovisi o iznosu derivacija nižih stupnjeva, ali i o početnom uvjetu svih tih derivacija. U praksi se iznos neke funkcije koja se promatra vrlo često može odrediti u početnom trenutku (sustav u mirovanju ili poznata stacionarna točka), ali iznos derivacija u tom trenutku je nemoguće poznavati.

Nadalje, iznos derivacija nekog signala moguće je rekonstruirati iz uzoraka mjerenja tog

signala, npr. primjenom Eulerove unazadne aproksimacije derivacije, ali zbog vrlo malih vremena uzorkovanja nužnih u stvarnim sustavima numerička procjena derivacije je vrlo nestabilna. Zato je zgodno pronaći kernel za Volterra transformaciju koji je neasimptotski, tj. poništava utjecaj početnih uvjeta, ali isto tako pronaći kernel funkciju koja će iz izraza (4-36) eliminirati i prvi član kako slika derivacije $\mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f^{(i)}(t)]$ ne bi ovisila o samoj derivaciji već samo o iznosu funkcije $f(t)$.

Jasno se kao uvjet za izbor kernel funkcije postavlja sljedeće:

$$\mathcal{K}^{(i)}(t,0) = 0 \tag{4-37}$$

$$\mathcal{K}^{(i)}(t,t) = 0 \tag{4-38}$$

Prvi uvjet naziva se uvjetom neasimptotičnosti kernel funkcije [114], dok se drugi uvjet postavlja zbog njegove prikladnosti za implementaciju. Ukoliko kernel funkcija zadovoljava prikazane uvjete, tada se Volterra transformacija derivacije funkcije svodi na:

$$\mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f^{(i)}(t)] = (-1)^i \mathcal{V}_{\mathcal{K}^{(i)}}[f(t)] \tag{4-39}$$

4.3.2. BC-NK kernel funkcija

Pokazano je da kernel funkcija, koja Volterra transformaciji pridodaje svojstva kauzalnosti i neasimptotičnosti, omogućuje transformaciju derivacije neke funkcije bez poznavanja te derivacije već samo iznosa funkcije.

Ovo svojstvo Volterra transformacije s BC-NK kernelom mogué je iskoristiti za dizajn rekurzivne estimacije parametara asinkronog stroja, ali prvo je potrebno pronaći odgovarajući kernel i prikazati kako je isti moguće efikasno implementirati u regulacijske petlje.

Pin predlaže produkt triju eksponencijalnih funkcija [114, 112] kao kernel koji zadovoljava svojstva neasimptotičnosti i kauzalnosti za osnovni kernel i sve njegove derivacije $\mathcal{K}^{(i)}$, $i = 1 \ldots D$.

BC-NK kernel je:

$$\mathcal{K}(t,\tau) = e^{-\lambda(t-\tau)}\left(1 - e^{-\lambda\tau}\right)^D \left[1 - e^{-\lambda(t-\tau)}\right]^D \tag{4-40}$$

Sada je D proizvoljna potencija eksponencijalnih funkcija koja omogućava svojstvo neasimptotičnosti u D-toj derivaciji, a λ je proizvoljna pozitivna konstanta.

Sama kernel funkcija (4-40) po sebi ne može se primijeniti s jednadžbom (4-35) kako bi se izveo dinamički sustav Volterra transformacije. Potrebno je poznavati i njenu vremensku derivaciju.

Uz to, da bi se kernel funkcija koristila za generiranje slike i-te derivacije funkcije $f^{(i)}(t)$, potrebno je poznavati i (i) tu derivaciju kernel funkcije po varijabli τ. Samo deriviranje kernela K je zapravo deriviranje umnoška složenih funkcija, što već i u prvom stupnju postaje iznimno složeno. U ovoj disertaciji izvodi se izraz za dobivanje (i)-te derivacije kernel funkcije po τ u formi koja će se moći iskoristiti za deriviranje po t.

Počinje se od binomnog teorema za ekspanziju (4-41):

$$(1+x)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k \tag{4-41}$$

Direktnom primjenom binomne formule na D-te potencije članova u zagradama u izrazu (4-40) dobiva se:

$$\mathcal{K}(t,\tau) = \sum_{k=0}^{D} \binom{D}{k} (-1)^k \mathrm{e}^{-k\lambda\tau} \sum_{j=1}^{D+1} \binom{D}{j-1} (-1)^{j-1} \mathrm{e}^{-j\lambda t} \mathrm{e}^{j\lambda\tau} \tag{4-42}$$

Zamjenom redoslijeda sumacija i uvođenjem člana $e^{j\lambda\tau}$ u sumu koja sadrži $e^{-k\lambda\tau}$ dolazi se do izraza:

$$\mathcal{K}(t,\tau) = \sum_{j=1}^{D+1} \binom{D}{j-1} (-1)^{j-1} \mathrm{e}^{-j\lambda t} \sum_{k=0}^{D} \binom{D}{k} (-1)^k \mathrm{e}^{(j-k)\lambda\tau} \tag{4-43}$$

Dobiveni oblik kernel funkcije $\mathcal{K}(t,\tau)$ sada se, zapravo, sastoji od dvije sumacije kod koje je argument druge sumacije funkcija od τ, dok je funkcijska veza s t ostala izvan te sumacije.

$$\mathcal{K}(t,\tau) = \sum_{j=1}^{D+1} \mathrm{e}^{-j\lambda t} K_2(\tau) \tag{4-44}$$

Gdje je:

$$K_2(\tau) = (-1)^{j-1} \binom{D}{j-1} \sum_{k=0}^{D} \binom{D}{k} (-1)^k \mathrm{e}^{(j-k)\lambda\tau} \tag{4-45}$$

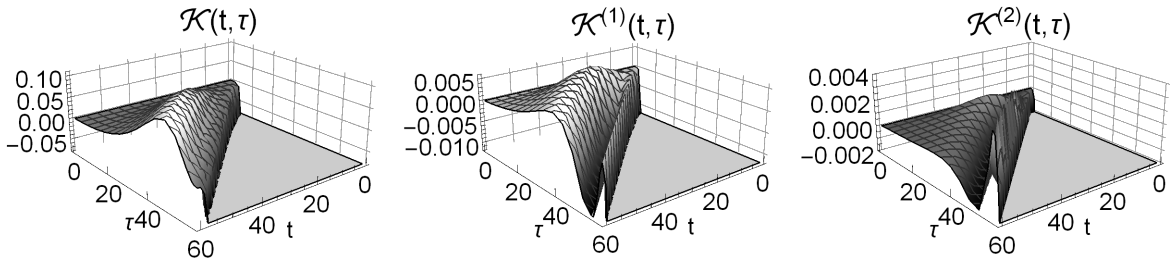
Derivacija kernel funkcije $\mathcal{K}^{(i)}$ po varijabli τ sada se, zapravo, svodi na deriviranje eksponencijalne funkcije unutar funkcije $K_2(\tau)$. Zato se (i)-ta derivacija $\mathcal{K}$ može prikazati kao:

$$\begin{aligned}\mathcal{K}^{(i)}(t,\tau) &= \sum_{j=1}^{D+1} \mathrm{e}^{-j\lambda t} K_2^{(i)}(\tau) \\ &= \sum_{j=1}^{D+1} \mathrm{e}^{-j\lambda t}(-1)^{j-1}\binom{D}{j-1}\sum_{k=0}^{D}\binom{D}{k}(-1)^k(j-k)^i\lambda^i\mathrm{e}^{(j-k)\lambda\tau}\end{aligned} \tag{4-46}$$

U izrazu (4-46) može se iščitati nekoliko važnih zaključaka:

- Implementacija derivacije kernel funkcije svodi se na implementaciju $D+1$ člana funkcija pod sumacijom.
- Maksimalna derivacija kernela koja se može tražiti ovom metodom je proizvoljna D.
- Derivacija kernela ne zahtijeva promjenu strukture kernel funkcije. Stupanj derivacije (i) sada ulazi kao parametar u funkciju $K_2^{(i)}(\tau)$.

Slika 4.2 prikazuje primjer kernel funkcije (4-40) s parametrima $\lambda = 0.1$ i $D = 3$ zajedno s njenom prvom i drugom derivacijom po varijabli τ. Sa slika se jasno može uočiti svojstvo neasimptotičnosti $\mathcal{K}(t,0) = 0$ ključno za implementaciju.



Slika 4.2: *Primjer kernel funkcije $\mathcal{K}(t,\tau)$ i njenih derivacija uz $\lambda = 0.1$ i $D = 3$*

4.3.3. Implementacija BC-NK Volterra transformacije

Sada je još potrebno pokazati način implementacije Volterra transformacije uz BC-NK kernel u obliku dinamičkog sustava (4-35). U tu svrhu treba se prisjetiti izraza (4-39):

$$\begin{aligned}\mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f^{(i)}(t)] &= (-1)^i \mathcal{V}_{\mathcal{K}^{(i)}}[f(t)] \\ &= (-1)^i \int_0^t \mathcal{K}^{(i)}(t,\tau) f(\tau)\mathrm{d}\tau\end{aligned} \tag{4-47}$$

Uvrštavanjem izraza za kernel funkciju (4-46), dobiva se:

$$\mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f^{(i)}(t)] = (-1)^i \int_0^t \sum_{j=1}^{D+1} \mathrm{e}^{-j\lambda t} K_2^{(i)}(\tau) f(\tau) \mathrm{d}\tau \tag{4-48}$$

Budući da je integral linearna funkcija, može se pisati i na drugačiji način:

$$\mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f^{(i)}(t)] = \sum_{j=1}^{D+1} \int_0^t (-1)^i \mathrm{e}^{-j\lambda t} K_2^{(i)}(\tau) f(\tau) \mathrm{d}\tau \tag{4-49}$$

Odavde se može prepoznati da se unutar integrala sada pojavljuje nova kernel funkcija $\mathcal{C}_{i,j}(t,\tau)$ koja također zadovoljava uvjete neasimptotičnosti i kauzalnosti.

$$\mathcal{C}_{i,j}(t,\tau) = (-1)^i \mathrm{e}^{-j\lambda t} K_2^{(i)}(\tau) \tag{4-50}$$

Volterra transformacija zapisuje se u obliku:

$$\mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f^{(i)}(t)] = \sum_{j=1}^{D+1} \mathcal{V}_{\mathcal{C}_{i,j}}[f(t)] \tag{4-51}$$

Dobiveni oblik Volterra transformacije sveo se na sumu Volterra transformacija s kernelom $\mathcal{C}_{i,j}$. Ovaj oblik je izrazito zgodan za implementaciju u obliku dinamičkog sustava (4-35). Parcijalna derivacija kernel $\mathcal{C}_{i,j}$ po vremenu lako se izračunava:

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{C}_{i,j} = -\lambda j (-1)^i e^{-\lambda j t} K_2(\tau) \tag{4-52}$$

Važno je primijetiti da zbog zadržanog svojstva neasimptotičnosti vrijedi $\mathcal{C}_{i,j}(t,0) = 0$. Ovo je početni uvjet nužan za u cijelosti definirati integraciju iz (4-35):

$$\begin{aligned} \int_0^t \frac{\partial}{\partial t}\mathcal{C}_{i,j}(t,\tau) f(\tau) \mathrm{d}\tau &= -\lambda j \int_0^t (-1)^i e^{-\lambda j t} K_2(\tau) f(\tau) \mathrm{d}\tau \\ &= -\lambda j \mathcal{V}_{\mathcal{C}_{i,j}}[f(t)] \end{aligned} \tag{4-53}$$

Primijeni li se sada izravno jednadžba (4-35), Volterra transformacija (i)-te derivacije signala za $i = 0 \ldots D$ postaje sustav u prostoru stanja $(D+1)$ reda:

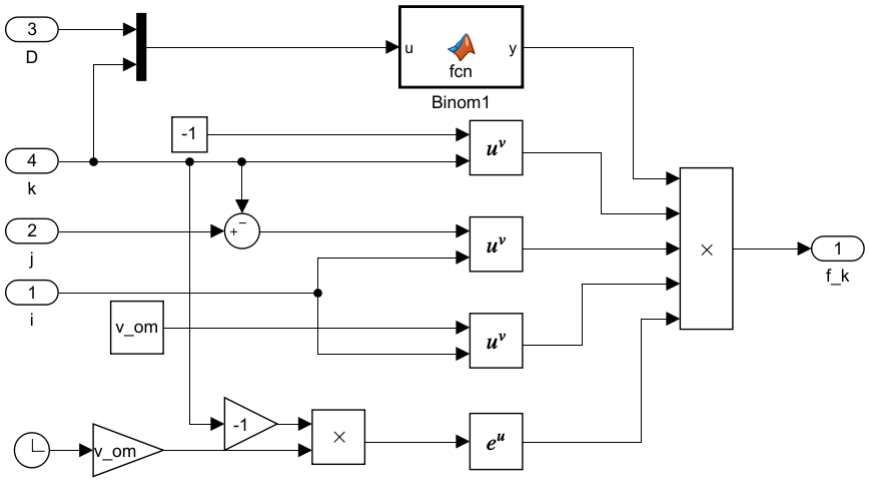
$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\zeta_{i,j}(t) &= -j\lambda\zeta_{i,j}(t) + \mathcal{C}_{i,j}(t,t) f(t) \\ \mathcal{V}_{\mathcal{K}}[f^{(i)}(t)] &= \sum_{j=1}^{D+1} \zeta_{i,j}(t) \end{aligned} \tag{4-54}$$

Prikazana Volterra transformacija s kernelom K, dakle, ima realizaciju u obliku linearnog sustava u prostoru stanja. Ovaj sustav može se promatrati kao sustav s jednim ulazom $f(t)$ koji je vremenski promjenjiv $(C_{i,j}(t,t,))$. Isto tako, može se promatrati kao sustav s više ulaza $C_{i,j}(t,t)f(t)$ koji je vremenski nepromjenjiv. Neovisno o izboru načina promatranja ovog sustava, može se tvrditi sljedeće:

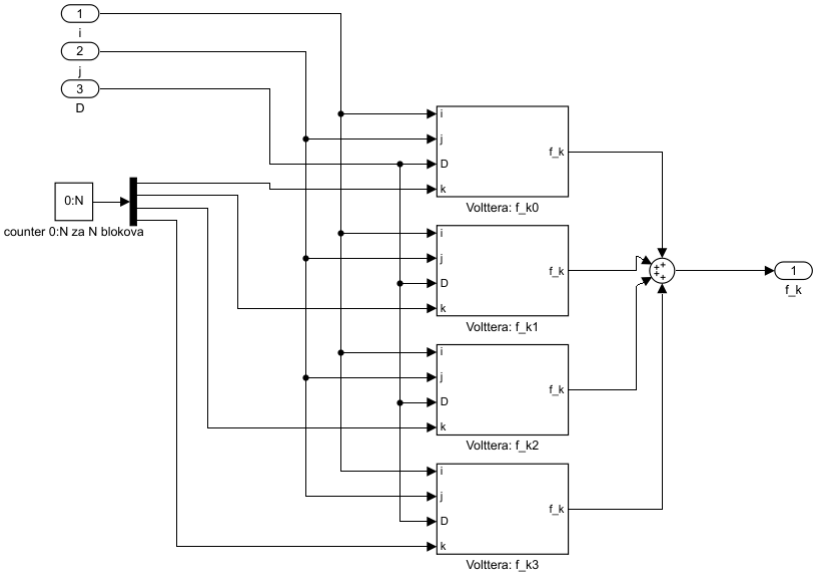
- Volterra transformacija s BC-NK kernelom je asimptotski stabilna ako je $f(t)$ ograničena funkcija i ako je $\lambda > 0$.
- Parametar $j\lambda$ odgovara j-toj svojstvenoj vrijednosti linearnog sustava Volterra transformacije i jednoznačno određuje dinamiku transformiranih veličina
- Volterra transformacija može se promatrati kao filtracija signala $f(t)$ nisko-propusnim vremenski promjenjivim filtrom. Ovaj filter je pozitivno realan, ali ne i striktno pozitivno realan.
- Volterra transformacija za $t \to \infty$ postaje linearan vremenski nepromjenjiv sustav s ulaznom veličinom $f(t)$

Sada se može dati komentar na svojstvo neasimptotičnosti. Ukoliko se povuče paralela s Fourierovom transformacijom, može se vidjeti da će za $t \to \infty$ Volterra transformacija težiti u linearni vremenski nepromjenjiv filtar kod kojeg izlaz uvijek ovisi o signalu na ulazu. Kod Fourierove transformacije vrijedi za $\omega \to \infty$ $\mathcal{F}f \to 0$, dakle Fourierova transformacija ima asimptotu. Ipak, ovo svojstvo nije direktno vidljivo iz uvjeta neasimptotičnosti kako su predstavljeni s (4-36) pa nije moguće utvrditi je li stvarno Pin s ovakvim ciljem postavio prikazani uvjet.

Implementacija Volterra transformacije u svrhu estimacija parametara asinkronog stroja napravljena je u MATLAB/Simulink programu. Za samu implementaciju ključno je napraviti sumacijske članove iz jednadžbe (4-46). Osnovni blok je funkcija K_2 prikazana slikom 4.3 koja se ponavlja D puta i sumira i množi potencijom broja jedan i binomnim koeficijentom iz jednadžbi (4-52) i (4-36), kako bi se napravila funkcija $\mathcal{C}_{i,j}$. Sumacija je prikazana slikom 4.4, a množenje s koeficijentima prikazuje se slikom 4.5. Zatim se dalje implementira dinamički sustav u prostoru stanja prema (4-54), prema slici 4.6. Primjeri sa slika dani su za prethodno postavljeni $D = 3$.



Slika 4.3: *Primjer kernel funkcije $\mathcal{K}(t,\tau)$ i njenih derivacija uz $\lambda = 0.1$ i $D = 3$ - podsustav treće razine*

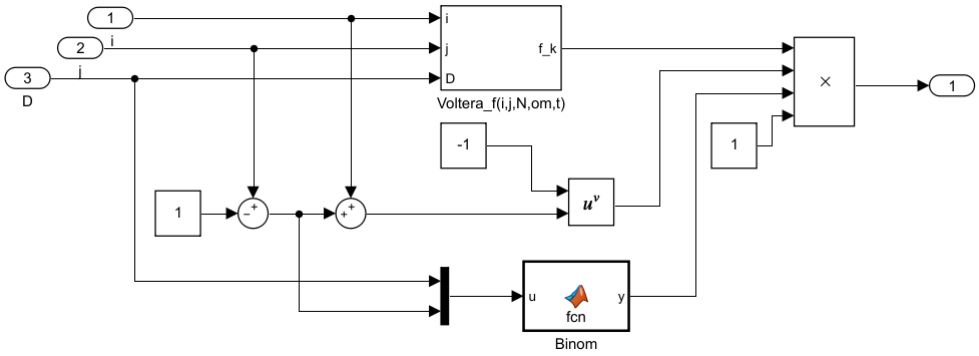


Slika 4.4: *Primjer kernel funkcije $\mathcal{K}(t,\tau)$ i njenih derivacija uz $\lambda = 0.1$ i $D = 3$ - podsustav druge razine*

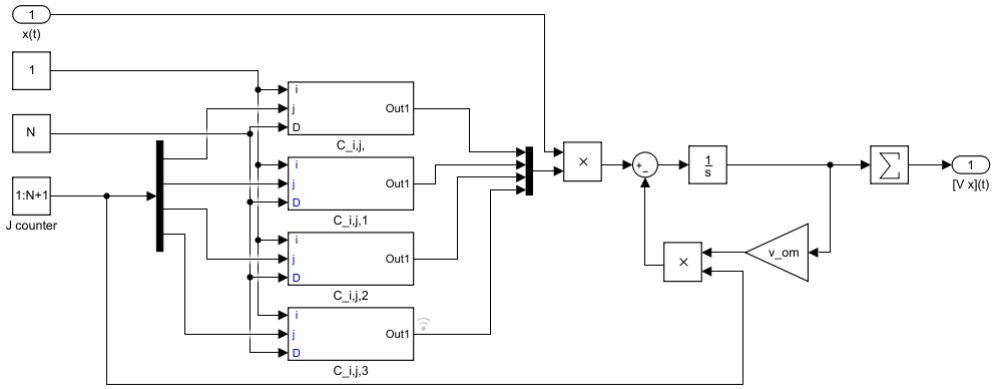
4.4. Adaptivni osmotritelj stanja i parametara asinkronog stroja

U ovom potpoglavlju prikazat će se sinteza adaptivnog estimatora stanja asinkronog stroja. Dizajn obuhvaća kombinaciju klasičnog Ljapunovljevog pristupa u sintezi osmotritelja i tvorbu adaptivnog zakona pomoću Volterra transformacije.

Kako je u praksi redovito dostupno mjerenje struja i napona asinkronog stroja u $\alpha\beta$ koordinatnom sustavu, treba napomenuti da će se u oznakama fizikalnih veličina struja, napona i magnetskih tokova **ispustiti indeks** $\alpha\beta$ kako bi se značajno smanjio zapis jednadžbi



Slika 4.5: *Primjer kernel funkcije $\mathcal{K}(t,\tau)$ i njenih derivacija uz $\lambda = 0.1$ i $D = 3$ - podsustav prve razine*



Slika 4.6: *Primjer kernel funkcije $\mathcal{K}(t,\tau)$ i njenih derivacija uz $\lambda = 0.1$ i $D = 3$ - temeljni sustav*

i poboljšala preglednost.

Također, ovdje se koriste vremenski kontinuirani modeli za sintezu adaptivnog osmotritelja stanja budući da za analizu rada istog pomoću MATLAB/Simulink simulacijskih primjera nije potrebna diskretizacija i diskretna implementacija. Zato će se iz modela izostavljati oznaka funkcijske ovisnosti o neovisnoj varijabli t. Cjelovita oznaka koja će se koristiti, npr. za magnetski tok statora stroja je: $\boldsymbol{\psi}_s = \boldsymbol{\psi}_{s,\alpha\beta}(t)$.

4.4.1. Transformacije modela asinkronog stroja

Osnovni model koji je polazišna točka za dizajn osmotritelja stanja asinkronog stroja je (2-75). Ovaj model ima vrlo složenu strukturu u parametrima. Parametri od interesa za adaptivnu procjenu svakako su R_s i α, dok se u modelu još pojavljuju σ, L_m, L_s kao poznati parametri. Svakako je od interesa ostvariti i procjenu brzine vrtnje ω.

S ciljem strukturnog pojednostavljenja modela asinkronog stroja, prvo se izvodi model

u inverz-Γ parametrizaciji. Inverz-Γ parametrizacija ima korijene u nadomjesnoj shemi u inverz-*Gamma* topologiji. Definicija, nadomjesna shema i primjena inverz-Γ modela mogu se proučiti u [117]. Tu se rotorske veličine svode na statorsku stranu.

Parametrizacija koja definira inverz-Γ model asinkronog stroja, prema [117] je:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\psi}_\mu &= \frac{L_m}{L_r}\psi_r & L_\mu &= \frac{L_m^2}{L_r} \\ R_r' &= \frac{L_\mu}{L_r}R_r = \frac{L_m^2}{L_r^2}R_r & \alpha &= \frac{R_r}{L_r} = \frac{R_r'}{L_\mu} \end{aligned} \tag{4-55}$$

Izvod inverz-Γ počinje transformacijom statorske jednadžbe:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{i}_s = \left(-\frac{1-\sigma}{\sigma}\alpha - \frac{R_s}{\sigma L_s}\right)\mathbf{i}_s + (\alpha\mathbf{I} + \omega_r\mathbf{J}_r)\frac{1-\sigma}{L_m}\boldsymbol{\psi}_r + \frac{1}{\sigma L_s}\mathbf{u} \tag{4-56}$$

Ukoliko se cijela jednadžba pomnoži s σLs i dodatno se raspiše parametar $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$ s desne strane jednadžbe, dobiva se:

$$\sigma L_s\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{i}_s = \mathbf{u} - \left(R_s + \frac{L_m^2}{L_r}\alpha\right)\mathbf{i}_s + \left(\frac{L_m}{R_r}\alpha\mathbf{I} - \frac{L_m}{R_r}\mathbf{J}_r\omega_r\right)\boldsymbol{\psi}_r \tag{4-57}$$

Na dobiveni izraz primjenjuje se supstitucija (4-55) i to za $\boldsymbol{\psi}_\mu$ i α. Konačni izraz je:

$$\sigma L_s\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{i}_s = \mathbf{u} - (R_s + R_r')\mathbf{i}_s + (\alpha\mathbf{I} - \omega_r\mathbf{J}_r)\boldsymbol{\psi}_\mu \tag{4-58}$$

Sada se još transformira i drugu jednadžbu modela (2-75):

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_r = \alpha L_m\mathbf{i}_s - (\alpha\mathbf{I} - \omega_r\mathbf{J}_r)\boldsymbol{\psi}_r \tag{4-59}$$

Cijelu jednadžbu množi se s $\frac{L_m}{L_r}$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_\mu = (-\alpha\mathbf{I} + \omega_r\mathbf{J}_r)\boldsymbol{\psi}_\mu + \frac{L_m^2}{L_r}\alpha\mathbf{i}_s \tag{4-60}$$

Ovaj izraz dodatno se pojednostavljuje uvrštenjem supstitucije(4-55) za α:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_\mu = (-\alpha\mathbf{I} + \omega_r\mathbf{J}_r)\boldsymbol{\psi}_\mu + R_r'\mathbf{i}_s \tag{4-61}$$

U konačnici, inverz-Γ model asinkronog stroja u mirujućem $\alpha\beta$ koordinatnom sustavu je:

$$\begin{aligned}\sigma L_s \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{i}_s &= \mathbf{u} - (R_s + R'_r)\mathbf{i}_s + (\alpha\mathbf{I} - \omega_r\mathbf{J}_r)\boldsymbol{\psi}_\mu \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_\mu &= (-\alpha\mathbf{I} + \omega_r\mathbf{J}_r)\boldsymbol{\psi}_\mu + R'_r\mathbf{i}_s\end{aligned} \tag{4-62}$$

Dobiveni model asinkronog stroja ima značajno pojednostavljenu strukturu u poznatim parametrima koji su sada σ i L_s. S desne strane jednadžbe preostaju samo nepoznati parametri koje se adaptivno pokušava procijeniti. Ipak, ovakva struktura modela je problematična zbog toga što varijabla stanja $\boldsymbol{\psi}_\mu$ u statorskoj jedndažbi množi nepoznate veličine $(\alpha\mathbf{I} - \omega_r\mathbf{J}_r)$.

Ukoliko bi se pokušalo ovaj model deriviranjem prve jednadžbe svesti na regresijski oblik, pojavile bi se izrazite nelinearnosti u parametrima modela i problem procjene parametara postao bi nerješiv. Zato se u radu [82] predlaže dodatna transformacija varijabli stanja:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\chi} &= (\alpha\mathbf{I} - \omega_r\mathbf{J}_r)(\sigma L_s\mathbf{i}_s + \boldsymbol{\psi}_\mu) \\ &= (\alpha\mathbf{I} - \omega_r\mathbf{J}_r)\boldsymbol{\psi}_\sigma + (\alpha\mathbf{I} - \omega_r\mathbf{J}_r)\boldsymbol{\psi}_\mu\end{aligned} \tag{4-63}$$

U radu [118] ovu transformaciju dodatno proširuje s:

$$\boldsymbol{\psi}_\sigma = \sigma L_s\mathbf{i}_s \tag{4-64}$$

Inverzna transformacija iz koje se može na temelju poznatih varijabli stanja ψ_σ i χ rekonstruirati struje i rotorske tokove je:

$$\begin{aligned}\mathbf{i}_s &= \frac{\boldsymbol{\psi}_\sigma}{L_\sigma} \\ \boldsymbol{\psi}_\mu &= \frac{\alpha\mathbf{I} + \omega_r\mathbf{J}_r}{\alpha^2 + \omega_r^2}\boldsymbol{\chi} - \boldsymbol{\psi}_\sigma\end{aligned} \tag{4-65}$$

Primjenom supstitucija (4-63) i (4-64) na inverz-Γ model asinkronog stroja dobiva se $\boldsymbol{\psi}_\sigma - \boldsymbol{\chi}$ model asinkronog stroja. Prva jednadžba inverz Γ modela transformira se direktnim uvrštavanjem supstitucija:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_\sigma = \mathbf{u} - (R_s - R'_r)\mathbf{i}_s + \boldsymbol{\chi} - (\alpha\mathbf{I} + \omega_r\mathbf{J}_r)\boldsymbol{\psi}_\sigma \tag{4-66}$$

Ova jednadžba dodatno se svodi na oblik:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_\sigma = \mathbf{u} + \boldsymbol{\chi} - R_s\mathbf{i}_s - (R'_r - \alpha\sigma L_s)\mathbf{i}_s + \omega_r\mathbf{J}_r\boldsymbol{\psi}_\sigma \tag{4-67}$$

Iz definicije parametra $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$ i supstitucija za rotorski otpor u inverz Γ parametrizaciji (4-55), može se razriješiti član u zagradi da se dobije konačni izraz:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_\sigma = \mathbf{u} + \boldsymbol{\chi} - R_s\mathbf{i}_s + \alpha\mathbf{i}_s + \omega_r\mathbf{J}_r\boldsymbol{\psi}_\sigma \tag{4-68}$$

U ovom prethodnom izrazu zadržavaju se varijable $\mathbf{i}_s$ i $\boldsymbol{\psi}_\sigma$ zbog dodatnog pojednostavljenja zapisa, dakako, to su zapravo iste veličine skalirane za faktor σL_s.

Drugu jednadžbu modela (4-62) transformira se uvrštavanjem $\boldsymbol{\psi}_\mu$ iz izraza (4-63) u drugu jednadžbu modela (4-62). Uvodi se oznaka $Q = (\alpha\mathbf{I} - \omega_r\mathbf{J}_r)$, a izraz koji se dobiva je:

$$Q^{-1}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\chi} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_\sigma = R_r'\mathbf{i}_s - Q\boldsymbol{\psi}_\mu \tag{4-69}$$

Sada se još uvrštavanjem derivacije varijable stanja $\boldsymbol{\psi}_\sigma$ iz jednadžbe (4-66) dolazi do izraza

$$Q^{-1}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\chi} - \mathbf{u} + R_s\mathbf{i}_s = 0 \tag{4-70}$$

Množenjem sa matricom Q s lijeva i njenim raspisivanjem po komponentama dolazi se do konačnog izraza:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\chi} = \alpha(\mathbf{u} - R_s\mathbf{i}_s) - \omega_r\mathbf{J}_r(\mathbf{u} - R_s\mathbf{i}_s) \tag{4-71}$$

Cjeloviti model asinkronog stroja u $\boldsymbol{\psi}_\sigma - \boldsymbol{\chi}$ varijablama stanja izveden je kao:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_\sigma &= \mathbf{u} + \boldsymbol{\chi} - R_s\mathbf{i}_s + \alpha\mathbf{i}_s + \omega_r\mathbf{J}_r\boldsymbol{\psi}_\sigma \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\chi} &= \alpha(\mathbf{u} - R_s\mathbf{i}_s) - \omega_r\mathbf{J}_r(\mathbf{u} - R_s\mathbf{i}_s)\end{aligned} \tag{4-72}$$

Glavne značajke ovog modela su:

- Prva jednadžba je linearna u parametrima
- Druga varijabla stanja, koja nije mjerljiva u prvoj jednadžbi stanja, javlja se kao poremećajna veličina neovisna o parametrima
- Varijabla $\boldsymbol{\psi}_\sigma$ karakterizira struju motora, a zapravo je mjera rasipnog magnetskog toka statora.
- Varijabla $\boldsymbol{\chi}$ karakterizira protuelektromotornu silu motora i mjera je glavnog magnetskog toka rotora stroja.

U dobivenom modelu linearnost prve jednadžbe u parametrima je glavna prednost korištenja ovog modela. Ako se bolje promotri, druga jedndadžba je linearna u parametrima α i ω_r što znači da je prikladna za procjenu tih parametara ukoliko se R_s smatra konstantom. Ipak, kao uvjet postavlja se vremenska promjenjivost R_s, što naravno drugu jednadžbu čini nelinearnom u parametrima, gdje se pojavljuju umnošci αRs i $\omega_r R_s$.

4.4.2. Dizajn adaptivnog osmotritelja stanja

Dizajn adaptivnog osmotritelja u ovom poglavlju svodi se na linearni osmotritelj stanja s povratnom vezom odstupanja struje procijenjene struje od mjerene struje koji radi paralelno s rekurzivnim procjeniteljem parametara na temelju regresijskog modela. Brzinu vrtnje u ovom pristupu smatra se parametrom modela te se dinamika jednadžbe gibanja zanemaruje. Često se u radovima smatra da ova pretpostavka vrijedi samo uz pretpostavku spore promjenjivosti brzine vrtnje, tzv. hipoteza o beskonačnoj inerciji [4]. U observeru koji se predstavlja to nije slučaj. Koliko brza može biti dinamika brzine vrtnje ovisi samo o tome može li adaptivni zakon procjene parametara dovoljno brzo reagirati na promjenu brzine, a taj se izbor ostavlja na odabir u obliku koeficijenata dizajna.

Osnovni dizajn ovog osmotritelja postavljen je u radu [82] i ponovno obrađen u radu [118]. Predloženi linearni osmotritelj stanja je:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{\boldsymbol{\psi}}_\sigma &= \mathbf{u} + \hat{\boldsymbol{\chi}} - \hat{R}_s\mathbf{i}_s + \hat{\alpha}\mathbf{i}_s + \hat{\omega}_r\mathbf{J}_r\boldsymbol{\psi}_\sigma + k_1\boldsymbol{\varepsilon} \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{\boldsymbol{\chi}} &= \hat{\alpha}\Big(\mathbf{u} - \hat{R}_s\mathbf{i}_s\Big) - \hat{\omega}_r\mathbf{J}_r\Big(\mathbf{u} - \hat{R}_s\mathbf{i}_s\Big) + k_2\boldsymbol{\varepsilon} \end{aligned} \tag{4-73}$$

U gornjem dinamičkom modelu osmotritelja stanja, varijable označene s kapicom $(\hat{\cdot})$ predstavljaju procijenjene vrijednosti. Varijable napona statora $\mathbf{u}$, struje statora $\mathbf{i}_s$ i posljedično toka $\boldsymbol{\psi}_\sigma = \sigma L_s\mathbf{i}_s$ su poznate veličine (mjerljive) čiji se uzorci koriste direktno u radu procjenitelja. Varijabla $\boldsymbol{\varepsilon}$ je pogreška osmotritelja definirana s:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{i}_s - \hat{\mathbf{i}}_s = \frac{1}{\sigma L_s}\Big(\boldsymbol{\psi}_\sigma - \hat{\boldsymbol{\psi}}_\sigma\Big) \tag{4-74}$$

Koeficijenti k_1 i k_2 su pozitivne proizvoljno odabrane konstante koje dizajner regulacijskog kruga može odabrati kako bi dobio zadovoljavajuće dinamičke performanse sustava.

Stabilnost osmotritelja

Kako bi se pokazala stabilnost predloženog osmotritelja stanja prvo se oduzimaju jednadžbe osmotritelja (4-73) od jednadžbi modela koje opisuju stvarno ponašanje motora (4-72). Dobiveni izraz je:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_\sigma - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{\boldsymbol{\psi}}_\sigma = -k_1\boldsymbol{\varepsilon} + \tilde{\boldsymbol{\chi}} + \boldsymbol{\phi}\tilde{\boldsymbol{\theta}} \tag{4-75}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\tilde{\boldsymbol{\chi}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\chi} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{\boldsymbol{\chi}} = -k_2\boldsymbol{\varepsilon} + u_s\tilde{\alpha} - \mathbf{J}_r\mathbf{u}\tilde{\omega}_r - \mathbf{i}_s(\alpha R_s - \hat{\alpha}\hat{R}_s) + \mathbf{J}_r\mathbf{i}_s(\omega R_s - \hat{\omega}_r\hat{R}_s) \tag{4-76}$$

U ovim jednadžbama su dodatno uvedene oznake:

- $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_s & \tilde{\alpha} & \tilde{\omega}_r \end{bmatrix}^T$ - Vektor nepoznatih parametara koje se procjenjuje
- $\boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} -\mathbf{i}_s & -L_s\mathbf{i}_s & \mathbf{J}_r\boldsymbol{\psi}_\sigma \end{bmatrix}$ - Matrica s poznatim mjerljivim veličinama, kasnije dio matrice regresora.
- Oznaka tilde, $\tilde{(\cdot)}$, na određenoj veličini označava njeno odstupanje od stvarne vrijednosti, npr. $\tilde{\boldsymbol{\chi}} = \boldsymbol{\chi} - \hat{\boldsymbol{\chi}}$.

Izraze u zagradama jednadžbe (4-76) može se dodatno transformirati korištenjem veza između parametara i njihovih procijenjenih vrijednosti:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}\hat{R}_s &= \alpha R_s - \hat{\alpha}\tilde{R}_S - \tilde{\alpha}\tilde{R}_s - \tilde{\alpha}\hat{R}_s \\ \hat{\omega}_r\hat{R}_s &= \omega_r R_s - \hat{\omega}_r\tilde{R}_S - \tilde{\omega}_r\tilde{R}_s - \tilde{\omega}_r\hat{R}_s \end{aligned} \tag{4-77}$$

Kada se pripadne izraze iz (4-77) uvrsti u jednadžbu (4-76) dobiva se:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\tilde{\boldsymbol{\chi}} = -k_2\boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varphi}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) \tag{4-78}$$

gdje je vektorska funkcija $\boldsymbol{\varphi}(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$ predstavljena s:

$$\boldsymbol{\varphi}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) = (\tilde{\alpha}\mathbf{I} - \tilde{\omega}_r\mathbf{J}_r)\Big(\mathbf{u} - \tilde{R}_s\mathbf{i}_s - \hat{R}_s\mathbf{i}_s\Big) - (\hat{\alpha}\mathbf{I} - \hat{\omega}_r\mathbf{J}_r)\tilde{R}_s\mathbf{i}_s \tag{4-79}$$

Sada je vidljivo da se dinamički sustav pogreški može predstaviti kao linearan dinamički sustav:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \tilde{\boldsymbol{\chi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1\mathbf{I} & \mathbf{I} \\ -k_2\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \tilde{\boldsymbol{\chi}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}\tilde{\boldsymbol{\theta}} \\ \boldsymbol{\varphi}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) \end{bmatrix} \tag{4-80}$$

Ako je vektor pogreške parametara neovisan o varijablama $\boldsymbol{\varepsilon}$ i $\tilde{\boldsymbol{\chi}}$, što se postiže dizajnom procjenitelja parametara asinkronog stroja, tada je linearni sustav (4-80) stabilan uz $0 < k_1 < k_2$ i asimptotski stabilan kada $\tilde{\boldsymbol{\theta}} \to \mathbf{0}$. Pri tome se funkcije $\boldsymbol{\phi}\tilde{\theta}$ i $\boldsymbol{\varphi}(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$ smatraju linearnom i nelinearnom vremenski promjenjivom funkcijom ulazne varijable $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ koja je neovisna o $\boldsymbol{\varepsilon}$ i $\boldsymbol{\chi}$. Ove funkcije su ograničene maksimalnim dozvoljenim iznosima struja i napona te maksimalnim dozvoljenim vrijednostima za $\hat{R}_s$, $\hat{\alpha}$ i $\hat{\omega}_r$. Svi nabrojani uvjeti su uvjeti stabilnosti ulaz-stanje (eng. *input to state stability*) kod neautonomnih sustava [10, 19].

Dakle, ukoliko se može ostvariti sustav koji će procijenjivati parametre modela asinkronog stroja takav da $\tilde{\boldsymbol{\theta}} \to \mathbf{0}$, tada će se osigurati i asimptotska stabilnost osmotritrelja struje i magnetskog toka stroja.

4.4.3. Procjena parametara Volterra transformiranim regresijskim modelom

Cilj ovog potpoglavlja je korištenje rekurzivne metode procjene parametara regresijskog modela kako bi se procijenili nepoznati otpor statora $\hat{R}_s$, nepoznat inverz vremenske konstante rotora $\hat{\alpha}$ i nepoznata i prije svega nemjerljiva brzina vrtnje asinkronog stroja $\hat{\omega}_r$.

Kao osnovni alat primijenit će se Volterra transformacija s BC-NK kernel funkcijom (4-54). Ona omogućava korištenje numeričkih derivacija signala u procjeni parametara stroja.

Vremensku derivaciju neke funkcije i-tog stupnja, će se zbog kraćeg zapisa označavati s $(\cdot)^{(i)}$. Počinje se od matematičkog modela asinkronog stroja zapisanog u $\boldsymbol{\psi}_\sigma - \boldsymbol{\chi}$ strukturi (4-72) koji se ponavlja radi jednostavnosti praćenja:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\psi}_\sigma^{(1)} &= \mathbf{u} + \boldsymbol{\chi} - R_s\mathbf{i}_s + \alpha\mathbf{i}_s + \omega_r\mathbf{J}_r\boldsymbol{\psi}_\sigma \\ \boldsymbol{\chi}^{(1)} &= \alpha(\mathbf{u} - R_s\mathbf{i}_s) - \omega_r\mathbf{J}_r(\mathbf{u} - R_s\mathbf{i}_s) \end{aligned} \tag{4-81}$$

Derivacijom prve jednadžbe po vremenu dobiva se sljedeći izraz:

$$\boldsymbol{\psi}_\sigma^{(2)} = \mathbf{u}^{(1)} + \boldsymbol{\chi}^{(1)} + \boldsymbol{\phi}^{(1)}\boldsymbol{\theta} \tag{4-82}$$

Ovdje se podsjeća na oznake $\boldsymbol{\phi}$, θ i uvodi dodatno supstitucija desne strane jednakosti varijable stanja $\boldsymbol{\chi}^{(1)}$ kao funkcija $\mathbf{f}_\chi$:

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} R_s & \alpha & \omega_r \end{bmatrix}^T \tag{4-83}$$

$$\boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} -\mathbf{i}_s & -L_s\mathbf{i}_s & \mathbf{J}_r\boldsymbol{\psi}_\sigma \end{bmatrix} \tag{4-84}$$

$$\mathbf{f}_\chi = \alpha(\mathbf{u} - R_s\mathbf{i}_s) - \omega_r\mathbf{J}_r(\mathbf{u} - R_s\mathbf{i}_s) \tag{4-85}$$

Jednadžba (4-82) sada poprima oblik:

$$\boldsymbol{\psi}_\sigma^{(2)} - \mathbf{u}^{(1)} = \mathbf{f}_\chi + \boldsymbol{\phi}^{(1)}\boldsymbol{\theta} \tag{4-86}$$

Dobiveni izraz s lijeve strane ima poznate, mjerljive veličine, gdje se struja preko varijable $\boldsymbol{\psi}_\sigma$ pojavljuje kroz drugu vremensku derivaciju, a napon kroz prvu vremensku derivaciju. Lijevu stranu označava se kao mjerljivu veličinu $\mathbf{z} = \boldsymbol{\psi}_\sigma^{(2)} - \mathbf{u}^{(1)}$. S desne strane izraza javlja se dio linearan u parametrima u obliku prve derivacije matrice $\boldsymbol{\phi}$ i nelinearna funkcija $\boldsymbol{f}_\chi$.

Kako bi se ovaj izraz sveo na regresijski model moguće je provesti postupak linearizacije. Počinje se uvođenjem oznake $\mathbf{f}_\phi(\theta) = \mathbf{f}_\chi + \boldsymbol{\phi}^{(1)}\boldsymbol{\theta}$. Oznaku funkcijske ovisnosti o mjerenim veličinama u funkciji $\mathbf{f}_\phi$ će se izostaviti. Dakle, model (4-86) je sveden na izraz:

$$\mathbf{z} = \mathbf{f}_\phi(\theta) \tag{4-87}$$

Ukoliko se pretpostavi da su mjerenja $\mathbf{z}$ generirana funkcijom $\mathbf{f}_\phi$ uz stvarni set parametara $\boldsymbol{\theta}$, onda u determinističkom smislu jednadžba (4-87) opisuje stvarno vladanje sustava. Ukoliko se procijeni parametre $\hat{\boldsymbol{\theta}}$, oni će kroz funkciju $\mathbf{f}_\phi$ generirati procjenu mjerenih veličine $\hat{\mathbf{z}}$. Zato vrijedi:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \mathbf{f}_\phi(\boldsymbol{\theta}) \\ \hat{\mathbf{z}} &= \mathbf{f}_\phi(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \\ \mathbf{e} &= \mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}} = \mathbf{f}_\phi(\boldsymbol{\theta}) - \mathbf{f}_\phi(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \end{aligned} \tag{4-88}$$

Funkcije $\mathbf{f}_\phi(\boldsymbol{\theta})$ i $\mathbf{f}_\phi(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ razvijaju se u Taylorov red oko točke $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ i zanemaruju članove drugog i viših redova.

$$\mathbf{e} = \mathbf{f}_\phi(\hat{\boldsymbol{\theta}}) + \frac{\partial \mathbf{f}_\phi}{\partial \boldsymbol{\theta}}\left(\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}\right) - \mathbf{f}_\phi(\hat{\boldsymbol{\theta}}) - \frac{\partial \mathbf{f}_\phi}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}\right) \tag{4-89}$$

$$\mathbf{e} = \frac{\partial \mathbf{f}_\phi}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left(\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}} \right) \tag{4-90}$$

Parcijalna derivacija $\frac{\partial \mathbf{f}_\phi}{\partial \boldsymbol{\theta}}$ je matrica oblika:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}_\phi}{\partial \boldsymbol{\theta}} &= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left(\mathbf{f}_\chi + \boldsymbol{\phi}^{(1)} \boldsymbol{\theta} \right) \\ &= \boldsymbol{\phi}_1 + \boldsymbol{\phi}^{(1)} \end{aligned} \tag{4-91}$$

gdje je:

$$\boldsymbol{\phi}_1 = \begin{bmatrix} -\alpha \mathbf{i}_s + \omega_r \mathbf{J}_r \mathbf{i}_s & \mathbf{u} - R_s \mathbf{i}_s & -\mathbf{J}_r (\mathbf{u} - \hat{R}_s \mathbf{i}_s) \end{bmatrix} \tag{4-92}$$

Pogreška procjene postaje:

$$\begin{aligned} \mathbf{e} &= \left(\boldsymbol{\phi}_1 + \boldsymbol{\phi}^{(1)} \right) \tilde{\boldsymbol{\theta}} \\ &= \left(\boldsymbol{\phi}_1 + \boldsymbol{\phi}^{(1)} \right) \boldsymbol{\theta} - (\boldsymbol{\phi}_1 + \boldsymbol{\phi}^{(1)}) \hat{\boldsymbol{\theta}} \\ &= \boldsymbol{\Phi} \tilde{\boldsymbol{\theta}} \end{aligned} \tag{4-93}$$

Ukoliko se prihvati linearizacija, moguće je pretpostaviti da je $\mathbf{z} = \left(\boldsymbol{\phi}_1 + \boldsymbol{\phi}^{(1)} \right) \boldsymbol{\theta}$ vrijedi:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= (\boldsymbol{\phi}_1 + \boldsymbol{\phi}^{(1)}) \hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{e} \\ &= \boldsymbol{\Phi} \hat{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{e} \\ &= \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\theta} \end{aligned} \tag{4-94}$$

Izveden je regresijski model pseudolinearan u parametrima. To znači da se procijenjeni parametri pojavljuju unutar matrice regresora $\boldsymbol{\Phi}$, konkretno ovdje unutar $\boldsymbol{\phi}_1$. Pseudolinearnoj regresiji tradicionalno je teško za dokazati asimptotska svojstva. Ipak, u literaturi se uglavnom unutar regresijske matrice nalaze podaci za više povijesnih trenutaka, umjesto za samo jedan. Kada je riječ o regresijskoj matrici koja ovisi samo o jednom vremenskom trenutku, kao što je ovdje slučaj, nije nužno raditi striktno pozitivno realnu filtraciju prethodnih procjenitelja kako bi se izrazilo trenutnu matricu $\boldsymbol{\Phi}$. Tada se pseudolinearna regresija svodi može rješavati metodama istovjetnim linearnoj regresiji, prema knjizi [12].

Idealno bi bilo parametre $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ procijenjivati pomoću rekurzivne metode opisane u potpoglavlju 4.2. Ipak, numerički problemi na koje bi se naišlo računanjem derivacije funkcija izazvali bi nestabilnosti u radu. Zato se predlaže korištenje Volterra transformacije (4-31). Ukoliko se primijeni Volterra operator na obje strane jednadžbe (4-93) dobiva se sljedeće:

$$\mathcal{V}[\mathbf{e}] = \mathcal{V}[\boldsymbol{\Phi}\tilde{\boldsymbol{\theta}}] \tag{4-95}$$

Izraz (4-95) predstavlja filtriranu pogrešku, gdje je filtracija ostvarena korištenjem Volterra integralnog operatora. U literaturi [15] ovaj pristup naziva se engleskom terminologijom *error filtering online* metodom gdje se naglašava važnost da filtracija pogreške nužno bude striktno pozitivno realna. Ovaj uvjet se dodatno postavlja i u [18].

Kako je pokazano, Volterra implementacija s BC-NK Kernelom nije striktno pozitivno realna već samo pozitivno realna. Ovaj problem je nužno riješiti kako bi se moglo pristupiti estimaciji parametara. Uvodi se proširenje pogreške

$$\mathcal{V}[\mathbf{e}'] = \mathcal{V}[\mathbf{e}] + \mathcal{V}[\boldsymbol{\Phi}\hat{\boldsymbol{\theta}}] - \mathcal{V}[\boldsymbol{\Phi}]\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{4-96}$$

Moguće je primijetiti da $\mathbf{e}' \to \mathbf{e}$ kako $\hat{\boldsymbol{\theta}} \to \boldsymbol{\theta}$. Regresijsku jednadžbu (4-95) moguće je dodatno raspisati:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}[\mathbf{e}] &= \mathcal{V}[\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\theta}] - \mathcal{V}[\boldsymbol{\Phi}\hat{\boldsymbol{\theta}}] \\ &= \mathcal{V}[\boldsymbol{\Phi}]\boldsymbol{\theta} - \mathcal{V}[\boldsymbol{\Phi}\hat{\boldsymbol{\theta}}] \end{aligned} \tag{4-97}$$

Sada se uvrštava definicija $V[\mathbf{e}']$ u raspisanu regresijsku jednadžbu (4-97) i dobiva se:

$$\mathcal{V}[\mathbf{e}'] = \mathcal{V}[\boldsymbol{\Phi}]\tilde{\boldsymbol{\theta}} \tag{4-98}$$

Dobiveni model u modificiranoj pogrešci $\mathbf{e}'$ sada odgovara modelu predikcijske greške (4-3), uz koju se rekurzivnim postupkom minimizacije kriterija najmanjih srednjih odstupanja (4-20) i (4-21) može procijeniti parametre $\boldsymbol{\theta}$.

Konkretno, vremenski kontinuirani adaptivni zakon za procjenu parametara asinkronog stroja je:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = \boldsymbol{\Gamma}\mathcal{V}[\boldsymbol{\Phi}]^T\mathcal{V}[\mathbf{e}'] \tag{4-99}$$

Gdje je:

$$\boldsymbol{\Gamma} = \mathrm{diag}\begin{bmatrix}\gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3\end{bmatrix} \tag{4-100}$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\phi}_1 + \boldsymbol{\phi}^{(1)} \tag{4-101}$$

$$\mathcal{V}[\mathbf{e}'] = \mathcal{V}[\mathbf{z}] - \mathcal{V}[\mathbf{f}_\chi] + \mathcal{V}[\boldsymbol{\phi}_1\hat{\boldsymbol{\theta}}] - \mathcal{V}[\boldsymbol{\phi}_1]\hat{\boldsymbol{\theta}} - \mathcal{V}[\boldsymbol{\phi}^{(1)}]\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{4-102}$$

Rekurzivni procjenitelj parametara (4-99) je globalno stabilan i asimptotski stabilan ako je zadovoljen uvjet trajnosti pobude matrice $\mathcal{V}[\boldsymbol{\Phi}]$ predstavljen u (4-28).

4.4.4. Osvrt na uvjete konvergencije procjene parametara

Uvjet trajnosti pobude matrice regresora $\mathcal{V}[\boldsymbol{\Phi}]$ je važan čimbenik za konvergenciju procijenjenih parametara u stvarne vrijednosti $\hat{\boldsymbol{\theta}} \to \boldsymbol{\theta}$, odnosno $\tilde{\boldsymbol{\theta}} \to \mathbf{0}$.

Dovoljan uvjet koji zadovoljava (4-28) je pozitivna definitnost matrice $\mathcal{V}[\boldsymbol{\theta}]^T\mathcal{V}[\boldsymbol{\theta}]$, a nužan uvjet je pozitivna definitnost njenog integrala.

Uvjet trajnosti pobude detaljno je izučavan u recentnoj literaturi. Ističu se radovi [119] u kojem se pokazuje asimptotska stabilnost jednadžbe (4-25) uz aditivni poremećaj. Ovaj zaključak je zgodan zbog mogućnosti postojanja aditivnih grešaka u mjerenjima struja i napona asinkronog stroja. Nadalje, rad [120] pokazuje uvjet trajnosti pobude u vezi s pojmom dovoljne razine pobude signala (eng. *sufficiently rich input*) za MIMO vremenski promjenjive sustave. Iz ovog rada može se izvući zaključak da će trajnost pobude kao uvjet biti ispunjen za MIMO sustave ako je ulazni signal multikomponentan (u smislu broja frekvencija u Fourierovoj transformaciji) s minimalno onoliko komponenti koliko ima parametara koliko se u sustavu traži.

Danas znanstvenici ulažu dodatne napore kako bi relaksirali uvjete trajnosti pobude. Npr. u [121] prikazuje se uvjet inicijalne pobude kao moguće pojednostavljenje. Osnovni pristup u ovoj teoriji početne pobuđenosti je vezan za filtracije regresorske matrice $\boldsymbol{\Phi}$ gdje je zaključno da će uz zadovoljen uvjet trajne pobuđenosti, što je stroži uvjet u odnosu na početnu pobuđenost i filtraciju regresora, u ovom slučaju Volterra operatorom biti trajno pobuđena. Utemeljeno na ovom razmatranju, moguće je promatrati trajnost pobude regresorske matrice $\boldsymbol{\Phi}$ umjesto njene transformacije $\mathcal{V}[\boldsymbol{\Phi}]$.

U temeljnoj literaturi [12, 16, 15] je također opisan uvjet trajnosti pobude u vezi s ulaznim signalima kao i u [120], ali nije dana analiza za vremenski promjenjive sustave. U slučaju modela ove disertacije, radi se o nelinearnom vremenski nepromjenjivom sustavu koji se svodi na linearni, ali Volterra transformacija uvodi vremensku promjenjivost. Stoga su zaključci iz [120] dovoljni da se zaključi da vremenska promjenjivost neće utjecati na trajnost pobude, ali isto tako da je potrebno ostvariti minimalno tri različite frekvencije u signalu struje $\mathbf{i}_s$

kako bi regresor $\mathbf{\Phi}$ bio dovoljno pobuđen.

Analitički izvod pozitivne definitnosti matrice $\mathbf{\Phi}^T\mathbf{\Phi}$ nije moguće izraziti u odnosu na radne uvjete stroja (iznos struje, brzine, stacionarno/dinamičko stanje itd.). Ipak, znanstvenici su u zadnjih desetak godina ulovžili značajne napore kako bi ispitali identifikabilnost modela asinkronog stroja u raznim režimima rada. Osnovna osmotrivost modela asinkronog stroja proučavana je u [31], a detaljno sistematizirana u radu [105]. Kao osnovni uvjet za osmotrivost asinkronog stroja postavlja se vremenska promjenjivost magnetskog toka rotora stroja. Ovo se i bez ulaza u matematički opis osmotrivosti vidi iz prve jednadžbe inverz-Γ modela asinkronog stroja (4-62). Uvrštavanjem $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\psi}_\mu = 0$ dobiva se:

$$(-\alpha\mathbf{I} + \omega_r\mathbf{J}_r) = \boldsymbol{\psi}_\mu R_r'\mathbf{i}_s \tag{4-103}$$

što uvršteno u prvu jednadžbu modela (4-62) daje:

$$\sigma L_s\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\mathbf{i}_s = \mathbf{u} - (R_s + R_r')\mathbf{i}_s \tag{4-104}$$

Iz prethodnog izraza jasno se vidi da će uz konstantan rotorski tok, jednadžba koja povezuje napone i struje asinkronog stroja biti neovisna o brzini vrtnje, tj. brzina vrtnje nije osmotriva. Što se tiče inverza rotorske vremenske konstante α, njena identifikabilnost strogo ovisi prvo o uvjetu identifikabilnosti brzine vrtnje, budući da su ove dvije veličine vezane s jednadžbom (2-104) koja se ovdje ponavlja:

$$\omega_\gamma - \omega = \alpha\frac{i_{st}}{i_\mu} = \alpha\frac{M_e}{k_m i_\mu^2} \tag{4-105}$$

gdje je: $k_m = \frac{3}{2}p(1-\sigma)L_s$. Dodatno se može zaključiti da je inverz rotorske vremenske konstante nemoguće razlučiti od brzine vrtnje ako je sinkrona brzina jednaka nuli i ako asinkroni stroj ne razvija moment (nije opterećen).

Otpor statora identifikabilna je veličina vezana za asinkroni stroj, a prema navodima u [92] trivijalni uvjet za identifikabilnost otpora statora je postojanje struje u obje osi rotorski orijentiranog *mt* sustava. Ipak, u radu [87] autori naznačuju da je otpor identifikabilan zajedno s inverzom rotorske vermenske konstante i brzine vrtnje, ali u stacionarnom stanju. U radu [118] autori predlažu korištenje aktivacijske funkcije kako bi spriječili adaptaciju otpora statora za vrijeme tranzijenata brzine vrtnje zbog utjecaja pogreške brzine vrtnje na pogrešku u strujama.

Zaključno ovim razmatranjima može se tvrditi:

- Trojac ω_r, α i R_s nisu identifikabilne veličine ukoliko ih se identificira istovremeno
- Za identifikaciju brzine vrtnje potrebno je imati varijabilni magnetski tok rotora
- Za identifikacije inverza rotorske vremenske konstante potrebno je imati varijabilni magnetski tok rotora i moment opterećenja stroja.
- Struja AM mora imati barem tri komponente različite frekvencije

Upravo zbog prikazanih uvjeta, za realizaciju vektorskog upravljanja s adaptivnim osmotriteljem stanja bira se promjenjiva referenca struje magnetiziranja kao:

$$i_\mu^* = i_{\mu,ref} + A_1 cos(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t) \tag{4-106}$$

i prihvaća se aktivacijska funkcija predstavljena u radu [118] u obliku vremenski promjenjivog pojačanja $\Gamma(t)$ u adaptivnom zakonu (4-99):

$$\Gamma(t) = \Gamma_{const}\Gamma_{ac} \tag{4-107}$$

gdje je:

$$\mathbf{\Gamma}_{ac} = \text{diag}\begin{bmatrix} e^{-\gamma_{ac}(\omega_r^* - \omega_r)} & e^{-\gamma_{ac}(\omega_r^* - \omega_r)} & 1 \end{bmatrix} \tag{4-108}$$

Još jedan utjecaj na konvergenciju mora se proučiti s gledišta linearizacije nelinearne funkcije $\mathbf{f}_\chi$ u (4-91). Iako je u radovima [118, 70, 122] navedeno kao primjer da linearizacija neće imati utjecaj na konačan rad osmotritelja stanja i adaptivnog estimatora parametara, ta se tvrdnja u kontekstu ove disertacije pobija.

Naime, u izvodu adaptivne metode je rečeno da će linearizirani model i nelinearni model težiti u istu vrijednost pod uvjetom idealnih konvergencija parametara, jednadžba (4-80) i (4-93). Ipak, zbog dodatnog unosa oscilacija u struju magnetiziranja, ova oscilacija se nužno prenosi i na brzinu vrtnje putem algoritma vektorske regulacije. Niti jedan adaptivni dinamički sustav ne može beskonačno brzo pratiti promjenu nekog parametra, što znači da će uvijek postojati neki $\tilde{\omega}_r \neq 0$.

Predikcijska pogreška $\mathbf{e}_1$ generirana pomoću nelinearne funkcije $\hat{\mathbf{f}}_\chi$ i linearne regresije je bez lienarizacije zapravo definirana kao:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{e}_1 &= \mathbf{z} - \hat{\mathbf{z}} \\ &= \mathbf{f}_\chi(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\phi}\boldsymbol{\theta} - \mathbf{f}_\chi(\hat{\boldsymbol{\theta}}) + \boldsymbol{\phi}\boldsymbol{\theta} \\ &= \boldsymbol{\Phi}\tilde{\boldsymbol{\theta}} - (\tilde{\alpha}\mathbf{I} - \tilde{\omega}_r\mathbf{J}_r)\tilde{R}_s\mathbf{i}_s \end{aligned} \tag{4-109}$$

Kako se pretpostavlja da je linearizirana pogreška $\mathbf{e}$ definirana s (4-93) minimizirana, može se promatrati idealan slučaj da je ona jednaka 0. Tada za stvarnu nelinearnu pogrešku vrijedi:

$$\mathbf{e}_1 = -(\tilde{\alpha}\mathbf{I} - \tilde{\omega}_r\mathbf{J}_r)\tilde{R}_s\mathbf{i}_s \tag{4-110}$$

Dakle, minimizacijom lineariziranog sustava ostaje trend u pogrešci procjene nelinearnog sustava. Ovaj trend ovisi o pogrešci procijenjenih parametara. U idealnom slučaju, kada bi adaptivni zakon s linearizacijom svodio $\mathbf{e}_1 = 0$, tada bi ostalo:

$$\tilde{\omega}_r\mathbf{J}_r\mathbf{i}_s = \tilde{\alpha}\mathbf{I}\mathbf{i}_s \tag{4-111}$$

odakle se transformacijom u mt rotorski orijentirani koordinatni sustav dobiva:

$$\tilde{\omega}_r\mathbf{J}_r\mathbf{i}_{s,mt} = \tilde{\alpha}\mathbf{I}\mathbf{i}_{s,mt} \tag{4-112}$$

Razdvojeno po komponentama:

$$\begin{aligned} -\tilde{\omega}_r i_{s,t} &= \tilde{\alpha} i_{s,m} \\ \tilde{\omega}_r i_{s,m} &= \tilde{\alpha} i_{s,t} \end{aligned} \tag{4-113}$$

i konačno uvrštavanjem gornjeg izraza u donji:

$$-\tilde{\omega}^2 i_{st} = \tilde{\alpha}^2 i_{st} \tag{4-114}$$

Jasno je da će, u slučaju postojanja odstupanja u procjeni brzine vrtnje, odmah postojati odstupanje i u inverzu rotorske vremenske konstante. Ono što je važno za primijetiti da će ova odstupanje uzrokovati i pogrešku $\mathbf{e}_1$ i sve skupa će ovisito o iznosu opterećenja stroja ako se pretpostavi režim vektorskog upravljanja gdje se struja magnetiziranja održava približno konstantnom. Što veći teret, veća je i pogreška u procjeni parametara zbog linearizacije.

U cijelosti sintetizirani estimator stanja s adaptivnom procjenom parametara prikazan je na sljedećoj stranici.

Adaptivni estimator stanja i parametara asinkronog stroja

Osmotritelj stanja:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{\boldsymbol{\psi}}_\sigma &= \mathbf{u} + \hat{\boldsymbol{\chi}} - \hat{R}_s\mathbf{i}_s + \hat{\alpha}\mathbf{i}_s + \hat{\omega}_r\mathbf{J}_r\boldsymbol{\psi}_\sigma + k_1\boldsymbol{\varepsilon}\\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{\boldsymbol{\chi}} &= \hat{\alpha}\Big(\mathbf{u} - \hat{R}_s\mathbf{i}_s\Big) - \hat{\omega}_r\mathbf{J}_r\Big(\mathbf{u} - \hat{R}_s\mathbf{i}_s\Big) + k_2\boldsymbol{\varepsilon}\end{aligned} \tag{4-115}$$

Adaptivni zakon:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = \boldsymbol{\Gamma}(t)\mathcal{V}[\boldsymbol{\Phi}]^T\mathcal{V}[\mathbf{e}'] \tag{4-116}$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} R_s & \alpha & \omega_r \end{bmatrix}^T \tag{4-117}$$

Supstitucije za osmotritelj stanja:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{i}_s - \hat{\mathbf{i}}_s = \frac{1}{\sigma L_s}\Big(\boldsymbol{\psi}_\sigma - \hat{\boldsymbol{\psi}}_\sigma\Big) \tag{4-118}$$

$$0 < k_1 < k_2 \tag{4-119}$$

Supstitucije za adaptivni zakon:

$$\boldsymbol{\Gamma}(t) = \Gamma_{const}\boldsymbol{\Gamma}_{ac} \tag{4-120}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{const} = \mathrm{diag}\begin{bmatrix}\gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3\end{bmatrix}; \qquad \gamma_i > 0 \tag{4-121}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{ac} = \mathrm{diag}\begin{bmatrix} e^{-\gamma_{ac}(\omega_r^* - \omega_r)} & e^{-\gamma_{ac}(\omega_r^* - \omega_r)} & 1\end{bmatrix} \tag{4-122}$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\phi}_1 + \boldsymbol{\phi}^{(1)} \tag{4-123}$$

$$\mathcal{V}[\mathbf{e}'] = \mathcal{V}[\mathbf{z}] - \mathcal{V}[\mathbf{f}_\chi] + \mathcal{V}[\boldsymbol{\phi}_1\hat{\boldsymbol{\theta}}] - \mathcal{V}[\boldsymbol{\phi}_1]\hat{\boldsymbol{\theta}} - \mathcal{V}[\boldsymbol{\phi}^{(1)}]\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{4-124}$$

$$\mathbf{z} = \boldsymbol{\psi}_\sigma^{(2)} - \mathbf{u}^{(1)} \tag{4-125}$$

$$\mathbf{f}_\chi = \alpha(\mathbf{u} - R_s\mathbf{i}_s) - \omega_r\mathbf{J}_r(\mathbf{u} - R_s\mathbf{i}_s) \tag{4-126}$$

$$\boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} -\mathbf{i}_s & -L_s\mathbf{i}_s & \mathbf{J}_r\boldsymbol{\psi}_\sigma \end{bmatrix} \tag{4-127}$$

$$\boldsymbol{\phi}_1 = \begin{bmatrix} -\alpha\mathbf{i}_s + \omega_r\mathbf{J}_r\mathbf{i}_s & \mathbf{u} - R_s\mathbf{i}_s & -\mathbf{J}_r(\mathbf{u} - \hat{R}_s\mathbf{i}_s)\end{bmatrix} \tag{4-128}$$

4.5. Smanjenje utjecaja šuma mjerenja

Svakako jedan od detalja kojemu se treba posvetiti pri dizajnu sustava povratnih veza za upravljanje asinkronim strojevima je šum u mjerenjima. Iz teorije adaptivnog upravljanja [18, 19], moguće je brzo zaključiti da će pri odabiru parametara adaptivnih zakona, u slučaju ove disertacije $\mathbf{\Gamma}$, k_1 i k_2, utjecaj šuma imati presudnu ulogu. Kao iskustveno pravilo kod dizajna adaptivnih zakona za nelinearne sustave, što je veće pojačanje, brži je dinamički odziv sustava, ali isto tako raste osjetljivost na šum.

Upravo je ovaj izazov motivacija da se dizajnira filter koji će signale struje koji su mjereni ili u kontekstu analize rada estimatora stanja i parametara u ovom doktoratu, simulirani, prije slanja u estimator prilagoditi kako bi se šum smanjio.

Sam dizajn filtera je tematika za znanstveno polje obrade signala i statistike. Neke temeljne literature su, primjerice, [123] i [124], a od istaknutih autora svakako treba napomenuti Simona Haykina koji je ostavio značajan doprinos u području.

U primjeni na asinkrone strojeve, o samim tehnikama filtriranja povratnih veza zapravo ima vrlo malo literature. Tako, primjerice, u knjizi [125] može se pronaći šturi opis niskopropusnih tehnika filtriranja za procjenu protuelektromotorne sile izmjeničnih strojeva. Tehnike filtracija kod izmjeničnih strojeva dotiču se i u knjizi [126] gdje autori prikazuju primjene niskopropusnih filtracija u obradi naponskih signala kako bi ih mogli grafički prikazati. Opisuju korištenje Buterworthovih niskopropusnih filtera za "glađi" izračun djelatne i jalove snage te korištenje filtera prvog reda struje i napona stroja za izračun trenutnih djelatnih i jalovih snaga. Osim toga, spominje i niskopropusnu filtraciju razlike $\mathbf{u} - R_s\mathbf{i}_s$ kako bi se poboljšao izračun magnetskog toka. Ove tehnike u navedenim knjigama vrlo se šturo spominju bez ulaženje u detalje i obrazloženja zašto su baš te tehnike odabrane.

O primjeni filtracijskih tehnika kod asinkronih strojeva najviše se radova može pronaći vezanih za procjenu brzine vrtnje asinkronog stroja iz harmoničkih komponenti struje uzrokovanih varijacijom induktiviteta zbog utora i zubi statora ili rotora stroja. Tako se u radovima [127, 128] može proučiti primjena niskopropusnih i pojasno propusnih filtera struje u povratnoj vezi kako bi se izdvojile korisne harmonike za procjenu brzine vrtnje.

Slične primjene tehnika filtracija u primjeni na struju asinkronog stroja može se naći i u radovima [129] i posebice [130], gdje se spominje statistička procedura procjene parametara filtera kako bi se realizirala adaptivna filtracija. Detaljni matematički opis je iz tog rada

ipak izostavljen.

U servo pogonima često se filtrira signal s digitalnog enkodera koji dolazi u obliku položaja, a ne brzine vrtnje te taj podatak treba derivirati kako bi se dobio iznos brzine vrtnje. U radu [131] može se vidjeti jedan pristup izračuna derivacije upravo Kalman filterom koji služi kao niskopropusni filter. Detaljne tehnike filtriranja za procjenu brzine vrtnje na temelju mjerenja položaja mogu se naći u disertaciji [132] koja je posebice interesantna zato što posebno ističe problem s faznošću izlaznih signala prilikom filtracije koji narušavaju rad reguliranih elektromotornih pogona. Rad [133] daje jedan pregled predikcijskih metoda koje se koriste u obradi signala i napominje da se primjena tih metoda može potražiti u [4]. U samoj knjizi [4] pronalaze se napredne metode filtriranja zasnovane na umjetnim neuronskim mrežama, čija se svrha proširuje na estimaciju i unaprijeđenje rada asinkronog pogona. Također se ističe jedna svrha filtracija zasnovanih na umjetnim neuronskim mrežama, a to je filtriranje bez kašnjenja.

U nedostatku druge literature istražena su komercijalna rješenja. Naravno, same implementacije sustava obrade signala u frekventnim pretvaračima su izrazito teško dostupne, ali opisi nekih tehnika mogu se pronaći u priručnicima i uputama Siemens S120 modularnih pretvarača [134]. Tamo se jasno ističe da se za referentni signal struje, posebice u režimu regulacije momenta, može upotrijebiti do četiri kaskadno vezana filtra drugog reda. U povratnoj vezi također se prikazuje filtracija niskopropusnim filterom prvog reda, a nije poznato je li takva filtracija samo prikazana zbog parametrizacije na temelju koje se interno podešavaju složeniji sustavi.

Samo filtriranje nekog signala kao tehnika analogne ili digitalne obrade signala se u pravilu proučava u frekvencijskoj domeni [123]. Tu se mogu primijetiti tehnike dizajna FIR ili IIR filtera na temelju frekventnih karakteristika. Ovdje dizajner filtera unaprijed odabire idealna željena svojstva filtera, koja se onda pokušavaju ostvariti nekom od metoda dizajna kao što su metoda prozora ili optimalni filter minimalnog reda.

Dakako, takav dizajn nužno ostavlja posljedice u smislu faznog zakreta koji nije jednak za sve frekvencije u promatranom spektru i posljedice nejednake amplitude rezultiranog signala (najčešće prigušenja). Ove posljedice se onda u dizajnu regulacijskih krugova nužno moraju kompenzirati, a osnovne tehnike kompenzacije su tzv. *lead-lag* članovi koji služe za fazni zakret određenog frekvencijskog pojasa (kompenzaciju faze), dodavanje pojačala za kompenzaciju prigušenja itd. Primjena tehnike kompenzacije faznih kašnjenja na upravljanje

elektromotorima mogu se promotriti u [5].

Druge tehnike kompenzacije su svakako dizajn regulacijskih krugova kod kojih je filtracija uračunata u rad sustava. Ovakve tehnike mogu se proučiti u [15] koje postavljaju uvjet striktno pozitivno realne filtracije.

4.5.1. ARMAX struktura vremenskih nizova

U nastavku ovog potpoglavlja predstavit će se rješenje problema filtracije signala pomoću statističkog pristupa.

Polazi se od osnovnog izraza za autoregresivni proces s pomičnim usrednjivanjem i dodatnom ulaznom varijablom. Ovaj proces je u statistici nazvan AR-MA-X slučajni proces (*autoregresive-moving average - exogenus variable*). Više o modeliranju vremenskih nizova ARMAX strukturama moguće je pročitati u [107, 108]. ARMAX strukture su u kontekstu dinamičkih modela sustava opisane u [13]. Ukoliko je mjerljivi izlaz diskretnog sustava u k-tom trenutku $y[k]$, ulaz $u[k]$ i poremećaj $w[k]$, tada je ARMAX(p,q,r) model tog sustava:

$$y[k] + \sum_{i=1}^{p} a_i y[k-i] = \sum_{i=1}^{r} b_i u[k-i] + \sum_{i=1}^{q} c_i w[k-i] \tag{4-129}$$

Ovaj model kao parametre ima stupanj AR dijela p, MA dijela q i X dijela r te pripadne koeficijente.

Pri tome su y i u mjerljive veličine, dok je $w[k] \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w)$ poremećaj u obliku šuma normalne distribucije s očekivanjem nula i varijancom σ_w. Statistički gledano, uvjet za postojanje ARMAX modela nekog procesa je svakako *slaba* stacionarnost tog procesa u statističkom smislu, odnosno, nepromjenjivost matematičkog očekivanja procesa y. Kod podataka sa sinusnim vladanjem može se postrožiti kriterij i na striktnu stacionarnost u statističkom smislu, koji je zadovoljen ukoliko je fazni pomak konstantan i vremenski neovisan.

Navedeni ARMAX model može se zapisati u regresijskoj formi i polinomnoj formi. Prvo se izvodi regresijska forma ARMAX modela

Prebacivanjem sume s lijeve na desnu stranu u izrazu (4-129) dobiva se:

$$y[k] = -\sum_{i=1}^{p} a_i y[k-i] + \sum_{i=1}^{r} b_i u[k-i] + \sum_{i=1}^{q} c_i w[k-i] \tag{4-130}$$

Prethodni izraz može se matrično zapisati u obliku:

$$y[k] = \boldsymbol{\phi}_{pqr}\boldsymbol{\theta}_{ARMAX} \tag{4-131}$$

gdje je:

$$\boldsymbol{\phi}_{pqr} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_y & \boldsymbol{\phi}_u & \boldsymbol{\phi}_w \end{bmatrix} \tag{4-132}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\phi}_y &= \begin{bmatrix} -y[k-1] & -y[k-2] & \dots & -y[k-p] \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\phi}_u &= \begin{bmatrix} u[k-1] & u[k-2] & \dots & u[k-r] \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\phi}_w &= \begin{bmatrix} w[k-1] & w[k-2] & \dots & w[k-q] \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4-133}$$

$$\boldsymbol{\theta}_{ARMAX} = \begin{bmatrix} a_1 & \dots & a_p & b_1 & \dots & b_r & c_1 & \dots & c_q \end{bmatrix}^T \tag{4-134}$$

Ukoliko se pretpostavi da je u potpunosti poznata matrica regresora $\boldsymbol{\phi}_{pqr}$, tada se parametre ARMAX modela može procijenjivati nerekurzivnim i rekurzivnim metodama prikazanima u potpoglavlju 4.2. Može se primijetiti da će se ARMAX model rekurzivno identificirati tek nakon trenutka $k = \max\{m, q, r\}$ kako bi se formirali podaci regresora $\boldsymbol{\phi}_{pqr}[k]$. Kako je cilj dizajnirati adaptivni filter na temelju ARMAX struktura, u kontekstu ovog doktorata koristit će se rekurzivna metoda najmanjih kvadrata (4-18) koja se ovdje ponavlja:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{ARMAX}[k] = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{ARMAX}[k-1] + \boldsymbol{\Gamma}[k](e[k]) \tag{4-135}$$

uz $\boldsymbol{\Gamma}[k]$ definiran s (4-19). Veličina $e[k]$ već je ranije nazvana predikcijskom pogreškom regresijskih modela. Dodatno ju je moguće specificirati u kontektsu ARMAX modela kao:

$$e[k] = y[k] - \hat{y}[k] \tag{4-136}$$

gdje je $\hat{y}[k] = \mathcal{E}\{y[k] \mid y[k-1], w[k-1]\}$ prediktor varijable $y[k]$ izračunat uvjetnim očekivanjem na poznate realizacije varijabli do trenutka $k-1$.

Kako bi se mogao izračunati prediktor $\hat{y}[k]$, nužno je prethodno poznavati $\boldsymbol{\phi}_{pqr}[k]$, vektor unutar kojeg se nalazi vektor nepoznatog šuma. Zato se za procjenu parametara ovakvih modela mora prvo napraviti procjena šuma, tehnika koja se opisuje u nastavku, ali prije toga treba prikazati filtracijsku formu ARMAX modela.

4.5.2. ARMAX u ulozi filtera

Filtracijska forma ARMAX modela je zapravo primarni način analize i rada s ARMAX modelima. Dakako, detaljno je opisana u [12, 16], a ovdje se samo ukratko predstavlja s gledišta primjene ARMAX strukture kao filtra. U statističkoj literaturi [107, 69] također se ARMAX promatra u ovoj formi, ali se naglasak stavlja na statistička svojstva identificiranih modela, a ne na stabilnost, konvergenciju i numeričke probleme, kao u literaturi posvećenoj identifikaciji dinamičkih sustava.

Prema statističkoj notaciji, uvodi se operator unazadnog pomaka q^{-i} koji označava:

$$q^{-i}y[k] = y[k-i] \tag{4-137}$$

Uvrštavanjem operatora unazadnog pomaka moguće je sumaciju p,q i r unazadnih trenutaka ARMAX modela (4-129) svesti na polinome unazadnog operatora.

$$A(q)y[k] = B(q)u[k] + C(q)w[k] \tag{4-138}$$

gdje su sada $A(q)$,$B(q)$ i $C(q)$ polinomi oblika:

$$\begin{aligned} A(q) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \cdots + a_pq^{-p} \\ B(q) &= 1 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \cdots + b_rq^{-r} \\ A(q) &= 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \cdots + c_qq^{-q} \end{aligned} \tag{4-139}$$

Jednadžba (4-138) može se cijela podijeliti polinomom $A(q)$ i onda se dobiva izraz:

$$y[k] = \frac{B(q)}{A(q)}u[k] + \frac{C(q)}{A(q)}w[k] \tag{4-140}$$

gdje je, dakle, $y[k]$ izražen preko filtriranih funkcija $u[k]$ i $w[k]$. Ukoliko bi se jednadžbu (4-140) promatralo u z-domeni, operator unazadnog pomaka L bi se mijenjao s kompleksnom varijablom z te se može uočiti da se forma polinoma $A(q)$, $B(q)$ i $C(q)$ ne bi promijenila. Dakle, može se zaključiti da se razlomke u (4-140) može analizirati kao prijenosne funkcije u diskretnoj domeni.

U tom kontekstu, a kako je navedeno i u literaturama [12, 14, 16] , uzme li se za polinom $C(q) = 0$, jednadžba (4-140) predstavlja FIR filtriranje varijable $u[k]$.

S druge strane, za struju asinkronog motora u vektorskom upravljanju moguće je sva-

kako ustvrditi da će iznos struje u sljedećem trenutku ovisiti o iznosu struje u prethodnim trenucima (negativna povratna veza), tako da je prikladnije promatrati AR dio u svrhu kratkotrajne predikcije ponašanja struje asinkronog stroja. Isto tako, prisutstvo šumova u mjerenju je nedvojbeno i u praksi se najčešće smatra da je taj šum upravo statističkih svojstava bijelog šuma, što motivira korištenje MA dijela za kratkotrajnu predikciju struje asinkronog stroja.

Dakle, predlaže se struktura (4-141) kao optimalni filter za struju asinkronog stroja.

$$y[k] = \frac{C(q)}{A(q)} w[k] \tag{4-141}$$

Optimalnost filtera postiže se rekurzivnom minimizacijom kvadrata predikcijske greške metodom najmanjih kvadrata. Pri tome, korištenjem faktora zaboravljanja, moguće je dodatno poboljšati vremensku adaptivnost ARMA filtera, iako nije nužno njegovo korištenje te će se u ovoj disertaciji izbjeći dodatni parametar.

Sada su postavljeni temelji kako analizirati ARMA filter u frekvencijskoj domeni (4-141) i kako odabrati optimalan filter rekurzivnom metodom. Izlaz iz filtra dakako nije $y[k]$ budući da se ta oznaka koristi za mjerenu, zašumljenu veličinu koju se filtrom aproksimira. Izlazna veličina iz filtra je, zapravo, optimalni prediktor $\hat{y}[k]$ iz izraza (4-136) dobiven pomoću ARMA statističkog modela. I dalje ostaje problem izračuna ovog prediktora, zato što je šum $w[k]$ koji se nalazi u $\boldsymbol{\phi}_{pq}[k]$ nepoznata veličina. Preostaje jedino procijeniti iznos tog šuma $w[k]$ na temelju poznavanja procesa u trenutku $w[k-1]$.

Ukoliko je zadovoljen uvjet stabilnosti diskretnog filtra $\frac{C(q)}{A(q)}$ i stacionarnosti ARMA procesa, onda postoji polinomna ekspanzija razlomka:

$$\frac{C(q)}{A(q)} = H(q) = \sum_{i=0}^{n} h_k q^{-i} \tag{4-142}$$

$$H(q) - 1 = \sum_{i=1}^{n} h_k q^{-i} \tag{4-143}$$

Sada je moguće odrediti pomoću uvjetnog matematičkog očekivanja izraza (4-141), uvjetovano na poznavanje podataka do trenutka $[k-1]$ odrediti predikciju $\hat{y}[k]$. Ovdje se zapis s operatorom pomaka q vraća u izvorni oblik pomoću (4-137).

$$\hat{y}[k] = \mathcal{E}\{y[k]|y[k-1], w[k]\} = \mathcal{E}\left\{\sum_{i=0}^{n} h_k w[k-i]\right\} \tag{4-144}$$

Zbog linearnosti operatora matematičkog očekivanja vrijedi:

$$\hat{y}[k] = \mathcal{E}\{w[k]\} + \mathcal{E}\left\{\sum_{i=1}^{n} h_k w[k-i]\right\} \tag{4-145}$$

Prvi član s desne strane je matematičko očekivanje slučajnog procesa bijelog šuma koje je po definiciji jednako nuli. Drugi član s desne strane je, pak, matematičko očekivanje realiziranog procesa. Jasno da se u k-tom trenutku poznaje realizaciju $k-1$ trenutka. Zato vrijedi:

$$\hat{y}[k] = \sum_{i=1}^{n} h_k w[k-i] \tag{4-146}$$

Odnosno, prema (4-143)

$$\hat{y}[k] = [H(q) - 1]w[k] \tag{4-147}$$

Sada je umjesto $w[k]$ moguće uvrstiti $y[k]$ iz definicije ARMA procesa (4-141) i polinom $H(q)$ vratiti u razlomak $\frac{C(q)}{A(q)}$ te je u konačnici rezultat:

$$\hat{y}[k] = y[k] - \frac{A(q)}{C(q)} y[k] \tag{4-148}$$

$$e[k] = y[k] - \hat{y}[k] = \frac{A(q)}{C(q)} y[k] \tag{4-149}$$

Dakle, izvedeni su izrazi za prediktor ARMA modela, koji u ovom kontekstu filtriranja struje asinkronog motora označava izlaznu, filtriranu veličinu i predikcijsku pogrešku koja više ne ovisi o šumu $w[k]$ već je utjecaj tog šuma uračunat u obliku matematičkog očekivanja.

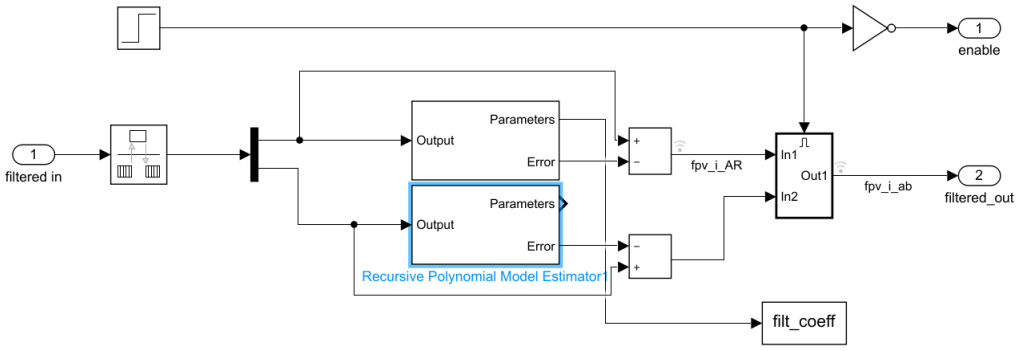
Zajedno s rekurzivnom formulom za proračun parametara (4-135), jednadnadžbe (4-148) i (4-149) čine samopodešavajući adaptivni filter za struju asinkronog motora kod kojeg su jedini parametri koji se biraju red AR i MA polinoma, p i q. Iz izraza (4-148) moguće je primijetiti da će se prediktor zapravo stvarati od umanjenja izvornog iznosa signala $y[k]$ s filtracijom tog signala. Za očekivati je da će filter $\frac{A(q)}{C(q)}$ zapravo blokirati frekvencijski pojas unutar kojeg se nalazi temeljna frekvencija od $y[k]$.

4.5.3. Eksperimentalna analiza adaptivnog ARMA filtera

Kako bi se proučio rad adaptivnog ARMA filtera, demonstrira se filtriranje struje asinkronog motora. Proveden je eksperiment na 4kW asinkronom stroju Končar E5AZ-112M koji je mehanički povezan s istosmjernim generatorom Siemens Schukert GM 65 (nezavisna uzbuda, nazivni napon 220 V, nazivna struja 36.5 A, nazivna struja uzbude 1.5 A, nazivna brzina vrtnje 1460 o/min). Armaturni namot istosmjernog generatora spojen je na opteretne otpornike, a uzbudni namot na reguliranu istosmjerni izvor napajanja. Kako bi se realiziralo skokovito opterećenje asinkronog motora, ne radi se direktno uključenje otpornika na napon praznog hoda armaturnog napona generatora već se sklopkom uključuje primar regulacijskog transformatora koji na sekundaru napaja uzbudni krug generatora.

Navedeni elektromotor pogonjen je Danfoss FC-302 frekventnim pretvaračem snage 5.5kW u režimu rada vektorskog upravljanja bez senzora brzine vrtnje. Sustav za mjerenje struje statora tog stroja identičan je sustavu korištenom u poglavlju 3.6.

Mjerene trofazne struje su prije filtriranja preračunate u stacionarni sustav $\alpha\beta$ korištenjem transformacije (2-47). Filtriranje se vršilo rekurzivnim ARMA postupkom implementiranim u Matlab/Simulink programu. Sam kod implementacije ARMA filtera i Matlab kodovi za analizu istih dani su na digitalnom mediju koji je priložen disertaciji, a blokovski dijagram implementacije ARMA filtera prikazan je slikom 4.7.

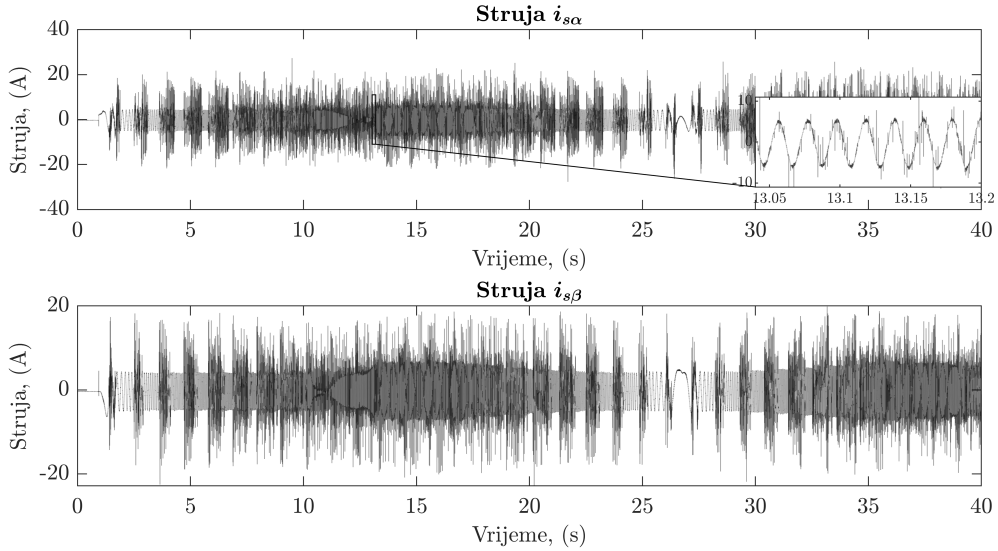


Slika 4.7: *Blokovska implementacija adaptivnog ARMA filtera u Simulinku za struje* $\mathbf{i}_{s,\alpha\beta}$

Promatrani tranzijenti za vrijeme kojih je mjerena struja asinkronog stroja su zalet, skokovito opterećenje, reverziranje motora.

Izmjerene struje u $\alpha\beta$ sustavu prikazane su slikom 4.8. Sa slika je jasno vidljiva promjena frekvencije struje asinkronog stroja za vrijeme linearnog zaleta od točke mirovanja u trećoj sekundi do stacionarne točke u 11. sekundi. U 13. sekundi dolazi do skokovitog opterećenja

stroja, a u 17. sekundi kreće reverziranje. Trenutak reverziranja je u 27. sekundi te se stroj ponovo zaleće do nazivne brzine u drugu stranu do 37. sekunde.



Slika 4.8: *Mjerene struje za analizu ARMA filtera*

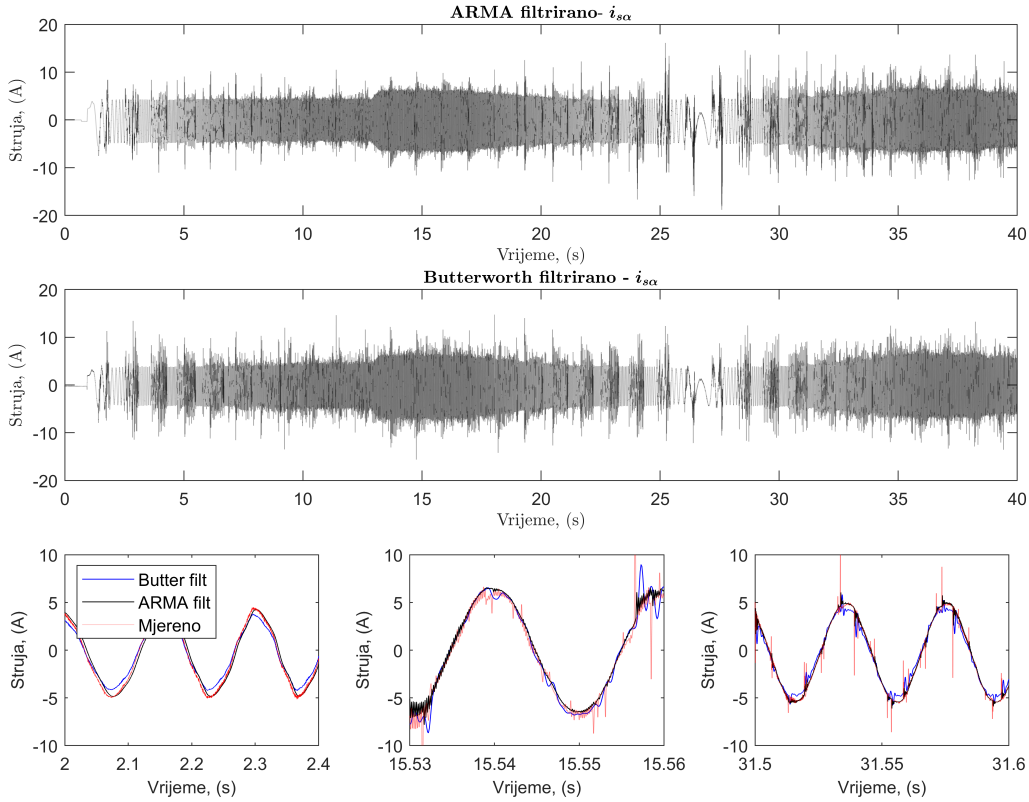
Izmjereni podaci u obliku csv datoteke učitani su u Simulink i nad njima se radi rekurzivno filtriranje ARMA modelom s redovima $p = 50$ za AR dio i $q = 10$ za MA dio. Odabir reda modela je izvršen iskustvenim metodama, gdje je najveća vodilja tvrdnja iz [133] da su predikcijski filteri u pravilu značajno viših redova u odnosu na filtre sintetizirane u frekvencijskoj domeni.

Kao usporedbu filtracijske tehnike prikazuje se ARMA filtriranje i niskopropusno filtriranje Butterworthovim filtrom šestog reda, presječne frekvencije 1000 Hz. Dodatno je utjecaj Butterworthove fazno-frekvencijske karakteristike kompenziran s lead-lag kompenzatorom s kompenzacijom u frekvencijskom pojasu između 40 i 60 Hz.

Dobivene filtracije prikazane su za α komponentu slikom 4.9. Za β komponentu moguće je promatrati identične rezultate te se taj grafički prikaz izostavlja.

Sa slike se može uočiti da pri niskim frekvencijama i slaboj razini zašumljenosti signala ARMA filter gotovo idealno prati stvarnu mjerenu struju, dok se kod Butterwortha pojavljuje fazno prethođenje i prigušenje zbog lead-lag kompenzacije.

Na višim frekvencijama dolazi do veće zašumljenosti mjerenja struje, što utječe i na rad filtera. Sa druge slike u trećem redu moguće je primijetiti da će ARMA fitler imati kratkotrajnije manje oscilacije veće frekvencije u trenutku kada se u mjerenom signalu pojavi značajno odstupanje od trenda. Mala odstupanja filtriraju se gotovo idealno. Ovo je značajni



Slika 4.9: *Filtrirane struje ARMA i Butterworth filterima*

napredak u usporedbi s Butterworthovim filterom kod kojega je svaki veći impuls smetnje u mjerenom signalu izazvao oscilatorni odziv koji puno duže traje, ali je zato i niže frekvencije.

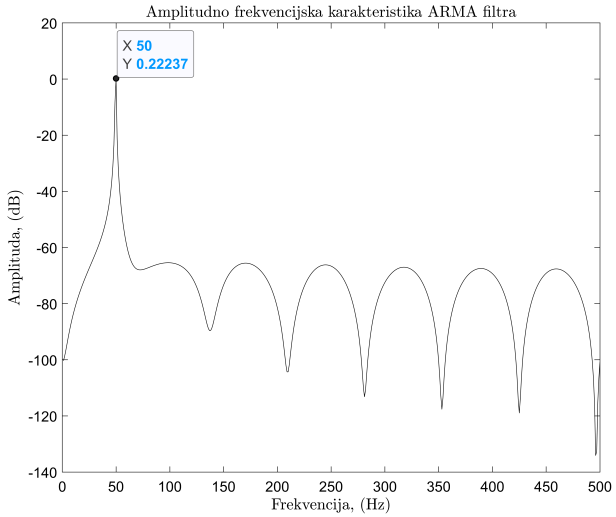
Na srednjim frekvencijama opet se jasno vidi dobro filtriranje ARMA filterom, dok se kod Butterwortha pojavljuje amplitudno prigušenje s dodatnim oscilacijama, kao i fazno prethođenje. Ističe se da kod ARMA filtracije nema faznog pomaka u originalnom i fazno pomaknutom signalu. Može se primijetiti samo blagi fazni pomak u samom startu (graf dolje lijevo na slici 4.9) koji nastaje zbog adaptacije parametara koji još nisu konvergirali u optimalne vrijednosti.

Sa cjelovitog prikaza tranzijenata na slici 4.9 vidljivo je da su veliki impulsi šumova značajno reducirani u odnosu na mjereni signal. Kod ARMA filtracije ti impulsi ne uzrokuju pojavu niza impulsa u sljedećim periodama, kako je to slučaj kod Butterworth filtriranja.

Dakako, u ovoj analizi ne treba zanemariti da je za usporedbu izabran Butteroworth FIR filter koji je osnovna tehnika. Njoj se pristupilo zbog napomena o korištenju niskopropusnih filtera prvog reda u komercijalnim frekventnim pretvaračima prema u uvodu navedenim literaturama, ali zasigurno postoje naprednije tehnike iz tematike obrade signala.

Glavna prednost ARMA filtriranja je, zapravo, adaptivnost frekvencijske karakteristike kroz rekurzivnu adaptaciju parametara. Ovo znači da će ARMA filter moći pratiti frekvencijske komponente signala i ponašati se kao pojasno-propusni filter s vrlo uskim pojasnim propustom na zadanim frekvencijama. Frekventne karakteristike ARMA filtra moguće je analizirati iz polinoma $1-\frac{A(q)}{C(q)}$ koji zapravo predstavlja diskretnu prijenosnu funkciju ARMA filtra.

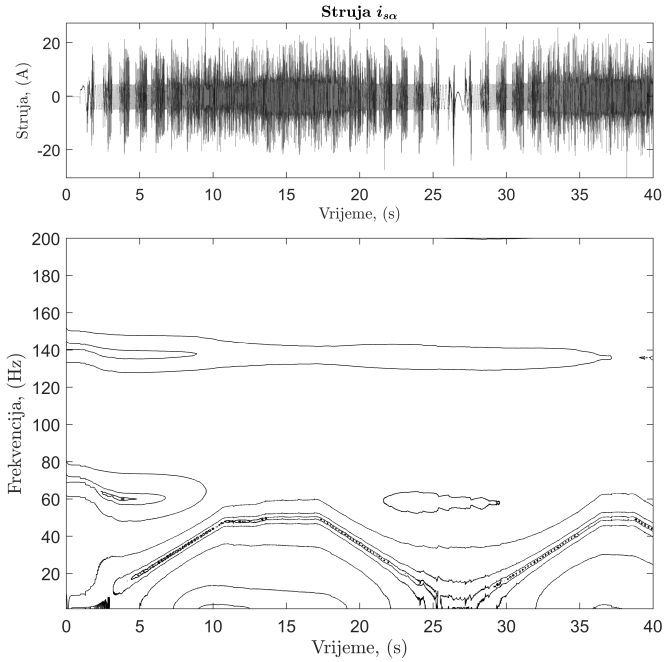
Za trenutak $t = 16\,\mathrm{s}$ amplitudna karakteristika ARMA filtera prikazana je slikom 4.10. Sa slike je vidljivo da filtar ima pojačanje frekvencije 50 Hz, dok sve ostale frekvencije imaju snažno prigušenje. Upravo je u 16. sekundi tranzijenta brzina vrtnje maksimalna. Važno je napomenuti da je amplitudno frekvencijska karakteristika ARMA procesa ovisna o kvadratu varijance šuma. Ukoliko taj iznos nije poznat, nije moguće točno odrediti iznos prigušenja/pojačanja ARMA filtra. Za prikaz slike 4.10 korištena je pretpostavljena varijanca šuma iznosa $\sigma_w = 0.2$, grubo određena inspekcijom šuma mjerne opreme kada je motor ugašen i upaljen u stacionarnom stanju. Više o ovoj frekvencijskoj ovisnosti može se pronaći u [107].



Slika 4.10: *Amplitudno frekvencijska karakteristika ARMA filtera u 16. sekundi tranzijenta*

Kako je osigurana adaptivnost ARMA filtera, dodatno se proučava upravo svojstvo ARMA filtera da se prilagođava frekvenciji promatranog signala. Ukoliko se izračuna amplitudno frekvencijska karakteristika filtra za svaku točku filtriranog tranzijenta, moguće je promatrati vremensku ovisnost amplitudno frekvencijske karakteristike. Ova ovisnost prikazana je grafički na slici 4.11. Na grafičkom prikazu točke jednakog iznosa amplitude povezane su konturnim linijama. Gušće konture predstavljaju strmiju amplitudno-frekvencijsku ka-

rakteristiku.



Slika 4.11: *Promjena amplitudno-frekvencijske karakteristike ARMA filtera kroz vrijeme*

Sa slike 4.11 jasno se vidi kako se pojasni propust adaptivnog ARMA filtera, koji je na slici 4.10 lokaliziran na 50 Hz, zapravo pomiče s frekvencijom struje asinkronog stroja. Tako je u početnim trenucima pojasni propust na DC komponenti te se linearno povećava kroz vrijeme, prateći zalet asinkronog stroja. Zanimljivo je da se u 13. sekundi jasno ističe pomak na višu frekvenciju koji odgovara povećanju frekvencije struje asinkronog stroja kao posljedice kompenzacije propada brzine vrtnje zbog opterećenja.

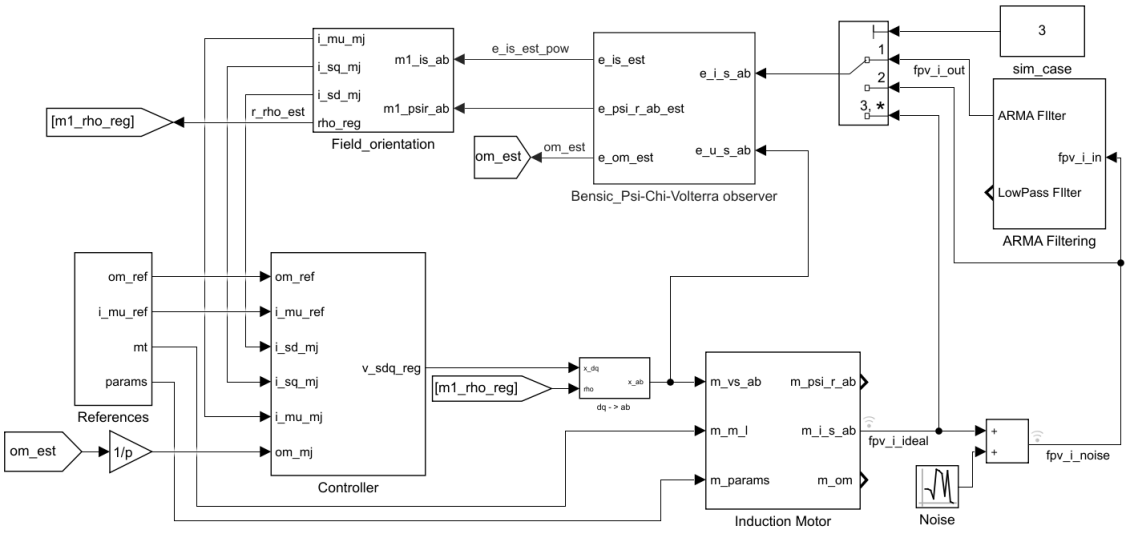
Zaključno, može se tvrditi da je ARMA filter dobar izbor za adaptivno filtriranje povratne veze struje asinkronog stroja. On ima karakteristiku vrlo uskog pojasnog propusta koji se, zahvaljujući rekurzivnoj metodi najmanjih kvadrata, stalno adaptira na novonastale uvjete u šumovima struje. Dodatno treba napomenuti da je ARMA filter optimalan u smislu kompenzacije poremećaja kojeg se može modelirati bijelim šumom. To znači da će frekvencije struje nastale radom samog motora (kao što su viši harmonici) biti očuvane.

4.6. Simulacijska analiza rada cjelovitog adaptivnog estimatora stanja i parametara

U disertaciji je sintetiziran osmotritelj stanja i parametara asinkronog stroja. On je adaptivan u smislu praćenja promjena parametara otpora statora i vremenske konstante rotora asinkronog stroja. Dodatno je estimator proširen s adaptivnom tehnikom filtriranja signala asinkronog stroja koja umanjuje šumove i smetnje koje se mogu pojaviti u mjerenim strujama koje su presudne za ispravan rad osmotritelja.

U ovom poglavlju predstavlja se simulacijska analiza rada osmotritelja, uz napomenu da se eksperimentalna analiza rada nije provela zbog kašnjenja s nabavom, isporukom i puštanjem u pogon sustava za HIL testiranje razvijenih metoda nabavljenog kroz projekt COPESOC voditelja izv. prof. dr. sc. Marinka Barukčića. Svakako se eksperimentalna verifikacija rada sustava ostavlja za budući razvoj.

Razvijeni adaptivni osmotritelj stanja i parametara prikazan jednadžbama (4-115) - (4-128) implementiran je u Matlab/Simulink okružju. Kompletan blok dijagram prikazan je slikom 4.12.



Slika 4.12: *Blok dijagram simulacijskog modela u Simulinku*

U posebnim podsustavima vidljivim na slici 4.12 implementiraju se:

- Matematički model asinkronog stroja u proizvoljno rotirajućem *dq* sustavu, jednadžbe (2-70), uz $\omega_k = 314\,\mathrm{s}^{-1}$.

- Vektorsko upravljanje asinkronim motorom definirano prema 2.4, uz podešenje regulatora struje prema tehničkom optimumu, a regulatora brzine vrtnje prema simetričnom optimumu (više u [9]).
- Direktna orijentacija *mt* koordinatnog sustava prema 2-103
- Razvijeni adaptivni procjenitelj stanja i parametara
- ARMA adaptivni filter.

Budući da su svaki od navedenih podsustava, a posebice adaptivni procjenitelj stanja i parametara, kompleksni i izvedeni od niza podsustava, u potpunosti je nepraktično detaljno prikazivati njihovu izvedbu u blokovskoj formi, što bi odnijelo dvadesetak stranica disertacije. Svakako, Matlab/Simulink datoteke kojima se izvršava simulacija sustava priložene su na digitalnom mediju ovoj disertaciji.

Parametri asinkronog stroja i podešenja adaptivnog procjenitelja stanja i parametara potrebni za izvođenje simulacije prikazani su u tablici 4.1. Parametri asinkronog stroja su izabrani na temelju automatskog samopodešavanja Danfoss FC-302 frekventnog pretvarača koji je pogonio asinkroni motor Končar E5AZ-112M korišten u eksperimentima kroz ovu disertaciju. Moment inercije samog asinkronog stroja iznosi $0.034\,\mathrm{kgm}^2$, što je značajno manje nego $J = 0.129\,\mathrm{kgm}^2$ koliko je odabrano u simulaciji. Odabrana inercija odgovara ukupnoj inerciji osovinskog spoja asinkronog motora i istosmjernog generatora, a određena je iz pokusa slobodnog zaustavljanja asinkronog stroja prema [135], te verificirana iz tranzijenta opterećenja istosmjernog generatora metodom razvijenom u sklopu istraživanja na već spomenutom COPESOC projektu [136].

Tablica 4.1: *Osnovni parametri simulacijskog modela*

Motor	**Procjenitelj stanja**
$R_s = 1.1507\,\Omega$	$k_1 = 1000$
$R_r = 1.0107\,\Omega$	$k_2 = 16000$
$L_{ls} = 0.0055\,\mathrm{H}$	**Adaptacija parametara**
$L_{lr} = 0.0055\,\mathrm{H}$	$\mathbf{\Gamma} = \mathrm{diag}\begin{bmatrix}500 & 9500 & 1e5\end{bmatrix}$
$L_m = 0.1260\,\mathrm{H}$	$D = 3$
$J = 0.129\,\mathrm{kgm}^2$	$\lambda = 100$

Za svaki od simuliranih scenarija u nastavku, provedene su analize za tri slučaja. Prvi

slučaj su idealna mjerenja bez dodanih šumova. Drugi slučaj dodaje utjecaj šuma mjerenja varijance $w \sim \mathcal{N}\{0, 1.5\,\mathrm{A}\}$, što je uz nazivnu struju od 8.7 A zapravo iznimno velik šum mjerenja u odnosu na amplitudu mjerenih struja. Treći slučaj je analiziran ako se primijeni ARMA filter u povratnoj vezi prije procjenitelja stanja.

Za svaki od navedenih slučajeva dizajnira se dva pokusa. Prvi pokus uključuje zalet, skokovito opterećenje, reverziranje i rad u generatorskom režimu te skokovito opterećenje negativnim teretom kako bi se stroj vratio opet u motorski režim rada. Drugi pokus uključuje zalet i opterećenje motora nazivnim teretom te dugotrajni rad na zadanom teretu uz varijaciju stvarnih parametara stroja kako bi se pratila konvergencija adaptivnog procjenitelja parametara.

Kako bi se osigurala mogućnost postojanja uvjeta trajnosti pobude, referenca za struju magnetiziranja postavlja se na nazivni iznos te joj se superponira dvije sporo promjenjujuće sinusoide:

$$i_\mu^* = i_{\mu,n} + 0.2\sin(2\pi 5) + 0.1\sin(2\pi 8) \tag{4-150}$$

Parametri regulatora biraju se iskustveno. Pri tome su korištene sljedeće ideje kao vodilje za izbor parametara regulatora:

- Volterra transformacija značajno prigušuje signale koje transformira, potrebni su veliki iznosi pojačanja kako bi se ostvario značajan apsolutni iznos derivacije adaptivnog zakona u parametrima.

- Iz stabilnosti osmotritelja stanja, pokazano je da $k_2 > k_1$. Ovaj odnos je nužan kako bi procjena magnetskog toka bila dovoljno brza. Tada regulacijsko odstupanje u struji se u pravilu prvo kompenzira popravljanjem magnetskog toka $\hat{\boldsymbol{\chi}}$ prema stvarnoj vrijednosti, a ne iznosa $\hat{\boldsymbol{\psi}}_\sigma = L_s\hat{\mathbf{i}}_s$, što je u principu i iznos struje. Ukoliko je $k_2 >>> k_1$ osigurava se brza kompenzacija bilo kakvih poremećaja toku stroja.

- Adaptivna procjena brzine vrtnje mora biti iznimno brza kako bi se osiguralo točnost i performanse regulacije asinkronog stroja. Nužno je iznimno pojažanje $\boldsymbol{\Gamma}$ u trećem elementu vezanom za brzinu vrtnje.

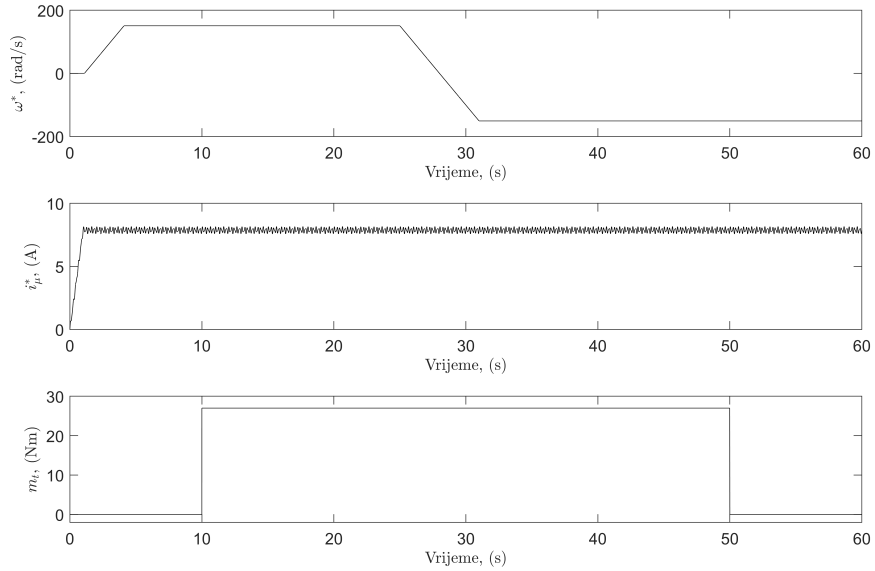
- Adaptacija otpora statora i vremenske konstante rotora stroja mora biti spora. U stvarnom pogonu očekivane su promjene R_s i α u pravilu zbog zagrijavanja koje je dug proces u usporedbi sa elektromagnetskim tranzijentima. Zbog toga i adapta-

cija mora biti postepena. Velika pojačanja u $\mathbf{\Gamma}$ vezana uz adaptaciju R_s i α mogu uzrokovati oscilatorno vladanje budući da će observer naglo pokušati promjeniti otpore kako bi kompenzirao poremećaje brzine ili magnetskog polja. Zbog toga se bira $\gamma_1 < \gamma_2 <<< \gamma_3$.

- Osjetljivost aktivacijske funkcije modificira se parametrom γ_{ac}. Veći parametar uzrokuje puno osjetljiviju aktivacijsku , tj. isključivanje adaptacije otpora već pri malim regulacijskim odstupanjima u brzini vrtnje. Ovdje je problematičan utjecaj šuma, koji može izazvati regulacijska odstupanja i probleme sa radom aktivacijske funkcije ako je ona preosjetljiva. U ovom radu bira se $\gamma_{ac} = 500$ kako je to predloženo od strane autora aktivacijske funkcije u [118].

4.6.1. Zalet, opterećenje i reverziranje

Prva simulacija s kojom se provjerava rad adaptivnog procjenitelja parametara asinkronog stroja uključuje zalet, opterećenje, reverziranje i rasterećenje stroja. Reference koje se prosljeđuju regulatoru stroja prikazane su slikom 4.13.



Slika 4.13: *Simulirani pokus - referentne veličine za regulator*

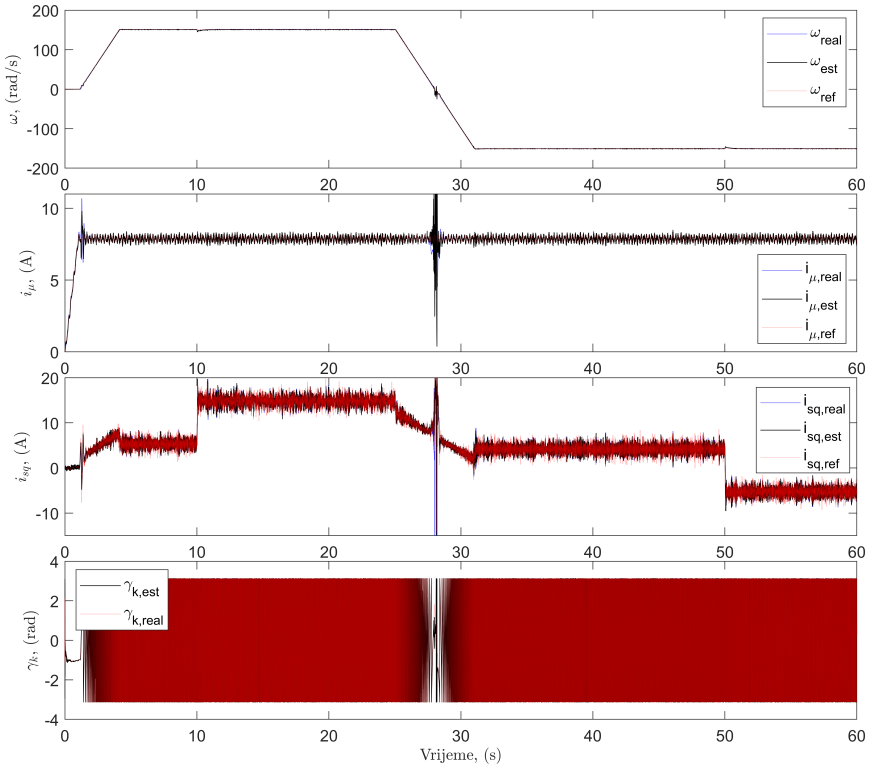
Pokus je ovako dizajniran kako bi se obuhvatilo promjenu brzine, stacionarno stanje u motorskom režimu rada, prolazak kroz neidentifikabilno stanje (sinkrona brzina jednaka nuli) i generatorski režim rada.

Rad estimatora opisat će se s dva različita seta grafova. Prva skupina grafova obuhvaća analizu rada osmotritelja stanja stroja. Njegov zadatak je osigurati točan iznos prostornog vektora magnetskog toka rotora u iznosu i fazi. O ovom ovisi uspješnost orjentacije mt sustava regulatora prema prostornom vektoru toka rotora, a tako i struja magnetiziranja i struja u t osi.

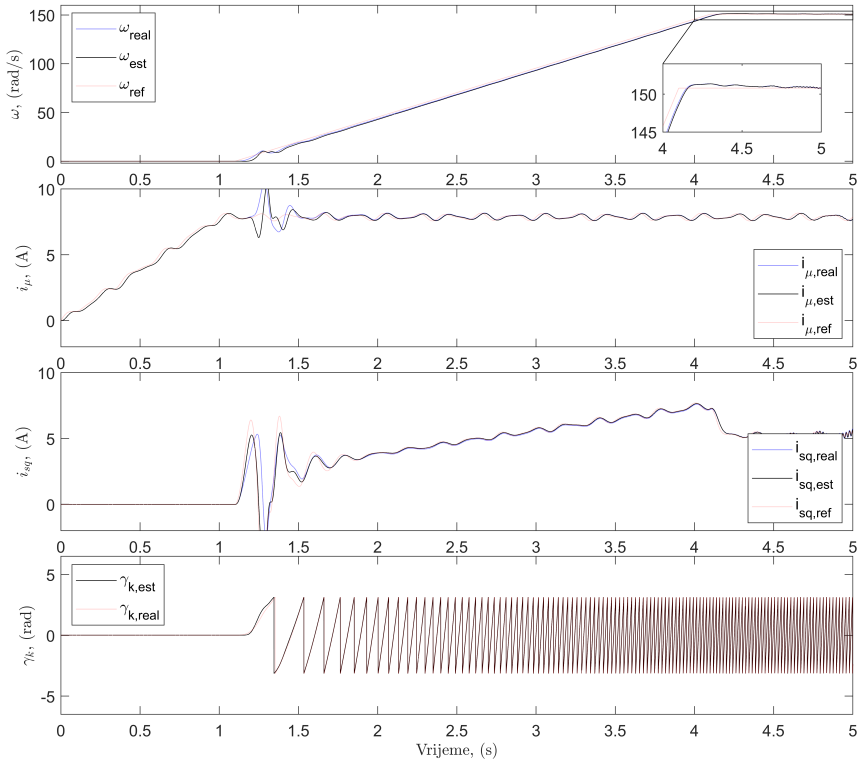
Kako se radi o simulacijama, dostupne su stvarne veličine iz modela asinkronog motora za magnetski tok rotora te je moguće izračunati stvarnu struju magnetiziranja, položaj mt sustava i struju u q osi kao mjeru momenta stroja. Upravo zato na sljedećim grafovima pokazuje se usporedba tih veličina dobivenih iz modela motora, dobivenih iz adaptivnog osmotritelja stanja i referentnih veličina za regulaciju. Kako su elektromagnetski tranzijenti iznimno brzi, prikladnije je promatrati uvećane detalje sa cjelovite simulacije opisane referencama sa slike 4.13.

Tijekom simulacija nije primijećena značajna razlika u radu osmotritelja stanja prilikom dodavanja šuma u mjerenje u odnosu na slučaj kada se taj šum filtrira ARMA adaptivnim filterom. Zato će se pri ovoj analizi prikazati grafički samo rad sa dodanim šumom uz idealni slučaj savršenog mjerenja. ARMA filtriranje ima utjecaj na konvergenciju parametara te će se u toj analizi ova dva slučaja promotriti odvojeno.

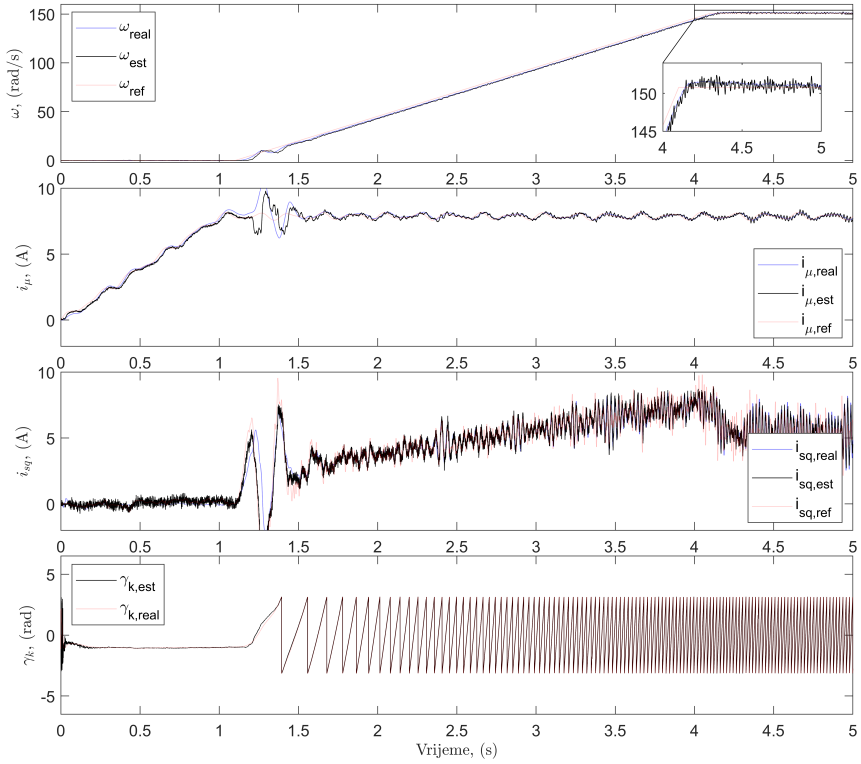
Kako bi se što praktičnije prikazali svi potrebni grafovi, ovdje se prvo daje cjeloviti simulirani eksperiment samo za slučaj zašumljenih struja statora stroja kao ulaznih podataka. Nakon toga će na sljedećim stranicama biti prikazani uvećani dijelovi tranzijenata koji obuhvaćaju idealni i zašumljeni slučaj, a komentar i analiza rezultata simulacija je dana nakon slika.



Slika 4.14: *Analizirana brzina, struje i položaj γ_k kroz simulirani pokus*

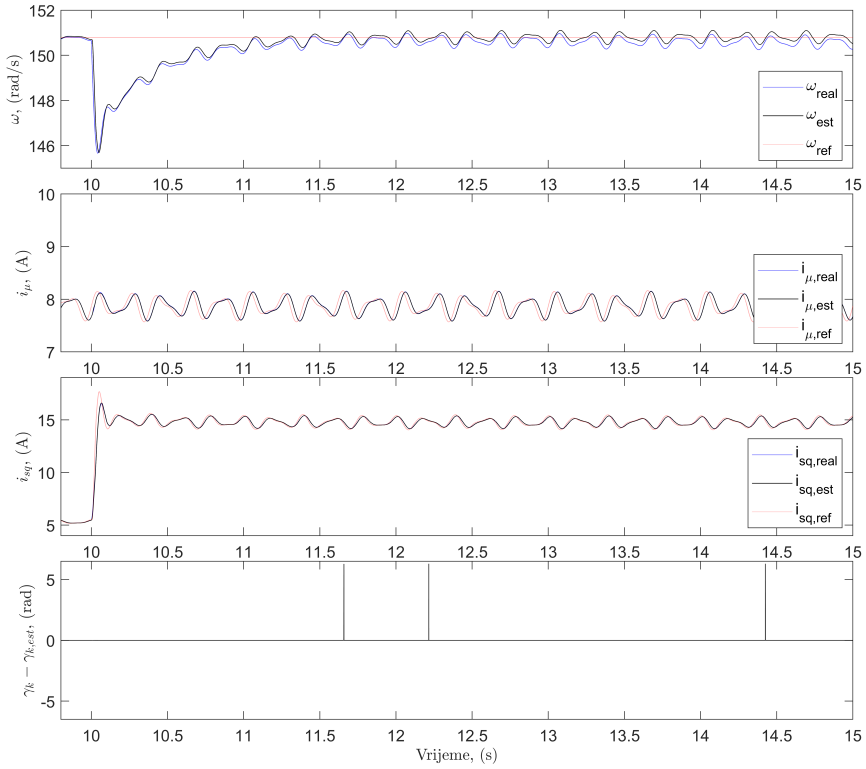


(a) *Zalet asinkronog stroja - idealne struje motora*

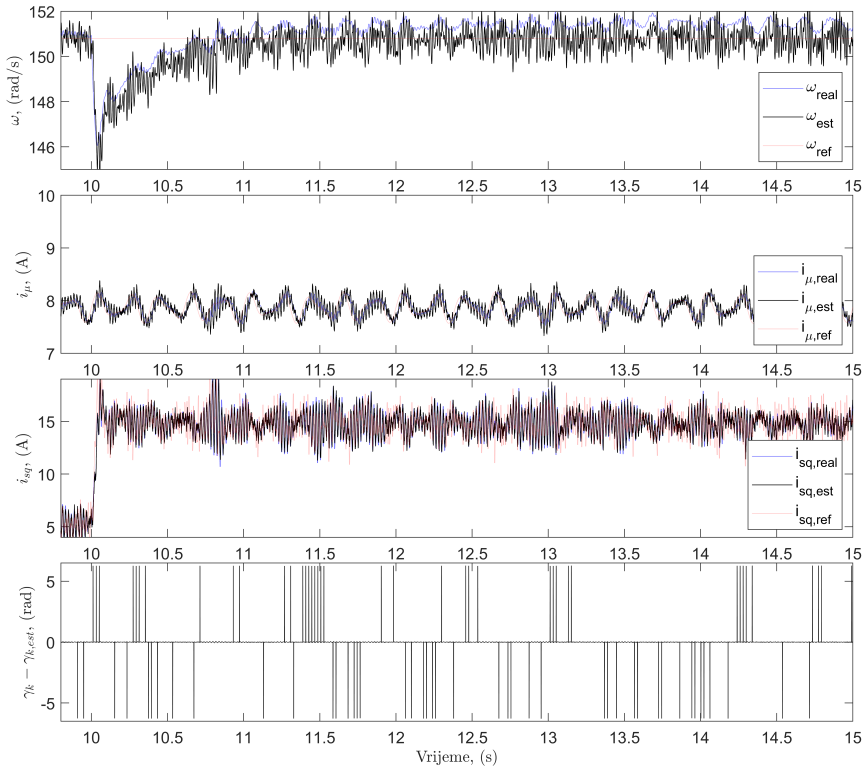


(b) *Zalet asinkronog stroja - zašumljene struje motora*

Slika 4.15: *Simulirani zalet reguliranog asinkronog stroja uz adaptivni estimator stanja i parametara stroja*

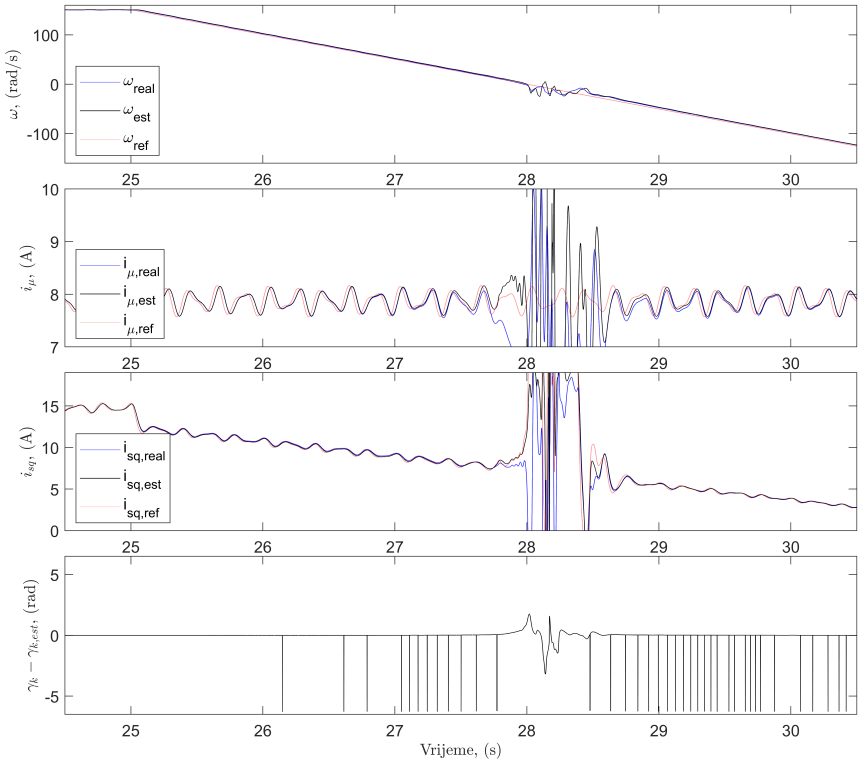


(a) *Opterećenje asinkronog stroja - idealne struje motora*

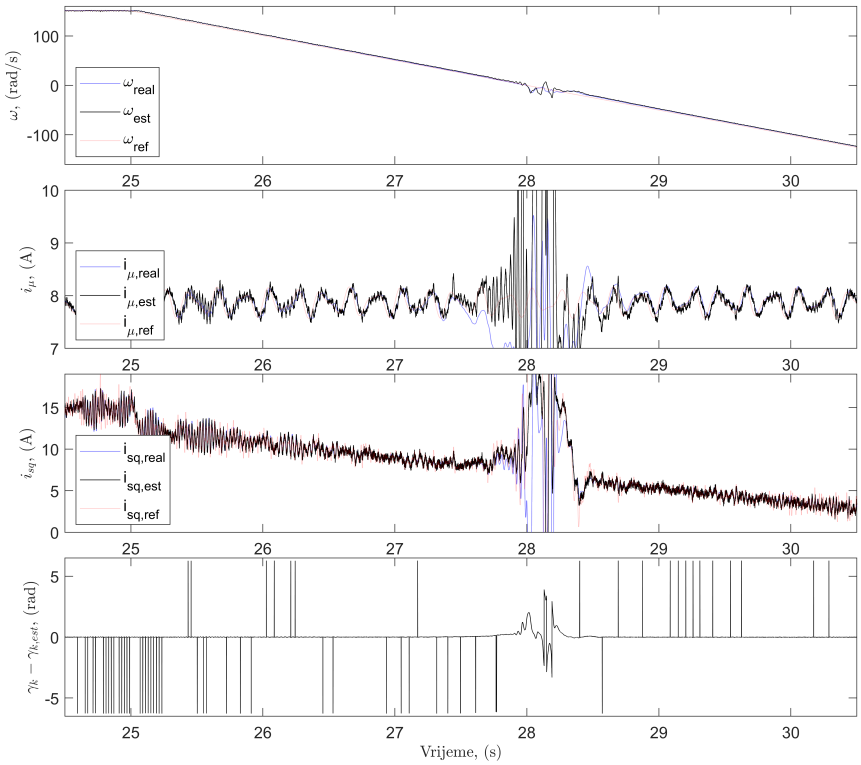


(b) *Opterećenje asinkronog stroja - zašumljene struje motora*

Slika 4.16: *Simulirano opterećenje reguliranog asinkronog stroja uz adaptivni estimator stanja i parametara stroja*

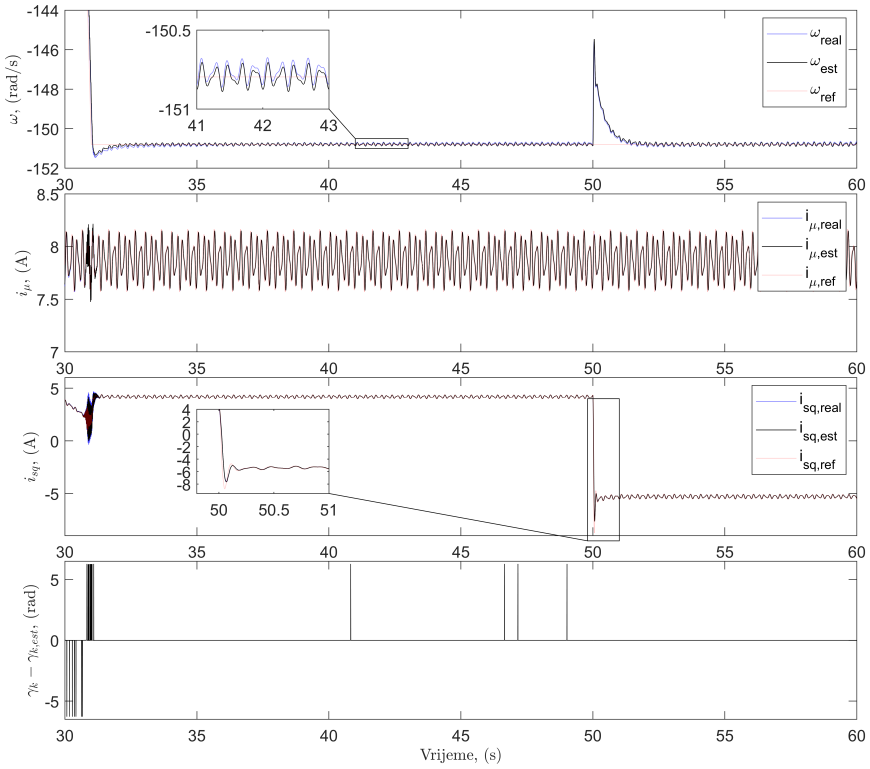


(a) *Reverziranje asinkronog stroja - idealne struje motora*

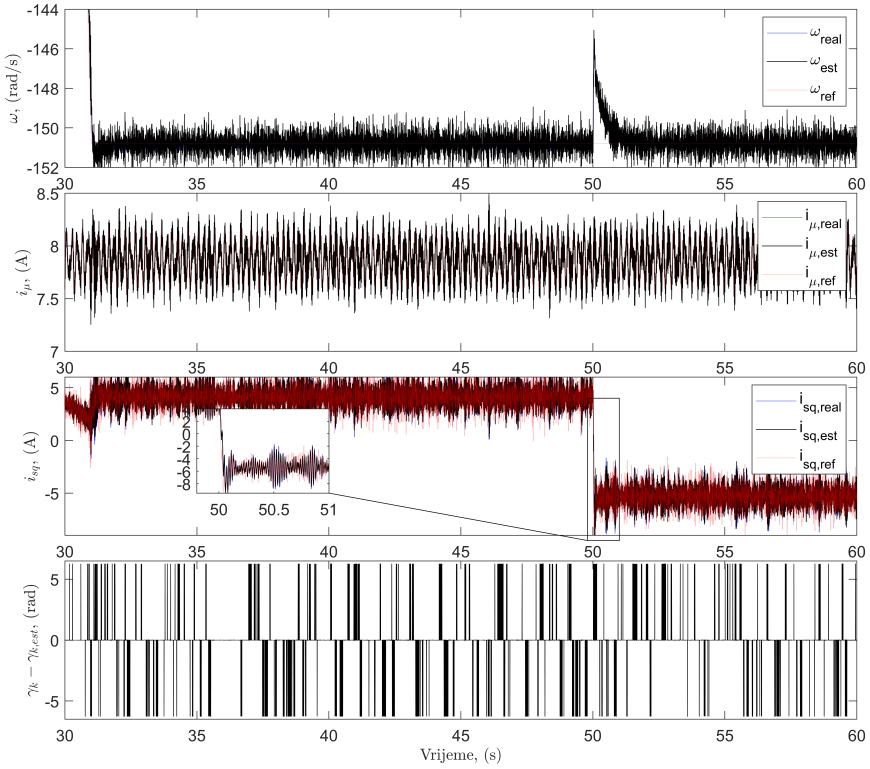


(b) *Reverziranje asinkronog stroja - zašumljene struje motora*

Slika 4.17: *Simulirano reverziranje reguliranog asinkronog stroja uz adaptivni estimator stanja i parametara stroja*

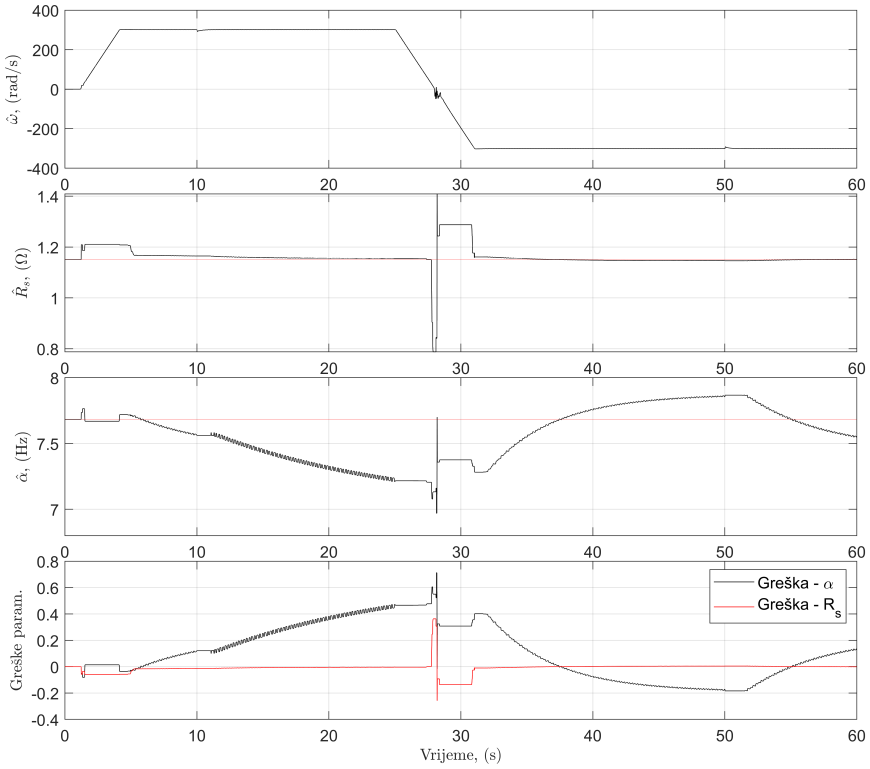


(a) *Generatorski rad asinkronog stroja - idealne struje motora*

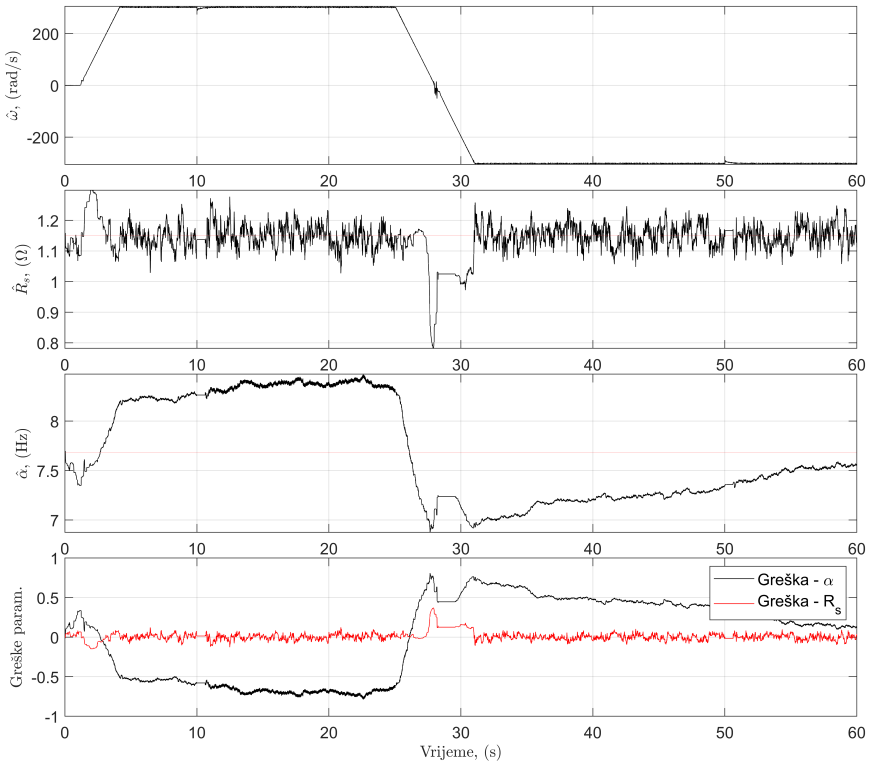


(b) *Generatorski rad asinkronog stroja - zašumljene struje motora*

Slika 4.18: *Simulirani generatorski rad reguliranog asinkronog stroja uz adaptivni estimator stanja i parametara stroja*



(a) *Adaptacija prametara - idealne struje motora*



(b) *Adaptacija prametara - zašumljene struje motora*

Slika 4.19: *Simulirani rad adaptivnog estimatora parametara stroja*

Komentar rezultata simulacija

Iz predstavljenih rezultata simulacije može se odmah primijetiti da će cjeloviti regulacijski krug raditi stabilno i da će zahtjevi za regulaciju biti ispunjeni i u idealnom i u zašumljenom slučaju. Brzina vrtnje i struja magnetiziranja prate svoje referentne vrijednosti.

Sa slike 4.15a moguće je primijetiti da je procjena struje magnetiziranja u stanju mirovanja stroja konvergirala u pravu vrijednost i gotovo idealno prati regulacijsku referencu. U trenutku zaleta stroja, pojavljuje se nagli poremećaj u struji magnetiziranja, kao i u struji i_{st}. Sličan poremećaj, puno većeg intenziteta primjećuje se na slici 4.17a, pri prolasku kroz nulu za vrijeme reverziranja stroja. Ovaj poremećaj nastaje zbog gubitka uvjeta trajnosti pobude (4-28) za adaptivni zakon procjene parametara. Tada procijenjena brzina vrtnje kreće oscilirati te povratno djeluje na struje stroja. Važno je istaknuti da je ovdje nastala samo pojava gubitka konvergencije, ali ne i stabilnosti sustava. Ukoliko sustav ne ostaje trajno u uvjetu slabe pobuđenosti regresora, konvergencija brzine vrtnje ponovno se uspostavlja.

Iz pokusa opterećenja stroja, slika 4.16, moguće je primijetiti da nakon terećenja nastaje pogreška u procjeni brzine vrtnje. Ova greška manifestira se i u zašumljenom i u idealnom slučaju i odgovara analizi utjecaja linearizacije na konvergenciju pogrešaka procjene brzine vrtnje i inverza rotorske vremenske konstante. Neovisno o ovom odstupanju, moguće je primijetiti da će kompenzacija utjecaja tereta na sustav biti dinamički stabilna i brza, bez nadvišenja i oscilacija.

U generatorskom režimu rada sustav se ponaša identično kao i u motorskom režimu rada, što je vidljivo sa slike 4.18.

Sa predstavljenih slika jasno se vidi utjecaj šuma na struje i brzinu vrtnje. Kako je pojačanje γ_3 koje pripada adaptivnom zakonu za procjenu brzine vrtnje iznimno veliko, svaka pojava šuma uzrokovat će pojavu zašumljenosti u procijenjenoj brzini vrtnje. Kao posljedica tome pojavljuje se i regulacijsko odstupanje brzine vrtnje i oscilacije u momentu vidljive sa struje i_{st} kroz sve grafove. Ovdje je interesantno za primijetiti da upotreba adaptivnog ARMA filtra povratne veze ne popravlja ovo ponašanje vezano uz šum.

Jedno od objašnjenja tako velike oscilatornosti u brzini koja se ne popravlja filtriranjem signala moglo bi se pronaći u aktivacijskoj funkciji koja, u slučaju pojave regulacijskog odstupanja, sprječava adaptaciju otpora statora i inverza vremenske konstante rotora. Kako je vladanje oscilatorno, pri svakom prolasku regulacijskog odstupanja brzine kroz nulu, aktivacijska funkcija uključuje adaptaciju parametara stroja te zatim naglo smanjuje. Upravo

se tako unose dodatne oscilacije visoke frekvencije koje se mogu rastumačiti kao šum.

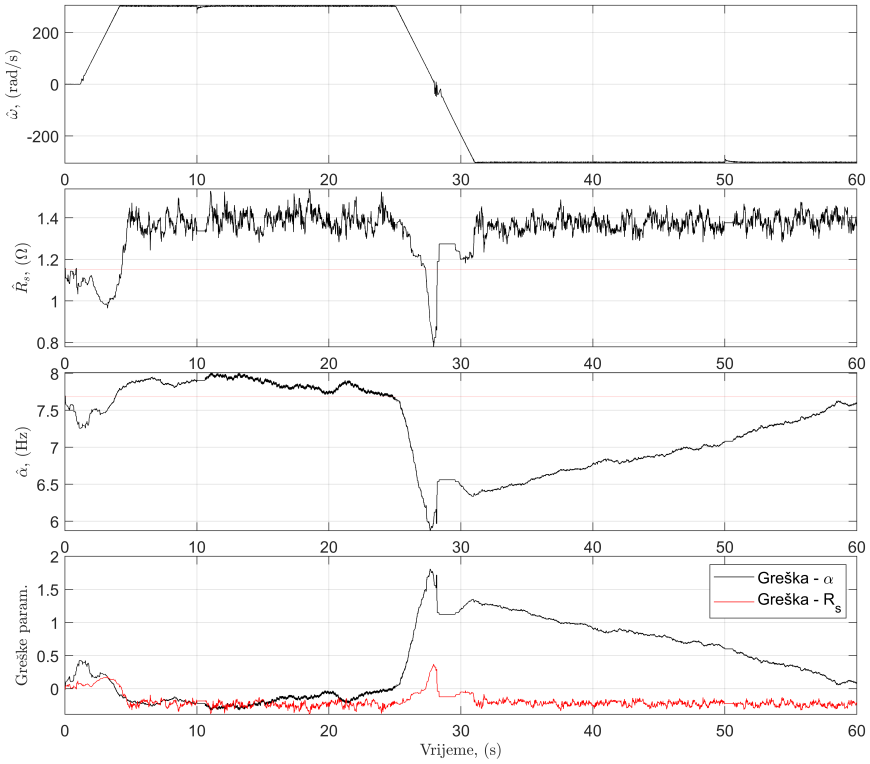
Aktivacijska funkcija također uzrokuje i probleme pri reverziranju. Prolaskom brzine vrtnje kroz nulu i regulacijsko odstupanje se približava nuli te dolazi do nagle aktivacije adaptivnog zakona za vrijeme tranzijenata i to u trenutku kada nema zadovoljenih uvjeta konvergencije, što posljedično umanjuje stabilnost u trenutku reverziranja.

Utjecaj aktivacije adaptiranja parametara u trenucima kada nisu zadovoljeni uvjeti konvergencije moguće je bolje pratiti iz njihovih valnih oblika na slici 4.19. S navedene slike vidljivo je da u trenucima kada je brzina vrtnje oko nule, a adaptacija parametara aktivirana nastaje nagli skok u oba nepoznata parametra. Nakon poremećaja koji su unešeni u iznos procjenjenih parametara, adaptivni algoritam ostvarenjem uvjeta konvergencije počinje vraćati parametre prema stvarnim vrijednostima.

Ovdje je interesantno primijetiti da će se u oba slučaja konvergencija otpora statora ostvariti vrlo brzo. Kod inverza vremenske konstante rotora to nije slučaj. Na slici 4.19a vidljivo je da inverz vremenske konstante rotora, koji uvjete konvergencije zadovoljava pojavom tereta, neće konvergirati prema stvarnoj vrijednosti već se pojavljuje trajno odstupanje. Svaka promjena tereta tako započinje novu adaptaciju inverza vremenske konstante rotora i konvergenciju u novu trajnu vrijednost. Ovo razmatranje je u skladu s tumačenjem utjecaja linearizacije na konvergenciju parametara. Dakle, ako postoji vrlo malo odstupanje u procjeni brzini vrtnje, mora postojati i odstupanje u inverzu vremenske konstante proporcionalno teretu stroja kao posljedica linearizacije. Može se primijetiti da će šum značajno utjecati na rad adaptivnog procjenitelja parametara. Sa slike 4.19b vidljivo je da će se šum preslikavati u procjenu otpora statora nakon konvergencije srednje vrijednosti. Što se tiče procjene inverza rotorske vremenske konstante, nije direktno moguće konstatirati u koji iznos će konvergirati tranzijent, ali je moguće primijetiti značajno sporiju prijelaznu pojavu. Ovo se opet može pripisati aktivacijskoj funkciji koja zbog šuma u procijenjenoj brzini vrtnje stalno pali-gasi adaptaciju parametara kada bi ista stalno trebala biti upaljena.

Iako je komentirano kako ARMA adaptivna filtracija ne igra značajnu ulogu u radu osmotritelja stanja, u adaptivnoj procjeni parametara utjecaj se značajno ističe. Na slici 4.20 moguće je vidjeti prikaz rada adaptivnog estimatora parametara asinkronog stroja uz zašumljene struje koje su potom filtrirane ARMA adaptivnim filterom.

Uz uključenu ARMA filtraciju struja, adaptivni zakon ima trajno regulacijsko odstupanje u otporu statora. Ovo je interesantno ponašanje koje se može tumačiti amplitudno-



Slika 4.20: *Adaptacija prametara - ARMA filtrirane struje motora*

frekvencijskom karakteristikom ARMA filtera. Prvo treba napomenuti osnovnu činjenicu da su amplitudno-frekvencijske karakteristike mjera energije nekog signala.

Naime, iz slike 4.10 vidljivo je da će ARMA filter imati blago pojačanje energije na frekvenciji koju pojasno propušta. Kako filter ne unosi fazni pomak u signal struje, kako bi procjena energije stroja odgovarala energiji signala napona i struje, adaptivni estimator odgovara povećanjem djelatnog otpora.

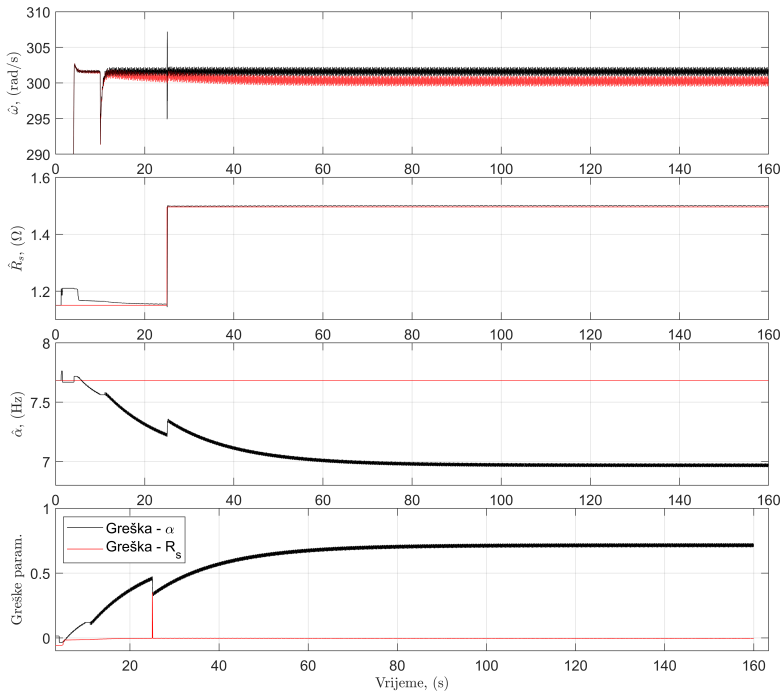
Ovo svojstvo adaptivnog sustava zapravo se potencira. Ukoliko dođe do neželjenih prigušenja bez faznosti (npr. djelatni gubitak duž vodiča) adaptivni procjenitelj parametara stroja ovaj poremećaj ulaznog signala struje kompenzira promjenom estimiranog djelatnog otpora stroja. Pri tome je najvažnija stavka da procjena varijabli stanja, posebice magnetskog toka rotora i brzine vrtnje ostaje nepromijenjena.

Puno važniji utjecaj ARMA filtera na rad adaptivnog procjenitelja stanja se može pratiti na procjeni inverza vremenske konstante rotora. Sa slike 4.20 vidljivo je da će inverz vremenske konstante rotora sada konvergirati u pravu vrijednost. Matematički opis zašto se korištenjem ARMA filtera u signalu struje ostvaruje konvergencija u parametru α nije se

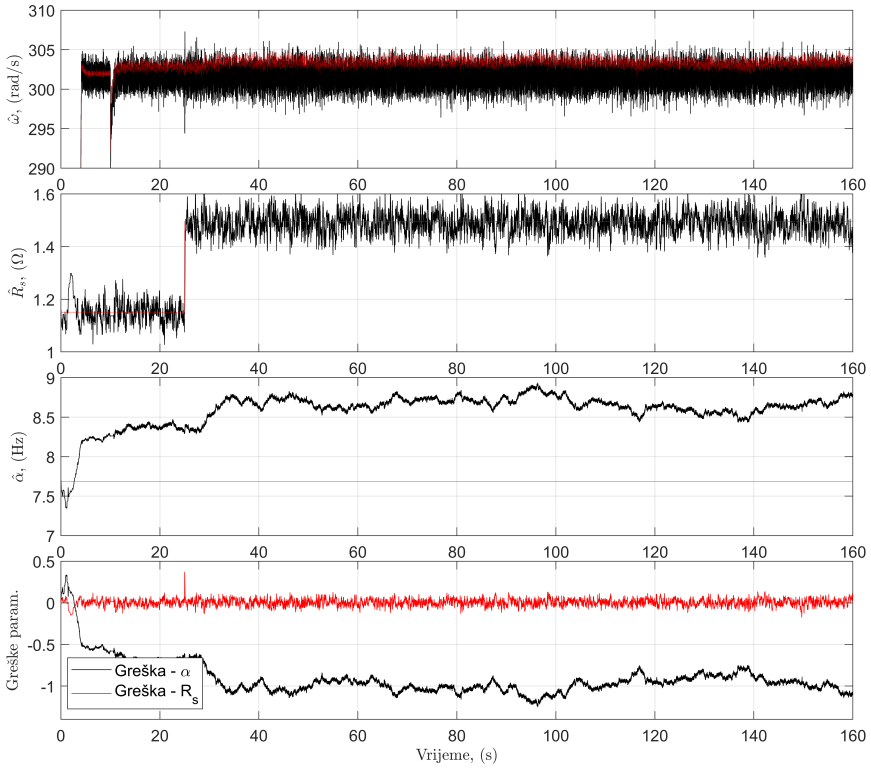
pronašao, a predlaže se daljnje istraživanje u ispitivanju svojstava kaskadne filtracije ARMA-Volterra.

4.6.2. Simulacijsko ispitivanje konvergencije parametara

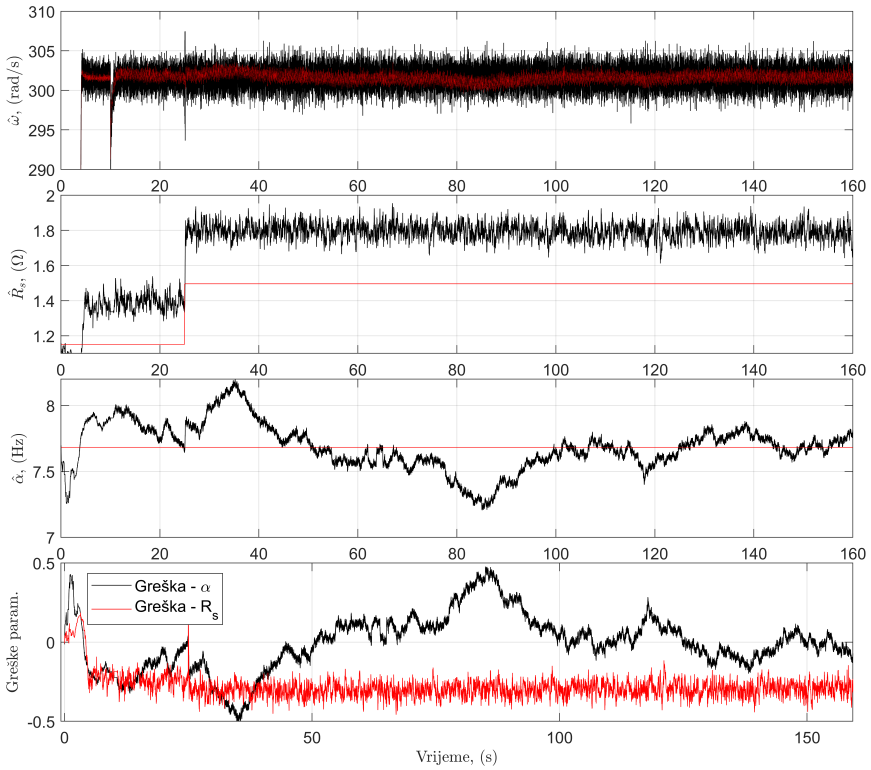
Kako bi se bolje analiziralo konvergenciju procijenjenih parametara prema svojim stvarnim vrijednostima, provodi se pokus trajnog rada opterećenog stroja. U ovom pokusu svi parametri simulacije jednaki su kao i u prošlom. Reference su podešene tako da se motor prvo magnetizira i zaleti na nazivnu brzinu vrtnje te u desetoj sekundi optereti nazivnim teretom. Vidjelo se iz prethodnog pokusa da u trenutku početka zaleta zbog utjecaja aktivacijske funkcije dolazi do poremećaja na parametre te po ostvarenju uvjeta konvergencije počinje smanjivanje greške u parametrima. Nakon postignute konvergencije u parametrima, u 25. sekundi unosi se poremećaj u obliku skokovite promjene otpora statora za 30% u jednom slučaju i skokovite promjene otpora rotora za 30% u drugom slučaju. Ovi promijenjeni parametri proslijeđuju se modelu asnikronog stroja i prati se rad adaptivne procjene parametara. Pokus se ponavlja za slučaj idealnih signala struje statora stroja, zašumljenih podataka i ARMA filtriranih zašumljenih podataka. Na svim predstavljenim grafovima crvenom su bojom naznačene stvarne veličine, a crnom procijenjene.



Slika 4.21: *Adaptacija prametara - dugotrajno opterećenje, idealne struje, promjena R_s*



(a) *Poremećaj R_s, zašumljene struje*



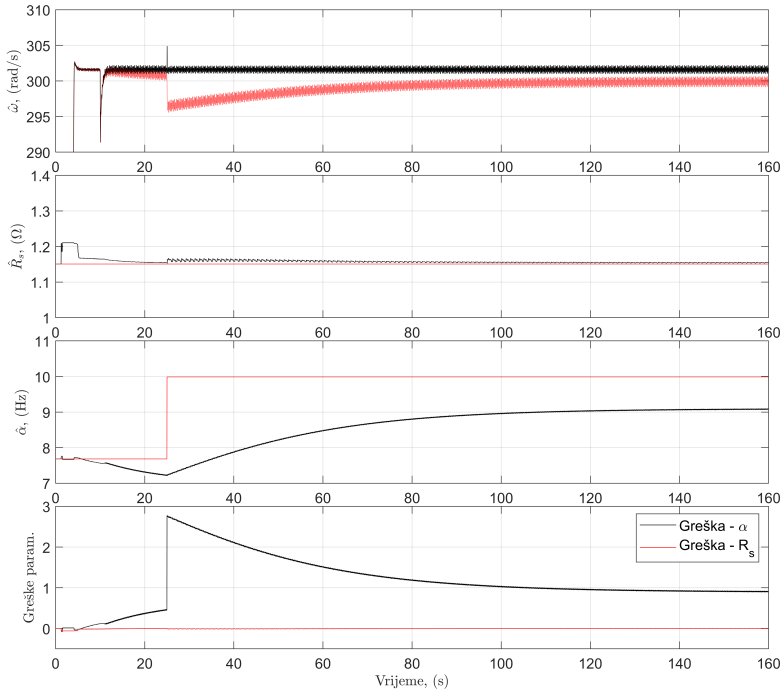
(b) *Poremećaj R_s, ARMA filtrirane struje*

Slika 4.22: *Adaptacija parametara u dugotrajnom oterećenom radu stroja uz promjenu parametara R_s*

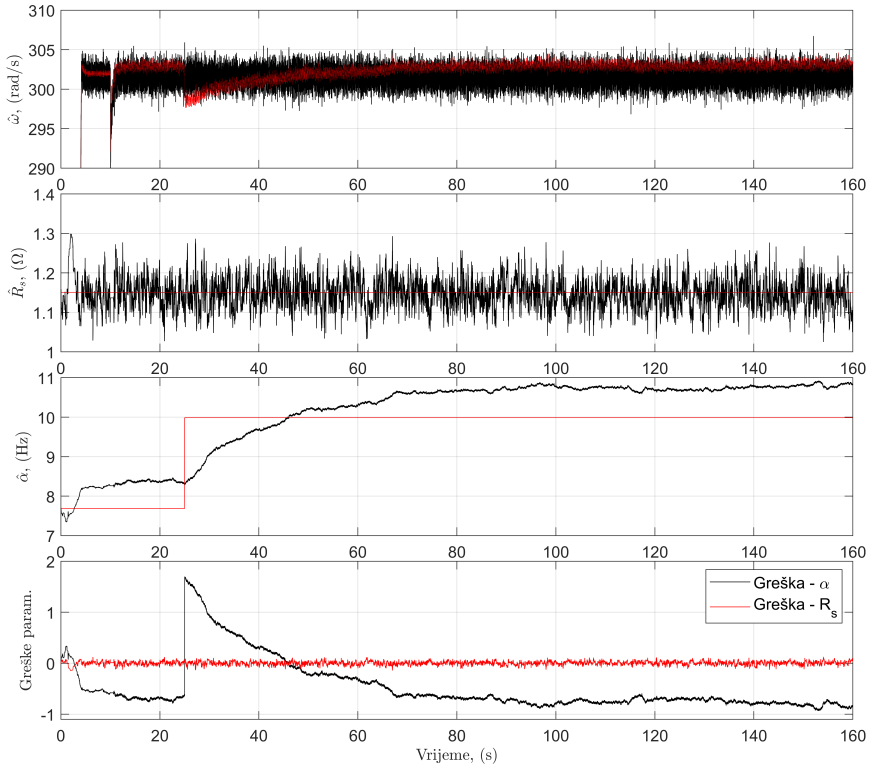
Sa predstavljenih rezultata pokusa moguće je zaključiti da će procjena $\hat{R}_s$ konvergirati u stvarnu vrijednost u sva tri slučaja. Na slici 4.22b vidljivo je trajno regulacijsko odstupanje iznosa približno 0.35Ω i prije i nakon povećanja stvarnog otpora statora R_s. Ovo je u skladu s konstatacijama iz prethodnog pokusa da adaptivni osmotritelj kompenzira pojačanje signala struje nastalo djelovanjem ARMA filtera.

Sa sve tri slike moguće je vidjeti da će procijenjeni otpor $\hat{R}_s$ konvergirati prema stvarnoj vrijednosti vrlo brzo, dok će je za $\hat{\alpha}$ vrijeme konvergencije značajno duže. U idealnom slučaju sa slike 4.21 vidljiva je konvergencija parametra $\hat{\alpha}$ tek nakon dvadesetak sekundi, što je u skladu s uvjetom da brzina konvergencije tog parametra mora biti značajno sporija nego za brzinu vrtnje, kako bi se osigurala točnost procjene brzine vrtnje.

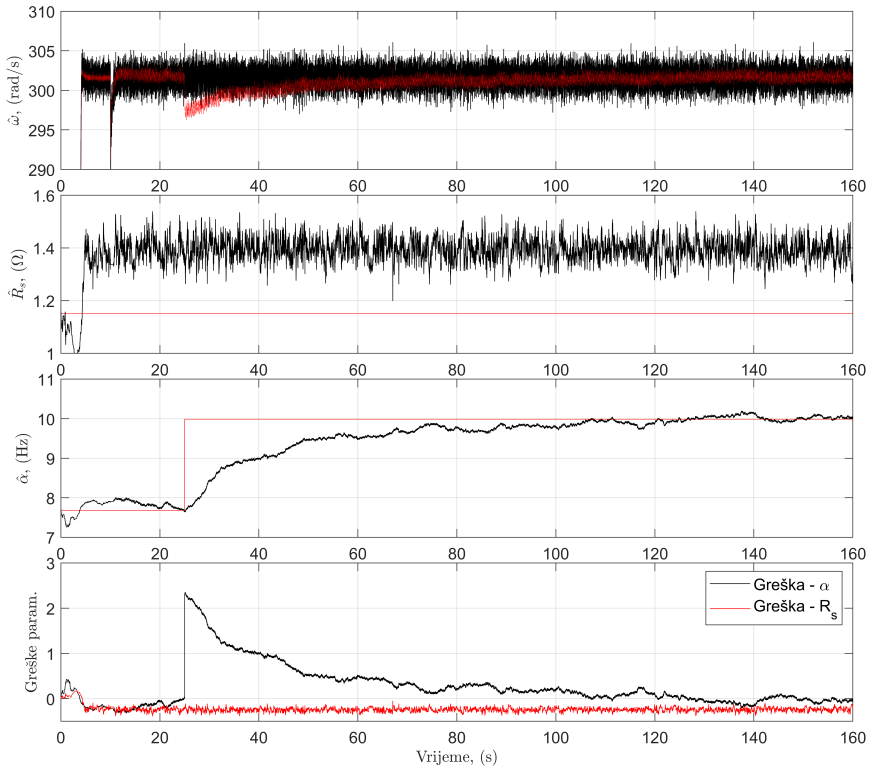
Ipak, sa slike 4.20 se može uočiti da se stvarna konvergencija sva tri procijenjena parametra osigurava tek kada se primjene struje filtrirane ARMA filterom. Tada stvarna brzina konvergira u referentnih 301s^{-1} dok u slučaju idealnih struja i nefiltriranih zašumljenih struja postoji trajno regulacijsko odstupanje.



Slika 4.23: *Adaptacija prametara - dugotrajno opterećenje, idealne struje, promjena α*



(a) *Poremećaj α, zašumljene struje*



(b) *Poremećaj α, ARMA filtrirane struje*

Slika 4.24: *Adaptacija parametara u dugotrajnom oterećenom radu stroja uz promjenu parametara α*

Drugi slučaj, kada do poremećaja dolazi u parametru α, prikazan je slikama 4.23 i 4.24. U sva tri slučaja, idealnom, zašumljenom i ARMA filtriranom, vidljivo je da poremećaj u parametru α uzrokuje značajan propad stvarne brzine stroja.

U slučaju idealnih struja 4.23 vidljivo je da promjena inverza rotorske vremenske konstante utječe i na procijenjenu vrijednost otpora statora. Ovaj je poremećaj je vrlo malen i odstupanje se kompenzira kroz vrijeme. Vidljivo je također da se propad brzine vrtnje ne kompenzira već postoji trajno regulacijsko odstupanje koje adaptivni osmotritelj ne prepoznaje, a posljedično nastaje i odstupanje u procijenjenom parametru $\hat{\alpha}$ u iznosu približno 10%. Ovo odstupanje je također u skladu sa svojstvom konvergencije (4-114).

Konvergencija parametra α prema konačnoj vrijednosti, u slučaju primjene zašumljenog signala je 20 sekundi brža nego u primjeni idealnog signala. Kod primjene ARMA filtriranih signala struje trajanje konvergencije slično je kao i kod idealnog signala. Ovaj utjecaj nije moguće pripisati utjecaju šuma jer kod pseudolinearne regresije konvergencijska svojstva ovise i o početnim točkama kao i o regresorima.

Sa slike 4.24b jasno se vidi kako korištenje ARMA filtracije struja popravlja svojstva konvergencije adaptivnog osmotritelja parametara. Brzina vrtnje i inverz rotorske vremenske konstante sada konvergiraju prema stvarnoj vrijednosti, dok kod otpora statora postoji već spomenuto trajno regulacijsko odstupanje.

Zaključno, može se smatrati da je sintetizirani adaptivni procjenitelj stanja i parametara asinkronog stroja zasnovan na statističkim metodama procjene parametara regresijskih modela, prema prikazanim simulacijama stabilan u generatorskom i motorskom radu, a konvergencija parametara prema stvarnim vrijednostima ostvaruje se uz korištenje ARMA filtera u povratnoj vezi. Ponašanje sintetiziranog sustava značajno ovisi o aktivacijskoj funkciji. Ona nepravilnim uključivanjem adaptacije, kada nisu zadovoljeni uvjeti konvergencije i isključivanjem, kada jesu, unosi značajne poremećaje u rad sustava, dodatno pojačava oscilacije momenta i usporava konvergenciju parametara.

5. ZAKLJUČAK

Motivacija za izradu ove disertacije identificirani su recentni problemi u području modeliranja, analize rada i regulacije asinrkonog stroja. Naglasak se stavlja na estimaciju stanja i parametara asinkronog stroja prije i za vrijeme pogona. Razvijene metode predstavljene u radu zasnivaju se na modelima asinkronih strojeva, njihovim svojstvima te primjeni kombinacije tehnika statističke procjene parametara regresijskih modela i tehnika (ne)linearnog upravljanja sustavima.

Disertacija je podjeljena u tri osnovna poglavlja.

Nakon uvoda u tematiku disertacije, drugo poglavlje detaljno i sistematizirano predstavlja problem modeliranja asinkronog stroja kao temelj za analizu rada i sintezu regulacijskih sustava. Dan je povijesni pregled razvoja modela asinkronog stroja te se kao rezultat na jednom mjestu sistematiziraju se tri osnovne parametrizacije modela asinkronog stroja - dq proizvoljno rotirajući model kao temelj modeliranja prikladan za simulacije i analize svojstava asinkronog stroja, mt - rotorski orjentirani model za sintezu algoritama vektorskog upravljanja i $\alpha\beta$ - model u mirujućem koordinatnom sustavu pogodan za sintezu estimatora stanja i parametara stroja. Objašnjava se vezu između različitih paramterizacija i njihovu primjenu. Detaljno se opisuje vektorsko upravljanje asinkronim strojem sa jasno sistematiziranim postupcima za direktnu i indirektnu orjentaciju mt koordinatnog sustava.

Kako se tematika disertacije strogo veže na primjenu tehnika razvijenim u svrhu upravljanja linearnim i nelinearnim sustavima, u drugom poglavlju se također uvodno daju najvažnija razmatranja teorije upravljanja. Tako se izlaže najbitnija znanja iz područja modeliranja i stabilnosti linearnih, nelinearnih i linearizirani sustava koja se primjenjuju u razvoju estimacijskih algoritama i estimatora asinkronog stroja.

Nakon sistematizacije osnovnih znanja potrebnih za analizu i sintezu estimatora stanja i parametara asinkronog stroja prilazi se unaprijeđenju estimacija stanja i parametara asinkronog stroja statističkim metodama. Ovdje se pojam statističke metode poglavito veže na

primjenu metoda za procjenu parametara regresijskih modela koji su temelj za unaprijeđenje rada estimatora stanja i parametara.

U trećem poglavlju radi se na unaprijeđenju tzv. *offline* metoda za estimaciju parametara, odnosno metoda procjene parametara prije puštanja asinkronog stroja u pogon. Tada se može dizajnirati eksperiment po izboru i procjenjivati parametre. Detaljnim pregledom literature iz područje estimacije parametara prije pogona, zaključuje se da je područje već značajno istraženo ali da je zajednički problem svih metoda izbor vremena uzorkovanja pri mjerenju tranzijenata asinkronog stroja. Do sada se taj problem rješavao najčešće iskustveno, dok se u ovoj disertaciji kao prvi znanstveni doprinos predstavlja metoda za odabir vremena uzorkovanja u svrhu estimacije parametara asinkronog stroja.

Spomenuta metoda je zasnovana na prethodno izmjerenom skokovitom odzivu sutava, odnosno direktnom uklopu asinkronog stroja. Kao kriterij za odabir vremena uzorkovanja postavlja se preciznost aproksimacije kontinuiranog modela asinkronog stroja sa diskretiziranim modelom pomoću Tustinove bilinearne transformacije. Kako bi se prema kriteriju odredilo vrijeme uzorkovanja prvo je potrebno odrediti polove lineariziranog modela stroja. Ovo se radi iz pokusa direktnog uključenja pomoću optimalne aproksimacije tranzijenta asinkronog stroja s redom kompleksnih eksponencijala. Primjenjena tehnika za aproksimaciju je metoda matrične olovke koja ima značajne prednosti u odnosu na često korištenu Prony metodu poglavito u redukciji računalnih zahtjeva i boljem ponašanjem s obzirom na zašumljenost podataka.

Kako bi se riješilo problem aproksimacije tranzijenta nelinearnog sustava s linearnim, postavlja se optimizacijska metoda koja primjenom metaheurističke optimizacije u kosimulacijskom okružju optimalno segmentira izmjerene podatke i na temelju istih donosi optimalni interval i broj uzoraka za najbolju aproksimaciju tranzijenta asinkronog stroja.

Dodatno se u sklopu istraživanja izradila i aplikacija "Prony Fit App" koja korisniku omogućava unos podataka tranzijenta u obliku '.csv' datoteke i analizu tih podataka pomoću reda kompleksnih eksponencijala metodom matrične olovke.

Kao rezultat aproksimacije predstavljaju se određeni polovi diskretnog lineariziranog modela asinkronog stroja na temelju kojih se primjenom već spomenutog kriterija odabire vrijeme uzorkovanja. Simulacijski i eksperimentalni primjeri pokazuju da je odabrano vrijeme uzorkovanja oko 1 ms, što za razliku od često iskustveno odabranih 0.1 ms naznačava da se u metodama za *offline* procjenu parametara često koristi i do deset puta više podataka nego

je to potrebno te se tako usporavaju procedure procjene parametara. Tako je za promatranu odabranu proceduru procjene parametara vrijeme potrebno za procjenu parametara sa satnih intervala je svedeno na svega par minuta zahvaljujući redukciji podataka s kojima se računa sa 12000 na 800.

U četvrtom poglavlju tematika disertacije bavi se problemom *online* estimacije parametara i stanja asinkornog stroja. Ovdje se poglavito misli na rad asinkronog stroja u režimu vektorske regulacije pomoću frekventnog pretvarača. Za takav rad nužno je postojanje stabilnog estimatora stanja koji će osiguravati povratnu vezu regulacijskom krugu.

Kako postojeći algoritmi procjene stanja imaju dokazanu osjetljivost s obzirom na parametre otpora statora i rotora asinkronog stroja, kao cilj postavlja se sinteza adaptivnog osmotritelja stanja i parametara. Osmotritelj stanja postavlja se klasičnim postupkom za nelinearne sustave.

Adaptacija se za razliku od često korištenih metoda vrši rekurzivnom minimizacijom pseudolinearnog regresijskog modela asinkronog stroja paralelno radu s osmotriteljem stanja. Kako bi se ostvarilo pseudolinearnu regresiju asinkronog stroja, nužno je koristiti numeričke derivacije mjerenih signala. Ovaj dobro poznati problem automatskog upravljanja rješava se primjenom Volterra transformacije sa bivariatnim, kauzalnim, ne asimptotskim kernelom. Tako se problem derivacije signala svodi na problem filtracije signala i analitičke derivacije kernel funkcije. Sama matematička formulacija Volterra transformacije izvodi se primjenom binomne faktorizacije u konačnu formu linearnog vremenski promjenjivog sustava koji asimptotski teži vremenski nepromjenjivom.

Spomenuta Volterra transformacija modela je zapravo pozitivno realna filtracija mjerenih podataka te se nužno uvodi modifikacija predikcijske pogreške modela kako bi se osigurala stabilnost i konvergencija procjene parametara.

Na konvergenciju parametara utječu već poznata svojstva modela asinkronog stroja, ali dodatno utječe linearizacija korištena u sintezi adaptivnog zakona. Ovaj ujtecaj je također analiziran. Pokazano je da za linearizirani model pogreška u procjeni brzine vrtnje nužno uzrokuje pogrešku u procjeni rotorske vremenske konstante koja je proporcionalna momentu asinkronog stroja.

Kako bi se dodatno unaprijedilo rad regulacijskog kruga asinkronog stroja predstavlja se primjena ARMA modela vremenskih nizova kao tehnika za adaptivnu pojasno propusnu filtraciju. Takav sustav ima blagu atenuaciju osnovnog signala uz snažno odbacivanje šumova.

Rad ovakvog filtra ne uzrokuje probleme sa faznošću filtriranih signala i ne zahtjeva kompenazije faznih karakteristika, što je izrazito povoljno za rad brzih nelinearnih sutava, kako što su estimatori. Rad ARMA filtra sa rekurzivnom metodom najmanjih kvadrata provjeren je na temelju mjerenih značajno zašumljenih struja reguliranog asinkronog stroja.

U konačnici cjelokupni sintetizirani sustav estimatora sa filtrom je simulacijski verificiran te se pokazuje uspješan rad adaptivnog estimatora stanja i parametara, sa iznimnom točnošću procjene prostornog vektora magnetskog toka rotora asinkronog stroja, konvergencijom parametara u stvarne vrijednosti uz primjenu ARMA filtra i kvalitetnim dinamičkim karakteristikama u predviđenim uvjetima konvergencije.

LITERATURA

[1] Karl Hasse. *Zur Dynamik drehzahlgeregelter Antriebe mit stromrichtergespeisten Asynchron-Kurzschlussläufermaschinen.* PhD thesis, Technische Hochschule Darmstadt, 1969.

[2] Felix Blaschke. *Das Verfahren Der Feloorientierung Zur Regelung Der Drehfeldmaschine.* PhD thesis, Tecbnischen Universitat Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 1973.

[3] Sudhoff Krause, Steven Pekarek. *Analysis Electric Machinery 3E.* John Wiley & Sons, June 2013.

[4] Bimal K. Bose. *Modern Power Electronics and AC Drives.* PRENTICE HALL, October 2001.

[5] Werner Leonhard. *Control of Electrical Drives.* Springer Berlin Heidelberg, 1996.

[6] Peter Vas. *Sensorless Vector and Direct Torque Control.* OXFORD UNIV PR, July 1998.

[7] R. E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME. Series D. Journal of Basic Engineering*, 82(1):35–45, 1960.

[8] V. N. Afanasiev, V. Kolmanovskii, and V. R. Nosov. *Mathematical Theory of Control Systems Design.* Springer Netherlands, 2010.

[9] Gene F. Franklin, J. David Powell, and Abbas Emami-Naeini. *Feedback Control of Dynamic Systems (Addison-Wesley Series in Electrical and Computer Engineering. Control Engineering).* Addison-Wesley, 1993.

[10] Hassan Khalil. *Nonlinear systems.* Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2002.

[11] Weiping Slotine, Jean-Jacques; Li. *Applied Nonlinear Control*. Pearson Education, October 1990.

[12] Lennart Ljung. *System Identification: Theory for the User (2^{nd} Edition)*. Prentice Hall, 1999.

[13] Lennart Ljung and Torkel Glad. *Modeling of Dynamic Systems*. Pearson Education (US), April 1994.

[14] Lennart Ljung and Torsten Soderstrom. *Theory and Practice of Recursive Identification (Signal Processing, Optimization, and Control)*. The MIT Press, 1983.

[15] Jay A. Farrell. *Adaptive Approximation Based Control*. Wiley-Blackwell, May 2006.

[16] Luc Pronzato and Eric Walter. *Identification of Parametric Models*. Springer London, January 1997.

[17] Paul Van den Hof. *System Identification - Data-Driven Modelling of Dynamic Systems*. Eindhoven University of Technology, 2012.

[18] Karl J. (Karl Johan) Åström and Björn. Wittenmark. *Adaptive control*. Dover Publications, Mineola, N.Y, 2^{nd} ed., dover ed. edition, 2008. Karl Johan Astrom, Björn Wittenmark., Includes bibliographical references and index.

[19] I. D. Landau, R. Lozano, and M. M'Saad. *Adaptive Control*. Springer London, 1998.

[20] John M. Lewis, Sudarshan Dhall, and S. Lakshmivarahan. *Dynamic Data Assimilation*. Cambridge University Press, November 2008.

[21] Yu Lei. *Functional Regression and Adaptive Control*. PhD thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 2012.

[22] Donald M. Wiberg. *Schaum's Outline of Theory and Problems of State Space and Linear Systems (Schaum's outline series)*. McGraw-Hill, 1971.

[23] Chi-Tsong Chen. *Linear System Theory and Design (The Oxford Series in Electrical and Computer Engineering)*. Oxford University Press, 1998.

[24] Muharem Mehmedović. *Synchronous machine excitation systems parameter identification, original title in Croatian.* PhD thesis, Faculty of Electrical Engineering and Computing Zagreb, 1995.

[25] R. H. Park. Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-part i. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 48(3):716–727, July 1929.

[26] R. H. Park. Two-reaction theory of synchronous machines-II. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 52(2):352–354, June 1933.

[27] P. C. Krause and C. H. Thomas. Simulation of symmetrical induction machinery. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 84(11):1038–1053, November 1965.

[28] Colm J. O'Rourke, Mohammad M. Qasim, Matthew R. Overlin, and James L. Kirtley. A geometric interpretation of reference frames and transformations: dq0, clarke, and park. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 34(4):2070–2083, December 2019.

[29] Ned Mohan Mohan. *Advanced Electric Drives.* John Wiley & Sons, August 2014.

[30] Božidar Jadrić, Martin; Frančić. *Dinamika električnih strojeva.* Graphis Zagreb, 2004.

[31] Riccardo Marino, Patrizio Tomei, and Cristiano M. Verrelli. *Induction Motor Control Design.* Springer-Verlag GmbH, July 2010.

[32] Leon O. Chua, Charles A. Desoer, and Ernest S. Kuh. *Linear and Nonlinear Circuits.* McGraw-Hill College, 1987.

[33] E. Clarke. *Circuit Analysis of A-C Power Systems...* Circuit Analysis of A-C Power Systems. J. Wiley & sons, Incorporated, 1943.

[34] Tin Benšić. Analiza dinamičkih svojstava sustava vlastite potrošnje hidroelektrane. Master's thesis, Elektrotehnički fakultet Osijek, 2014.

[35] Benoît Robyns, Bruno Francois, Philippe Degobert, and Jean Paul Hautier. *Vector Control of Induction Machines.* Springer-Verlag GmbH, February 2012.

[36] Shafiq Ahmed Odhano, Paolo Pescetto, Hafiz Asad Ali Awan, Marko Hinkkanen, Gianmario Pellegrino, and Radu Bojoi. Parameter identification and self-commissioning in ac motor drives: A technology status review. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 34:3603–3614, 2019.

[37] Želmira Ferková and Ladislav Zboray. Contribution to parameter identification of an induction motor by genetic algorithms. *Acta Electrotehnica et Informatica*, 5(2):1–4, 2005.

[38] Filip Halak, Tin Bensic, and Marinko Barukcic. Induction motor variable inductance parameter identification. In *2017 International Conference on Smart Systems and Technologies (SST)*. IEEE, October 2017.

[39] Toni Varga, Tin Benšić, Vedrana Jerković Štil, and Marinko Barukčić. Investigation of induction machine parameter estimation using least squares optimization. In *Proceedings of 2020 IET Power electronics, machines and drives conference - Prezentiran, u postupku objave*, 2020.

[40] Hamoudi Abdallah and Kouadri Benatman. Stator winding inter-turn short-circuit detection in induction motors by parameter identification. *IET Electric Power Applications*, 11:272–288, 2017.

[41] Cristiano Maria Verrelli, Alberto Savoia, Michele Mengoni, Riccardo Marino, Patrizio Tomei, and Luca Zarri. On-line identification of winding resistances and load torque in induction machines. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 22:1629–1637, 2014.

[42] Lihang Zhao, Jin Huang, Jiahao Chen, and Ming Ye. A parallel speed and rotor time constant identification scheme for indirect field oriented induction motor drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 31(9):6494–6503, September 2016.

[43] T. Boileau, B. Nahid-Mobarakeh, and F. Meibody-Tabar. On-line identification of pmsm parameters: Model-reference vs ekf. In *2008 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, pages 1–8, October 2008.

[44] Christopher J. Schantz and Steven B. Leeb. Self-sensing induction motors for condition monitoring. *IEEE Sensors Journal*, 17:3735–3743, 2017.

[45] D. Telford, M.W. Dunnigan, and B.W. Williams. Online identification of induction machine electrical parameters for vector control loop tuning. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 50(2):253–261, April 2003.

[46] Robert Plato. *Concise numerical mathematics*. American Mathematical Society, Providence, R.I, 2003.

[47] Douglas C. Montgomery. *Design and Analysis of Experiments, 9^{th} Edition*. Wiley, 2017.

[48] Gavin J. S. Ross. *Nonlinear Estimation*. Springer New York, 1990.

[49] P. Carbone, E. Nunzi, and D. Petri. Sampling criteria for the estimation of multisine signal parameters. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 50(6):1679–1683, 2001.

[50] Li Wen and P.J. Sherman. On the influence of sampling and observation times on estimation of the bandwidth parameter of a gauss-markov process. *IEEE Trans. Signal Process.*, 54(1):127–137, January 2006.

[51] Enrico Bini and Giuseppe M. Buttazzo. The optimal sampling pattern for linear control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 59:78–90, 2014.

[52] Nicola Elia. *System Theory: Modeling, Analysis and Control*, chapter 34 - Quantized Linear Systems, pages 433–462. Springer US, 1999.

[53] Bengt Lennartson. On the choice of controller and sampling period for linear stochastic control. *Automatica*, 26:573–578, 1990.

[54] N. K. Sinha and S. Puthenpura. Choice of the sampling interval for the identification of continuous-time systems from samples of input/output data. *IEE Proceedings D - Control Theory and Applications*, 132:263, 1985.

[55] Tin Benšić, Toni Varga, Marinko Barukčić, and Vedrana Jerković Štil. Optimization procedure for computing sampling time for induction machine parameter estimation. *Applied Sciences*, 10(9):3222, May 2020.

[56] S. Haykin. A unified treatment of recursive digital filtering. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 17(1):113–116, February 1972.

[57] F. B. Hildebrand. *Introduction to Numerical Analysis: Second Edition*. DOVER PUBN INC, June 1987.

[58] T. Łobos and J. Rezmer. Spectral estimation of distorted signals using prony method. *Przeglad Elektrotechniczny*, 79:735–738, 2003.

[59] Robert Brandalik. *Analiza spektralnih svojstava mjerenih signala u elektroenergetskom sustavu Pronyevom metodom - diplomski rad*. PhD thesis, Elektrotehnički fakultet Osijek, 2013.

[60] Francois Sarrazin, Ala Sharaiha, Philippe Pouliguen, Janic Chauveau, Sylvain Collardey, and Patrick Potier. Comparison between matrix pencil and prony methods applied on noisy antenna responses. In *2011 Loughborough Antennas & Propagation Conference*. IEEE, November 2011.

[61] R. Kumaresan, D.W. Tufts, and L.L. Scharf. A prony method for noisy data: Choosing the signal components and selecting the order in exponential signal models. *Proceedings of the IEEE*, 72(2):230–233, 1984.

[62] Y. Hua and T.K. Sarkar. Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 38(5):814–824, May 1990.

[63] Yingbo Hua and Tapan K. Sarkar. Matrix pencil and system poles. *Signal Processing*, 21(2):195–198, October 1990.

[64] Y. Hua and T.K. Sarkar. On SVD for estimating generalized eigenvalues of singular matrix pencil in noise. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 39(4):892–900, April 1991.

[65] T.K. Sarkar and O. Pereira. Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponentials. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 37(1):48–55, February 1995.

[66] M. Schlueter, S. Erb, M. Gerdts, S. Kemble, and J.J. Ruckmann. Midaco on minlp space applications. *Adv. Space Res.*, 51(7):1116–1131, 2013.

[67] R. P. Brent. *Algorithms for Minimization Without Derivatives*. DOVER PUBN INC, April 2013.

[68] George Forsythe. *Computer methods for mathematical computations*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J, 1977.

[69] Robert H. Shumway and David S. Stoffer. *Time Series Analysis and Its Applications: With R Examples (Springer Texts in Statistics)*. Springer, 2006.

[70] Fouad Giri. *AC Electric Motors Control - Advanced design techniques and applpications*. Wiley-Blackwell, May 2013.

[71] Rik de Doncker, Duco W. J. Pulle, André Veltman, and Rik De Doncker. *Advanced Electrical Drives*. Springer-Verlag GmbH, December 2010.

[72] J.A.A. Melkebeek. Magnetising-field saturation and dynamic behaviour of induction machines. part 1: Improved calculation method for induction-machine dynamics. *IEE Proceedings B Electric Power Applications*, 130(1):1, 1983.

[73] E. Levi. A unified approach to main flux saturation modelling in d-q axis models of induction machines. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 10:455–461, 1995.

[74] E. Levi. General method of magnetising flux saturation modelling in d–q axis models of double-cage induction machines. *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, 144(2):101, 1997.

[75] S. Nandi. A detailed model of induction machines with saturation extendable for fault analysis. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 40(5):1302–1309, September 2004.

[76] Tang Ningping, Wu Hanguang, and Qiu Peiji. A saturation model of induction machine by space vector. In *ICEMS'2001. Proceedings of the Fifth International Conference on Electrical Machines and Systems (IEEE Cat. No.01EX501)*, volume 1, pages 85–88 vol.1, August 2001.

[77] Xiaoping Tu, L.-A. Dessaint, R. Champagne, and K. Al-Haddad. Transient modeling of squirrel-cage induction machine considering air-gap flux saturation harmonics. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(7):2798–2809, July 2008.

[78] J. Stephan, M. Bodson, and J. Chiasson. Real-time estimation of the parameters and fluxes of induction motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 30:746–759, 1994.

[79] M. Cirrincione, M. Pucci, G. Cirrincione, and G.-A. Capolino. Constrained minimization for parameter estimation of induction motors in saturated and unsaturated conditions. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 52(5):1391–1402, October 2005.

[80] Debashis Chatterjee. Impact of core losses on parameter identification of three-phase induction machines. *IET Power Electronics*, 7(12):3126–3136, December 2014.

[81] Yashar Kouhi and Jana Kertzscher. An online nonlinear identification method for estimation of magnetizing curve and parameters of an induction motor. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1):1577–1582, July 2017.

[82] Yuhong Zheng and Kenneth A. Loparo. Adaptive flux and speed estimation for induction motors. In *Proceedings of the 1999 American Control Conference (Cat. No. 99CH36251)*. IEEE, 1999.

[83] S. Wade, W. Dunnigan, and B.W. Williams. A new method of rotor resistance estimation for vector-controlled induction machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 44(2):247–257, April 1997.

[84] R. Marino, P. Tomei, and C. M. Verrelli. Adaptive control for speed-sensorless induction motors with uncertain load torque and rotor resistance. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 19(9):661–685, 2005.

[85] R. Marino, P. Tomei, and C. M. Verrelli. An adaptive tracking control from current measurements for induction motors with uncertain load torque and rotor resistance. *Automatica*, 44:2593–2599, 2008.

[86] Riccardo Marino, Patrizio Tomei, and Cristiano Maria Verrelli. A new flux observer for induction motors with on-line identification of load torque and resistances. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1):6172–6177, January 2011.

[87] C.M. Verrelli, P. Tomei, E. Lorenzani, R. Fornari, and F. Immovilli. Further results on nonlinear tracking control and parameter estimation for induction motors. *Control Engineering Practice*, 66:116–125, September 2017.

[88] Mohamed S. Zaky. Stability analysis of speed and stator resistance estimators for sensorless induction motor drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59:858–870, 2012.

[89] Alexandru Ţiclea and Gildas Besançon. On the state and parameter simultaneous estimation problem in induction motors. *IFAC Proceedings Volumes*, 41(2):11184–11189, 2008.

[90] Mondher Farza, Mohammed M'Saad, Tomas Ménard, Ali Ltaief, and Tarak Maatoug. Adaptive observer design for a class of nonlinear systems. application to speed sensorless induction motor. *Automatica*, 90:239–247, April 2018.

[91] Yuanbo Guo, Ze Li, Bijun Dai, and Xiaohua Zhang. A full-order sliding mode flux observer with stator and rotor resistance adaptation for induction motor. In *2018 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*. IEEE, March 2018.

[92] Jiahao Chen and Jin Huang. Online decoupled stator and rotor resistances adaptation for speed sensorless induction motor drives by a time-division approach. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 32(6):4587–4599, June 2017.

[93] Jiahao Chen and Jin Huang. Stable simultaneous stator and rotor resistances identification for speed sensorless im drives: Review and new results. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 33:8695–8709, 2018.

[94] Jiahao Chen and Jin Huang. Application of adaptive observer to sensorless induction motor via parameter-dependent transformation. *IEEE Transactions on control systems technology*, 27:2630–2637, 2019.

[95] Zakaria Boulghasoul, Zineb Kandoussi, Abdelhadi Elbacha, and Abdelouahed Tajer. Fuzzy improvement on luenberger observer based induction motor parameters estimation for high performances sensorless drive. *Journal of Electrical Engineering & Technology*, 15(5):2179–2197, August 2020.

[96] Chuanguang Chen, Haisheng Yu, Fei Gong, and Herong Wu. Induction motor adaptive backstepping control and efficiency optimization based on load observer. *Energies*, 13:3712, 2020.

[97] Murat Barut, Seta Bogosyan, and Metin Gokasan. Switching EKF technique for rotor and stator resistance estimation in speed sensorless control of IMs. *Energy Conversion and Management*, 48(12):3120–3134, December 2007.

[98] Murat Barut, Ridvan Demir, Emrah Zerdali, and Remzi Inan. Real-time implementation of bi input-extended kalman filter-based estimator for speed-sensorless control of induction motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59(11):4197–4206, November 2012.

[99] Zhong gang Yin, Chang Zhao, Yan-Ru Zhong, and Jing Liu. Research on robust performance of speed-sensorless vector control for the induction motor using an interfacing multiple-model extended kalman filter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 29(6):3011–3019, June 2014.

[100] Emrah Zerdali. A comparative study on adaptive EKF observers for state and parameter estimation of induction motor. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 35(3):1443–1452, September 2020.

[101] Idriss Benlaloui, Said Drid, Larbi Chrifi-Alaoui, and Mohammed Ouriagli. Implementation of a new mras speed sensorless vector control of induction machine. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 30:588–595, 2015.

[102] Mateusz Korzonek, Grzegorz Tarchala, and Teresa Orlowska-Kowalska. Simple stability enhancement method for stator current error-based mras-type speed estimator for induction motor. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 67:5854–5866, 2020.

[103] Lu Liu, Yafeng Guo, and Jun Wang. Online identification of mutual inductance of induction motor without magnetizing curve. In *2018 Annual American Control Conference (ACC)*. IEEE, June 2018.

[104] H.A. Toliyat, E. Levi, and M. Raina. A review of RFO induction motor parameter estimation techniques. *IEEE Trans. Energy Convers.*, 18(2):271–283, June 2003.

[105] Pavel Vaclavek, Petr Blaha, and Ivo Herman. Ac drive observability analysis. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60:3047–3059, 2013.

[106] Yonathan Bard. *Nonlinear Parameter Estimation*. Academic Pr, 1973.

[107] Peter J. Brockwell and Richard A. Davis. *Introduction to Time Series and Forecasting (Springer Texts in Statistics)*. Springer, 2010.

[108] James Durbin and Siem Jan Koopman. *Time Series Analysis by State Space Methods*. Oxford University Press, May 2012.

[109] Douglas C. Montgomery and George C. Runger. *Applied Statistics and Probability for Engineers*. Wiley, 2002.

[110] T. A. Burton. *Volterra integral and differential equations*. Academic Press, New York, 1983.

[111] I Gohberg. *Theory and applications of Volterra operators in Hilbert space*. American Mathematical Society, Providence, R.I, 1970.

[112] Gilberto Pin, Andrea Assalone, Marco Lovera, and Thomas Parisini. Kernel-based non-asymptotic parameter estimation of continuous-time systems. In *2012 IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. IEEE, December 2012.

[113] Gilberto Pin, Marco Lovera, Andrea Assalone, and Thomas Parisini. Kernel-based non-asymptotic state estimation for linear continuous-time systems. In *2013 American Control Conference*. IEEE, June 2013.

[114] Gilberto Pin, Andrea Assalone, Marco Lovera, and Thomas Parisini. Non-asymptotic kernel-based parametric estimation of continuous-time linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, pages 1–1, 2015.

[115] Gilberto Pin, Boli Chen, and Thomas Parisini. Robust finite-time estimation of biased sinusoidal signals: A volterra operators approach. *Automatica*, 77:120–132, March 2017.

[116] Peng Li, Francesca Boem, Gilberto Pin, and Thomas Parisini. Kernel-based simultaneous parameter-state estimation for continuous-time systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 65(7):3053–3059, July 2020.

[117] M. Popescu. Improved direct and inverse gamma models for vector controlled induction machines. In *8th International Conference on Power Electronics and Variable Speed Drives*. IEE, 2000.

[118] Jiahao Chen, Jin Huang, and Yan Sun. Resistances and speed estimation in sensorless induction motor drives using a model with known regressors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 66:2659–2667, 2019.

[119] Denis Efimov and Alexander Fradkov. Design of impulsive adaptive observers for improvement of persistency of excitation. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 29(6):765–782, July 2014.

[120] I. M. Y. Mareels and M. Gevers. Persistency of excitation criteria for linear, multivariable, time-varying systems. *Mathematics of Control, Signals, and Systems*, 1(3):203–226, October 1988.

[121] Atul Katiyar, Sayan Basu Roy, and Shubhendu Bhasin. A switched adaptive observer design without persistence of excitation. In *2019 Fifth Indian Control Conference (ICC)*. IEEE, January 2019.

[122] F. Jadot, F. Malrait, J. Moreno-Valenzuela, and R. Sepulchre. Adaptive regulation of vector-controlled induction motors. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 17(3):646–657, May 2009.

[123] Silvia Maria Alessio. *Digital Signal Processing and Spectral Analysis for Scientists*. Springer-Verlag GmbH, December 2015.

[124] N. K. Bose. *Handbook of Statistics 10: Signal Processing and its Applications*. North-Holland, 1993.

[125] Bimal K. Bose. *Power Electronics and Motor Drives: Advances and Trends [With CDROM]*. ACADEMIC PR INC, February 2006.

[126] Haitham Abu-Rub, Atif Iqbal, and Jaroslaw Guzinski. *High Performance Control of AC Drives with Matlab/Simulink*. WILEY, April 2021.

[127] S.N. Vukosavic and M.R. Stojic. Suppression of torsional oscillations in a high-performance speed servo drive. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 45(1):108–117, 1998.

[128] Ivan Petrić and Slobodan Vukosavić. High-performance speed estimation of induction machines based on adaptive filtering. *IET Electric Power Applications*, 14:695–704, 2020.

[129] K.D. Hurst and T.G. Habetler. Sensorless speed measurement using current harmonic spectral estimation in induction machine drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 11(1):66–73, January 1996.

[130] A. Ferrah, P.J. Hogben-Laing, K.J. Bradley, G.M. Asher, and M.S. Woolfson. The effect of rotor design on sensorless speed estimation using rotor slot harmonics identified by adaptive digital filtering using the maximum likelihood approach. In *IAS '97. Conference Record of the 1997 IEEE Industry Applications Conference Thirty-Second IAS Annual Meeting*. IEEE, 1997.

[131] A. Bellini, S. Bifaretti, and S. Costantini. A digital speed filter for motion control drives with a low resolution position encoder. *Automatika*, 44:67–74, 2003.

[132] Alexander Bähr. *Speed Acquisition Methods for High-Bandwidth Servo Drives*. PhD thesis, Technischen Universität Darmstadt, 2004.

[133] S. Valiviita, S.J. Ovaska, and O. Vainio. Polynomial predictive filtering in control instrumentation: a review. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 46(5):876–888, 1999.

[134] Siemens. *Sinamics S120/S150 List Manual*, April 2014.

[135] A. E. Fitzgerald, Charles Kingsley, and Stephen D. Umans. *Electric Machinery (McGraw-Hill Series in Electrical Engineering. Power and Energy)*. McGraw-Hill, 2002.

[136] Tin Bensic, Toni Varga, Marinko Barukcic, Sebastijan Krizanic, and Vedrana Jerkovic Stil. Identification of inertia constant from induction motor load transient. In *2019 International IEEE Conference and Workshop in Óbuda on Electrical and Power Engineering (CANDO-EPE)*. IEEE, November 2019.

TUMAČ OZNAKA

Osnovne matematičke notacije	
x	Skalarna veličina
$\mathbf{x}$	Vektorska veličina, vektor stupac
$\mathbf{X}$	Matrična veličina
$\hat{x}$	Procjenjena veličina
$\tilde{x}$	Odstupanje procjenjene veličine, $x - \hat{x}$
$x(t)$	Vremenski kontinuirana veličina
$x[k]$	Vremenski diskretna veličina
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x$,$x^{(1)}$	Vremenska derivacija od x
$x^{(i)}$	i-ta vremenska derivacija od x
$\lvert \cdot \rvert$	Modul vektora ili kompleksnog broja
$\lvert\lvert \cdot \rvert\rvert$	Norma vektora
$f()$, $\mathbf{f}()$	Skalarna i vektorska funkcija
Notacije vezane za teoriju dinamičkih sustava	
$\mathbf{A}$,$\mathbf{B}$,$\mathbf{C}$,$\mathbf{D}$	Matrice linearnog modela u prostoru stanja
$\mathbf{x}$,$\mathbf{u}$,$\mathbf{y}$	Vektor varijabli stanja, ulaza i izlaza sustava
$\mathbf{\Phi}$	Prijelazna matrica sustava
l - indeks	Linearizirani sustavi i njegove matrice
d - indeks	Diskretni ili diskretizirani sustavi i njihove matrice
s - indeks	Stacionarna točka
0 - indeks	Početni uvjet, početna točka
r - indeks	Radna točka
z	Pol diskretnog linearnog ili lineariziranog sustava
n	Red sustava
λ	Pol kontinuiranog linearnog ili lineariziranog sustava

Λ	Diagonalna matrica svojstvenih vrijednosti
$\mathbf{W}$	Matrica svojstvenih vektora
V	Ljapunova funkcija
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Odstupanje osmotritelja stanja sustava
T_s	Vrijeme uzorkovanja
x^*	Referentna veličina
K_p, K_i	Proporcionalno i integralno pojačanje PI regulatora
T_p, k_i	P vremenska konstanta i i-pojačanje PI regulatora
Notacije vezane za teoriju regresijske procjene parametara	
R_i,$\phi_{p,i}$	Parametri aproksimacije redom kompleksnih eksponencijala
$\mathbf{P}$	Matrična olovka
$\mathbf{H}_l$, $\mathbf{H}_d$	Lijeva i desna Henkel matrica pripadne matrične olovke $\mathbf{P}$
N	Broj uzoraka mjerenja
y	Mjerena veličina sustava
$\mathbf{\Phi}$	Matrica regresora sustava
ϕ	Vektor regresora sustava
ϕ_{pqr}	Regresijski vektor ARMAX modela
$\mathbf{Z}$	Matrica regresora sa diskretnim polovima
$\boldsymbol{\theta}$	Vektor nepoznatih parametara
$\mathbf{e}$	Vektorska predikcijska pogreška
J_c	Kriterijska funkcija za procjenu parametara
$\mathbf{W}$	Težinska matrica
$\mathbf{R}$,$\mathbf{P}$,$\mathbf{V}$	Pomoćne matrice u metodi najmanjih kvadrata
$\mathcal{E}\{\cdot 0\}$	Matematičko očekivanje
$\mathbf{\Gamma}$	Matrica pojačanja u rekurzivnoj metodi procjene parametara
y, $\mathbf{y}$	Skalarna i vektorska mjerena veličina, observacija
Indeksacija modela asinkronog stroja	
s	Statorske veličine
r	Rotorske veličine
μ	Magnetiziranje
dq	Veličina u dq proizvoljnom sustavu
$\alpha\beta$	Veličina u $\alpha\beta$ mirujućem sustavu

mt	Veličina u mt mirujućem sustavu
abc	Veličina u abc mirujućem sustavu
Notacije vezane za transformacije koordinatnih sustava	
$\mathbf{C}_{dq}$	Matrica transformacije iz abc sustava u dq sustav
ρ_k	Proizvoljni kut korišten pri Parkovoj transformaciji
$\mathbf{C}_{\alpha\beta}$	Matrica transformacije iz abc sustava u $\alpha\beta$ sustav
$\mathbf{K}_s$	Matrica transformacije za statorske veličine
$\mathbf{K}_r$	Matrica transformacije za rotorske veličine
Fizikalne veličine modela asinkronog stroja	
$\mathbf{u}$	Napon
$\mathbf{i}$	Struja
ψ	Ulančani magnetski tok
m_e,m_t	Elektromagnetski moment motora, moment tereta
ω	Brzina vrtnje asinkronog stroja, električna
γ_k	Kut prostornog vektora $\psi_{r,\alpha\beta}$
ω_γ	Brzina rotacije prostornog vektora $\psi_{r,\alpha\beta}$, sinkrona brzina
e_m,e_t	Naponi sprege osi m i t
Parametri modela asinkronog stroja	
R_s	Otpor statorskog namota ekvivalentne zvijezde
R_r	Otpor modela rotorske konture
L_{ls},L_{lr}	Statorski i rotroski rasipni induktivite
L_m	Glavni induktivitet (među idnuktivitet)
τ_s	Statorska vremenska konstanta
T_r, α	Rotorska vremenska konstanta i njen inverz
σ	Koeficijent rasipanja
$\mathbf{L}$, $\mathbf{G}$	Matrica induktiviteta asinkronog stroja i njen inverz
J	Moment inercije asinkronog stroja
ψ_μ	Magnetski tok rotora - inverz *Gamma* model
R'_r	Transformirani otpor rotora - inverz *Gamma* model
L_μ	Transformirani glavni induktivitete - inerz *Gamma* model
$\boldsymbol{\psi}_\sigma$	Varijabla stanja, rasipni tok statorskog namota
$\boldsymbol{\chi}$	Varijabla stanja, model glavnog magnetskog toka asinkronog stroja

Notacija vezana za postupak određivanja vremena uzorkovanja	
T_s	Vrijeme uzorkovanja
$T_{s,d}$	Decimirano vrijeme uzorkovanja
T_s'	Odabrano vrijeme uzorkovanja, rezultat
n	Red sustava
C, r	Centar i radius kružnice Sinha kriterija
w	Bilinearno transformirani diskretni polovi Sinha transformacijom
R	Kriterijski koeficijent preciznosti Sinha kriterija
K	Faktor decimacije originalnog vremena uzorkovanja
N_{int}	Broj intervala segmentiranih podataka
q	Ukupan broj uzoraka mjerenog tranzijenta
q_{int}	Broj uzoraka mjerenog tranzijenta unutar intervala
q_d	Decimirani broj uzoraka unutar intervala
d	Decimacijski faktor
J_{est}	Cjelokupna kriterijska funkcija
MSE_w	Kriterijska funkcija pojedinog intervala
$\mathbf{\Gamma}$	Zavisna varijabla kriterijske funkcije
Notacija vezana za sintezu adaptivnog estimatora stanja i parametara	
$\mathcal{V}_{\mathcal{K}}[\cdot]$	Volterra transformacija sa kernel funkcijom $\mathcal{K}$
$\mathcal{K}(t,\tau)$	BC-NK kernel funkcija
λ, D	Parametri BC-NK kernel funkcije
ε	Pogreška osmotritelja stanja, odstupanje struje
ϕ, ϕ_1	Podmatrice glavne regresijske matrice izvedene iz $\boldsymbol{\psi}_\sigma - \boldsymbol{\chi}$ modela AM
$\varphi(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$	Nelinearni poremećaj u dinamici osmotriteljske pogreške
k_1, k_2	Parametri osmotritelja stanja
$\mathbf{f}_\chi$	Nelinearna funkcija $\boldsymbol{\chi}^{(1)} = \mathbf{f}_\chi$
$\mathbf{f}_\phi$	Nelinearna funkcija $\mathbf{f}_\phi = \mathbf{f}_\chi + \boldsymbol{\phi}^{(1)}\boldsymbol{\theta}$
$\mathbf{z}$	Observacije izvedenog pseudolinearnog regresijskog modela AM
$\mathbf{e}'$	Modificirana predikcijska pogreška
$\mathbf{\Gamma} = \operatorname{diag}\begin{bmatrix}\gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3\end{bmatrix}$	Matrica pojačanja adaptivnog zakona procjene parametara
$\mathbf{\Gamma}_{ac}$	Vremenski promjenjivo pojačanje dobiveno aktivacijskom funkcijom

γ_{ac}	Parametar aktivacijske funkcije
	Notacija vezana za ARMA filtriranje
a_i,b_i, c_i	i-ti koeficijent uz član polinoma ARMAX modela
q^{-i}	Operator pomaka za i uzoraka
$A(q)$,$B(q)$,$C(q)$	Polinomi ARMAX modela u notaciji sa operatorom pomaka
u	Ulazna veličina
p, q, r	Stupanj AR, MA i X polinoma
y	Observacija, mjerljiva veličina
$\hat{y}$	Procjenjena veličina, prediktor
w	Bijeli šum
$H(q)$	Prijenosna funkcija ARMA modela s obzirom na šum
σ_w	Varijanca bijelog šuma

SAŽETAK

Unaprjeđenje estimacija parametara i varijabli stanja asinkronog stroja primjenom statističkih metoda

Cilj doktorske disertacije bio je predložiti metode za poboljšanje rada estimatora stanja i parametara asinkronog stroja. Disertacija je podjeljena u dva glavna dijela, prvi dio vezan za estimacije parametara prije pogona asinkronog stroja i drugi vezan za procjene stanja i parametara za vrijeme pogona asinkronog stroja. Prije ulaska u problematiku unaprijeđenja rada estimatora, u disertaciji se strukturira potrebne matematičke modele asinkronog stroja i osnovne teorijske postavke potrebne za analizu dimanike, stabilnosti i konvergencije estimatora stanja i parametara, kao i dinamičkih sustava.

Prvi dio doktorata predstavlja metodu za odabir vremena uzorkovanja za tranzijente asinkronog stroja. Prethodno se pretpostavlja da se ne poznaje nikakve informacije o stroju. Metoda je zasnovana na aproksimaciji mjerenog tranzijenta direktnog uklopa asinkronog stroja pomoću reda kompleksnih eksponencijala i procjeni polova asinkronog stroja. Temelj kvalitetne aproksimacije je segmentacija prikupljenih podataka kako bi nelinearni sustav aproksimirali linearnim, za što se uvodi optimizacijska procedura zasnovana na metaheurističnim gloalnom optimizatoru MIDACO. Na temelju procjenjenih polova modela, numeričkim rješavanjem nelinearne kriterijske jednadžbe dobiva se potrebno vrijeme uzorkovanja koje zadovoljava kriterij primjenjivosti Tustinove bilinearne transformacije na model asinkronog stroja. Odabrano vrijeme uzorkovanja uspoređeno je sa Nyquistovim kriterijem i provjereno simulacijskim i eksperimentalnim primjerima. Zaključuje se da su iskutveno odabrane frekvencije uzorkovanja od 5-15 kHz i do deset puta prebrza u odnosu na stvarno potrebno vrijeme uzorkovanja s kojim se može pristupiti procjeni parametara asinkronog stroja.

Drugi dio doktorata počiva na sintezi adaptivnog sustava za procjenu stanja i parametara asinkronog stroja za vrijeme pogona. Ovakav sustav je nužan za ostvarivanje ispravne

povratne veze za vektorsko upravljanje. Temeljna zadaća adaptivnog sustava je procjena varijabli stanja asinkronog stroja, stuje statora i magnetskog toka rotora asinkronog stroja kako bi se provela dobra orijentacija mt koordinatnog sustava prema položaju prostornog vektora rotora. Uz ove zadaće dodatno se procjenjuje brzina vrtnje asinkronog stroja koja nije mjerena pomoću mjernih članova, a prati se i promjena otpora statora i vremenske konstante rotora kao važnih parametara čije varijacije s temperaturom mogu narušiti rad reguliranog asinkronog stroja. Adaptivni sustav sintetiziran je na temelju pseudolinearne regresije Volterra transformiranog modela asinkronog stroja. Sustav je stabilan, a konvergencija parametara se postiže do na preciznost primijenjene linearizacije, gdje je odstupanje brzine vrtnje minimalno. Sustav se dodatno proširuje sa filtracijom signala struje koji je pojasnopropusne karakteristike. Filtar je zasnovan na ARMA modelu vremenskih nizova, adaptivan i samopodešavajući. Rad filtra ispitan je na eksperimentalnim podacima, dok je rad cijelog adaptivnog procjenitelja stanja i parametara ispitan simulacijski. Pokazuje se da uvođenje filtra u povratnu vezu dodatno poboljšava konvergenciju parametara asinkronog stroja.

ABSTRACT

Improving state and parameter estimations of an induction machine using statistical methods

The aim of this dissertation is to suggest new methods for improving induction machine state and parameter estimation. The dissertation is divided into two main sections. The first part is dedicated to improving parameter estimation methods for offline estimation, and the second part is dedicated to state and parameter estimator synthesis for online estimation. Prior to explanation of the estimator improvements presented by the text, the dynamic modelling of an induction machine is structured and the fundamental concepts of dynamic system analysis, stability and convergence for state and parameter estimation is presented.

The first part of this thesis introduces a method for selecting the sampling time for induction machine transients. It is assumed that no information about the machine is known in advance. The method is based on complex exponential series approximation of the measured line start transient and lieanrized system pole estimation from the mentioned series. To achieve good approximation of nonlinear system with linear approximation, it is neccessary to segment the acquired data. The optimization method based on MIDACO metaheuristic global optimizer is applied for optimal data segmentation. From the determined system poles, the sampling time that satisfies the criterion of Tustin bilinear transformation accuracy is computed by numerical solution to the nonlinear criterion equation. The selected sampling time is compared to the Nyquist sampling time. It is concluded that the commonly selected 5-15 kHz sampling frequencies are up to ten times more then the actually needed samping time for offline parameter estimation.

The second part of this thesis deals with synthesis of an adaptive system for simultaneous state and parameter estimation of induction machine during operation. This type of system is neccessary to achieve a good feedback needed for vector control of the induction machine. The main task of the adaptive system is state estimation. The estimated states are stator

currents and rotor flux linkages, wehere the estimation accuracy is demanded for porper rotor field orientation of the *mt* coordinate system. Alongside the state estimation task, the speed of the rotation not measured by physical sensors is also estimated. The stator resistance and rotor time constant, important parameters that can vary with temperature and thus influence the operating point of the machine, are also tracked in real time. The adaptive system is synthetised based on pseudolinear regresion of the Volterra based induction machine model. The system is stable and parametric convergence is agcieved up to a linearization error, introducing minimal speed estimation error. The system is additionaly expanded with bandpass current signal filtration. The filter is based on ARMA timeseries model, adaptive and selftuning. The filter operation is tested on experimental data while the entire state and estimation system is tested in simulations. It is shown that filter introduction in feedback further improves the parametric convergence of the system.

BIOGRAFIJA

Tin Benšić rođen je 16. veljače 1991. u Osijeku. Nakon završene osnovne škole upisuje Elektrotehničku školu Osijek, smjer elektrotehničar. Tijekom srednje škole sudjeluje na državnom natjecanju iz Osnova elektrotehnike i na međudržavnom natjecanju iz engleskog jezika u Pečuhu gdje dvije godine za redom ostvaruje najbolji plasman kao strani natjecatelj.

Završetkom srednje škole kao jedan od najboljih učenika generacije stječe pravo izravnog upisa na preddiplomski studij elektrotehnike, Elektrotehničkog fakulteta Osijek. Tijekom studija dva puta je nagrađen za izraziti uspjeh tijekom studiranja od strane sponzora fakulteta. Diplomski studij elektroenergetike završava 2014.

Kao asistent na Zavodu za Elektrostrojarstvo, Elektrotehničkog fakulteta Osijek zapošljava se 2015. godine te iste godine upisuje i doktorski studij. Primarno znanstveni interes mu je analiza rada električnih strojeva i razvoj sustava upravljanja elektromotorima. Autor je ukupno 19 znanstvenih radova, od čega je šest publicirano u znanstvenim časopisima indeksiranima u WOS CC bazi. Na temelju svojih znanstvenih rezultata u 2019. godini nagrađen je kao najbolji student doktorskog studija Fakulteta elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek. Suradnik je na više znanstvenih i stručnih projekata, od kojih se posebno ističe projekt *Razvoj postupaka kosimulacija programskih alata za primjenu mekog računarstva u elektroenergetici* voditelja izv.prof.dr.sc. Marinka Barukčica financiranog od strane Hrvatske zaklade za znanost.

Osim znanstvenih obaveza na fakultetu aktivno sudjeluje u planiranju i održavanju nastave iz šest različitih kolegija iz područja elektrostrojarstva na preddiplomskim i diplomskim studijskim programima.